

J299 77-01

配布限定

本資料は 年 月 日付で登録区分、
変更する。

2001. 7. 31

[技術情報室]

層流管内流动解析コード 開発報告書

分置

1977年1月

株式会社 数値解析研究所

この資料は動燃事業団の開発業務を進めるた

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)

配布限定

T SJ 299 77-01



層流管内流動解析コード

* 開発報告書

安藤和昌** 沖 真** 宮本義弘**

要 旨

高速炉燃料集合体出口部における冷却材ナトリウムの流動状況を把握するため、整流管内におかれた炉内計装用案内管近傍の流動解析が必要とされる。このために、第1段階として整流管に相当する円管内に軸対称物体が存在する場合の粘性流体の層流定常流の速度分布を計算するコードが開発された。

本報告書は、このプログラムの背景となる理論および試計算等をまとめたものである。

* 本報告書は、株式会社数値解析研究所が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究の成果である。

** 株式会社数値解析研究所 技術部

NOT FOR PUBLICATION

SJ299 77-01



Report of Analysis Code*
for Laminar Flow in an Annulus

By Kazumasa Ando**, Makoto Oki** and
Yoshihiro Miyamoto**

Abstract

For the purpose of studying the coolant flow field around in-core monitors located just above the LMFBR core, a computer program was developed for laminar flow in the concentric annulus between an instrument thimble and a flow duct as the first step.

It is assumed that the fluid are steady, incompressible and viscous, and the coordinate system is one of three-dimensional axisymmetric coordinates.

We can analyze the velocity distribution around an axisymmetric rod (thimble) in an annulus with the aid of this program.

* Work performed by Japan Advanced Numerical Analysis, Inc. under contract with Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation.

** Japan Advanced Numerical Analysis, Inc. Technical Division.

層流管内流動解析コード 開発報告書

目 次

1. まえがき	1
2. 理 論	2
2.1 解析範囲	3
2.2 解析モデル	3
2.3 基礎方程式	3
2.4 基礎方程式の無次元化	5
2.5 差分方程式	6
2.6 境界条件	12
2.7 数値解析法	19
3. プログラム	20
3.1 プログラムシステムの概略	20
3.2 概略フローチャート	22
4. テスト計算例	23
4.1 解析モデル	23
4.2 等速分布結果	27
4.3 放物分布結果	39
4.4 結果の比較検討	48
5. むすび	57
参考文献	57
附録	58
1. 入力形式	59
2. 出力形式	63
3. プログラム構成	71

図 表 目 次

図- 1	3次元軸対称解析モデル	3
図- 2	格子分割	6
図- 3	壁境界 I	12
図- 4	壁境界 II	12
図- 5	壁境界 III	12
図- 6	格子点	16
図- 7	格子点	18
図- 8	機器構成	21
図- 9	概略フローチャート	22
図- 10	解析モデル	23
図- 11	格子分割図	24
図- 12	格子分割図(タイプ1の拡大図)	25
図- 13	先端部形状	26
図- 14(a)	等速分布, タイプ2, $Re=5000$, $\alpha=1.0$ の場合の収束状況	29
図- 14(b)	等速分布, タイプ2, $Re=5000$, $\alpha=0.8$ の場合の収束状況	30
図- 15	等速分布, タイプ2, $Re=2000$, $\alpha=1.0$ の場合の収束状況	31
図- 16	等速分布 タイプ1 $Re=50$ のプロッタ図	32
図- 17	" タイプ1 $Re=5000$ "	33
図- 18	" タイプ1 $Re=20000$ "	34
図- 19	" タイプ2 $Re=5000$ "	35
図- 20	" タイプ2 $Re=20000$ "	36
図- 21	" タイプ3 $Re=5000$ "	37
図- 22	" タイプ4 $Re=5000$ "	38
図- 23	放物分布 タイプ1 $Re=50$	40
図- 24	" タイプ1 $Re=5000$ "	41
図- 25	" タイプ1 $Re=20000$ "	42
図- 26	" タイプ2 $Re=5000$ "	43
図- 27	" タイプ2 $Re=20000$ "	44
図- 28	" タイプ3 $Re=5000$ "	45

