

分置

PNCT J2605 89-001

大型炉特性解析法の研究（V）

(受託研究)

1989年3月



大阪大学工学部

P N C T J 2 6 0 5 8 9 - 0 0 1

1 9 8 9 年 3 月

大型炉特性解析法の研究（V）

竹田 敏一
伊藤 登
久語 輝彦
高元 政典
青木 繁明
川越 義広
仙石 勝久
田中 元成
吉村 明
民谷 正
亘理 高司

要旨

本報告書は次の6部から構成されている。

第一部：ディカップリングの解析

第二部：臨界データによる実機炉心特性の精度評価

第三部：過渡特性解析法

第四部：3次元ヘキサーエコードの改良

第五部：中速スペクトル炉の研究

第六部：臨界安全のための反応度解析法

第一部

擾動前の空間高調波とその固有値を用いた動特性方程式を導出した。炉心結合度は、空間高調波の固有値間隔によって表すという考え方がある。また、擾動後の中性子束分布は、擾動前の空間高調波の一次結合で表される。導出した式は、炉心結合度に関する空間高調波の固有値と中性子束分布に寄与する空間高調波の2つの特性を取り入れたものである。

第二部

大型高速炉の核特性予測の不確かさを減少させる方法としてバイアス因子法、断面積アジャストメント法及びそれらを組み合わせた方法の導出ならびにその適用結果について示す。これらのことにより予測の不確かさは大きく減少することがわかった。ここでは、断面積誤差に加えて計算手法の不確かさも含めた評価を行った。そして、これらの手法を1000MW_e級の大型均質炉に適用し、実効増倍率、反応率分布、制御棒反応度価値の不確かさを求めた。

第三部

高速炉炉心内中性子束変動量解析を精度良く行うための3次元動特性コードの開発を行っている。主に、反応度ステップ計算部分に対しては、S.C.M.を取り入れ、形状関数計算に対しては、修正粗メッシュ法を取り入れることを考えている。現在まだ、コードを開発中なので、従来の動特性コードにおいて反応度計算に用いられている手法(sub-domain method)と、今回新たに注目した手法(S.C.M.)とを用いて中性子束を計算させて、その値の正確さと時間ステップ数を比較検討した。

第四部

高速炉炉心核特性を計算する際には、六角形または三角形のメッシュが必要となり、計算時間の点から集合体を六角形のまま、すなわち、一つの集合体あたり一個の計算点で精度良く計算を行うことのできる計算コードの開発が望ま

れる。そこで、粗メッシュを扱う手法としてノード法を用いた、Hex-Z体系の輸送計算コードを開発するための基本式を導出した。

SIXTUS-2はP. S. I. のJ. J. Arkuszewskiによって開発された二次元ヘキサ体系計算コードであり、拡散ノード法が用いられている。これを三次元ヘキサ-Z化し、SIXTUS-3を開発した。テスト計算を行い、有限差分法と比較した結果、有限差分法の6メッシュと24メッシュの間、24メッシュに近い精度の値が、6メッシュと同程度の計算時間で得られた。

3次元XYZ体系における解析的多項式ノード法の基本式を導出した。そして、その理論に基づいて3次元多群拡散計算コードを作成し、ZPPR9を模擬した体系で7群群定数によるテスト計算を行った。その結果、有限差分法と比較した場合、同じ精度の解を得るのに計算点は1/27に減少し、計算時間は約1/3に短縮された。

原子炉心核特性を精度良く予測する目的で中性子輸送効果を考慮する三次元輸送SNコードTRITACの開発が行われたが、近年になり非等方散乱成分をも考慮する必要がでてきた。今までのTRITACは等方散乱を仮定しているため非等方散乱成分を扱うことができなかつたが、今回中性子の散乱角度を考慮することにより、非等方散乱成分の効果を取り入れることができた。本章は計算結果の妥当性について検討したものである。

第五部

天然ウラン板、93%濃縮ウラン-アルミ合金板、ポリエチレン板で構成された中速スペクトル場をもつ平板格子に対し、非均質体系での共鳴自己遮蔽の取り扱い方法としてDancoff係数法およびToneの方式を用いて計算された格子特性をpeacockルーチンを用いたSRACの計算結果と比較することにより、各計算手法の計算精度を検証した。その結果、Dancoff係数法はプレートのブラックリミットを原子数密度と平均弦長の積が 10^{-4} と設定した場合、無限増倍率を0.2%dk程度の精度で評価することが分かった。プレートのブラックリミットを設定

しない場合、無限増倍率は 10%dk程度の誤差が生じた。また、Toneの方式は無限増倍率を0.2%dk程度の精度で評価することが分かった。

第六部

DCA改造計画に於て、R.Averyの手法から導いた実験式を用いて未臨界度を測定する方法が提案されている。今回、拡散計算及び輸送計算に基づいてこの実験式の検証を行った。その結果、実験式によるテスト領域の実効増倍率は、反応度の違い（± 1 \$ 程度）によって拡散計算では最大3.3%、輸送計算では最大1.6%のばらつきがみられた。実験式による実効増倍率と、拡散計算及び輸送計算によるそれとの差が考える体系によって大きく異なり、その原因の一つとしては実験式を導く段階で行った近似による誤差が考えられ、近似により生じる ρ の誤差（輸送計算の値を基にした場合）は最大で 55.5%となつた。その誤差の内で結合係数を含む項の割合が大きいため、結合係数の大小によって実験式が含む誤差が異なることが分かった。

本報告書は、大阪大学工学部が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究結果である。

大阪大学工学部 原子力工学科

March 1989

Study on Analysis Method for FBR Cores (V)*

Toshikazu Takeda**

Noboru Ito**

Teruhiko Kugo**

Masanori Takamoto**

Shigeaki Aoki**

Yoshihiro Kawagoe**

Katsuhisa Sengoku**

Motonari Tanaka**

Akira Yoshimura**

Masashi Tamitani**

Takashi Watari**

Abstract

This report is composed of the following six parts.

- (I) Analysis of neutronic core decoupling
- (II) Prediction accuracy evaluation of core performance parameter on large LMFBR
- (III) Study on analysis method of neutronic dynamics
- (IV) Improvement of 3-D hexagonal-Z transport and diffusion calculations
- (V) Study on analysis methods of intermediate spectrum core
- (VI) Study on reactivity analysis for criticality safety

Part I

A new kinetic equation using higher harmonic modes and associated eigenvalues has been developed. Eigenvalue separation is adopted as a parameter describing core decoupling. And the perturbed flux distribution is expressed as a linear combination of the harmonic modes of the unperturbed flux. The new equation has two parameters expressing core decoupling and flux distribution.

We concretely investigated the percent change of power distribution when there is a local disturbance. The pattern of the propagation of the power distribution change is different between the homogeneous core and the heterogeneous core or between in the fuel region and in the blanket region. The propagation pattern becomes complex in outer core by the interaction effect between the single and double fuel column drawers.

Part II

The prediction uncertainty of neutronic performance parameters of a large FBR core has been estimated using three methods, the bias factor method, the adjustment method and the combined method. The prediction uncertainties obtained are compared to know which method is preferable to reduce the uncertainty. In the derivation we include the method error in addition to the cross section error. We have applied the derived formulas to a large homogeneous FBR core of 1000MWe.

Part III

A three-dimensional transient analysis code is now being developed to evaluate the flux change in fast reactor cores. The stiffness confinement method has been introduced to treat the time step calculation of reactivity and the improved coarse mesh method has been introduced to accurately evaluate the spatial flux distribution. The flux was calculated with the sub-domain method and the stiffness confinement method. Then the value of the flux and the number of time steps were compared.

Part IV

Three-dimensional diffusion and transport theory calculation methods have been developed based on nodal method and SN method.

SIXTUS-2 is a two-dimensional multigroup diffusion nodal method code in hexagonal geometry , developed by J.J.Arkuszewski of P.S,I. SIXTUS-2 has been extended to 3-D hexagonal-Z geometry. Comparing the calculational results by SIXTUS-3 with those by finite difference method , it was found that SIXTUS-3 corresponds to 24 mesh calculation rather than 6 mesh calculation , and the calculational time of SIXTUS-3 is same as that of 6 mesh calculation.

We have introduced the basic equations based on the Analytic polynomial nodal method in 3-D Cartesian geometry. The 3-D multigroup diffusion code based on this theory has developed and the test calculation has performed using the 3-D model which imitates ZPPR9 with 7-group constants. In this numerical

results, the accuracy of the K_{eff} values and the power distributions obtained from the present method calculation was as same as one of the 27 times more meshes calculation in finite difference method. And the CPU time of the former is about one third as long as that of the latter.

In order to predict core parameters of reactor accurately, a 3-D transport SN calculation code TRITAC was developed. 'TRITAC' code could not treat anisotropic scattering component since it assumed isotropic scattering cross section. We have extended TRITAC to take account of anisotropic scattering effect. The results of calculation with the anisotropic scattering routine have been checked.

Part V

We have evaluated the accuracy of the Dancoff factor method and Tone's method in treating the resonance self-shielding in plate-type cells with an intermediate neutron spectrum by comparing with SRAC using peaco routine. Dancoff factor method reproduced k_{∞} within 0.2%dk , when the product of a nuclear number density and a mean chord length was set as 10^{-4} for black-limit of a plate. Otherwise, Dancoff factor method produced 10%dk error in k_{∞} . Tone's method produced k_{∞} within 0.2%dk.

Part VI

The experimental equation based on the R.Avery's theory is

proposed to use for the subcriticality measurement in the DCA improvement program. Here we estimated the experimental equation by using diffusion calculation and transport calculation. As a result the K_{eff} of the test region varied with reactivity. Its difference was at most 3.3% by diffusion calculation, 1.6% by transport calculation respectively. The difference between the K_{eff} by the experimental equation and that by diffusion and transport calculation altered for the different core. So we calculated the error of reactivity arise from the approximation, and found that there were at most 55.5% error by the approximation. Among that error the rate of the term of coupling coefficient was large, so that when we use the experimental equation, we should take care of the coupling coefficient of the test core.

* This work was carried out under construction between the Power Reactor and Nuclear Development Corporation and Osaka University.

** Faculty of Engineering, Department of Nuclear Engineering, Osaka University.

第 I 部

ディカップリングの解析

目次

第1章 序論

第2章 空間高調波を用いた動特性方程式の導出

第3章 空間高調波の反応度成分について

第4章 局所的異常による出力分布の変動

第5章 今後の予定

参考文献

List of tables

- Table 1 Eigenvalue and Eigenvalue Separation.
- Table 2 Reactivity before Control Rod Insertion in Point A.
- Table 3 Reactivity after Control Rod Insertion in Point A.
- Table 4 Reactivity Change due to Control Rod Insertion in Point A.
- Table 5 7 group energy structure

List of figures

- Fig. 1 Calculational Model.
- Fig. 2 Fundamental and 1st~14th Harmonic Modes.
- Fig. 3 The Cross Section Changed Regions in ZPPR-9
- Fig. 4 The Cross Section Changed Regions in ZPPR-13A
- Fig. 5 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9
- Fig. 6 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9
- Fig. 7 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9
- Fig. 8 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9

- Fig. 9 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9
- Fig. 10 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A
- Fig. 11 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A
- Fig. 12 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A
- Fig. 13 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A
- Fig. 14 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A
- Fig. 15 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A
- Fig. 16 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-13A

第1章 序論

大型高速炉や非均質高速炉では、炉心の結合度が小型高速炉や均質高速炉に比べ弱いことが知られている。このため、大型炉や非均質高速炉では、局所的な反応度が入ったとき、その影響が炉心全体に広がらず中性子束分布の空間的な歪み（フラックス・ティルト）が大きくなる。このフラックス・ティルトが現在、炉心設計上の問題となっている。フラックス・ティルトを空間高調波を用いて解析した結果、大型炉ほど固有値間隔が小さくなるため、摂動後の中性子束に対する高次モードの寄与が大きくなることがわかった。

また、炉心の安全解析を行うためには、外乱による中性子束の時間変化を解析する必要がある。動特性を解析するための動特性方程式として、定常時の中性子束の分布は時間依存がないという仮定を用いた一点炉近似動特性方程式、また中性子束の空間分布を考慮し、さらに計算時間を少なくするために、中性子束を時間の関数である振幅関数と時間依存が少ない形状関数とに分けて取り扱う拡散の準静近似動特性方程式（1）、等がある。この準静近似動特性方程式を用いた計算コードとして、2次元では米ANLが開発したFX2-THコード（2）、3次元のものとしては、東大で開発されたIBISコード（3）がある。

摂動後の中性子束は、摂動前の炉心の空間高調波によって表される。このため、結合度の弱い炉心に局所的な外乱が入ったとき、空間高調波の時間変化を調べることによって、中性子束の空間分布の歪みが時間的にどの空間高調波に依存しているかがわかる。本報告書では、時間依存の中性子束を摂動前の定常状態での空間高調波の1次結合で表すことによって、空間高調波を用いた拡散の動特性方程式を導出する。この方法では、炉心に入った反応度の位置によって、どの空間高調波が励起されるかがわかる。また、タイムステップ毎の中性子束分布を計算する必要がない。しかし、空間高調波を予め計算しなければならないので、空間高調波の効率の良い計算が必要になる。

さらに、炉心内の異常攪乱に起因する中性子束（出力分布）の変動の伝播を、均質炉と非均質炉について3次元拡散計算により計算し検討した。

第2章 空間高調波を用いた動特性方程式の導出

まず、時間依存の拡散方程式を次に示す。

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v(E)} \cdot \frac{d}{dt} \Phi(r, E, t) = & - \nabla \cdot D(r, E, t) \nabla \cdot \Phi(r, E, t) \\
 & - \{ \Sigma_a(r, E, t) + \Sigma_r(r, E, t) \} \Phi(r, E, t) \\
 & + dE' \sum_s \Sigma_f(r, E' - E, t) \Phi(r, E, t) \\
 & + \frac{1}{k_{\text{eff}}} \{ (1 - \beta) \chi_p(E) dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \Phi(r, E', t) \\
 & + \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \lambda_m C_m(r, t) \}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt} C_m(r, t) = -\lambda_m C_m(r, t) + \beta_m \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \Phi(r, E', t) \tag{2}$$

初期条件

$$\begin{aligned}
 \Phi(r, E, 0) &= \Phi_0(r, E) \\
 C_m(r, 0) &= C_{m0}(r) = \frac{\beta_m}{\lambda_m} \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', 0) \Phi(r, E', 0)
 \end{aligned}$$

ここで、変数は、

- $\Phi(r, E, t)$: 中性子束
- $v(E)$: エネルギー E の中性子速度
- $\chi_p(E)$: 即発中性子の核分裂スペクトル
- $\chi_m(E)$: 遅発中性子の核分裂スペクトル
- $C_m(r, t)$: 第 m 群の先行核密度
- λ_m : 第 m 群の先行核の崩壊定数
- β_m : 第 m 群遅発中性子割合
- β : 遅発中性子割合

$$\begin{aligned}
 \Sigma_a(r, E, t) &: \text{吸收断面積} \\
 \Sigma_r(r, E, t) &: \text{除去断面積} \\
 \Sigma_s(r, E-E', t) &: \text{散乱断面積} \\
 \nu \Sigma_f(r, E, t) &: \text{生成断面積} \\
 D(r, E, t) &: \text{拡散係数}
 \end{aligned}$$

を表す。

(2) 式を定数変化法を用いると、次のように解くことができる。

$$\begin{aligned}
 C_m(r, t) = & \frac{\beta_m}{\lambda_m} \exp(-\lambda_m t) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', 0) \Phi_0(r, E') \\
 & + \int dt' \beta_m \exp\{-\lambda_m(t-t')\} \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \Phi(r, E', t)
 \end{aligned} \quad (3)$$

この(3)式を(1)式に代入し整理すると

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v(E)} \cdot \frac{d}{dt} \Phi(r, E, t) = & \nabla \cdot D(r, E, t) \nabla \cdot \Phi(r, E, t) \\
 & - \{ \Sigma_a(r, E, t) + \Sigma_r(r, E, t) \} \Phi(r, E, t) \\
 & + dE' \Sigma_s(r, E'-E, t) \Phi(r, E, t) \\
 & + \frac{1}{k_{\text{eff}}} [(1 - \beta) \chi_p(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \Phi(r, E', t) \\
 & + \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \lambda_m \{ \frac{\beta_m}{\lambda_m} \exp(-\lambda_m t) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', 0) \Phi_0(r, E') \\
 & \quad + \int dt' \beta_m \exp\{-\lambda_m(t-t')\} \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \Phi(r, E', t) \} \}] \quad (4)
 \end{aligned}$$

この(4)式は、先行核密度 $C_m(r, t)$ が含まれず中性子束分布 $\Phi(r, E', t)$ のみによって表される。中性子束 $\Phi(r, E, t)$ を定常状態の中性子束の固有関数で展開し、空間高調波 $\psi_n(r, E)$ と時間の関数 $a_n(t)$ に変数分離する。

$$\begin{aligned}
 \Phi(r, E, t) = & \sum_n a_n(t) \cdot \psi_n(r, E) \quad (5) \\
 a_n(0) = a_0, \quad a_j(0) = 0 \quad (j \geq 1)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\psi_n(r, E, t)$ は、次の定常状態の拡散方程式の固有関数である。

$$\begin{aligned} & [-\nabla \cdot D(r, E, t) \nabla + \sum_a(r, E, t) + \sum_r(r, E, t) + \int dE' \sum_s(r, E'-E, t)] \psi(r, E, t) \\ & = \frac{1}{k_n} \chi(E) dE' \nu \sum_f(r, E, t) \psi_n(r, E, t) \end{aligned} \quad (6)$$

k_n は、n次の空間高調波の固有値を表す。(4)式の中性子束 $\Phi(r, E, t)$ を(5)式で置き換えると以下のように空間高調波を用いた動特性方程式になる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v(E)} \cdot \frac{d}{dt} \sum_n a_n(t) \psi_n(r, E) = \sum_n [\nabla \cdot D(r, E, t) \nabla \cdot a_n(t) \psi_n(r, E) \\ & - \{\sum_a(r, E, t) + \sum_r(r, E, t)\} a_n(t) \psi_n(r, E) \\ & + dE' \sum_s(r, E'-E, t) a_n(t) \psi_n(r, E) \\ & + \frac{1}{k_n} [(1-\beta) \chi_p(E) dE' \nu \sum_f(r, E', t) a_n(t) \psi_n(r, E') \\ & + \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \lambda_m \left\{ \frac{\beta_m}{\lambda_m} \exp(-\lambda_m t) \right\} \int dE' \nu \sum_f(r, E', 0) a_0 \psi_0(r, E') \\ & \int dt' \beta_m \exp\{-\lambda_m(t-t')\} \int dE' \nu \sum_f(r, E', t) a_n(t) \psi_n(r, E')]]] \end{aligned} \quad (7)$$

随伴中性子束の第*i*次空間高調波 $\psi_i^+(r, E)$ と中性子束の第*m*次の空間高調波 $\psi_m(r, E)$ には、次の直交関係が成り立つ。

$$\int \int \frac{\psi_i^+(r, E) \psi_m(r, E)}{v(E)} r dE = \begin{cases} P_i & i = m \\ 0 & i \neq m \end{cases} \quad (8)$$

(5)式の両辺に $\psi_i^+(r, E, t)$ をかけてr, Eで積分すると

$$\begin{aligned} P_i \frac{d}{dt} a_i(t) &= \sum_n [\\ & \int dr \int dE \psi_i^+(r, E) \{ \nabla \cdot D(r, E, t) \nabla - \sum_a(r, E, t) - \sum_r(r, E, t) + \int dE' \sum_s(r, E'-E, t) \}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{k_n} (1 - \beta) \chi_p(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \\
& + \frac{1}{k_n} \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \} a_n(t) \psi_n(r, E') \} \\
& - \int dr \left[dE \psi_i^+(r, E) - \frac{1}{k_n} \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) a_n(t) \psi_n(r, E') \right. \\
& + \frac{1}{k_n} \int dr \left[dE \psi_i(r, E) \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \lambda_m \right. \\
& \quad \times \frac{\beta_m}{\lambda_m} \exp(-\lambda_m t) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', 0) a_0 \psi_0(r, E') \\
& + \frac{1}{k_n} \int dr \left[dE \psi_i(r, E) \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \lambda_m \right. \\
& \quad \left. \int dt' \beta_m \exp(-\lambda_m(t-t')) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) a_n(t) \psi_n(r, E') \right] \quad (9)
\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
F &= \sum_n \int dr \int dE \psi_0^+(r, E) \left\{ \frac{1}{k_n} (1 - \beta) \chi_p(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{k_n} \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \right\} \psi_n(r, E') a_n(t) \\
\rho_{n,i}(t) &= \frac{1}{F} \int dr \int dE \psi_i^+(r, E) \{ \\
&\quad \nabla \cdot D(r, E, t) \nabla - \Sigma_a(r, E, t) - \Sigma_r(r, E, t) + \int dE' \Sigma_s(r, E' - E, t) \\
&\quad + \frac{1}{k_n} (1 - \beta) \chi_p(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \\
&\quad + \frac{1}{k_n} \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \} \psi_n(r, E')
\end{aligned}$$

$$\beta_{m,n,i}(t) = \frac{1}{F} \int d\mathbf{r} \int dE \psi_i^+(r, E) F_{d,m,i} - \psi_n(r, E')$$

$$\beta_{n,i}(t) = \sum_{m=1}^M \beta_{m,n,i}$$

$$\Lambda_{n,i}(t) = \frac{P_i}{F}$$

$$F_{d,m,i} = \beta_{m,i} \chi_m(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t)$$

$$F_{d,i} = \sum_{m=1}^M F_{d,m,i}$$

$$C_{m,n,i}(t) = \frac{1}{P_i} \frac{1}{\lambda_n} \exp(-\lambda_m t) \int d\mathbf{r} \int dE \psi_i^+(r, E) \chi_m(E) \beta_m$$

$$\times \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', 0) a_0 \psi_0(r, E') + \frac{1}{\lambda_n} \int dt' \frac{\beta_{m,n,i}(t')}{\Lambda_{n,i}(t')} a_n(t') \exp\{-\lambda_m(t-t')\}$$

と置くと (7) 式は、次のようになる。

$$\frac{da_i(t)}{dt} = \sum_n \left[\frac{\rho_{n,i}(t) - \beta_{n,i}(t)}{\Lambda_{n,i}(t)} a_n(t) + \sum_{m=1}^M \lambda_m C_{m,n,i}(t) \right] \quad (10)$$

(10) 式を行列式で表すと

$$\frac{d}{dt} A(t) = P(t) A(t) + C(t) \quad (11)$$

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \\ \vdots \end{pmatrix} \quad P(t) = \begin{pmatrix} p_{1,1}(t) & p_{2,1}(t) & p_{3,1}(t) & \cdots \\ p_{1,2}(t) & p_{2,2}(t) & p_{3,2}(t) & \cdots \\ p_{1,3}(t) & p_{2,3}(t) & p_{3,3}(t) & \cdots \\ \vdots & & & \end{pmatrix}$$

$$C(t) = \begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \\ c_3(t) \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$p_{n,i}(t) = \frac{\rho_{n,i}(t) - \beta_{n,i}(t)}{\Lambda_{n,i}(t)}$$

$$c_i(t) = \sum_n \sum_{m=1}^M \lambda_m C_{m,n,i}(t)$$

となる。

(7) 式の空間高調波に展開した式で0次（基本モード）だけを考えた場合、中性子束は、

$$\Phi(r, E, t) = a_0(t) \psi_0(r, E)$$

だから、(9)式は

$$\frac{da_0(t)}{dt} = \frac{\rho_{0,0}(t) - \beta_{0,0}(t)}{\Lambda_{0,0}(t)} a_0(t) + \sum_{m=1}^M \lambda_m C_{m,0,0}(t) \quad (12)$$

となり、これは1点炉近似方程式である。

また、(7)式を次のように振幅関数 $a(t)$ と時間依存性の小さい形状関数 $\psi(r, E, t)$ とに変数分離すると

$$\Phi(r, E, t) = a(t) \psi(r, E, t)$$

となり、(7)式の動特性方程式は次式のように、振幅関数は1点炉近似方程式、形状関数は拡散方程式に類似した方程式になる。

$$\frac{da(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} a(t) + \sum_{m=1}^M \lambda_m C_m(t)$$

$$\frac{1}{v(E)} \left[\frac{da(t)}{dt} \cdot \frac{\psi(r, E, t)}{a(t)} + \frac{d}{dt} \psi(r, E, t) \right] =$$

$$\begin{aligned}
& + \{ \nabla D(r, E, t) \nabla - \sum_a (r, E, t) - \sum_r (r, E, t) - \int dE' \sum_s (r, E-E', t) \} \psi(r, E, t) \\
& + [\frac{1}{\lambda_n} \int dr \int dE \psi_i(r, E) \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \beta_m \\
& \quad \times \exp(-\lambda_m t) \int dE' \nu \sum_f (r, E', 0) a_0 \psi_0(r, E') \\
& + \frac{1}{\lambda_n} \int dr \int dE \psi_i(r, E) \sum_{m=1}^M \chi_m(E) \lambda_m \beta_m \\
& \quad \int dt' \exp(-\lambda_m(t-t')) \int dE' \nu \sum_f (r, E', t) a_n(t) \psi_n(r, E')] / a(t)
\end{aligned} \tag{13}$$

この方程式が、準静近似動特性方程式である。

第3章 空間高調波の反応度成分について

i 次の空間高調波に入る反応度 ρ_i は、

$$\rho_i = \frac{\langle \psi_i^+ L \Phi' \rangle}{\langle \psi_0^+ M \Phi' \rangle} \quad (14)$$

で表される。ここで Φ' は、摂動後の中性子束である。 Φ' を空間高調波で表すと、空間高調波の反応度は、

$$\rho_i(t) = \sum_n \rho_{n,i}(t) \times a_n(t) \quad (15)$$

となるので、 $\rho_{n,i}$ は、 i 次空間高調波に加わる反応度の n 次空間高調波の成分を表している。

(10) 式または (11) 式の解法を考えるために、空間高調波にどの様な反応度 ($\rho_{n,i}$) が入るかを考えておく必要がある。例えば、第 i 次空間高調波には、第 i 次空間高調波の反応度の成分だけ ($\rho_{i,i}$) が大きくて他の成分が無視できる場合、(10) 式は簡単に n 個の 1 点動特性方程式になる。そこで、今回は、簡単な炉心を考え、中心付近に制御棒を入れたとき、空間高調波の反応度成分がどうなるかを調べた。

F i g. 1 に示すような二次元 X Y 体系の炉心を考え、F i g. 1 の A の位置の燃料を制御棒に置き換えたときの反応度を計算した。計算は、エネルギー 1 群で行った。F i g. 1 の炉心の基本モードの空間高調波から 1 4 次の空間高調波までと各々の固有値を改良べき乗法⁽⁴⁾を用いて計算した。基本モードから 1 4 次までの空間高調波を F i g. 2 に示す。また、空間高調波の固有値と固有値間隔を T a b l e 1 に示す。この空間高調波を用いて、燃料が制御棒にステップ上に置換される前の反応度の第 1 次から第 7 次までの成分を T a b l e 2 に、置換された直後の反応度成分を T a b l e 3 に、反応度変化を T a b l e 4 に示す。ここでは、遅発中性子の影響を考えていない。C I T A T I O N コード⁽⁵⁾で制御棒をいれる前の実効増倍率を計算した結果、 k_{eff} は 1. 0 8 1 7 となり、T a b l e 1 の結果の基本モードの固有値と一致した。また、制御棒を挿入状態での k_{eff} は、1. 0 3

4.5であった。よって、このときの反応度変化は、 $0.0436\delta k/k$ である。

Table 2より擾動前では、空間高調波の反応度成分は、ほとんど $n = i$ の成分だけであることが分かる。しかし、Table 3、4より擾動が加わると、 $n = i$ の成分以外も大きくなり、 $n = i$ 以外の空間高調波反応度成分の変化が大きくなるものがあることがわかる。つまり、擾動直後、 $a_n(t)$ は、ほとんど0であるが、時間の経過と共に $a_n(t)$ が大きくなってくると、第n次の空間高調波が第i次の空間高調波の反応度に寄与してくるとおもわれる。

定常状態の解析より、空間高調波の中性子束への寄与の大きさは、反応度の大きさだけではなく空間高調波の固有値間隔にもよることがわかっている。よって、例え空間高調波に同じ反応度が入っても、固有値間隔が大きくなる高次の空間高調波の寄与は大きくない、すなわち、(15)式の $a_n(t)$ が小さいと思われる。

第4章 局所的異常による出力分布の変動

目的

高速炉内で、局所的擾乱などの炉心異常を炉内中性子検出器を設置することにより診断するためには、各種局所異常に対する中性子束の挙動、出力分布の変動の伝播などに対する知見を得ておく必要がある。特に大型炉では制御棒引き抜き、冷却材ボイドの発生により局所的な出力分布の歪みは大きい。また、均質炉心と非均質炉心での中性子の空間的結合性の違いなども影響している。そこで今回、第一段階として均質炉心にZPPR-9、径方向非均質炉心にZPPR-13Aを選び、各種局所異常における出力分布の変動がどの様になるか調べた。

計算手法

局所異常としては、ZPPR-9では、燃料領域、ブランケット領域に計5ヶ所、ZPPR-13Aで同じく計7ヶ所を設けその局所領域内の ^{238}U 捕獲断面積を全エネルギー群にわたって10%増加させた。それらの炉心内での位置をFig.3, Fig.4に示す。計算は7群の三次元拡散計算(CITATIONコード)で行い、局所異常の前後での出力分布を比較検討した。なお計算に用いた7群の群構造をTable 5に示す。なお、Fig.3、Fig.4はXY平面上の対称な1/4炉心を示しており、実際には局所異常の位置は全体で対称的に4ヶ所入っていることになる。なお、出力は、全体で一定になるように規格化されている。

計算結果

計算結果は、出力分布の%差で等高線によりFig.5~Fig.16に示されている。燃料領域と、ブランケット領域とでは、ブランケット領域の方が、変動の伝播範囲は小さい。例

えば、Fig.5 と Fig.10 で、同じ中心での擾乱は、炉中心が燃料である Z P P R - 9 の方が Z P P R - 13 A に比べ、より遠くまで伝わっている。また、外側炉心内の変動の伝播には、Single Fuel Column と Double Fuel Column との干渉効果による歪みが生じている (Fig.7,12,14,15 参照)。また、等高線の歪みの度合は非均質炉心の方がやや大きい。局所異常が中心に近い時には、局所点から見て中心方向に、外側に近いときには外側に伝播しやすくなっている。伝播の形状は、Z P P R - 9 と Z P P R - 13 A では似ていて、同心円または橢円状で、異常箇所を中心としたもの以外に閉じた曲線はみられない。しかし、これは、計算を 1/4 対称としたため幾何学的に均等となつた可能性があり、対称でない場合も検討する必要がある。

第5章 今後の予定

導出した空間高調波を用いた動特性方程式を解く方法を開発する。また、この方法を用いるためには、炉心の空間高調波を必要とするので効率の良い空間高調波の計算手法も開発する必要がある。

参考文献

- (1) K. Ott and J. Madell, Quasistatic Treatment of Spatial Phenomena in Reactor Dynamics, Nucl. Sci. Eng., 26, 563(1966).
- (2) R.A. SHOBER et al., FX2-TH : A two-dimensional nuclear reactor kinetics code with thermal-hydraulic feedback, ANL-78-97, (1978).
- (3) M. Konomura et al., Development of Three-Dimensional Space Dependent Kinetics Code IBIS and Analysis of Transient Behavior of LMFBR Cores, J. Nucl. Sci. Technol., 22[10], 788(1985).
- (4) 島崎、”プラント動特性・制御における固有値問題を解くための改良べき乗法”、JAERI-M 82-083(1982).
- (5) T.B. FOWLER et al., Nuclear reactor core analysis code : CITATION, ORNL-TM-2496, (1969).

Table 1 Eigenvalue and Eigenvalue Separation

Mode Number	Eigenvalue	Eigenvalue Separation *
0	1.08170	-
1	0.80860	0.31223
2	0.80860	0.31223
3	0.62650	0.67169
4	0.57721	0.80800
5	0.55499	0.87736
6	0.46041	1.24750
7	0.46041	1.24750
8	0.39621	1.59944
9	0.39621	1.59944
10	0.35526	1.89036
11	0.35446	1.89672
12	0.31689	2.23119
13	0.29277	2.49117
14	0.28563	2.57656

* ;Eigenvalue Separation = $1/\lambda_n - 1/\lambda_0$

Table 2 Reactivity before Control Rod Insertion in Point A

Mode Number	0	1	2	3	4	5	6	7	Mode Number
0	4.3E-02	-6.5E-18	-4.6E-18	-1.2E-18	-3.5E-16	-6.9E-02	7.0E-13	2.7E-12	
1	-2.3E-18	1.0E-01	-2.5E-18	-7.7E-18	-1.3E-19	-9.3E-18	-6.2E-03	1.6E-13	
2	-2.2E-18	2.5E-18	1.0E-01	-1.1E-17	5.7E-19	3.3E-18	-8.1E-17	-6.2E-03	
3	-3.3E-19	-4.3E-18	-1.0E-18	1.3E-01	-1.2E-18	-1.4E-18	-5.4E-13	1.7E-12	
4	3.1E-18	-2.6E-18	-2.2E-18	-1.3E-18	2.3E-01	-1.2E-16	-7.4E-18	1.5E-17	
5	-6.9E-02	-1.2E-18	-1.2E-18	-1.3E-18	-4.6E-17	2.0E-01	-2.0E-13	-3.9E-13	
6	1.9E-14	-6.2E-03	-1.9E-18	-1.0E-13	-7.7E-19	-1.0E-13	2.5E-01	4.3E-14	
7	5.0E-14	-9.2E-14	-6.2E-03	2.8E-13	-6.2E-03	-2.4E-13	4.3E-13	2.5E-01	

Table 3 Reactivity after Control Rod Insertion in Point A

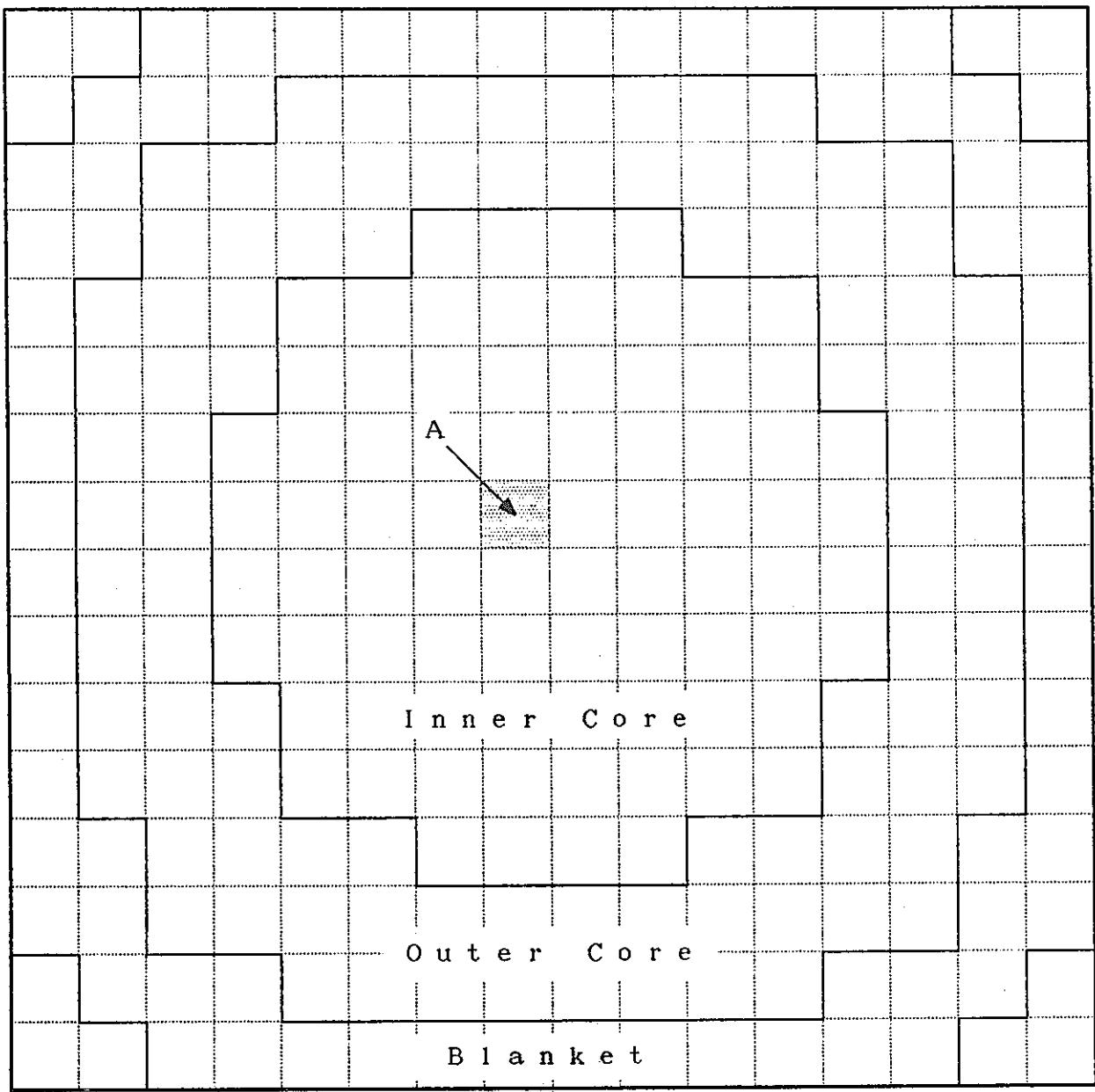
Mode Number	Mode Number							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	-6.8E-02	3.3E-02	2.2E-18	-5.2E-03	4.3E-16	-2.7E-01	2.4E-02	2.4E-13
1	3.2E-02	1.0E-01	-4.7E-18	5.0E-04	-2.6E-16	5.5E-02	-1.1E-02	9.3E-13
2	4.4E-18	-4.7E-18	1.1E-01	-1.1E-17	1.1E-03	7.6E-18	-1.0E-17	-4.3E-03
3	-4.8E-03	4.3E-04	-8.7E-19	1.4E-01	4.3E-17	-8.4E-03	4.5E-04	1.8E-12
4	7.3E-16	-2.5E-16	1.1E-03	4.2E-17	2.5E-01	1.0E-15	-1.8E-16	8.9E-04
5	-2.4E-01	5.1E-02	9.3E-18	-8.2E-03	1.1E-15	-6.6E-02	3.7E-02	-4.5E-12
6	2.0E-02	-1.0E-02	-3.4E-18	3.8E-04	-1.7E-16	3.5E-02	2.8E-01	5.3E-13
7	-2.2E-12	6.6E-13	-4.3E-03	2.0E-13	8.9E-04	-4.1E-12	5.3E-13	2.8E-01

Table 4 Reactivity Change due to Control Rod Insertion in Point A

Mode Number	0	1	2	3	4	5	6	7	Mode Number
0	-1.1E-01	3.3E-02	6.7E-18	5.2E-03	7.8E-16	2.0E-01	2.4E-02	-2.4E-12	
1	3.2E-02	4.0E-03	2.2E-18	5.0E-04	-2.6E-16	5.5E-02	-5.5E-03	7.7E-13	
2	6.6E-18	-2.2E-18	1.3E-02	-6.1E-19	1.1E-03	1.0E-17	-2.3E-18	-1.8E-03	
3	-4.8E-03	4.3E-04	1.9E-19	1.3E-02	4.4E-17	-8.4E-03	4.5E-04	6.2E-14	
4	7.3E-16	-2.4E-16	1.1E-03	4.4E-17	2.3E-02	1.2E-15	-1.7E-16	8.9E-04	
5	-1.8E-01	5.1E-02	1.0E-17	-8.2E-03	1.2E-15	-2.6E-01	3.7E-02	-4.1E-12	
6	2.0E-02	-4.7E-03	-1.4E-18	3.8E-04	-1.6E-16	3.5E-02	2.2E-02	4.9E-13	
7	-2.3E-12	6.6E-13	-1.8E-03	7.6E-14	8.9E-04	-3.9E-12	4.9E-13	2.7E-02	

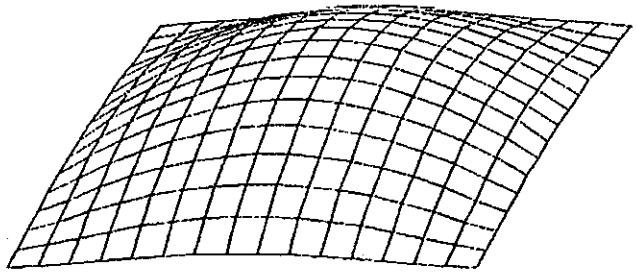
Table 5 7 group energy structure

Group	upper energy	lower energy
1	10.0 (MeV)	3.6788 (MeV)
2	3.6788	1.3534
3	1.3534	0.086517
4	86.517 (keV)	9.1188 (keV)
5	9.1188	0.96112
6	961.12 (eV)	101.30 (eV)
7	101.30	10^{-5}

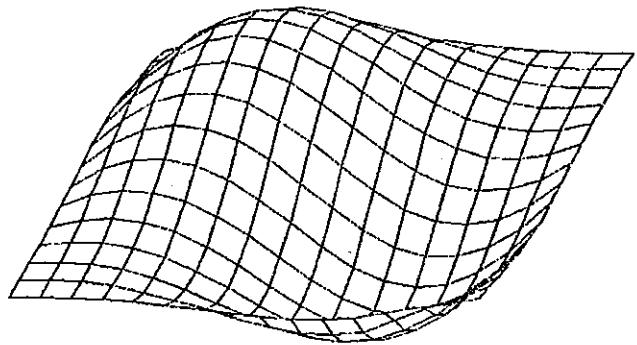


1 m e s h = 8 cm

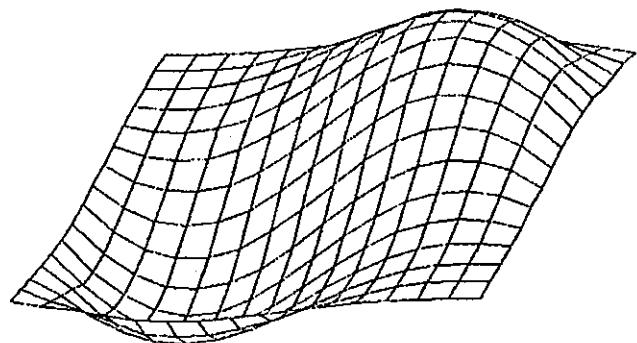
Fig. 1 Calculational Model



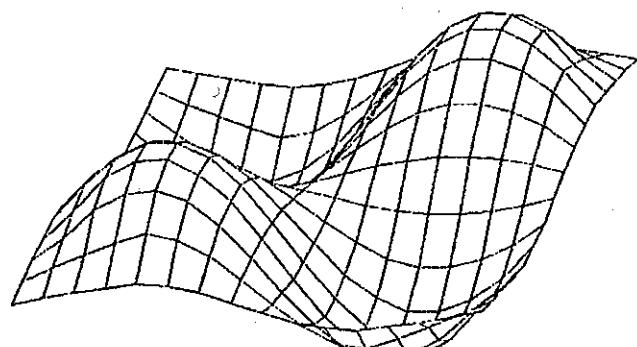
Fundamental Mode



1st Harmonic Mode

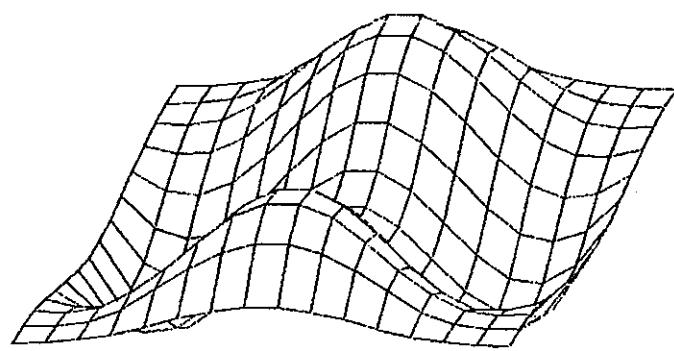


2nd Harmonic Mode

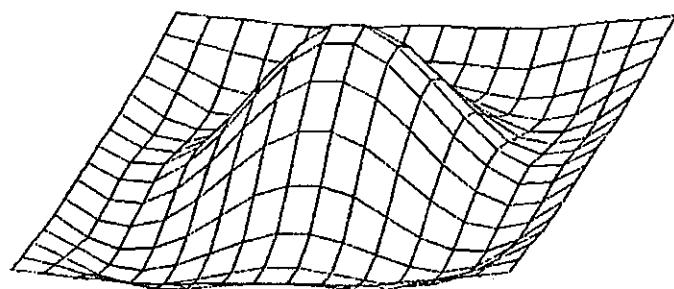


3rd Harmonic Mode

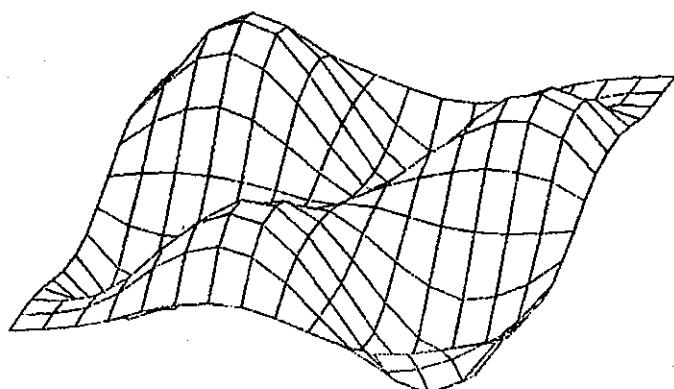
Fig. 2 Fundamental and the 1st~14th Harmonic Modes.



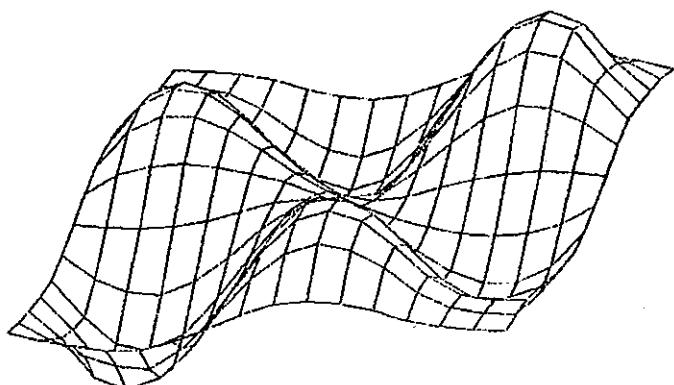
4th Harmonic Mode



5th Harmonic Mode

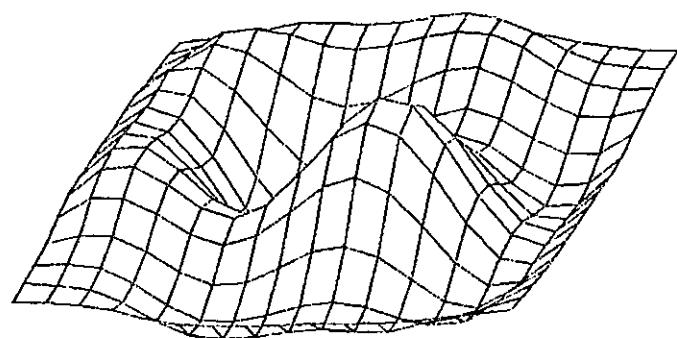


6th Harmonic Mode

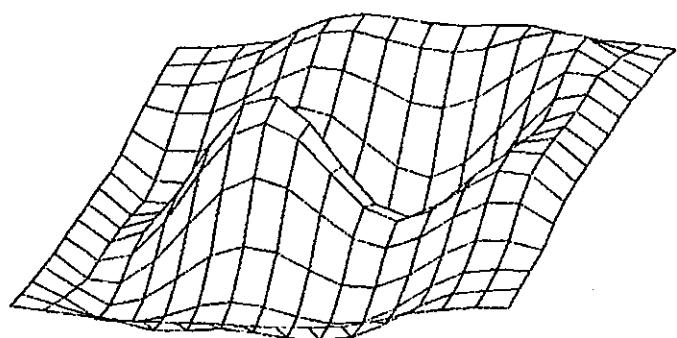


7th Harmonic Mode

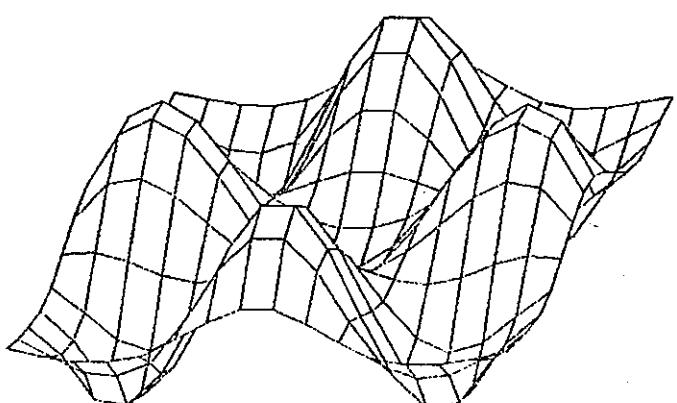
Fig. 2 Continue



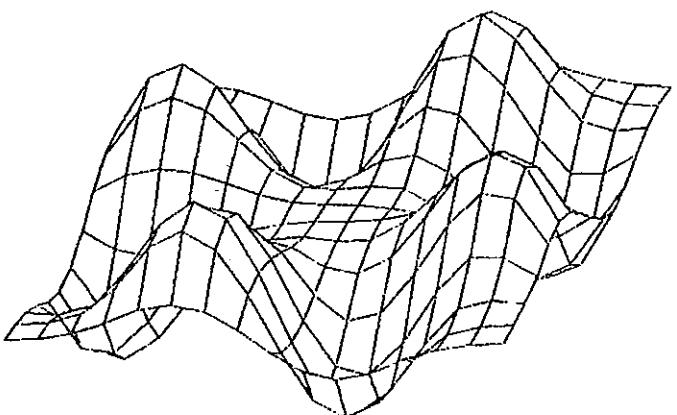
8th Harmonic Mode



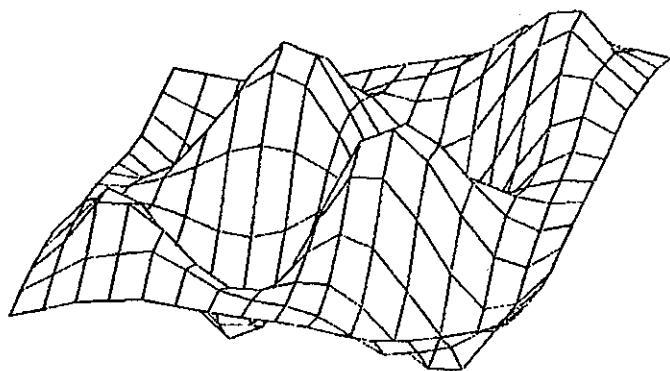
9th Harmonic Mode



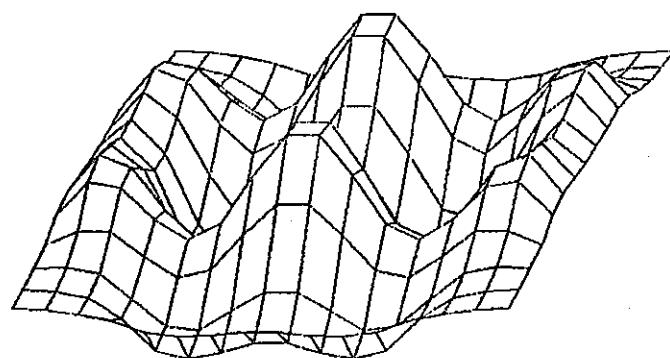
10th Harmonic Mode



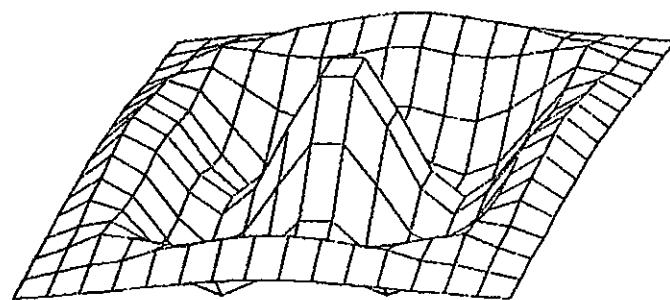
11th Harmonic Mode



12th Harmonic Mode

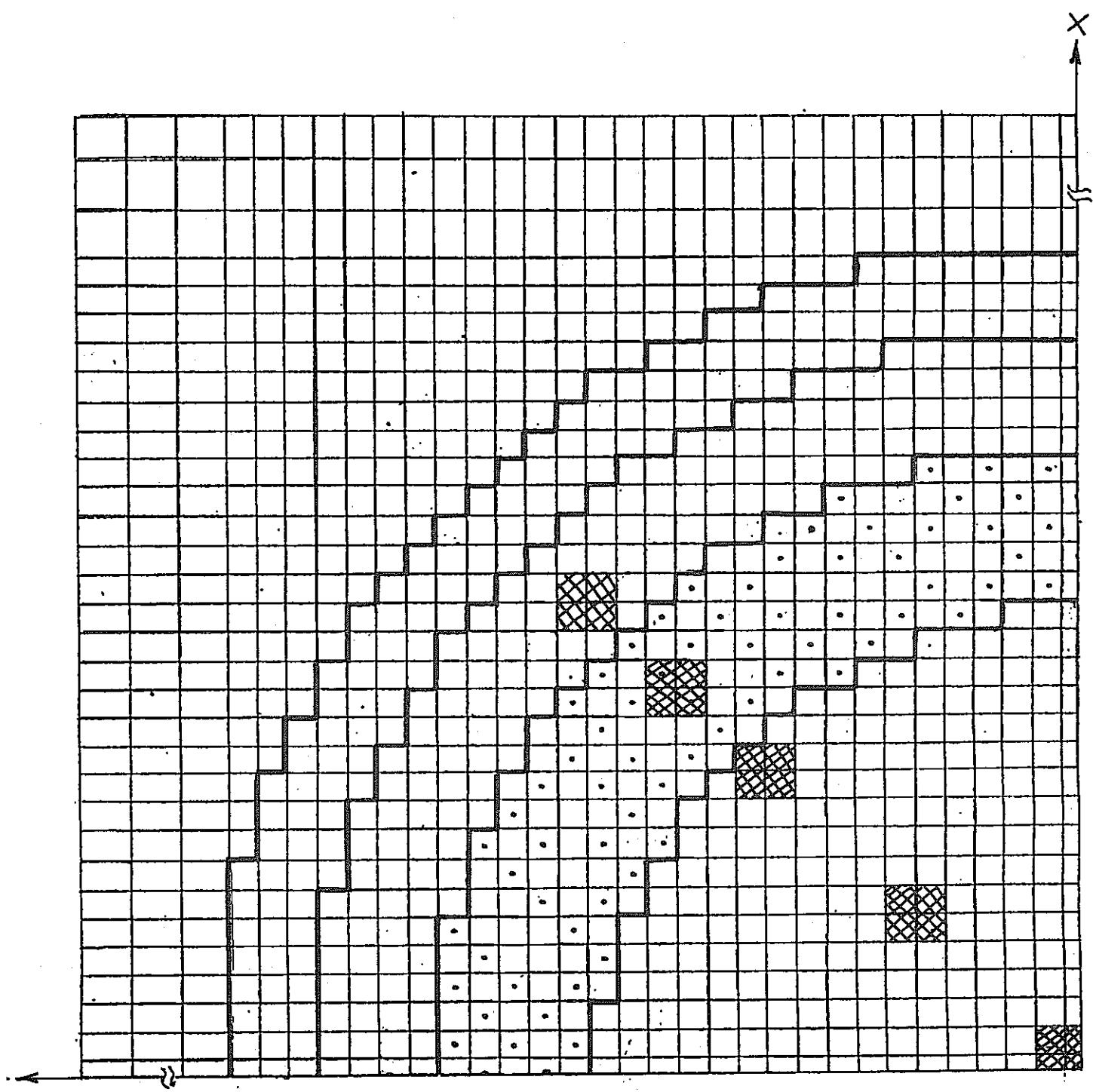


13th Harmonic Mode



14th Harmonic Mode

Fig. 2 Continue

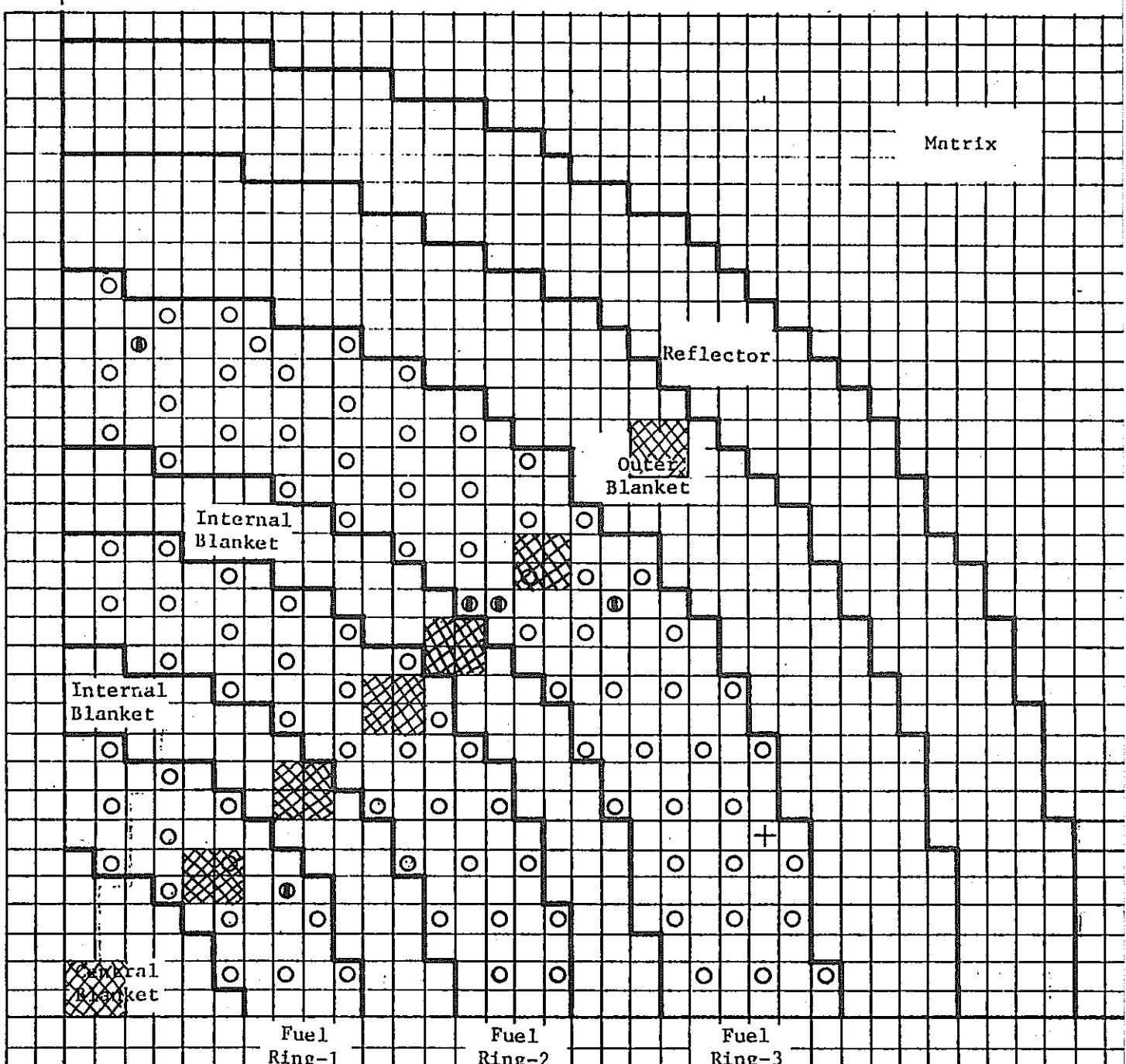


The Cross Section Changed Region



Double Fuel Column

Fig.3 The Cross Section Canged Regions in ZPPR-9



○ Single Column Fuel Drawer

● Single Column Fuel - Poison Safety Rod

+ Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.