図- 29	放物分布 タイプ 3 $Re=20000$ のプロッタ図	46
図- 30	放物分布 タイプ 4 $Re=5000$ のプロッタ図	47
図- 31	形状のちがいによる速度分布の比較(等速分布 $Re=200$)	50
図- 32	形状のちがいによる速度分布の比較(放物分布 $Re=200$)	51
図- 33	レイノルズ数のちがいによる速度分布の比較(等速分布 タイプ 1)	52
図- 34	レイノルズ数のちがいによる速度分布の比較(放物分布 タイプ 1)	53
図- 35	レイノルズ数のちがいによる速度分布の比較(放物分布 タイプ 2)	54
図- 36	入口速度分布のちがいによる速度分布の比較(タイプ 1 $Re=200, 5000$)	55
図- 37	うず領域の発達状態	56
表- 1	等速分布の場合の各レイノルズ数における所要反復回数	28
表- 2	放物分布の場合の各レイノルズ数における所要反復回数	39

1. まえがき

解析の対象となっている物理現象は、円管内に配置した軸対称な炉内計装用案内管まわりのナトリウムの流れで、レイノルズ数が $5 \sim 6 \times 10^5$ 程度 (500°C) のものである。

レイノルズ数が二千数百になると円管内の流れは層流より乱流になると云われている。

これら流体に対する一般的な解析手法は大きく分けると、Navier-Stokesの方程式によるものと、境界層の運動量方程式を解く方法になる。

乱流の計算方法は上記 2 方法ともに研究されているが、各種係数等は実験によって決定されているのが現状である。

そのため、今回は流動解析の第 1 ステップとして、層流における Navier-Stokesの方程式を用いて、円管内にある炉内計装用案内管まわりの流動を解析するコードを開発した。そして今後、これを改良し、乱流の解析に適用出来ることも考慮した。

Navier-Stokesの方程式による方法にも、差分法と有限要素法の二種が考えられる。現在有限要素法ではレイノルズ数が高くなると問題があり、形状は任意でよい利点はあるが計算時間が多くかかる、また今後の発展等の問題より今回は差分法を採用した。そして差分法でも解の収束性のよいと云われている up-wind difference 法を用いた。

プログラムは軸対称物体の形状、入口の流速分布そしてレイノルズ数等の指示ができる。計算結果は各レイノルズ数毎にうず度、流れ関数そして速度をプリンターに、また等うず度線、流線そして速度分布図をプロッターに出力する。

プログラムは全て FORTRAN IV で書かれ、将来、他の大形計算機への設置は容易である。

テスト計算例では、先端形状、レイノルズ数および入口流速分布の変化による流速分布等の比較検討を行なった。

2 理論

この章に記されている内容を下記に挙げる。

- 2.1 解析範囲
- 2.2 解析モデル
- 2.3 基礎方程式
- 2.4 基礎方程式の無次元化
- 2.5 差分方程式
- 2.6 境界条件
 - 2.6.1 壁面上
 - 2.6.2 対称軸上
 - 2.6.3 入口
 - 2.6.4 出口
- 2.7 数値解析法

ここで用いられている記号を下記に挙げる。

z : 軸方向座標	v_z : 軸方向速度
r : 半径方向座標	ψ : 流れ関数
ρ : 密度	Ω : うず度
ν : 動粘性係数	d_0 : 管入口直徑
p : 圧力	v_0 : 入口平均流速
v_r : 半径方向速度	R_e : レイノルズ数