The Cross Section Changed Region

Fig.4 The Cross Section Changed Regions in ZPPR-13A

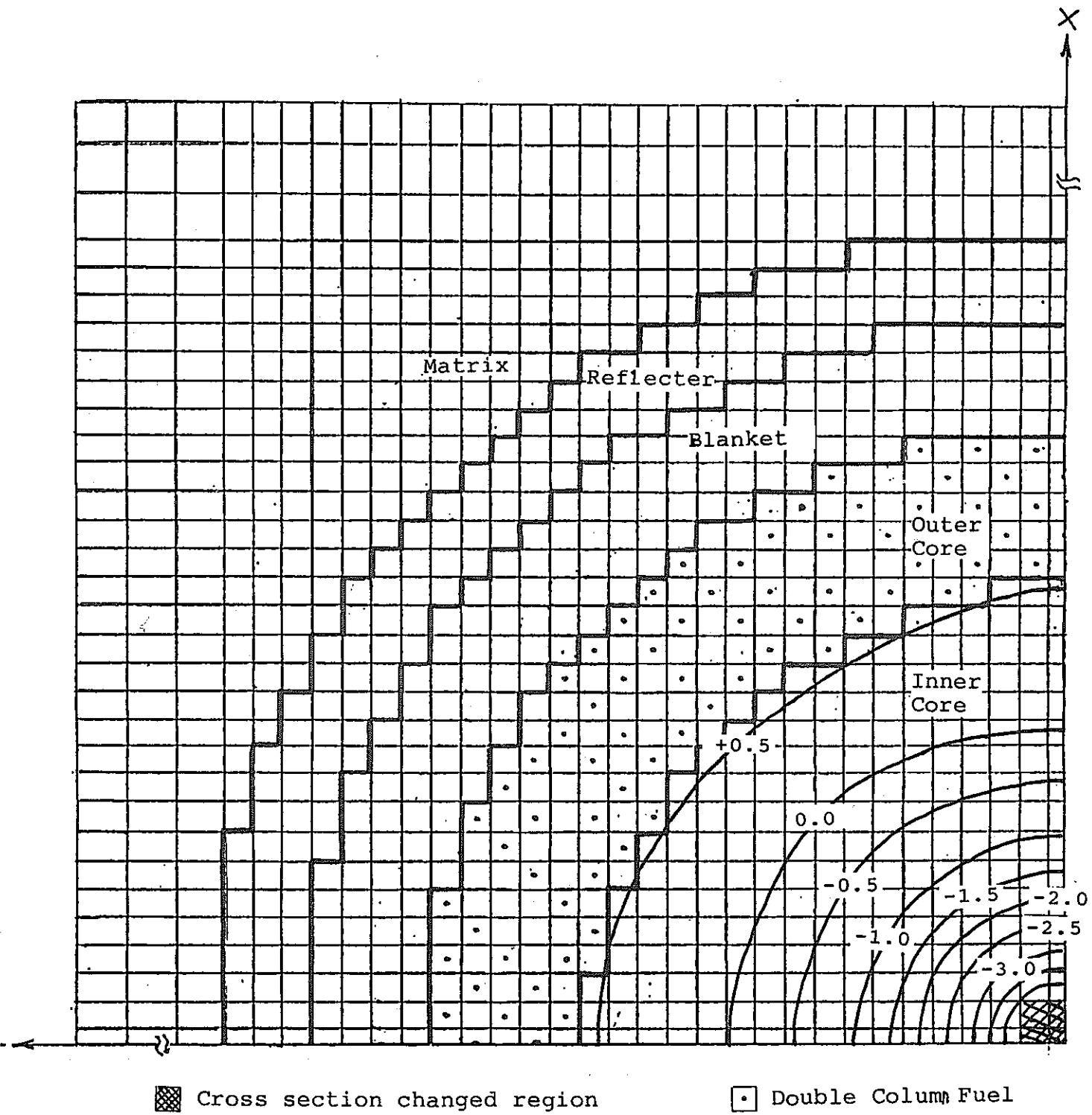


Fig. 5 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9

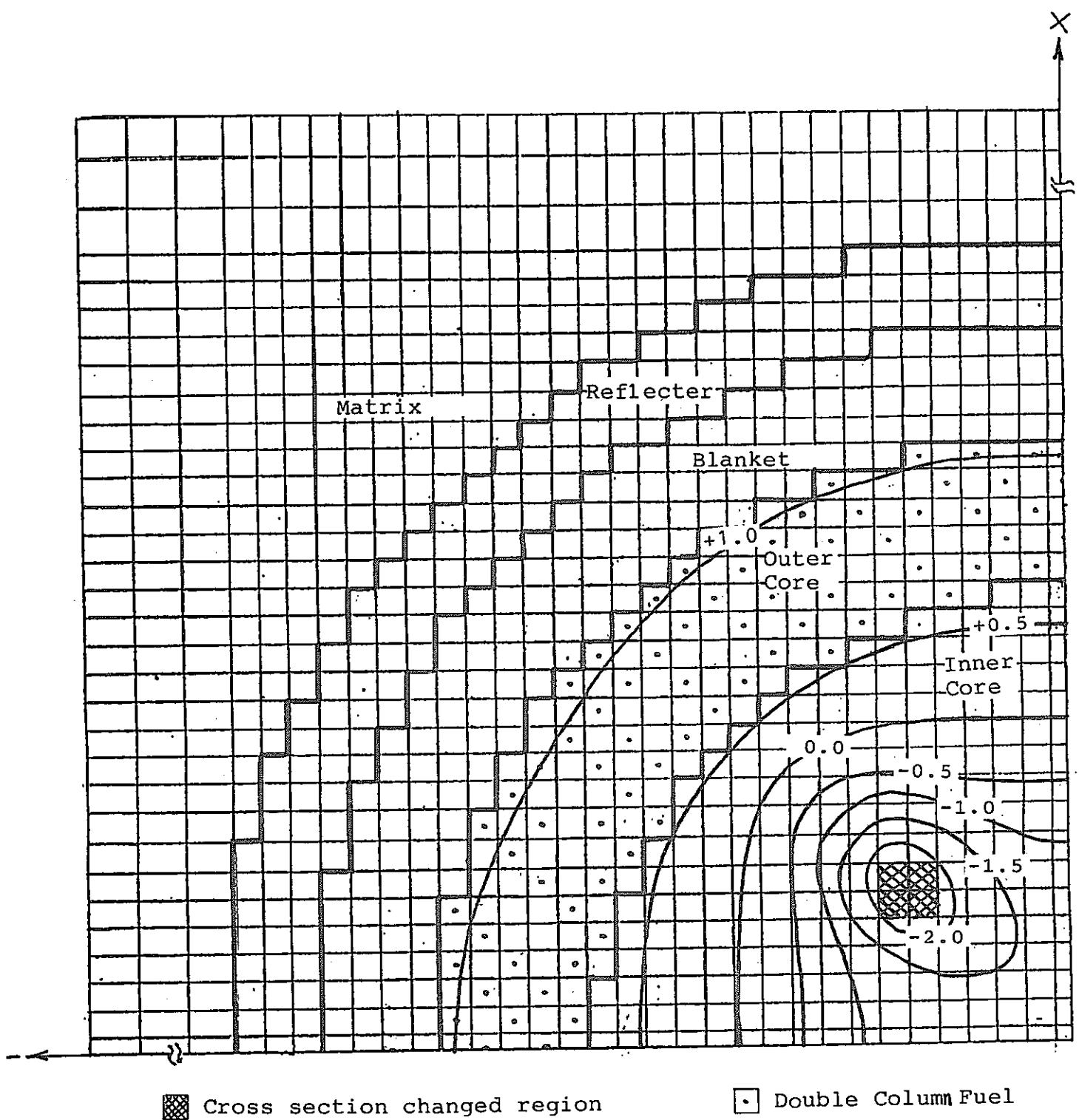


Fig. 6 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9

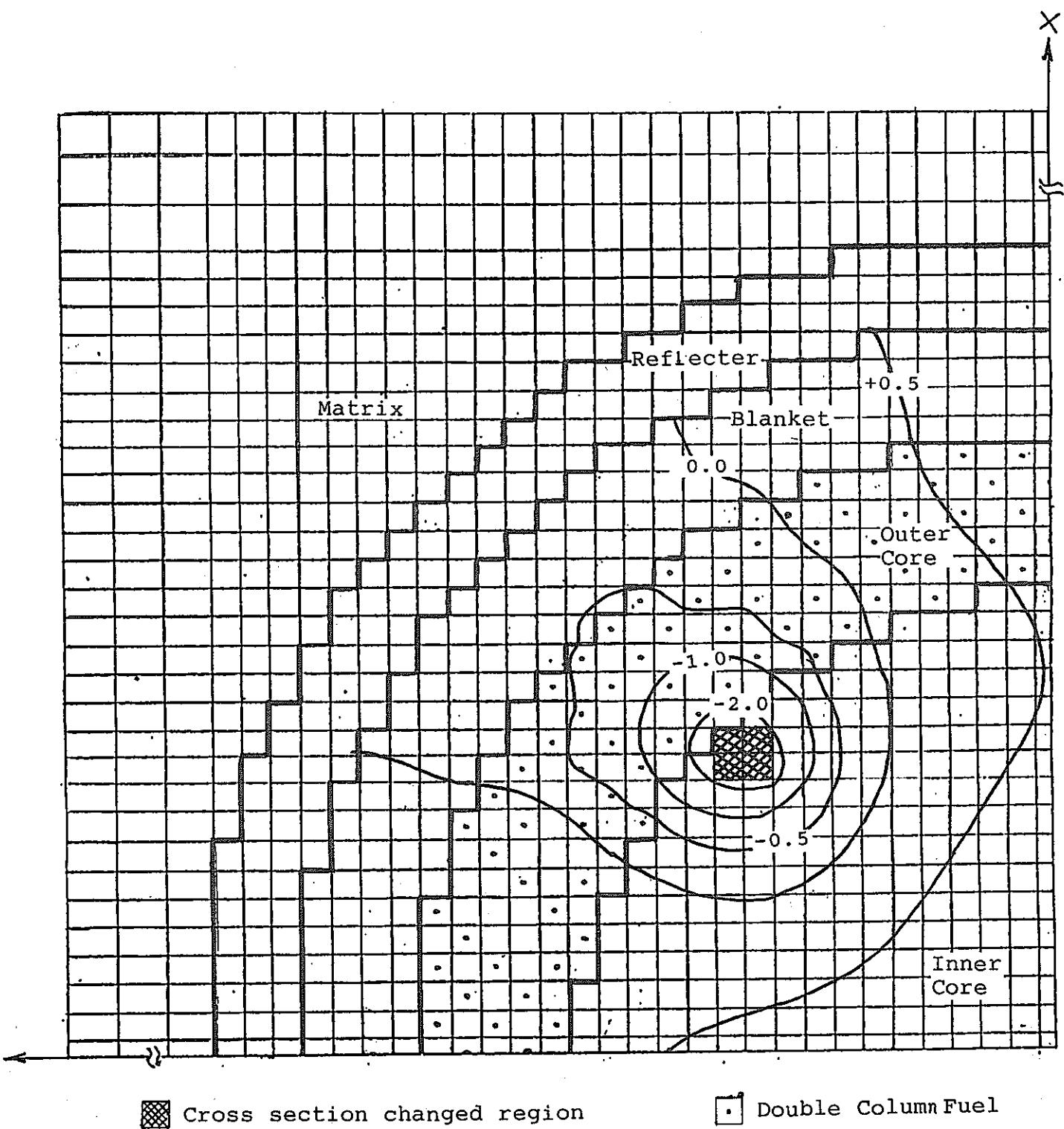


Fig. 7 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9

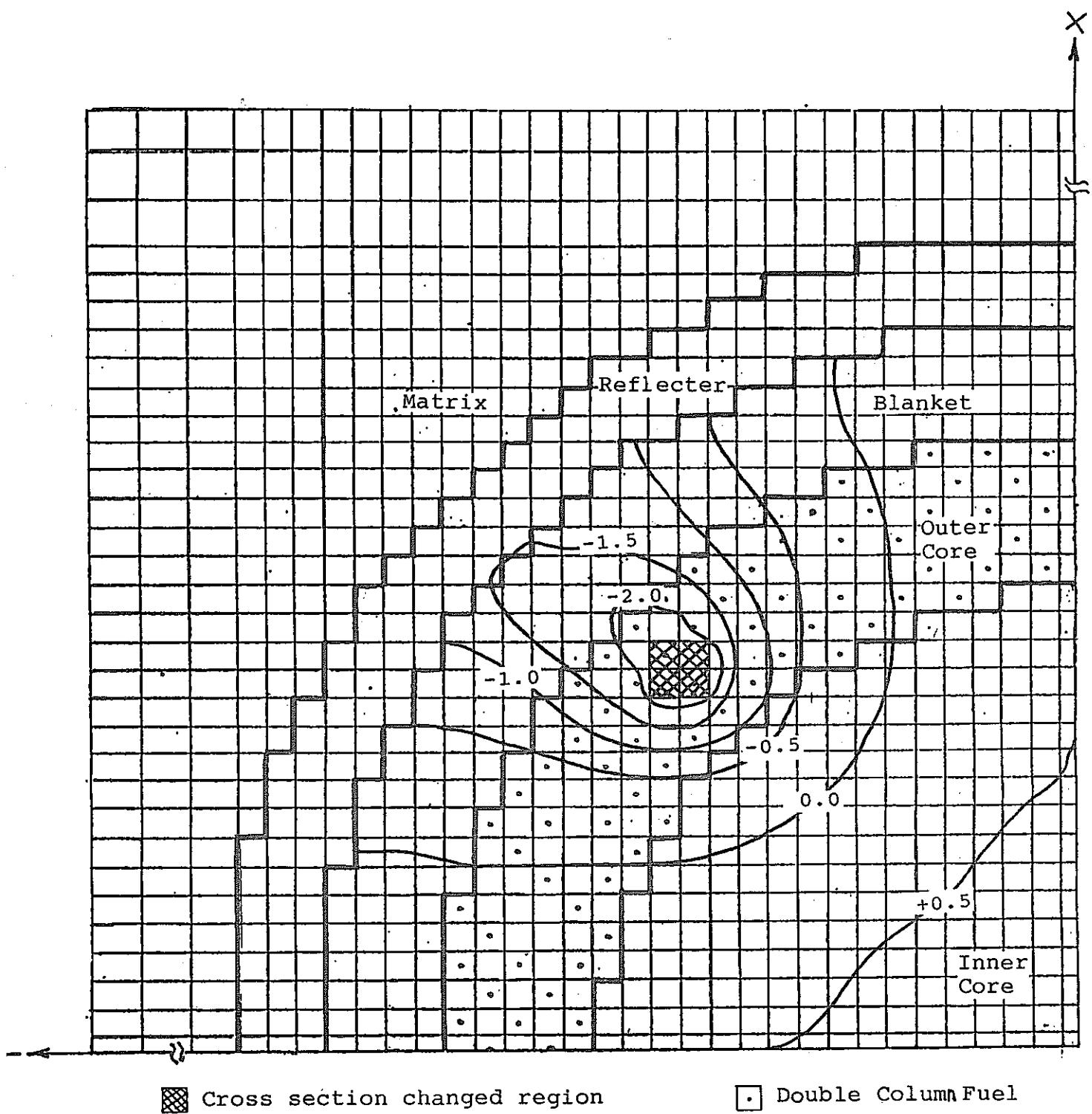


Fig. 8 Calculated percent change in power distributions,
when ^{238}U capture cross section becomes 10% up
for all energy group in ZPPR-9

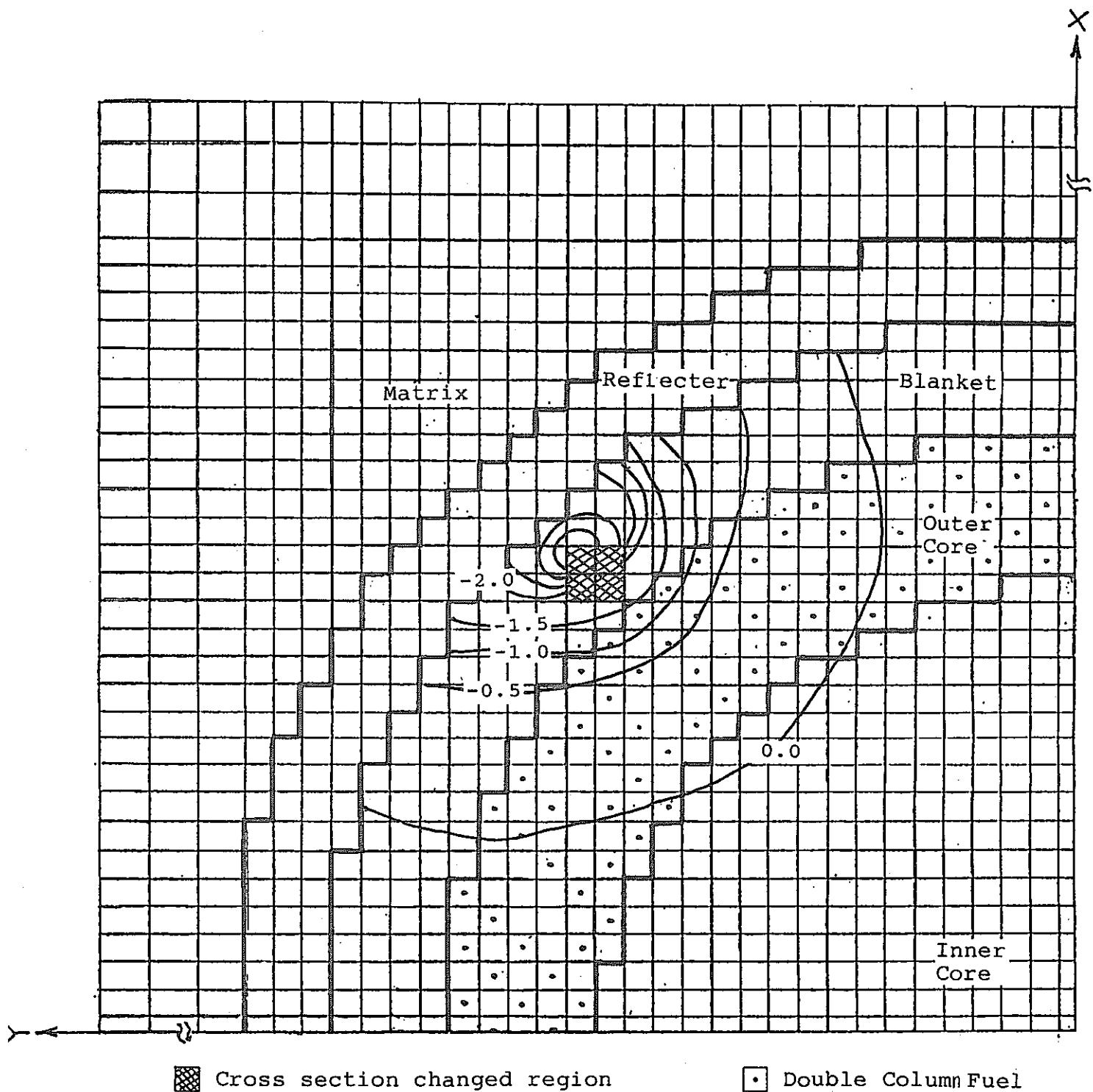
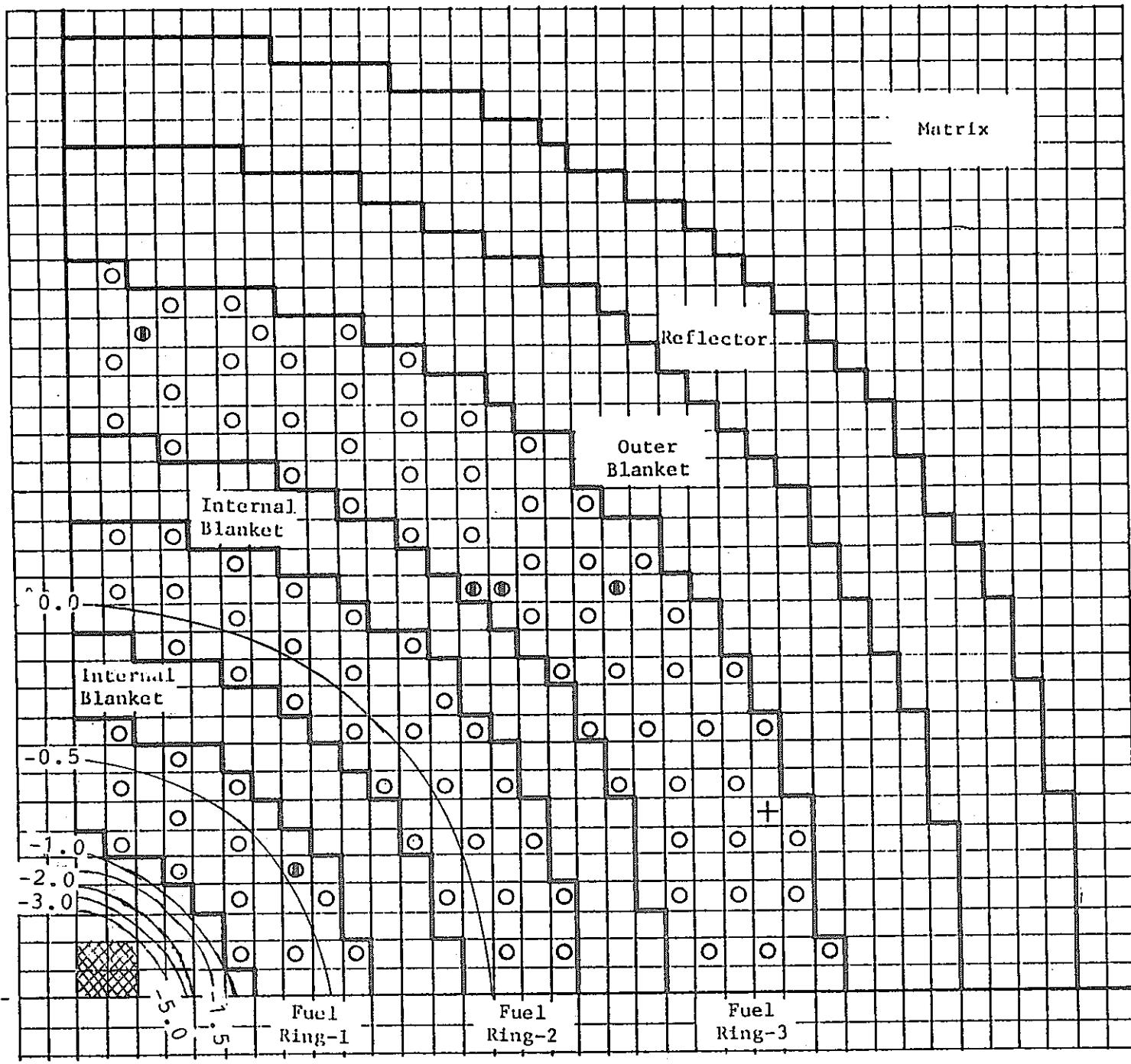


Fig. 9 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-9



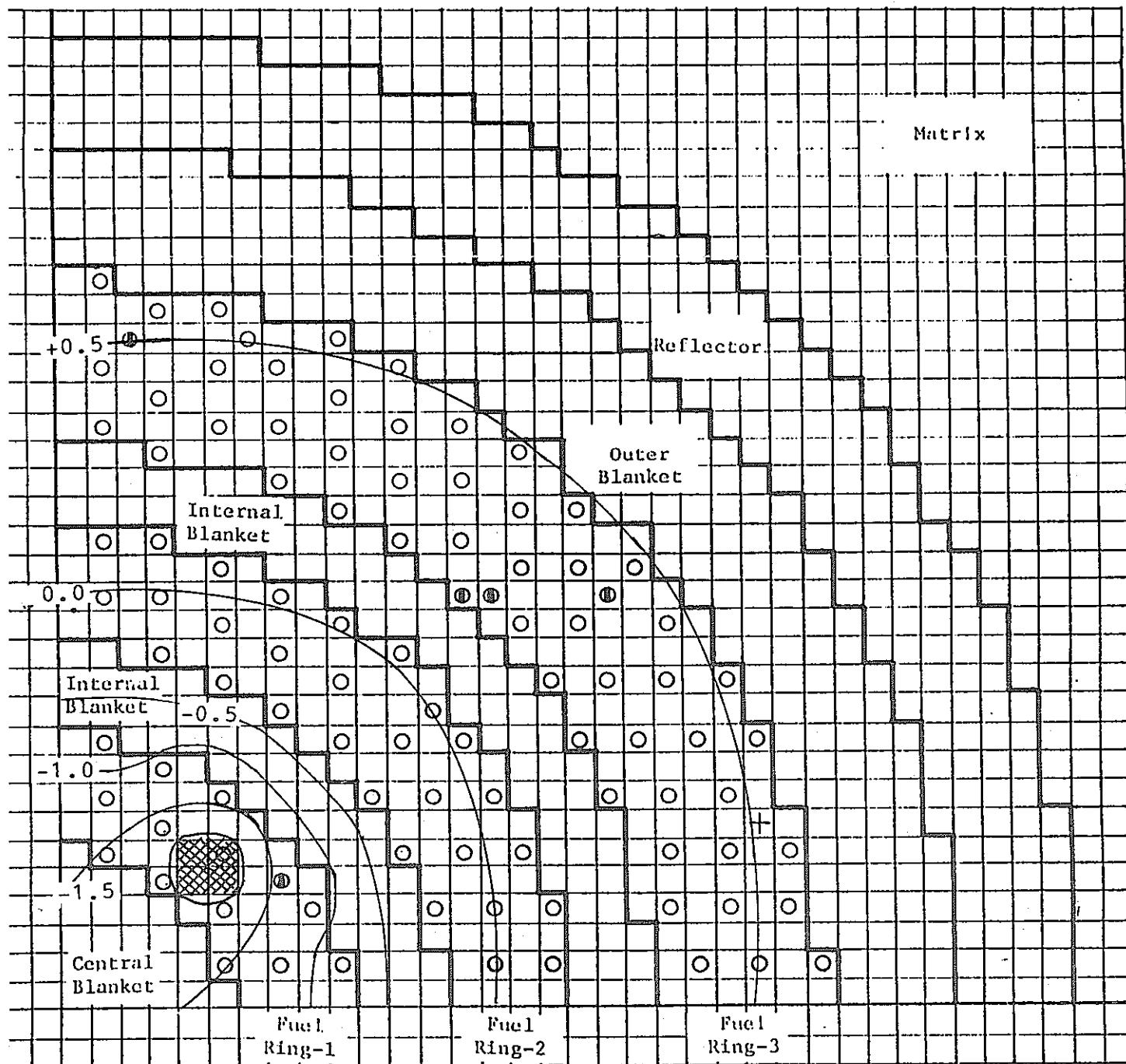
I Single Column Fuel Drawer

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Fig. 10 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A



I Single Column Fuel Drawer

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Fig. 11 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A



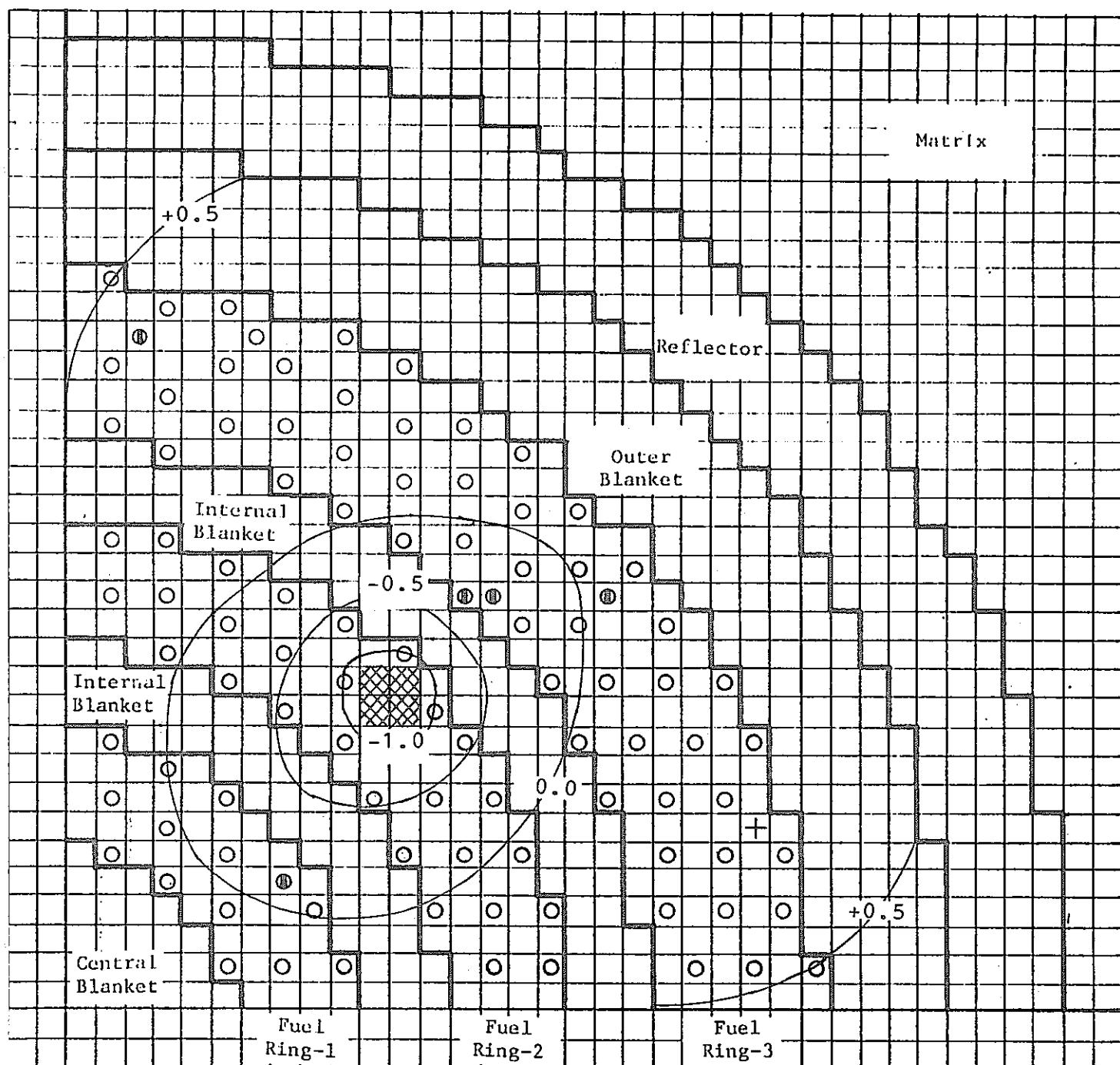
Single Column Fuel Drawer

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Fig. 12 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A



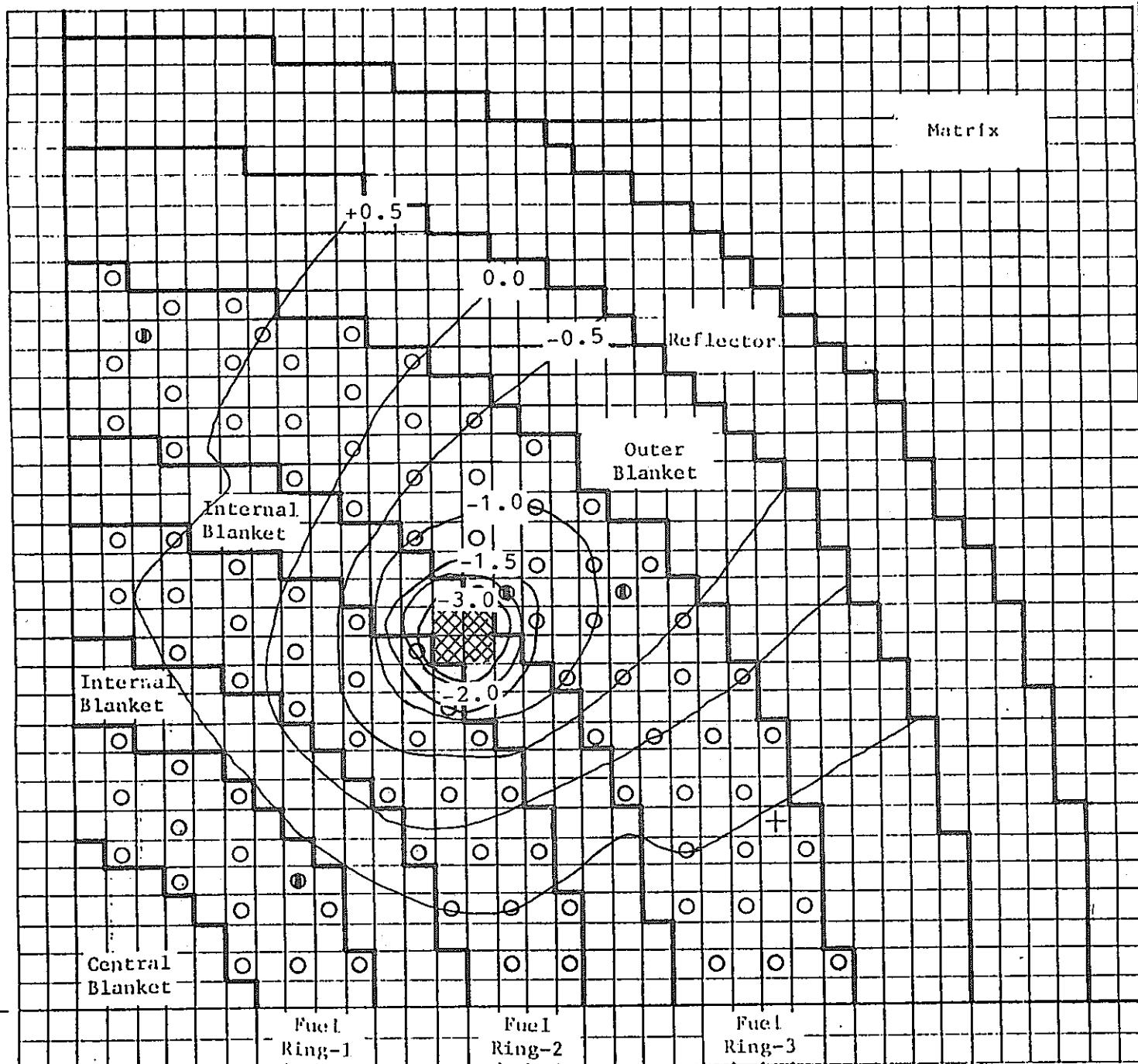
Single Column Fuel Drawer

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Fig. 13 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A



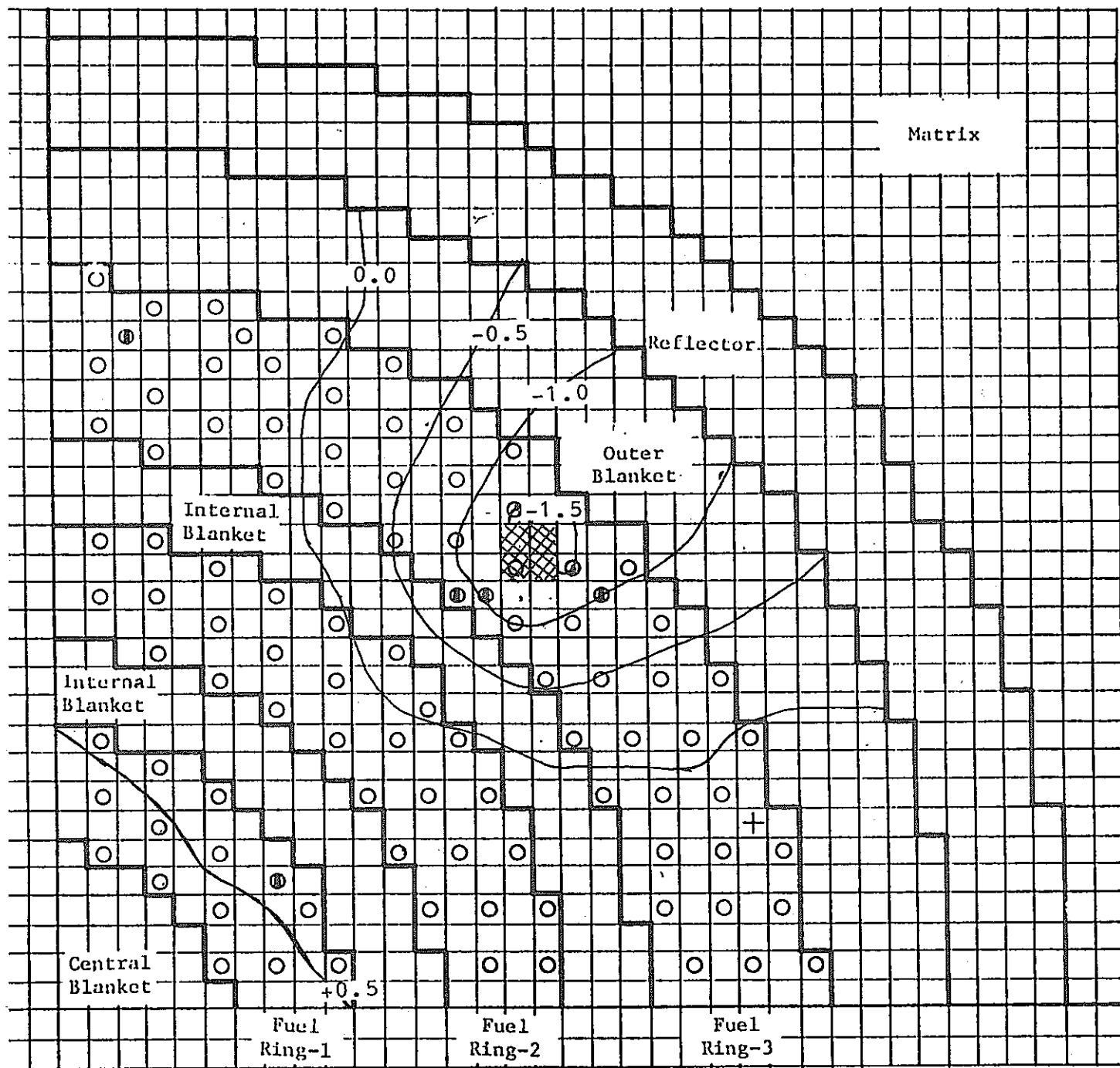
1 Single Column Fuel Drawer

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Fig. 14 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A



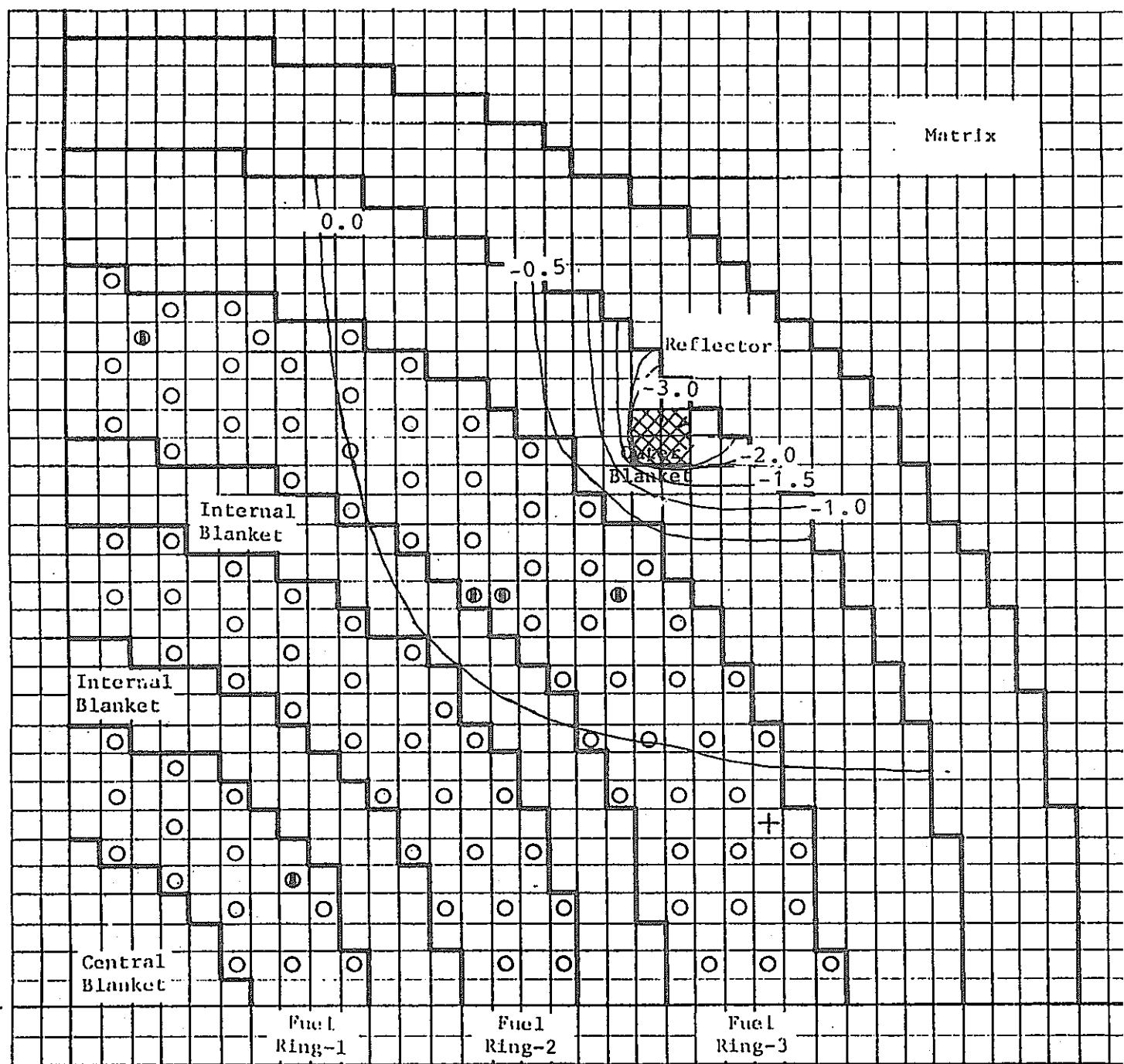
Single Column Fuel Drawer

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Fig. 15 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A



Single Column Fuel Drawer

Single Column Fuel - Poison Safety Rod

Cross section changed region

Replace with single column fuel drawer for subcritical reference for control rod experiments.

Fig. 16 Calculated percent change in power distributions, when ^{238}U capture cross section becomes 10% up for all energy group in ZPPR-13A

第 II 部

臨界データによる実機炉心特性の

精度評価

目次

第1章 はじめに

第2章 不確かさ評価のための方法

- 2. 1 バイアス因子法
- 2. 2 断面積アジャストメント法
- 2. 3 アジャストメントーバイアス合成法

第3章 予測精度評価法の適用

- 3. 1 計算方法
- 3. 2 断面積アジャストメントの結果
- 3. 3 三方法の実機大型炉への適用

第4章 結論

List of Tables

- Table 1 Uncertainty of Neutronics Parameters due to Method Error and Experimental Error
- Table 2 Cross Sections Used for Adjustment
- Table 3 Representative C/E of Core Performance Parameters Before and After Adjustment
- Table 4 Element-Wise Contribution to the C/E Change due to Adjustment(%)
- Table 5 Prediction Uncertainty of Core Performance Parameters of a Target 1000MWe FBR
- Table 6 Element-wise Contribution to Prediction Uncertainty of k_{eff} of a Target 1000MWe FBR
- Table 7 Element-wise Contribution to Prediction Uncertainty of Control Rod Worth at Center Rod of a Target 1000MWe FBR
- Table 8 Sensitivity Coefficient of Control Rod Worth with Respect to Diffusion Coefficient in a Target 1000MWe LMFBR

1. はじめに

大型高速炉の設計においては、その核特性量予測の不確かさを減少することが望まれる。このため種々の臨界実験及びその解析が行われている。これらの努力により核特性予測精度の向上のための貴重な情報が蓄積されてきた。しかしながら、核特性予測の不確かさの定量的な評価は行われていなかった。本報告書ではまず予測精度の評価に当たり用いた積分データを示す。次に 1000 MW_e 級の大型高速炉¹ の重要な核特性量の予測の不確かさの評価を行う。今回はこの不確かさ評価のためにバイアス因子法¹、断面積アジャストメント法^{2・3} 及びそれらを組み合わせたアジャストメントーバイアス合成法⁴ の 3 つの方法を用いた。

バイアス因子法は、核特性量の実験値と計算値の比（バイアス因子）をモックアップ実験で評価し、これによって実機高速炉の核特性量計算値を補正する方法である。この方法の特徴は非常に簡単なことでありモックアップ実験をうまく行うことにより非常によい精度を得ることができる。その反面、燃焼特性はモックアップ実験では測定することができず、炉心の設計変更があった場合には新たなモックアップ実験が必要になる。

断面積アジャストメント法は、バイアス因子法に比べて広い範囲の積分データを取り扱うことができ、かつ実機炉心の信頼性の高い予測値を得ることができる。現在、臨界実験と実機の解析手法に違いがあり、このため断面積アジャストメント法を行う場合にはこれらの違いを考慮しなければならない。実機核特性をこの方法を用いて予測する場合にその予測精度には限界がある。これは、断面積アジャストメント法に用いる実験値や計算値の誤差が存在するためである。

アジャストメントーバイアス合成法は断面積アジャストメント法とバイアス因子法を組合せた方法である。まずベンチマーク実験の結果を用いて断面積アジャストメントを行い、この断面積を用いてモックアップ実験の解析を行い実機設計のためのバイアス因子を得る。この方法は目的とする実機原子炉の特性（炉心寸法、Pu 富化度と同位体組成、制御棒配置）をバイアス因子を用いて直接考慮することができ、かつ断面積アジャストメントにより断面積の不確かさが減少するので高い予測精度が期待できる。

2. 不確かさ評価のための方法

ここでは、断面積アジャストメント法、バイアス因子法及びアジャストメント-バイアス合成法についての核特性予測の不確かさについての式を示し、いくつかの場合でこれらの有効性を式の上で比較検討する。

2. 1 バイアス因子法

バイアス因子法はモックアップ実験の解析により得られた実験値と計算値の比 ($R_e^{(1)} / R_c^{(1)}$ 、バイアス因子) を用いて実機核特性計算値 $R_c^{(2)}$ を補正する方法である。添字 1 はモックアップ炉心を示し、添字 2 は実機を示す。補正後の実機の計算値 $R_c^{(2)}$ は、

$$R_c^{(2)} = R_c^{(2)} \cdot R_e^{(1)} / R_c^{(1)} \quad (c: \text{corrected}) \quad (1)$$

で表すことができる。 $R_c^{(1)}$ と $R_c^{(2)}$ は断面積の不確かさと解析手法の不確かさによる誤差を持っている。ここで、断面積セットを T、その誤差を ΔT 、核特性量 $R_c^{(1)}$ についての感度係数を $G^{(i)}$ と表すと断面積の不確かさによる核特性量 $R_c^{(1)}$ の変化は $G^{(i)} \Delta T$ で表すことができる。また、核特性量 $R_c^{(1)}$ の解析手法の誤差を $\Delta M^{(i)}$ で表す。もし、断面積と手法の誤差の相関が無視できると考えれば核特性量 $R_c^{(1)}$ は、

$$R_c^{(1)} = R_{co}^{(i)} + \Delta M^{(i)} + G^{(i)} \Delta T \quad (2)$$

で表せる。ここで、 $R_{co}^{(i)}$ は核特性量の真値を表す。

感度係数はモックアップ体系と実機体系では炉心寸法や炉心構成の違いがあるため異なる。同様に計算手法も異なったものが使われるので計算誤差も異なったものになる。

モックアップ実験の実験誤差を $\Delta E^{(1)}$ とすると第一近似では

$$R e^{(1)} = R eo^{(1)} + \Delta E^{(1)} \quad (3)$$

となる。ここで、 $R eo^{(1)}$ は実験値の真値で $R eo^{(1)} = R co^{(1)}$ である。これらを用いて(1)式を書き直すと

$$\begin{aligned} R c^{(2)} &= R co^{(2)} + (\Delta E^{(2)} - \Delta E^{(1)}) \\ &\quad + (G^{(2)} - G^{(1)}) \Delta T + \Delta E^{(1)} \end{aligned} \quad (4)$$

のようになる。

ここで、計算手法の誤差、断面積誤差および実験誤差が互いに独立であるとする。このとき、 $R c^{(2)}$ の分散は次の式(5)で与えられる。

$$V(R c^{(2)}) = V(\Delta M^{(2)} - \Delta M^{(1)}) + \Delta G W \Delta G^t + V e^{(1)} \quad (5)$$

ここで、 $V(\Delta M^{(2)} - \Delta M^{(1)})$ はモックアップと実機の計算手法の誤差の違いの分散、 $\Delta G = G^{(2)} - G^{(1)}$ 、Wは断面積の共分散行列、 $V e^{(1)}$ は測定データの標準偏差を示し、 t はベクトルの転置を表わしている。

積分データを用いなかった場合の実機の予測誤差は次の式(6)で表わすことができる。

$$V(R c^{(2)}) = V(\Delta M^{(2)}) + G^{(2)} W G^{(2)t} \quad (6)$$

これは式(2)から容易に得ることができる。

バイアス因子法では、式(5)のモックアップと実機の計算手法の誤差のうち同じ性質のものは互いに打ち消し合う。断面積誤差による不確かさは二つの体系の感度係数の差の2乗に比例する。2つの体系の感度係数が近い場合は予測誤差

の総和は小さくなる。この効果は式(6)にはないものである。

2. 2 断面積アジャストメント法

断面積アジャストメントに計算手法の不確かさを考慮した手法を用いた⁽¹⁾。ベイズの定理に基づき、式(7)のベンチマーク炉心の核特性量実験値が与えられたときに断面積が真値を持つ確率が最大になるように調整する。

$$P(T:Re^{(1)}) = P(Re^{(1)}:T) \cdot P(T) / P(Re^{(1)}) \quad (7)$$

$P(T)$ は断面積セット T が真値である確率であり、次のように仮定する。

$$P(T) \propto \exp [- (T - T_0)^t W^{-1} (T - T_0) / 2] \quad (8)$$

ここで、 T_0 は断面積セット。 $P(Re^{(1)}:T)$ は断面積 T が与えられたときの実験値 $Re^{(1)}$ が真値を持つ確率とする。核特性量実験値 $Re^{(1)}$ は断面積 T で計算した計算値 $Rc^{(1)}(T)$ のまわりに $Ve^{(1)} + Vm^{(1)}$ の分散で分布していると仮定する。これらの $Ve^{(1)}$ 、 $Vm^{(1)}$ はそれぞれ実験誤差と計算誤差の分散を表す。これらより $P(Re^{(1)}:T)$ は次の式(9)になる。

$$\begin{aligned} P(T:Re^{(1)}) &\propto \exp [- (Re^{(1)} - Rc^{(1)}(T))^t (Ve^{(1)} + Vm^{(1)})^{-1} \\ &\quad \times (Re^{(1)} - Rc^{(1)}(T)) / 2] \end{aligned} \quad (9)$$

$P(T:Re^{(1)})$ を最大にするために、式(7)～(9)より得られた次の式(10)で表される関数を最小にすることが必要である。

$$\begin{aligned} J = & (T - T_0)^t W^{-1} (T - T_0) + (Re^{(1)} - Rc^{(1)}(T))^t \\ & \times (Ve^{(1)} + Vm^{(1)})^{-1} (Re^{(1)} - Rc^{(1)}(T)) \end{aligned} \quad (10)$$

核特性量の真値 $R c^{(1)}(T)$ は $R c^{(1)}(T_0)$ と感度係数 $G^{(1)}$ を用いて次の式 (1 1) のように表せる。

$$R c^{(1)}(T) = R c^{(1)}(T_0) + G^{(1)} (T - T_0) \quad (1 1)$$

式 (1 1) を用い J が最小になるように T を決定するとアジャストメント後の断面積は次の式 (1 2) のようになる。

$$\begin{aligned} T &= T_0 + W G^{(1)t} \{ G^{(1)} W G^{(1)t} + V e^{(1)} + V m^{(1)} \}^{-1} \\ &\times \{ R e^{(1)} - R c^{(1)}(T_0) \} \end{aligned} \quad (1 2)$$

アジャストメント後の共分散は次の式 (1 3) で表せる。

$$W^* = W - W G^{(1)t} \{ G^{(1)} W G^{(1)t} + V e^{(1)} + V m^{(1)} \}^{-1} G^{(1)} W \quad (1 3)$$

アジャストメント後の断面積を用いた実機核特性量の計算値は次の式 (1 4) で与えられる。

$$\begin{aligned} R c^{(2)}(T) &= R c^{(2)}(T_0) + G^{(2)} (T - T_0) \\ &= R c^{(2)}(T_0) + G^{(2)} W G^{(1)t} \{ G^{(1)} W G^{(1)t} \\ &+ V e^{(1)} + V m^{(1)} \}^{-1} \cdot \{ R e^{(1)} - R c^{(1)}(T_0) \} \end{aligned} \quad (1 4)$$

ここで、計算誤差及び実験誤差を ΔM 及び ΔE で表すと核特性量計算値及び実験値は、次の式 (1 5)、(1 6) のように書き表せる。

$$R c^{(i)}(T_0) = R t^{(i)} + G^{(i)} (T_0 - T_t) - \Delta M^{(i)} \quad (i=1, 2) \quad (1 5)$$

$$R e^{(1)} = R t^{(1)} + \Delta E^{(1)} \quad (1 6)$$

ここで、 T_t は真の断面積セット、 $R t^{(i)}$ は真の核特性量 ($i=1$; ベンチマーク炉心,
 $i=2$; 実機炉心) でありこれらを用いると式 (14) は次のように書き換えられる。

$$R c^{(2)}(T) = R t^{(2)} + L(T - T_t) - \Delta M^{(2)} \\ + N \Delta M^{(1)} + N \Delta E^{(1)} \quad (17)$$

ここで、

$$L = G^{(2)} - G^{(2)} W G^{(1)t} \{ G^{(1)} W G^{(1)t} + V e^{(1)} + V m^{(1)} \}^{-1} G^{(1)} \\ N = G^{(2)} W G^{(1)t} \{ G^{(1)} W G^{(1)t} + V e^{(1)} + V m^{(1)} \}^{-1}$$

手法誤差 $\Delta M^{(1)}$ と $\Delta M^{(2)}$ の間に相関がないと仮定すると、 $R c^{(2)}(T)$ の分散は次の式で与えられる。

$$V(R c^{(2)}(T)) = L^t W L + V_m^{(2)} + N^t (V e^{(1)} + V m^{(1)}) N \\ = G^{(2)} W' G^{(2)t} + V e^{(2)} \quad (18)$$

ここで、 W' は式 (13) で与えられる。さらに、計算誤差と実験誤差の相関がないと仮定すると $V(R c^{(2)}(T))$ は次の式で表せる。

$$V(R c^{(2)}(T)) = \Delta G W' \Delta G^t \quad (19)$$

この式と式 (5) を比較すると、実験誤差と計算誤差がない場合には断面積アジャストメント法の方がバイアス因子法よりも予測誤差が小さくなる。

もし、ベンチマーク炉心と実機の計算誤差に相関があると仮定し、その計算誤差の要素を断面積処理過程の誤差、格子内微細構造による誤差、中性子ストリーミングによる計算誤差及び炉心計算による誤差等を考えると計算誤差は次の式 (

20) のように表せる。

$$\Delta M^{(i)} = \sum_j \Delta M_j^{(i)} \quad (i=1, 2) \quad (20)$$

ここで、 $j=k$ のときベンチマークと実機の誤差が等しい（相関がある）とすると、式(17)についての分散は次のように書き直すことができる。

$$V(Rc^{(2)}(T)) = G^{(2)} W' G^{(2)t} + V_{e^{(2)}} - \sum_{j=k} \{ N^t V_m^{(1)} + V_m^{(1)t} N \} \quad (21)$$

この様に手法誤差に相関がある場合は、予測誤差は式(20)とは異なった形になる。しかしながら、実際には式(18)と式(20)の違いは小さいものであり、断面積アジャストメント法での予測には式(18)はよい近似である。

2. 3 アジャストメントーバイアス合成法

この方法はアジャストメントした断面積を用いてモックアップ炉心の解析を行い、C/E値（バイアス因子）を計算する。同様にアジャストメントした断面積を用いて計算した実機の核特性量にバイアス因子をかけて補正する。この方法による予測誤差の分散は式(5)の断面積の共分散Wを式(13)で表されたアジャストメント後の共分散W'に置き換えたものになる。

$$V(Rc^{(2)}) = V(\Delta M^{(2)} - \Delta M^{(1)}) + \Delta G W' \Delta G^t + V_{e^{(1)}} \quad (22)$$

次にこれら3つの方法による予測誤差の比較を行う。

ケース 1

実験誤差がないとし計算誤差のベンチマーク炉心と実機での相関が全くないとする。この場合、3方法の予測精度の不確かさは次の式(23)～(25)に示すようになる。

$$V(Rc^{(2)}(T))_{bias} = V_m^{(1)} + V_m^{(2)} + \Delta G W \Delta G^t \quad (23)$$

$$V(Rc^{(2)}(T))_{adjust} = V_m^{(2)} + G^{(2)} W' G^{(2)t} \quad (24)$$

$$V(Rc^{(2)}(T))_{comb} = V_m^{(1)} + V_m^{(2)} + \Delta G W' \Delta G^t \quad (25)$$

このとき、 $G^{(1)} W G^{(1)t} \gg V_m^{(1)}$ であるならば、式(24)の $G^{(2)} W' G^{(2)t}$ は $V_m^{(1)} + \Delta G W' \Delta G^t$ に減少する。これによって、式(24)は次のようになる。

$$V(Rc^{(2)}(T))_{adjust} = V_m^{(1)} + V_m^{(2)} + \Delta G W' \Delta G^t \quad (26)$$

このような場合、断面積アジャストメント法とアジャストーバイアス合成法の予測精度の不確かさは一致する。また、バイアス因子法に比べて小さいものになっている。

ケース 2

実験誤差がないとし計算誤差のベンチマーク炉心と実機での相関があるとする。計算誤差は断面積による不確かさよりも十分に小さいとする。この場合、3方法の予測精度の不確かさは次の式(27)～(29)に示すようになる。

$$V(Rc^{(2)}(T))_{bias} = \Delta G W \Delta G^t \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
 V(Rc^{(2)}(T))\text{adjust} &= G^{(2)}W'G^{(2)t} + V_m^{(2)} + \{N^tV_m^{(1)} + V_m^{(1)t}N\} \\
 &\equiv \Delta G W \Delta G^t \quad (V_m^{(2)} \ll \Delta G W' \Delta G^t \text{ のとき})
 \end{aligned} \tag{28}$$

$$V(Rc^{(2)}(T))\text{comb} = \Delta G W \Delta G^t \tag{29}$$

この場合は、不確かさの大きさは次のようになる。

$$V(Rc^{(2)}(T))\text{adjust} = V(Rc^{(2)}(T))\text{comb} \leq V(Rc^{(2)}(T))\text{bias}$$

ケース3

実験誤差がないとし計算誤差のベンチマーク炉心と実機での相関があるとする。計算誤差は断面積による不確かさよりも十分に大きいとする。この場合、3方法の予測精度の不確かさは次の式(30)～(32)に示すようになる。

$$V(Rc^{(2)}(T))\text{bias} = \Delta G W \Delta G^t \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 V(Rc^{(2)}(T))\text{adjust} &= G^{(2)}W'G^{(2)t} + V_m^{(2)} + \{N^tV_m^{(1)} + V_m^{(1)t}N\} \\
 &\equiv V_m^{(2)} \quad (V_m^{(2)} \ll \Delta G W' \Delta G^t \text{ のとき})
 \end{aligned} \tag{28}$$

$$V(Rc^{(2)}(T))\text{comb} = \Delta G W \Delta G^t \tag{29}$$

この場合は不確かさの大きさは次のようになる。

$$V(Rc^{(2)}(T))\text{comb} \leq V(Rc^{(2)}(T))\text{bias} \leq V(Rc^{(2)}(T))\text{adjust}$$

これらの比較による結果をまとめると、断面積誤差に比べて計算誤差が小さいときにはアジャストメントーバイアス合成法は、断面積アジャストメント法に比べて予測精度の不確かさは小さく、バイアス因子法と比べた場合には非常によい結果を得ることがわかる。計算誤差が大きいときには、アジャストメントーバイアス合成法は、アジャストメント法やバイアス因子法に比べて非常によい結果を得ることができる。実験誤差がなく計算誤差が大きくかつベンチマーク炉心と実機での誤差の相関があるときには、式(22)の初めと終わりの項が無視できる。この場合にはアジャストメントーバイアス合成法は非常に有効な手段であることがわかる。

3. 予測精度評価法の適用

3. 1 計算方法

2章で述べた3つの方法を1000MW_e級の均質FBRに適用し、その予測精度を評価する。JENDL-2から作成した16群断面積セットを用いる。バイアス因子法でバイアス因子を得るために用いるモックアップ炉心にはZPPR-10Dを考える。断面積アジャストメントで用いる核特性量はZPPR-9、10A、10D、13Aで測定された実効増倍率、反応率比、反応率分布、制御棒価値とナトリウムボイド反応度価値を考慮し、これらを用いて16群の断面積セットのアジャストメントを行う。アジャストメントに用いた実効増倍率と制御棒価値と反応率分布のモックアップ炉心と実機炉心の計算誤差と実験誤差をTable 1に示す。上の列は共通の誤差を%で示し、下の列は二つの炉心での独立な誤差を示している。計算誤差の主なものは、データ処理、格子計算、によるものである。感度係数は一般化摂動論による感度解析コードSAGE⁵により2次元RZモデルで計算した。断面積の共分散行列はDrishlerとWeisbin⁶によって評価されたものを16群に縮約されたものを用いた。Table 2に調整の対象とした群定数を示す。断面積の他に核分裂中性子スペクトルのマックスウェル分布における温度パラメーターT、拡散係数および実効遅発中性子割合 β_{eff} をアジャストメントに加えた。拡散係数を加えた理由は、P1散乱断面積 σ_{s^1} が輸送断面積 $\sigma_{\text{tr}} = \sigma_t - \sigma_{\text{s}^1}$ の定義に用いられており、現在輸送断面積の感度係数を計算していないためこれを用いた。²³⁸U非弾性散乱断面積については26個の励起レベルと1個のcontinuum regionを大きく4つに分けてアジャストメントの取り入れた。第1番目のグループは第1レベル($Q = 0.0449 \text{ MeV}$)と第2レベル($Q = 0.148 \text{ MeV}$)、第2番目のグループは第3レベル($Q = 0.307 \text{ MeV}$)から第9レベル($Q = 0.927 \text{ MeV}$)、第3番目のグループは第10レベル($Q = 0.950 \text{ MeV}$)から第26レベル($Q = 1.415 \text{ MeV}$)、第4番目のグループはcontinuum regionとした。制御棒価値やナトリウムボイド反応度価値のような反応度価値の実験における測定値をドル単位から k_{ef}

f に変換するスケーリング因子 β_{eff} の不確かさを減少することは重要であると考えてこれを加えた。制御棒価値のような反応度価値は大きな不確かさを持ち、この中で β_{eff} によるものが 4 % と大きい。この大きな不確かさを持ったまま各々の制御棒パターンをアジャストメントしても C/E 値の空間分布は大きな改善を示さない。このため center と off-center の制御棒価値の比をアジャストメントに取り入れた⁷。この比を扱うことによってスケーリング因子 β_{eff} の不確かさを取り除いたアジャストメントが行える。

3. 2 断面積アジャストメントの結果

C/E 値のアジャストメント前後での値を Table 3 に示す。制御棒価値と反応率分布の空間依存性はアジャストメントにより大きく改善されていることがわかる。例えば、ZPPR-10D の制御棒価値の空間依存性が 13 % ~ 4 % に減少した。実効増倍率、制御棒価値及びナトリウムボイド反応度価値についての断面積毎の変化の寄与を Table 4 に示す。制御棒価値の 9 % の空間依存性改善のうち ~ 4 % は拡散係数によるものである。これは、拡散係数の制御棒価値に対する感度係数は炉中心で大きく off-center の制御棒では小さくなってしまっており、大きな空間依存性を示しているためである。このほかには ^{238}U 捕獲断面積と ^{239}Pu 核分裂断面積が大きな寄与を持っていることがわかる。

ナトリウムボイド反応度価値過大評価の改善は Table 4 に示すように ^{239}Pu 核分裂断面積と ^{238}U 捕獲断面積及び非弾性散乱断面積が大きな寄与を示している。実効増倍率の変化は 0.3 % と小さなものになっているが、 ^{238}U 捕獲断面積や ^{239}Pu 捕獲断面積、核分裂断面積及び χ 値そして核分裂スペクトルの変化が違いに相殺しあっていることが Table 4 からわかる。

3. 3 三方法の実機大型炉への適用

Table 5 に 1000 MW_e 均質炉の実効増倍率、制御棒価値及び出力分布 (^{239}Pu 反応率分布) の予測誤差を標準偏差 (%) で 3 つの方法と臨界実験のデータを用いない場合の 4 つについて示す。実効増倍率についてみてみると、臨

界実験のデータを用いない場合には 2.30 %であるものがバイアス因子法、アジャストメント法、アジャストメントーバイアス合成法ではそれぞれ 0.59、0.60、0.47 %に減少している。このように、アジャストメントーバイアス合成法は予測誤差の減少に大きな効果があることがわかる。臨界実験のデータを用いない場合には、誤差の主要なものは断面積の不確かさによるものである。3 方法を適用した場合にはこの断面積による不確かさが減少し手法誤差と同程度になっていることがわかる。Table 6 には実効増倍率の断面積による誤差の各々の手法の断面積毎の寄与を示している。臨界実験データを用いない場合は ^{238}U 捕獲断面積、非弾性散乱断面積及び ^{239}Pu 核分裂断面積が特に大きな寄与を示している。バイアス因子法の場合は ^{241}Pu 核分裂が大きな寄与を示している。これは、高次の Pu はモックアップ炉心では実機に比べ存在比が小さいため 2 体系間の実効増倍率に対する感度係数の違いが大きくなっているためである。アジャストメント法では計算手法の誤差はバイアス因子法に比べわずかに大きい。不確かさの減少は断面積による誤差の減少が大きく寄与している。アジャストメントーバイアス合成法では各々の寄与は小さくなってしまっておりこの手法の優位性を示している。Table 5 に示したバイアス因子法とアジャストメントーバイアス合成法の計算誤差 0.28 %は Table 1 にしめたモックアップと実機の計算誤差の独立な部分の和である。

炉中心制御棒反応度価値についてみてみると、Table 5 よりアジャストメントーバイアス合成法では予測誤差を 6.63 %から 3.84 %に減少していることがわかる。不確かさの減少は主に断面積による誤差の 0.77 %への減少によっている。Table 7 に炉中心制御棒反応度価値の断面積による誤差の各々の手法の断面積毎の寄与を示している。臨界実験データを用いない場合と断面積アジャストメント法では拡散係数の不確かさによる寄与が大きくなっている。これは、拡散係数の感度係数が大きなものになっているからである。バイアス因子法とアジャストメントーバイアス合成法では、この寄与は小さなものになっている。これは、モックアップ炉心と実機炉心の拡散係数の感度係数がよく似ているためである。しかし、バイアス因子法とアジャストメントーバイアス合成法では、

β_{eff} による不確かさが大きなものになっている。 β_{eff} による不確かさはバイアス因子法では 4.0 %であるがアジャストメントーバイアス合成法では 2.8 %に減少している。このことからも、 β_{eff} をアジャストメントの考慮することは有効であることがわかる。アジャストメントーバイアス合成法による予測誤差がアジャストメント法と同等かそれより大きい原因は β_{eff} による不確かさが大きく影響している。しかしながら、制御棒価値を $\delta k / k k'$ でなくドル単位で予測すると、 β_{eff} による不確かさは含まれない。この場合は、アジャストメントーバイアス合成法による予測誤差は 3.8 %から 2.6 %に減少し小さなものになる。

第三リング制御棒反応度価値についてみてみると、全予測誤差は炉中心のものに比べて全ての場合で小さくなっている。その理由は、Table 8 に示されるように拡散係数の感度係数が小さいためである。

炉心端の ^{239}Pu 核分裂反応率についてみてみると、臨界実験データを用いない場合には全予測誤差は 4.7 %であったものがアジャストメントーバイアス合成法では 1.37 %に減少している。このように、アジャストメントーバイアス合成法は出力分布の評価には他のバイアス因子法やアジャストメント法よりも有効であることがわかる。

4. 結論

バイアス因子法、アジャストメント法、アジャストメントーバイアス合成法の3方法は予測誤差改善に有効であることがわかった。これらを1000MW_e均質FBRに適用してみたところ実効増倍率、制御棒価値、出力分布についての予測誤差は改善された。特に、アジャストメントーバイアス合成法は実効増倍率や出力分布等のモックアップ実験の実験誤差の小さい核特性では最も有力な方法であることがわかった。また、制御棒価値のついてもドル単位の評価では同様にアジャストメントーバイアス合成法が有効であることがわかった。

参考文献

1. T.KAMEI and T.YOSHIDA, Nucl.Sci.Eng., 84, 83 (1972).
2. H.MITANI and H.KUROI, J.Nucl.Sci.Technol., 9, 383 and 642 (1972).
3. J.J.WAGSCHAL and Y.YEIVIN, Nucl.Sci.Eng., 86, 121 (1984).
4. T.Takeda et al., "Prediction Uncertainty Methods of Core Performance Parameters in Large LMFBRs", Proc. International Reactor Physics Conference, September 18-22, 1988, Jackson Hole, Wyoming, USA.
5. A.HARA, T.TAKEDA and Y.KIKUCHI, "SAGEP:Two-Dimensional Sensitivity Analysis Code Based on Generalized Perturbation Theory", JAERI-M 84-065 (1985).
6. J.D.DRISHLER and C.R.WEISBIN, "Complication of Multigroup Cross Section Covariance Matrices for Several Important Reactor Materials," ORNL-5318, Oak Ridge National Laboratory (1977).
7. T.KAMEI and Y.KATO, J.Nucl.Sci.Technol., 22, 1025 (1985).

Table 1 Uncertainty of Neutronics Parameters due to Method Error and Experimental Error

Error	Criticality		Control rod worth		Reaction rate distribution	
	A	B	A	B	A and B	
Method error						
Processing of nuclear data	0.3*	0.0*	0.0*	0.0	0.0*	0.0
Cell(Assembly) calculation modeling	0.1 0.2	0.0 0.1	0.0 1.0	0.0 1.0	0.3 0.3	0.3 0.3
Neutron Streaming	0.1 0.1	0.1 0.1	0.5 0.5	0.5 0.5	0.2 0.2	0.3 0.1
Cell interaction	0.0 0.1	0.0 0.0	0.0 1.0	0.0 0.5	0.0 0.5	0.0 0.0
Core calculation	0.1 0.0	0.1 0.0	1.0 0.0	1.0 0.0	1.0 0.0	1.0 0.0
Total	0.4	0.4	2.9	2.8	1.6	1.5
Uncertainty						
Experimental Error	0.04		4.3**		1.0	

A : Typical critical assembly (ZPPR-10D)

B : Target LMFBR

* : Expressed in %, upper row expresses common error value,
and lower row expresses independent error value for A and B

**: β_{eff} Uncertainty of 4.0% included

Table 2 Cross Sections Used for Adjustment

Nuclide	Reactions		
^{235}U	Capture	Fission	ν -value
^{238}U	Capture	Fission	ν -value
^{239}Pu	Capture	Fission	ν -value
^{240}Pu	Capture		
^{241}Pu		Fission	
^{26}Fe	Capture		
^{11}Na	Capture		
^8O			Scattering
Others			
$* \beta_{\text{eff}}$			
*Diffusion coefficient			
*Temperature parameter T of the Maxwell distribution for the ^{239}Pu fission spectrum χ			
*Each excitation levels of the ^{238}U inelastic scattering			

Table 3 Representative C/E of Core Performance Parameters
Before and After Adjustment

Core Performance Parameters	C/E Value	
	Before	After
ZPPR-10D		
k_{eff}	0.996	0.999
Control Rod Worth at Core Center	0.943	1.011
Control Rod Worth at 3rd Ring*	1.128	1.033
25F/49F at Core Center	1.057	1.019
28C/49F at Core Center	1.088	1.024
28F/49F at Core Center	1.009	1.018
^{239}Pu fission rate at Inner Core Midpoint**	1.010	1.004
^{239}Pu fission rate at Inner Core Edge	1.019	0.998
^{239}Pu fission rate at Outer Core Midpoint	1.031	0.992
ZPPR-9		
Na-Void(30.7x101.8)***	1.278	1.038

* Normalized by worth of central rod

** Reaction rate distribution,
Normalized by ^{239}Pu fission rate at core center

*** Void region (Height x Radius)

Table 4 Element-Wise Contribution to the C/E Change due to Adjustment(%)

Element	k_{eff}	ZPPR-10D CR Worth Central *	ZPPR-10D CR Worth 3rd Ring **	ZPPR-9 Na-Void Worth ***
^{80}O Scattering	0.02	0.19	-0.26	0.35
^{11}Na Capture	0.00	0.00	-0.01	-0.09
^{26}Fe Capture	0.01	0.03	-0.02	-0.27
^{235}U Capture	0.00	0.00	0.00	0.00
^{235}U Fission	-0.05	-0.01	0.09	0.13
^{235}U ν value	0.00	0.00	0.00	0.00
^{238}U Capture	1.86	2.47	-3.13	-8.17
^{238}U Fission	0.25	-0.54	-0.09	0.47
^{238}U ν value	-0.06	0.09	0.03	-0.17
^{238}U Inelastic Scattering				
1st group	0.03	0.25	-0.05	0.54
2nd group	-0.03	0.00	0.10	-1.10
3rd group	-0.11	0.02	0.29	-3.85
4th group	-0.12	0.09	0.34	-4.78
^{240}Pu Capture	-0.04	-0.01	-0.01	0.01
^{241}Pu Fission	0.00	0.00	0.00	-0.01
^{239}Pu Capture	-0.33	-0.14	-0.06	1.52
^{239}Pu Fission	-0.48	2.88	-2.28	-8.13
^{239}Pu ν value	-0.46	0.23	0.10	1.24
Diffusion Coefficient	-0.46	3.89	-4.28	0.52
β_{eff}	0.00	-2.30	0.00	-3.12
Fission Spectrum	0.25	-0.33	-0.41	0.91
Total	0.29	6.80	-9.56	-23.97

* Control Rod Worth at Central Rod

** Control Rod Worth at 3rd Ring,

Normalized by worth of central rod

*** Void region (height:30.7cm,Radius:101.8cm)

Table 5 Prediction Uncertainty of Core Performance Parameters of a Target 1000MWe FBR

Component	Method			
	Without data	Bias	Adjust	Combined
k_{eff}				
total	2.30*	0.59*	0.60*	0.47*
experimental error	----	0.04	----	0.04
method error	0.39	0.28	0.39	0.28
cross section error	2.27	0.52	0.45	0.38
Control Rod Worth (Central Rod)				
total	6.63	4.86 (2.76)***	3.49	3.84 (2.63)***
experimental error	----	1.60	----	1.60
method error	2.78	1.94	2.78	1.94
cross section error	6.02	1.13	2.11	0.77
β_{eff} error	----	4.00	----	2.80
Control Rod Worth (3rd Ring)				
total	4.25	4.93 (2.89)	3.09	3.84 (2.63)
experimental error	----	1.60	----	1.60
method error	2.78	1.94	2.78	1.94
cross section error	3.21	1.42	1.36	0.76
β_{eff} error	----	4.00	----	2.80
^{239}Pu Fission Rate at Core Edge **				
total	4.67	2.23	1.73	1.37
experimental error	----	1.00	----	1.00
method error	1.51	0.69	1.51	0.69
cross section error	4.42	1.87	0.85	0.64

* Standard deviation in %

** Normalized by ^{239}Pu fission rate at core center

*** Standard deviation without β_{eff} uncertainty

Table 6 Element-wise Contribution to Prediction Uncertainty
of k_{eff} of a Target 1000MWe FBR

Component	Method			
	Without data	Bias	Adjust	Combined
^{80}O Scattering	0.05*	0.01*	0.03*	0.01*
^{11}Na Capture	0.03	0.00	0.01	0.00
^{26}Fe Capture	0.15	0.01	0.07	0.01
^{235}U Capture	0.01	0.00	0.01	0.00
^{235}U Fission	0.02	0.00	0.04	0.01
^{235}U ν value	0.01	0.00	0.00	0.00
^{238}U Capture	1.66	0.17	0.23	0.06
^{238}U Fission	0.17	0.04	0.02	0.00
^{238}U ν value	0.16	0.03	0.04	0.01
^{238}U Inelastic Scattering				
1st group	0.52	0.08	0.08	0.04
2nd group	0.27	0.03	0.06	0.01
3rd group	0.48	0.06	0.05	0.02
4th group	0.43	0.08	0.09	0.03
^{240}Pu Capture	0.27	0.17	0.21	0.17
^{241}Pu Fission	0.35	0.32	0.34	0.32
^{239}Pu Capture	0.37	0.07	0.02	0.01
^{239}Pu Fission	0.82	0.26	0.22	0.12
^{239}Pu ν value	0.40	0.11	0.06	0.05
Diffusion Coefficient	0.41	0.08	0.12	0.01
Fission Spectrum	0.44	0.05	0.12	0.02
Total	2.27	0.52	0.45	0.38

* Standaed Deviation in %

Table 7 Element-wise Contribution to Prediction Uncertainty of Control Rod Worth at Center Rod of a Target 1000MWe FBR

Component	Method			
	Without data	Bias	Adjust	Combined
^{80}O Scattering	0.33*	0.07*	0.12*	0.06*
^{11}Na Capture	0.06	0.00	0.02	0.01
^{26}Fe Capture	0.37	0.02	0.22	0.02
^{235}U Capture	0.01	0.01	0.00	0.01
^{235}U Fission	0.02	0.01	0.04	0.04
^{235}U μ value	0.00	0.00	0.00	0.00
^{238}U Capture	1.73	0.20	0.53	0.12
^{238}U Fission	0.41	0.07	0.14	0.04
^{238}U μ value	0.27	0.04	0.19	0.02
^{238}U Inelastic Scattering				
1st group	3.28	0.43	1.48	0.18
2nd group	0.51	0.26	0.29	0.12
3rd group	0.45	0.35	0.23	0.07
4th group	0.16	0.44	0.05	0.10
^{240}Pu Capture	0.09	0.06	0.08	0.06
^{241}Pu Fission	0.70	0.65	0.68	0.66
^{239}Pu Capture	0.59	0.05	0.31	0.02
^{239}Pu Fission	1.38	0.43	0.62	0.28
^{239}Pu μ value	0.19	0.10	0.09	0.03
Diffusion Coefficient	4.28	0.21	1.06	0.11
Fission Spectrum	0.67	0.02	0.11	0.02
Total	6.02	1.13	2.11	0.77

* Standard Deviation in %

Table 8 Sensitivity Coefficient of Control Rod Worth with Respect
to Diffusion Coefficient in a Target 1000MWe LMFBR
($\times 10^{-2}$)

Upper Energy (eV)	Center Rod	3rd Ring
10.0 E+6	1.162	-0.004
6.07 E+6	4.363	-0.182
3.68 E+6	9.641	-0.581
2.23 E+6	10.252	-0.795
1.35 E+6	8.544	-0.765
8.21 E+5	18.708	-1.554
3.88 E+5	17.382	-0.945
1.83 E+5	15.232	-0.482
8.65 E+4	10.592	0.213
4.09 E+4	7.228	0.846
1.93 E+4	4.598	1.109
9.12 E+3	2.472	1.108
4.31 E+3	0.907	0.639
2.03 E+3	2.749	1.921
9.61 E+2	1.181	1.341
4.54 E+2	0.093	0.893
Total	115.105	2.761

第 III 部

過渡特性解析法

目次

要旨

List of Tables

List of Figures

第1章 序論

第2章 3次元解析の必要性

第3章 3次元動特性コードの開発

3 - 1 核計算

3 - 2 熱水力計算

3 - 3 sub-domain method

3 - 4 stiffness confinement method

(S.C.M.)