2.1 解析範囲

円管内に軸対称物体がある場合の流れを解析することとする。

流体は非圧縮性、物性値一定の粘性流体で流れは層流の定常流であると仮定する。

基礎方程式は Navier-Stokes 方程式と連続の方程式をうず度と流れ関数を未知数とした式を用いる。

基礎方程式を数値解析的に解く方法として、差分法の up-wind difference 法を用いる。

入口の流速分布は等速又は放物分布のどちらでも選べる。

2.2 解析モデル

管内に半無限長の軸対称物体がある 3 次元軸対称構造を解析対象とする。

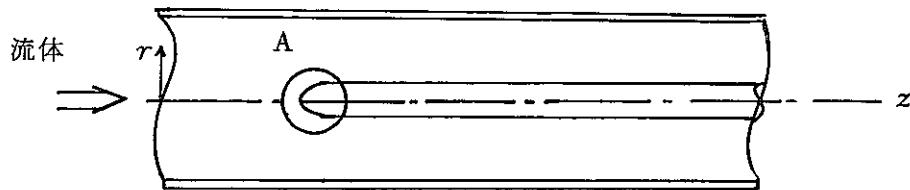


図-1 3次元軸対称解析モデル

図-1 の A 部の形状は入力データにより半球、円柱等に変化させることができる。また A 部以外は直な軸とする。

座標系は軸方向を z 軸、半径方向を r 軸、円周方向を θ 軸とし、 θ 軸方向の流れはないものと仮定する。

2.3 基礎方程式

円柱座標 (r, θ, z) による Navier-Stokes の運動方程式は、3 次元軸対称、定常流の場合、流体の密度 ρ 、および動粘性係数 ν が一定であり、外力項は無視できるものとすれば次式で表わされる。

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right) \quad \left. \right\} (1)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$$

連続の式は、非圧縮性流体とすれば次式となる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

ここで、渦度 Ω と流れ関数 ψ を次式のように定義すると、流れ関数は連続の式を満足している。

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ v_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(1)をそれぞれ z および r で偏微分すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial z} \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \frac{\partial v_r}{\partial z} + v_z \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z} \\ + \nu \left(\frac{\partial^3 v_r}{\partial r^2 \partial z} + \frac{\partial^3 v_r}{\partial z^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) & \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_r \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial r} \\ + \nu \left(\frac{\partial^3 v_z}{\partial r^3} + \frac{\partial^3 v_z}{\partial z^2 \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right) & \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)より圧力項を消去すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial z} \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \frac{\partial v_r}{\partial z} + v_z \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial r} - v_r \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \\ - \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} - v_r \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} = \nu \left(\frac{\partial^3 v_r}{\partial r^2 \partial z} + \frac{\partial^3 v_r}{\partial z^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} \right. \\ \left. - \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial^3 v_z}{\partial r^3} - \frac{\partial^3 v_z}{\partial z^2 \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

今、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial \Omega}{\partial z} v_z + \Omega \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial \Omega}{\partial r} v_r + \Omega \frac{\partial v_r}{\partial r} \\
&= v_z \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} \right) + \frac{\partial v_z}{\partial z} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + v_r \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial v_r}{\partial r} \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \\
&= \text{式(5)の左辺}
\end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned}
&\frac{\nu}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} \right] \\
&= \frac{\nu}{r^2} \left\{ r^2 \left(\frac{\partial^3 v_r}{\partial z^3} - \frac{\partial^3 v_z}{\partial r \partial z^2} \right) - \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} + r \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + r^2 \left(\frac{\partial^3 v_r}{\partial z \partial r^2} - \frac{\partial^3 v_z}{\partial r^3} \right) \right\} \\
&= \nu \left\{ \left(\frac{\partial^3 v_r}{\partial z^3} - \frac{\partial^3 v_z}{\partial r \partial z^2} \right) - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial^3 v_r}{\partial z \partial r^2} - \frac{\partial^3 v_z}{\partial r^3} \right\}
\end{aligned}$$

= 式(5)の右辺

したがって、式(5)は

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\nu}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} \right] \quad (6)$$

また、渦度の定義式(3)より、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = -\Omega \quad (7)$$

2.4 基礎方程式の無次元化

基準量として、管入口直径 d_0 、入口速度 v_0 、さらに、流体密度 ρ を用いて式(6)、(7)の無次元化を行なう。今、各変数の無次元量にアスタリスク(*)を付して表わす。

$$\left. \begin{array}{l} \Omega^* = \Omega \left(\frac{d_0}{v_0} \right) \\ \psi^* = \psi \left(\frac{1}{d_0^2 v_0} \right) \\ r^* = r \left(\frac{1}{d_0} \right) \\ z^* = z \left(\frac{1}{d_0} \right) \end{array} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\Omega^*}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} \right) - \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{\Omega^*}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \right) = \frac{\nu}{d_0 v_0} \frac{1}{r^{*2}} \left[\frac{\partial}{\partial z^*} \left\{ r^{*3} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\Omega^*}{r^*} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial r^*} \left\{ r^{*3} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{\Omega^*}{r^*} \right) \right\} \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} \right) = -\Omega^* \quad (10)$$

無次元化した式は元の方程式の ν をレイノルズ数 $R_e = v_0 d_0 / \nu$ の逆数で置き換えた形となるので、以後変数記号は元のままを用いて以下のとく表わす。

$$r^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{1}{R_e} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} \right] \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = -\Omega \quad (12)$$

2.5 差分方程式

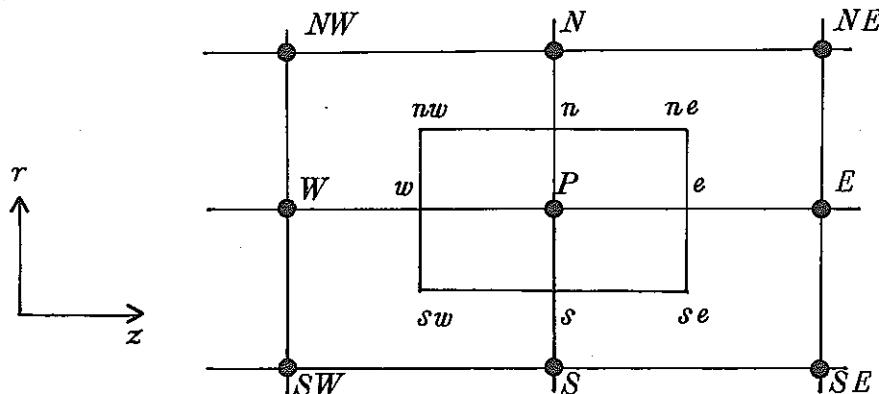


図-2 格子分割

差分方程式を得るために基礎方程式を格子点 P の周りの小長方形領域 $n w - s w - s e - n e$ にわたって積分する(図-2)。各変数はなめらかな関数であり、またこの小領域内では一定値を保つと仮定する。

式(11)を積分して渦度に関する差分方程式を導出する。

$$\begin{aligned} & \int_{z_w}^{z_e} \int_{r_s}^{r_n} r^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right\} d r d z \\ &= \frac{1}{R_e} \int_{z_w}^{z_e} \int_{r_s}^{r_n} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\Omega}{r} \right) \right\} \right] d r d z \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)の左辺を次の4項に分ける。

$$\begin{aligned} & \int_{r_s}^{r_n} \left[r^2 \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_e \right] dr - \int_{r_s}^{r_n} \left[r^2 \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_w \right] dr - r_p^2 \int_{z_w}^{z_e} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_n dz \\ &+ r_p^2 \int_{z_w}^{z_e} \left(\frac{\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_s dz \end{aligned}$$

この第1項を I_1 とする。 $(\Omega/r)_e$ の $s e - n e$ 上における代表値を $(\overline{\Omega/r})_e$ とすると次式を得る。

$$I_1 = r_e^2 \left(\overline{\frac{\Omega}{r}} \right)_e (\psi_{ne} - \psi_{se})$$