第4章 sub-domain methodとS.C.M.の比較

第5章 結論

参考文献

List of Tables

Table 4-1 Comparison of flux , flux error and number of steps calculated with sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity

Table 4-2 Comparison of flux and number of steps calculated with sub-domain method and S.C.M due to insertion of step reactivities (0.3\$,0.5\$,0.7\$,1.0\$,1.2\$)

List of Figures

- Fig.4-1(a) Comparison of position of time steps between sub-domain method and S.C.M due to insertion of step reactivity(0.3\$)
- Fig.4-1(b) Comparison of position of time steps between sub-domain method and S.C.M due to insertion of step reactivity(0.5\$)
- Fig.4-1(c) Comparison of position of time steps between sub-domain method and S.C.M due to insertion of step reactivity(0.7\$)
- Fig.4-1(d) Comparison of position of time steps between sub-domain method and S.C.M due to insertion of step reactivity(1.0\$)
- Fig.4-1(e) Comparison of position of time steps between sub-domain method and S.C.M due to insertion of step reactivity(1.2\$)

第1章 序論

高速炉における炉心異常検出診断システムを開発するためには、異常による炉心中性子束及びその空間分布の変動を検討し、どの様な場所で中性子束を検出すれば異常原因を診断できるかについて研究していく必要がある。

このためには、異常による空間分布及び中性子スペクトルに依存する基本的特性を予め解析する手法により把握しておく必要がある。本研究では、炉心内の異常攪乱による中性子束挙動とその伝播を解析する手法を開発する。

小型炉心では炉内に局所的攪乱が生じると、それが炉心内に一様に伝播されるため、その時間依存性は一点路近似動特性モデルで精度よく評価できる。しかし、第2章で空間高調波を用いて述べているように、炉が大型化していくと炉内における中性子束分布の歪が大きくなる。このため空間分布を考慮した動特性モデルが必要となる。

軽水炉の動特性解析コードは、最近近代ノード法の開発にともない S P N O V A - K の様な精度が良くしかも計算時間の早いコードが開発されている。

2次元動特性解析コードとしては F X 2 - T H⁽¹⁾ があり広範囲に適用されているが R Z モデルの採用のため炉周辺制御棒引き抜きのような X Y Z 体系での取り扱いが不可能である。一方、東大から3次元動特性コードとして I B I S コード⁽²⁾ が開発されたが、扱えるエネルギー群数が3群までであり、また、ある問題に対しては解が発散して求まらないことがある。

そこで本研究では、空間動特性問題に適用するためこの I B I S コードの改良を図る。まず、取り扱えるエネルギー群数を任意に取れるようにし、現在、反応度計算の部分のステップ数を減らすため s u b - d o m a i n 法から S . C . M . (s t i f f n e s s c o n f i n e m e n t m e t h o d)⁽³⁾ に取り替え、また、中性子束の空間分布計算の部分の精度を上げるため、通常の粗メッシュ計算から修正粗メッシュ計算に取り替える作業を行っている。

S . C . M . については、第3章に詳しく述べる。修正粗メッシュ法は、メッシュ間を3等分する点に仮想メッシュ点を考え、この仮想点での中性子束を用いて

中性子流計算をする方法である。もんじゅクラスの高速炉計算において、メッシュ点が1つの集合体に1つしか取らない場合でも、修正粗メッシュ計算を用いると、通常の粗メッシュ計算より、1つの集合体を6つのメッシュに分割した詳細メッシュ計算（3角メッシュ計算）に近い値が得られる。

第4章では sub-domain法とS.C.M.とを用いて中性子束を計算させ、それぞれの値の正確さと時間ステップのとり方を比較検討した結果を示す。

第2章 3次元解析の必要性

高速炉の開発により、炉心が大型化される傾向が増している。それは炉心の空間依存性を大きくする。つまり大型炉では、炉心の結合度が弱くなるために、その影響が炉心全体に一様に伝搬されずフラックス・ティルト（フラックス分布の歪）が生じる。そこで炉心の空間依存性についてフラックス・ティルトを用いて説明する。

炉心に擾動が加わった時、擾動後の中性子束は擾動前の空間高調波の1次結合で表される。よって

$$\phi(r) = \sum a_n \cdot \psi_n(r) \quad (2.1)$$

$\psi_n(r)$: 摆動前の第 n 次空間高調波

a_n : 摆動前の第 n 次空間高調波の擾動後の係数

次に、フラックス・ティルトを第 0 次と第 j 次の空間高調波の係数の比で定義する。

$$\tau_j = a_j / a_0 \quad (2.2)$$

τ_j : 第 j 次空間高調波のフラックス・ティルト

また、固有値間隔を第 j 次空間高調波の固有値の逆数と第 0 次空間高調波の固有値との逆数との差で定義する。

$$\varepsilon_j = 1 / \lambda_j - 1 / \lambda_0 \quad (2.3)$$

ε_j : 固有値間隔

λ_j : 第 j 次空間高調波の固有値

ここで空間高調波の固有値間隔、 フラックス・ティルトと反応度との関係を次式で示す。

$$\delta \rho_j = \tau_j \cdot \varepsilon_j \quad (2.4)$$

$\delta \rho_j$: 加えられた反応度

上式より、 固有値間隔 ε_j が小さい炉心はフラックス・ティルトが大きくなることがわかる。

次に、 固有値間隔 ε_j と炉心サイズとの関係を示す。

空間高調波 $\psi_j(r)$ を次式のようにおくと

$$\psi_j(r) = \sin \{ (j + 1) \pi r / H \} \quad (2.5)$$

$$(j = 1, 2, 3, \dots)$$

H : 炉心幅

(2.5)式と拡散方程式より、 固有値 λ_j は

$$1 / \lambda_j = \{ D (j + 1)^2 \pi^2 / H^2 + \Sigma_a \} / \nu \Sigma_f \quad (2.6)$$

となる。 ただし

D : 拡散係数

Σ_a : 吸収断面積

$\nu \Sigma_f$: 生成断面積

よって(2.3)式より固有値間隔は

$$\varepsilon_j = 1/\lambda_j - 1/\lambda_0 = D\pi^2 j(j+1)/(\nu \Sigma_f \cdot H^2) \quad (2.7)$$

となる。上式より H が大きくなるほど、つまり炉心が大きくなるほど固有値間隔 ε_j が小さくなることがわかる。

よって(2.4)式より炉心の大型化は、中性子束の局所的な歪を生じさせることがわかる。

第3章 3次元動特性コードの開発

・3次元(hex-z)動特性コードIBISの現状

形状関数は現在のところ $1.0 \times 1.0 - 3$ 程度までしか収束せず、その後振動してしまう。 γ 値（形状関数を計算するときに用いる固有値）に関しては、理論上の収束値である 1.0 から離れる傾向にある。

・IBISコードについて

IBISコードでは中性子束を形状関数と振幅関数とに変数分離して解いており、振幅関数は一点炉近似方程式に形状関数は振幅関数を含む方程式に変形される。そのため、振幅関数の計算誤差は形状関数の計算誤差に関連してくる。つまり、形状関数の収束性に影響を及ぼす。よって IBIS コードで振幅関数の計算に用いられている手法、J.J.Kaganoveによって提唱され L.K.Volodka により改良された MOVE R の sub-domain method と新たに注目した手法、Yung-An Chao と Anthony Attard によって提唱された stiffness confinement method (S.C.M.) とを用いて中性子束を計算し、それぞれの値の正確さと計算時間などを比較検討した。以降で IBIS の計算法、S.C.M. について説明する。

3 - 1 核計算

中性子拡散動特性方程式は次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 1 / v(E) \cdot \partial \Phi(r, E, t) / \partial t &= \nabla D(r, E, t) \nabla \Phi(r, E, t) \\
 &\quad - \Sigma_{\text{rem}}(r, E, t) \Phi(r, E, t) \\
 &\quad + \int dE' \Sigma_s(r, E \rightarrow E', t) \Phi(r, E', t) \\
 &\quad + (1 - \beta) \chi_o(E) \int dE' \nu \Sigma_f(r, E', t) \Phi(r, E', t) \\
 &\quad + \Sigma \chi_m(E) \lambda_m C_m(r, t)
 \end{aligned}$$

(3.1)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} C_m(r, t) &= -\lambda_m C_m(r, t) \\
 &\quad + \beta_m \int dE \nu \Sigma_f(r, E, t) \Phi(r, E, t) \quad r \in \Omega
 \end{aligned}$$

(3.2)

ただし $\Phi(r, E, t)$: 位置 r 、エネルギー E 、時刻 t での中性子束

$D(r, E, t)$: 位置 r 、エネルギー E 、時刻 t での拡散係数

$\Sigma_f(r, E, t)$: 位置 r 、エネルギー E 、時刻 t での核分裂断面積

$\Sigma_{\text{rem}}(r, E, t)$: 位置 r 、エネルギー E 、時刻 t での全除去断面積

$\Sigma_s(r, E \rightarrow E', t)$: 位置 r 、時刻 t での E から E' への散乱断面積

$C_m(r, t)$: 位置 r 、時刻 t での第 m 群遅発中性子先行核密度

$v(E)$: エネルギー E での中性子の速度

ν : 1 回の核分裂で発生する中性子の数

$\chi_p(E)$: 即発中性子のエネルギースペクトル

β : 遅発中性子割合

β_m : 第m群遅発中性子割合

$\chi_m(E)$: 第m群遅発中性子のエネルギースペクトル

λ_m : 第m群遅発中性子の崩壊定数

Ω : 原子炉内の空間領域

制約条件として

境界条件: $\Phi(r, E, t) = 0$, $r \in \partial\Omega$

または $\nabla \Phi(r, E, t) = 0$, $r \in \partial\Omega$

ただし $\partial\Omega$ は原子炉表面の空間領域を示す。

連続条件: $\Phi(r, E, t)$ と $\nabla \Phi(r, E, t)$ とが共に連続

初期条件: $\Phi(r, E, 0) = \Phi_0(r, E)$

$C_m(r, 0) = C_{m,0}(r)$

(3.2)式に定数変化法を用いて解くと

$$C_m = \int_0^t dt' \beta_m e \times p \{ -\lambda_m(t-t') \} \int dE \nu \Sigma_f \Phi \\ + C_{m,0} e \times p (-\lambda_m t) \quad (3.3)$$

(3.1)式に(3.3)式を代入し整理すると

$$1/v(E) \cdot \partial \Phi(r, E, t) / \partial t = \{ -M + F_p \} \Phi(r, E, t) \\ + S_s \{ \Phi(r, E, t) \} \quad (3.4)$$

$$\text{ただし } M = -\nabla D(r, E, t) \nabla + \Sigma_{\text{rem}}(r, E, t) - \int dE' \Sigma_s(r, E' \rightarrow E, t)$$

$$F_p = (1 - \beta) \chi_p(E) \int dE' \nu \Sigma_s(r, E', t)$$

$$S_d \{ \Phi(r, E, t) \} = \Sigma [\chi_m(E) \lambda_m C_{m,0}(r) \exp(-\lambda_m t)]$$

$$+ \lambda_m \beta_m \chi_m(E) \int_0^t dt \exp\{-\lambda_m(t-t')\}$$

$$\times \int dE' \nu \Sigma_s(r, E', t') \Phi(r, E', t')]$$

時間依存拡散方程式である(3.4)式に準静近似を適用する。準静近似とは、中性子束を時間依存性の弱い形状関数 $\psi(r, E, t)$ と時間依存性の強い振幅関数 $\phi(t)$ とに変数分離して解くものである。

よって

$$\Phi(r, E, t) = \phi(t) \cdot \psi(r, E, t) \quad (3.5)$$

とおく

(3.5)式を(3.4)式に代入して

$$\begin{aligned} [-M + F_p] \psi(r, E, t) + S_d [\phi(t) \psi(r, E, t)] &\not/ \phi(t) \\ &= 1 / v(E) \cdot [\{ d\phi(t) / dt \} \cdot \{ \psi(r, E, t) / \phi(t) \} \\ &\quad + \partial \psi(r, E, t) / \partial t] \end{aligned} \quad (3.6)$$

また(3.5)式を(3.4)式に代入して、左から $\psi^*(r, E, 0)$ を掛け全空間について積分し整理すると(ただし、 $\psi^*(r, E, 0)$ は時刻 0 における形状関数の随伴関数

である。)

$$d\phi(t)/dt = [\{\rho(t) - \bar{\beta}(t)\} / \Lambda(t)] \phi(t) + \sum \lambda_m C_m \quad (3.7)$$

となる。また(3.2)式より

$$\partial C_m(r,t)/\partial t = -\lambda_m C_m(r,t) + \beta_m / \Lambda(t) \quad (3.8)$$

以上の様に形状関数は拡散方程式に類似した方程式に、振幅関数は一点炉近似方程式になる。

ただし

$$\int dr \int dE \psi^*(r, E, 0) \psi(r, E, t) / v(E) = P \text{ (一定)}$$

$$\text{反応度: } \rho(t) = 1 / \bar{F}$$

$$\times \int dr \int dE \psi^*(r, E, 0) [-M + F_\rho + F_\sigma] \psi(r, E, t)$$

$$\text{遅発中性子割合: } \bar{\beta}_m(t) = 1 / F \cdot \int dr \int dE \psi^*(r, E, 0) [F_{\sigma, m}] \psi(r, E, t)$$

$$\bar{\beta}(t) = \sum_m \bar{\beta}_m$$

$$\text{中性子生々時間: } \Lambda(t) = 1 / F \cdot \int dr \int dE \psi^*(r, E, 0) \psi(r, E, t) / v(E)$$

$$= P / \bar{F}$$

$$\bar{F} = \int dr \int dE \psi^*(r, E, 0) [F_\rho + F_\sigma] \psi(r, E, t)$$

$$\text{遅発核分裂: } F_{\sigma, m} = \beta_m \chi_m(E) \int dE' v \Sigma_f(r, E', t)$$

$$F_d = \sum_{m=1}^M F_{d,m}$$

先行核密度: $C_m(t) = 1 / P \cdot e \times p (-\lambda_m t)$

$$\times \int dr \int dE \psi^*(r, E, 0) \chi_m(E) C_{m,\theta}(r)$$

$$+ \int_0^t dt \beta_m(t) / \Lambda(t) \cdot \phi(t) e \times p \{ -\lambda_m(t-t) \}$$

形状関数計算に関しては現在の I B I S コードのものをほぼ全面的に改訂する。特に修正粗メッシュ法の導入により計算精度の向上を計る。修正粗メッシュ計算ルーチンは現在当研究室で用いている I C O M 3 D コードを参考にして作成する。

振幅関数計算に関しては S . C . M . を用いる。S . C . M . を用いることにより Reactivity Step (振幅関数計算ステップ) の時間幅、特に即発中性子が支配的である過渡初期で時間幅を大きく取ることが可能となる。

3 - 2 热水力計算

热水力計算に関しては I B I S コードのものをほぼそのまま用いる。热水力計算は冷却材热水力計算及び燃料内热伝導計算からなり、冷却材温度及び燃料温度計算を各 Reactivity Step ごとに行う。冷却材热水力計算と燃料内热伝導計算は被覆管表面温度と冷却材温度より決まる熱流束により結合されている。また、核計算と热水力計算とは炉心热水力・ドップラー係数・ボイド反応度係数により結合されている。

热水力計算では、各 S / A を 1 本の燃料ピン及びそれを取り巻く冷却材からなる单一チャンネルで代表させる。炉心は单一チャンネルの集合と考え、各チャンネル間は上下プレナムでのみ関係付けられ、ラッパー管を通じた热伝達は考えないとする。

冷却材热水力モデルは单相流モデル及び沸騰モデル（二相流モデル及びスラグ流モデル）を用いる。これによりナトリウムボイド発生を計算することが可能である。また、燃料内热伝導モデルは軸方向の热伝導を無視した半径方向 1 次元热伝導モデルを用いる。

3 - 3 sub-domain method

(I B I S コードにおける振幅関数計算法)

前ページで導出した(3.7),(3.8)式より

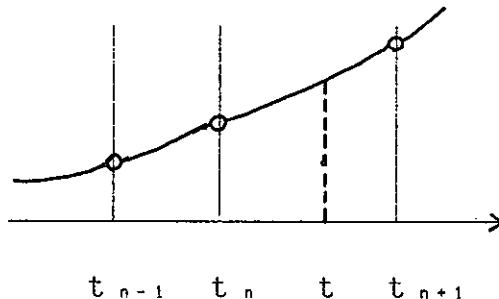
$$d\phi(t)/dt = \{\rho(t) - \beta\} / \Lambda \cdot \phi(t) + \sum_m \lambda_m C_m(t) \quad (3.7)$$

$$dC_m(t)/dt = \beta_m / \Lambda \cdot \phi(t) - \lambda_m C_m(t) \quad (3.8)$$

(3.8)式を(3.7)式に用いて

$$d\phi(t)/dt = \rho(t) / \Lambda \cdot \phi(t) - \sum_m dC_m(t)/dt \quad (3.9)$$

2次の試行関数を用いる。ただし簡単のために β_m の時間依存性はないものとする。



(t_n, t_{n+1}) で $\phi(t)$ と $P(t) = \rho(t)/\Lambda$ が 2 次関数で展開できるとする。

$$\phi(t) = \phi_0 + \phi_1(t - t_n) + \phi_2(t - t_n)^2 \quad (3.10)$$

$$P(t) = P_0 + P_1(t - t_n) + P_2(t - t_n)^2 \quad (3.11)$$

ただし $\phi_0 = \phi(t_n)$, $P_0 = P(t_n)$ とおく

(3.9)式を (t_n, t_{n+1}) で積分して

$$\phi(t_{n+1}) - \phi(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt P(t) \phi(t) - \sum_m [C_m(t_{n+1}) - C_m(t_n)] \quad (3.12)$$

(3.8)式の両辺に $\exp(-\lambda_m t)$ を掛けて

$$d[\exp(\lambda_m t) \cdot C_m(t)] / dt = \beta_m / \Lambda \cdot \exp(\lambda_m t) \phi(t)$$

上式を (t_n, t_{n+1}) で積分すると

$$C_m(t_{n+1}) = \exp\{-\lambda_m(t_{n+1} - t_n)\} \cdot C_m(t_n)$$

$$+ \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt \beta_m / \Lambda \cdot \exp\{-\lambda_m(t_{n+1} - t)\} \phi(t) \quad (3.13)$$

(3.13)式を(3.12)式に代入 $C_m(t_{n+1})$ を消去すると

$$\begin{aligned} \phi(t_{n+1}) - \phi(t_n) &= \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt P(t) \phi(t) \\ &- \sum_m \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt \beta_m / \Lambda \cdot \exp\{-\lambda_m(t_{n+1} - t)\} \phi(t) \\ &+ \sum_m \{1 - \exp(-\lambda_m \Delta t_{n+1})\} C_m(t_n) \end{aligned} \quad (3.14)$$

ただし $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$ とする。

ここで

$$I_{m,p} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt \exp\{-\lambda_m(t_{n+1} - t)\} \cdot (t - t_n)^p \quad (3.15)$$

と定義する。

(3.14)式中の $\phi(t), P(t)$ を(3.10),(3.11)式のものに置き換えて、(3.15)式の $I_{m,p}$ 関数を用いる。

$$\phi_1 \Delta t_{n+1} + \phi_2 (\Delta t_{n+1})^2$$

$$= \int_{t_n}^{t_{n+1}} [P_0 + P_1(t - t_n) + P_2(t - t_n)^2]$$

$$\times [\phi_0 + \phi_1(t - t_n) + \phi_2(t - t_n)^2] dt$$

$$- \sum_m \int_{t_n}^{t_{n+1}} \beta_m / \Lambda \cdot \exp \{-\lambda_m(t_{n+1} - t)\}$$

$$\times [\phi_0 + \phi_1(t - t_n) + \phi_2(t - t_n)^2] dt$$

$$+ \sum_m \{1 - \exp(-\lambda_m \Delta t_{n+1})\} C_m(t_n)$$

(3.16)

ここで(3.16)式の右辺第1項は

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} [P_0 + P_1(t - t_n) + P_2(t - t_n)^2]$$

$$\times [\phi_0 + \phi_1(t - t_n) + \phi_2(t - t_n)^2] dt$$

$$= P_0 \phi_0 \Delta t_{n+1} + [P_0 \phi_1 + P_1 \phi_0] \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt (t - t_n)$$

$$+ [P_0 \phi_2 + P_1 \phi_1 + P_2 \phi_0] \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt (t - t_n)^2$$

$$+ [P_1 \phi_2 + P_2 \phi_1] \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt (t - t_n)^3$$

$$+ P_2 \phi_2 \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt (t - t_n)^4$$

$$= P_0 \phi_0 \Delta t_{n+1} + [P_0 \phi_1 + P_1 \phi_0] \cdot (\Delta t_{n+1})^2 / 2$$

$$+ [P_0 \phi_2 + P_1 \phi_1 + P_2 \phi_0] \cdot (\Delta t_{n+1})^2 / 3$$

$$+ [P_1 \phi_2 + P_2 \phi_1] \cdot (\Delta t_{n+1})^4 / 4 + P_2 \phi_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^5 / 5$$

(3.16)式の右辺第2項は

$$\begin{aligned} & - \sum_m \int_{t_n}^{t_{n+1}} \beta_m / \Lambda \cdot \exp \{ - \lambda_m (t_{n+1} - t) \} \\ & \quad \times [\phi_0 + \phi_1 (t - t_n) + \phi_2 (t - t_n)^2] dt \\ & = - \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot [\phi_0 I_{m,0} + \phi_1 I_{m,1} + \phi_2 I_{m,2}] \end{aligned}$$

(16)式を ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 について整理すると

$$\phi_1 [\Delta t_{n+1} - \{ P_0 \cdot (\Delta t_{n+1})^2 / 2 + P_1 \cdot (\Delta t_{n+1})^3 / 3$$

$$+ P_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^4 / 4 \} + \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot I_{m,1}]$$

$$+ \phi_2 [(\Delta t_{n+1})^2 - \{ P_0 \cdot (\Delta t_{n+1})^3 / 3 + P_1 \cdot (\Delta t_{n+1})^4 / 4$$

$$+ P_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^5 / 5 \} + \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot I_{m,2}]$$

$$= \phi_0 [\{ P_0 \cdot \Delta t_{n+1} + P_1 \cdot (\Delta t_{n+1})^2 / 2 + P_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^3 / 3 \}$$

$$- \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot I_{m,0}] + \sum_m \lambda_m C_m(t_n) \cdot I_{m,0} \quad (3.17)$$

ただし $I_{m,p}$ は次の形をとる。

とおくと、(3.17)式は次のようになる。

$$a_1(\Delta t_{n+1}) \cdot \phi_1 + a_2(\Delta t_{n+1}) \cdot \phi_2 = g(\Delta t_{n+1}) \quad (3.18)$$

同様にして Δt_{n+1} を $1/2$ にした方程式を作ると

$$a'_1(\Delta t_{n+1}/2) \cdot \phi_1 + a'_2(\Delta t_{n+1}/2) \cdot \phi_2 = g'(\Delta t_{n+1}/2) \quad (3.19)$$

(3.18), (3.19)式より

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{a_1 a'_2 - a_2 a'_1} \begin{pmatrix} a'_2 g - a_2 g' \\ -a'_1 g + a_1 g' \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

最後に解の収束について説明する。

時間幅 Δt のときに求めた ϕ とそれを $1/2$ にして求めた ϕ' とを比較して、許容誤差以内ならばそれを解とする。

よって (3.18)式より、 Δt_{n+1} を $1/4$ にした方程式を作ると

$$a''_1(\Delta t_{n+1}/4) \cdot \phi_1 + a''_2(\Delta t_{n+1}/4) \cdot \phi_2 = g''(\Delta t_{n+1}/4) \quad (3.21)$$

(3.20), (3.21)式より

$$\begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{a'_1 a''_2 - a''_2 a'_1} \begin{pmatrix} a''_2 g' - a'_2 g'' \\ -a''_1 g' + a'_1 g'' \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

(3.20)式の ϕ_1, ϕ_2 と区別するために ϕ'_1, ϕ'_2 とした。

(3.20), (3.22)式を (3.10)式に代入して

$$I_{m,0} = 1 / \lambda_m + [1 - \exp(-\lambda_m \cdot \Delta t_{n+1})]$$

$$I_{m,1} = \Delta t_{n+1} / \lambda_m - 1 / (\lambda_m)^2 [1 - \exp(-\lambda_m \cdot \Delta t_{n+1})]$$

$$I_{m,2} = (\Delta t_{n+1})^2 / \lambda_m - 2 \cdot \Delta t_{n+1} / (\lambda_m)^2$$

$$+ 2 / (\lambda_m)^3 [1 - \exp(-\lambda_m \cdot \Delta t_{n+1})]$$

(3.17)式を解くことにより ϕ_1, ϕ_2 を求め、(10)式に代入して $\phi(t)$ を決定することができる。

次に ϕ_1, ϕ_2 の求め方を示す。(17)式の表記を簡単にするために

$$a_1(\Delta t_{n+1}) = \Delta t_{n+1} - \{P_0 \cdot (\Delta t_{n+1})^2 / 2 + P_1 \cdot (\Delta t_{n+1})^3 / 3$$

$$+ P_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^4 / 4\} + \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot I_{m,1}$$

$$a_2(\Delta t_{n+1}) = (\Delta t_{n+1})^2 - \{P_0 \cdot (\Delta t_{n+1})^3 / 3$$

$$+ P_1 \cdot (\Delta t_{n+1})^4 / 4 + P_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^5 / 5\}$$

$$+ \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot I_{m,2}$$

$$g(\Delta t_{n+1}) = \phi_2 [\{P_0 \cdot \Delta t_{n+1} + P_1 \cdot (\Delta t_{n+1})^2 / 2$$

$$+ P_2 \cdot (\Delta t_{n+1})^3 / 3\} - \sum_m \beta_m / \Lambda \cdot I_{m,0}]$$

$$+ \sum_m \lambda_m C_m(t_n) \cdot I_{m,0}$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \phi_1(t - t_n) + \phi_2(t - t_n)^2 \quad (t_n < t < t_{n+1}) \quad (3.23)$$

$$\phi'(t) = \phi_0 + \phi'_1(t - t_n) + \phi''_2(t - t_n)^2 \quad (t_n < t < t_{n+1}/2) \quad (3.24)$$

ここで(3.23),(3.24)式の時間幅の差により生じる誤差を $\varepsilon(\Delta t)$ とし、 次のように $\varepsilon(\Delta t)$ を定義する。

$$\varepsilon(\Delta t) = | \{ \phi(\Delta t/2) - \phi_0 \} / \{ \phi'(\Delta t/2) - \phi_0 \} - 1 | \quad (3.25)$$

(3.25)式に(3.23),(3.24)式を代入して

$$\varepsilon(\Delta t) = | \{ \phi_1 + (1/2) \cdot \phi_2 \} / \{ \phi'_1 + (1/2) \cdot \phi''_2 \} - 1 | \quad (3.26)$$

(3.26)式が許容誤差以内になるまで、 Δt_{n+1} を 2 等分して計算を繰り返す。

3 - 4 stiffness confinement method

(reduced precursor densityを使用しない場合)

$$d\phi(t)/dt = \{\rho(t) - \beta\} / \Lambda \cdot \phi(t) + \sum_m \lambda_m C_m(t) \quad (3.7)$$

$$dC_m(t)/dt = \beta_m / \Lambda \cdot \phi(t) - \lambda_m C_m(t) \quad (3.8)$$

$\omega(t)$ が次の式を満たすように定義する。

$$\phi(t) = \exp \int_0^t \omega(s) ds \quad (3.27)$$

(3.27)式を(3.7)式に代入して

$$\phi(t) = \Lambda / \{ \Lambda \cdot \omega(t) + \beta - \rho(t) \} + \sum_m \lambda_m C_m(t) \quad (3.28)$$

(3.28)式を(3.8)式に代入して

$$\begin{aligned} dC_m(t)/dt &= \beta_m / \{ \Lambda \cdot \omega(t) + \beta - \rho(t) \} + \sum_m \lambda_m C_m(t) \\ &\quad - \lambda_m C_m(t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

遅発中性子先行核密度は指數関数に比例するので次の式で定義する。

$$C_m(t) = \hat{C}_m(t) \cdot \exp \int_0^t u(s) ds \quad (3.30)$$

(3.30)式を(3.29)式に代入して

$$d\hat{C}_m(t)/dt = \beta_m / \{ \Lambda \omega(t) + \beta - \rho(t) \} + \sum_m \lambda_m \hat{C}_m(t)$$

$$= \{ u(t) + \lambda_m \} \hat{C}_m(t) \quad (3.31)$$

$S(t)$ を次の式で定義する。

$$S(t) = [\sum_m \lambda_m \hat{C}_m(t)] \cdot \exp \int_0^t u(s) ds \quad (3.32)$$

(3.7)式より

$$d\phi(t)/dt = \{ \rho(t) - \beta \} / \Lambda \cdot \phi(t) + S(t) \quad (3.33)$$

$$\omega(t) = d \{ \ln \phi(t) \} / dt \quad (3.34)$$

$$u(t) = d \{ \ln S(t) \} / dt \quad (3.35)$$

基本的には、(3.31)式を差分化することによって時刻 t における C_m を求め、(3.32)式に代入して $S(t)$ を求め、(3.33)式を解析的に解くことにより $\phi(t)$ を求める。(3.34)式と(3.35)式は次の時間ステップにおける ω と u を求めるときに使用する。

次に(3.31)式の差分化について説明する。

(3.31)式は $\omega(t)$ を導入したことにより stiffness が小さくなっている。このため、比較的大きな時間幅に対しても差分化は妥当であると考えると

$$\begin{aligned} \hat{C}_m(t_n) - \hat{C}_m(t_{n-1}) \} / (t_n - t_{n-1}) &= \beta_m / \{ \Lambda \cdot \omega(t_n) + \beta - \rho(t_n) \} \\ &\times \sum_m \lambda_m \hat{C}_m(t_n) - \lambda_m \hat{C}_m(t_n) \\ &[1 - W_m(t_n) \lambda_m + \Delta t \{ \lambda_m + u(t) \}] \cdot \hat{C}_m(t_n) \\ &- W_m(t_n) \cdot \sum_i \lambda_i \hat{C}_i(t_n) = \hat{C}_m(t_{n-1}) \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\text{ただし } W_m(t_n) = \Delta t_n \cdot \beta_m / \{\Lambda \omega(t_n) + \beta - \rho(t_n)\}$$

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$$

(3.36)式において $\omega(t_n)$ と $u(t_n)$ に関しては $t = t_{n-1}$ 及び $t = t_{n-2}$ の値を用いて外挿したものを使う。(3.36)式は $C_m(t)$ に関する 6 元連立方程式があるので、逆行列を使用して求めることが可能である。

次に $\phi(t)$ の計算について説明する。

(3.33)式より

$$d\phi(t)/dt - P(t)\phi(t) = S(t) \quad (3.37)$$

$$\text{ただし } P(t) = \{\rho(t) - \beta\} / \Lambda \quad (3.38)$$

(3.37)式は Bernoulli の微分方程式になっているから、積分因子として

$$e^{\int P(s) ds}$$

を両辺に掛けて解くと

$$\phi(t) = e^{\int_{t_{n-1}}^t P(s) ds}$$

$$\times [\int_{t_{n-1}}^t S(r) e^{\int_s^r -P(s) ds} dr + \phi(t_{n-1})] \quad (3.39)$$

ここで $\rho(t)$ が区間 (t_{n-1}, t_n) で線形的に変化すると仮定すると

$$\rho(t) = \rho_1 \cdot t + \rho_2 \quad (t_{n-1} < t < t_n)$$

とおける。(3.38)式より

$$P(t) = (\rho_1 \cdot t + \rho_2 - \beta) / \Lambda = (\rho_1 / \Lambda) \cdot t + (\rho_2 - \beta) / \Lambda$$

(3.39)式より

$$\phi(t) = \exp [\bar{P}(t) - \bar{P}(t_{n-1})]$$

$$\times [\int_{t_{n-1}}^t S(r) \exp \{ -\bar{P}(r) + \bar{P}(t_{n-1}) \} dr + \phi(t_{n-1})]$$

$$\text{ただし } \bar{P}(t) = \int^t P(t) dt = \{ \rho_1 / (2\Lambda) \} \cdot t^2 + \{ (\rho_2 - \beta) / \Lambda \} \cdot t$$

$$\therefore \phi(t_n) = \exp [\bar{P}(t_n) - \bar{P}(t_{n-1})]$$

$$\times [\int_{t_{n-1}}^{t_n} S(r) \exp \{ -\bar{P}(r) + \bar{P}(t_{n-1}) \} dr + \phi(t_{n-1})]$$

$S(t)$ の計算について説明する。

今回の解析では簡単のために $u(t) = 0$ として計算を進めたので、それを示す。

区間 (t_{n-1}, t_n) で $C_m(t)$ が線形的に変化すると仮定して

$$C_m(t) = C_{1,m} \cdot t + C_{2,m}$$

とおく。(3.32)式に代入して

$$S(t) = \sum_m \lambda_m \{ C_{1,m} \cdot t + C_{2,m} \}$$

$$= \bar{C}_1 \cdot t + \bar{C}_2$$

$$\text{ただし } \bar{C}_1 = \sum_m \lambda_m C_{1,m}$$

$$\overline{C_z} = \sum_m \lambda_m C_{z,m}$$

最後に $\omega(t)$ の計算について説明する。

(3.34)式より

$$\begin{aligned}\omega(t) &= d \{ l n \phi(t) \} / d t \\ &= (1 / \phi) \cdot (d \phi / d t)\end{aligned}$$

(3.33)式を代入して

$$\begin{aligned}\omega(t) &= 1 / \phi(t) \cdot [\{ \rho(t) - \beta \} / \Lambda \cdot \phi(t) + S(t)] \\ &= \{ \rho(t) - \beta \} / \Lambda + S(t) / \phi(t) \\ \omega(t_n) &= \{ \rho(t_n) - \beta \} / \Lambda + S(t_n) / \phi(t_n)\end{aligned}$$

新しく求まった $\omega(t_n)$ を (3.36) 式に代入して繰り返して計算を行う。以上の計算は $\omega(t_n)$ が収束するまで繰り返される。つまり下に示している ε が許容する値以内になるまで反復計算を行う。

$$\varepsilon = | \omega(t_n) / \omega(t_{n-1}) - 1 |$$

第4章 sub-domain methodとS.C.M.との比較

前ページで示したように I B I S では一点炉近似動特性方程式を 2 次の試行関数を用いた荷重残差法で解いており、 S . C . M . では即発中性子と遅発中性子との時間応答の差から生じる stiffness を式の変形をうまく扱うこと で緩和して解いている。

まず、ステップ反応度を入れた時の計算精度とステップ数を示した表を Table 4-1 に示す。初期条件としては

$$\Lambda = 0.0001$$

$$\beta = 0.01$$

$$\lambda = 0.08$$

$$\rho = 0.005$$

であり、 $\rho / \beta = 0.5$ のステップ反応度で遅発中性子を 1 群として計算した。（ただし、中性子束は時刻 $t = 0$ のときの値を 1.0000 と規格化し、中性子束の正確な値は一点炉近似動特性方程式を解析的にといて求めた式より得た。）

次に、ステップ反応度の変化に伴うステップ数の変化を示したものと Fig. 4-1 を示す。（ただし、初期条件としては ρ 以外は上記のものと同じであり、ステップ反応度を入れた瞬間から 0.5 秒後の値を示した。）

第5章 結論

Table4-1より、中性子束の計算値の精度に関しては sub-domain method と S.C.M. において正確な値からのずれが、それぞれ 0. 30 % 程度と 0. 27 % 程度であり、これらの 2 つの解析手法はほぼ同程度の精度を持っていることがわかる。また時間ステップ数の変化を見ると、S.C.M. の方が sub-domain method よりもかなり少なく、これは計算時間の短縮の可能性を持っていることがわかる。

次に Table4-2 に 0. 3 \$, 0. 5 \$, 0. 7 \$, 1. 0 \$, 1. 2 \$, のステップ反応度を入れた時の時間ステップ数を示しているけれども、これを見るとステップ反応度が 1 \$ 未満では S.C.M. の方が sub-domain method よりも時間ステップ数がかなり少なく、有効さを示している。しかし、1 \$ 付近からそれ以上のステップ反応度が入ると S.C.M. と sub-domain method との時間ステップ数が逆転する傾向がある。この原因としては reduced precursor density の効果を考慮しなかったことが考えられる。

現在、IBIS コードにおいては計算時間がかなり必要であるので今回の解析の結果より、S.C.M. をうまく反応度計算部分に導入することにより、今までと同程度の精度で、かつ計算時間の短縮を図りたい。

参考文献

- (1) R.A. SHOBER et al., FX2-TH:A two-dimensional nuclear reactor kinetics code with thermal-hydraulic feedback,ANL-78-97,(1987).
- (2) M. Konomura et al., Development of Three-Demensional Space Dpendent Kinetics Codo IBIS and Analysis of Transient Behavior of LMFBR Cores, J. Nucl. Sci. Technol., 22[10], 788(1985).
- (3) Y.A. Chao and A. Attard, A Resolution of the Stiffness Problem of Reactor kinetics ,Nucl. Sci. Eng., 90, 40(1985).
- (4) Y. komano, T. Takeda and T. Sekiya, Improved Few-Group Coarse-Mesh Method for Calculating Three-Dimensional Power Distribution in Fast Breeder Reactor, NEACRP-L-204(1978)

Table 4-1 Comparison of flux , flux error and number of steps calculated
with sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity

method	\$	0. 3	0. 5	0. 7	1. 0	1. 2	
sub - domain							--- flux
method		1. 4 5 1 8	2. 0 7 4 7	3. 6 1 1 9	6. 9 2 2 5	1. 5 4 6 4	--- number of time steps
S . C . M.		4 0	4 5	3 5	1 0	6 5	
		1. 4 5 2 1	2. 0 7 5 9	3. 6 1 9 0	7. 1 0 3 5	1. 5 6 8 5	
		9	1 1	1 4	2 7	7 1	

Table 4-2 Comparison of flux and number of steps calculated with
 sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivities
 $(0.3\$, 0.5\$, 0.7\$, 1.0\$, 1.2\$)$

method \ sec	0. 0 5	0. 1 0	0. 2 0	
s u b - d o m a i n	1. 9 2 0 7 0. 2 7 m e t h o d	2. 0 0 3 0 0. 3 1 2 6	2. 0 2 5 7 0. 3 2 4 4	---- flux ---- error (%) ---- number of steps
S . C . M .	1. 9 2 1 1 0. 2 5 6	2. 0 0 3 8 0. 2 7 7	2. 0 2 6 6 0. 2 8 8	
e x a c t v a l u e	1. 9 2 5 9	2. 0 0 9 3	2. 0 3 2 2	

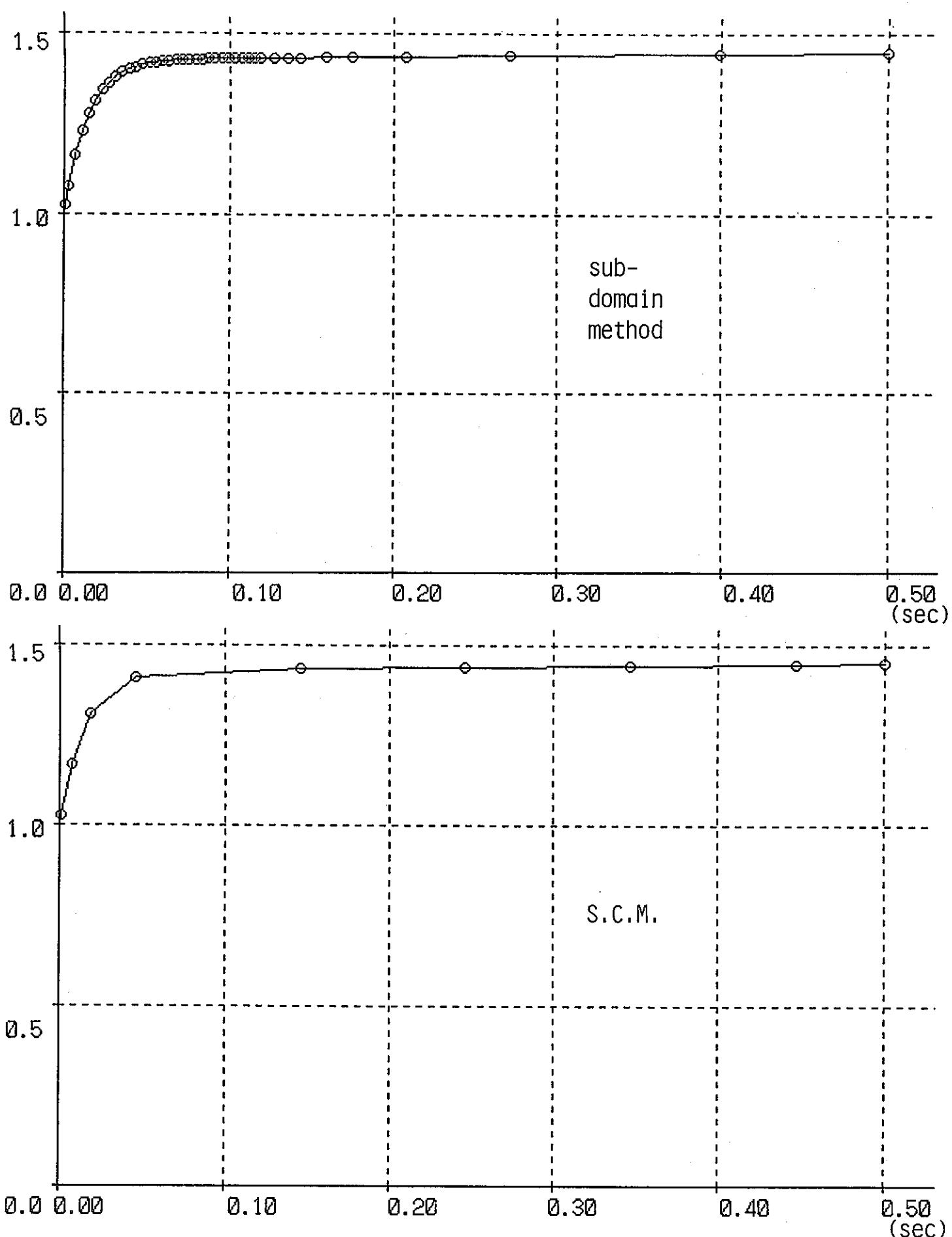
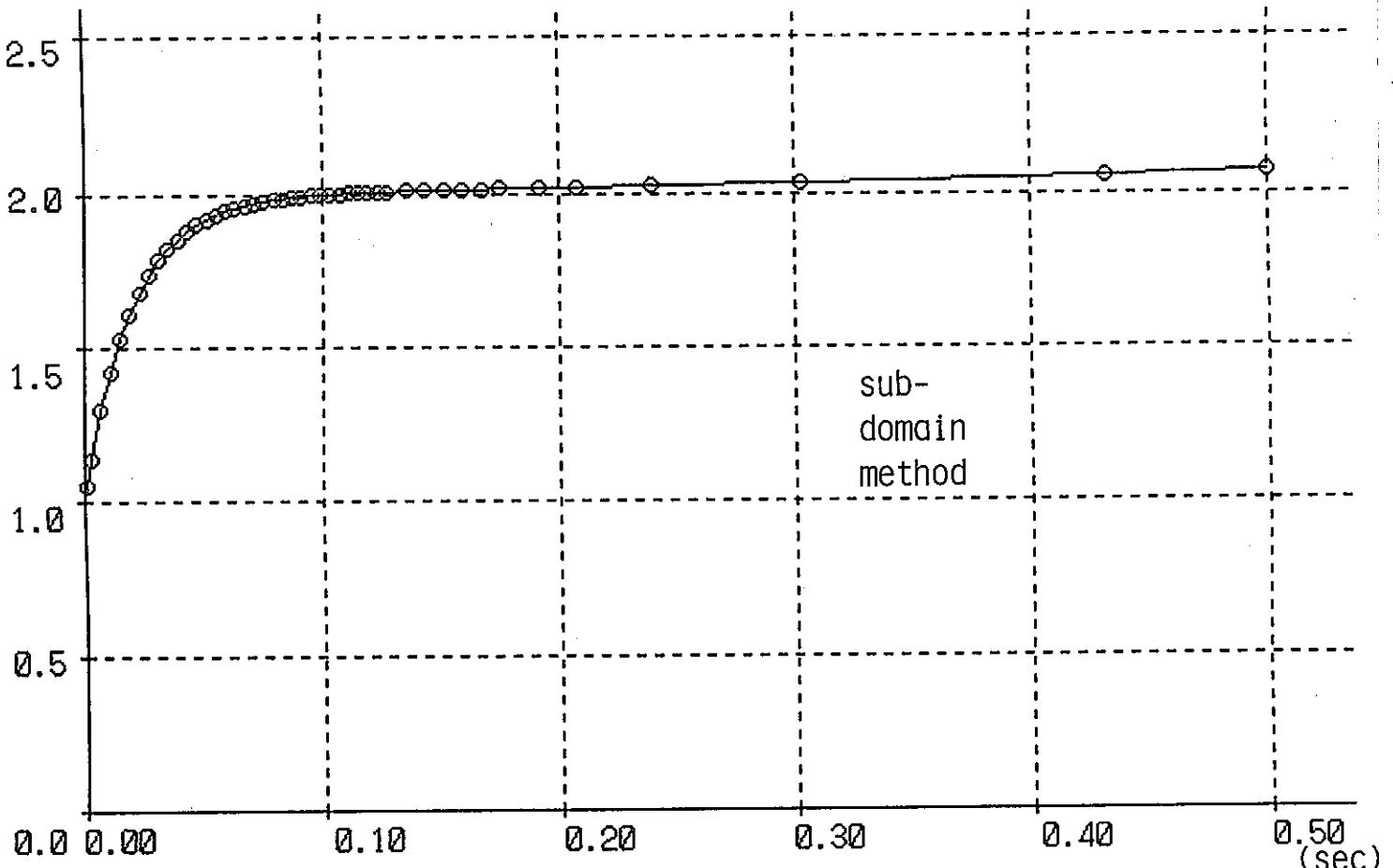
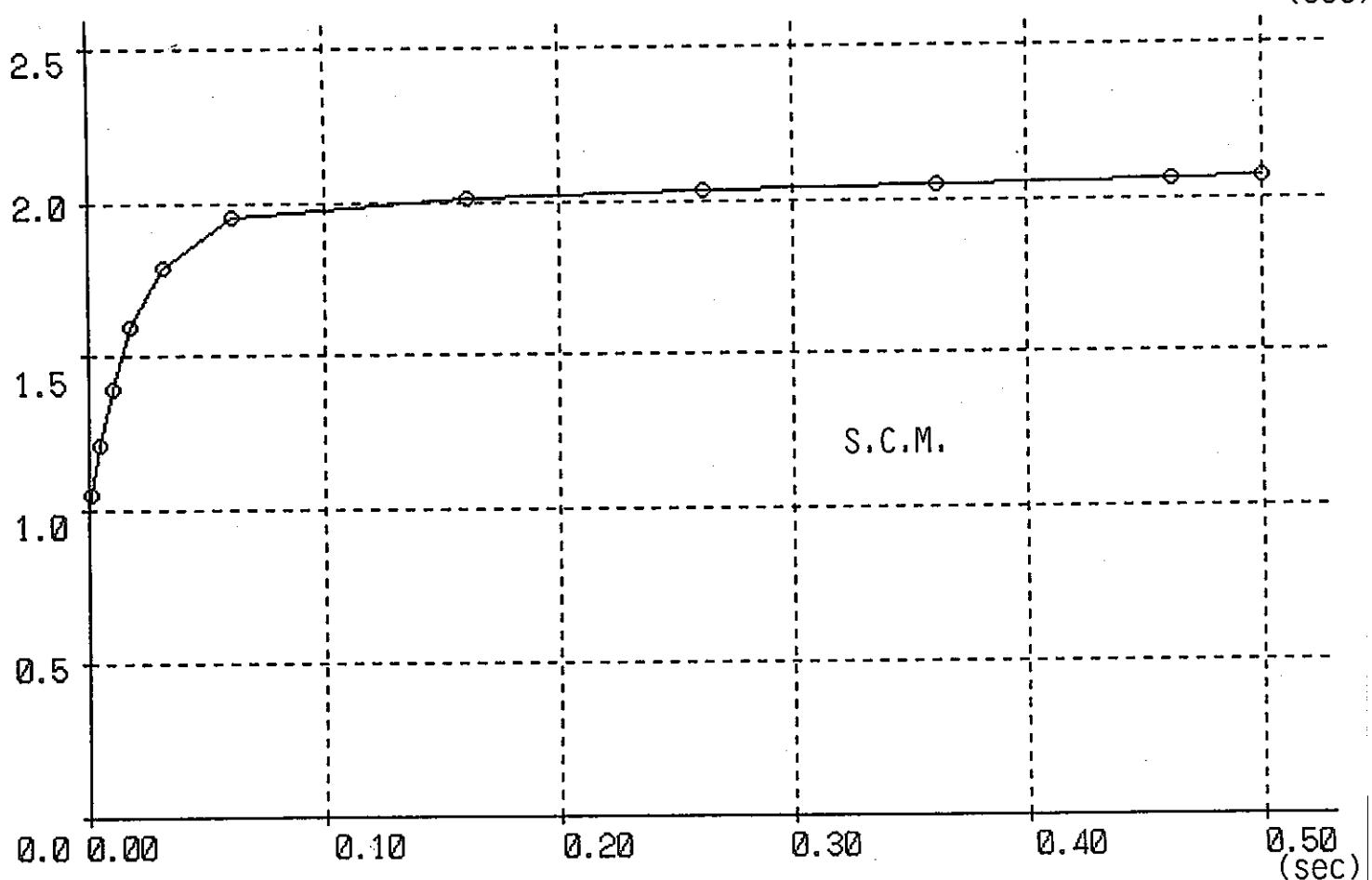


Fig.4-1(a) Comparison of position of time steps between
sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity



sub-
domain
method



S.C.M.

Fig.4-1(b) Comparison of position of time steps between
sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity
(0.5\$)

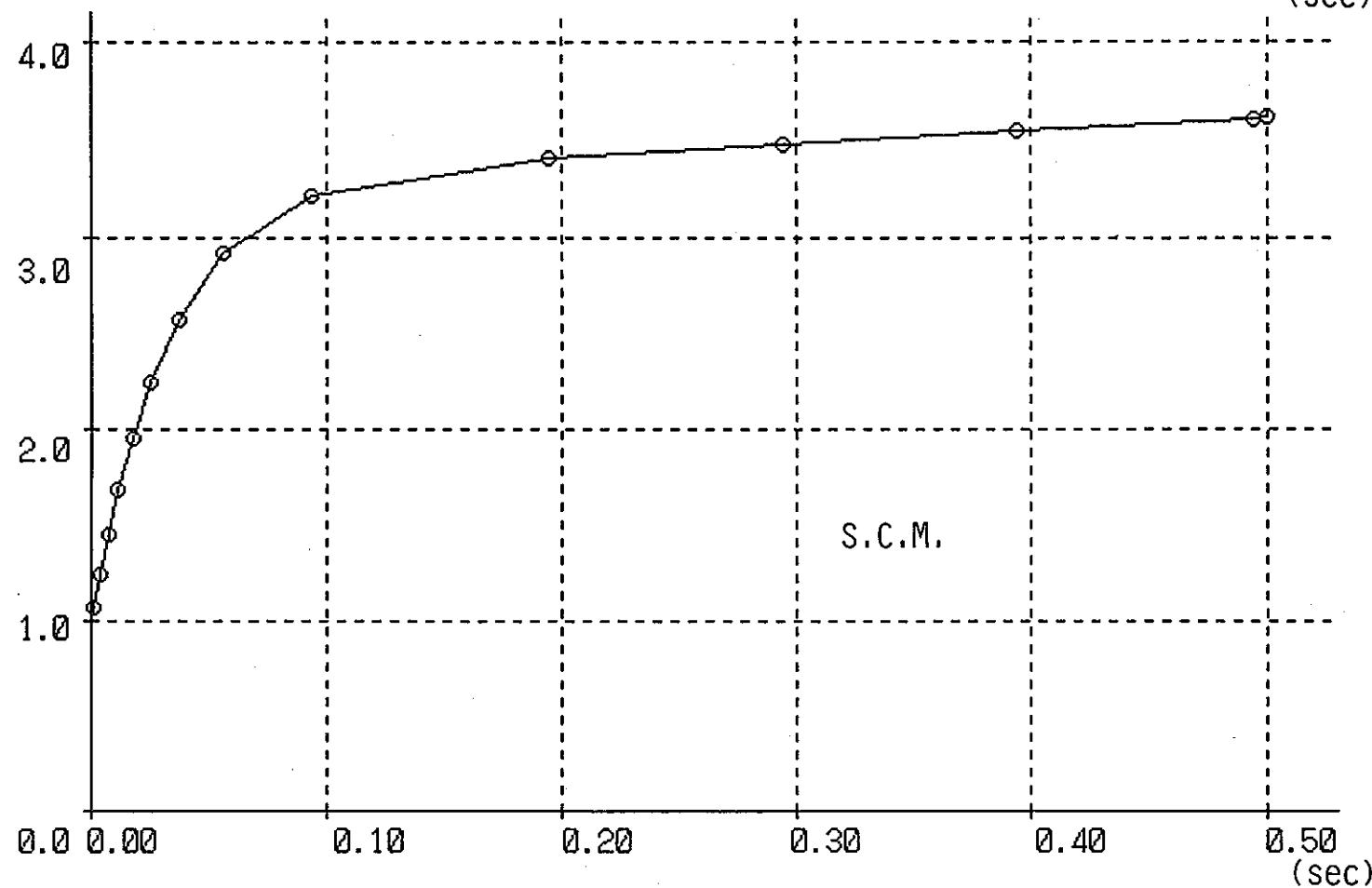
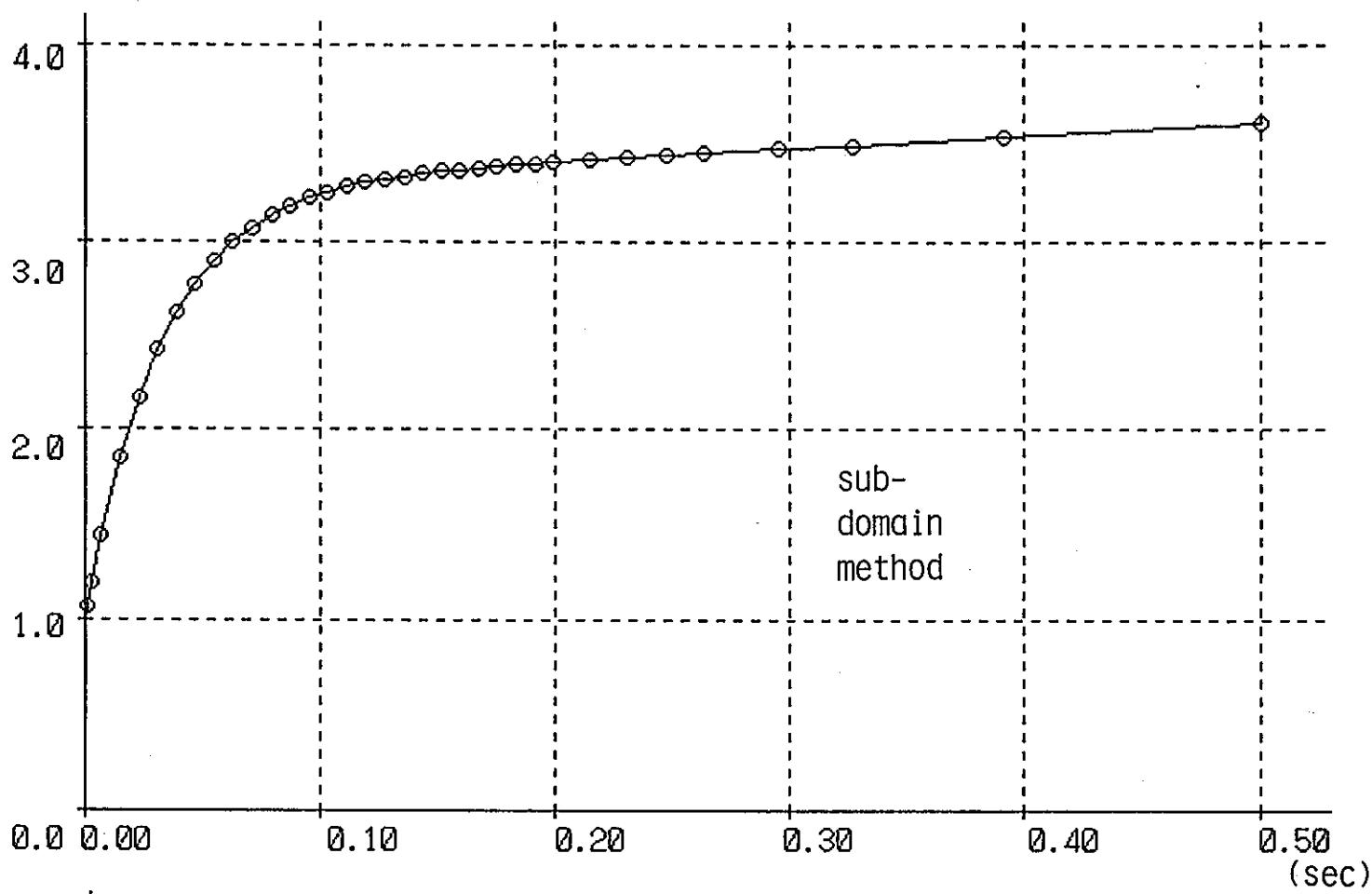


Fig.4-3(c) Comparison of position of time steps between
sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity

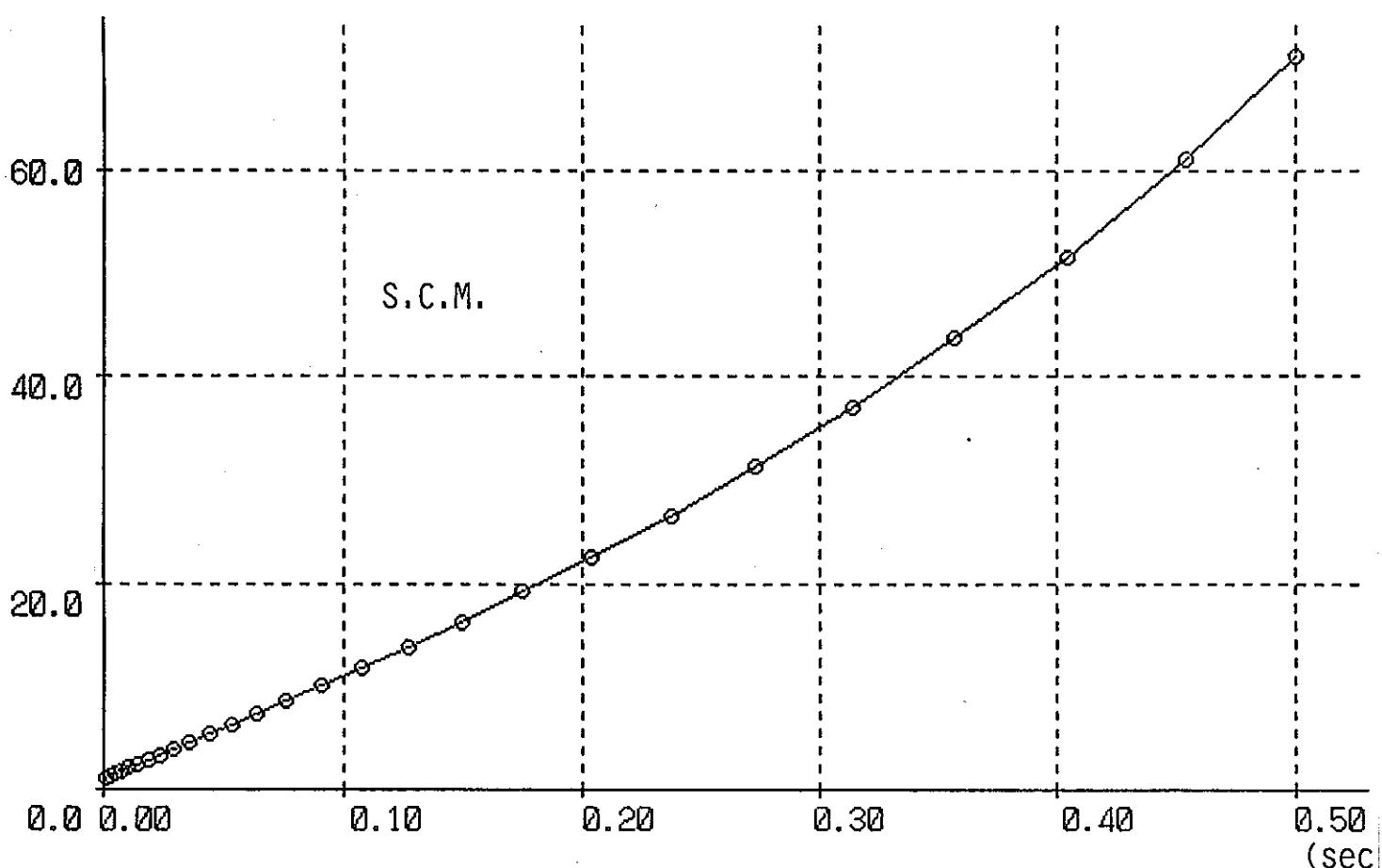
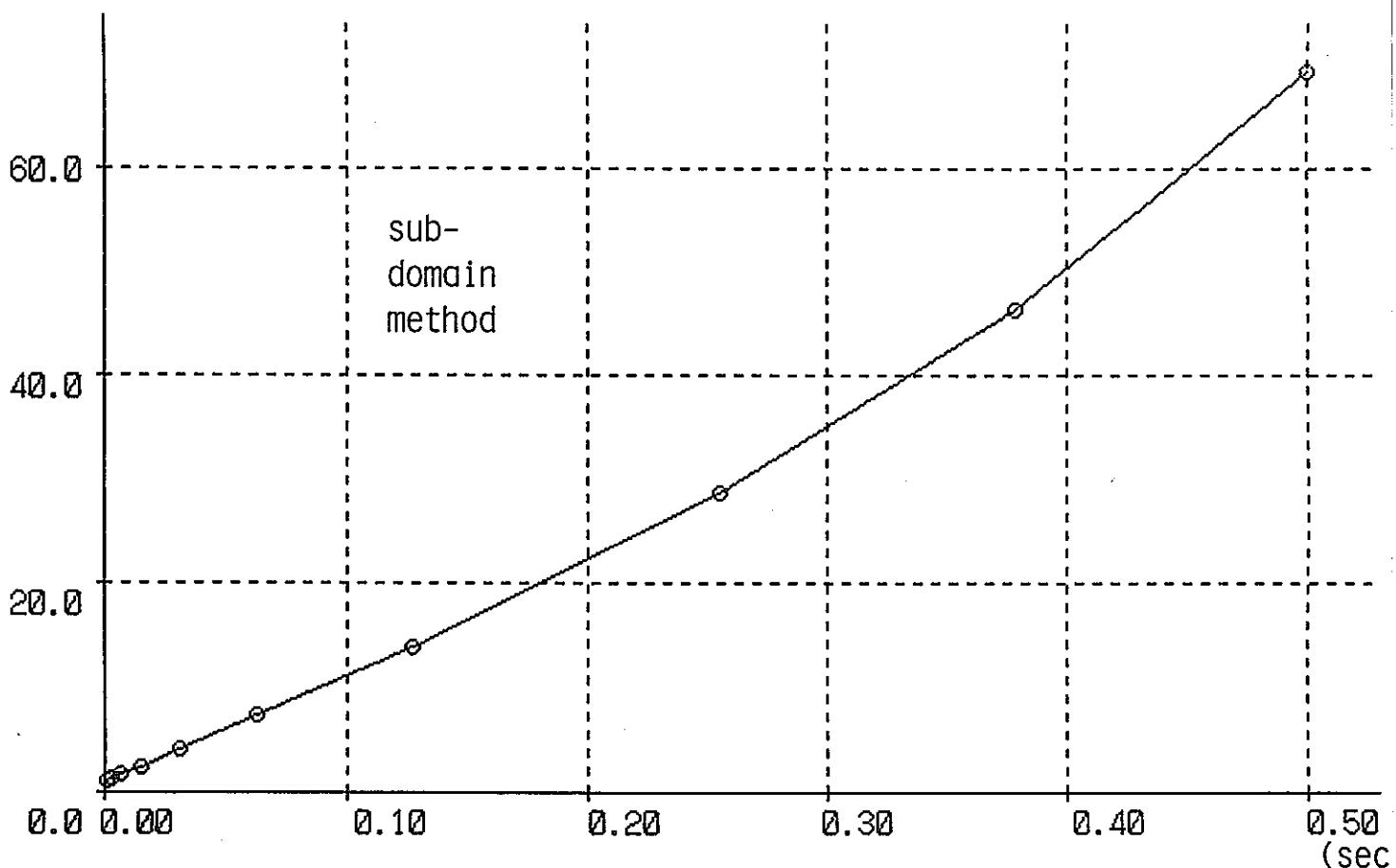


Fig.4-1(d) Comparison of position of time steps between
sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity
(1.0\$)

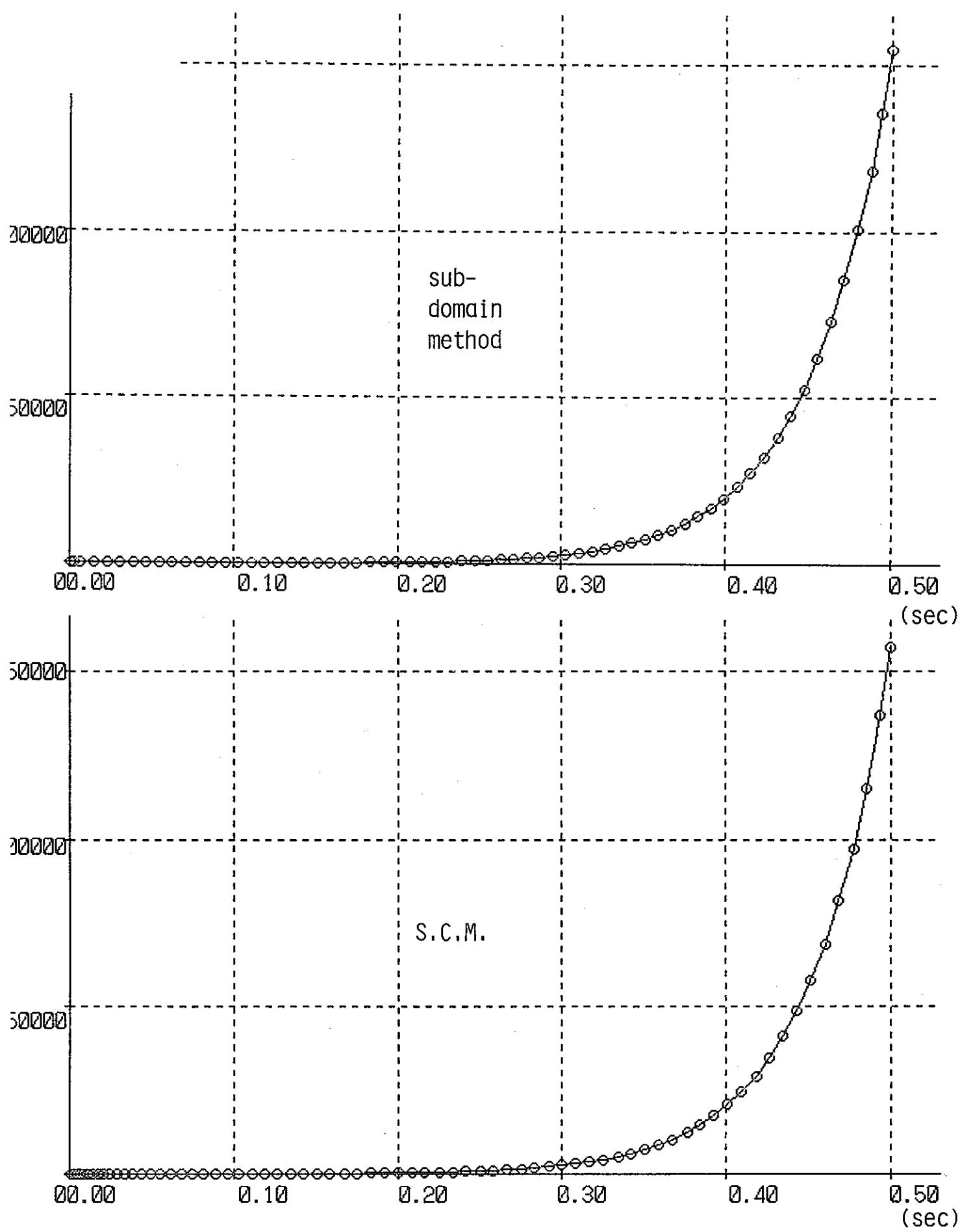


Fig.4-1(e) Comparison of position of time steps between
sub-domain method and S.C.M. due to insertion of step reactivity

第 IV 部

3 次元ヘキサ - Z コードの改良

目次

第1章 H e x - Z 体系輸送ノード法

- 1. 1 X - Y 平面に用いる理論
- 1. 2 Z 方向に用いる理論

第2章 三次元輸送 S_Nコード T R I T A C の非等方散乱成分の必要性

- 2. 1 3 次元 S_N近似式
- 2. 2 散乱ソース項の展開
- 2. 3 角度依存中性子束の計算の方向
- 2. 4 P_n^m 係数の妥当性
- 2. 5 結果

第3章 三次元ヘキサ - Z コードの改良

- 3. 1 序論
- 3. 2 S I X T U S の基本式
- 3. 3 計算結果
- 3. 4 結論

第4章 解析的多項式ノード法に基づく3次元拡散計算法

- 4. 1 序論
- 4. 2 拡散ノード法基本式の導出
- 4. 3 解析的多項式ノード法基本式の導出
- 4. 4 計算方法
- 4. 5 計算結果

List of Tables

- Table 2-1 Number of spherical harmonics, NM, as a function of Legendre Expansion order L
- Table 2-2 Spherical harmonics, $R_n(\Omega)$, for different geometry
- Table 2-3 Mesh Sweep for Each Angular Direction
- Table 2-4 MACRO CROSS SECTION SET (2-GROUP and P_1)
- Table 2-5 MACRO CROSS SECTION SET (2-GROUP and P_θ)
- Table 2-6 SCATTERING MATRIX (2-GROUP and P_1)
- Table 2-7 SCATTERING MATRIX (2-GROUP and P_θ)
- Table 2-8 MACRO CROSS SECTION SET (4-GROUP and P_1)
- Table 2-9 MACRO CROSS SECTION SET (4-GROUP and P_θ)
- Table 2-10 SCATTERING MATRIX (4-GROUP and P_1)
- Table 2-11 SCATTERING MATRIX (4-GROUP and P_θ)
- Table 2-12 Energy structure of 63 groups
- Table 2-13 2-Groups and 4-Groups Energy Structure on 63 Groups
- Table 2-14 Calculated k-eff by TWOTRAN-II code
- Table 2-15 Calculated k-eff by TRITAC code
- Table 2-16 Calculated k-eff by TWOTRAN-II (VOID)
- Table 2-17 Calculated k-eff by TRITAC (VOID)
- Table 2-18 Calculated VOID worth by TWOTRAN-II code
- Table 2-19 Calculated VOID worth by TRITAC code
- Table 3.1 3-group cross sections
- Table 3.2 Comparison of SIXTUS with finite difference method
- Table 4.1 Comparison of k_{eff} values obtained from Present method and Finite difference method (F.D.M.)