各領域内で Ω を一定と仮定しているから $(\overline{\Omega/r})_e$ は $(\Omega/r)_P$ と $(\Omega/r)_E$ とから評価する。ここで up-wind difference を採用する。すなわち、 $s e - n e$ 上での速度 v_r の正負を考慮し、 $v_r > 0$ ($\psi_{ne} > \psi_{se}$) の場合は $(\overline{\Omega/r})_e = (\Omega/r)_P$ とし、 $v_r < 0$ ($\psi_{ne} < \psi_{se}$) の場合は $(\overline{\Omega/r})_e = (\Omega/r)_E$ とする。

$$\begin{aligned} I_1 &= r_p^2 \left[\left(\frac{\Omega}{r} \right)_P \frac{\psi_{ne} - \psi_{se} + |\psi_{ne} - \psi_{se}|}{2} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\Omega}{r} \right)_E \frac{\psi_{ne} - \psi_{se} - |\psi_{ne} - \psi_{se}|}{2} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

ψ_{ne}, ψ_{se} はこれを囲む格子点の相加平均と仮定する。

$$\psi_{ne} = (\psi_N + \psi_P + \psi_E + \psi_{NE})/4 \quad \left. \right\} \quad (15)$$

$$\psi_{se} = (\psi_P + \psi_S + \psi_{SE} + \psi_E)/4$$

同様に第2, 3, 4項を I_2, I_3, I_4 とおくと、それぞれ次式で表わされる。

$$I_2 = r_p^2 \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_W \frac{\psi_{nw} - \psi_{sw} + |\psi_{nw} - \psi_{sw}|}{2} + \left(\frac{Q}{r} \right)_P \frac{\psi_{nw} - \psi_{sw} - |\psi_{nw} - \psi_{sw}|}{2} \right] \quad (16)$$

$$I_3 = r_p^2 \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_P \frac{\psi_{ne} - \psi_{nw} - |\psi_{ne} - \psi_{nw}|}{2} + \left(\frac{Q}{r} \right)_N \frac{\psi_{ne} - \psi_{nw} + |\psi_{ne} - \psi_{nw}|}{2} \right] \quad (17)$$

$$I_4 = r_p^2 \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_S \frac{\psi_{se} - \psi_{sw} - |\psi_{se} - \psi_{sw}|}{2} + \left(\frac{Q}{r} \right)_P \frac{\psi_{se} - \psi_{sw} + |\psi_{se} - \psi_{sw}|}{2} \right] \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{nw} &= (\psi_{NW} + \psi_W + \psi_P + \psi_N)/4 \\ \psi_{sw} &= (\psi_W + \psi_{SW} + \psi_S + \psi_P)/4 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

一方式(13)の右辺は、次の4項に分けられる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_e} \int_{r_s}^{r_n} [r^3 \frac{\partial}{\partial z} (\frac{Q}{r})]_e dr - \frac{1}{R_e} \int_{r_s}^{r_n} [r^3 \frac{\partial}{\partial z} (\frac{Q}{r})]_w dr \\ + \frac{1}{R_e} \int_{z_w}^{z_e} [r^3 \frac{\partial}{\partial r} (\frac{Q}{r})]_n dz - \frac{1}{R_e} \int_{z_w}^{z_e} [r^3 \frac{\partial}{\partial r} (\frac{Q}{r})]_s dz \end{aligned}$$

この第1, 2, 3, 4項を J_1, J_2, J_3, J_4 とおく。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{Q}{r} \right) \right]_e &= \frac{\left(\frac{Q}{r} \right)_E - \left(\frac{Q}{r} \right)_P}{z_E - z_P} + 0 \left(\left(\frac{z_E - z_P}{2} \right)^2 \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{Q}{r} \right) \right]_w &= \frac{\left(\frac{Q}{r} \right)_P - \left(\frac{Q}{r} \right)_W}{z_P - z_W} + o\left(\left(\frac{z_P - z_W}{2} \right)^2 \right) \\ \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{Q}{r} \right) \right]_n &= \frac{\left(\frac{Q}{r} \right)_N - \left(\frac{Q}{r} \right)_P}{r_N - r_P} + o\left(\left(\frac{r_N - r_P}{2} \right)^2 \right) \\ \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{Q}{r} \right) \right]_s &= \frac{\left(\frac{Q}{r} \right)_P - \left(\frac{Q}{r} \right)_S}{r_P - r_S} + o\left(\left(\frac{r_P - r_S}{2} \right)^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