List of Figures

- Fig. 1.1 Hexagonal node
- Fig. 2-1 Location of $\Phi_{i \pm 1/2}$, $\Phi_{j \pm 1/2}$ and $\Phi_{k \pm 1/2}$
- Fig. 2-2 Specification of Surface
- Fig. 2-3 Rectangular Cartesian Coordinates
- Fig. 2-4 Specification of Angular Direction
- Fig. 2-5 Calculational Flowchart
- Fig. 2-6 Calculational Model
- Fig. 2-7 Flux of P_1 and P_θ cal. (1G)
- Fig. 2-8 Flux of P_1 and P_θ cal. (2G)
- Fig. 2-9 Flux of P_1 -cal. (2G)
- Fig. 2-10 Flux of P_1 -cal. (2G)
- Fig. 2-11 Flux of P_1 -cal. (1G)
- Fig. 2-12 Flux of P_1 -cal. (1G)
- Fig. 2-13 Flux of P_1 -cal. (1G)
- Fig. 2-14 Flux of P_1 -cal. (2G)
- Fig. 2-15 Flux of P_1 -cal. (1G)
- Fig. 2-16 Flux of P_1 -cal. (2G)
- Fig. 2-17 Flux of P_1 -cal. (1G)
- Fig. 2-18 Flux of P_1 and P_θ cal. (2G)
- Fig. 2-19 Flux of P_1 -cal. (1G)
- Fig. 2-20 Flux of P_1 -cal. (2G)
- Fig. 3.1 Hexagonal prism node
- Fig. 3.2 Unit vectors for Hexagon
- Fig. 3.3 Unit vectors for one direction
- Fig. 3.4 Flow Chart

Fig. 3.5 Calculational Model

Fig. 3.6 Percent Difference of Power Distribution
by Hexagonal Mesh Calculation

Fig. 3.7 Percent Difference of Power Distribution
by Triangular Mesh Calculation

Fig. 3.8 Percent Difference of Power Distribution
by SIXTUS

Fig. 3.6 Relative Power Distribution by 24 Mesh Calculation

Fig. 4.1 Calculational Flowchart

Fig. 4.2 3-Dimensional FBR Model

Fig. 4.3 Comparison of Power distributions obtained from Present
method and Finite difference method (F.D.M.)

1. 1 H e x - Z 体系 輸送ノード法

この章では、高速炉炉心計算のための H e x - Z 体系における輸送計算を、ノード法を用いて行うための理論について説明する。

1 X - Y 平面に用いる理論

N 群輸送方程式は、

$$\vec{\Omega} \cdot \text{grad } \Psi (\vec{r}, \vec{\Omega}) + \sum_t \Psi_t (\vec{r}, \vec{\Omega}) = S (\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1)$$

として、エネルギー群 g の添え字を省略する。これを 1 つのノード内（図 1）についてある方向にのみ注目し、他方向について積分すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta x} \mu \frac{\partial}{\partial x} \Psi_x (x, \vec{\Omega}) + \sum_t \Psi_t (x, \vec{\Omega}) \\ = S_x (x, \vec{\Omega}) - L_x (x, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (2)$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned} \Psi_x (x, \vec{\Omega}) &= \Delta z \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dz \Delta y \int_{-y_s}^{y_s} dy \Psi (\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ L_x (x, \vec{\Omega}) &= \Delta z \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dz \left[\Delta y \int_{-y_s}^{y_s} dy \right. \\ &\quad \left. \left\{ \xi \frac{1}{\Delta y} \frac{\partial}{\partial y} \Psi (\vec{r}, \vec{\Omega}) + \eta \frac{1}{\Delta z} \frac{\partial}{\partial z} \Psi (\vec{r}, \vec{\Omega}) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \mu \frac{dy_s}{dx} \left\{ \Psi (x, y_s/2, z, \vec{\Omega}) + \Psi (x, -y_s/2, z, \vec{\Omega}) \right\} \right] \end{aligned}$$

とする。

この1次元微分方程式を数学的に解くことによって、

$\mu > 0$ の時

$$\begin{aligned} \Psi_x^+ (\vec{\Omega}) &= \Delta x \int_{-\frac{1}{2}}^x dx' \cdot \frac{1}{\mu} \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{\mu} (x - x') \right\} \cdot \\ &\quad \left\{ S_x(x', \vec{\Omega}) - L_x(x', \vec{\Omega}) \right\} \\ &\quad + \Psi_x^+ (-\frac{1}{2}, \vec{\Omega}) \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{\mu} (x + \frac{1}{2}) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで、

$$\Sigma = \Delta x \cdot \Sigma_t$$

$$\Psi_{xr}^+ (\vec{\Omega}) = \Psi_x^+ (\frac{1}{2}, \vec{\Omega}), \quad \Psi_{x1}^+ (\vec{\Omega}) = \Psi_x^+ (-\frac{1}{2}, \vec{\Omega})$$

である。

これを用いることによって、1つの境界中性子束から向かい合ったもう1つの境界中性子束を求める式が得られる。

$\mu > 0$ の時

$$\begin{aligned} \Psi_{xr}^+ (\vec{\Omega}) &= \Delta x \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx' \cdot \frac{1}{\mu} \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{\mu} (\frac{1}{2} - x') \right\} \cdot \\ &\quad \left\{ S_x(x', \vec{\Omega}) - L_x(x', \vec{\Omega}) \right\} \\ &\quad + \Psi_{x1}^+ (\vec{\Omega}) \left\{ \exp \left(-\frac{\Sigma}{\mu} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

また、同様に $\mu < 0$ のとき

$$\begin{aligned} \Psi_{x1}^- (\vec{\Omega}) &= \Delta x \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx' \cdot \frac{1}{-\mu} \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{-\mu} (x' + \frac{1}{2}) \right\} \cdot \\ &\quad \left\{ S_x(x', \vec{\Omega}) - L_x(x', \vec{\Omega}) \right\} \\ &\quad + \Psi_{xr}^- (\vec{\Omega}) \left\{ \exp \left(-\frac{\Sigma}{-\mu} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

次に、ソース項 S 、リーク項 L 、を多項式展開する。ソース項は、生成と散乱の和となるので、中性子束を多項式展開することで表わす。

$$\Phi_x(x) = \sum_{i=0}^2 y_s(x) f_{xi}(x) \Phi_{xi}$$

$$L_x(x) = \sum_{i=0}^2 y_s(x) f_{xi}(x) L_{xi}$$

ここで、 $f(x)$ は展開関数で、重み $y(x)$ を持った直交性

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} y_s(x) f_{xi}(x) f_{xj}(x) dx = \delta_{ij}$$

をしめし、

$$f_{x0}(x) = 1$$

$$f_{x1}(x) = \sqrt{72/5} x$$

$$f_{x2}(x) = -72\sqrt{5/127} x^2 + 5\sqrt{5/127}$$

となる。これより、 Φ 、 L の係数は、

$$\Phi_{x0} = \bar{\Phi}$$

$$\Phi_{x1} = 1/2 \sqrt{5/6} (\Phi_{xr} - \Phi_{xl})$$

$$\Phi_{x2} = 1/13 \sqrt{127/5} \left\{ \bar{\Phi} - 3/2 (\Phi_{xr} + \Phi_{xl}) \right\}$$

$$L_{x0} = \bar{L}_i$$

$$L_{x1} = \bar{L}_{i+1} - \bar{L}_{i-1}$$

$$L_{x2} = 2\bar{L}_i - \bar{L}_{i+1} - \bar{L}_{i-1}$$

となり、式(4)、(5)に代入される。

以上の手法を、図1における x 、 u 、 v の3方向に用いることによって6角形のノードを取り扱った計算ができる。

2 Z 方向に用いる理論

次に、Z 方向に注目し、他方向について積分すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta z} \eta \frac{\partial}{\partial z} \Psi_x(z, \vec{\Omega}) + \sum_t \Psi_t(z, \vec{\Omega}) \\ = S_x(z, \vec{\Omega}) - L_x(z, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned} \Psi_z(z, \vec{\Omega}) &= \Delta x \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx \Delta y \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dy \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ L_z(z, \vec{\Omega}) &= \Delta x \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx \Delta y \left\{ \mu \frac{1}{\Delta x} \frac{\partial}{\partial x} \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right. \\ &\quad \left. + \xi \frac{1}{\Delta y} \frac{\partial}{\partial y} \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right\} \end{aligned}$$

とする。この1次元微分方程式を数学的に解くことによって、

$\eta > 0$ の時

$$\begin{aligned} \Psi_z^+(z, \vec{\Omega}) &= \Delta z \int_{\frac{1}{2}}^z dz' \cdot \frac{1}{\eta} \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{\eta} (z - z') \right\} \cdot \\ &\quad \left\{ S_z(z', \vec{\Omega}) - L_z(z', \vec{\Omega}) \right\} \\ &\quad + \Psi_z^+(-\frac{1}{2}, \vec{\Omega}) \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{\eta} (z + \frac{1}{2}) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで、

$$\Sigma = \Delta z \sum_t$$

$$\Psi_{zr}^+(\vec{\Omega}) = \Psi_z^+(\frac{1}{2}, \vec{\Omega}), \quad \Psi_{z1}^+(\vec{\Omega}) = \Psi_z^+(-\frac{1}{2}, \vec{\Omega})$$

である。

これを用いることによって、1つの境界中性子束から向かい合ったもう1つの境界中性子束を求める式が得られる。

$\mu > 0$ の時

$$\begin{aligned} \Psi_{zr}^+(\vec{\Omega}) = \Delta z \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dz' \cdot \frac{1}{\eta} \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{\eta} \left(\frac{1}{2} - z', \vec{\Omega} \right) \right\} \\ \left\{ S_z(z', \vec{\Omega}) - L_z(z', \vec{\Omega}) \right\} \\ + \Psi_{zI}^+(\vec{\Omega}) \left\{ \exp \left(-\frac{\Sigma}{\eta} \right) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

また、同様に $\eta < 0$ のとき

$$\begin{aligned} \Psi_{zI}^-(\vec{\Omega}) = \Delta z \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dz' \cdot \frac{1}{-\eta} \exp \left\{ -\frac{\Sigma}{-\eta} \left(z' + \frac{1}{2} \right) \right\} \\ \left\{ S_z(z', \vec{\Omega}) - L_z(z', \vec{\Omega}) \right\} \\ + \Psi_{zI}^-(\vec{\Omega}) \left\{ \exp \left(-\frac{\Sigma}{-\eta} \right) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

次に、ソース項 S 、リーク項 L を多項式展開する。ソース項は、生成と散乱の和となるので、中性子束を多項式展開することで表わす。

$$\Phi_z(z) = \sum_{i=0}^2 f_{zi}(z) \Phi_{zi}$$

$$L_z(z) = \sum_{i=0}^2 f_{zi}(z) L_{zi}$$

ここで、 $f(z)$ は展開関数で直交性

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f_{zi}(z) f_{zj}(z) dz = \delta_{ij}$$

をしめし、

$$f_{z0}(z) = 1$$

$$f_{z1}(z) \approx 2\sqrt{3} z$$

$$f_{z2}(z) = 6\sqrt{5} z^2 - \sqrt{5}/2$$

となる。これより、 Φ 、 L の係数は、

$$\Phi_{z0} = \bar{\Phi}$$

$$\Phi_{z1} = 3/6 (\Phi_{zr} - \Phi_{z1})$$

$$\Phi_{z2} = 1/5 (\frac{\Phi_{z1} + \Phi_{zr}}{2} - \bar{\Phi})$$

$$L_{z0} = \bar{L}_{zi}$$

$$L_{z1} = \bar{L}_{zi+1} - \bar{L}_{zi-1}$$

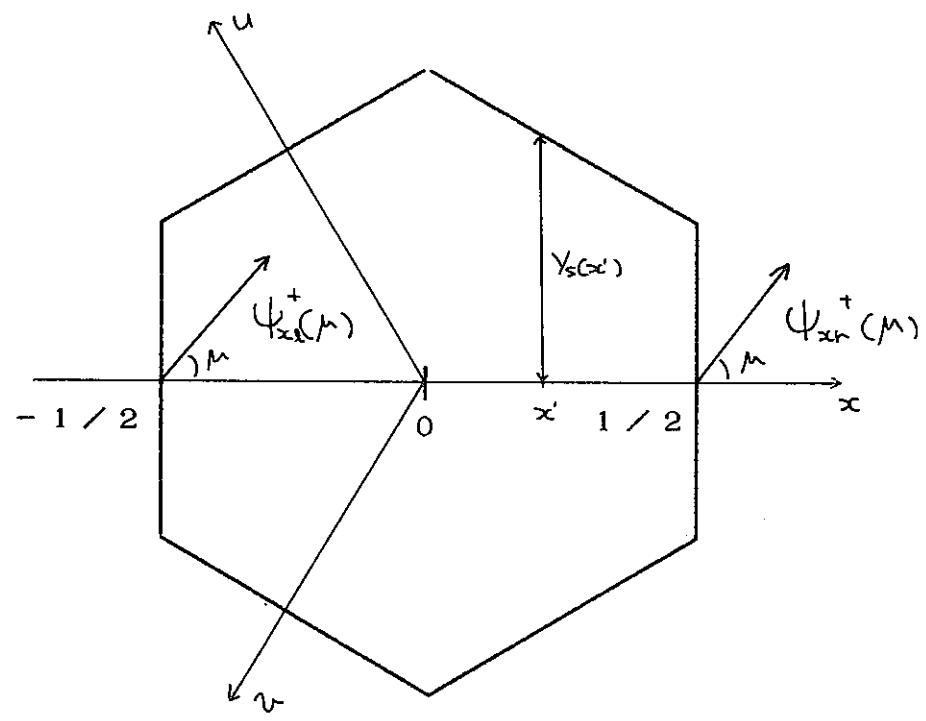
$$L_{z2} = 2\bar{L}_{zi} - \bar{L}_{zi+1} - \bar{L}_{zi-1}$$

となり、式(8)、(9)に代入される。

以上の手法を6角柱のノードに用いることによって、8境界それぞれから入射する中性子束から、8境界それぞれからの漏洩を求めることができる。

参考文献

- 1) M.R.WAGNER :THREE-DIMENSIONAL NODAL DIFFUSION AND TRANSPORT THEORY METHODS FOR HEXAGONAL -Z GEOMETRY, 1988 International Reactor Physics Conference Volume IV pp. 139-151
- 2) R.L.MAUGER : A nodal transport theory method in hexagonal geometry, Progress in Nuclear Energy , Vol. 18, No. 1/2, p. 145, 1986
- 3) R.D.LAWRENCE : A NODAL METHOD FOR THREE -DIMENSIONAL FAST REACTOR CALCULATIONS IN HEXAGONAL GEOMETRY
- 4) 竹田敏一 : 原子炉物理



F i g . 1 H e x a g o n a l N o d e

2. 三次元輸送 S_N コード T R I T A C の非等方散乱成分の導入

高転換増殖炉炉心や高転換稠密炉心での核特性を精度よく予測するためには、中性子輸送効果を考慮した核計算を実効しなければならない。しかし、散乱ソース項での散乱成分を等方散乱のみに仮定した場合、その予測される実効増倍係数などを正しく評価できない場合がある。特に、高速群による非等方散乱や高転換稠密格子炉における軽原子核種での非等方散乱は無視できないものがあると考えられる。本章では炉心体系サイズの輸送計算に広く用いられる S_N 法に基づく 3 次元中性子輸送コード T R I T A C への非等方散乱ルーチンの開発について述べる。

2. 1 3 次元 S_N 近似式

本節では T R I T A C コードに用いられた標準的な S_N 近似を説明することにより今回導入する P₁, P₃ 近似導入部を明確にする。

一般の多群輸送方程式は次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 & \vec{\Omega} \cdot \text{grad} \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}; E) + \sum_t (\vec{r}, E) \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \\
 &= \int d\vec{\Omega}' \int dE' \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') \sum s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, E' \rightarrow E) \\
 &+ \frac{x(E)}{k_{\text{eff}}} \cdot \int d\vec{\Omega}' \int dE' \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') \frac{\nu \sum f(\vec{r}, E')}{4\pi} \quad \cdots (2-1)
 \end{aligned}$$

これを 3 次元 (X, Y, Z) 体系における多群輸送方程式に変形すると、

$$\mu_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial X} + \eta_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial Y} + \xi_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial Z} + \sum_t \Psi_m = S_m \quad \dots (2-2)$$

と書き表される。

ここで、 μ_m 、 η_m 、 ξ_m は中性子飛行方向 $\vec{\Omega}_m$ のX、Y、Z成分であり、 Ψ_m は、 $\Psi_g(X, Y, Z, \vec{\Omega}_m)$ の角度依存中性子束である。 S_m は、散乱、及び核分裂による中性子源の項である。

式を差分化するために、体系をメッシュに分割する。

$$\begin{aligned} X_{i-1/2} < X_i < X_{i+1/2} & \quad i = 1, 2, \dots, I_T \\ Y_{j-1/2} < Y_j < Y_{j+1/2} & \quad j = 1, 2, \dots, J_T \\ Z_{k-1/2} < Z_k < Z_{k+1/2} & \quad k = 1, 2, \dots, K_T \end{aligned} \quad \dots (2-3)$$

ここで、 $i \pm 1/2$ 、 $j \pm 1/2$ 、 $k \pm 1/2$ は各ボックス表面の中心位置を表わし、 i 、 j 、 k はボックスの中心位置を表す。(Fig. 2-1, Fig. 2-2)

(2-2)式の差分式は、ボックスで積分することにより、

$$\begin{aligned} \frac{\mu (\Psi_{i+1/2} - \Psi_{i-1/2})}{\Delta X} + \frac{\eta (\Psi_{j+1/2} - \Psi_{j-1/2})}{\Delta Y} + \frac{\xi (\Psi_{k+1/2} - \Psi_{k-1/2})}{\Delta Z} \\ + \sum_t \Psi_t = S \end{aligned} \quad \dots (2-4)$$

となる。但し、(2-4)式では添え字 m は省略している。

さらに、 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ は、

$$\begin{aligned} \Delta X &= X_{i+1/2} - X_{i-1/2} \\ \Delta Y &= Y_{j+1/2} - Y_{j-1/2} \\ \Delta Z &= Z_{k+1/2} - Z_{k-1/2} \end{aligned} \quad \dots (2-5)$$

を表している。

(2-4)式を計算するために、 $\Psi_{i \pm 1/2}$ 、 $\Psi_{j \pm 1/2}$ 、 $\Psi_{k \pm 1/2}$ と Ψ との関係として次のダイヤモンド近似を用いる。

$$\begin{aligned} 2\Psi &= \Psi_{i-1/2} + \Psi_{i+1/2} \\ &= \Psi_{j-1/2} + \Psi_{j+1/2} \\ &= \Psi_{k-1/2} + \Psi_{k+1/2} \end{aligned} \quad \dots (2-6)$$

これにより、 $\Omega_{\text{III}} > 0$ の方向に飛んでくる中性子に対して(2-6)式を用いて

(2-4)式より $\Psi_{i \pm 1/2}$ 、 $\Psi_{j \pm 1/2}$ 、 $\Psi_{k \pm 1/2}$ を消去することにより、

$$\Psi = \frac{2 \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| \cdot \Psi_{i-1/2} + 2 \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| \cdot \Psi_{j-1/2} + 2 \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| \cdot \Psi_{k-1/2} + S}{2 \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| + 2 \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| + 2 \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| + \sum_t} \quad \dots (2-7)$$

として、 Ψ が計算される。(2-7)式よりSと \sum_t が決まっているので

$\Psi_{i \pm 1/2}$ 、 $\Psi_{j \pm 1/2}$ 、 $\Psi_{k \pm 1/2}$ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} \Psi_{i+1/2} &= 2\Psi - \Psi_{i-1/2} \\ \Psi_{j+1/2} &= 2\Psi - \Psi_{j-1/2} \\ \Psi_{k+1/2} &= 2\Psi - \Psi_{k-1/2} \end{aligned} \quad \dots (2-6)$$

今回は、(2-7)式のS項に非等方散乱成分を考慮することになる。

2. 2 散乱ソース項の展開

定常状態の中性子輸送方程式で、中性子束の角度依存性をルジャンドル多項式により近似した場合、定常状態での中性子輸送方程式は(1)式の様に表されるが、このときの散乱ソース項を次式のように改めておきなおす。また、サメンションの Σ と断面積の Σ を区別するため σ をマクロ断面積として用い、散乱ソース項を $S_s^{\rightarrow}(r, E, \Omega)$ とおいて以下の文章では用いる。

$$S_s^{\rightarrow}(r, E, \Omega) = \int d\Omega' \int dE' \Psi(r, E', \Omega') \sigma_s^{\rightarrow}(r, E' \rightarrow E, \Omega' \rightarrow \Omega) \quad \cdots (2-9)$$

ここで、

$\vec{\Omega}'$ ：入射してきた中性子の方向

$\vec{\Omega}$ ：散乱後の中性子の方向

$$\mu_0 \equiv \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$$

を表しているが、入射方向と散乱方向とでなす角 μ_0 を用いてもその散乱角度を表すのには十分なので、次式の様に書き直すことができる、

$$\sigma_s^{\rightarrow}(r, E' \rightarrow E, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') = \sigma_s^{\rightarrow}(r, E' \rightarrow E, \mu_0) \quad \cdots (2-10)$$

散乱断面積の角度分布は μ_0 に依存しているため、解析する際に有効な有限ルジャンドル多項式展開を用いて表現する。

$$\sigma_s^{\rightarrow}(r, E' \rightarrow E) = \sum_{\ell=0}^L \left(\frac{2\ell+1}{4\pi} \right) \sigma_s^{\ell}(r, E' \rightarrow E, \mu_0) P_\ell(\mu_0) \quad \cdots (2-11)$$

このとき、

$$\sigma_s^{\ell} \stackrel{\rightarrow}{(r, E' \rightarrow E)} = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \sigma_s^{\ell} \stackrel{\rightarrow}{(r, E' \rightarrow E, \mu_0)} P_{\ell}(\mu_0) \cdots \quad (2-12)$$

ℓ は P_n での各断面積を示す指標である。また、 $P_{\ell}(\mu_0)$ の第一ルジャンドル多項式は、次の様に表すことができる。

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = (3x^2 - 1) / 2$$

$$P_3(x) = (5x^3 - 3x) / 2 \quad \cdots \quad (2-13)$$

また、 (x, y, z) 体系で、 $\vec{\Omega}, \vec{\Omega}'$ により決定される μ_0 は Fig. 2-3 の様に μ, μ', ψ, ψ' にて決定される。

即ち、中性子の方向 $\vec{\Omega}$ は μ と ϕ で定義できる。

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}', \\ &= \mu \cdot \mu' + (1 - \mu^2)^{1/2} \cdot (1 - \mu'^2)^{1/2} \cos(\phi - \phi') \end{aligned} \quad \cdots \quad (2-14)$$

ここから、 μ_0 を用いている $P_{\ell}(\mu_0)$ を μ, μ', ϕ と ϕ' に関して球面調和関数を用いて表してやれば、

$$P_{\ell}(\mu_0) = \frac{4\pi}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_{\ell m}^*(\mu', \phi') Y_{\ell m}(\mu, \phi) \quad \cdots \quad (2-15)$$

と書き表すことができる。さらに、 $Y_{\ell m}$ は次の様にかける。

$$Y_{\ell m}(\mu, \phi) = \frac{2\ell + 1}{4\pi} \frac{(\ell - m)}{(\ell + m)} P_{\ell}^m(\mu) e^{im\phi} \quad \dots (2-16)$$

ここで、 $Y_{\ell m}(\mu, \phi)$ は球面調和関数を表すが、ここで $P_{\ell}^m(\mu)$ は準ルジャンドル多項式を表していて、その関係式は次の様になる

$$P_{\ell}^m(\mu) = (1 - \mu^2)^{m/2} \frac{d^m P_{\ell}(\mu)}{d\mu_m} \quad \dots (2-17)$$

$Y_{\ell m}(\mu, \phi)$ を μ と ϕ に分離できる事に注目して以下の量を定める。

$$W_{\ell m}(\mu) = \frac{2\ell + 1}{4\pi} \cdot \frac{(\ell - m)}{(\ell + m)} P_{\ell}^m(\mu) \quad \dots (2-18)$$

これにより、 $Y_{\ell m}(\mu, \phi)$ は次の様に容易な形に変形できる。

$$Y_{\ell m}(\mu, \phi) = W_{\ell m} \cdot \exp(im\phi) \quad \dots (2-19)$$

また、散乱ソース項を表すには、球面調和関数に関して角度依存中性子束を展開する必要がある。故に、

$$\Psi(r, E', \vec{\Omega}') = \sum_{\ell=0}^L \sum_{m=-\ell}^{\ell} \Psi_{\ell}^m(r, E') Y_{\ell m}(\mu', \phi') \quad \dots (2-20)$$

ここで、

$$\Psi_{\ell}^m(r, E') = \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\phi \Psi(r, E', \vec{\Omega}') Y_{\ell m}^*(\mu, \phi) \quad \dots (2-21)$$

と展開されることがわかっているので散乱ソース項は結果として、

$$S_s(r, E, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \sum_{\ell=0}^L \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_{\ell m}(\mu, \phi) \Psi_{\ell}^m(r, E') \quad$$

$$= \int_0^\infty dE' \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\ell}{\ell} (\vec{r}, E' \rightarrow E) \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_{\ell m}(\mu, \phi) \Psi^m(\vec{r}, E') \quad \dots (2-22)$$

このままでは計算に困難な形なのでさらに変形を行う。

$$\begin{aligned} S_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= \int_0^\infty dE' \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\ell}{\ell} (\vec{r}, E' \rightarrow E) \cdot (Y_{\ell 0}(\mu, \phi) \Psi^0_{\ell}(\vec{r}, E')) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\ell} (Y_{\ell m}(\mu, \phi) \Psi^m_{\ell}(\vec{r}, E') + Y_{\ell -m}(\mu, \phi) \Psi^{-m}_{\ell}(\vec{r}, E')) \end{aligned} \quad \dots (2-23)$$

更に、下線部に対しても、

$$\begin{aligned} &\sum_{m=1}^{\ell} (Y_{\ell m}(\mu, \phi) \Psi^m_{\ell}(\vec{r}, E') + Y_{\ell -m}(\mu, \phi) \Psi^{-m}_{\ell}(\vec{r}, E')) \\ &= 2 \sum_{m=1}^{\ell} \{ \Psi^m_{R, \ell}(\vec{r}, E) R_{\ell, m}(\mu, \phi) + \Psi^m_{I, \ell}(\vec{r}, E) I_{\ell, m}(\mu, \phi) \} \end{aligned} \quad \dots (2-24)$$

ここで、

$$Y_{\ell, m} = R_{\ell, m} + i I_{\ell, m} \quad \dots (2-25)$$

$$\Psi^m_{\ell} = \Psi^m_{R, \ell} - i \Psi^m_{I, \ell} \quad \dots (2-26)$$

$\Psi^m_{R, \ell}$: 実部

$\Psi^m_{I, \ell}$: 虚部

各々の $\Psi^m_{R, \ell}$ 、 $\Psi^m_{I, \ell}$ は次の様になる。

$$\Psi^m_{R, \ell}(\vec{r}, E') = \int_{-1}^1 d\mu' \int_0^{2\pi} d\phi' \Psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) W_{\ell, m}(\mu') \cos \phi' \quad \dots (2-27)$$

$$\Psi_{R, \ell}^m(\vec{r}, E') = \int_{-1}^1 d\mu' \int_0^{2\pi} d\phi' \Psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}) W_{\ell, m}(\mu') \sin\phi' \quad \dots (2-28)$$

以上から、散乱ソース項は

$$S_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \sum_{\ell=0}^{\ell} \sigma_s^{\ell} (\vec{r}, E' \rightarrow E) \cdot \{ Y_{\ell 0}(\mu, \phi) \Psi_{\ell}^0(\vec{r}, E') + 2 \sum_{m=1}^{\ell} W_{\ell, m}(\mu) \{ \Psi_{R, \ell}^m(\vec{r}, E) \cos m\phi + \Psi_{I, \ell}^m(\vec{r}, E) \sin m\phi \} \} \quad \dots (2-29)$$

これを、まとめると最終的な形は次のようになる。

$$S_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \sum_{n=1}^{NM} (2\ell+1) \sigma_s^{\ell} (\vec{r}, E' \rightarrow E) R_n(\vec{\Omega}) \tilde{\Psi}_n(\vec{r}, E') \quad \dots (2-30)$$

ここで、

NM : モーメントの総数

R_n : 球面調和関数による係数

$\tilde{\Psi}_n$: 指数 n 時の中性子束

を示している。Table. 2-1 及び Table. 2-2 に各体系での NM , R_n の値を示す。

2. 3 角度依存中性子束の計算の方向

異方散乱ルーチンは、その異方性のために角度依存性を考慮しており、

P_n^m 係数は第 1 ~ 第 4 象限まで各々の値を持っている。

また、TRITAC はスウェープルーチンである SUBROUTINE LEFT と RIGHT を使い角度依存中性子束を計算しているが、この角度依存中性子束は 8 象限の内いづれかに含まれ、各象限の中性子束の定められた方向に計算し

ている。即ち、X Y Z 方向に対して、正しい方向にスワイプしないとならない。Fig. 2-4 の様に $P_{n,m}^m$ の係数の角度を定めているので、結果的には Table. 2-3 の順番でスワイプを行うことになる。

2. 4 $P_{n,m}^m$ 係数の妥当性

本章では、 $P_{n,m}^m$ 係数の妥当性を調べるために、REFERENCEとして TWO T R A N - II を用いて比較を行うことにした。

用いた群定数セットは E N D F / B - IV であり、格子計算には CASUP を用いている。但し、今回用いた CASUP コードは P0 断面積と P1 断面積の作成を区別するように改良している。これを用いて CTATION により各領域ごとの中性子束をだし、群縮約コードである 63coll コードを用いて、2 群及び 4 群の断面積を作成した。チャート図を Fig. 2-5 に示す。

体系計算では、X - Y 体系で行い、上下に反射体を設けて計算を行っている。体系図を Fig. 2-6 に示す。また、用いた断面積を Table. 2-4 から Table. 2-11 に示す。6 3 群エネルギー構造及び 2 群と 4 群のエネルギー構造を、Table. 2-12 Table. 2-13 に示す。

この体系にて次のような比較を行い妥当性を調べている。

- P_1, P_0 計算での k_{eff} 値の妥当性
- S_N 次数を変化させた場合の妥当性
- void 領域を設けた場合の妥当性

今回の計算では TRITAC、TWO T R A N は次の様な条件にて計算している。

TRITAC

FLUX	CONVERGENCE	---	5×10^{-4}
Keff	CONVERGENCE	---	5×10^{-5}
D. S. A	CONVERGENCE	---	1×10^{-2}
INNER	MAX	---	3
D. S. A	MAX	---	10

TWOTRAN

Keff	CONVERGENCE	---	5×10^{-5}
INNER	MAX	---	3

2. 5 結果

TWOTRAN-II 及び TRITAC による計算結果を示す。

まず、ボイド領域なしでの P_1 計算と P_0 計算との結果を Table 2-14 ~ Table 2-15 に示す。各々、2群及び4群計算を行っている。2群計算を行った結果は、S4で、0.016% Δk 、S8で、0.021% Δk の差があり、4群計算ではS4で、0.013% Δk の差が TWOTRAN-II と TRITAC を用いた場合に生じている。

また、炉心にボイドが発生した場合の計算を行った。
この計算は S4のみであるが、TRITAC と TWOTRAN-II はの差は 2群では 0.014% Δk 、4群では 0.013% Δk 程度にとなった。
結果を Table 2-16 ~ Table 2-17 に示す。

さらに、上の 2つの計算からボイド計算をおこなったところ、TWOTRAN および、TRITAC の両方で P_0 計算と P_1 計算との差は、0.04% $\Delta k / k k'$ 程度であることが分かる。また、両コードの P_1 計算を 4群で比べた場合、0.003% $\Delta k / k k'$ の差が生じていた。

結果を Table. 2-18 ~ Table. 2-19 に示す。

次に、2群計算での P0 及び P1 の中性子束を次の様な比較を行った。

P0 計算と P1 計算との違いを void 領域がある場合とない場合に分け、1群及び 2群の中性子束の状態を Fig. 2-7 ~ Fig. 2-10 に示している。

P1 計算による void 状態の中性子束の比較を Fig. 2-11 ~ Fig. 2-16 に示す。

Ψ_0^{-1} と Ψ_1^{-1} の変化を Fig. 2-17 ~ Fig. 2-20 に示す。

まとめ、ならびに研究方針

今回作成した 3 次元用の Pnm ルーチンは、TWOTRAN-II と比べて、SWEEP の方向及びルジャンドル展開に用いる Pnm の係数の関係から TWOTRAN と TRITAC の P1 計算の差が 0.02% 程度ずれたのではないかと考えられる。また、DSA ルーチンを最大 10 回に限定して、比較計算を行ったが、現時点では、DSA ルーチンは P0 計算で行っている。このとき、P1 計算を行った場合の誤差が関与していく場合も考えられる。今後は、以上の 2 点を更に検討していきたい。

参考文献

- (1) 「三次元中性子輸送コードの開発」、板東 勝 (1985)
- (2) 「3次元中性子輸送・拡散コードの開発」、齊藤 善郎 (1986)
- (3) 「原子炉物理」、竹田 敏一
- (4) 「微分方程式とフーリエ解析」、山本 稔 (1985)
- (5) 「理工学のための数学ハンドブック」
- (6) ' TRANSPORT Calculations for Nuclear Analysis; Theory and Guidline for Effective Use of Transport Code'
, R. Dougas O'Dell, Raymond E. Alcouffe
- (7) K. D. Lathlop, Exportable Version of The TWOTRAN Code For Two Dimensional Transport , LA-4848-MS (1973)

Table 2-1 Number of spherical harmonics, NM, as A function of
Legendre Expansion order L

	One-Dimensional Standard Planes and Spheres	Two-Dimensional Geometries	Three-Dimensional Geometries
L = 0	1	1	1
1	2	3	4
2	3	6	9
3	4	10	16
.....			
L	L + 1	$\frac{(L+1)(L+2)}{2}$	$(L+1)^2$

Table 2-2 Spherical harmonics, Rn(Ω), for different geometry

N	One-Dimensional Standard Planes and Spheres	Two-Dimensional Geometries	Three-Dimensional Geometries
1	$P_0(\mu)$	$P_0(\mu)$	$P_0(\mu)$
2	$P_1(\mu)$	$P_1(\mu)$	$P_1(\mu)$
3	$P_2(\mu)$	$P_1^1(\mu)\cos\phi$	$P_1^1(\mu)\cos\phi$
4	$P_3(\mu)$	$P_2(\mu)$	$P_1^1(\mu)\sin\phi$
5		$\sqrt{3/3}P_2^1(\mu)\cos\phi$	$P_2(\mu)$
6		$\sqrt{3/6}P_2^2(\mu)\cos2\phi$	$\sqrt{3/3}P_2^1(\mu)\cos\phi$
7		$P_3(\mu)$	$\sqrt{3/3}P_2^1(\mu)\sin\phi$
8		$\sqrt{6/6}P_3^1(\mu)\cos\phi$	$\sqrt{3/6}P_2^2(\mu)\cos2\phi$
9		$\sqrt{15/30}P_3^2(\mu)\cos2\phi$	$\sqrt{3/6}P_2^2(\mu)\sin2\phi$
10		$\sqrt{10/60}P_3^3(\mu)\cos3\phi$	$P_3(\mu)$
11			$\sqrt{6/6}P_3^1(\mu)\cos\phi$
12			$\sqrt{6/6}P_3^1(\mu)\sin\phi$
13			$\sqrt{15/30}P_3^2(\mu)\cos2\phi$
14			$\sqrt{15/30}P_3^2(\mu)\sin2\phi$
15			$\sqrt{10/60}P_3^3(\mu)\cos3\phi$
16			$\sqrt{10/60}P_3^3(\mu)\sin3\phi$

Table. 2 - 3 Mesh Sweep for Each Angular Direction

Mesh	Angular Direction							
Sweep	1	2	3	4	5	6	7	8
X	+	-	-	+	+	-	-	+
Y	+	+	-	-	+	+	-	-
Z	+	+	+	+	-	-	-	-
order of angular sweep	8	7	5	6	4	3	1	2
P N Direction	1	4	2	3	1	4	2	3

Table. 2-4 MACRO CROSS SECTION SET (2-GROUP AND P1)

INNER CORE 1 (P1)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	4. 99100E-03	6. 69410E-03	2. 47390E-01
2	3. 42040E-02	3. 19350E-02	4. 32310E-01

INNER CORE 2 (P1)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	3. 41950E-03	1. 75000E-03	2. 53000E-01
2	1. 94920E-02	6. 57000E-02	4. 02840E-01

BLANKET (P1)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	4. 36290E-03	6. 20250E-04	2. 69500E-01
2	1. 61370E-02	1. 35830E-03	3. 83840E-01

VOID (P1)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOATL
1	1. 00030E-04	0. 00000E+00	8. 71870E-02
2	3. 86930E-04	0. 00000E+00	7. 10820E-02

Table. 2-5 MACRO CROSS SECTION SET (2-GROUPS AND P0)

INNER CORE 1 (P0)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	4. 99100E-03	6. 69410E-03	2. 07370E-01
2	3. 42040E-02	3. 19350E-02	4. 26570E-01

INNER CORE 2 (P0)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	3. 41950E-03	1. 75000E-03	2. 20320E-01
2	1. 94920E-02	6. 57000E-02	3. 97120E-01

BLNKET (P0)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	4. 36290E-03	6. 20250E-04	2. 34080E-01
2	1. 61370E-02	1. 35830E-03	3. 80520E-01

VOID (P0)

GRGROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	1. 00030E-04	0. 00000E+00	7. 66150E-02
2	3. 86930E-04	0. 00000E+00	6. 98170E-02

Table 2-6 SCATTERING MATRIX (2-GROUP AND P1)

INNER CORE 1(P1) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	2. 42250E-01	0. 00000E+00
2	1. 53090E-04	3. 98110E-01

INNER CORE2(P1) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	2. 49230E-01	0. 00000E+00
2	3. 42980E-04	3. 83340E-01

BLANKET (P1) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	2. 65010E-01	0. 00000E+00
2	1. 28320E-04	3. 67700E-01

VOID (P1) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	8. 70500E-02	0. 00000E+00
2	3. 68110E-05	7. 06950E-02

INNRE CORE (P1) Σs_1		
GROUP	1 -->	2 -->
1	2. 97250E-05	0. 00000E+00
2	-2. 97360E-05	-4. 19100E-09

INNRE CORE2(P1) Σs_1		
GROUP	1 -->	2 -->
1	7. 28940E-05	0. 00000E+00
2	-7. 29020E-05	-2. 32830E-09

BLANKET (P1) Σs_1		
GROUP	1 -->	2 -->
1	3. 10580E-05	0. 00000E+00
2	-3. 10660E-05	-1. 39700E-09

VOID (P1) Σs_1		
GROUP	1 -->	2 -->
1	1. 54890E-05	0. 00000E+00
2	-1. 54890E-05	-2. 32830E-09

Table 2-7 SCATTERING MATRIX (2-GROUP AND P0)

INNER CORE 1(P0) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	2. 02230E-01	0. 00000E+00
2	1. 53090E-04	3. 92370E-01

INNER CORE 2(P0) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	2. 16560E-01	0. 00000E+00
2	3. 42980E-04	3. 77630E-01

BLANKET (P0) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	2. 29590E-01	0. 00000E+00
2	1. 28320E-04	3. 64380E-01

VOID (P0) Σs_0		
GROUP	1 -->	2-->
1	7. 64780E-02	0. 00000E+00
2	3. 68110E-05	6. 94310E-02

Table. 2-8 MACRO CROSS SECTION SET (4-GROUP AND P1)

INNER CORE 1 (P1)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	5. 40850E-03	1. 33580E-02	1. 68810E-01
2	3. 21840E-03	5. 05290E-03	2. 38930E-01
3	7. 87180E-03	6. 19110E-03	3. 51040E-01
4	3. 42040E-02	3. 19350E-02	4. 32310E-01

INNER CORE 2 (P1)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	3. 64160E-03	8. 06750E-03	1. 58950E-01
2	1. 66460E-03	1. 05950E-03	2. 29750E-01
3	5. 44590E-03	1. 17250E-03	3. 36180E-01
4	1. 94920E-02	6. 57000E-03	4. 02840E-01

BLANKET (P1)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	4. 41280E-03	8. 38200E-03	1. 69030E-01
2	2. 24340E-03	1. 23910E-04	2. 43020E-01
3	7. 06470E-03	2. 20720E-04	3. 42960E-01
4	1. 61370E-02	1. 35830E-03	3. 83840E-01

VOID (P1)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TOTAL
1	1. 09000E-01	0. 00000E+00	7. 94590E-02
2	5. 28340E-05	0. 00000E+00	1. 02520E-01
3	1. 75550E-04	0. 00000E+00	7. 20670E-02
4	3. 86930E-01	0. 00000E+00	7. 10820E-02

Table. 2-9 MACRO CROSS SECTION SET (4-GROUP AND P0)

INNER CORE 1 (P0)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	5. 40850E-03	1. 33580E-02	1. 19850E-01
2	3. 21840E-03	5. 05290E-03	2. 04660E-01
3	7. 87180E-03	6. 19110E-03	3. 43070E-01
4	3. 42040E-02	3. 19350E-02	4. 26570E-01

INNER CORE 2 (P0)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	3. 64160E-03	8. 06750E-03	1. 14080E-01
2	1. 66460E-03	1. 05950E-03	1. 99120E-01
3	5. 44590E-03	1. 17250E-03	3. 28790E-01
4	1. 94920E-02	6. 57000E-03	3. 97120E-01

BLANKET (P1)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	4. 41280E-03	8. 38200E-03	1. 16450E-01
2	2. 24340E-03	1. 23910E-04	2. 06030E-01
3	7. 06470E-03	2. 20720E-04	3. 36420E-01
4	1. 61370E-02	1. 35830E-03	3. 80520E-01

VOID (P1)

GRROUP	ABSORPTION	PRODUCTION	TRANSPORT
1	1. 09000E-04	0. 00000E+00	5. 30040E-02
2	5. 28340E-05	0. 00000E+00	9. 13600E-02
3	1. 75550E-04	0. 00000E+00	7. 06570E-02
4	3. 86930E-01	0. 00000E+00	6. 98170E-02

Table. 2-10 SCATTERING MATRIX (4-GROUP AND P1)

INNER CORE 1(P1) Σs_0

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	1. 39210E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	2. 35200E-02	2. 30710E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	6. 70200E-04	5. 00350E-03	3. 42670E-01	0. 00000E+00
4	5. 60590E-07	4. 76170E-08	4. 97060E-04	3. 98110E-01

INNER CORE 1(P1) Σs_1

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	-1. 19070E-03	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	-1. 19070E-03	9. 81290E-04	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	0. 00000E+00	-9. 81290E-04	-1. 37070E-04	0. 00000E+00
4	0. 00000E+00	0. 00000E+00	-1. 37070E-04	-4. 19100E-09

INNER CORE 2(P1) Σs_0

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	1. 31920E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	2. 27180E-02	2. 22430E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	6. 70150E-04	5. 64960E-03	3. 29910E-01	0. 00000E+00
4	6. 27260E-07	5. 12760E-08	8. 24060E-04	3. 83340E-01

INNER CORE 2(P1) Σs_1

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	1. 32550E-03	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	-1. 32550E-03	1. 15170E-03	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	0. 00000E+00	-1. 15170E-03	2. 32970E-04	0. 00000E+00
4	0. 00000E+00	0. 00000E+00	-2. 32970E-04	-2. 32830E-09

BLANKET (P1) Σs_0

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	1. 36580E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	2. 69780E-02	2. 36660E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	1. 06700E-03	4. 11220E-03	3. 35580E-01	0. 00000E+00
4	4. 88270E-07	4. 41630E-08	3. 09270E-04	3. 67700E-01

BLANKET (P1) Σs_1

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	6. 32880E-04	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	-6. 32880E-04	6. 47290E-04	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	0. 00000E+00	-6. 47300E-04	8. 54920E-05	0. 00000E+00
4	0. 00000E+00	0. 00000E+00	-9. 54970E-05	-1. 39700E-09

VOID (P1) Σs_0

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	7. 11860E-02	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	8. 06220E-03	1. 01390E-01	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	9. 99200E-05	1. 07430E-03	7. 17780E-02	0. 00000E+00
4	1. 44220E-06	8. 18440E-09	1. 13410E-04	7. 06950E-02

VOID (P1) Σs_1

GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->
1	4. 30620E-04	0. 00000E+00	0. 00000E+00	0. 00000E+00
2	-4. 30630E-04	3. 25930E-04	0. 00000E+00	0. 00000E+00
3	0. 00000E+00	-3. 25940E-04	3. 96600E-05	0. 00000E+00
4	0. 00000E+00	0. 00000E+00	-3. 96640E-05	-2. 32830E-09

Table 2-11 SCATTERING MATRIX (4-GROUP AND P0)

INNER CORE 1(P0) Σs_0					
GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->	
1	9.02530E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	
2	2.35200E-02	1.96430E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	
3	6.70200E-04	5.00350E-03	3.34700E-01	0.00000E+00	
4	5.60590E-07	4.76170E-08	4.97060E-04	3.92370E-01	

INNER CORE 2(P0) Σs_0					
GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->	
1	8.070490E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	
2	2.27180E-02	1.91910E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	
3	6.70150E-04	5.64960E-03	3.22520E-01	0.00000E+00	
4	6.27260E-07	5.12760E-08	8.24060E-04	3.77630E-01	

BLANKET (P0) Σs_0					
GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->	
1	8.39920E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	
2	2.69780E-02	1.99670E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	
3	1.06700E-03	4.11220E-03	3.29050E-01	0.00000E+00	
4	4.88270E-07	4.41630E-08	3.09270E-04	3.94310E-01	

VOID (P0) Σs_0					
GROUP	1 -->	2 -->	3 -->	4 -->	
1	4.47310E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	
2	8.06220E-03	9.02330E-02	0.00000E+00	0.00000E+00	
3	9.99200E-05	1.07430E-03	7.03680E-02	0.00000E+00	
4	1.44220E-06	8.18440E-09	1.13410E-04	6.94310E-02	

Table. 2-12 Energy structure of 63 groups

Group	Upper energy	Lower energy	Lethargy width
1	10.0000(MeV)	6.0653(MeV)	0.50
2	6.0653	3.6788	0.50
3	3.6788	2.2313	0.50
4	2.2313	1.3534	0.50
5	1.3534(MeV)	0.82085(MeV)	0.50
6	820.85(keV)	497.87(keV)	0.50
7	497.87	301.97	0.50
8	301.97	183.16	0.50
9	183.16	111.09	0.50
10	111.09	67.380	0.50
11	67.380	40.868	0.50
12	40.868	24.788	0.50
13	24.788	15.034	0.50
14	15.034	9.1188	0.50
15	9.1188	5.5308	0.50
16	5.5308	3.3546	0.50
17	3.3546	2.0347	0.50
18	2.0347	1.2341	0.50
19	1.2341(keV)	0.74852(keV)	0.50
20	748.52(eV)	454.00(eV)	0.50
21	454.00	275.36	0.50
22	275.36	167.02	0.50
23	167.02	101.30	0.50
24	101.30	61.442	0.50
25	61.442	37.266	0.50
26	37.266	22.603	0.50
27	22.603	13.710	0.50
28	13.710	8.3153	0.50
29	8.3153	5.0435	0.50
30	5.0435	3.0590	0.50
31	3.0590	1.8554	0.50
32	1.8554	1.1253	0.50
33	1.1253(eV)	0.68526(eV)	0.50

Table. 2-12 continue

34	685.26(10^{-3} eV)	531.58(10^{-3} eV)	0.25
35	531.58	413.99	0.25
36	413.99	365.28	0.1252
37	365.28	319.61	0.1336
38	319.61	276.99	0.1431
39	276.99	237.42	0.1542
40	237.42	200.90	0.1670
41	200.90	183.78	0.0891
42	183.78	167.43	0.0932
43	167.43	151.83	0.0978
44	151.83	137.00	0.1028
45	137.00	122.93	0.1084
46	122.93	109.63	0.1145
47	109.63	97.080	0.1216
48	97.080	85.397	0.1282
49	85.397	74.276	0.1395
50	74.276	64.017	0.1486
51	64.017	54.520	0.1606
52	54.520	45.785	0.1746
53	45.785	37.813	0.1913
54	37.813	30.602	0.2116
55	30.602	24.154	0.2366
56	24.154	18.467	0.2685
57	18.467	13.543	0.3101
58	13.543	9.3805	0.3672
59	9.3805	5.9804	0.4501
60	5.9804	3.3423	0.5818
61	3.3423	1.4663	0.8239
62	1.4663	0.35238	1.4258
63	0.35238(10^{-3} eV)	0.01 (10^{-3} eV)	3.5611

Table. 2-13 2-GROUPS AND 4-GROUPS ENERGY STRUCTURE ON 63 GROUPS

2群構造

群	E N D F / B - IV 6 3 群	上限	下限
1	1 - 1 9	10.000(MeV)	-
2	2 0 - 6 3	748.52(eV)	-

4群構造

群	E N D F / B - IV 6 3 群	上限	下限
1	1 - 5	10.000(MeV)	-
2	6 - 1 0	820.85(MeV)	-
3	1 1 - 1 9	67.380(MeV)	-
4	2 0 - 6 3	748.52(eV)	-

Table. 2-14 Calculated k-eff by TWOTRAN-II Code

2-GROUP CAL.

S N	P 1	P 0	Δk
2	-----	1. 08050	-----
4	1. 10475	1. 08109	0. 02366
8	1. 10451	1. 08099	0. 02352

4-GROUP CAL.

S N	P 1	P 0	Δk
2	-----	1. 05756	-----
4	1. 08355	1. 05855	0. 02500
8	1. 08345	1. 05848	0. 02498

Table. 2-15 Calculated k-eff by TRITAC Code

2-GROUP CAL.

S N	P 1	P 0	Δk
2	1. 10458	1. 08094	0. 02364
4	1. 10505	1. 08124	0. 02382
8	1. 10495	1. 08113	0. 02382

4-GROUP CAL.

S N	P 1	P 0	Δk
2	1. 08300	1. 05775	0. 02525
4	1. 08381	1. 05868	0. 02513
8	1. 08368	1. 05848	0. 02520

Table. 2-16 Calculated K-eff by TWOTRAN-II Code (VOID)

2 - G R O U P C A L.

S N	P 1	P 0	Δk
4	1. 0 9 9 5 5	1. 0 7 5 7 4	0. 0 2 3 8 1

4 - G R O U P C A L.

S N	P 1	P 0	Δk
4	1. 0 7 7 4 8	1. 0 5 2 3 5	0. 0 2 5 1 3

Table. 2-17 Calculated K-eff by TRITAC Code (VOID)

2 - G R O U P C A L.

S N	P 1	P 0	Δk
4	1. 0 9 9 7 7	1. 0 7 5 8 2	0. 0 2 3 9 5

4 - G R O U P C A L.

S N	P 1	P 0	Δk
4	1. 0 7 7 7 0	1. 0 5 2 4 4	0. 0 2 5 2 6

Table. 2-18 Calculated VOID Worth by TWOTRAN-II Code

S 4 2 - G R O U P C A L.

	Keff(NO VOID)	Keff(VOID)	% $\Delta k / k k'$
P 1	1. 1 0 4 7 5	1. 0 9 9 5 5	0. 4 2 9
P 0	1. 0 8 1 0 9	1. 0 7 5 7 4	0. 4 6 0

S 4 4 - G R O U P C A L.

	Keff(NO VOID)	Keff(VOID)	% $\Delta k / k k'$
P 1	1. 0 8 3 5 5	1. 0 7 7 4 8	0. 5 2 0
P 0	1. 0 5 8 5 5	1. 0 5 2 3 5	0. 5 5 7

Table. 2-19 Calculated VOID Worth by TRITAC Code

S 4 2 - G R O U P C A L.

	Keff(NO VOID)	Keff(VOID)	% $\Delta k / k k'$
P 1	1. 1 0 5 0 5	1. 0 9 9 7 7	0. 3 9 6
P 0	1. 0 8 1 2 4	1. 0 7 5 8 3	0. 4 6 5

S 4 4 - G R O U P C A L.

	Keff(NO VOID)	Keff(VOID)	% $\Delta k / k k'$
P 1	1. 0 8 3 8 3	1. 0 7 7 7 0	0. 5 2 3
P 0	1. 0 5 8 6 8	1. 0 5 2 4 4	0. 5 6 0

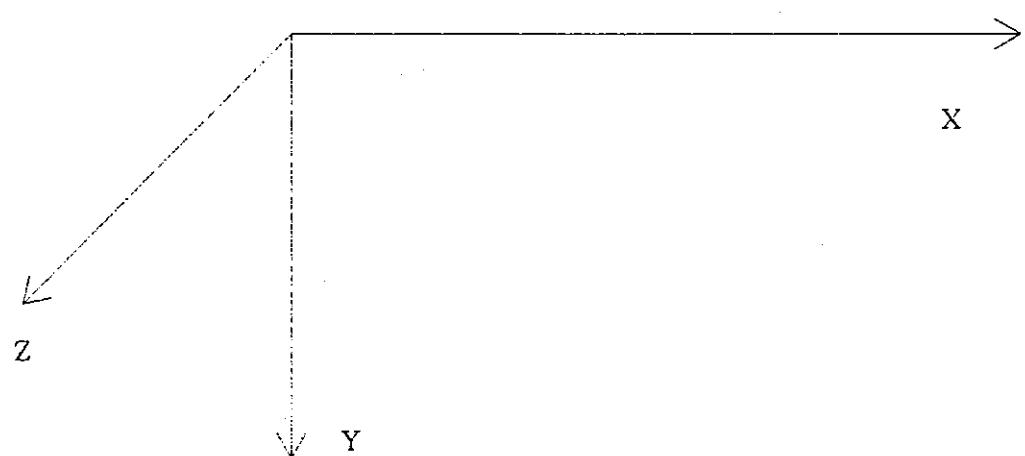
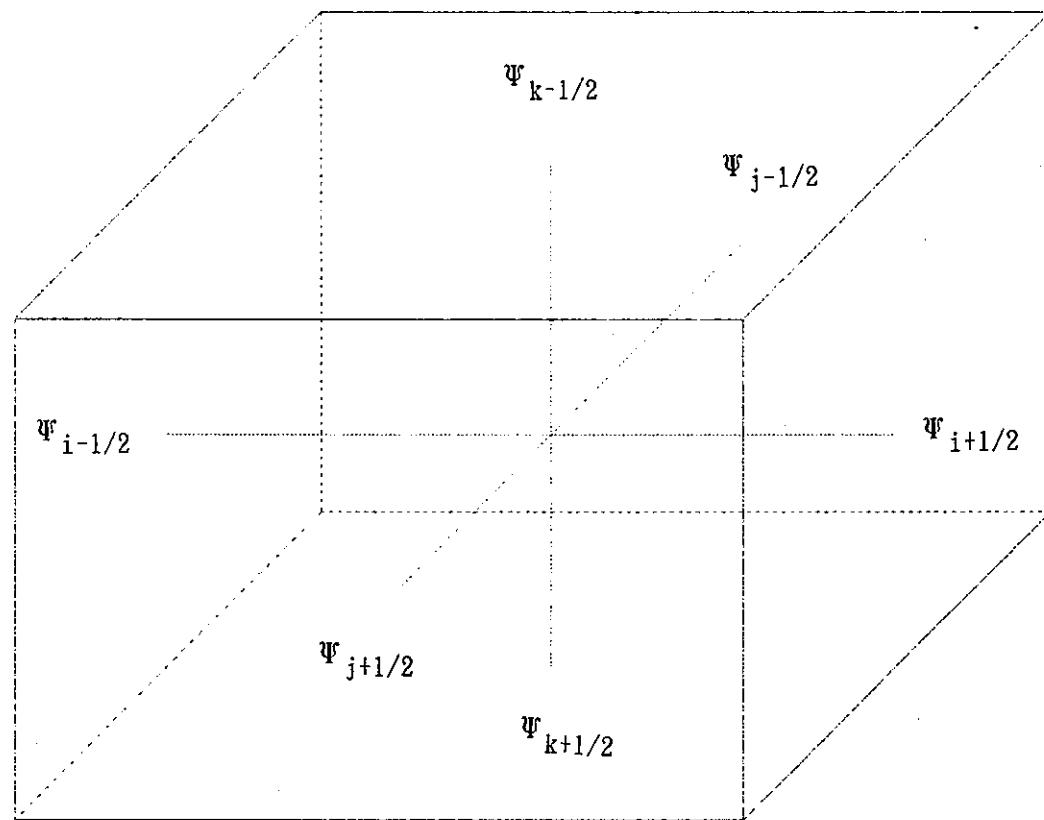


Fig. 2-1 Location of $\Psi_{i\pm 1/2}$, $\Psi_{j\pm 1/2}$ and $\Psi_{k\pm 1/2}$

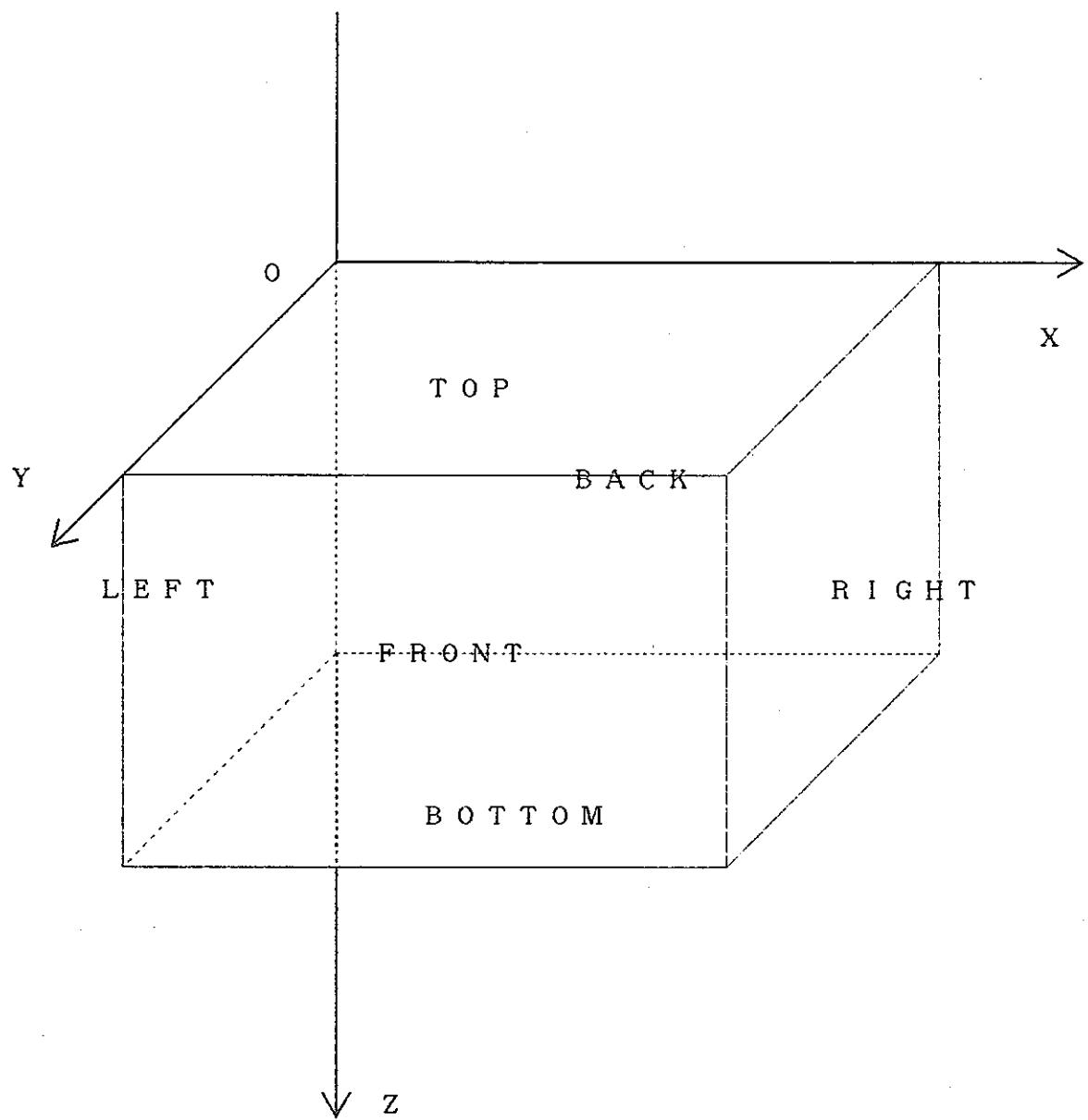


Fig. 2-2 Specification of Surface

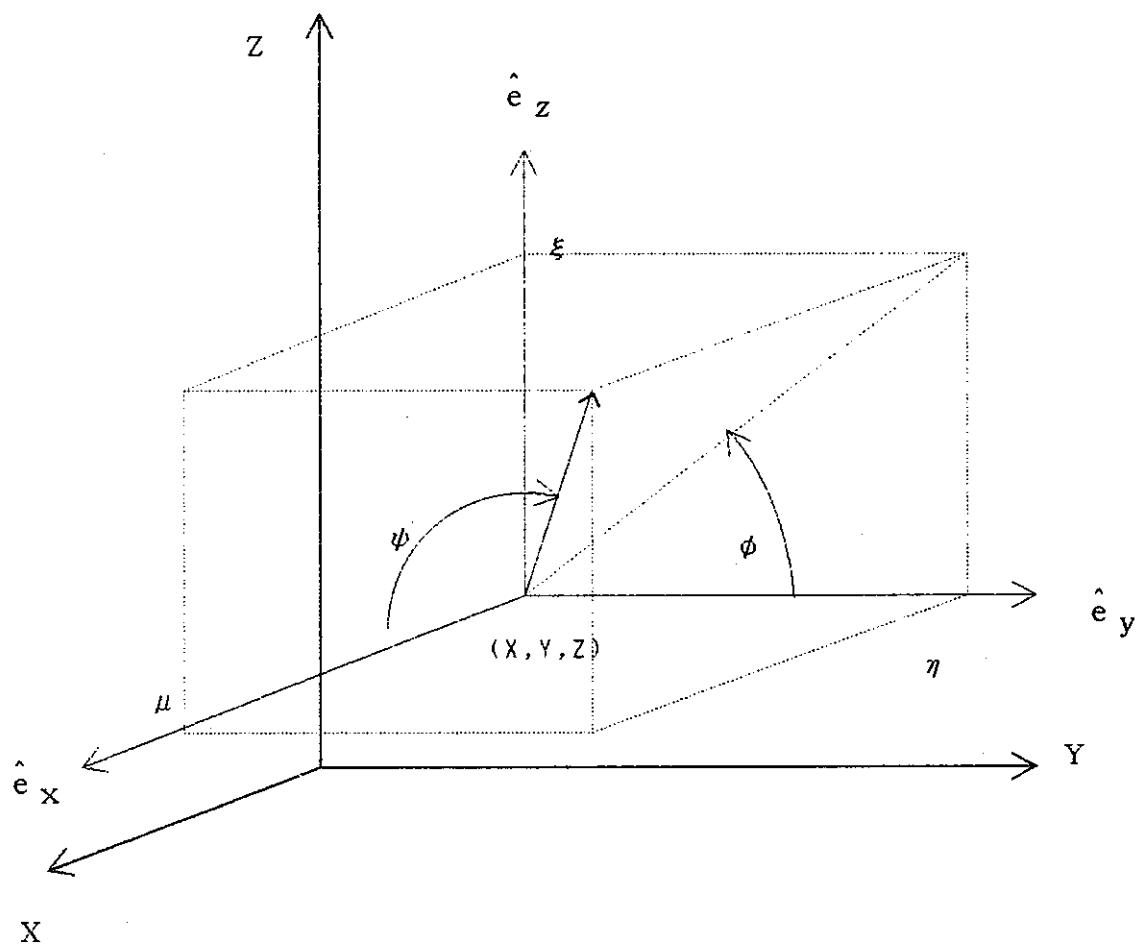
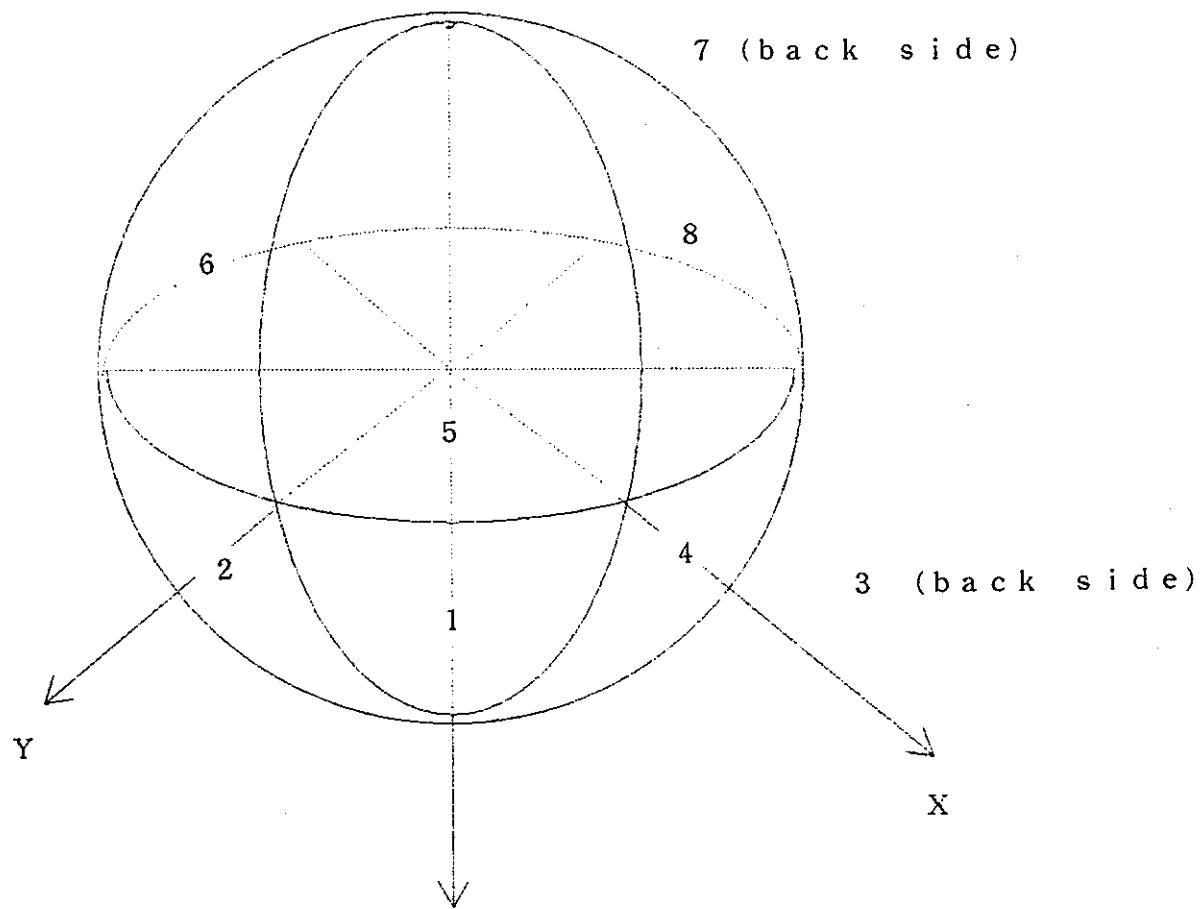


Fig. 2-3 Rectangular Cartesian Coordinates



Z
Definition of each octant and origin

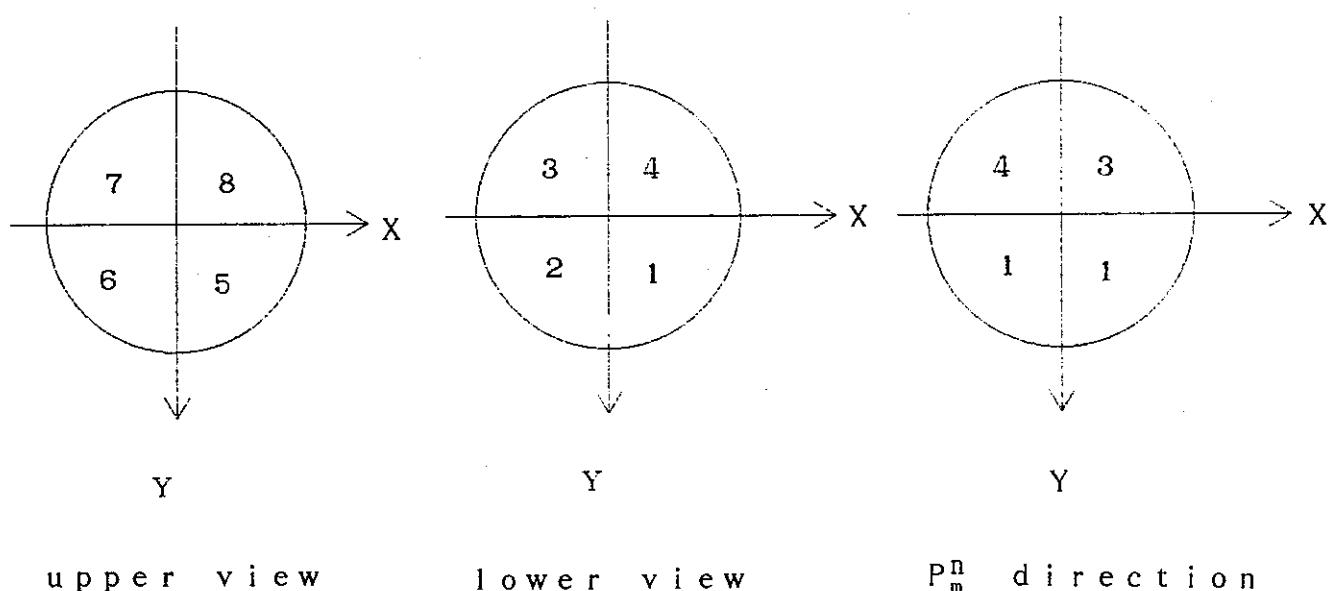


Fig. 2-4 Specification of Angular Direction

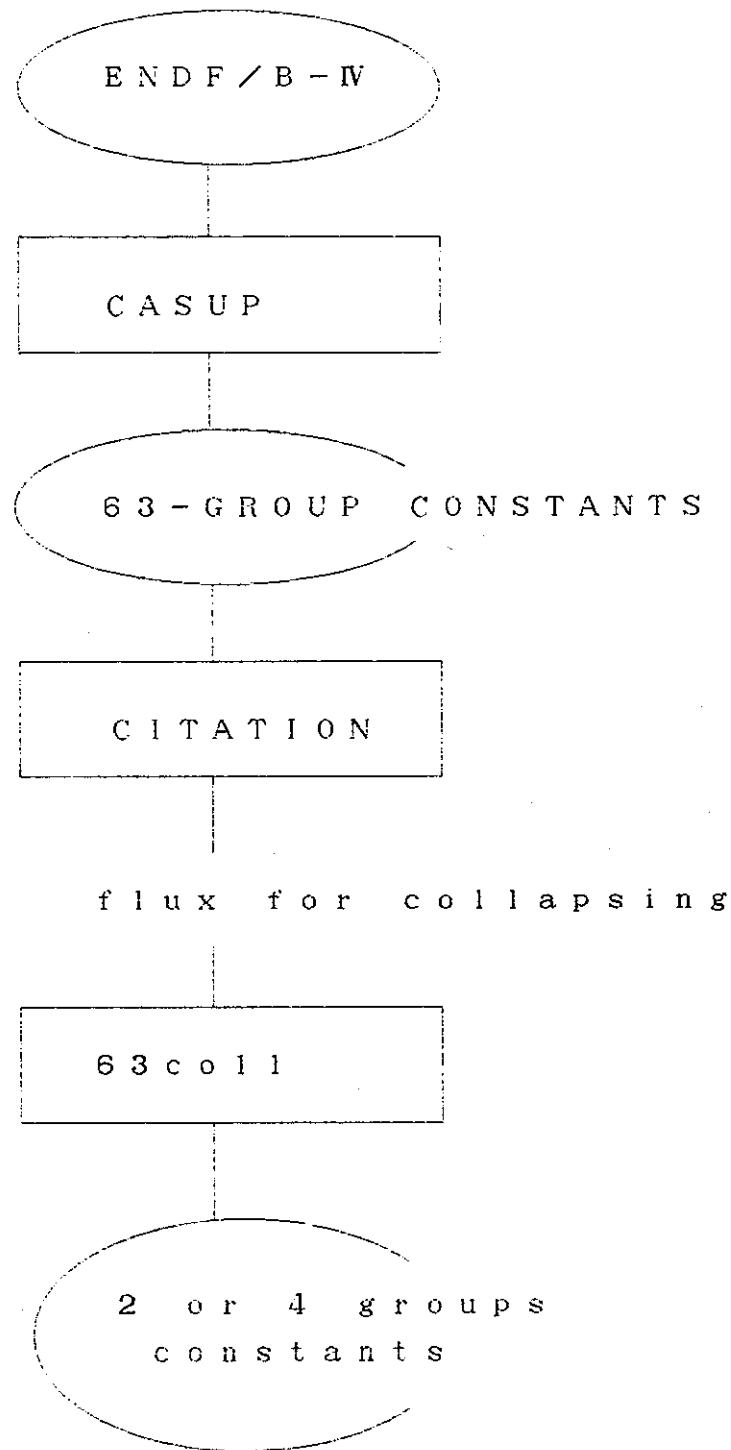
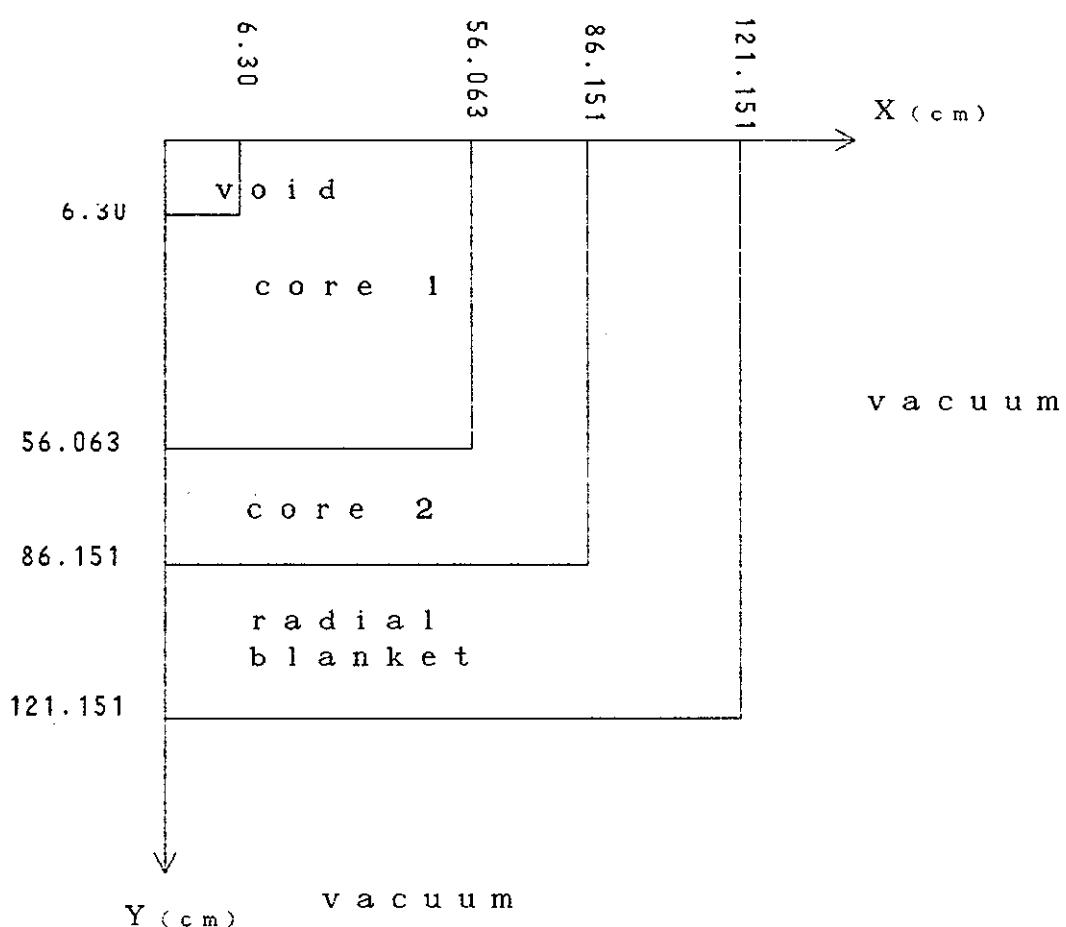


Fig. 2-5 Calculational Flowchart

u o i t e f f e r

r e f l e c t i o n



F i g . 2-6 C a l c u l a t i o n a l M o d e l

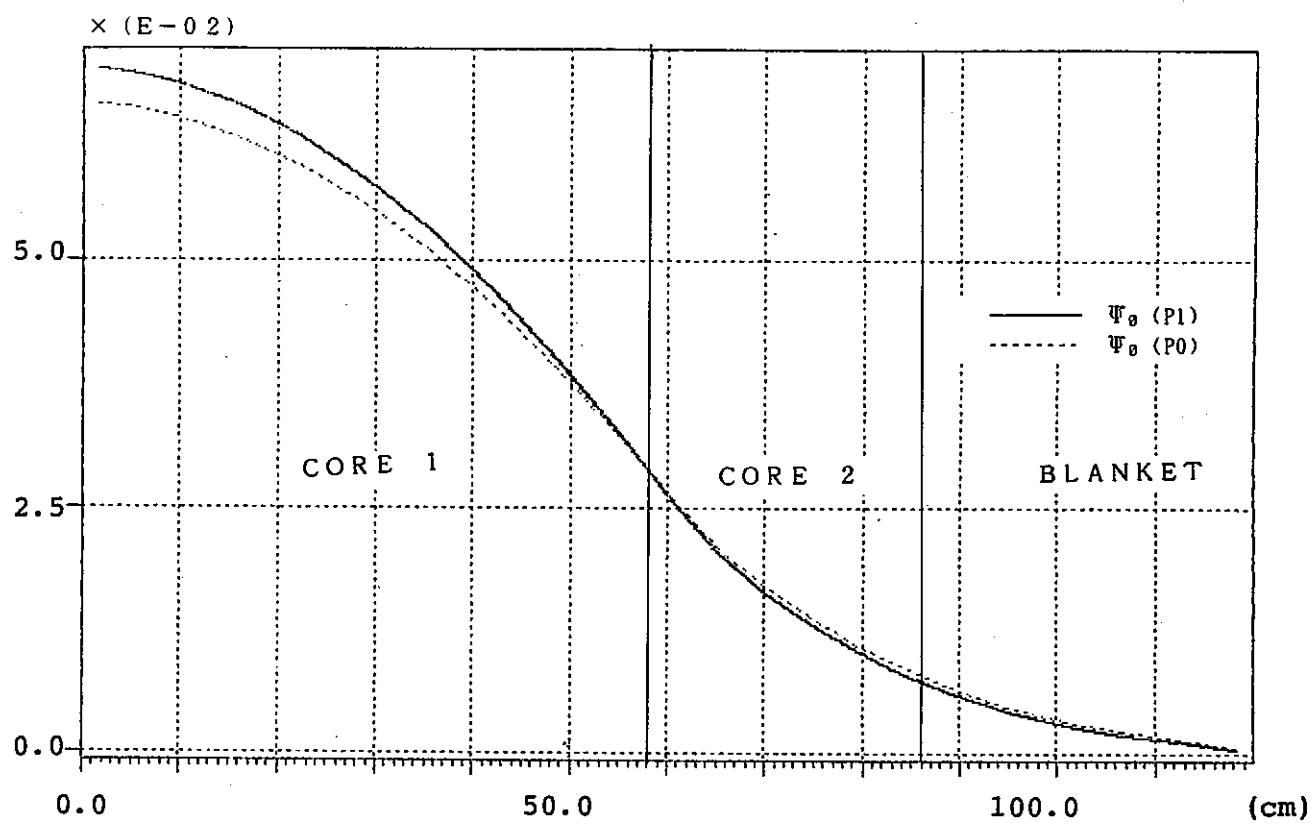


Fig. 2-7 Flux of P1 and P0 cal. (1G)

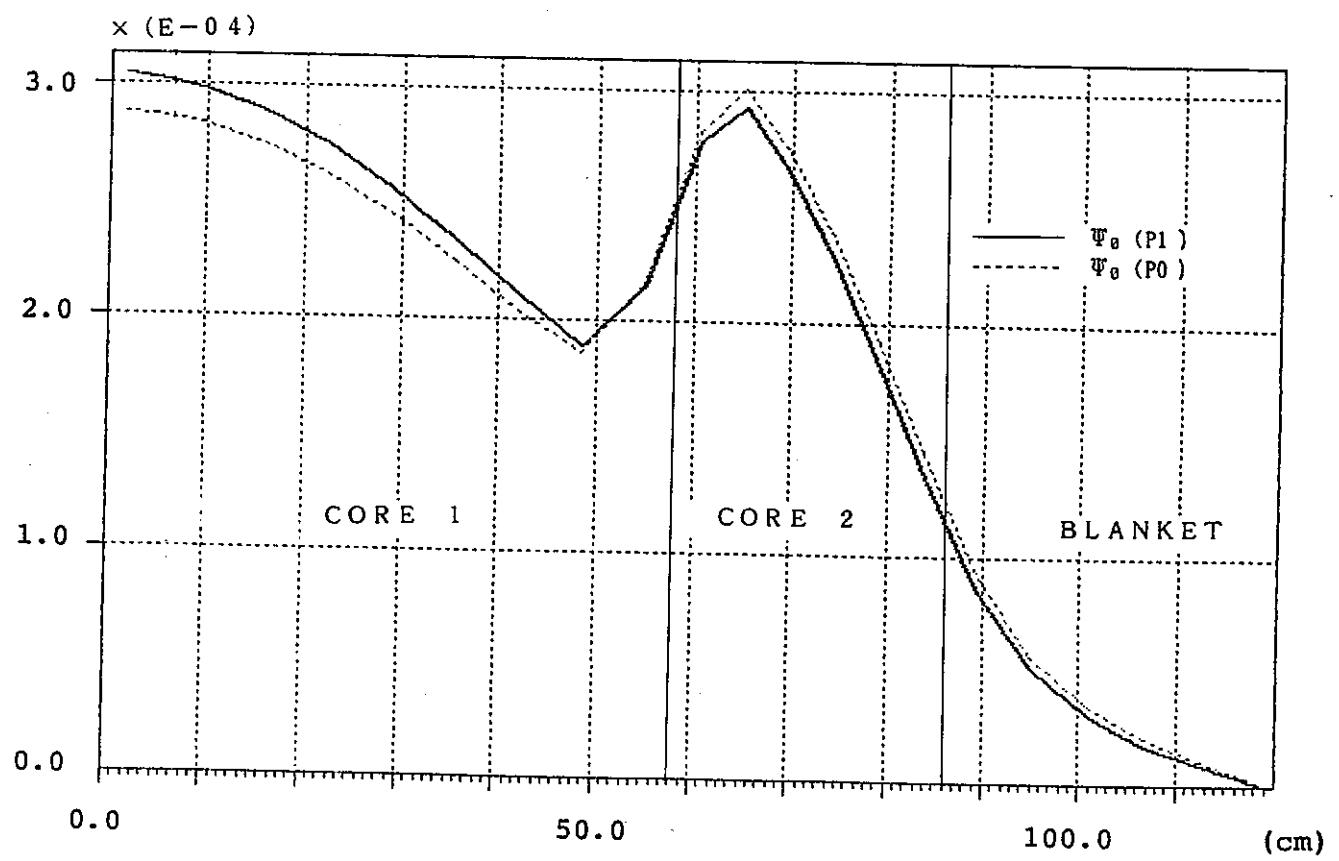


Fig. 2-8 Flux of P1 and P0 cal. (2G)

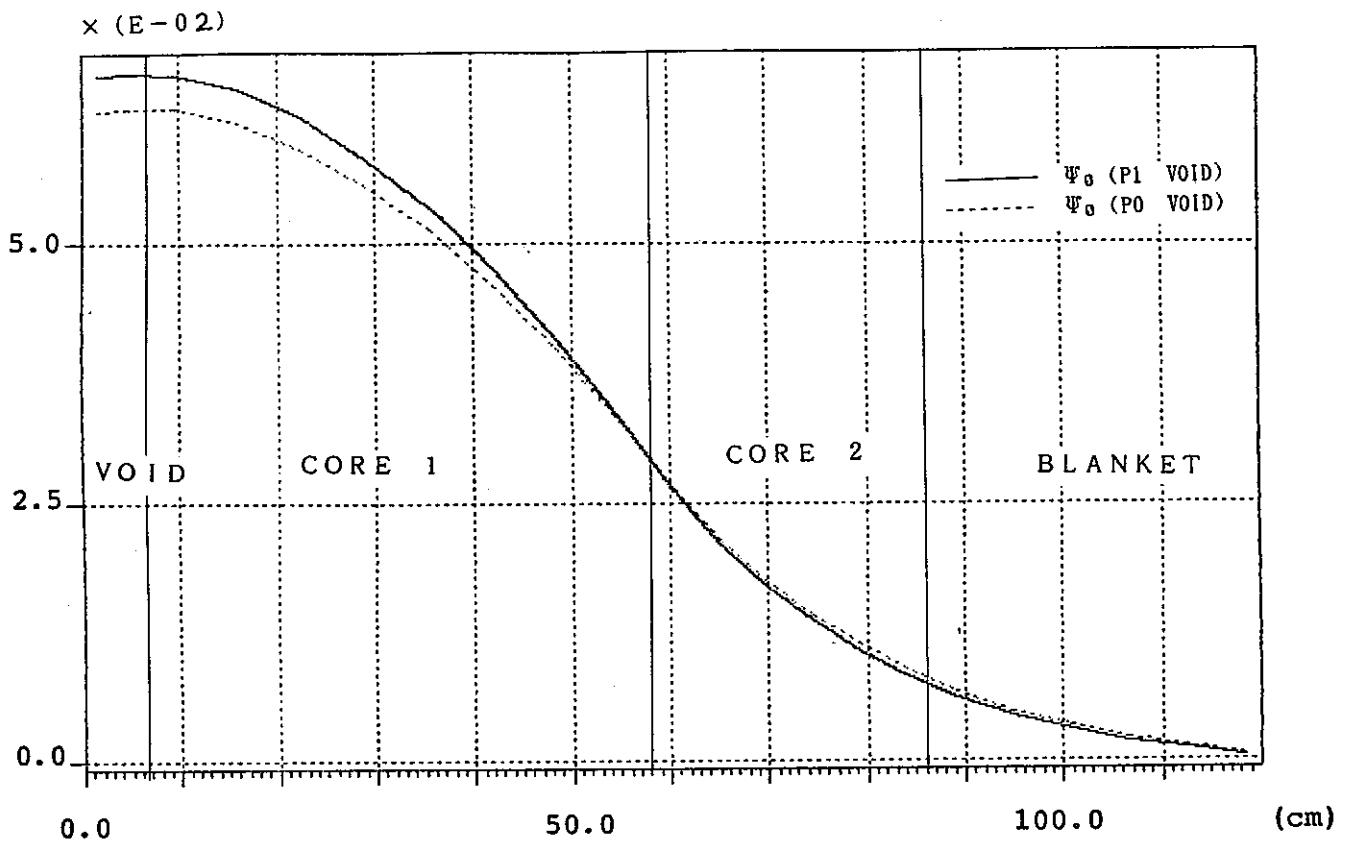


Fig. 2-9 Flux of P1 and P0 cal. (1G)

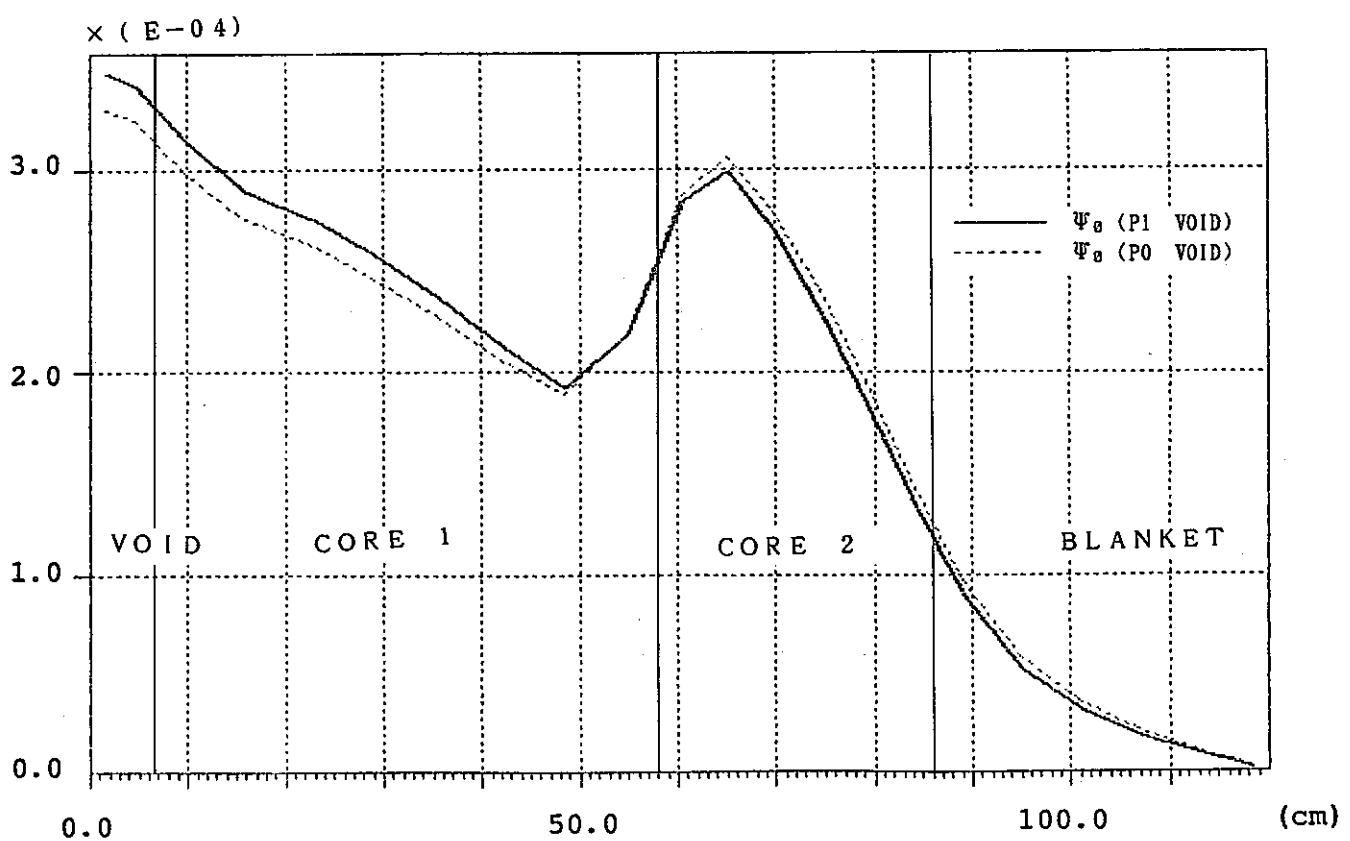


Fig. 2-10 Flux of P1 and P0 cal. (2G)

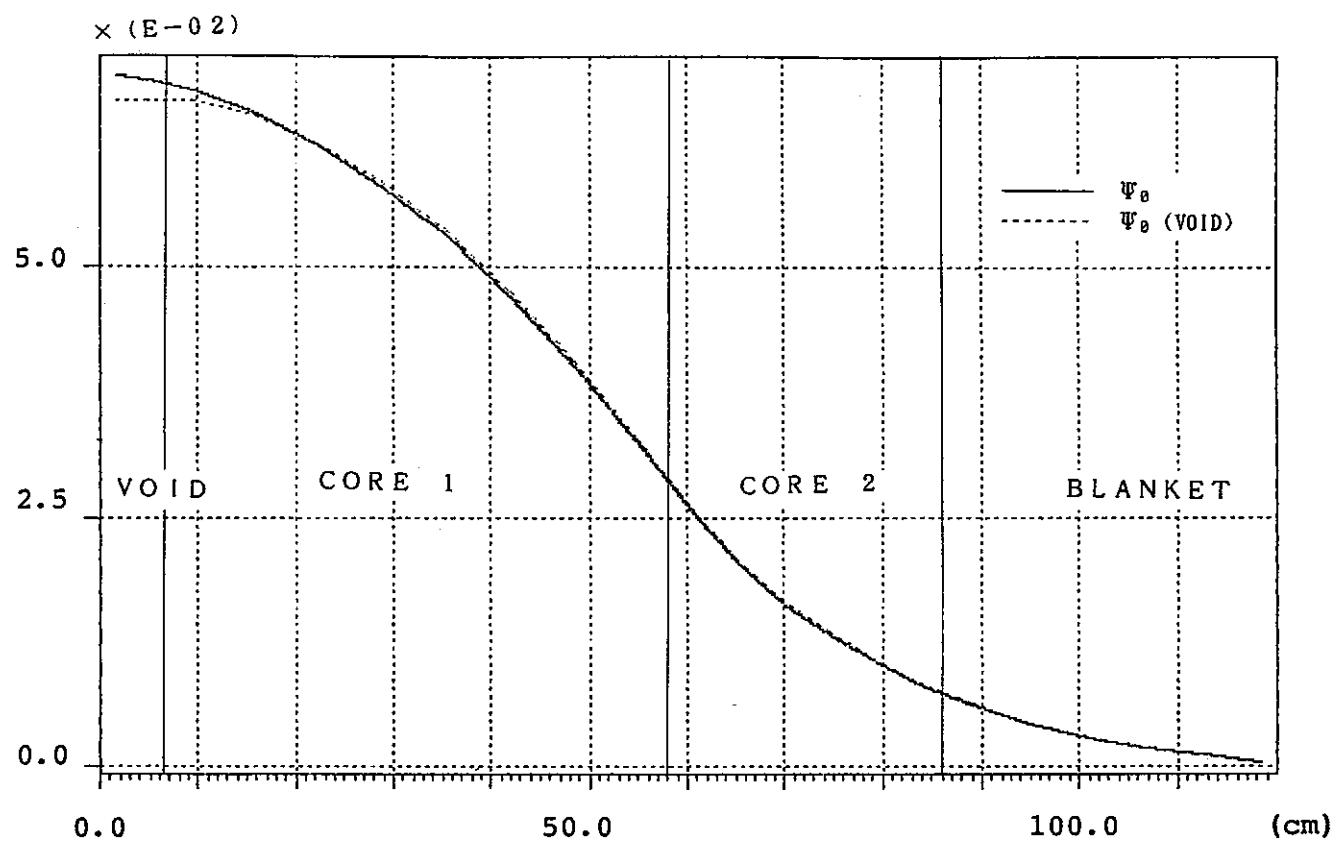


Fig. 2-11 Flux of Pi-cal. (1 G)

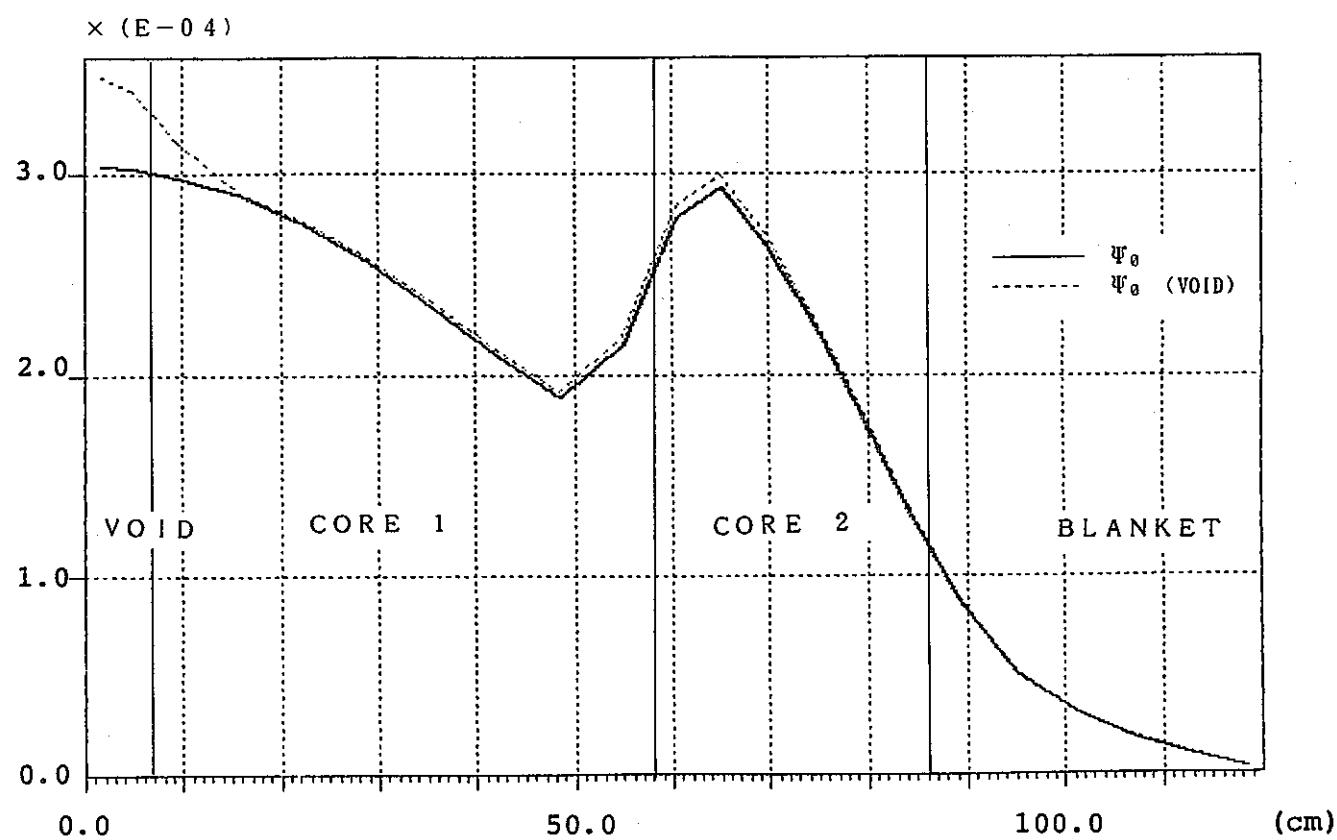


Fig. 2-12 Flux of Pi-cal. (2 G)

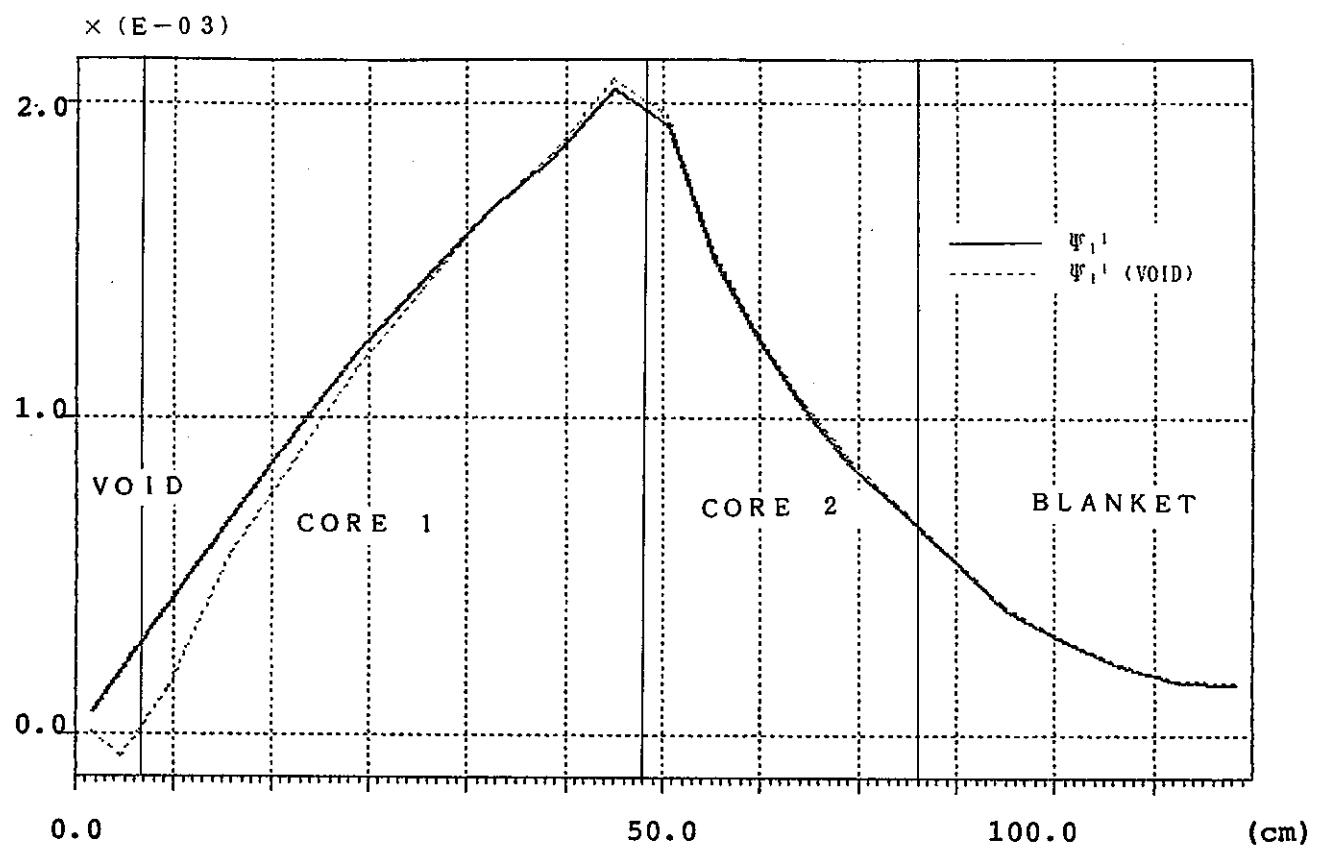


Fig. 2-15 Flux of P1-cal. (1G)

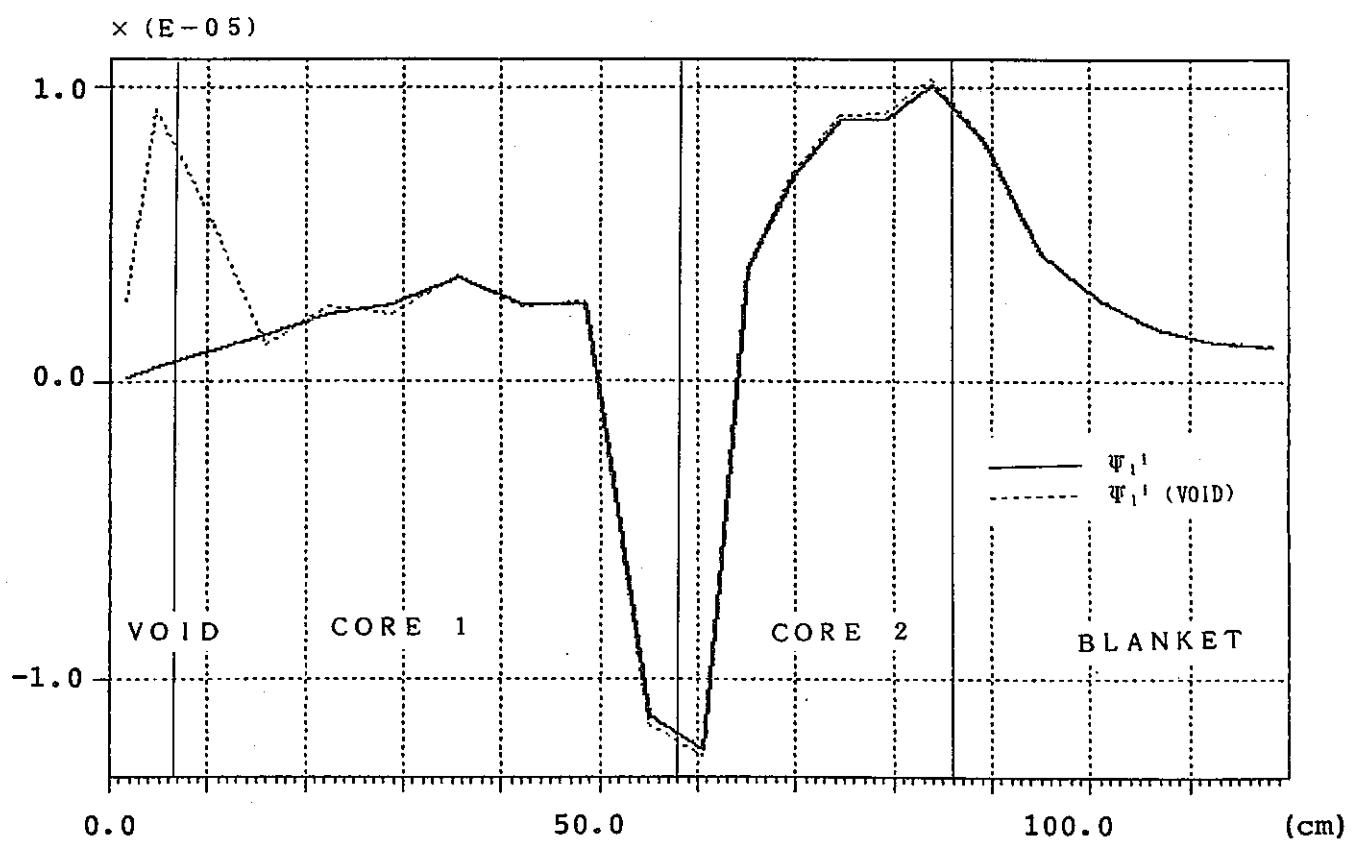


Fig. 2-16 Flux of P1-cal. (2G)

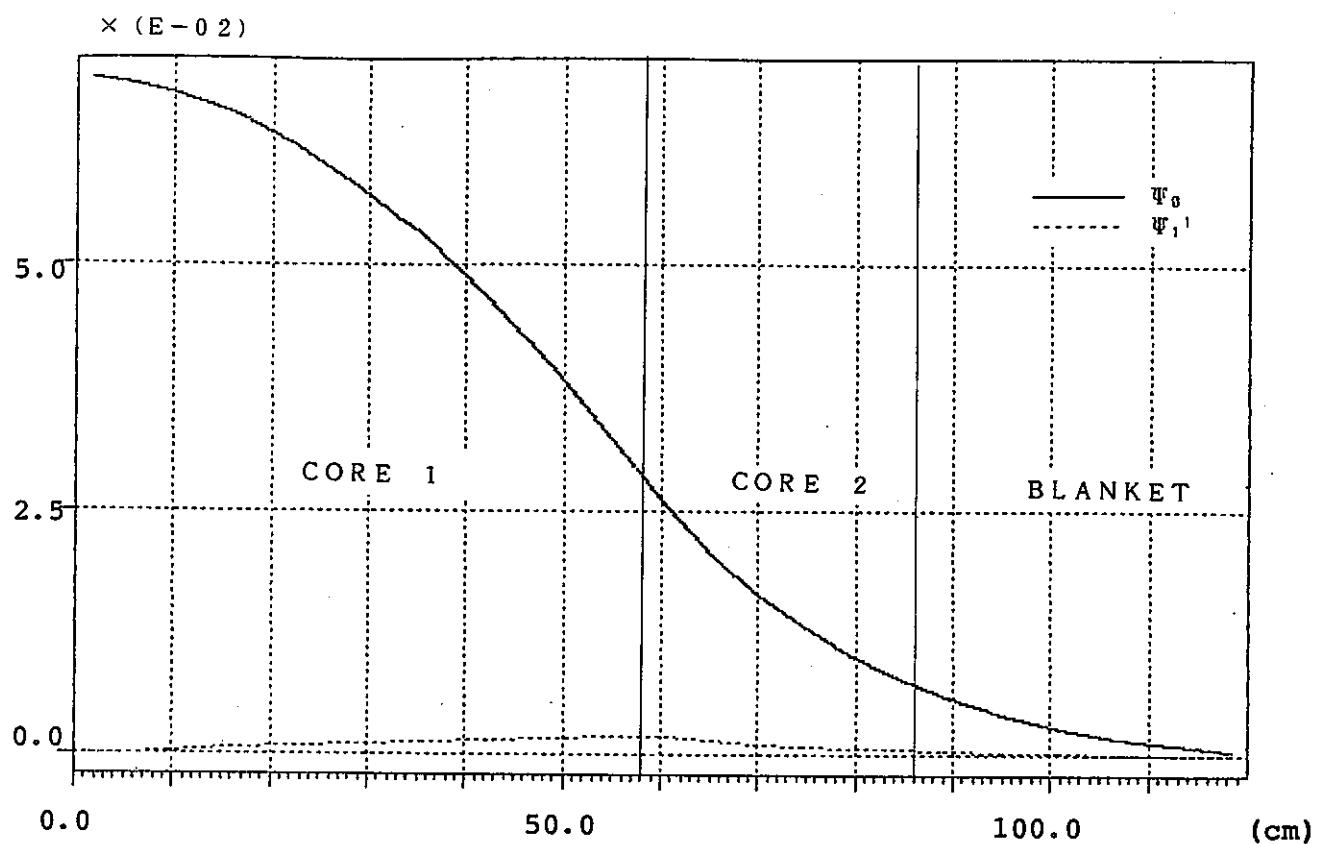


Fig. 2-17 Flux of Pl-c al. (1G)

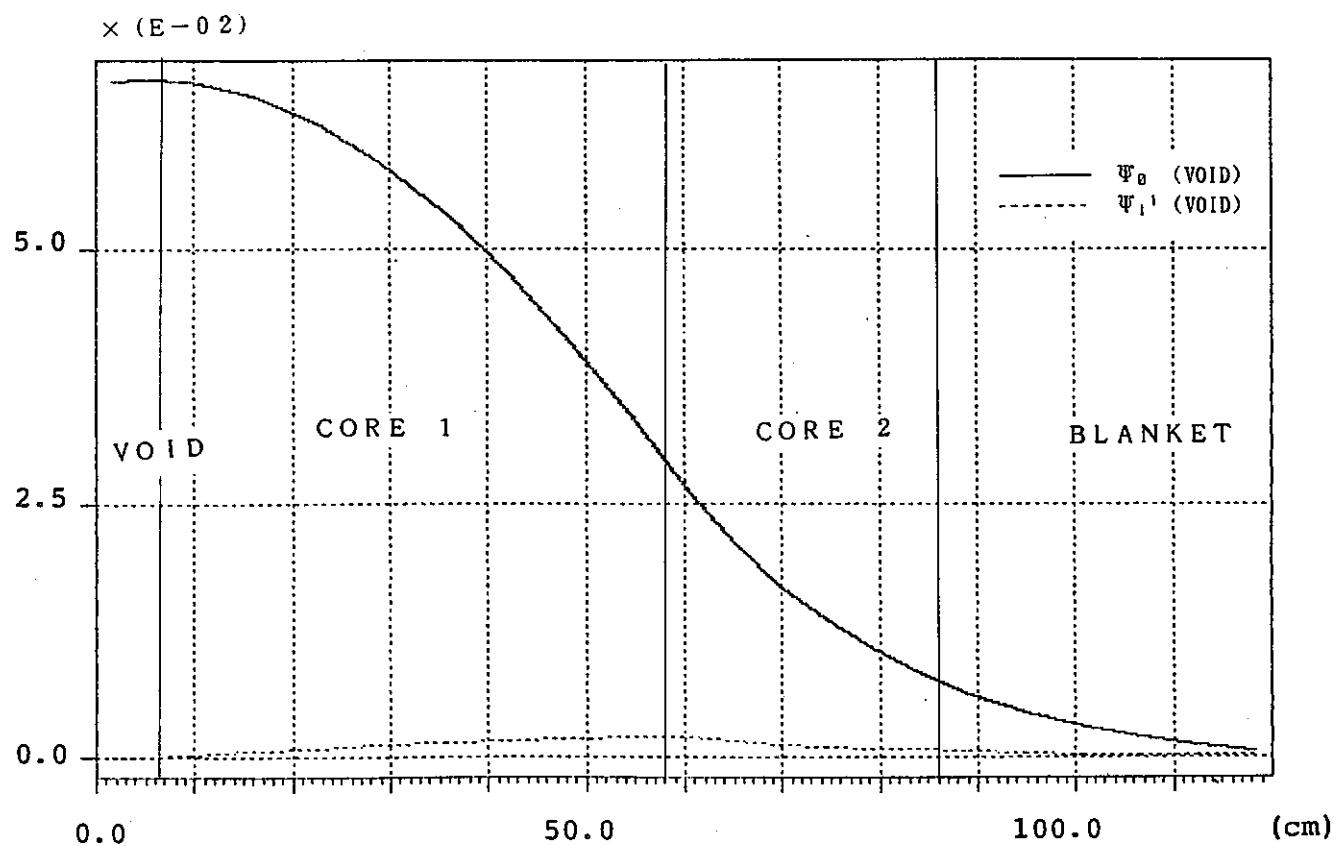


Fig. 2-18 Flux of Pl-c al. (1G)

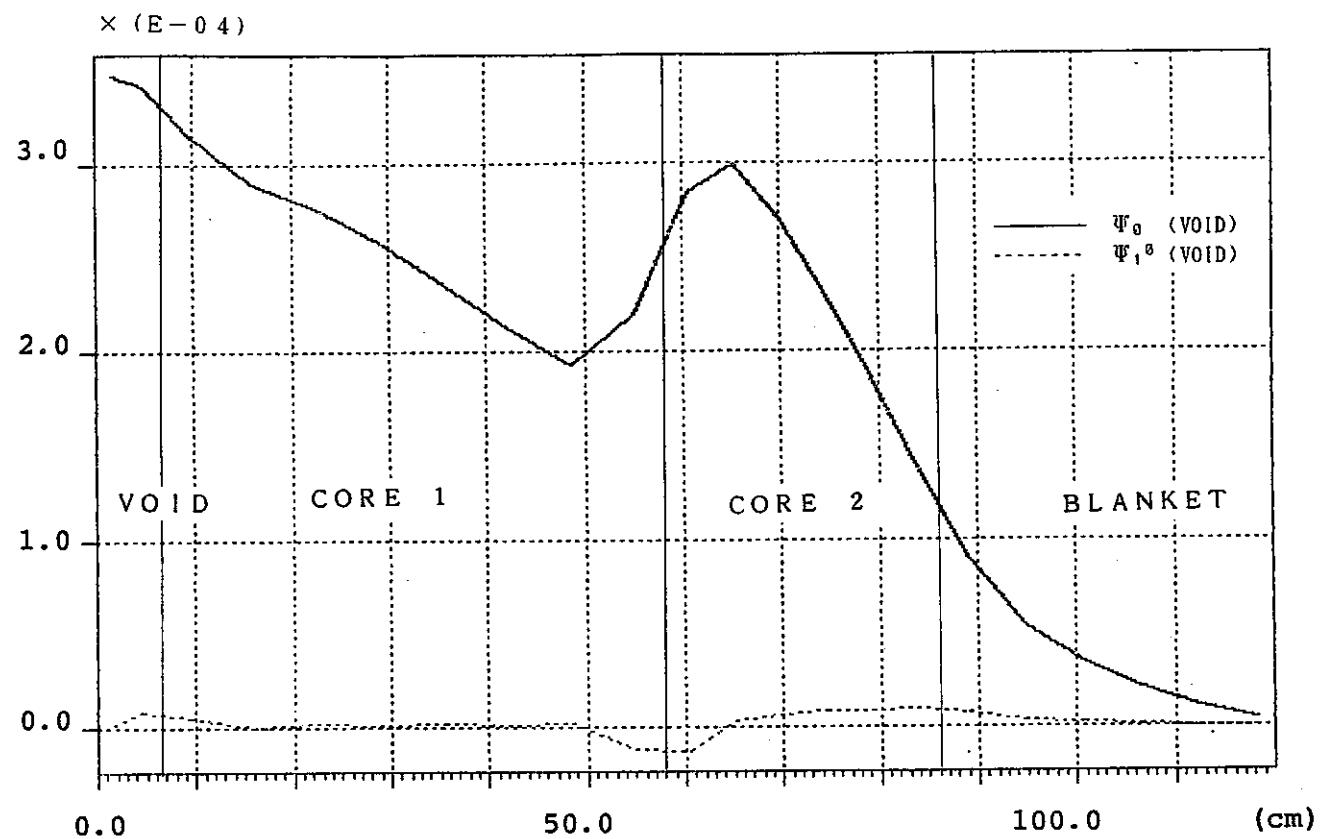


Fig. 2-19 Flux of Pl-cal. (2 G)

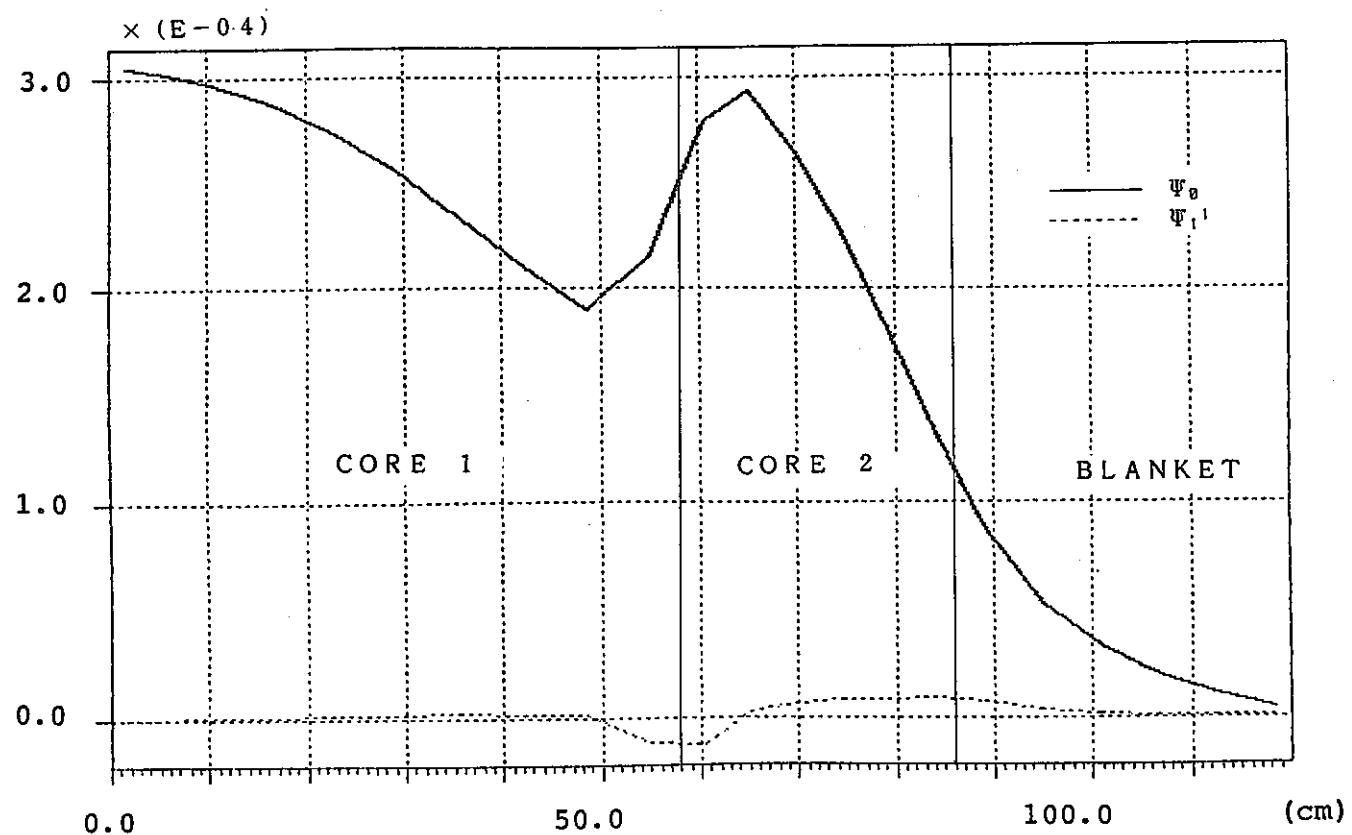


Fig. 2-20 Flux of Pl-cal. (2 G)

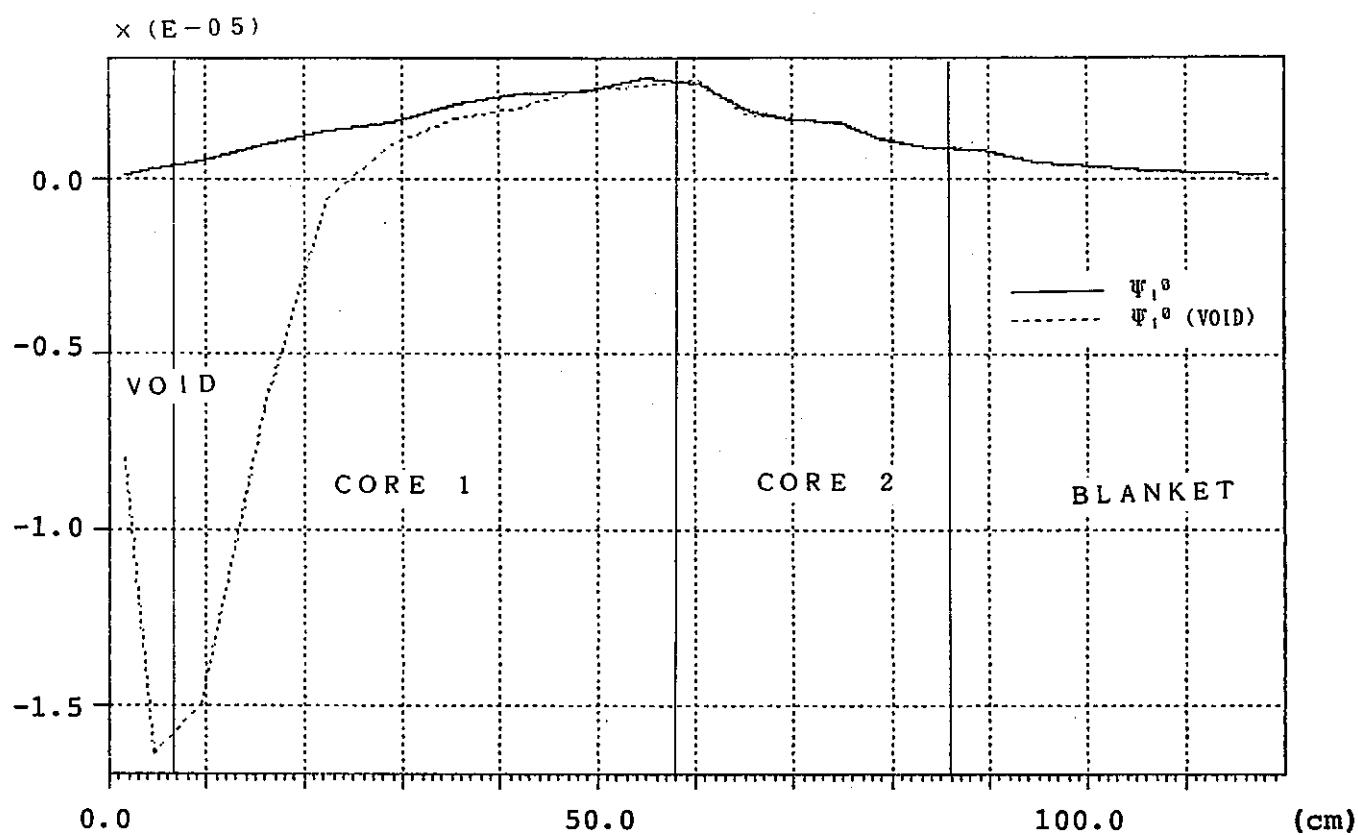


Fig. 2-13 Flux of P1-cal. (1G)

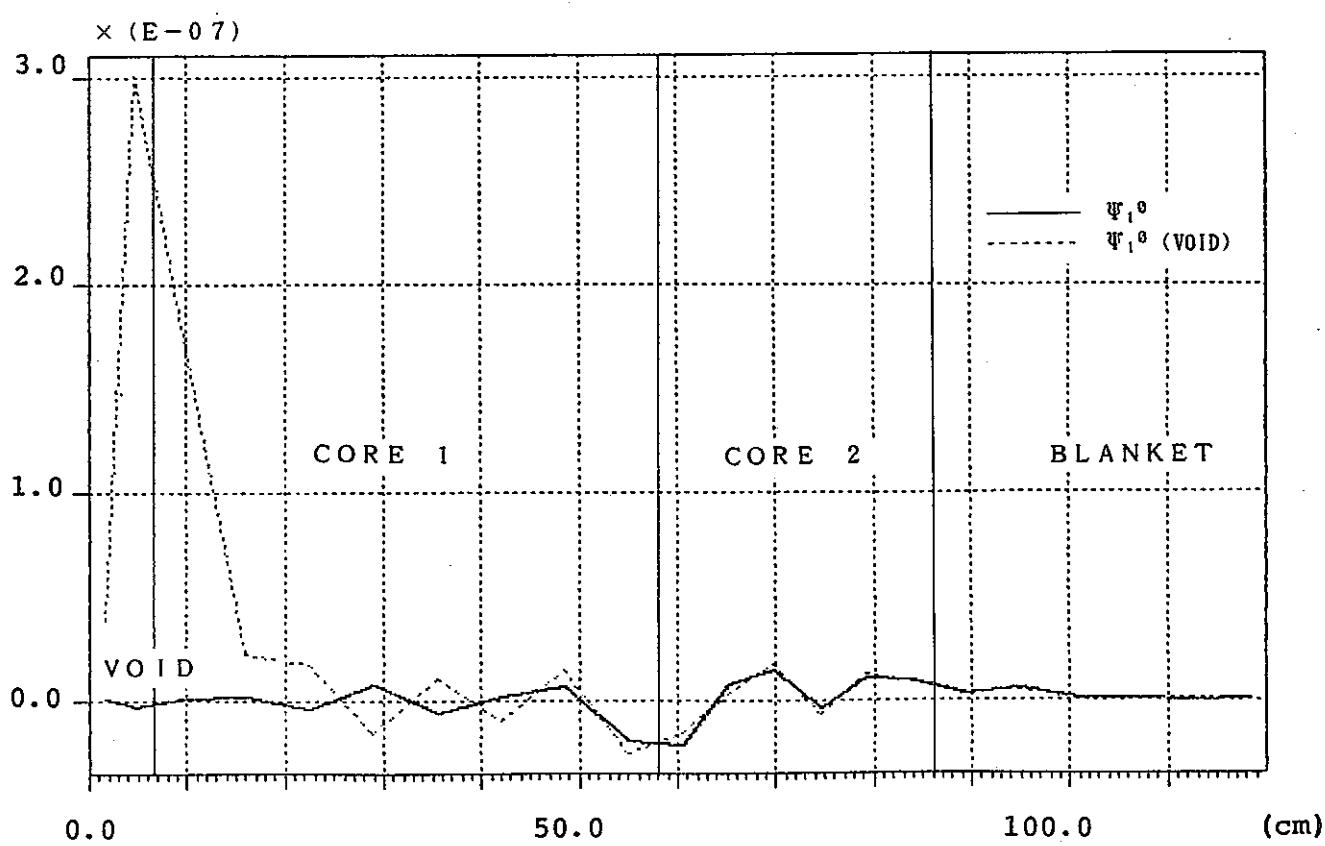


Fig. 2-14 Flux of P1-cal. (2G)

第3. 1章 序論

SIXTUS-2⁽¹⁾⁻⁽³⁾はスイス国立原子力研究所P. S. I. のJ. J. Arkuszewskiによって開発された二次元ヘキサ体系計算コードであり、拡散ノード法が用いられているが、ここで使われているノード法は従来のノード法⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾と異なっている。従来のノード法は直交系あるいはヘキサ体系を扱う場合においても、一つのノードに対してある一方向に注目して、他の方向については積分操作を行い、多次元拡散方程式を一次元拡散方程式に変換する。この際、この一次元拡散方程式には、積分した方向に対するもれ量が含まれる。このもれ量を0次あるいは2次の多項式で近似し、できた一次元拡散方程式を解析的手法あるいは多項式展開を用いて解くことにより、ノード内の中性子束分布を求める。一方、SIXTUS-2においては、多次元拡散方程式の一次元拡散方程式への変換という操作は行われず、二次元拡散方程式を固有値問題を考えることにより、ヘルムホルツ方程式に変換し、そのヘルムホルツ方程式の解を正六角形に対して考え、それらを正六角形の持つ対称性に基づいて組み合わせることにより、六角形内の中性子束分布を求める。

今回このSIXTUS-2を三次元ヘキサーZ体系化するために、三次元拡散方程式をZ方向およびX-Y方向に対して積分し、二次元と一次元の2つの拡散方程式をつくり、二次元ヘキサ面の拡散方程式に対してSIXTUS-2で用いられている手法を、また一次元Z方向に対しては、SIXTUS-2の手法を拡張したもの用いることにより、それぞれの方向の中性子束分布を求める。2つの方向の中性子束分布は互いに一方、方向に対するもれ量を基にして結び付けられる。第3. 2章においてこの手法の基本式について述べる。

第3. 2章 S I X T U S の基本式

三次元拡散方程式を行列を用いて表すと

$$-D \nabla^2 \bar{\phi} + \Sigma (k) \bar{\phi} = 0 \quad (3. 1)$$

ここで

D : 各群の拡散係数からなる $N \times N$ 次の対角行列

(N : エネルギー群数)

$\Sigma (k)$: 吸収、散乱、核分裂の各断面積からなる $N \times N$ 次の行列

$\bar{\phi}$: 各群の中性子束からなる N 次の縦ベクトル

(3. 1) 式を図 3. 1 に示す六角柱ノードについて考える。

(3. 1) 式を Z 方向および X , Y 方向について積分し、その積分区間の大きさで割ると、(3. 2) 式および (3. 3) 式が得られる。

$$-D \nabla^2_{xy} \bar{\phi}_z + \Sigma (k) \bar{\phi}_z = -\bar{L}_z \quad (3. 2)$$

$$-D \nabla^2_z \bar{\phi}_{xy} + \Sigma (k) \bar{\phi}_{xy} = -\bar{L}_{xy} \quad (3. 3)$$

ここで

$$\bar{\phi}_z = c o l. \left(-\frac{1}{\Delta z_k} \int_{Z_{k-1/2}}^{Z_{k+1/2}} \phi^1 dz, \dots, -\frac{1}{\Delta z_k} \int_{Z_{k-1/2}}^{Z_{k+1/2}} \phi^N dz \right)$$

$$\bar{\phi}_{xy} = c o l. \left(-\frac{1}{S_1} \int_{S_1} \phi^1 dx dy, \dots, -\frac{1}{S_1} \int_{S_1} \phi^N dx dy \right)$$

$$\bar{L}_z = c o l. \left(\frac{J^1(Z_{k+1/2}) - J^1(Z_{k-1/2})}{\Delta z_k}, \dots \right)$$

$$\frac{J^N(Z_{k+1/2}) - J^N(Z_{k-1/2})}{\Delta z_k}$$

$$\bar{L}_{xy} = c o l. \left(\frac{1}{S_1} \sum_{j=1}^6 (J_j^1(Z_{k+1/2}) - J_j^1(Z_{k-1/2})) \right), \dots$$

ここで次のような固有値問題について考える。

$$A(k) = D^{-1} \Sigma(k) \quad \text{として}$$

$$A(k) T = T A \quad (3.4)$$

$$A = \text{d i a g. } (\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_N^2)$$

また (3.2), (3.3) 式の解を次のような形で求める。

$$\bar{\phi}_z = T \bar{u}_z \quad (3.5)$$

$$\bar{\phi}_{xy} = T \bar{u}_{xy} \quad (3.6)$$

(3.2), (3.3) 式の両辺に $-D^{-1}$ をかけ、(3.5), (3.6) 式を (3.2), (3.3) 式に代入し、(3.4) 式の関係式を用いると次のような式が得られる。

$$\nabla^2_{xy} \bar{u}_z - \Lambda \bar{u}_z = -D^{-1} \bar{L}_z \quad (3.7)$$

$$\nabla^2_z \bar{u}_{xy} - \Lambda \bar{u}_{xy} = -D^{-1} \bar{L}_{xy} \quad (3.8)$$

(3.7), (3.8) 式をそれぞれ二次元六角体系および一次元体系について解く。

1) 二次元六角体系について

(3.7) 式で左辺 = 0 の齊次方程式をまず解き、その後、左辺の項を含む方程式の解を特殊解として求め、両者をたし合わせて、(3.7) 式の一般解を求める。(3.7) 式の齊次方程式は

$$\nabla^2_{xy} \bar{u}_z - \Lambda \bar{u}_z = 0 \quad (3.9)$$

(3.9) 式において Λ は対角行列であり、したがって各成分ごとに分け

て考えることができる。あるエネルギー群 n について

$$\nabla^2_{xy} u^n_z - \lambda^2_n u^n_z = 0 \quad (3.10)$$

(3.10) 式はヘルムホルツ方程式であり、その解は指數関数の形で表される。図 3.2 に示すように六角形に対して 12 個の単位ベクトルを考え、六角形の任意の点をベクトル r で表すと、点 r における (3.10) 式の基本解として

$$\bar{e}_n = \begin{bmatrix} e_{n,1} + e_{n,2} \\ e_{n,3} + e_{n,4} \\ e_{n,5} + e_{n,6} \\ e_{n,7} + e_{n,8} \\ e_{n,9} + e_{n,10} \\ e_{n,11} + e_{n,12} \end{bmatrix}$$

$$e_{n,i} = e \times p (\lambda_n k_i \cdot r)$$

が考えられる。

この基本解を正六角形の持つ対称性に基づいて組み合わせる。正六角形は中心点の周りに 60° 回転しても同じ形であり、この回転対称操作を行列で表すと、次のような行列となる。

$$V = \begin{bmatrix} \xi & \xi & 2\eta & 0 & 2\eta & 0 \\ \xi & -\xi & \eta & \zeta & -\eta & \zeta \\ \xi & \xi & -\eta & \zeta & -\eta & -\zeta \\ \xi & -\xi & -2\eta & 0 & 2\eta & 0 \\ \xi & \xi & -\eta & -\zeta & -\eta & \zeta \\ \xi & -\xi & \eta & -\zeta & -\eta & -\zeta \end{bmatrix}$$

$$\xi = 1 / \text{S Q R T} (6, 0)$$

$$\eta = 1 / \text{S Q R T} (12, 0)$$

$$\zeta = 1 / 2$$

$$\overline{\mathbf{S}}_n = V \overline{\mathbf{e}}_n$$

とし、 $\overline{\mathbf{S}}_n$ の各成分を線形結合することにより、(3. 1 0) 式の解を求める。

$$u^n_z = \sum_{i=1}^6 c_{n,i} s_{n,i}$$

(3. 5) 式の関係を用いることにより、(3. 2) 式の左辺 = 0 の方程式の解が得られる。

$$\phi^n_z = \sum_{l=1}^N t_{n,l} \sum_{i=1}^6 c_{l,i} s_{l,i}$$

よって (3. 2) 式の一般解は

$$\overline{\mathbf{B}}_z = -\Sigma^{-1}(k) \overline{\mathbf{L}}_z$$

$$\overline{\mathbf{B}}_z = \mathbf{c} \cdot \mathbf{o} \cdot \mathbf{l} \cdot (b_1, b_2, \dots, b_N) \quad \text{として}$$

$$\phi^n_z = \sum_{l=1}^N t_{n,l} \sum_{i=1}^6 c_{l,i} s_{l,i} + b_n \quad (3. 1 1)$$

(3. 1 1) 式において

$$\frac{1}{S_1} \int_{S_1} \phi^n_z d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{y} = \phi^n$$

の関係式より、 b_n を ϕ^n で表す。

(3. 1 1) 式に入射中性子流の演算子

$$E_{n,j} = \frac{1}{4} \int_{(j)} \left(1 + 2 D_n \frac{\partial}{\partial n_j} \right) d\mathbf{l}$$

n : エネルギー群 ($1, 2, \dots, N$)

j : 六角柱の各側面を表す ($1, 2, \dots, N$)

を作用させることにより、任意定数 $c_{1,i}$ ($i = 1, 2, \dots, N$, $i = 1, 2, \dots, 6$) は、六角柱の六つの側面における各群の入射中性子流により決定される。

2) 一次元体系について

(3. 8) 式の齊次方程式は

$$\nabla^2_z \bar{u}_{xy} - \Lambda \bar{u}_{xy} = 0 \quad (3. 12)$$

(3. 12) 式で各成分について考えると、

$$\nabla^2_z u^n_{xy} - \lambda^2_n u^n_{xy} = 0 \quad (3. 13)$$

図 3. 3 に示すように一次元体系に対して 2 個の単位ベクトルを考え、一次元上の任意の点をベクトル r で表すと、点 r における (3. 13) 式の基本解として

$$\bar{f}_n = \begin{pmatrix} f_{n,13} \\ f_{n,14} \end{pmatrix}$$

$$f_{n,i} = e \times p (\lambda_n k_i \cdot r)$$

が考えられる。

この基本解を一次元のもつ対称性に基づいて組み合わせる。その対称操作を行行列を用いて表すと

$$V_z = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ \alpha & -\alpha \end{pmatrix}$$

$$\alpha = 1 / S Q R T (2, 0)$$

$$\overline{S}_n = V_z \overline{f}_n$$

とし、 S_n の2つの成分を線形結合することにより、(3. 12)式の解を求める。

$$u^n_{x,y} = \sum_{i=1}^6 c_{n,i} s_{n,i}$$

(3. 6)式の関係を用いることにより、(3. 3)式の解が得られる。

$$\phi^n_{x,y} = \sum_{l=1}^N t_{n,l} \sum_{i=1}^6 c_{l,i} s_{l,i} + h_n \quad (3. 14)$$