この式 (20) を用い、 J_1, J_2, J_3, J_4 を次の差分式として表わす。

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{R_e} r_p^3 \frac{r_N - r_S}{2(z_E - z_P)} \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_E - \left(\frac{Q}{r} \right)_P \right] \\ J_2 &= \frac{1}{R_e} r_p^3 \frac{r_N - r_S}{2(z_P - z_W)} \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_P - \left(\frac{Q}{r} \right)_W \right] \\ J_3 &= \frac{1}{R_e} \frac{(r_N + r_P)^3 (z_E - z_W)}{16(r_N - r_P)} \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_N - \left(\frac{Q}{r} \right)_P \right] \\ J_4 &= \frac{1}{R_e} \frac{(r_P + r_S)^3 (z_E - z_W)}{16(r_P - r_S)} \left[\left(\frac{Q}{r} \right)_P - \left(\frac{Q}{r} \right)_S \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

以上を整理すると、渦度についての差分方程式として以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q}{r} \right)_P &= \left\{ \left(A_E + \frac{B_E}{R_e} \right) \left(\frac{Q}{r} \right)_E + \left(A_W + \frac{B_W}{R_e} \right) \left(\frac{Q}{r} \right)_W + \left(A_N + \frac{B_N}{R_e} \right) \left(\frac{Q}{r} \right)_N \right. \\ &\quad \left. + \left(A_S + \frac{B_S}{R_e} \right) \left(\frac{Q}{r} \right)_S \right\} / \{ A_E + A_W + A_N + A_S \\ &\quad + \frac{1}{R_e} (B_E + B_W + B_N + B_S) \} \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A_E &= \frac{1}{8} (\psi_S + \psi_{SE} - \psi_N - \psi_{NE} + |\psi_S + \psi_{SE} - \psi_N - \psi_{NE}|) \\ A_W &= \frac{1}{8} (\psi_N + \psi_{NW} - \psi_S - \psi_{SW} + |\psi_N + \psi_{NW} - \psi_S - \psi_{SW}|) \\ A_N &= \frac{1}{8} (\psi_E + \psi_{NE} - \psi_W - \psi_{NW} + |\psi_E + \psi_{NE} - \psi_W - \psi_{NW}|) \\ A_S &= \frac{1}{8} (\psi_W + \psi_{SW} - \psi_E - \psi_{SE} + |\psi_W + \psi_{SW} - \psi_E - \psi_{SE}|) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} B_E &= \frac{r_P(r_N - r_S)}{2(z_E - z_P)} \\ B_W &= \frac{r_P(r_N - r_S)}{2(z_P - z_W)} \\ B_N &= \frac{(r_N + r_P)^3(z_E - z_W)}{16r_P^2(r_N - r_P)} \\ B_S &= \frac{(r_P + r_S)^3(z_E - z_W)}{16r_P^2(r_P - r_S)} \end{aligned} \right\}$$

次に、流れ関数の差分式は式(12)を積分して以下に示すように得られる。

$$\int_{z_w}^{z_e} \int_{r_s}^{r_n} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_e + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_e \right] dr dz = - \int_{z_w}^{z_e} \int_{r_s}^{r_n} Q dr dz \quad (24)$$

この式の左辺をIIとおき、次の4項に分ける。

$$\begin{aligned} II &= \int_{r_s}^{r_n} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_e dr - \int_{r_s}^{r_n} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_w dr \\ &\quad + \int_{z_w}^{z_e} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_n dz - \int_{z_w}^{z_e} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_s dz \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_e &= \frac{\psi_E - \psi_P}{z_E - z_P} + o\left(\left(\frac{z_E - z_P}{2}\right)^2\right) \\ \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_w &= \frac{\psi_P - \psi_W}{z_P - z_W} + o\left(\left(\frac{z_P - z_W}{2}\right)^2\right) \\ \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_n &= \frac{\psi_N - \psi_P}{r_N - r_P} + o\left(\left(\frac{r_N - r_P}{2}\right)^2\right) \\ \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_s &= \frac{\psi_P - \psi_S}{r_P - r_S} + o\left(\left(\frac{r_P - r_S}{2}\right)^2\right) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式(26)を用いIIの差分式を以下のように得る。