ここで

$$\overline{H}_{x,y} = \text{co}[(h_1, h_2, \dots, h_N)]$$

$$\overline{H}_{x,y} = -\Sigma^{-1}(k) \overline{L}_{x,y}$$

(3. 14)式において

$$\frac{1}{\Delta z_k} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} \phi_{x,y}^n dz = \phi^n$$

の関係式より、 h_n を ϕ_n で表す。

また任意定数 $c_{l,i}$ ($l = 1, 2, \dots, N$ $i = 1, 2$) については、六角柱の上面および底面における各群の入射中性子流により決定される。

図3. 4に計算のフロー チャートを示す。

第3. 3章 計算結果

SIXTUS-3の有効性を確かめるためにテスト計算を行った。テスト体系の1/6XY断面図を図3.5に示す。六角形の対辺間距離の大きさは11.56cm、炉心高さは100cmであり、Z方向にはこのXY断面図の体系が一様に続いているとした。計算は3群定数を用いて行い、収束条件は実効増倍率に対しては 1×10^{-6} 、中性子束に対しては 5×10^{-5} とした。用いた3群定数を表3.1に示す。外部境界の境界条件はすべて真空条件として計算を行った。

計算精度および計算時間を比較するため、有限差分法とSIXTUSを用いてテスト計算を行い、有限差分法に関しては、六角形に対して1.6および24個の、Z方向に対して10および20個の分割数をとり、一方、SIXTUSに関しては、Z方向に10および20個の分割数をとって計算を行った。表3.2にこれらの手法で得られた実効増倍率、基準解からのパーセント誤差、計算に要した時間を示す。基準解は有限差分法による解から、無限メッシュに外挿して得た値である。これよりZ方向のメッシュ幅を等しくとった時には、SIXTUS-3は、有限差分の3角メッシュと同程度の計算時間で24メッシュに近い精度が得られることが分かった。

SIXTUS(Z方向10分割)、六角メッシュ(Z方向10分割)、三角メッシュ(Z方向20分割)による炉中心部分での出力分布の誤差を図3.6、図3.7、図3.8に示す。基準解として24メッシュ(Z方向20分割)の値をとり、この値とのパーセント誤差をそれぞれ示している。図3.9にはこの基準解の出力分布を示す。

第3. 4章 結論

今回、拡散ノード法に基づくSIXTUS-2を三次元化し、三次元ヘキサ- Z 体系計算コードSIXTUS-3を開発した。テスト計算を行った結果、SIXTUS-3は有限差分法の6メッシュ以上、24メッシュに近い精度の値が、6メッシュと同程度の計算時間で得られることが分かった。

今後、積分操作によって生じるもれの項の近似を、現在の0次から2次に上げて精度の向上を図り、計算時間を短縮させるために加速法を組み込む予定である。

参考文献

- (1) J. J. Arkuszewski. " SIXTUS-2: A Two-dimensional Multigroup Diffusion Code in Hexagonal Geometry " Prog. Nucl. Energy Vol. 18 (1986)
- (2) J. J. Arkuszewski, (1980) EIR-410
- (3) J. J. Arkuszewski, (1982) EIR-470
- (4) H. D. Fischer, H. Finnemann, " The nodal integration method - A diverse solve for neutron diffusion problems " Atomkernenergie Vol. 39 (1981)
- (5) MIT 1986 SUMMER SESSION, " MODERN NODAL METHODS FOR ANALYZING LIGHT WATER REACTORS "
- (6) R. D. Lawrence, " A Nodal Interface Current Method for Multi-group Diffusion Calculations in Hexagonal Geometry " Trans. Am. Nucl. Soc., 39, 461 (1981)

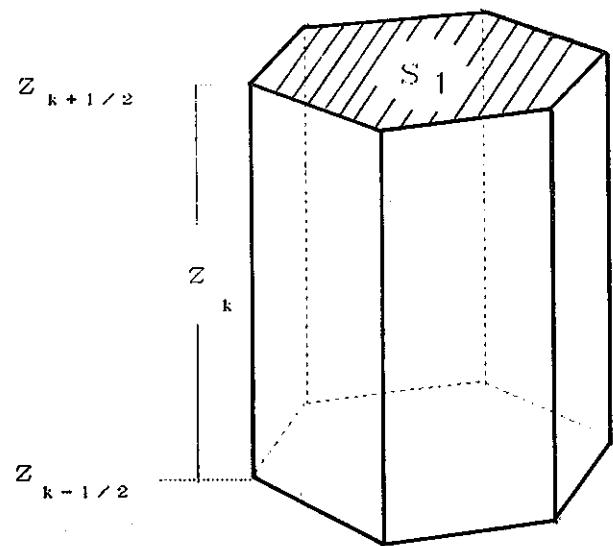
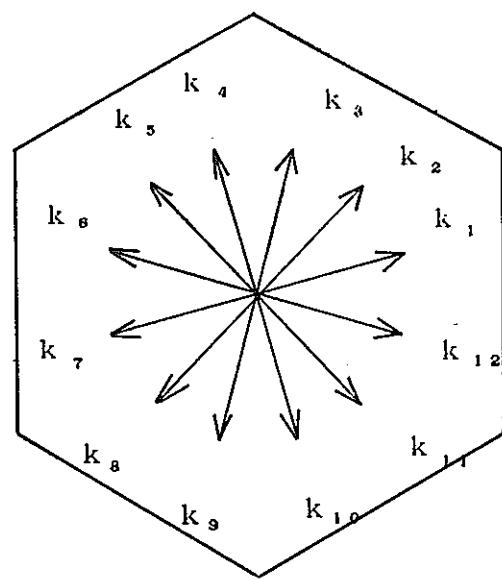
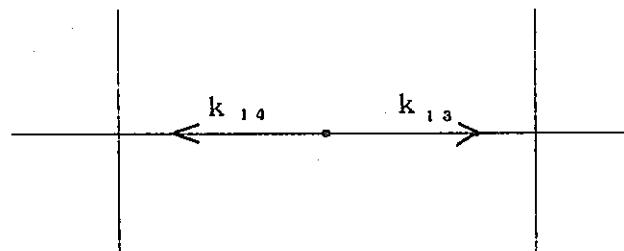


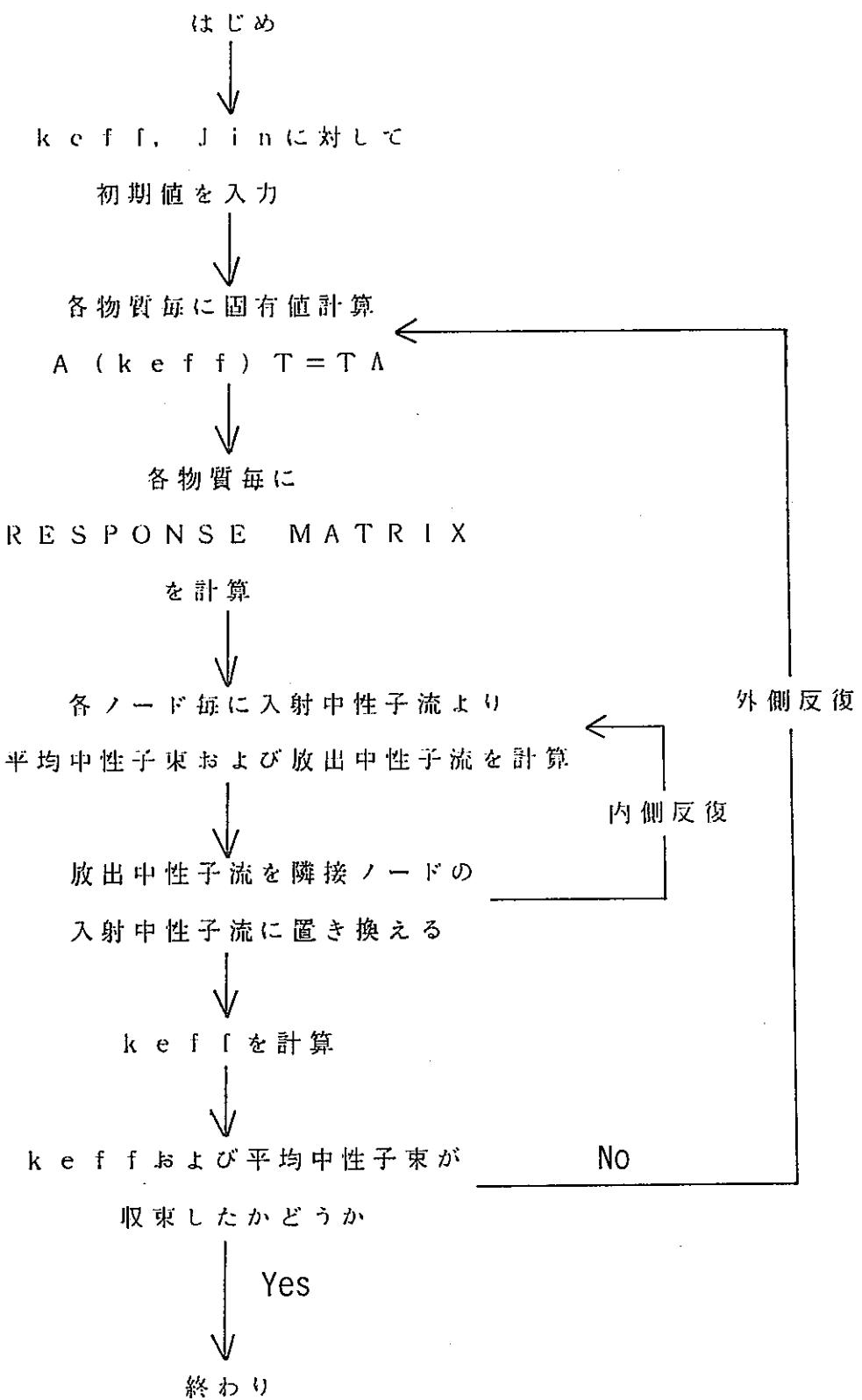
Fig. 3.1 Hexagonal Prism Node



F i g 3 . 2 U n i t v e c t o r s f o r H e x a g o n



F i g 3 . 3 U n i t v e c t o r s f o r
o n e d i r e c t i o n



F i g 3 . 4 F l o w C h a r t

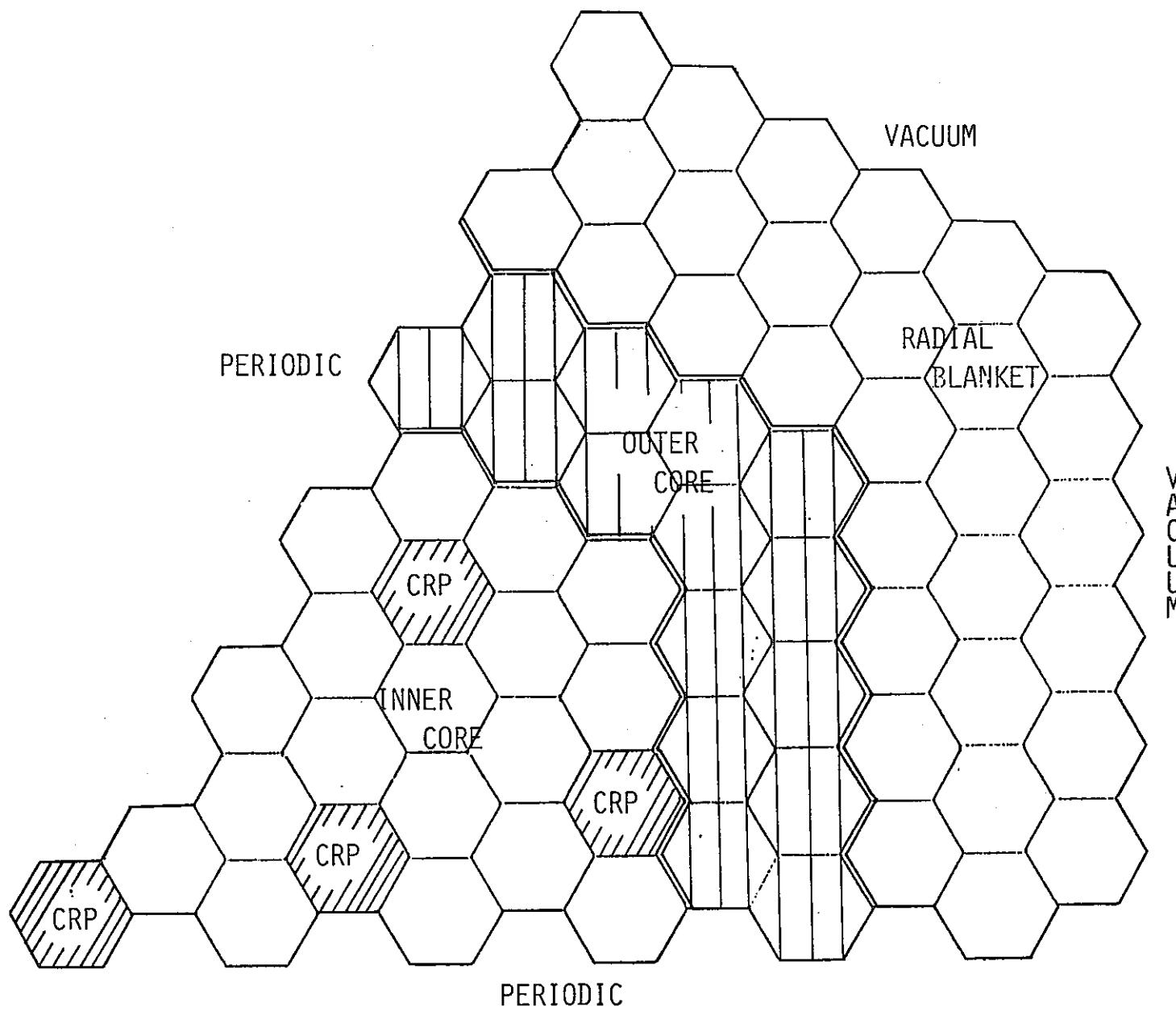


Fig 3.5 Calculational Model

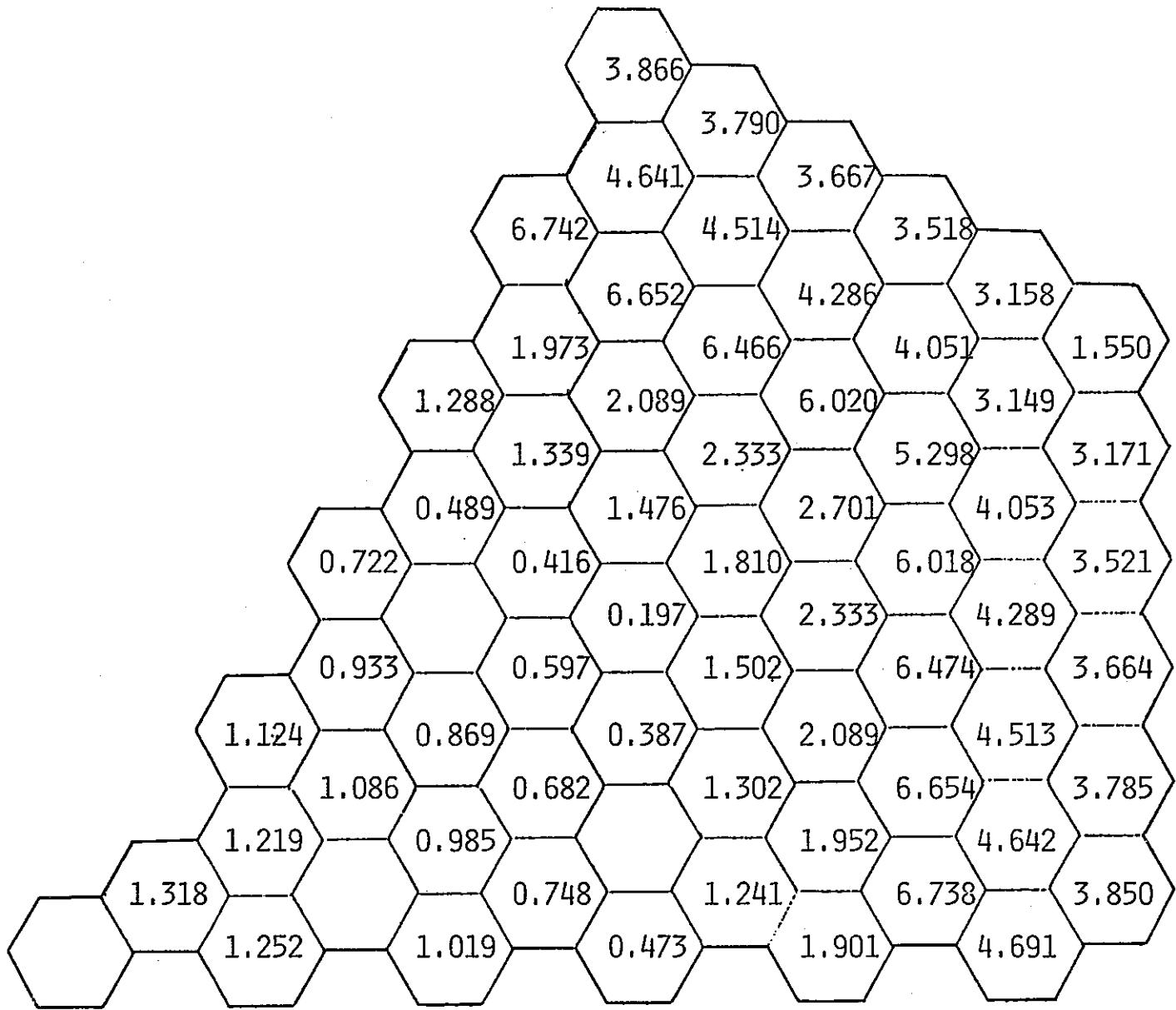


Fig 3.6 Percent Difference of Power Distribution by Hexagonal Mesh Calculation

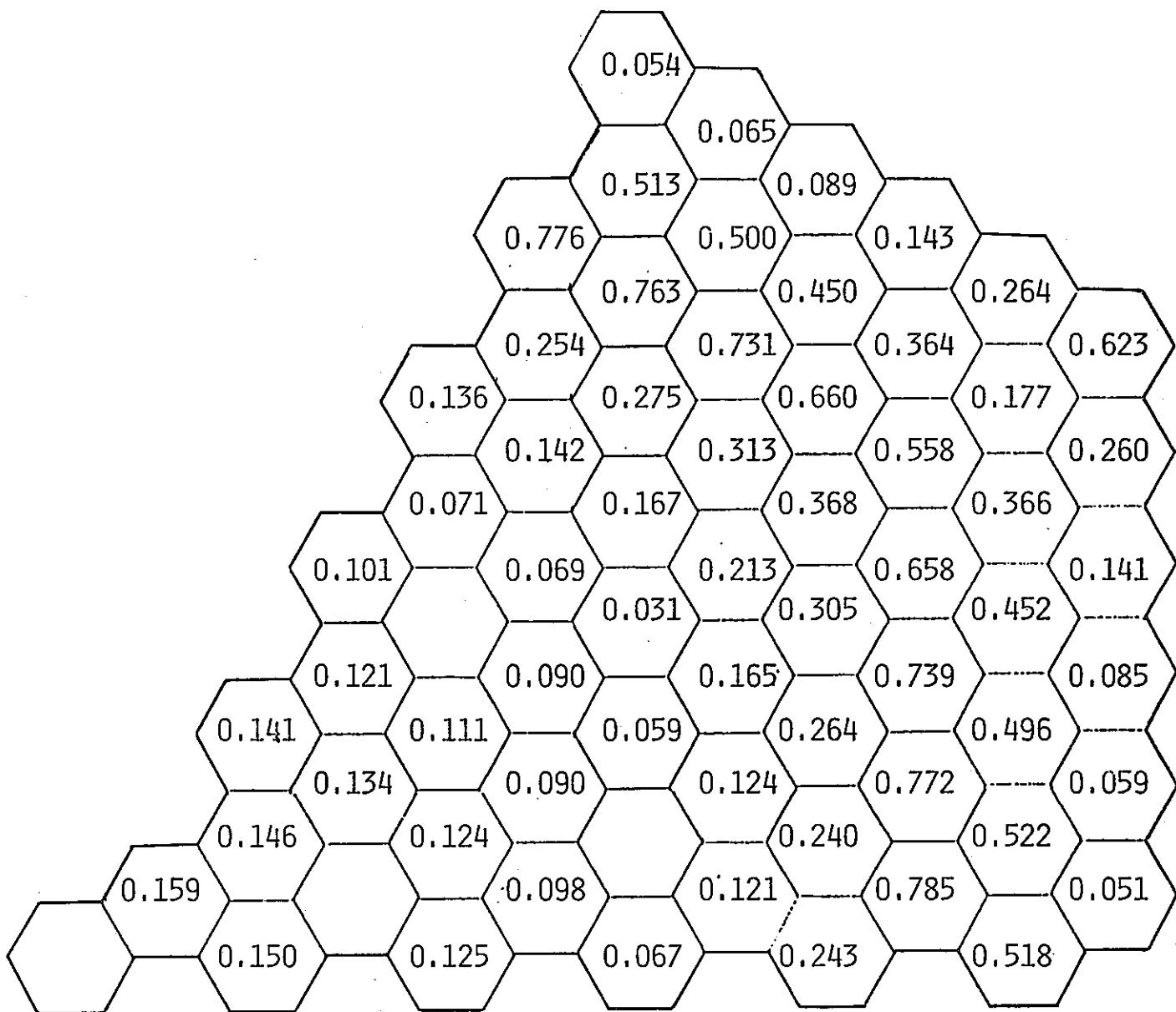


Fig 3.7 Percent Difference of Power Distribution
by Triangular Mesh Calculation

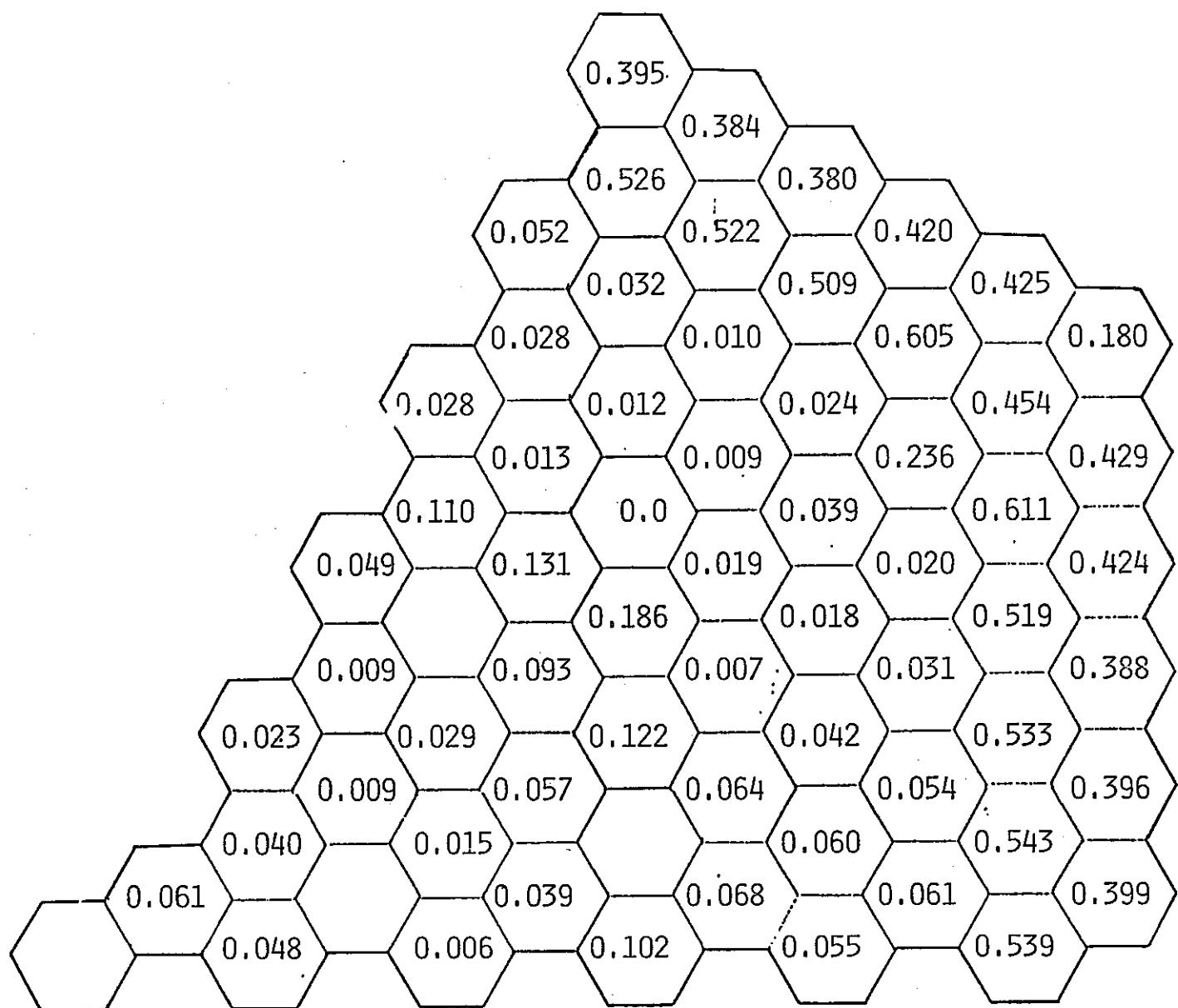


Fig 3.8 Percent Difference of Power Distribution
by SIXTUS

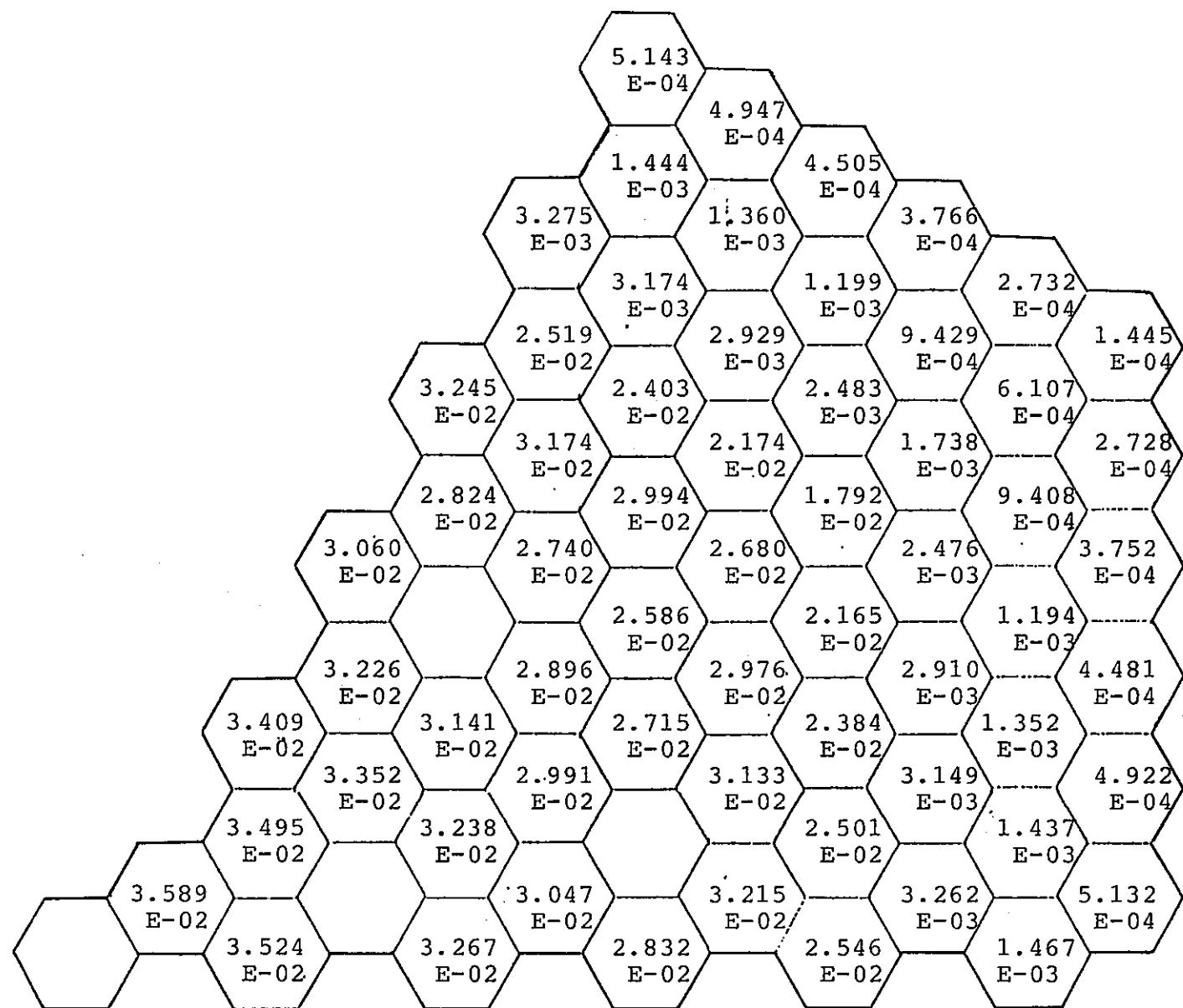


Table 3.1 3-group cross sections

		D(cm)	$\Sigma_a(\text{cm}^{-1})$	$\nu \Sigma_f(\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{g=1}(\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{g=2}(\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{g=3}(\text{cm}^{-1})$
Inner Core	1	2.540	4.984E-03	1.235E-02	0.00E+00	2.544E-02	5.625E-04
	2	1.724	2.939E-03	5.225E-03	0.00E+00	0.00E+00	6.511E-03
	3	1.264	7.333E-03	7.684E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Outer Core	1	2.548	5.689E-03	1.467E-02	0.00E+00	2.497E-02	5.548E-04
	2	1.725	3.534E-03	6.995E-03	0.00E+00	0.00E+00	6.341E-03
	3	1.269	8.099E-03	9.986E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Radial Blanket	1	2.173	4.304E-03	8.631E-03	0.00E+00	3.288E-02	7.468E-04
	2	1.439	1.843E-03	5.995E-04	0.00E+00	0.00E+00	1.000E-02
	3	1.026	7.611E-03	1.381E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
CRP	1	4.805	1.579E-04	0.00E+00	0.00E+00	1.130E-02	6.718E-05
	2	3.262	7.774E-05	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	3.571E-03
	3	2.431	3.072E-04	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Fission spectrum : (1g:0.800 2g:0.200 3g:0.00)

Table 3.2 Comparison of SIXTUS with
finite difference method

	Eigenvalue	CPU time ⁽⁴⁾ (sec)	
Hexagonal mesh (10cm) ⁽¹⁾	1.005127 (0.710) ⁽³⁾	2.3 ⁽⁵⁾	
Triangular mesh (10cm)	1.000418 (0.238)	11.6	
	(5cm)	0.999010 (0.097)	25.0
24 mesh (10cm)	0.999704 (0.167)	61.1	
	(5cm)	0.998281 (0.024)	68.8 ⁽⁶⁾
SIXTUS (10cm)	0.999165 (0.113)	10.9	
	(5cm)	0.998653 (0.062)	28.9
∞ (2)	0.998038		

(1) Z-direcional Mesh Width

(2) Extrapolated value from finite difference solution

(3) Percent difference from ∞ value

(4) Calculational time for 1/6 core

(5) Calculational time for 1/3 core

(6) Calculational time for 1/12 Core

第4章 解析的多項式ノード法に基づく3次元拡散計算法

4. 1 序論

本章では、解析的多項式ノード法に基づく3次元拡散計算法について述べる。本手法の特徴は、Transverse Integration Procedureを施した後の1次元方程式のソース及び中性子漏洩項について2次展開を行い解析的に解くところにある。基本式の導出に関しては、Interface Current Technique^{(1)～(4)}を用いている。

4. 2 拡散ノード法基本式の導出

均質なノード内における拡散方程式は、

$$-\operatorname{div} D g \cdot \operatorname{grad} \Phi g(x, y, z) + \sum r g \Phi g(x, y, z) = Q g(x, y, z) \quad (4.2.1)$$

(0 \leq X \leq h_x, X = x, y, z)

ここで、

$$\begin{aligned} Q g(x, y, z) &= \sum_{g' \neq g} (\sum s g' \rightarrow g \Phi g'(x, y, z)) \\ &\quad + z g / k_{\text{eff}} \sum_{g'} (\nu \sum f g \Phi g(x, y, z)) \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

である。ただし、Dは拡散係数、 $\sum r$ は全断面積から自群散乱断面積を除いた除去断面積、 $\nu \sum f$ は生成断面積、 $\sum s g' \rightarrow g$ は g' 群から g 群への散乱断面積、zは核分裂スペクトル、 Φ は中性子束、 h_x はX方向のノード幅である。これより簡略のためエネルギー群数を表わす g を省く。この3次元拡散方程式を注目する方向X以外について積分する(Transverse Integration Procedure)と次式を得る。ただし、Xはx, y, z方向を表す。

$$-D \frac{d^2}{dx^2} \Phi(X) + \sum r \Phi(X) = Q(X) - L(X) \quad (4.2.3)$$

$\Phi(x)$, $Q(x)$, $L(x)$ は $x=x$ のときを例に取ると次式で定義される。

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \frac{1}{hy \cdot hz} \int_0^1 dy \int_0^1 dz \Phi(x, y, z) \\ Q(x) &= \frac{1}{hy \cdot hz} \int_0^1 dy \int_0^1 dz Q(x, y, z) \\ L(x) &= \frac{1}{hy} (J_{y, \text{net}}(y=hy) - J_{y, \text{net}}(y=0)) \\ &\quad + \frac{1}{hz} (J_{z, \text{net}}(z=hz) - J_{z, \text{net}}(z=0))\end{aligned}$$

(4.2.3)式が、拡散ノード法の基本式である。これは、純粹な1次元拡散方程式と違い右辺に $L(x)$ という項を有している。この項は、注目する方向以外への中性子漏洩を表わしている。

4. 3 解析的多項式ノード法基本式の導出

解析的多項式ノード法では(4.2.3)式の右辺の $Q(x)$, $L(x)$ について2次展開して解析的に解く。中性子漏洩項 $L(x)$ の展開についてはQuadratic Leakage Approximation (Q.L.A) と呼ばれる手法を用いる。(付録-1 参照)
また、これらの展開関数については、NEM (Nodal Expansion Method)⁽¹⁾と同じものを用いる。

$$Q(x) = \sum_{n=0}^2 Q_{nx} W_n(x') \quad (4.3.1)$$

$$L(x) = \sum_{n=0}^2 L_{nx} W_n(x') \quad (4.3.2)$$

展開関数は、

$$W_0(x') = 1$$

$$W_1(x') = 2x' - 1$$

$$W_2(x') = 6x'(1-x')(2x'-1)$$

$$(x' = x / hx)$$

である。これらは規格直交関数であり、次の条件を満たす。

$$\int_0^1 W_n(x') W_m(x') dx' = \begin{cases} 0 & (n = m) \\ 1 & (n \neq m) \end{cases}$$

(4.2.3)式を解析的に解くとその解は次のように表わされる。(付録-2参照)

$$\Phi(X) = A \cosh \kappa X + B \sinh \kappa X + \sum_{n=0}^{\infty} a_n W_n(X')$$

(4.3.3)

$$\text{ただし, } \kappa = \sqrt{sqr t} (\Sigma r / D)$$

ここで、 \cosh は hyperbolic cosine、 \sinh は hyperbolic sine、 $\sqrt{sqr t}$ は square root を表わし、A, B は任意定数である。

(4.3.3)式中の A, B, a_0 は、中性子束に関する境界条件および規格条件により決定される。すなわち、

$$\Phi(X) = 2(J_{xin} + J_{xout}) \quad (X=0, hx) \quad (4.3.4a)$$

$$\Phi = 1/hx \int_0^{hx} \Phi(X) dX \quad (4.3.4b)$$

である。(4.3.4a)式の境界条件における、 J_{xin} , J_{xout} はそれぞれ X 方向の入射部分中性子流および放出部分中性子流を表わす。また、(4.3.4b)式は各方向の平均中性子束がノード平均中性子束 Φ と等しくなるよう保障する条件である。さらに、ノードバランス方程式およびフィックの法則を用いる。

$$\sum_{X=X,Y,Z} \frac{1}{hx} (1,1) (\vec{J}_{xout} - \vec{J}_{xin}) + \Sigma_r \Phi = Q_{ex} \quad (4.3.5)$$

$$J_{xin} - J_{xout} = -D \frac{d\Phi(X)}{dx} \quad (X=0) \quad (4.3.6a)$$

$$J_{xout} - J_{xin} = -D \frac{d\Phi(X)}{dx} \quad (X=hx) \quad (4.3.6b)$$

これらの条件より得られる式から、ノード平均中性子束 Φ および a_0 を消去すると、X 方向に関する部分中性子流とソースおよび中性子漏洩との関係式が得られる。

$$\begin{aligned}
 [F_{xout}] \vec{J}_{xout} &= [F_{xin}] \vec{J}_{xin} \\
 &+ \sum_{X' \neq X} 1/hx' [H_X] (\vec{J}_{x'out} - \vec{J}_{x'in}) \\
 &+ 1/\sum r \vec{M}_x Q_{0x} + 1/\sum r [N_x] (\vec{Q}_x - \vec{L}_x)
 \end{aligned} \tag{4.3.7}$$

ただし、部分中性子流ベクトルは以下のように定義される。

$$\vec{J}_{xin,out} = \left(\begin{array}{c} J_{xin,out} \\ J_{xin,out} \end{array} \right)_{(X=0)}^{(X=hx)}$$

また、[] は 2×2 行列、' → ' は 2 列のベクトルを表わす。

他の 2 方向についても同様な式が得られる。3 方向の式を一つにまとめると、解析的多項式ノード法に関する最終的な式が得られる。

$$\vec{J}_{out} = [P] (\vec{Q} - \vec{L}) + [R] \vec{J}_{in} \tag{4.3.8}$$

ただし、各ベクトルは次のように定義する。

$$\begin{aligned}
 \vec{J}_{out} &= \text{col. } [J_{x=0}, J_{x=hx}, J_{y=0}, J_{y=hy}, J_{z=0}, J_{z=hz}] \text{ out} \\
 \vec{J}_{in} &= \text{col. } [J_{x=0}, J_{x=hx}, J_{y=0}, J_{y=hy}, J_{z=0}, J_{z=hz}] \text{ in} \\
 \vec{Q} &= \text{col. } [Q, Q_{1x}, Q_{2x}, Q_{1y}, Q_{2y}, Q_{1z}, Q_{2z}] \\
 \vec{L} &= \text{col. } [0, L_{1x}, L_{2x}, L_{1y}, L_{2y}, L_{1z}, L_{2z}]
 \end{aligned}$$

また、各行列については次のようになる。

$$[U] = \begin{pmatrix} [F_{xout}] & -1/hy [H_x] & -1/hz [H_x] \\ -1/hx [H_y] & [F_{yout}] & -1/hz [H_y] \\ -1/hx [H_z] & -1/hy [H_z] & [F_{zout}] \end{pmatrix}$$

$$[V] = \begin{pmatrix} [F_{xin}] & -1/hy [H_x] & -1/hz [H_x] \\ -1/hx [H_y] & [F_{yin}] & -1/hz [H_y] \\ -1/hx [H_z] & -1/hy [H_z] & [F_{zin}] \end{pmatrix}$$

$$[W] = 1/\sum r \begin{pmatrix} \vec{M}_x & [N_x] & 0 & 0 \\ \vec{M}_y & 0 & [N_y] & 0 \\ \vec{M}_z & 0 & 0 & [N_z] \end{pmatrix}$$

$$[P] = [U]^{-1} [W]$$

$$[R] = [U]^{-1} [V]$$

さらに、 2×2 の小行列の成分は次のようになる。ただし、 $X=x, y, z$ とする。

$$F_{xout}(1,1) = \frac{-1-2D\eta}{D(\xi-\eta)} - \frac{1+2hx\sum r(\alpha-\beta)}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{xout}(1,2) = \frac{2\xi}{\xi-\eta} - \frac{1+2hx\sum r\gamma}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{xout}(2,1) = \frac{2(\Theta-\tau)}{\eta+\Theta-\tau} - \frac{1+2hx\sum r(\alpha-\beta)}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{xout}(2,2) = \frac{1+2D\eta}{D(\eta+\Theta-\tau)} - \frac{1+2hx\sum r\gamma}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{xin}(1,1) = \frac{-1+2D\eta}{D(\xi-\eta)} - \frac{1-2hx\sum r(\alpha-\beta)}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{xin}(1,2) = \frac{-2\xi}{\xi-\eta} - \frac{1-2hx\sum r\gamma}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{xin}(2,1) = \frac{-2(\Theta-\tau)}{\eta+\Theta-\tau} - \frac{1-2hx\sum r(\alpha-\beta)}{hx\sum r(\alpha-\beta+\gamma-1)}$$

$$F_{\text{xin}}(2,2) = \frac{1 - 2D\eta}{D(\eta + \Theta - \tau)} - \frac{1 - 2hx \sum r\gamma}{hx \sum r(\alpha - \beta + \gamma - 1)}$$

$$H_x(i,j) = \frac{1}{\sum r(\alpha - \beta + \gamma - 1)} \quad (i, j = 1, 2)$$

$$M_x(i) = \frac{-1}{\alpha - \beta + \gamma - 1} \quad (i = 1, 2)$$

$$N_x(1,1) = \frac{\alpha - \beta - \gamma}{\alpha - \beta + \gamma - 1} + \frac{\eta + \xi - 2/hx}{\xi - \eta}$$

$$N_x(1,2) = \frac{\alpha - \beta + \gamma}{\alpha - \beta + \gamma - 1} + \frac{\eta - \xi - 6/hx}{\xi - \eta}$$

$$N_x(2,1) = \frac{\alpha - \beta - \gamma}{\alpha - \beta + \gamma - 1} + \frac{\tau + \eta - \Theta - 2/hx}{\eta + \Theta - \tau}$$

$$N_x(2,2) = \frac{\alpha - \beta + \gamma}{\alpha - \beta + \gamma - 1} + \frac{\tau - \eta - \Theta + 6/hx}{\eta + \Theta - \tau}$$

ただし、

$$\alpha = \frac{s h \kappa hx}{\kappa hx}$$

$$\beta = \frac{c h \kappa hx (c h \kappa hx - 1)}{\kappa hx \cdot s h \kappa hx}$$

$$\gamma = \frac{c h \kappa hx - 1}{\kappa hx \cdot s h \kappa hx}$$

$$\eta = \frac{\kappa \cdot c h \kappa hx}{s h \kappa hx}$$

$$\xi = \frac{\kappa}{s h \kappa h x}$$

$$\tau = \frac{\kappa \cdot c h^2 \kappa h x}{s h \kappa h x}$$

$$\Theta = \kappa \cdot s h \kappa h x$$

ソースモーメント \vec{Q} の計算は、同じ展開関数で展開される中性子束モーメントにより計算される。

$$\Phi(X) = \sum_{n=0}^2 \Phi_n x W_n(X') \quad (X' = X / h x)$$

X に関して、 $0 \sim h x$ で積分すると、0次のモーメントが計算される。

$$\Phi_{0x} = \Phi$$

ただし、 Φ はノード平均中性子束を表わす。次に、 $X=0$ および $h x$ を代入すると1, 2次のモーメントが計算される。

$$\Phi_{1x} = (\Phi(X=h x) - \Phi(X=0)) / 2$$

$$\Phi_{2x} = \Phi - (\Phi(X=h x) + \Phi(X=0)) / 2$$

上式中の表面中性子束は、(4.3.4a)式により部分中性子流から計算される。

以上の表式を用いて多群理論により(4.2.2)式からソースモーメントが計算される。

4. 4 計算方法

実際の計算手順についてその流れを図4.1に示す。計算の中心となる式は(4.3.8)式である。この式中の右辺の入射部分中性子流の値は、ノードのすべての表面で同じ内側反復で求まつた値であるのが望ましいので、チェックカードスイープを行う。

計算の流れは、まず、入力されたデータに対し(4.3.8)式に現れる行列P, Rを作成する。次に、中性子束モーメントと部分中性子流の初期化を行う。初期値としては、ノード平均中性子束に1.0、1,2次の中性子束モーメントに0.0、部分中性子流に0.25を与える。ただし、反射以外の外部境界における部分中性子流は0.0に置かれる。そしてこの初期値により実効増倍率の初期値が中性子バランスにより計算される。すなわち、

$$k_{\text{eff}}^{(0)} = \frac{P^{(0)}}{A^{(0)} + L^{(0)}}$$

ただし、
 $P^{(t)} = \sum_{m=1}^M \sum_{g=1}^N (\nu \sum f g_m \Phi g_m^{(t)} V_m)$

$$A^{(t)} = \sum_{m=1}^M \sum_{g=1}^N (\Sigma a g_m \Phi g_m^{(t)} V_m)$$

$$L^{(t)} = \sum_{k=1}^K \sum_{g=1}^N ((J g_k, \text{out}^{(t)} - J g_k, \text{in}^{(t)}) S_k)$$

P, A, Lは核分裂、吸収、漏れの全体量を表わし、tは外側反復回数を表す。g, m, kによる総和はそれぞれエネルギー、体系全体、体系の外側境界面における総和である。また、V, Sはノード体積および外側境界に面するノード表面の面積である。

その後外側反復にはいる。まず前回の内側反復で求まった中性子束モーメントによりソースモーメントが計算される。そしてノードインデックス(i, j, k)の和(i+j+k)が奇数であるノードがスイープされ、次に偶数であるノードがスイープされる。各々のノードスイープでは、最初に中性子束漏洩のモーメントが計算され、次に、(4.3.7)式によりノード境界の放出部分中性子流が計算される。そして、最後に中性子束モーメントが計算される。この一連の計算が数回繰り返される。これが内側反復である。そして、Lyusternik-Wagner外挿法により中性子束モーメント及び部分中性子流に外挿が施された後、中性子バランスにより実効増倍率が計算され1回の外側反復が完了する。

その後、ノード平均中性子束、核分裂の全重量および実効増倍率に対して以下の条件が満たされるかチェックを行う。すなわち、

$$\max_{m,g} |1 - \frac{\Phi g_m^{(s,t)}}{\Phi g_m^{(s,t-1)}}| < \varepsilon_1$$

$$|1 - \frac{P^{(t-1)}}{P^{(t)}}| < \varepsilon_2$$

$$|1 - \frac{k_{eff}^{(t-1)}}{k_{eff}^{(t)}}| < \varepsilon_2$$

ここで、 s は内側反復回数を表わす。最初にこの条件が満たされた後、連続してさらに2回条件が満たされた時はじめて、解が収束したと見なされる。こうすることにより、解は要求される収束精度より1,2桁良い収束精度を有することになる。

4. 5 計算結果

本手法の精度を見るために、3次元FBRモデルを用いた計算を行い有限差分法に基づく3次元拡散計算コードCITATIONの結果と比較を行った。その時用いた体系を図4.2に示す。この体系はZPPR9を模擬したもので、7群の群定数を用いて計算を行った。まず、表4.1に実効増倍率および計算時間を見た。また、%誤差は有限差分法の結果より無限メッシュ外挿して求められた値からのずれを示している。本手法では中性子漏洩の展開次数を上げるにつれ、%誤差は小さくなっている。Q.L.Aの時は無限メッシュ外挿値とほぼ等しい値が得られている。さらに、出力分布について図4.3に示す。これはXY断面図で炉中心から45度方向のZ軸を含む平面におけるもので、有限差分法の125メッシュ/単位領域（単位領域=10cm×10cm×10cmメッシュボックス）を基準とした時の各計算の出力分布の%誤差を示している。有限差分法の8メッシュ/単位領域計算ではブランケット領域で大きな誤差を示し炉

心との境界では $-2\sim-3\%$ 程度の誤差が生じている。それに対し有限差分法の27メッシュ／単位領域計算と本手法のQ.L.Aを用いた計算では最大で絶対値1%程度となっており、かなり精度良く出力分布を評価できていることがわかる。

以上の結果より、本手法でQ.L.Aを用いた時は、有限差分法の27メッシュ／単位領域の計算とほぼ同精度の値を得られており、この時計算点は1/27に減少し、計算時間は約1/3に短縮された。

付録 - 1 中性子漏洩項の2次展開 (Quadratic Leakage Approximation)

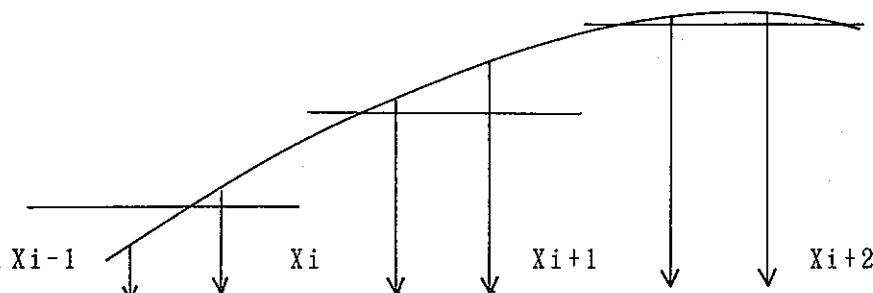
ノード i の1次元方程式の右辺に現れる中性子漏洩項 $L_i(X)$ は以下の条件により2次展開される。

$$L_i(X) = \sum_{n=0}^2 L_n x W_n(X') \quad (X' = X/h_{xi}, X=x, y, z)$$

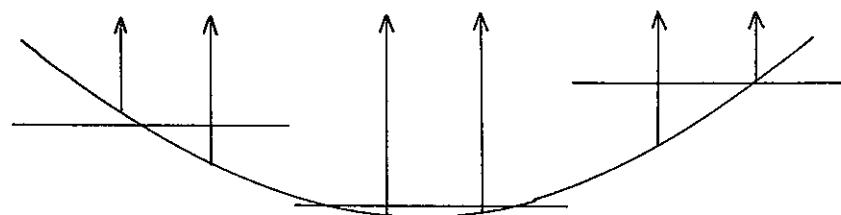
$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} L_i(X) dX = h_{i-1} L_{i-1}$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} L_i(X) dX = h_i L_{i-1}$$

$$\int_{x_{i+1}}^{x_{i+2}} L_i(X) dX = h_{i+1} L_{i-1}$$



h_{xi-1}	h_{xi}	h_{xi+1}
ノード $i-1$	ノード i	ノード $i+1$
L_{i-1}	L_i	L_{i+1}



ただし、 l_{ix} は正味の表面平均中性子束より計算される。

これより、展開係数は次のようになる。

$$L_{ex} = L_i$$

$$L_{ix} = \frac{h_i(h_{i-1} + h_i)(2h_{i-1} + h_i)(L_{i+1} - L_i)}{2(h_{i-1} + h_i)(h_i + h_{i+1})(h_{i-1} + h_i + h_{i+1})}$$

$$+ \frac{h_i(h_i + h_{i+1})(h_i + 2h_{i+1})(L_i - L_{i-1})}{2(h_{i-1} + h_i)(h_i + h_{i-1})(h_{i-1} + h_i + h_{i+1})}$$

$$L_{ix} = \frac{h_i^2(h_{i-1} + 2h_i + h_{i+1})L_i}{2(h_{i-1} + h_i)(h_i + h_{i+1})(h_{i-1} + h_i + h_{i+1})}$$

$$- \frac{h_i^2((h_i + h_{i+1})L_{i-1} + (h_{i-1} + h_i)L_{i+1})}{2(h_{i-1} + h_i)(h_i + h_{i+1})(h_{i-1} + h_i + h_{i+1})}$$

付録 - 2 a_n ($n=0, 1, 2$)と Q_{nx} , L_{nx} の関係

(4.2.3)式に特殊解として $\Phi(X) = \sum a_n W_n(X')$ を代入すると、

$$-D \left(-\frac{12}{h_x^2} a_2 \right) + \sum r \cdot \sum_{n=0}^2 a_n W_n(X') = \sum_{n=0}^2 (Q_{nx} - L_{nx}) W_n(X')$$

を得る。この両辺を係数比較すると、次の関係式を得る。

$$a_0 = \frac{1}{\sum r} (Q_{0x} - L_{0x}) - \frac{12D}{(\sum h_x)^2} (Q_{2x} - L_{2x})$$

$$a_1 = \frac{1}{\sum r} (Q_{1x} - L_{1x})$$

$$a_2 = \frac{1}{\sum r} (Q_{2x} - L_{2x})$$

参考文献

- (1) H. Finnemann, F. Bennewitz and M. R. Wagner, "Interface current techniques for multidimensional reactor calculations," Atomkernenergie, 30, 123 (1977).
- (2) R. D. Lawrence, "A Nodal Method for Three-Dimensional Fast Reactor Calculations in Hexagonal Geometry." Proc. Topl. Mtg. Advances in Reactor Computations , Salt Lake City, Vol.II (1983), pp. 1030-1045.
- (3) MIT Summer Session "Modern Nodal Methods for Light Water Reactors," (1986).
- (4) M. R. Wagner, "Three-Dimensional Nodal Diffusion and Transport Theory Methods for Hexagonal-Z Geometry." Proc. International Reactor Physics Conference, Jackson Hole, Vol. IV (1988), pp. 139-151.
- (5) J. J. Arkuszewski, "SIXTUS-2:A Two-Dimensional Multigroup Diffusion Code in Hexagonal Geometry," Prog. in Nucl. Energy, 18, 123 (1986)
- (6) G. I. Marchuk and V. I. Lebedev, "Numerical Methods in Neutron Transport Theory," Atomizdat, Moscow (1979)
- (7) M. R. Wagner, (1968)GA-8307.
- (8) T. B. Fowler, D. R. Vondy and G. W. Cunningham : Nuclear reactor analysis code : CITATION, ORNL-TM-2496, Rev. 2, (1971)

Table 4.1 Comparison of K_{eff} values obtained from
Present method and Finite difference method (F. D. M)

Method	No. of nodes /unit region*	K_{eff}	%error**	CPU time*** (min)
Present				
Flat [†]	1	1.08086	0.13	5.0
Q. L. A ⁺⁺		1.07943	0.00	4.5
F. D. M				
	1	1.08656	0.66	9.4 sec
	8	1.08103	0.14	2.6
	27	1.08007	0.06	12.5
	125	1.07960	0.01	91
	****	1.07944		

* unit region = 10cm x 10cm x 10cm mesh box

** %error from Extrapolated Value

*** ACOS-S2000 (NEC)

**** Extrapolated Value from F. D. M solution

+ Flat denotes Flat leakage approximation

++ Q. L. A denotes Quadratic leakage approximation

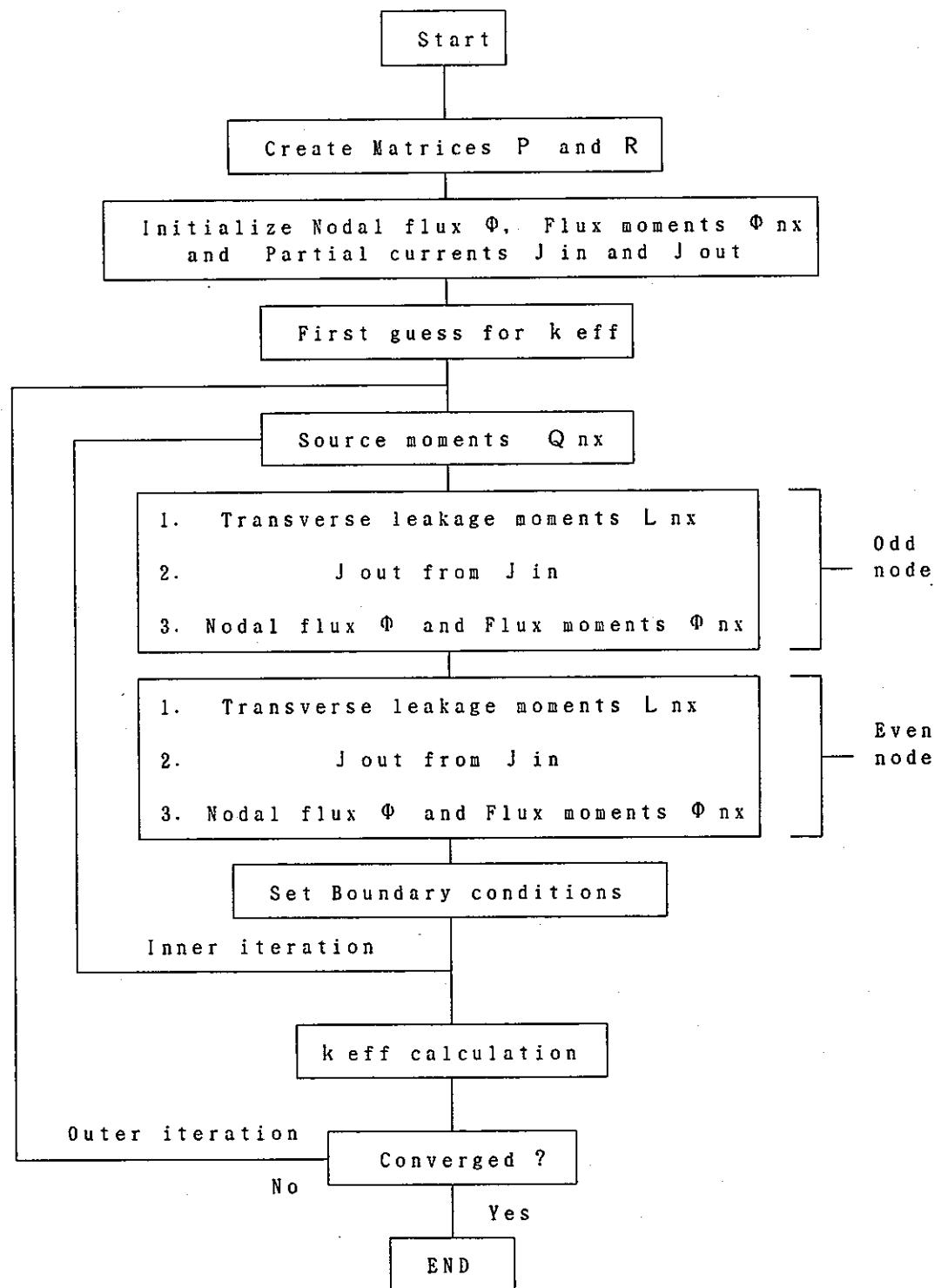
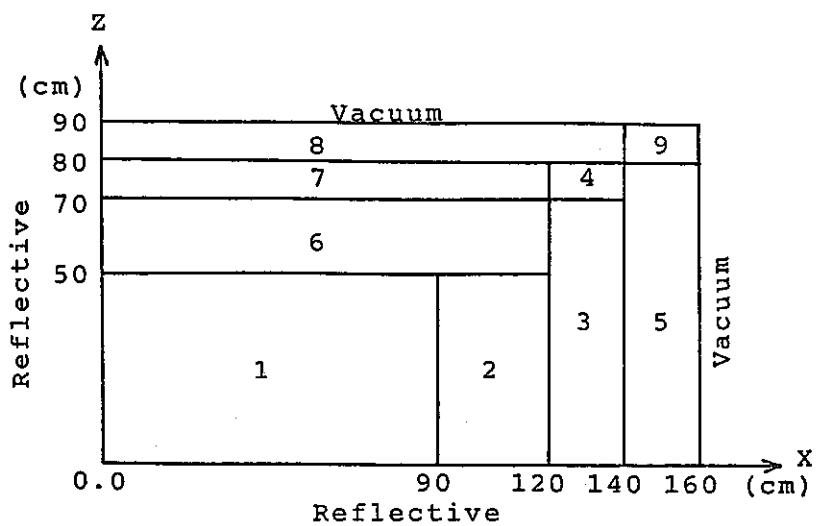


Fig. 4.1 Calculational Flowchart



Material Composition

- 1 Inner Core
- 2 Outer Core
- 3 Lower Radial Blanket
- 4 Upper Radial Blanket
- 5 Radial Reflector
- 6 Lower Axial Blanket
- 7 Upper Axial Blanket
- 8 Axial Reflector
- 9 Empty Matrix

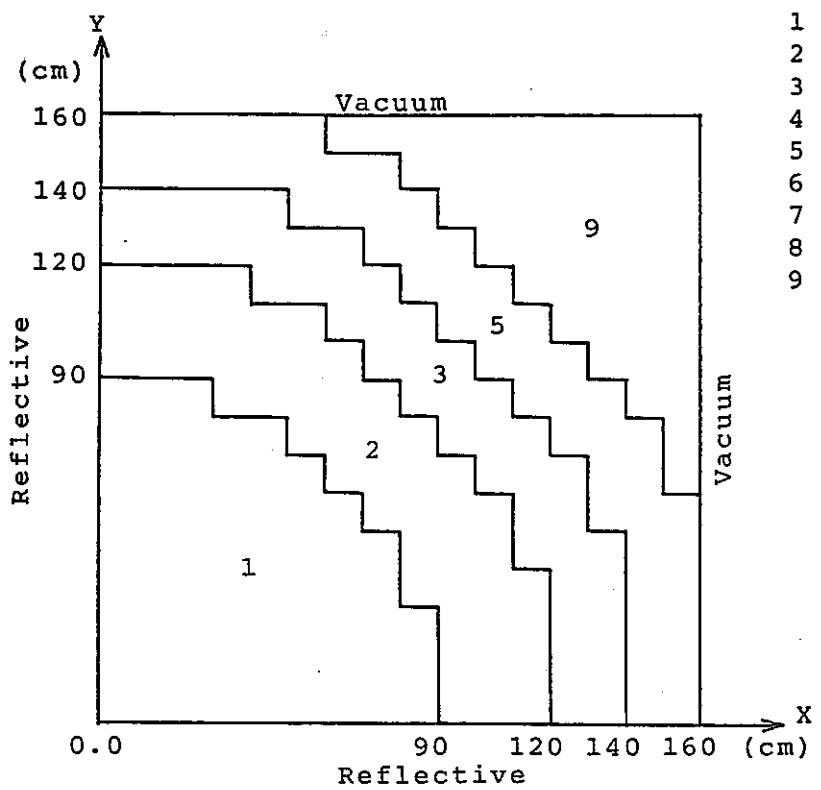
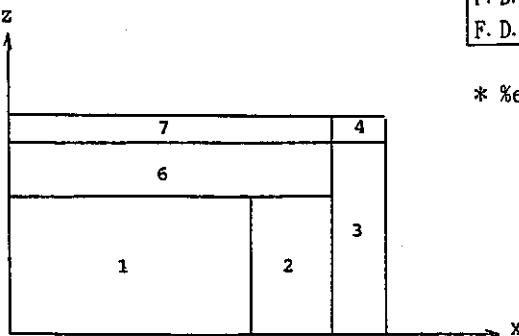


Fig. 4.2 3-Dimensional FBR Model

-0.08	-0.05	-0.01	0.03	0.05	-0.01	0.18	0.30	0.85	1.14
-1.43	-1.39	-1.31	-1.20	-1.05	-0.80	-0.27	0.30	-3.22	-3.37
-0.47	-0.46	-0.43	-0.40	-0.35	-0.27	-0.09	0.11	-1.20	-1.13
0.11	0.14	0.18	0.22	0.26	0.23	0.38	0.31	0.25	1.08
-2.22	-2.18	-2.10	-1.99	-1.87	-1.75	-1.31	-0.90	-0.96	-0.26
-0.76	-0.74	-0.72	-0.68	-0.64	-0.61	-0.46	-0.32	-0.31	-0.04
0.35	0.38	0.42	0.46	0.51	0.57	0.54	0.53	0.70	1.18
-3.24	-3.20	-3.12	-3.01	-2.87	-2.79	-2.55	-2.31	-2.46	-1.02
-1.12	-1.10	-1.08	-1.04	-1.00	-0.97	-0.91	-0.82	-0.84	-0.32
-0.14	-0.11	-0.07	-0.02	0.01	0.03	0.01	0.01	0.30	1.13
-0.91	-0.87	-0.79	-0.68	-0.53	-0.33	0.20	0.50	-1.61	-0.73
-0.30	-0.28	-0.26	-0.22	-0.18	-0.11	0.06	0.16	-0.62	-0.24
-0.16	-0.13	-0.09	-0.04	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.31	1.08
-0.87	-0.83	-0.75	-0.64	-0.50	-0.33	0.26	0.53	-2.07	-0.79
-0.28	-0.27	-0.24	-0.21	-0.16	-0.11	0.09	0.18	-0.77	-0.25
-0.16	-0.13	-0.09	-0.04	0.00	0.02	0.00	0.00	0.34	1.09
-0.90	-0.86	-0.78	-0.67	-0.54	-0.37	0.21	0.47	-2.17	-0.89
-0.29	-0.28	-0.25	-0.22	-0.18	-0.12	0.07	0.16	-0.81	-0.29
-0.16	-0.13	-0.08	-0.04	0.00	0.02	0.00	0.00	0.34	1.09
-0.93	-0.88	-0.81	-0.70	-0.57	-0.41	0.18	0.44	-2.21	-0.94
-0.30	-0.29	-0.26	-0.23	-0.19	-0.13	0.06	0.15	-0.82	-0.30
-0.16	-0.13	-0.09	-0.04	0.00	0.02	0.00	0.00	0.34	1.09
-0.94	-0.90	-0.82	-0.71	-0.58	-0.42	0.16	0.42	-2.23	-0.96
-0.31	-0.29	-0.27	-0.23	-0.19	-0.14	0.06	0.14	-0.82	-0.31

Core center



Present 1 node /unit region %error*
F. D. M 8 meshes/unit region %error*
F. D. M 27 meshes/unit region %error*

* %error from F. D. M 125 meshes/unit region

Fig. 4.3 Comparison of Power distributions obtained from Present method and Finite difference method (F.D.M)

第 V 部

中速スペクトル炉の研究

目次

第 1 章 はじめに

第 2 章 計算手法及び計算体系

- 2. 1 共鳴自己遮蔽因子計算手法
- 2. 2 計算体系及び実際の応用手法

第 3 章 計算結果

- 3. 1 実効ミクロ断面積
- 3. 2 無限増倍率

第 4 章 結論

参考文献

List of Tables

- Table 5.1 Specification of each plate for 1D slab cell calculation
Table 5.2 Comparison of Background cross section for U-238 in NU plate of A-Cell
Table 5.3 Comparison of Background cross section for U-238 in NU plate of B-Cell
Table 5.4 Comparison of Background cross section for U-235 in EU plate of A-Cell
Table 5.5 Comparison of Background cross section for U-235 in EU plate of B-Cell
Table 5.6 Comparison of Background cross section for U-238 in EU plate of A-Cell
Table 5.7 Comparison of Background cross section for U-238 in EU plate of B-Cell
Table 5.8 Comparison of Background cross section for U-235 in NU plate of A-Cell
Table 5.9 Comparison of Background cross section for U-235 in NU plate of B-Cell
Table 5.10 Difference of k_{∞} between A-Cell and B-Cell
Table 5.11 Difference of k_{∞} due to difference of self-shielding of ^{238}U in EU plate between heterogeneized and homogenized cells

List of Figures

- Fig. 5.1 Structure of A-Cell and B-Cell
Fig. 5.2 Effective ^{238}U capture cross section (NU plate of A-Cell)
Fig. 5.3 Effective ^{238}U capture cross section (NU plate of B-Cell)
Fig. 5.4 Effective ^{235}U fission cross section (EU plate of A-Cell)
Fig. 5.5 Effective ^{235}U fission cross section (EU plate of B-Cell)
Fig. 5.6 Effective ^{238}U capture cross section (EU plate of A-Cell)
Fig. 5.7 Effective ^{238}U capture cross section (EU plate of B-Cell)
Fig. 5.8 Effective ^{235}U fission cross section (NU plate of A-Cell)
Fig. 5.9 Effective ^{235}U fission cross section (NU plate of B-Cell)

第1章 はじめに

天然ウラン資源の有効利用を目的として、稠密格子炉の研究が進められている。しかし稠密格子炉は中速スペクトル場を持つため、共鳴エネルギー領域の断面積の取り扱いが重要となってくる。本研究では非均質体系における共鳴自己遮蔽の取り扱い法の検証を行う。

天然ウラン板、93%濃縮ウランーアルミ合金板、ポリエチレン板で構成され、減速材対燃料体積比を一定にし、格子配列だけを変えた非均質性の高い2種類の平板格子を考え、非均質体系での自己遮蔽の取り扱い法としてDancoff係数法⁽¹⁾及び原研のTone氏により提案された手法⁽²⁾を用いて、上の2平板格子の格子計算を行い、計算された2種の格子特性をpeacolルーチンを用いたSRAC⁽³⁾の計算結果と比較検討することにより、各計算手法の計算精度の検証を行う。

第2章 計算手法及び計算体系

2. 1 共鳴自己遮蔽因子計算手法

格子の実効断面積は、通常f-factorと呼ばれる共鳴自己遮蔽因子をtableから読み取る方式またはf-factorのかわりに共鳴積分が与えられている方式が用いられて求められる。f-factorを読み取る方式では、共鳴自己遮蔽因子は、パラメータとして体系の温度並びに考えている核種からみた他の核種の断面積（すなわちバックグラウンド断面積）が用いられ、この2種のパラメータの関数として核種・反応毎に与えられており、格子の実効断面積はこの共鳴自己遮蔽因子を無限希釈断面積に乗じて計算される。格子非均質効果は、バックグラウンド断面積を通じて考慮される。以下にバックグラウンド断面積の計算法として本研究で用いたDancoff係数法およびToneにより提案された方式（以降Toneの方式）について説明する。

Dancoff係数法によると、領域k,核種nに対するバックグラウンド断面積は次式で与えられる。

$$\sigma_k^n = \sigma_k^{n*} + \frac{S_k}{4 N_k^n V_k} \cdot \frac{a(1-C)}{1 + (a-1)C} \quad \dots (1)$$

ここで、

σ_k^n : 領域k、核種nに対するバックグラウンド断面積

σ_k^{n*} : $\sum N_k^m \sigma_k^m / N_k^n$ 、孤立系のバックグラウンド断面積

N_k : 領域k、核種nの原子数密度

S_k 、 V_k : 領域kの表面積、体積

a : Bell因子

C : Dancoff係数

である。

Dancoff係数法では、格子非均質性はDancoff係数Cを通じて考慮される。Dancoff係数Cは、プレート格子ではMeneghettiにより提案された手法⁽⁴⁾により計算される。すなわち次式により決定される。

$$C = E_{i3}(\tau_R) + E_{i3}(\tau_L)$$

$$\tau_R = \sum_{kr} \tau_{kr}, \quad \tau_L = \sum_{kl} \tau_{kl}$$

ある領域のある核種のDancoff係数は、その考えている核種が再び現われる領域までの領域krまたはklの和を用いて、指數積分関数により与えられる。これはいわゆるプレートの"black-limit"法が採用されている。

一方、Toneの方式では、領域k、核種nに対するバックグラウンド断面積は次式により与えられる。

$$\sigma_k^n = \frac{\sum m \neq n \sum_i N_i^m P_{ik} \sigma_i^m V_i}{\sum_i N_i^n P_{ik} V_i} \quad \dots (2)$$

ここで

P_{ik} : 領域iから領域kへの衝突確率、

その他の記号はDancoff係数法のものと同じである。

上式から明らかなようにToneの方式では格子内の全プレートからの寄与が衝突確率 P_{lk} を通じてバックグランド断面積が考慮される。このため格子の非均質性が忠実に評価できると予想される。

2. 2 計算体系及び実際の応用手法

計算対象とした平板格子は、天然ウラン板（以降NU板）、93%濃縮ウラン-アルミ合金板（以降EU板）及びポリエチレン減速板で構成し、図5.1に示すような2種類の平板格子を考えた。プレートの仕様は表5.1に示す。2種の平板格子には、4枚の燃料プレートを重ねて用い、中の2枚と外の2枚で種類を分け、中の2枚にNU板を用いたものをA格子、中の2枚にEU板を用いたものをB格子と名付ける。

燃料プレートを4枚重ねたため、Dancoff係数法によると中の2枚は孤立系で扱われ、非均質性が過大評価される可能性がある。そこでプレートのblack-limitを、ある核種の数密度とその核種の存在するプレートの平均弦長（プレートでは a をプレート厚さとして $2a$ ）の積が 1.0×10^{-4} と設定し、それ未満であるとblackとして取り扱わない方法も用いた。このとき ^{238}U または ^{235}U に対してバックグランド断面積を計算する際、それぞれEU板またはNU板はblackとして扱うことになり、NU板中の ^{238}U またはEU板中の ^{235}U は格子の非均質性に対しより広範囲を考慮することになる。

以下に本研究に用いた3手法の名称並びに3手法の説明を記す。

Dancoff(0) : プレートのブラックリミットを原子数密度と平均弦長の積が0.0と設定

Dancoff(10^{-4}) : プレートのブラックリミットを原子数密度と平均弦長の積が 10^{-4} と設定

Tone: Toneの方式

第3章 計算結果

3. 1 実効ミクロ断面積

ここでは、本研究で用いた3手法（つまり、Dancoff(0)、Dancoff(10^{-4})、Toneの方式）により計算された実効ミクロ断面積の比較を行う。referenceとしてpeacoルーチンを使用したSRACシステムによる計算値を用いた。peacoルーチンでは、0.683eVから130eVのエネルギー範囲を4600のエネルギー群数に分割して超詳細群の減速方程式を衝突確率を用いて解き、スペクトルを計算している。このためpeaco ルーチンの作動する0.683eVから130eV のエネルギー範囲ではSRACによる計算値はreferenceとして十分な精度を有していると考えられる。また130eVを越えるエネルギー領域においてはSRACはDancoff係数法を採用しており、実効ミクロ断面積の比較に際しては、プレートのブラッククリミットを原子数密度と平均弦長の積が 1.0×10^{-5} を越えるときとしたバージョンのものを使用した。比較の対象とした核種及び反応は $^{235}\text{U-fission}$ 、 $^{238}\text{U-capture}$ であり、図5.2～5.9に示す。また上記の核種に対応するバックグラウンド断面積の比較を表5.2～5.9に示す。

NUプレート中の $^{238}\text{U-capture}$ について比較する。図5.2よりA格子では、Tone及びDancoff(10^{-4})の計算値はほとんど一致し、peacoルーチンの作動する0.683eVから130eVのエネルギー範囲においてSRACの計算値との一致もよく自己遮蔽の評価はよいといえる。これに対し、Dancoff(0)の計算値は0.683eVから130eVのエネルギー範囲においてSRACの計算値に比べ数倍小さくなっている。自己遮蔽は過大評価されている。また130eVを越えるエネルギー領域ではSRACとDancoff(0)の計算値は一致するようになり Tone及びDancoff(10^{-4})の計算値はSRACの計算値と一致しなくなっていることがわかる。A格子のNUプレート中の ^{238}U は、燃料プレート（つまり、NUプレートまたはEUプレート）で挟まれたプレートにあるため、Dancoff(0)では格子内の他プレートからの寄与が考慮されず、孤立系で扱われる。このため、表5.2でみられるようにDancoff(0)によるバックグラウンド断面積はToneまたはDancoff(10^{-4})のものに比べ、2桁小さい値になり、Dancoff(0)では非均質性を過大評価し、自己遮蔽を過

大評価する。130eVを越えるエネルギー領域ではSRACの計算値がDancoff(0)の計算値と一致するようになったのは、SRACがDancoff(0)と同様に ^{238}U を孤立系で扱うため、自己遮蔽を過大評価しているためである。図5.3よりB格子では、3手法による計算値は全エネルギー領域でほぼ一致し、SRACとの一致もよく、自己遮蔽の評価はよいといえる。同様に表5.3に見られるバックグラウンド断面積も3手法による差はほとんど見られない。

EUプレート中の ^{235}U -fissionについて比較する。図5.4よりA格子では、3手法による計算値は全エネルギー領域でほぼ一致し、SRACとの一致もよく、自己遮蔽の評価はよいといえる。同様に表5.4に見られるバックグラウンド断面積も3手法による差はほとんど見られない。図5.5よりB格子では、Tone及びDancoff(10^{-4})の計算値はほとんど一致し、0.683eVから130eVのエネルギー範囲においてSRACの計算値との一致もよく自己遮蔽の評価はよいといえる。これに対し、Dancoff(0)の計算値は0.683eVから130eVのエネルギー範囲においてSRACの計算値に比べ数倍小さくなっている。また130eVを越えるエネルギー領域ではSRACとDancoff(0)の計算値は一致するようになりTone及びDancoff(10^{-4})の計算値はSRACの計算値と一致しなくなっている。これは上記のNUプレート中の ^{238}U と同様な理由からである。

EUプレート中の ^{238}U -captureについて比較する。図5.6よりA格子では、0.683eVから130eVのエネルギー範囲でSRACと比較して、Dancoff(0)およびDancoff(10^{-4})は自己遮蔽を過小評価し、Toneは過大評価している。これに対し図5.7よりB格子では、Dancoff(0)およびDancoff(10^{-4})はA格子と同様に自己遮蔽を過小評価したが、Toneは自己遮蔽をほぼ正確に評価している。Dancoff係数法ではバックグラウンド断面積は、(1)式で示したように孤立系でのバックグラウンド断面積にDancoff係数を通じて非均質性を考慮したバックグラウンド断面積をたすことによって評価されるため、孤立系のバックグラウンド断面積より小さくなることはありえない。このためEU中の ^{238}U のように原子数密度が小さく孤立系でのバックグラウンド断面積の大きくなるところではDancoff係数法は、実際以上にバックグラウンド断面積を過大評価し、自己遮蔽を過小評

価してしまう。ところで、Toneの方式で自己遮蔽をほぼ正確に評価したのは燃料プレートで挟まれたときであり、自己遮蔽を過大評価したのはポリエチレンプレートに接したときである。表5.6, 5.7を見てわかるようにA格子とB格子でバックグランド断面積はほぼ同じ値になっており、A格子ではポリエチレンプレートからの寄与が全く評価されなかった。

NUプレート中の ^{235}U -fissionについて比較する。図5.8よりA格子では、Dancoff(10^{-4})が10eV付近のピークで若干自己遮蔽を過大評価しているが、3手法はほぼ一致した値をとっており、SRACともほぼ一致している。図5.9より、B格子ではDancoff(0)およびDancoff(10^{-4})は、数eVから数十eVのピークのあるエネルギー領域において自己遮蔽をやや過小評価している。一方、Toneの方式ではSRACとの一致はよく、自己遮蔽を精度よく評価している。Dancoff係数法で自己遮蔽を過小評価したのは、EU中の ^{238}U と同様な理由によるが、EU中の ^{235}U と比べて自己遮蔽の過小評価の程度はわずかである。ここで3手法による実効断面積に対する自己遮蔽の評価についてまとめる。Dancoff(0)は、A格子のNU中の ^{238}U 、B格子のEU中の ^{235}U に対しては自己遮蔽を過大評価した。またEU中の ^{238}U に対してはA格子、B格子ともに過小評価した。Dancoff(10^{-4})はEU中の ^{238}U に対してはA格子、B格子ともに過小評価した。Toneの方式はA格子のEU中の ^{238}U に対しては自己遮蔽を過小評価した。

3. 2 無限増倍率

前節では実効ミクロ断面積から3手法による自己遮蔽の比較を行った。本節では反応度に対する自己遮蔽効果を調べる。

A格子とB格子の無限増倍率の差について調べ、反応度に対する自己遮蔽効果を調べる。格子特性は格子内中性子束分布及び共鳴自己遮蔽によって決まるため、無限増倍率の差のその両者による寄与をそれぞれ調べた。その結果を表5.10に示す。なお、SRACの値にはプレートのブラックリミットに対し、 10^{-4} と設定したバージョン（以降SRAC(10^{-4} , peaco))のものを加えた。Dancoff(0)は非均質性の過大評価によるNUプレートの ^{238}U 及びEUプレートの ^{235}U の

自己遮蔽を過大評価のためにそれらの自己遮蔽効果は他の手法に比べ大きく異なる。特にNUプレートの ^{238}U の過大評価により他手法からのずれは+10%dk程度になっている。Dancoff(10^{-4})では、A格子とB格子の自己遮蔽による差はほぼSRAC(10^{-4} , peaco)と一致している。Toneは他手法に比べ+0.2%dk程度のずれがみられる。Dancoff(10^{-4})とToneの方式での差はEUプレートの ^{238}U で特にみられ、実効ミクロ断面積においても自己遮蔽に差がみられたため、EU中の ^{238}U の反応度に対する自己遮蔽効果を詳しく調べるために、格子内のプレートを体積重みで均質化した均質格子とA格子,B格子の非均質格子との共鳴自己遮蔽の差による反応度の差を調べる。その結果を表5.11に示す。A格子ではDancoff(10^{-4})のEU中の ^{238}U -captureに対する自己遮蔽の過小評価による反応度の差が、peacoルーチンの作動する0.683から130eVのエネルギー領域において-0.15%dkであることから、全エネルギー領域では自己遮蔽の過小評価により、-0.2%dk程度の反応度差が生じると考えられる。またB格子ではDancoff(10^{-4})のEU中の ^{238}U -captureに対する自己遮蔽の過小評価による反応度の差が、peacoルーチンの作動する0.683から130eVのエネルギー領域において0.19%dkであることから、全エネルギー領域では自己遮蔽の過小評価により、0.2%dk程度の反応度差が生じると考えられる。このようにDancoff係数法ではA格子B格子とともに0.2%dk程度の自己遮蔽の過小評価により、A格子とB格子の差はSRACと一致したと考えられる。また表5.11よりA格子において、ToneのEU中の ^{238}U -captureに対する自己遮蔽の過大評価による反応度の差が、SRACに比べ0.28%dkであることから、全エネルギー領域では自己遮蔽の過大評価により、0.2%dk程度の反応度差が生じると考えられる。また表5.11よりB格子において、Toneの方式は実効ミクロ断面積をほぼ正確に自己遮蔽を考慮していたことから反応度差は生じていない。このようにToneの方式で0.2%程度の差がみられるのは、A格子における自己遮蔽の過大評価によるものであることが分かった。

第4章 結論

同一組成のプレートを用い、プレート配列だけを変えた2種の平板格子に対し、非均質性が考慮されるバックグラウンド断面積の計算手法においてDancoff(0), Dancoff(10^{-4}), Toneの3手法を用いて計算された格子特性をpeac0ルーチンを用いたSRACの計算結果と比較検討することにより、各計算手法の計算精度の検証を行った。その結果以下のことが分かった。

Dancoff係数法は、プレートのブラックリミットを ^{238}U および ^{235}U に対しそれぞれNUプレートの ^{235}U およびEUプレートの ^{238}U を無視するようにとると、無限増倍率は0.2%dk程度の誤差で評価されるようになつた。しかし原子数密度が小さく孤立系のバックグラウンド断面積が大きくなるようなEUプレートの ^{238}U に対しては自己遮蔽を過小評価し、+0.2%dk程度の反応度の過小評価が生じた。プレートのブラックリミットを設定しない場合、格子特性を正確に評価できなく、他手法に比べ10%dk程度の反応度の差が生じた。

Toneの方式は、無限増倍率を0.2%dk程度の誤差で評価した。B格子に対してはほぼ正確に格子特性を評価していたが、A格子のEUプレートの ^{238}U に対しては自己遮蔽を過大評価し、0.2%dk程度の反応度の過大評価が生じた。

参考文献

- (1) H.H.HUMMEL and P.OKRENT, "Reactivity Coefficients in Large Fast Reactors", American Nuclear Society (1970).
- (2) T.TONE, J.Nucl.Sci.Tecnol., 12, 467 (1975).
- (3) K.TSUCHIHASHI, et al. "SRAC:JAERI Thermal Reactor Standard Code for Reactor Design and Analysis", JAERI-1285 (1983).
- (4) D.MENEGETTI, ANL-7320, 377 (1966).

Table 5.1 Specification of each plate for
1D slab cell calculation

Plate	Width (mm)	Nuclide	Number density (10^{24}cm^{-3})
NU	1.05	U-235	3.2579E-4*
		U-238	4.4858E-2
EU	1.5875	U-235	1.5069E-3
		U-238	1.0856E-4
		Al-27	5.5644E-2
1/8"P	3.086	C-12	4.0108E-2
		H-1	8.0217E-2
1/4"P	6.30	C-12	4.0108E-2
		H-1	8.0217E-2

* read as 3.2579×10^{-4}

Table 5.2 Comparison of Background Cross Section for U-238 in NU Plate of A-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	1.61883E+01*	4.98377E-02	1.48392E+01
2	2.05193E+01	5.62366E-02	1.87636E+01
3	2.45330E+01	5.59524E-02	2.25056E+01
4	2.77143E+01	5.07222E-02	2.57586E+01
5	3.20616E+01	4.96167E-02	3.02497E+01
6	3.68253E+01	5.56550E-02	3.51774E+01
7	4.09574E+01	6.38728E-02	3.94480E+01
8	4.47050E+01	7.17821E-02	4.34341E+01
9	4.81272E+01	7.96690E-02	4.71241E+01
10	5.04861E+01	8.75302E-02	4.97738E+01
11	5.14602E+01	9.44477E-02	5.13035E+01
12	5.27996E+01	1.000050E-01	5.25711E+01
13	5.28319E+01	1.04322E-01	5.31891E+01
14	5.33668E+01	1.11354E-01	5.37847E+01
15	5.38168E+01	1.20033E-01	5.41556E+01
16	5.38241E+01	1.26639E-01	5.43521E+01
17	5.43525E+01	1.36994E-01	5.44886E+01
18	5.44286E+01	1.59325E-01	5.45930E+01
19	5.43253E+01	1.77792E-01	5.46645E+01
20	5.40683E+01	2.12831E-01	5.47323E+01
21	5.40691E+01	2.63769E-01	5.48200E+01
22	5.61066E+01	3.04116E-01	5.49025E+01
23	5.63386E+01	3.21799E-01	5.49458E+01
24	5.44120E+01	3.60174E-01	5.50024E+01
25	5.59897E+01	5.58260E-01	5.52806E+01
26	5.52726E+01	6.66712E-01	5.54664E+01
27	5.61850E+01	6.81896E-01	5.54737E+01
28	5.38022E+01	8.86933E-01	5.57884E+01
29	5.86207E+01	4.51773E-01	5.51868E+01
30	5.22691E+01	3.38622E-01	5.49773E+01
31	5.22025E+01	2.48137E-01	5.48488E+01
32	5.25429E+01	3.58781E-01	5.50156E+01
33	5.24295E+01	6.34447E-01	5.54168E+01

* read as 1.61883×10^1 , unit in Barn

Table 5.3 Comparison of Background Cross Section for U-238 in NU Plate of B-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	1.71229E+01*	1.22139E+01	1.60751E+01
2	2.20322E+01	1.59987E+01	2.05592E+01
3	2.68284E+01	1.95771E+01	2.49790E+01
4	3.07867E+01	2.28692E+01	2.88182E+01
5	3.62607E+01	2.76194E+01	3.40568E+01
6	4.25509E+01	3.26734E+01	4.01812E+01
7	4.76120E+01	3.75070E+01	4.48515E+01
8	5.21732E+01	4.19645E+01	4.91483E+01
9	5.84606E+01	4.57512E+01	5.44217E+01
10	6.24283E+01	4.86670E+01	5.76421E+01
11	5.85462E+01	5.07420E+01	5.65228E+01
12	6.64624E+01	5.21199E+01	5.76464E+01
13	5.64762E+01	5.29969E+01	5.57237E+01
14	5.80770E+01	5.35470E+01	5.71909E+01
15	5.95197E+01	5.38983E+01	5.80586E+01
16	5.89690E+01	5.41115E+01	5.81489E+01
17	5.95615E+01	5.42464E+01	5.83972E+01
18	5.98559E+01	5.43428E+01	5.86838E+01
19	5.99352E+01	5.44078E+01	5.88935E+01
20	5.99992E+01	5.44613E+01	5.92049E+01
21	6.03866E+01	5.45276E+01	5.96464E+01
22	6.25448E+01	5.45820E+01	6.01692E+01
23	6.29069E+01	5.46146E+01	6.03882E+01
24	6.15117E+01	5.46617E+01	6.05994E+01
25	6.40695E+01	5.48670E+01	6.20763E+01
26	6.44879E+01	5.49705E+01	6.33478E+01
27	6.50045E+01	5.49883E+01	6.31127E+01
28	6.41295E+01	5.53161E+01	6.46796E+01
29	6.59978E+01	5.47611E+01	6.20105E+01
30	5.94466E+01	5.46585E+01	6.03315E+01
31	5.87198E+01	5.45656E+01	5.95833E+01
32	5.98633E+01	5.46849E+01	6.05368E+01
33	6.17794E+01	5.49638E+01	6.28470E+01

* read as 1.71229×10^1 , unit in Barn

Table 5.4 Comparison of Background Cross Section for U-235 in EU Plate of A-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	4.07766E+02*	3.10314E+02	4.44940E+02
2	4.99637E+02	3.97328E+02	5.42621E+02
3	5.85353E+02	4.84261E+02	6.31261E+02
4	6.49340E+02	5.59975E+02	6.98138E+02
5	7.48814E+02	6.61497E+02	8.03125E+02
6	8.76867E+02	7.79735E+02	9.40865E+02
7	9.74883E+02	8.67123E+02	1.05259E+03
8	1.06259E+03	9.47693E+02	1.15899E+03
9	1.21781E+03	1.04884E+03	1.28192E+03
10	1.31410E+03	1.10915E+03	1.36119E+03
11	1.14720E+03	1.08523E+03	1.34899E+03
12	1.41269E+03	1.10616E+03	1.37244E+03
13	1.02415E+03	1.07235E+03	1.34528E+03
14	1.07726E+03	1.09796E+03	1.37676E+03
15	1.12652E+03	1.11258E+03	1.39826E+03
16	1.09839E+03	1.11349E+03	1.39628E+03
17	1.11284E+03	1.11650E+03	1.41404E+03
18	1.11915E+03	1.11827E+03	1.41548E+03
19	1.11981E+03	1.11925E+03	1.41125E+03
20	1.11901E+03	1.11948E+03	1.40143E+03
21	1.12596E+03	1.11973E+03	1.39969E+03
22	1.18933E+03	1.12340E+03	1.47461E+03
23	1.20105E+03	1.12497E+03	1.48636E+03
24	1.15246E+03	1.12331E+03	1.40902E+03
25	1.20140E+03	1.12054E+03	1.45448E+03
26	1.22091E+03	1.13291E+03	1.44669E+03
27	1.23996E+03	1.13177E+03	1.47798E+03
28	1.16662E+03	1.12023E+03	1.36890E+03
29	1.32655E+03	1.14007E+03	1.64128E+03
30	1.09672E+03	1.12055E+03	1.34485E+03
31	1.08501E+03	1.12084E+03	1.34623E+03
32	1.10504E+03	1.12120E+03	1.35191E+03
33	1.12684E+03	1.12159E+03	1.34021E+03

* read as 4.07766×10^2 , unit in Barn

Table 5.5 Comparison of Background Cross Section for U-235 in EU Plate of B-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	3.80021E+02*	7.08108E+01	4.03262E+02
2	4.59444E+02	8.34310E+01	4.86749E+02
3	5.35020E+02	9.99030E+01	5.64853E+02
4	5.92513E+02	1.10693E+02	6.27485E+02
5	6.76514E+02	1.18666E+02	7.19620E+02
6	7.81426E+02	1.37514E+02	8.33680E+02
7	8.49031E+02	1.29893E+02	9.16712E+02
8	9.05050E+02	1.22853E+02	9.91785E+02
9	1.04057E+03	1.49595E+02	1.08638E+03
10	1.11532E+03	1.52654E+02	1.14087E+03
11	9.17386E+02	8.80103E+01	1.11199E+03
12	1.18792E+03	8.19238E+01	1.12905E+03
13	7.68767E+02	3.09322E+01	1.09302E+03
14	8.19975E+02	4.58480E+01	1.11741E+03
15	8.64250E+02	5.37189E+01	1.13148E+03
16	8.38458E+02	5.05647E+01	1.13151E+03
17	8.44314E+02	5.11238E+01	1.13514E+03
18	8.50475E+02	5.14376E+01	1.13668E+03
19	8.54396E+02	5.14988E+01	1.13716E+03
20	8.60414E+02	5.13707E+01	1.13666E+03
21	8.69713E+02	5.13262E+01	1.13670E+03
22	8.90953E+02	5.47065E+01	1.14519E+03
23	8.97418E+02	5.59881E+01	1.14740E+03
24	8.92461E+02	5.41625E+01	1.14069E+03
25	9.18815E+02	5.13693E+01	1.14095E+03
26	9.49742E+02	6.37175E+01	1.15240E+03
27	9.47042E+02	6.25497E+01	1.15349E+03
28	9.43022E+02	5.09674E+01	1.13508E+03
29	9.53430E+02	7.07569E+01	1.17241E+03
30	8.77247E+02	5.11803E+01	1.13376E+03
31	8.62509E+02	5.13831E+01	1.13410E+03
32	8.82506E+02	5.16468E+01	1.13479E+03
33	9.20911E+02	5.19025E+01	1.13440E+03

* read as 3.80021×10^2 , unit in Barn

Table 5.6 Comparison of Background Cross Section for U-238 in EU Plate of A-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	1.85596E+01*	4.39540E+03	4.76065E+03
2	2.42039E+01	5.61496E+03	6.00030E+03
3	2.98135E+01	6.82115E+03	7.23024E+03
4	3.44369E+01	7.86273E+03	8.26681E+03
5	4.11173E+01	9.26979E+03	9.63780E+03
6	4.92924E+01	1.09217E+04	1.12729E+04
7	5.60994E+01	1.21492E+04	1.24209E+04
8	6.25310E+01	1.32815E+04	1.34869E+04
9	7.20373E+01	1.46995E+04	1.48921E+04
10	7.84013E+01	1.55508E+04	1.57061E+04
11	7.20207E+01	1.52314E+04	1.53094E+04
12	8.51581E+01	1.55322E+04	1.55948E+04
13	6.93608E+01	1.50704E+04	1.50969E+04
14	7.16439E+01	1.54386E+04	1.54714E+04
15	7.38597E+01	1.56569E+04	1.56925E+04
16	7.29411E+01	1.56816E+04	1.57149E+04
17	7.41189E+01	1.57404E+04	1.57740E+04
18	7.45091E+01	1.58038E+04	1.58385E+04
19	7.44818E+01	1.58517E+04	1.58875E+04
20	7.43056E+01	1.59229E+04	1.59612E+04
21	7.47905E+01	1.60220E+04	1.60644E+04
22	7.98126E+01	1.60977E+04	1.61478E+04
23	8.06321E+01	1.61315E+04	1.61854E+04
24	7.65607E+01	1.62015E+04	1.62590E+04
25	8.13861E+01	1.65732E+04	1.66433E+04
26	8.15397E+01	1.67099E+04	1.68330E+04
27	8.32738E+01	1.66567E+04	1.68039E+04
28	7.96585E+01	1.71649E+04	1.72889E+04
29	8.97361E+01	1.63159E+04	1.64213E+04
30	7.22662E+01	1.61862E+04	1.62349E+04
31	7.12860E+01	1.60210E+04	1.60610E+04
32	7.29820E+01	1.62343E+04	1.62834E+04
33	7.54392E+01	1.67709E+04	1.68348E+04

* read as 1.85596×10^1 , unit in Barn

Table 5.7 Comparison of Background Cross Section for U-238 in EU Plate of B-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	1.81489E+01*	1.07090E+03	1.58749E+03
2	2.36516E+01	1.25782E+03	1.86066E+03
3	2.92951E+01	1.48595E+03	2.19260E+03
4	3.41078E+01	1.62634E+03	2.39600E+03
5	4.08523E+01	1.73486E+03	2.55312E+03
6	4.90599E+01	2.00712E+03	2.94653E+03
7	5.51488E+01	1.91588E+03	2.81552E+03
8	6.06196E+01	1.83204E+03	2.69506E+03
9	7.13871E+01	2.21727E+03	3.25030E+03
10	7.80141E+01	2.27385E+03	3.33190E+03
11	6.57099E+01	1.38922E+03	2.05438E+03
12	8.49670E+01	1.31497E+03	1.94653E+03
13	5.86459E+01	6.14455E+02	9.20513E+02
14	6.16340E+01	8.33696E+02	1.24437E+03
15	6.43709E+01	9.58142E+02	1.42784E+03
16	6.30479E+01	9.25360E+02	1.38157E+03
17	6.36460E+01	9.48297E+02	1.41915E+03
18	6.42131E+01	9.87606E+02	1.48404E+03
19	6.45616E+01	1.01593E+03	1.53585E+03
20	6.51280E+01	1.06901E+03	1.63184E+03
21	6.60933E+01	1.13769E+03	1.77040E+03
22	6.79977E+01	1.17650E+03	1.89696E+03
23	6.84734E+01	1.19784E+03	1.94873E+03
24	6.81717E+01	1.23231E+03	2.03566E+03
25	7.21834E+01	1.50554E+03	2.55641E+03
26	7.39294E+01	1.49469E+03	2.83779E+03
27	7.37491E+01	1.41263E+03	2.75628E+03
28	7.62250E+01	1.60617E+03	3.40598E+03
29	7.17827E+01	1.21910E+03	2.30726E+03
30	6.66611E+01	1.17568E+03	1.98558E+03
31	6.49784E+01	1.14189E+03	1.74287E+03
32	6.72673E+01	1.28446E+03	2.05186E+03
33	7.23355E+01	1.90514E+03	2.82577E+03

* read as 1.81489×10^1 , unit in Barn

Table 5.8 Comparison of Background Cross Section for U-235 in NU Plate of A-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	4.34042E+02*	9.99399E+02	1.46872E+03
2	5.36047E+02	1.06757E+03	1.56723E+03
3	6.28438E+02	1.06355E+03	1.56144E+03
4	6.94493E+02	9.78462E+02	1.43859E+03
5	8.04390E+02	9.84079E+02	1.44663E+03
6	9.50791E+02	1.10893E+03	1.62664E+03
7	1.07978E+03	1.26893E+03	1.85640E+03
8	1.20362E+03	1.44033E+03	2.10135E+03
9	1.36485E+03	1.58292E+03	2.30434E+03
10	1.47602E+03	1.70844E+03	2.48247E+03
11	1.40079E+03	1.78320E+03	2.58842E+03
12	1.58574E+03	1.64229E+03	2.59958E+03
13	1.37370E+03	1.62993E+03	2.66238E+03
14	1.41194E+03	1.60704E+03	2.72009E+03
15	1.44998E+03	1.50928E+03	2.79137E+03
16	1.43312E+03	1.53892E+03	2.75557E+03
17	1.46538E+03	1.53934E+03	2.91787E+03
18	1.46839E+03	1.30580E+03	2.91000E+03
19	1.45953E+03	1.51776E+03	2.84842E+03
20	1.43993E+03	1.53934E+03	2.73115E+03
21	1.43645E+03	1.62863E+03	2.70186E+03
22	1.59224E+03	1.65466E+03	3.51214E+03
23	1.61482E+03	1.78319E+03	3.63042E+03
24	1.46114E+03	1.40174E+03	2.75195E+03
25	1.54633E+03	1.74319E+03	3.27375E+03
26	1.52777E+03	1.44893E+03	3.02660E+03
27	1.59266E+03	1.46124E+03	3.40051E+03
28	1.37631E+03	1.51096E+03	2.26788E+03
29	1.91388E+03	2.30110E+03	5.39642E+03
30	1.32758E+03	1.42001E+03	2.08838E+03
31	1.32853E+03	1.44049E+03	2.11275E+03
32	1.34144E+03	1.46490E+03	2.15351E+03
33	1.32056E+03	1.33568E+03	1.98813E+03

* read as 4.34042×10^2 , unit in Barn

Table 5.9 Comparison of Background Cross Section for U-235 in NU Plate of B-Cell

GROUP	TONE	DANCOFF(0)	DANCOFF(10^{-4})
1	4.30308E+02*	2.67427E+03	3.00997E+03
2	5.31863E+02	3.26269E+03	3.58569E+03
3	6.27053E+02	3.75142E+03	4.04207E+03
4	6.98291E+02	4.12034E+03	4.36300E+03
5	8.12793E+02	4.78016E+03	4.98886E+03
6	9.64970E+02	5.60006E+03	5.79417E+03
7	1.08696E+03	6.42447E+03	6.60343E+03
8	1.20007E+03	7.20853E+03	7.36816E+03
9	1.39133E+03	7.87142E+03	8.00765E+03
10	1.51353E+03	8.39735E+03	8.51269E+03
11	1.33231E+03	8.75685E+03	8.85429E+03
12	1.63567E+03	8.95231E+03	9.04702E+03
13	1.22844E+03	9.11782E+03	9.19629E+03
14	1.28145E+03	9.23313E+03	9.30989E+03
15	1.33185E+03	9.33024E+03	9.41131E+03
16	1.30666E+03	9.33312E+03	9.40910E+03
17	1.33123E+03	9.46523E+03	9.54688E+03
18	1.33841E+03	9.46861E+03	9.55495E+03
19	1.33567E+03	9.43042E+03	9.51472E+03
20	1.32784E+03	9.34823E+03	9.42760E+03
21	1.33244E+03	9.32765E+03	9.40230E+03
22	1.44781E+03	9.90602E+03	1.00297E+04
23	1.46671E+03	9.99244E+03	1.01220E+04
24	1.36783E+03	9.36346E+03	9.46000E+03
25	1.44440E+03	9.72915E+03	9.82652E+03
26	1.46324E+03	9.54505E+03	9.69136E+03
27	1.50199E+03	9.81171E+03	9.98499E+03
28	1.36610E+03	9.00031E+03	9.05449E+03
29	1.70168E+03	1.12754E+04	1.15386E+04
30	1.26993E+03	8.89841E+03	8.94611E+03
31	1.25781E+03	8.91992E+03	8.96783E+03
32	1.28272E+03	8.94474E+03	8.99384E+03
33	1.30753E+03	8.81820E+03	8.86443E+03

* read as 4.30308×10^2 , unit in Barn

Table 5.10 Difference of k_∞ between A-Cell and B-Cell

	SRAC (10^{-5} , peaco)	SRAC (10^{-4} , peaco)	Dancoff (0, NR)	Dancoff (10^{-4} , NR)	Tone (NR)
Difference of self-shielding					
235U(E*) c**	-0.21	-0.10	-1.40	-0.08	-0.09
f	0.15	0.05	1.26	0.06	0.07
238U(E) c	-0.25	-0.23	-0.28	-0.22	0.00
f	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
238U(N) c	0.01	0.01	-0.04	0.02	0.00
f	-0.01	-0.01	0.04	-0.02	0.00
238U(N) c	3.47	0.75	10.72	0.73	0.84
f	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Difference of inner cell flux distribution					
			1.83	1.56	1.48
Total					
	4.41	1.95	10.04	1.89	2.20

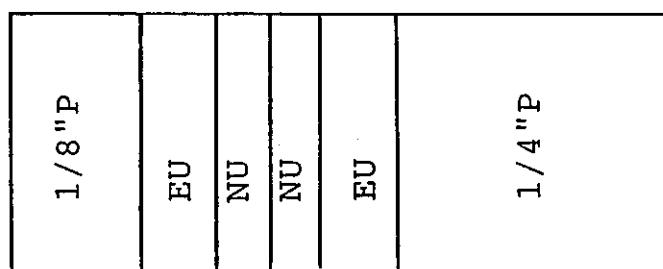
*;plate type E:EU plate N:NU plate

**;reaction type c:capture f:fission

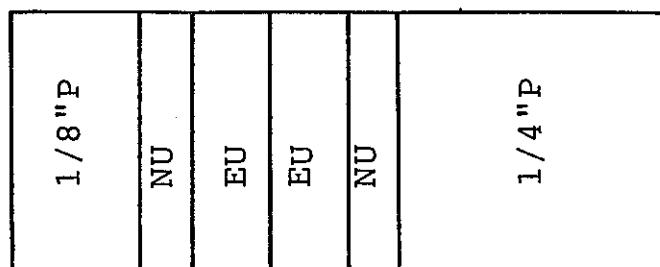
Table 5.11 Difference of k_{∞} due to difference of self-shielding of 238U in EU plate between heterogeneized and Homogenized cells

		SRAC (10^{-5} ,peaco)	SRAC (10^{-4} ,peaco)	Dancoff (0,NR)	Dancoff (10^{-4} ,NR)	Tone (NR)
A-Cell	c*	-0.25	-0.25	-0.41	-0.41	0.03
	f	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
B-Cell	c	0.00	-0.02	-0.12	-0.19	0.03
	f	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

*;reaction type c:capture f:fission



A-Cell



B-Cell

1/8"P ; Polyethylene plate (3.086mm-thick)
 1/4"P ; Polyethylene plate (6.30 mm-thick)
 NU ; Natural Uranium plate (1.05mm-thick)
 EU ; an alloy of 93% enriched Uranium
 and Aluminum (1.5875mm-thick)

Fig. 5.1 Structures of A-Cell and B-Cell

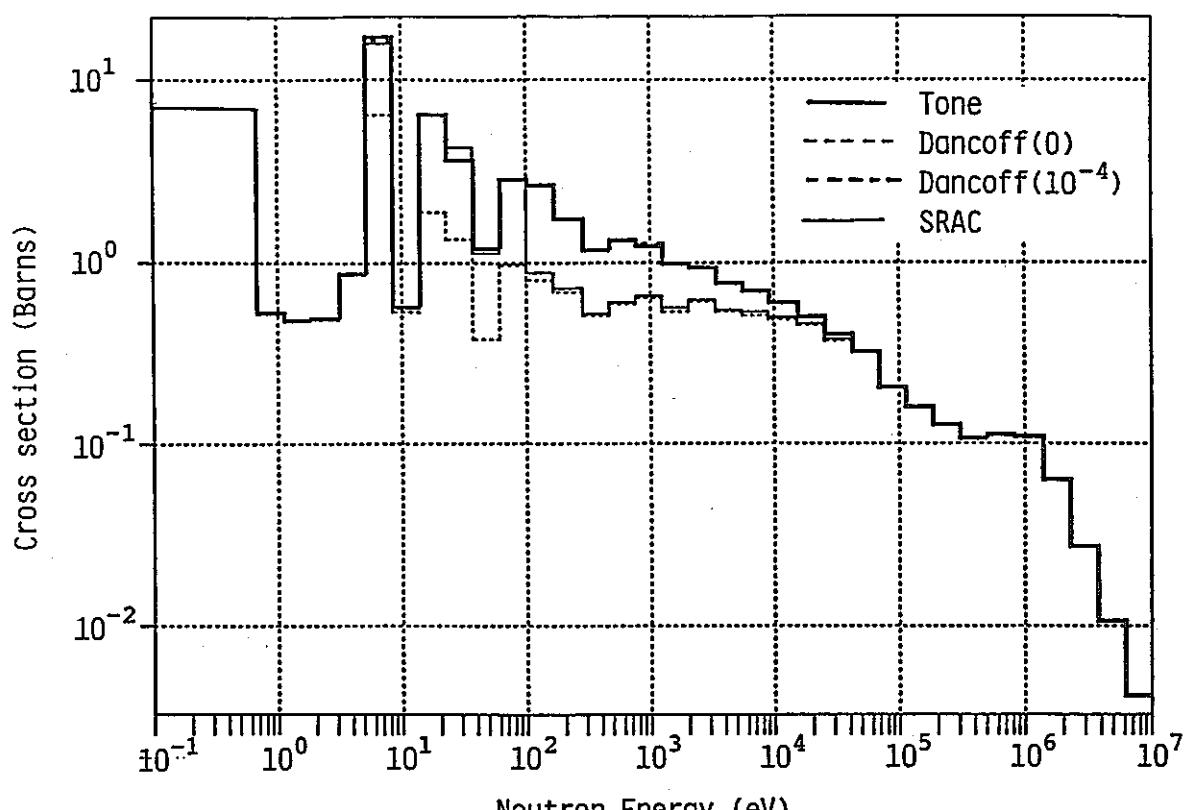


Fig. 5.2 Effective ^{238}U capture cross section
(NU plate of A-Cell)

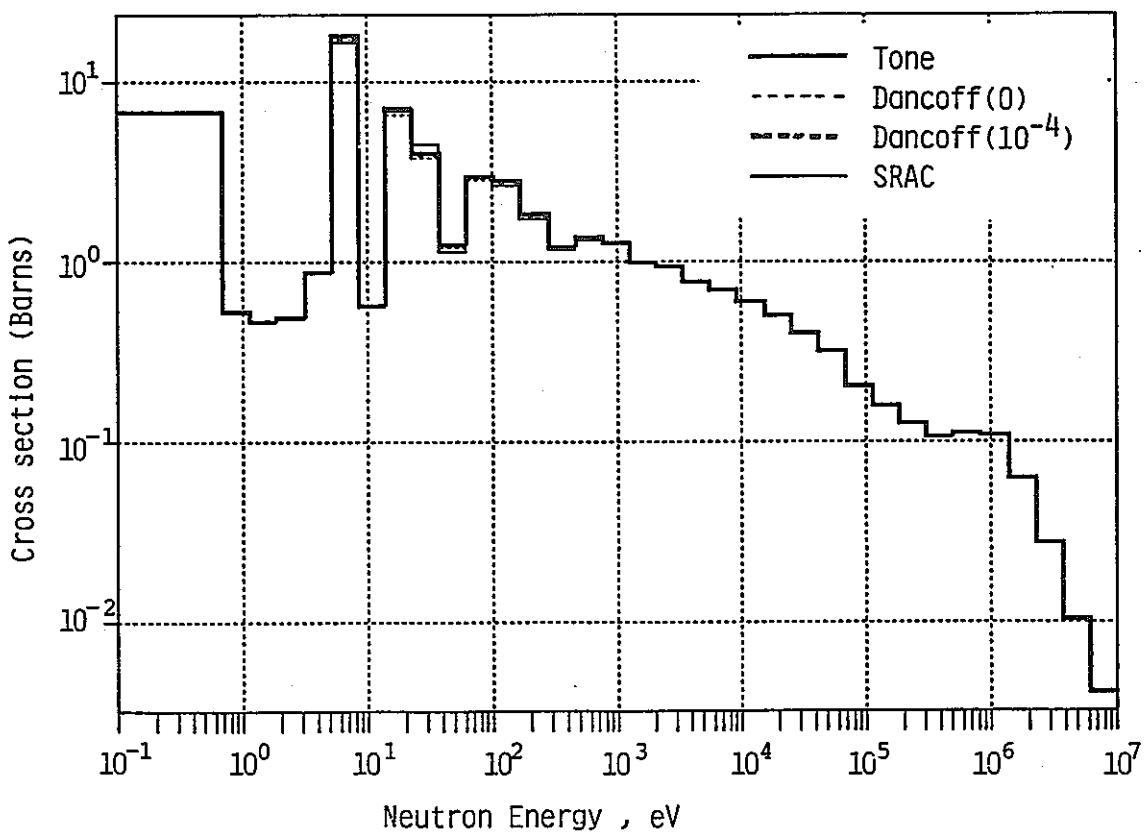


Fig. 5.3 Effective ^{238}U capture cross sections
(NU plate of B-Cell)

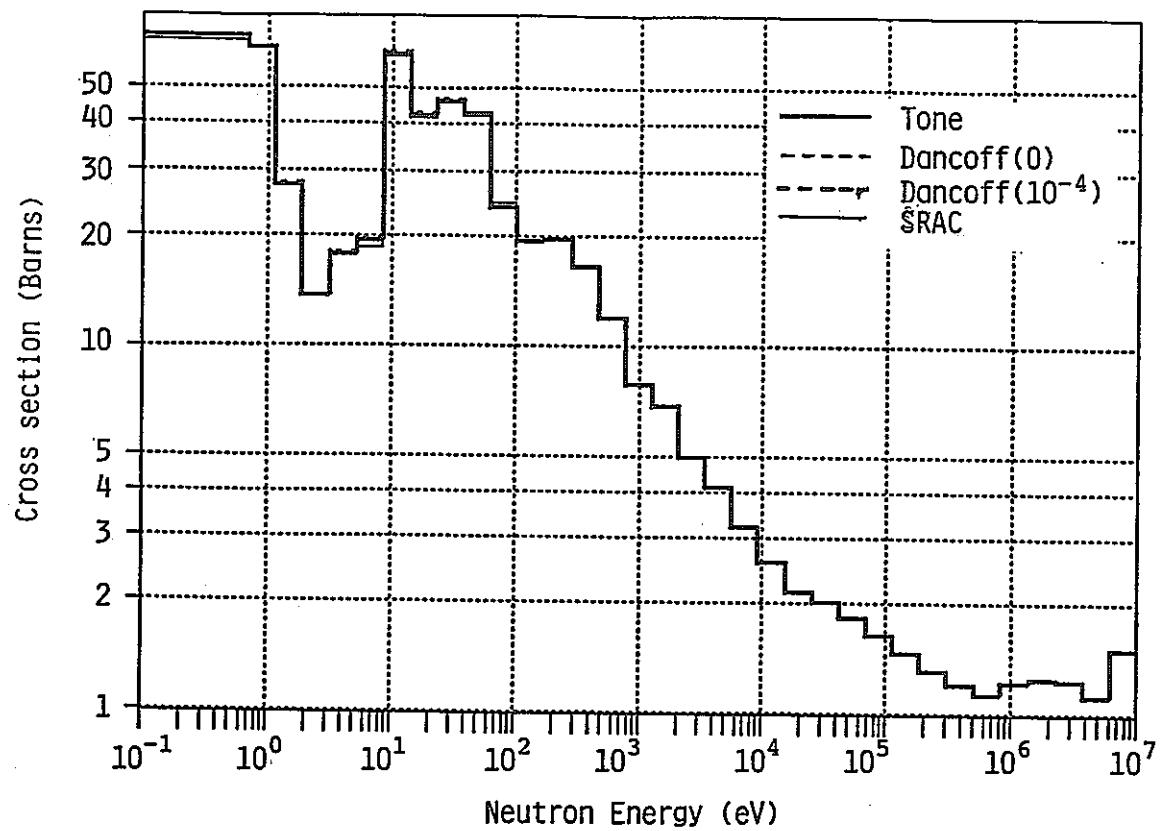


Fig. 5.4 Effective ^{235}U fission cross sections
(EU plate of A-Cell)

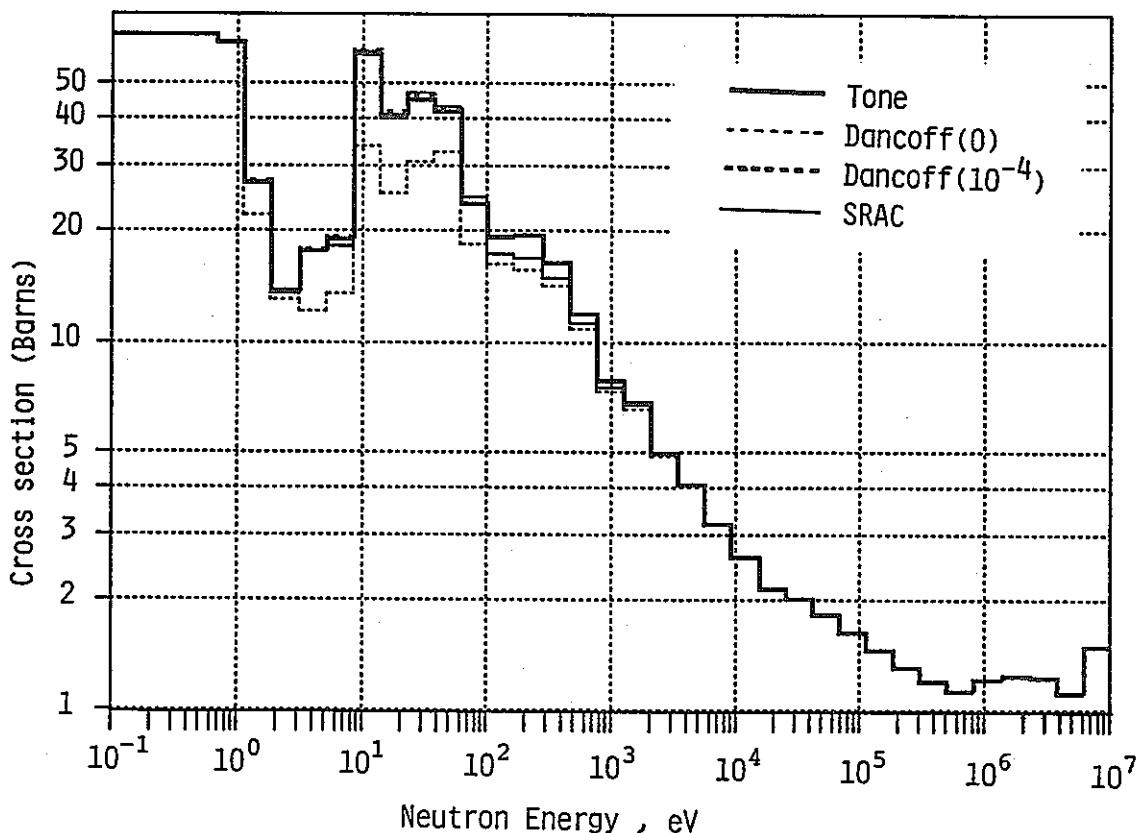


Fig. 5.5 Effective ^{235}U fission cross sections
(EU plate of B-Cell)

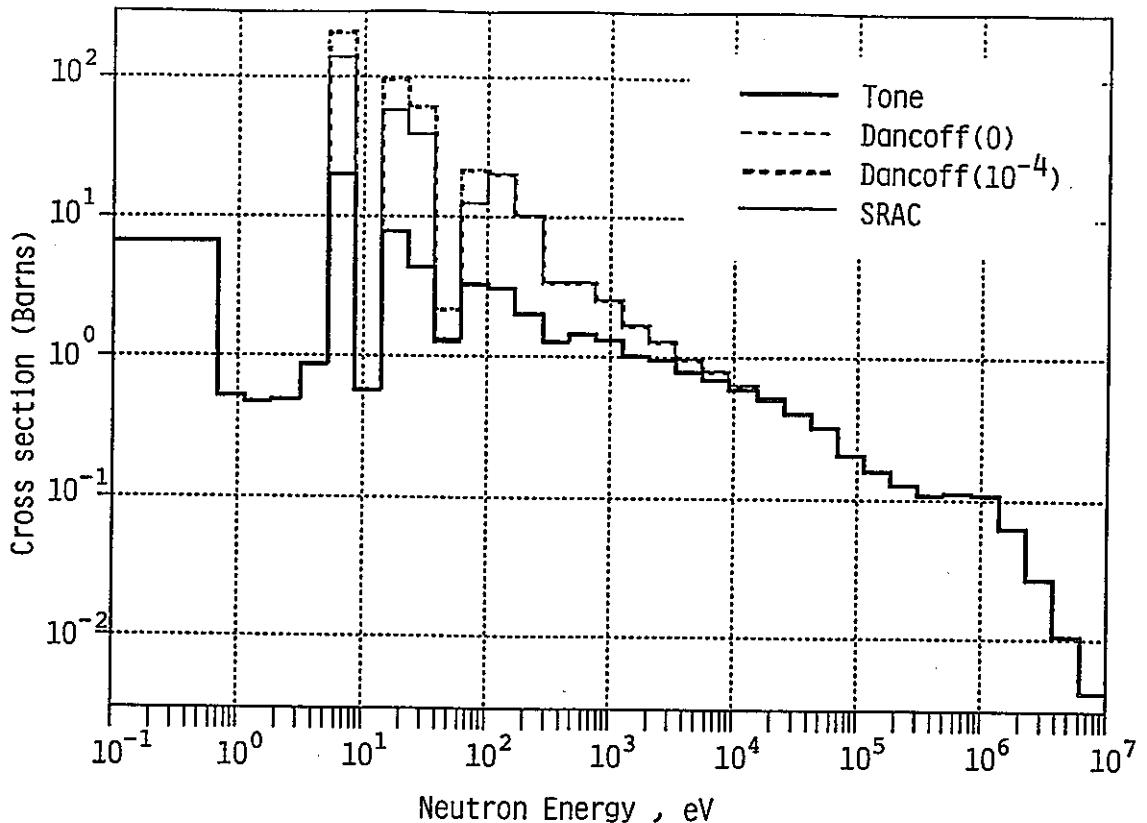


Fig. 5.6 Effective ^{238}U capture cross sections
(EU plate of A-Cell)

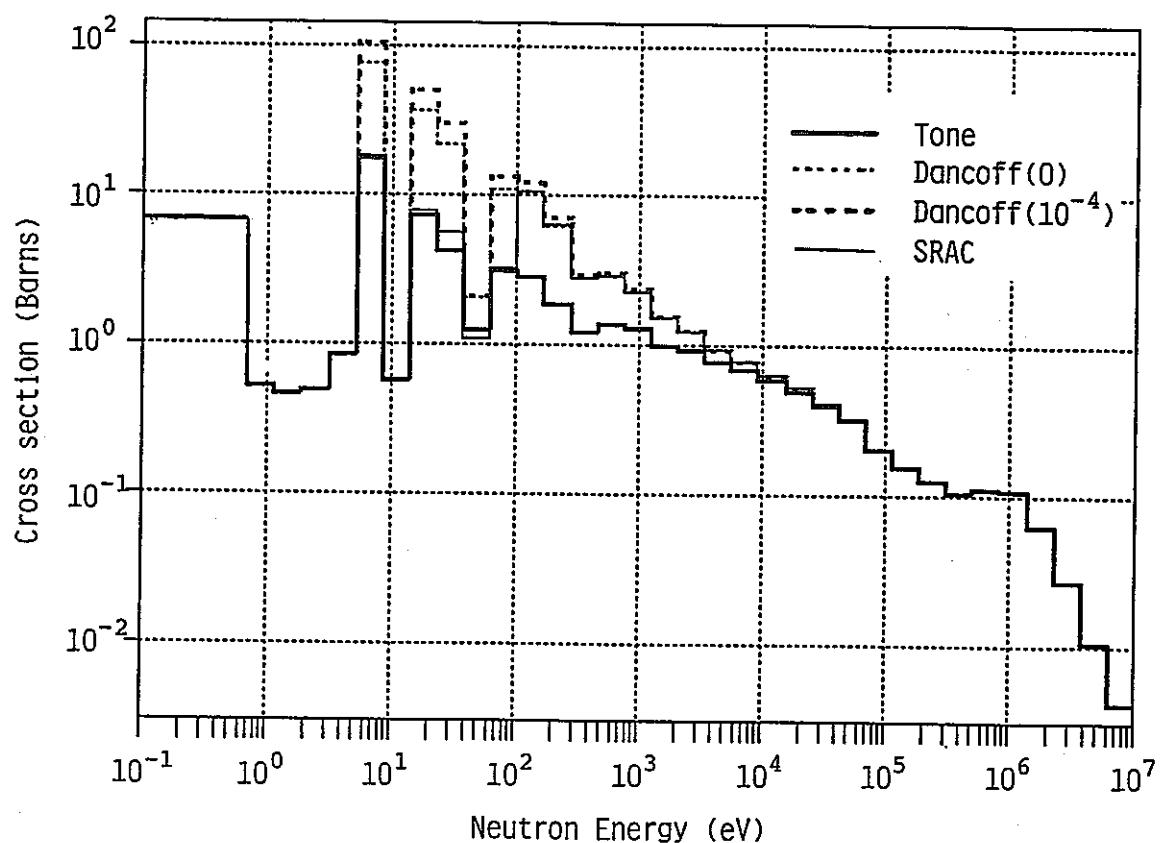


Fig. 5.7 Effective ^{238}U capture cross sections
(EU plate of B-Cell)

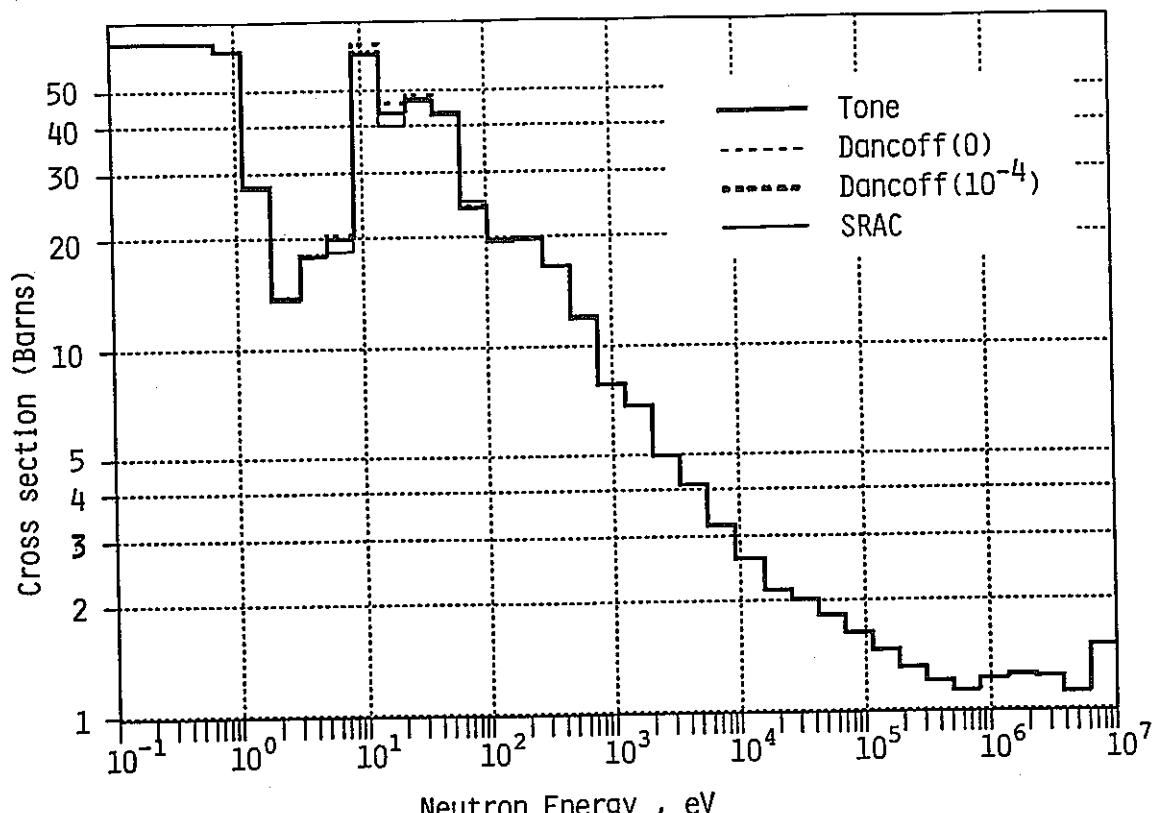


Fig. 5.8 Effective ^{235}U fission cross sections
(NU plate of A-Cell)

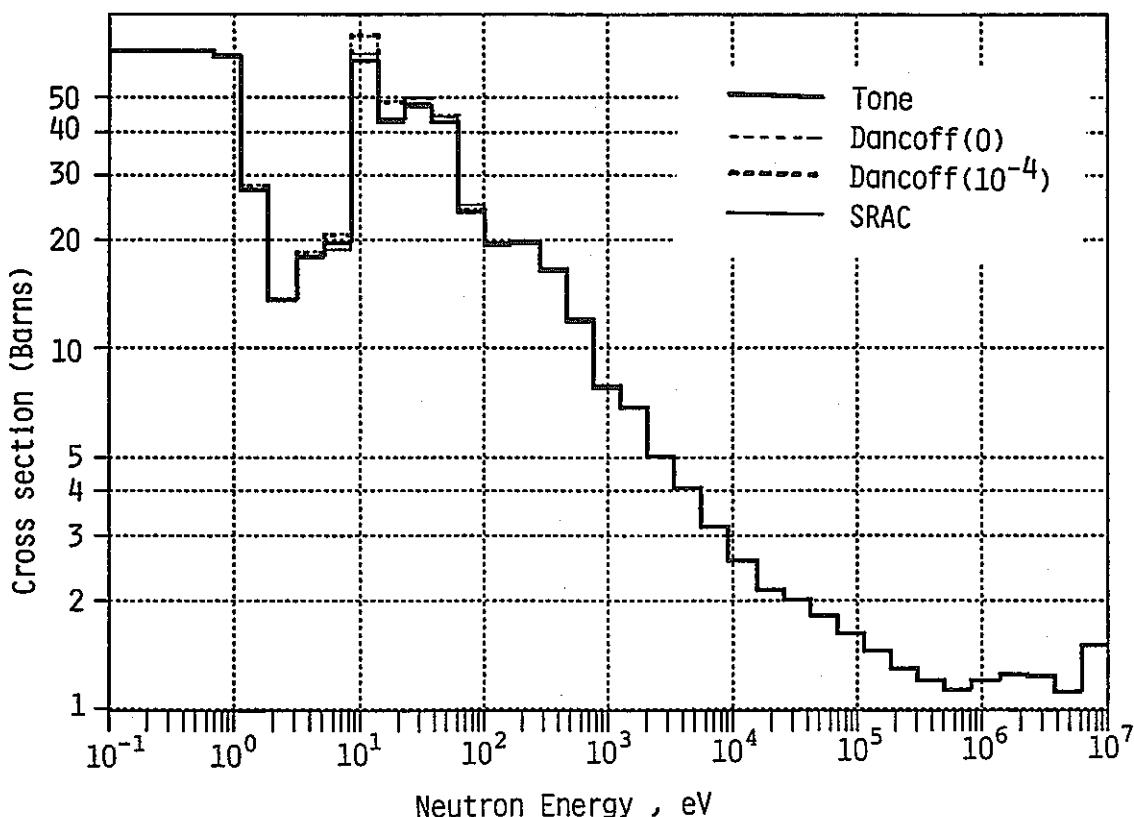


Fig. 5.9 Effective ^{235}U fission cross sections
(NU plate of B-Cell)

第 VI 部

臨界安全のための反応度解析法

目次

第 1 章 序論

第 2 章 2領域炉心における未臨界度測定実験式の導出

- 2. 1 R. Avery の手法
- 2. 2 2領域炉心への適用

第 3 章 計算

- 3. 1 群定数
- 3. 2 計算体系
- 3. 3 計算手順

第 4 章 計算結果及び検討

- 4. 1 拡散計算コード (CITATION) との比較
- 4. 2 輸送計算コード (TWOTRAN) との比較
- 4. 3 近似時の誤差について

第 5 章 まとめ

参考文献

List of Tables

- Table. 1 Specification of Fuel
- Table. 2 Energy Group Structure of 4 and 2 Groups
- Table. 3 Summary by The Diffusion Calculation (A core: 4Groups)
- Table. 4 Summary by The Diffusion Calculation (B core: 4Groups)
- Table. 5 Summary by The Diffusion Calculation (A core: 2Groups)
- Table. 6 Summary by the transport calculation (A core)
- Table. 7 Summary by the transport calculation (B' core)
- Table. 8 The error of the reactivity based on the transport calculation.
(A core)
- Table. 9 The error of the reactivity based on the transport calculation.
(B' core)

List of Figures

- Fig. 1 Model used to make Effective Cross Section of The Cell
- Fig. 2 Model used to Calculate Cell Parameters in The Fuel Assembly
- Fig. 3 Calculational Model (A Core)
- Fig. 4 Calculational Model (B Core)
- Fig. 5 Calculational Model (B' Core)
- Fig. 6 Figure of the DCA Core
- Fig. 7 Process of the Core Calculation
- Fig. 8 K-D₂O Level Curve (CITATION: A Core) 4Groups
- Fig. 9 Kd-D₂O Level Curve (CITATION: A Core) 4Groups
- Fig. 10 K-D₂O Level Curve (CITATION: B Core) 4Groups
- Fig. 11 Kd-D₂O Level Curve (CITATION: B Core) 4Groups
- Fig. 12 K-D₂O Level Curve (TWOTRAN: A Core) 4Groups
- Fig. 13 Kd-D₂O Level Curve (TWOTRAN: A Core) 4Groups
- Fig. 14 K-D₂O Level Curve (TWOTRAN: B'Core) 4Groups
- Fig. 15 Kd-D₂O Level Curve (TWOTRAN: B'Core) 4Groups

第1章 序論

核燃料サイクル施設の設計・運転管理上、未臨界度を把握し、適正化することは施設の安全管理上極めて重要である。この様な観点から臨界安全のための未臨界度測定システムとしてDCA改造計画がある。⁽¹⁾

DCA改造による2領域炉心実験の特徴としては次の4項目があげられる。

1) 実機模擬の多様性

溶液タンク系、タンク・干渉体系、燃料体配列系、垂直方向干渉、最適減速体系、構成要素型模擬試験体系。

2) 運転の安定性

ATR型のドライバー燃料による運転が可能で、臨界調節・炉停止が容易。

3) 広範囲未臨界度測定

試験体実効増倍率を、広範囲にわたり、平均した精度でのデータ取得ができる。

4) 燃料所有量の削減

反応度測定のため試験体単独で臨界にする必要はなく、試験燃料所要量が低減する。

また、DCA装置は減速材として用いている重水の水位を調整することによって反応度制御をするため、制御棒による制御装置に比べて制御装置による中性子束のゆがみが少ないと同時に、溶液液面レベルによる臨界調節等と比べると、極めて安定した運転性が期待できるという特徴を持っている。

そこで本報告では、2領域炉心実験に関する実験式について拡散計算及び輸送計算と比較することにより実験式の検証を行うと共に、その有効性について調べた。

第2章 2領域炉心における未臨界度測定実験式の導出

2. 1 R. Avery⁽²⁾ の手法

N領域からなる体系の固有値方程式は、全体系実効増倍率をKとすると、マトリクス形式で、

$$\{K_{i,j}\}S^U = KS^U \quad (i, j=1 \sim N) \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 S^U はN次の列行列を表し、その要素は、各領域の核分裂中性子源である。行列 $\{K_{ij}\}$ の要素は、相互干渉効果を含んだ各領域の実効増倍率（対角要素）と、相互干渉項（非対角要素）よりなる。

2. 2 2領域炉心への適用

D-D実験においては2領域炉心（試験領域及びドライバー領域）とするので（1）式は次式のようになる。

$$K_{11}S_1 + K_{12}S_2 = KS_1$$

$$K_{21}S_1 + K_{22}S_2 = KS_2 \quad (2)$$

ここで、（2）式が $(S_1, S_2) = (0, 0)$ 以外の解を持つには

$$\begin{vmatrix} (K_{11}-K) & K_{12} \\ K_{21} & (K_{22}-K) \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

が満足されねばならない。

（3）式より

$$(K-K_{11})(K-K_{22})=K_{12}K_{21} \quad (4)$$

となる。

DCAの体系に於て炉心中央部テスト領域をT、周辺部ドライバー領域をDで表すと次式のようになる。

$$(K-K_{TT})(K-K_{DD})=K_{TD}K_{DT} \quad (5)$$

孤立体系の特性を抽出するために、

$$K_{ii}=K_i + \delta K_i \quad : K_i \text{ は } i \text{ 領域孤立系の実効増倍率}$$

とおき（5）式を変形することにより

$$(K-K_T)(K-K_D)=C_i \quad (5')$$

という形式を考えた。

$$\text{但し } C_i = K_{TD}K_{DT}(1 - \delta K_T/(K-K_T))^{-1}(1 - \delta K_D/(K-K_D))^{-1}$$

K_T, K_D はそれぞれ単独（孤立系）で存在する場合の実効増倍率であり、 C_i は結合係数と呼んで全体系の実効増倍率 K を生じるメカニズムは、すべて C_i に含まれるとする。

炉心の反応度を ρ とすると（5'）式より次式が導かれる。（付録参照）

$$\rho = (1 - 1/K) = \frac{C_i - \Delta_T \Delta_D}{\Delta_T + \Delta_D}$$

$$= - \frac{\Delta_T^0 \Delta_D^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \{ (\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0) \} (1-E2) + \frac{E1}{\Delta_T + \Delta_D} \quad (6)$$

ここで

$$\begin{aligned}\Delta_T &= 1 - K_T, \quad \Delta_D = 1 - K_D \\ \Delta_T^0 &= 1 - K_T^0, \quad \Delta_D^0 = 1 - K_D^0 \\ \delta \Delta_T &= \Delta_T - \Delta_T^0 = K_T^0 - K_T \\ \delta \Delta_D &= \Delta_D - \Delta_D^0 = K_D^0 - K_D\end{aligned}\quad (7)$$

K_T^0, K_D^0 はそれぞれ全体系が臨界状態($\rho=0$)での各領域の孤立系の実効増倍率を示す。

$E1=0, E2 \ll 1$ ならば(6)式は次のように表される。

$$\rho = - \frac{\Delta_T^0 \Delta_D^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \{ (\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0) \} \quad (9)$$

D-D実験では、ドライバー領域のみの実効増倍率を変化させて反応度を投入するので $\delta \Delta_T = 0$ となり(8)式は

$$\rho = - \frac{\Delta_T^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} (\delta \Delta_D) \quad (10)$$

となる。

(10)式を変形すると次式のようになりテスト領域の実効増倍率 Kt^0 が求まる。

$$Kt^0 = 1 + \frac{\rho}{\{(1 + \rho / \delta \Delta_D)(\delta \Delta_D / \Delta_D^0)\}} \quad (11)$$

(11)式が正しければ、全体系が臨界状態にあるときのテスト領域単独(孤立系)の実効増倍率(Kt)は、ドライバー領域の反応度変化($\delta \Delta_D, \Delta_D^0$)と、それによって生ずる全体系微小反応度(ρ)により求めることができる。以下の章においては、(11)式を拡散計算及び輸送計算を用いて検証する。

第3章 計算

3. 1 群定数

ドライバー領域には0.87wt% PuO₂—UO₂燃料体を、 テスト領域には0.54wt% PuO₂—UO₂燃料体を想定した。 その仕様をTable. 1に示す。 格子計算はRES-PLA衝突確率ルーチンを使っておこなった。

その断面積作成モデルをFig. 1、 2に示す。 エネルギー群数は2群及び4群の両方について用意した。 その群構造をTable. 2に示す。

3. 2 計算体系

計算体系は拡散計算コードCITATIONではFig. 3 (A炉心)、 Fig. 4 (B炉心)に示す2つのR-Z体系について、 輸送計算コードTWOTRANではFig. 3 (A炉心)、 Fig. 5 (B'炉心)に示す2つのR-Z体系についてそれぞれ行った。 A炉心は、 Fig. 6に示す様なDCA炉心のR-Zモデルであり、 テスト領域には重水無し燃料が入っており、 炉心長180cmに対してドライバー領域の重水がその半分以下で臨界になるため均質性が、 B炉心、 B'炉心よりも小さい。 それに対してB炉心、 B'炉心の方はテスト領域には重水入り燃料を入れており、 またドライバー領域の重水が炉心長近くで臨界になり、 A炉心よりも均質性の大きい炉心としている。 またB炉心、 B'炉心ではA炉心の周辺部にみられるようなボイドのみ、 重水のみの領域を取り除き、 できるだけ単純な体系にしている。

3. 3 計算手順

体系計算の手順をFig. 7に示す。

A) 全体系実効増倍率(K)の計算

テストードライバー結合体系においてドライバー領域の重水水位を変化させKが1.010～0.990程度の範囲になる重水水位で全体系実効増倍率(K)を数点計算する。

B) ドライバー領域孤立系の実効増倍率(Kd)の計算

テスト領域から燃料を取り除いてボイド状態とし、 A)で計算したのと同じ重水水位におけるドライバー領域孤立系の実効増倍率(Kd)を計算する。

C) テスト領域孤立系の実効増倍率(Kt⁰)の計算

D) Kd^0 の決定

横軸に重水水位、縦軸に K をとり、 K - 重水水位曲線を描き全体系が臨界 ($K=1$) となる重水水位 (H^0) を内挿する。次に Kd - 重水水位曲線を描き全体系が臨界となる重水水位 (H^0) でのドライバー領域孤立系の実効増倍率 (Kd^0) を決める。 (Fig. 8 ~ 15)

E) (11) 式によるテスト領域孤立系の実効増倍率 (Kt^0) の計算

第4章 計算結果及び検討

4. 1 拡散計算コード (CITATION) との比較

Table. 3、4 に A炉心及び B炉心について CITATION で計算した 4 群計算の結果を示す。これらの表より、式 (11) による Kt^0 は反応度の違いによって A炉心では最大で約 1.5%、B炉心では最大で約 3.3% のばらつきがあった。

また、CITATION で計算した Kt^0 と式 (11) による Kt^0 は、A炉心では 14.7% ~ 13.1% の違いがあり、B炉心では 4.00% ~ 0.56% の違いがあったが、反応度の大きさとの関連はみられなかった。

次に、Table. 5 に A炉心について CITATION で計算した 2 群計算の結果を示す。この表より、式 (11) による Kt^0 は反応度の違いによって最大で約 4.5% のばらつきがあった。

また、CITATION で計算した Kt^0 と式 (11) による Kt^0 は 22.1% ~ 16.6% の違いがあり、4 群計算より CITATION との差が大きくなつた。

これらのことより、考える体系によっては式 (11) が正しくないとも考えられるが、また A炉心の方が B炉心よりもボイドの量が多いため拡散計算の計算値が正しくないということも考えられる。

そこで、次に輸送計算コード TWOTRAN を用いて計算を行つた。

4. 2 輸送計算コード (TWOTRAN) との比較

Table. 6、7 に A炉心及び B' 炉心について TWOTRAN で計算した 4 群計算の結果を示す。尚、表の一番右の Kt^0 は近接 2 点間の反応度 ($\rho = 1/K - 1/K'$) を用いて (11) 式で計算した値である。

表より、式(11)による Kt^0 は反応度の違いによってA炉心では最大で約0.45%、B'炉心では最大で約1.6%のばらつきがあり、CITATIONによるばらつきよりも小さくなっている。

また、TWOTRANで計算した Kt^0 と式(11)による Kt^0 は、A炉心では11.8%~11.3%の違いがあり、B'炉心では-3.86%~-2.32%の違いがあった。しかし、どちらも反応度の大きさとの関連はみられなかった。また、近接2点間の反応度を使った場合も全く改善はみられなかった。

以上のように輸送計算コードを用いた場合も拡散計算の場合と同様に、体系によつて式(11)による Kt^0 と、直接計算による Kt^0 の差が異なることがわかつた。

これは、とりもなおさず(11)式の妥当性を否定しているとも言える。そこで(11)式を導く段階で行った近似について見直してみることにした。

4. 3 近似時の誤差について

近似をする前は(6)式より

$$\rho = (1 - 1/K) = \frac{C_i - \Delta_T \Delta_D}{\Delta_T + \Delta_D}$$

$$= - \frac{\Delta_T^0 \Delta_D^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \{ (\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0) \} (1 - E_2) + \frac{E_1}{\Delta_T + \Delta_D}$$

... (12)

$$\text{但し } E_1 = \{(\Delta_T + \Delta_D) - (1 - \rho)^2\} \rho^2$$

$$E_2 = \left(\frac{\delta C_i / C_i^0 - \delta \Delta_T \delta \Delta_D / \Delta_T^0 + \Delta_D^0}{\delta \Delta_T / \Delta_T^0 + \delta \Delta_D / \Delta_D^0} + \frac{\delta \Delta_T + \delta \Delta_D}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \right)$$

$$\times \{1 + (\delta \Delta_T + \delta \Delta_D) / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0)\}^{-1}$$

... (13)

となる。

今、 $\delta \Delta_T = 0$ として近似を行つた時に生じる ρ の誤差を $\delta \rho$ とおくと

$$\delta \rho = \rho + \frac{\delta \Delta_D \Delta_T^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} = - \frac{\delta \Delta_D \Delta_T^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} E_2 + \frac{E_1}{\Delta_T + \Delta_D}$$

$$= A + B + C$$

... (14)

となる。

但し

$$A = \frac{\{(\Delta_T + \Delta_D) - (1 - \rho)^2\} \rho^2}{\Delta_T + \Delta_D}$$

$$B = - \frac{\delta \Delta_D \Delta_T^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} - \frac{\delta C_i / C_i^0}{\delta \Delta_D / \Delta_D^0} \times \{1 + (\delta \Delta_D) / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0)\}^{-1}$$

$$C = - \frac{\delta \Delta_D \Delta_T^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} - \frac{\delta \Delta_D}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \times \{1 + (\delta \Delta_D) / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0)\}^{-1}$$

... (15)

TWOTRANによる計算値(K, Kd, Kd^0, Kt^0)を使って上記の $\delta \rho, A, B, C$ を計算した。その結果をTable. 8、9に示す。

表より ρ の誤差はA炉心で-55.5%~-46.1%、B'炉心で13.7%~6.95%となつた。

その誤差の中で δC_i を含むBの項の寄与が1部を除いて、A,Cの項より大きく、 δC_i の大きいA炉心では特にその傾向がみられる。

これらのことより結合係数の大きな炉心(A炉心)においては、(11)式は近似時の誤差を多く含んでおり、 δC_i が何らかの形で組み込まれない限り正確に Kt^0 を計算できないのではないかと思われる。

一方、テスト・ドライバー領域の各孤立体系の実効増倍率がどちらも1に近い場合(B'炉心)は、結合係数が小さいと考えられ(11)式の近似による誤差は小さくなると考えられる。

第5章　まとめ

(11)式による Kt^0 は、反応度の違い(±1%程度)によって拡散計算では最大3.3%、輸送計算では最大1.6%のばらつきがみられた。

(11)式による Kt^0 と、拡散計算及び輸送計算による Kt^0 との差が考える体系によって大きく異なった。

(11)式を導く段階で行った近似により(輸送計算の値を基にした場合に)生じる ρ の誤差は最大で55.5%となり、その誤差の中で δC_i を含む項の割合が高いため、結合係数の大小によって(11)式の妥当性が違ってくることが分かった。

参考文献

(1) : PNC Improvement of DCA for Criticality safety study

(2) : R. Avery Theory of Coupled Reactors

Proc. of the Second U. N. Inter Conf. on Peaceful
Uses of Atomic Energy

Table 1 Specification of Fuel

	Driver Region 0. 87 w t % PuO ₂ - UO ₂	Test Region 0. 54 w t % PuO ₂ - UO ₂
Fuel Pellet		
Density (g / cm ³)	1 0. 1 7	1 0. 1 7
Diameter (mm)	1 4. 7 2	1 4. 6 9
Enrichment (w t %)	0. 862	0. 542
Composition (w t %)		
²³⁵ U	0. 6194	0. 6214
²³⁸ U	86. 503	86. 782
²³⁸ Pu	0. 000145	0. 000102
²³⁹ Pu	0. 6849	0. 4304
²⁴⁰ Pu	0. 06584	0. 04115
²⁴¹ Pu	0. 00696	0. 004359
²⁴² Pu	0. 00051	0. 000303
O	12. 12	12. 12
Fuel Pin		
Cladding Material		Zircaloy- 2
Cladding I. D. (mm)		15. 0
Cladding O. D. (mm)		16. 6
Gap Material		Herium

Table 2 Energy Group Structure of 4 and 2 Groups

a) 4 Groups

Group	Corresponding group in 63 groups	Energy range						
1	1 - 1 4	1 0.	0	-	0.	9 1 1 8	(M e V)	
2	1 5 - 2 8	9 1 1 8		-	8.	3 1 5 3	(e V)	
3	2 9 - 3 3	8.	3 1 5 3	-	0.	6 8 5 2 6	(e V)	
4	3 4 - 6 3	6 8 5.	2 6	-	0.	0 1	(1 0 ⁻³ e V)	

b) 2 Groups

Group	Corresponding group in 63 groups	Energy range						
1	1 - 3 3	1 0	(M e V)	-	0.	6 8 5 2 6	(e V)	
2	3 4 - 6 3	6 8 5.	2 6	-	0.	0 1	(1 0 ⁻³ e V)	

Table. 3 Summary by The Diffusion Calculation (A core: 4Groups)

重水水位 (mm)	K	ρ ($\delta K/K$)	K _D	K _D ⁰	K _T	
					CITATION	式 (1)
414. 6	0. 9907	-9. 387E-3	0. 8624			0. 9460
514. 6	0. 9953	-4. 722E-3	0. 8762			0. 9477
564. 6	0. 9980	-2. 004E-3	0. 8843			0. 9513
644. 6	1. 0024	2. 394E-3	0. 8981	0. 8908	0. 8292	0. 9467
664. 6	1. 0037	3. 686E-3	0. 9019			0. 9457
714. 6	1. 0068	6. 754E-3	0. 9103			0. 9421
764. 6	1. 0102	1. 010E-2	0. 9186			0. 9377

Table. 4 Summary by The Diffusion Calculation (B core: 4Groups)

重水水位 (mm)	K	ρ ($\delta K/K$)	K _D	K _{D⁰}	K _T	
					CITATION	式 (1)
850	0.9973	-2.707E-3	0.9104			0.9083
900	1.0009	8.991E-4	0.9174			0.9157
950	1.0043	4.281E-3	0.9236			0.9028
1000	1.0074	7.345E-3	0.9290	0.9156	0.8805	0.8975
1050	1.0102	1.009E-2	0.9334			0.8942
1100	1.0123	1.215E-2	0.9367			0.8854

Table. 5 Summary by The Diffusion Calculation (A core: 2Groups)

重水水位 (mm)	K	ρ (δ K/K)	K _D	K _D ⁰	K _T	
					CITATION	式(1)
664.6	0.9883	-1.183E-2	0.8968			0.9074
689.6	0.9914	-8.675E-3	0.9031			0.9027
714.6	0.9946	-5.429E-3	0.9093			0.8970
739.6	0.9975	-2.506E-3	0.9149			0.8726
764.6	1.0007	6.995E-4	0.9203	0.9190	0.7432	0.9056
789.6	1.0040	3.984E-3	0.9254			0.8664
814.6	1.0065	6.458E-3	0.9303			0.8919
839.6	1.0093	9.214E-3	0.9348			0.8866
864.6	1.0121	1.196E-2	0.9392			0.8825

Table 6 Summary by The Transport Calculation (A core)

D20 LEVEL (cm)	K	ρ	Kd	Kd ^e	Kt ^e		
					TWOTRAN	Eq.(1)	Eq.(1)*
21.46	0.9903	-9.80E-3	0.8976			0.9355	
31.46	0.9933	-6.75E-3	0.9041			0.9381	0.9181
41.46	0.9970	-3.01E-3	0.9126	0.9196	0.8401	0.9394	0.9300
51.46	1.0016	1.60E-3	0.9232			0.9359	0.9351
61.46	1.0069	6.85E-3	0.9354			0.9384	0.9407
71.46	1.0129	1.27E-2	0.9481			0.9350	0.9383

* $\rho = 1/K - 1/K'$ was used as a reactivity .

Table 7 Summary by The Transport Calculation (B'core)

D20 LEVEL (cm)	K	ρ	Kd	Kd ^e	Kt ^e		
					TWOTRAN	Eq.(1)	Eq.(1)*
70.0	0.9923	-7.76E-3	0.8805			0.8752	
80.0	0.9969	-3.11E-3	0.8891			0.8737	0.8684
90.0	1.0012	1.20E-3	0.8970	0.8948	0.8960	0.8741	0.8707
100.0	1.0052	5.17E-3	0.9039			0.8614	0.8584
120.0	1.0109	1.08E-2	0.9145			0.8728	0.8861

* $\rho = 1/K - 1/K'$ was used as a reactivity .

Table 8 The Error of The Reactivity Based on The Transport Calculation. (A core)

D20 LEVEL (cm)	Kt ²		(E-C)/E (%)	ρ	$\delta \rho$	$\delta \rho / \rho$ (%)	δC_i	A	B	C
	TWOTRAN (C)	Eq.(1) (E)								
21.46		0.9355	11.4	-9.80E-3	5.02E-3	-51.2	1.07E-3	-2.77E-4	4.07E-3	1.23E-3
31.46		0.9381	11.7	-6.75E-3	3.65E-3	-54.1	8.09E-4	-1.35E-4	3.16E-3	6.25E-4
41.46	0.8401	0.9394	11.8	-3.01E-3	1.67E-3	-55.5	3.86E-4	-2.78E-5	1.56E-3	1.32E-4
51.46		0.9359	11.4	1.60E-3	-7.93E-4	-49.6	-1.94E-4	-8.19E-6	-8.21E-4	3.64E-5
61.46		0.9384	11.7	6.85E-3	-3.56E-3	-52.0	-9.30E-4	-1.59E-4	-4.14E-3	7.40E-4
71.46		0.9350	11.3	1.27E-2	-5.86E-3	-46.1	-1.65E-3	-5.84E-4	-7.83E-3	2.55E-3

Table 9 The Error of The Reactivity Based on The Transport Calculation. (B'core)

D20 LEVEL (cm)	Kt ⁰		(E-C)/C (%)	ρ	$\delta \rho$	$\delta \rho / \rho$ (%)	δC_i	A	B	C
	TWOTRAN (C)	Eq.(1) (E)								
70.0		0.8752	-2.32	-7.76E-3	-5.39E-4	6.95	-1.74E-4	-2.13E-4	-7.81E-4	4.55E-4
80.0		0.8737	-2.49	-3.11E-3	-2.57E-4	8.26	-6.38E-5	-3.56E-5	-2.97E-4	7.52E-5
90.0	0.8960	0.8741	-2.44	1.20E-3	1.08E-4	9.00	2.10E-5	-5.49E-6	1.02E-4	1.16E-5
100.0		0.8614	-3.86	5.17E-3	7.06E-4	13.7	1.21E-4	-1.06E-4	6.05E-4	2.06E-4
120.0		0.8728	-2.59	1.08E-2	1.25E-3	11.6	1.36E-4	-4.84E-4	-7.15E-4	1.02E-3

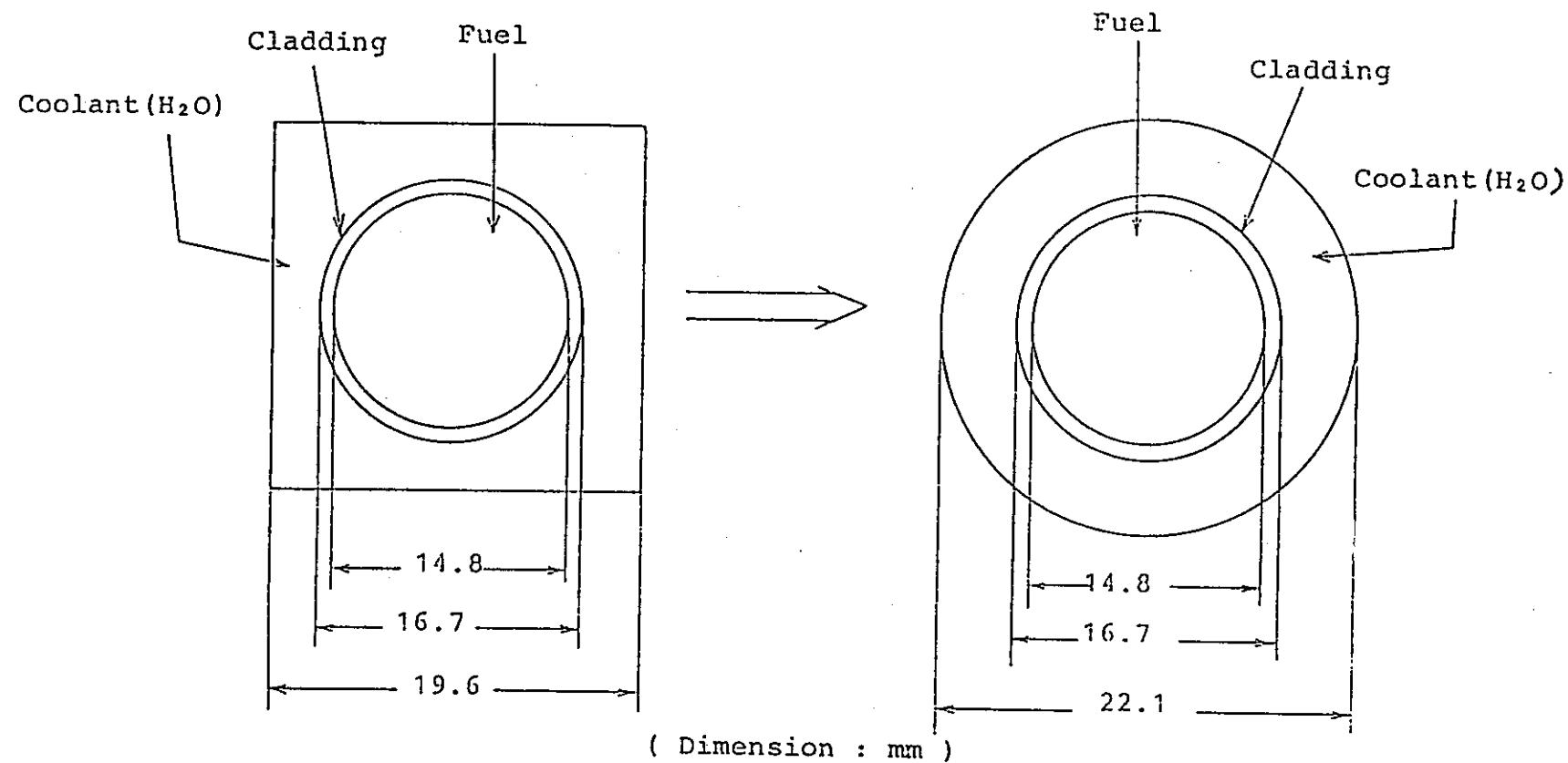


Fig. 1 Model used to make Effective Cross Section of The Cell

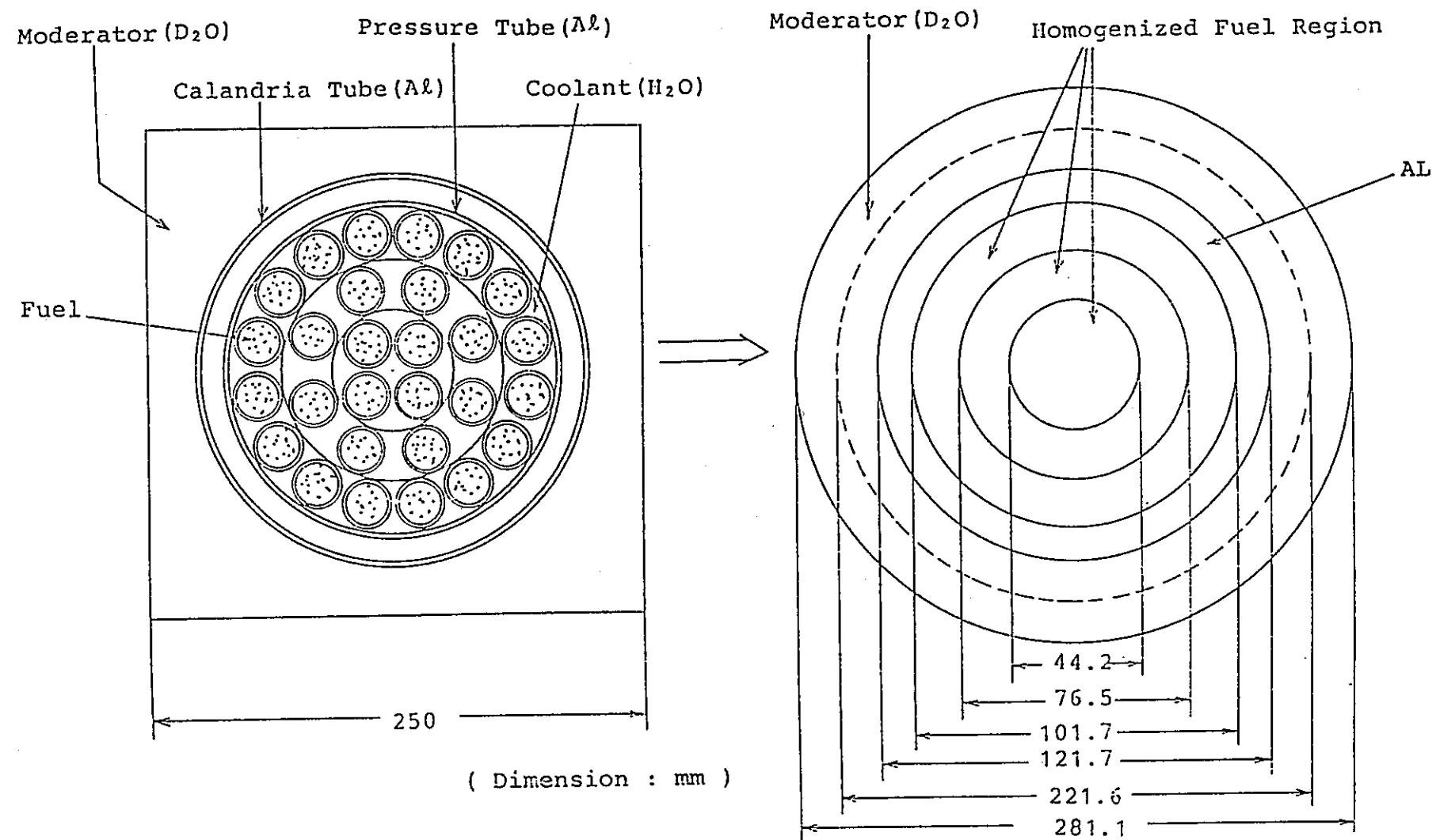


Fig. 2 Model used to Calculate Cell Parameters in The Fuel Assembly

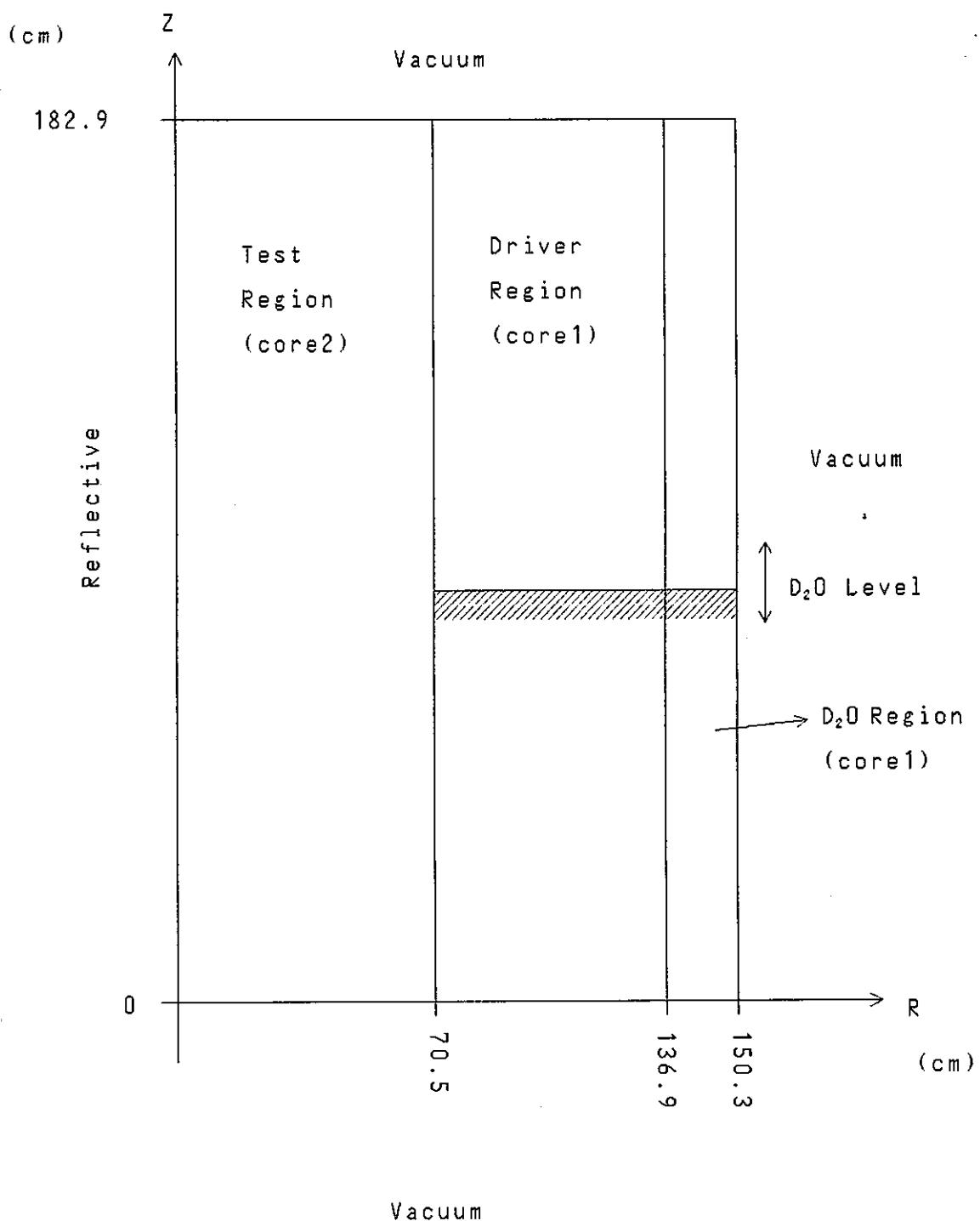


Fig 3 Calculational model (A core)

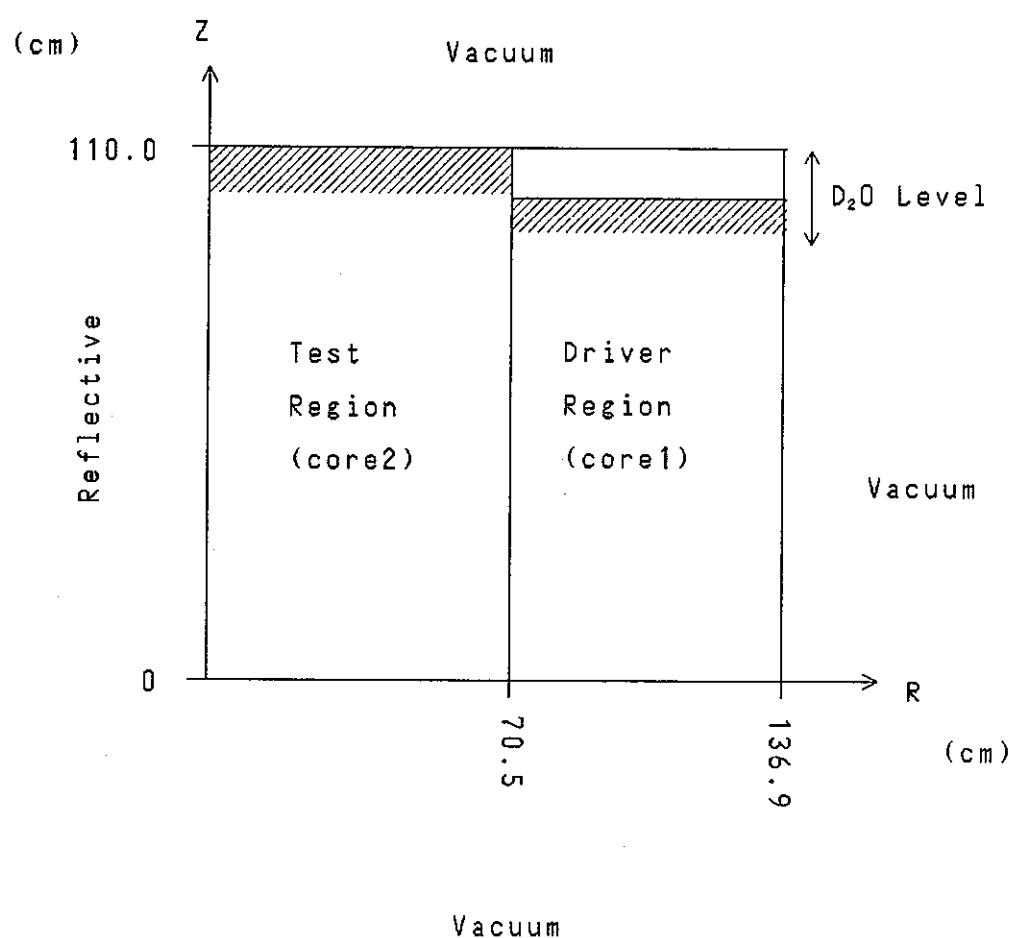


Fig. 4 Calculational model (B core)

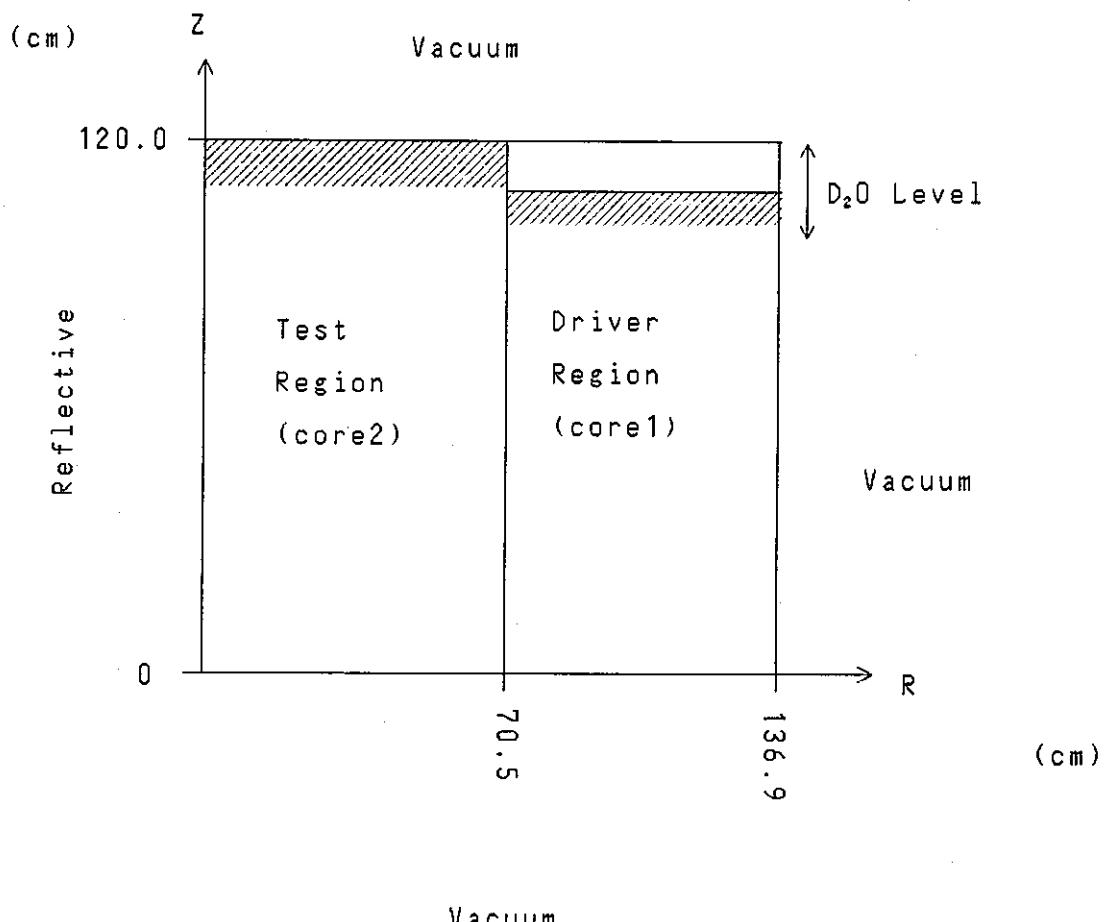
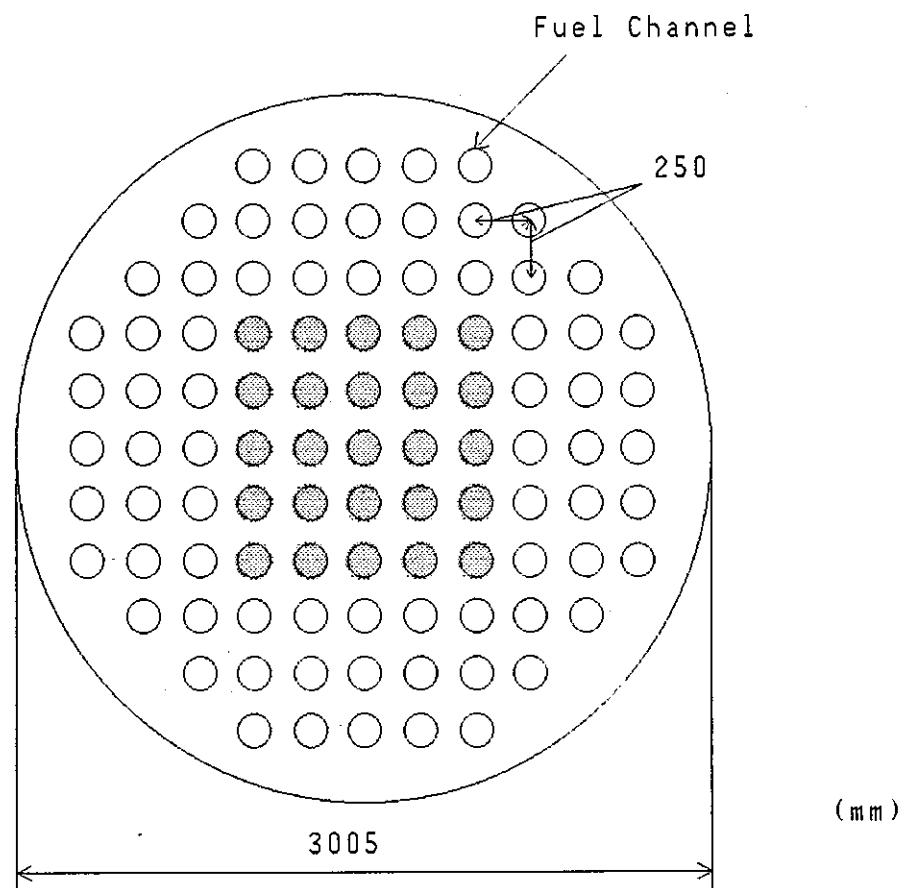


Fig 5 Calculational model (B'core)



Number of Fuel Cluster 97

○ 0.87w/o $\text{PuO}_2\text{-UO}_2$ (72Channel)

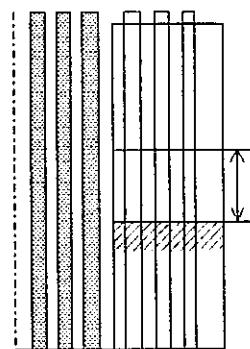
Driver Region

● 0.54w/o $\text{PuO}_2\text{-UO}_2$ (25Channel)

Test Region

Fig 6 Figure of DCA Core

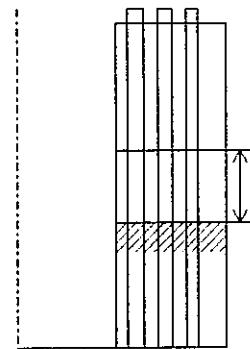
(A)



Calculate the K_{eff} of coupled core for
several D₂O level.(K)

CITATION and TRITAC

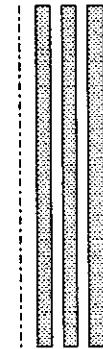
(B)



Calculate the K_{eff} of driver region for
the same D₂O level.(Kd)

CITATION and TRITAC

(C)



Calculate the K_{eff} of test region.(Kt)

CITATION and TRITAC

(D)

Calculate the Kt from eq.(11)

(E)

Fig 7 Process of The Core Calculation

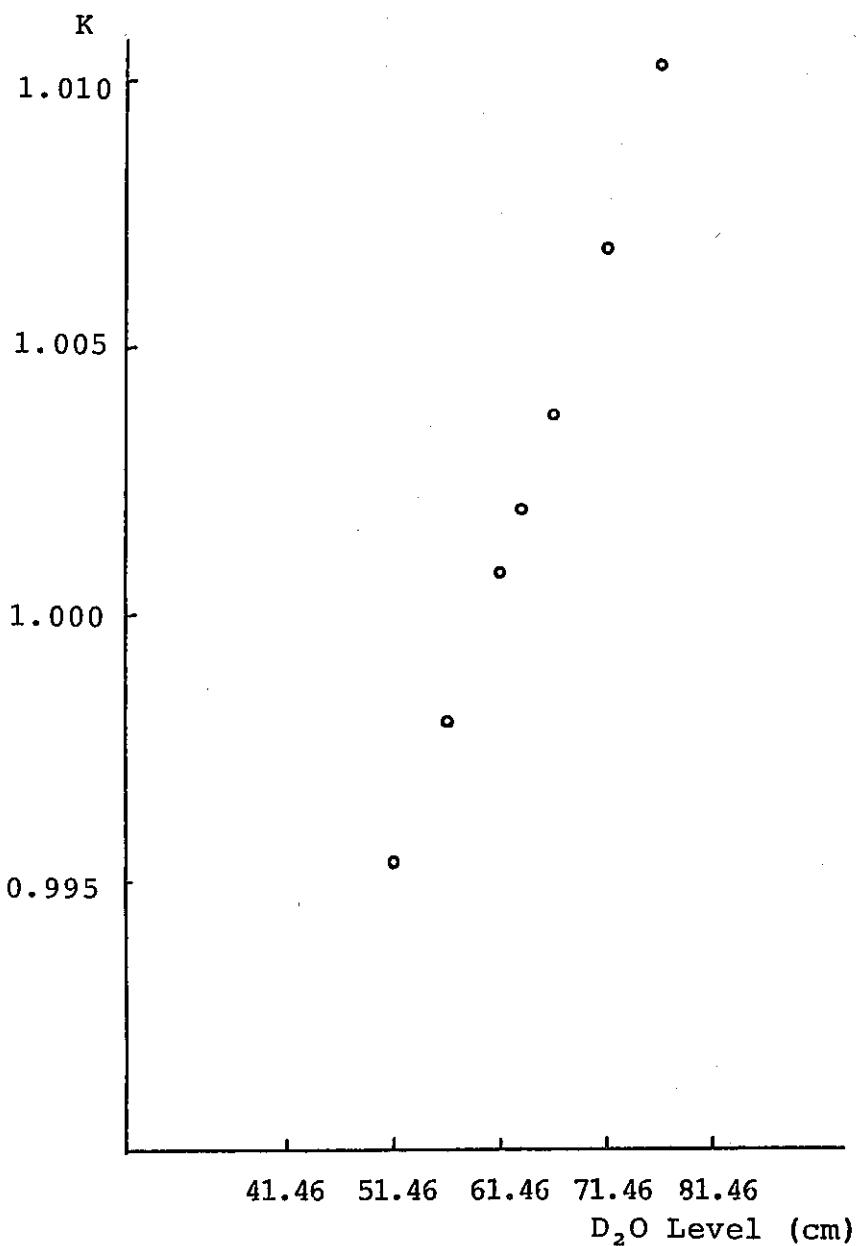


Fig. 8 K-D₂O Level Curve (CITATION, A Core)

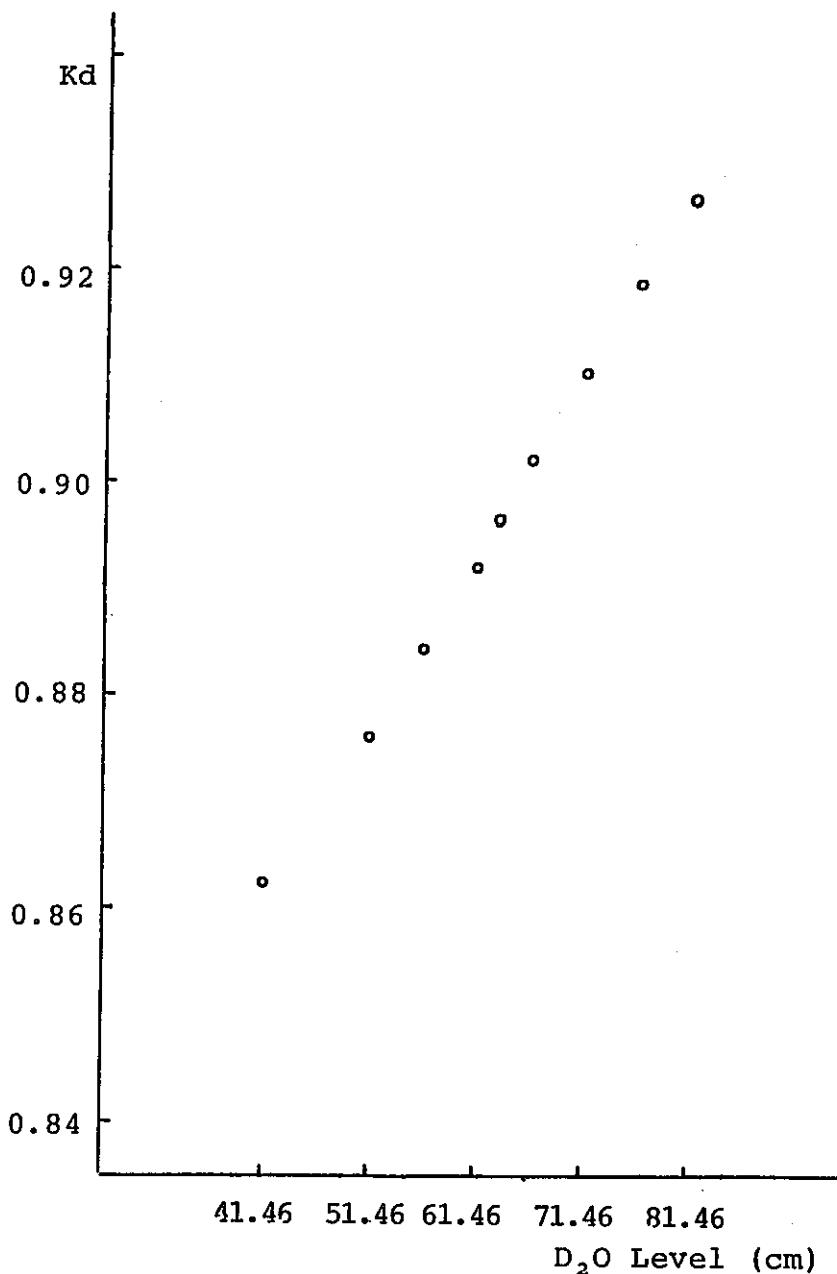


Fig. 9 Kd-D₂O Level Curve (CITATION, A Core)

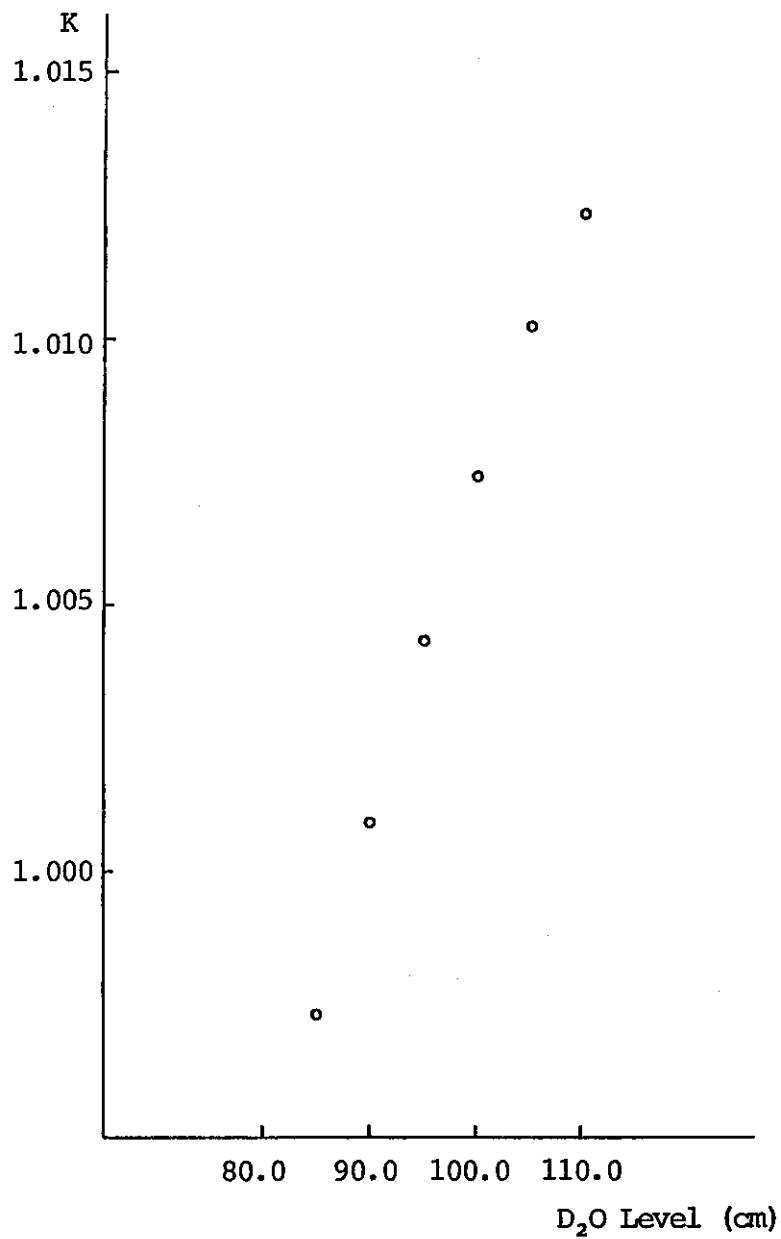


Fig.10 K-D₂O Level Curve (CITATION, B Core)

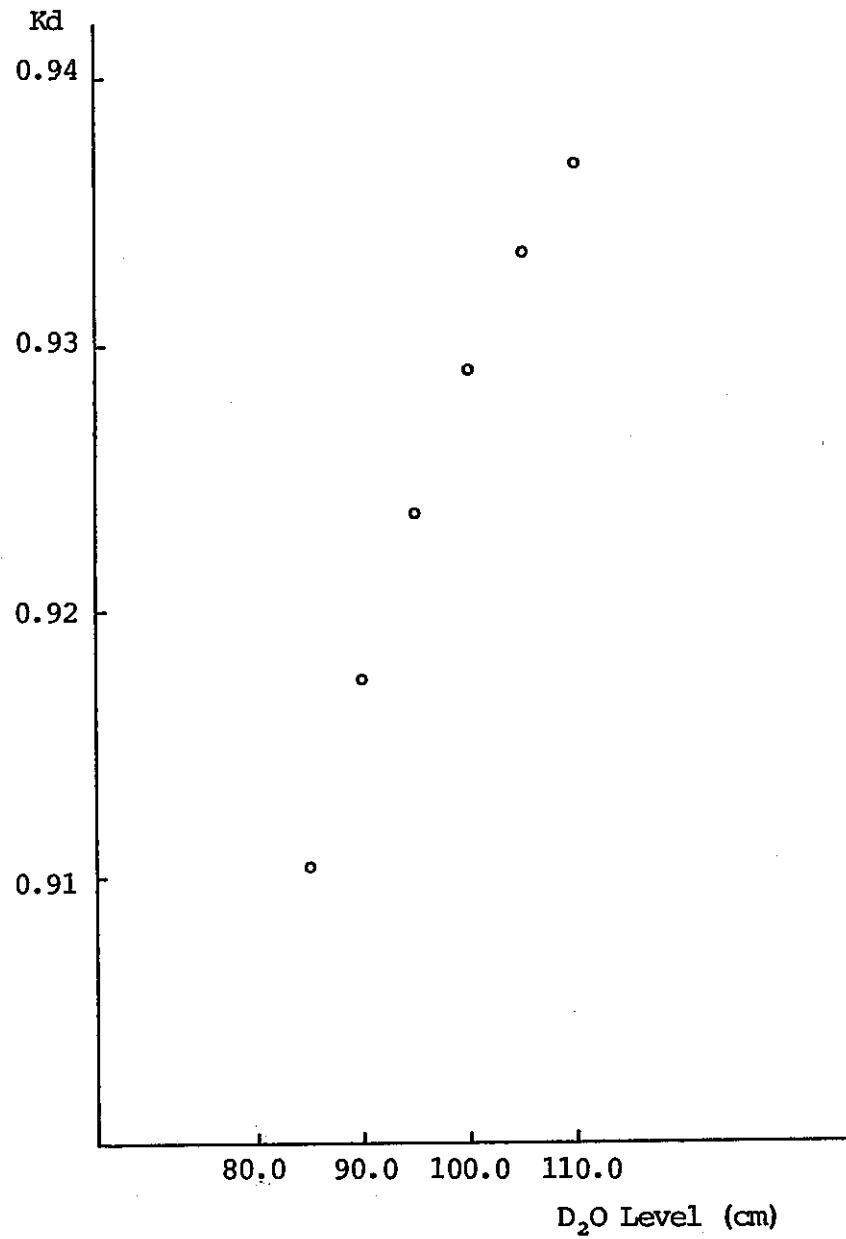


Fig.11 Kd-D₂O Level Curve (CITATION, B Core)

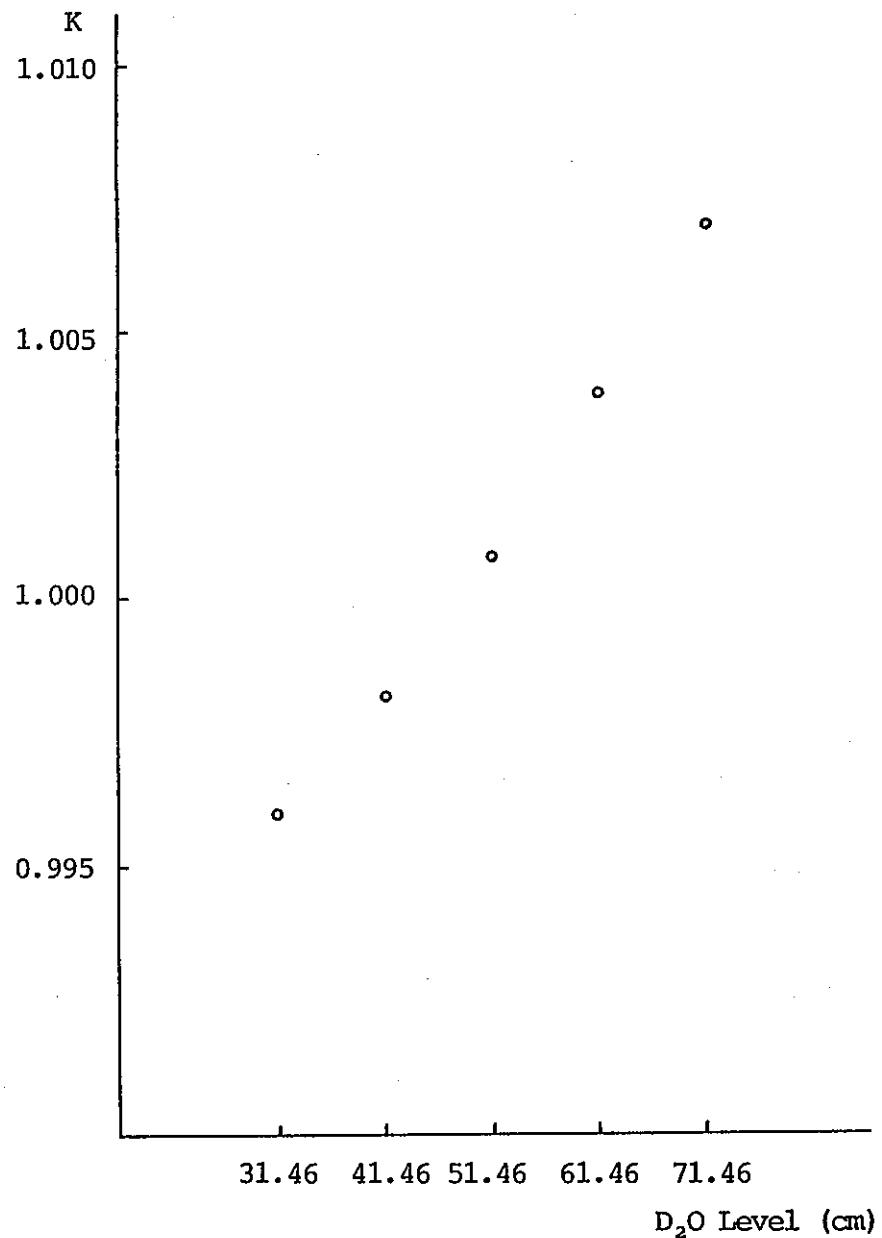


Fig.12 K-D₂O Level Curve (TRITAC, A Core)

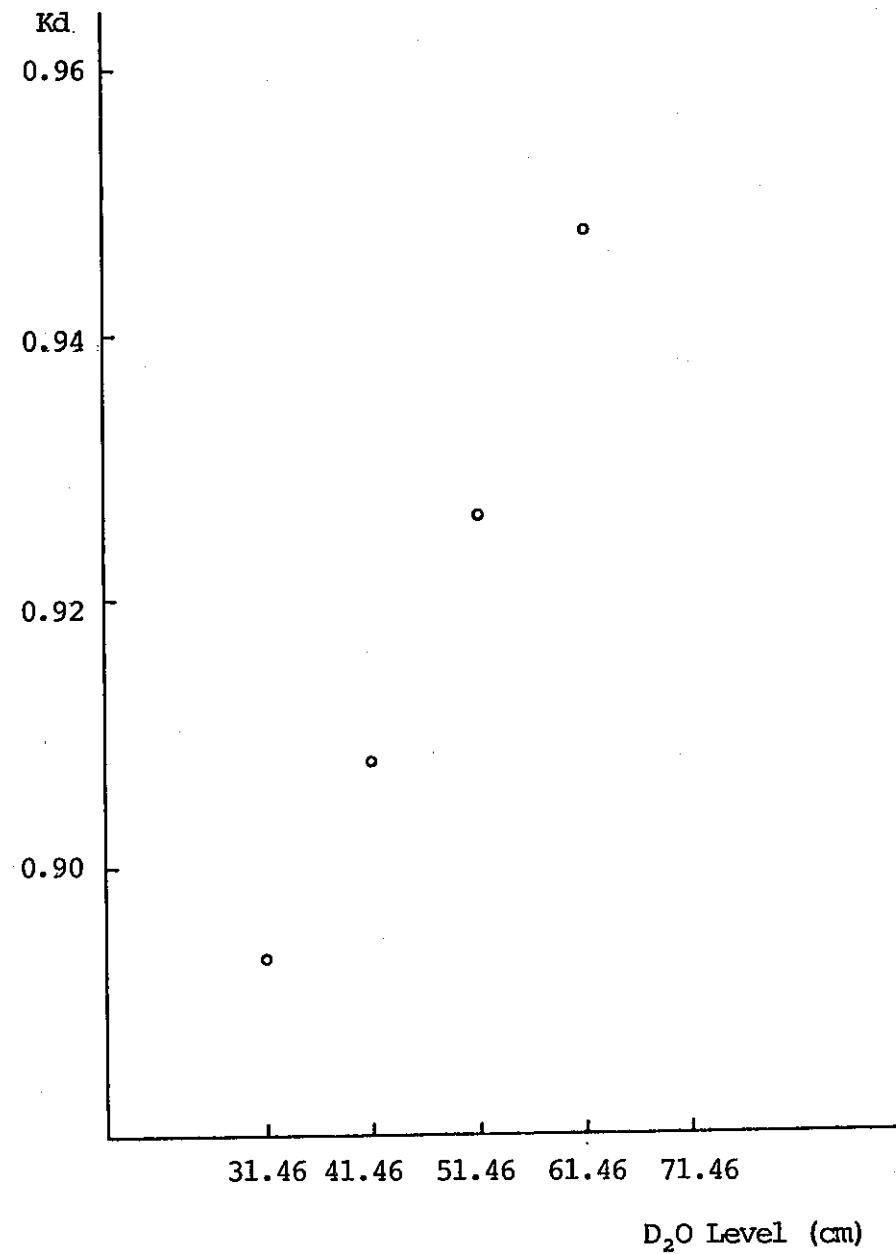


Fig.13 Kd-D₂O Level Curve (TRITAC, A Core)

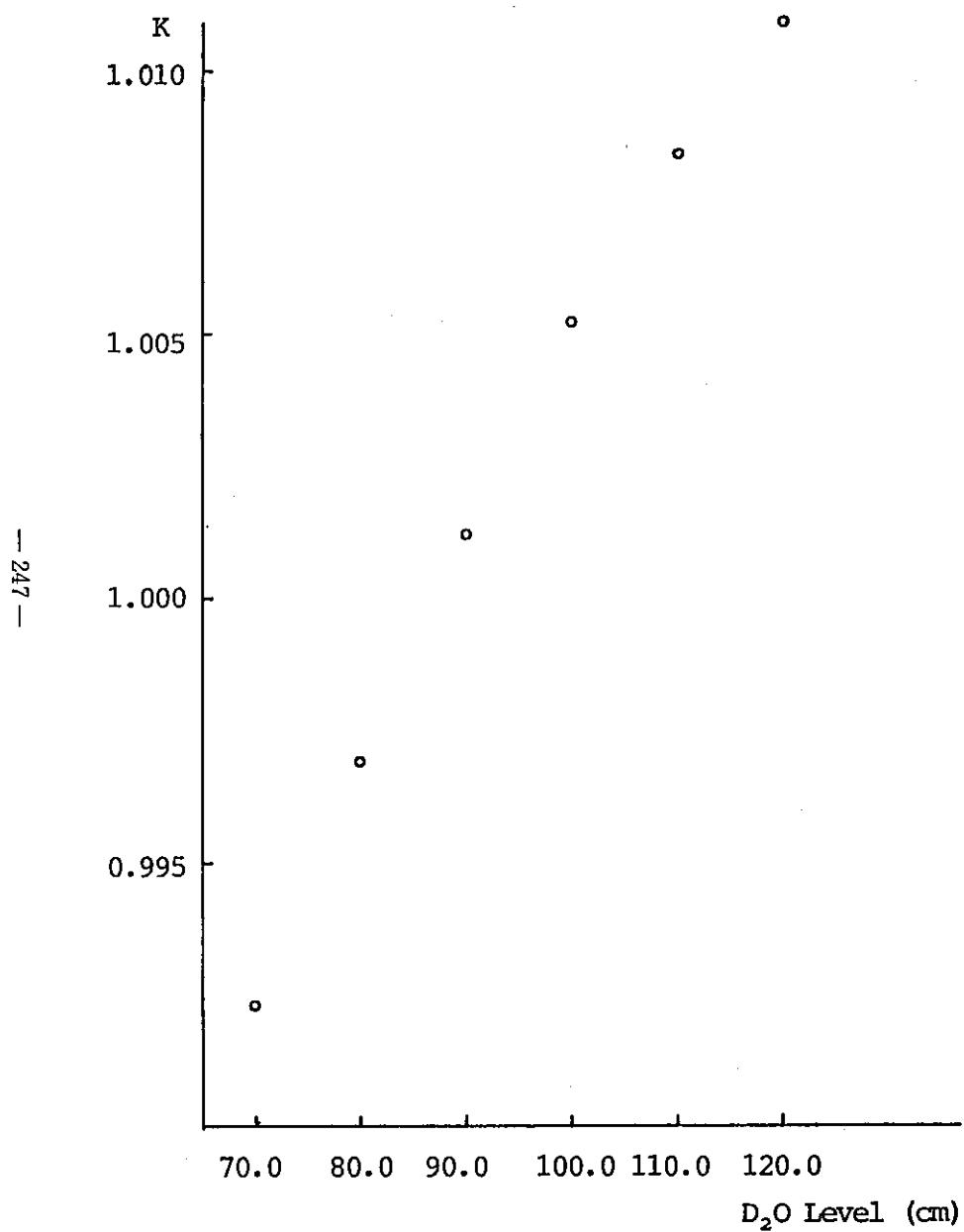


Fig.14 K-D₂O Level Curve (TRITAC, B' Core)

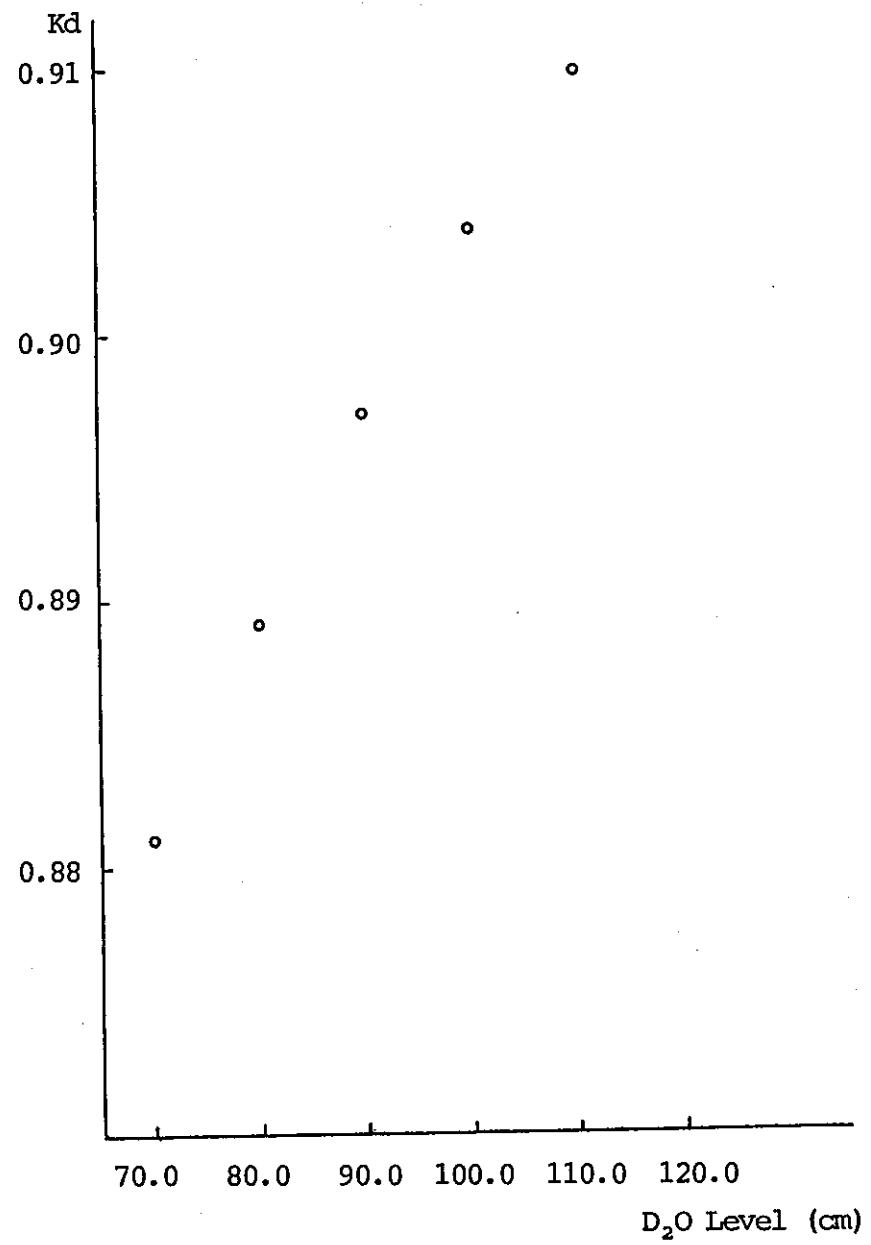


Fig.15 Kd-D₂O Level Curve (TRITAC, B' Core)

付録 A R. Averyの式から実験式の導出

本文(5')式より

$$(K-K_T)(K-K_D)=C_i \quad \cdots (A 1)$$

但し

$$C_i = K_T D K_D T (1 - \delta K_T / (K - K_T))^{-1} (1 - \delta K_D / (K - K_D))^{-1}$$

K_T 、 K_D はそれぞれ単独(孤立系)で存在する場合の実効増倍率であり、 C_i は結合係数と呼んで全体系の実効増倍率 K を生じるメカニズムは、すべて C_i に含まれるとする。

$\Delta_T = 1 - K_T$ 、 $\Delta_D = 1 - K_D$ とおくと(A 1)式の左辺は

$$\begin{aligned} & (K-1+\Delta_T)(K-1+\Delta_D) \\ &= (K-1+\Delta_T)(K-1+\Delta_D) \\ &= (K-1)^2 + (\Delta_T + \Delta_D)(K-1) + \Delta_T \Delta_D \end{aligned} \quad \cdots (A 2)$$

ここで全体系反応度を $\rho (=1-1/K)$ とおくと、 ρ が微小の時は、(A 2)式を更に変形して

$$\begin{aligned} (A 2) &= \rho^2 (1-\rho)^2 + (\Delta_T + \Delta_D) \rho (1-\rho) + \Delta_T \Delta_D \\ &= (\Delta_T + \Delta_D) \rho + \Delta_T \Delta_D - \{(\Delta_T + \Delta_D) - (1-\rho)^2\} \rho^2 \\ &\cdots (A 3) \end{aligned}$$

ここで、 $\{(\Delta_T + \Delta_D) - (1-\rho)^2\} \rho^2 \equiv E_1$ とおくと、(A 3)式及び(A 1)式より

$$\rho = (C_i - \Delta_T \Delta_D) / (\Delta_T + \Delta_D) + E_1 / (\Delta_T + \Delta_D) \quad \cdots (A 4)$$

全体を臨界($\rho=0$)にした場合

$$C_i^0 = (1 - K_T^0)(1 - K_D^0) = \Delta_T^0 \Delta_D^0 \quad \cdots (A 5)$$

サフィックスの0は臨界状態を示す。

$$C_i = C_i^0 + \delta C_i$$

$$\Delta_T = \Delta_T^0 + \delta \Delta_T$$

$$\Delta_D = \Delta_D^0 + \delta \Delta_D \quad \cdots (A 6)$$

とおくと

$$\rho - E_1 / (\Delta_T + \Delta_D) = \{ (C_i + C_i^0) - (\Delta_T + \Delta_T^0)(\Delta_D + \Delta_D^0) \} \\ \times \{ (\Delta_T + \Delta_T^0) + (\Delta_D + \Delta_D^0) \}^{-1}$$

但し

$$= - \frac{\Delta_T^0 \Delta_D^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \quad \{ (\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0) \} (1 - E_2) \\ \cdots (A 7)$$

$$E_2 = \left(\frac{\delta C_i / C_i^0 - \delta \Delta_T \delta \Delta_D / \Delta_T^0 + \Delta_D^0}{\delta \Delta_T / \Delta_T^0 + \delta \Delta_D / \Delta_D^0} + \frac{\delta \Delta_T + \delta \Delta_D}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \right) \\ \times \{ 1 + (\delta \Delta_T + \delta \Delta_D) / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0) \}^{-1} \cdots (A 8)$$

ここで、 $E_1 = 0, E_2 \ll 1$ ならば

$$\rho = - \frac{\Delta_T^0 \Delta_D^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \quad \{ (\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0) \} \cdots (A 9)$$

D-D実験では、ドライバー領域のみの実効増倍率を変化させて反応度を投入するので $\delta \Delta_T = 0$ となり (A 9) 式は

$$\rho = - \frac{\Delta_T^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} (\delta \Delta_D) \cdots (A 10)$$

となる。

(A 10) 式を変形すると次式のようになりテスト領域の実効増倍率 Kt^0 が求まる。

$$Kt^0 = 1 + \frac{\rho}{\{ (1 + \rho / \delta \Delta_D) (\delta \Delta_D / \Delta_D^0) \}} \cdots (A 11)$$

付録B E₂の変形

(A 8) 式より

$$E_2 = \left(\frac{\delta C_i/C_i^0 - \delta \Delta_T \delta \Delta_D / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0)}{\delta \Delta_T / (\Delta_T^0 + \delta \Delta_D / \Delta_D^0)} + \frac{\delta \Delta_T + \delta \Delta_D}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \right) \\ \times \{1 + (\delta \Delta_T + \delta \Delta_D) / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0)\}^{-1} \quad \cdots (A 8)$$

δC_i に (A 3) 式を代入して

$$\delta C_i/C_i^0 = \{(\Delta_T + \Delta_D) \rho + \Delta_T \Delta_D - \Delta_T^0 \Delta_D^0 - E_1\} / \Delta_T^0 \Delta_D^0 \quad \cdots (A 12)$$

ρ に (A 9) 式を代入すると

$$\delta C_i/C_i^0 = \left[- \frac{\Delta_T^0 \Delta_D^0}{\Delta_T^0 + \Delta_D^0} \{(\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0)\} (\Delta_T + \Delta_D) \right. \\ \left. + (\Delta_T^0 + \delta \Delta_T) (\Delta_D^0 + \delta \Delta_D) - \Delta_T^0 \Delta_D^0 - E_1 \right] / \Delta_T^0 \Delta_D^0 \\ = - \frac{\Delta_D^0 (\delta \Delta_T)^2 + \Delta_T^0 (\delta \Delta_D)^2 + (\Delta_T^0 + \Delta_D^0) E_1}{(\Delta_T^0 + \Delta_D^0) \Delta_T^0 \Delta_D^0} \\ \cdots (A 13)$$

(A 8) 式の右辺の分子に (A 13) 式を代入すると

$$\left[- \Delta_D^0 (\delta \Delta_T)^2 - \Delta_T^0 (\delta \Delta_D)^2 - (\Delta_T^0 + \Delta_D^0) E_1 \right. \\ \left. - (\Delta_T^0 + \Delta_D^0) \delta \Delta_T \delta \Delta_D + (\delta \Delta_T + \delta \Delta_D) \right. \\ \left. \times \{(\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0)\} \Delta_T^0 \Delta_D^0 \right] \\ \times \{ \Delta_T^0 \Delta_D^0 (\Delta_T^0 + \Delta_D^0) \}^{-1} \{(\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0)\}^{-1} \\ = - \frac{E_1}{\{(\delta \Delta_D / \Delta_D^0) + (\delta \Delta_T / \Delta_T^0)\}} \quad \cdots (A 14)$$

(A 9) 式を代入すると

$$(A 14) = \frac{E_1}{(\Delta_T^0 + \Delta_D^0) \rho} \quad \cdots (A 15)$$

(A 15) 式を (A 8) 式に代入して

$$E_2 = \frac{E_1}{(\Delta_T^0 + \Delta_D^0) \rho} \cdot \frac{1}{1 + (\delta \Delta_D + \delta \Delta_T) / (\Delta_T^0 + \Delta_D^0)} \\ = \frac{E_1}{(\Delta_T + \Delta_D) \rho} \quad \cdots (A 16)$$

謝　　辞

本研究を進めるに当たり、有益な情報を提供され、御助言を頂いた動力炉・核燃料開発事業団高速増殖炉開発本部の白方敬章・山本敏久の各氏に深く感謝の意を表する次第である。