$$\begin{aligned} II &= \frac{1}{r_P} \frac{r_N - r_S}{2(z_E - z_P)} (\psi_E - \psi_P) - \frac{1}{r_P} \frac{r_N - r_S}{2(z_P - z_W)} (\psi_P - \psi_W) \\ &\quad + \frac{z_E - z_W}{(r_N + r_P)(r_N - r_P)} (\psi_N - \psi_P) - \frac{z_E - z_W}{(r_P + r_S)(r_P - r_S)} (\psi_P - \psi_S) \end{aligned} \quad (27)$$

また、式(24)の右辺

$$\begin{aligned}
 &= -Q_P(r_n - r_s) \int_{z_w}^{z_e} dz \\
 &= -Q_P(r_n - r_s)(z_e - z_w) \\
 &= -\frac{1}{4}(r_N - r_S)(z_E - z_W)Q_P
 \end{aligned} \tag{28}$$

以上の式(27), (28)を整理して次の流れ関数の差分式を得る。

$$\psi_P = \frac{D_E \psi_E + D_W \psi_W + D_N \psi_N + D_S \psi_S + C_P Q_P}{D_E + D_W + D_N + D_S} \tag{29}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 D_E &= \frac{r_N - r_S}{2r_P(z_E - z_P)} \\
 D_W &= \frac{r_N - r_S}{2r_P(z_P - z_W)} \\
 D_N &= \frac{z_E - z_W}{(r_N + r_P)(r_N - r_P)} \\
 D_S &= \frac{z_E - z_W}{(r_P + r_S)(r_P - r_S)} \\
 C_P &= \frac{1}{4}(r_N - r_S)(z_E - z_W)
 \end{aligned} \right\} \tag{30}$$

また、速度の差分式は、式(3)より以下のように得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 (v_r)_P &= -\frac{1}{r_P(z_E - z_W)} \left\{ (\psi_E - \psi_P) \frac{z_P - z_W}{z_E - z_P} + (\psi_P - \psi_W) \frac{z_E - z_P}{z_P - z_W} \right\} \\
 (v_z)_P &= \frac{1}{r_P(r_N - r_S)} \left\{ (\psi_N - \psi_P) \frac{r_P - r_S}{r_N - r_P} + (\psi_P - \psi_S) \frac{r_N - r_P}{r_P - r_S} \right\}
 \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

以上の差分式は、境界を除くすべての格子点で適用される。

2.6 境界条件

2.6.1 壁面上

壁面とこれに接した流体との間にすべりがない、壁面に沿う方向の変化は垂直方向のそれに比べて無視可能、渦度は壁面に垂直な方向に直線的に変化しているという仮定を用いる。

すなわち、壁面では流速が零であり、流れ関数は一定値をとる。

壁面上の渦度を次の3つの場合に分けて考える。

- (1) 壁面は z 軸に平行であり、図-3に示す壁境界I
- (2) 壁面は z 軸に平行であり、図-4に示す壁境界II
- (3) 壁面は r 軸に平行であり、図-5に示す壁境界III

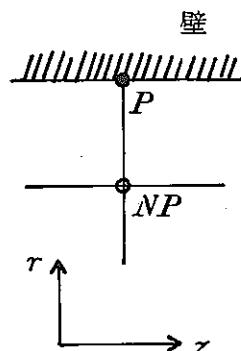


図-3 壁境界I

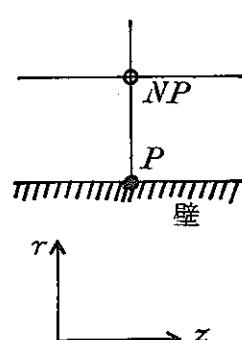


図-4 壁境界II

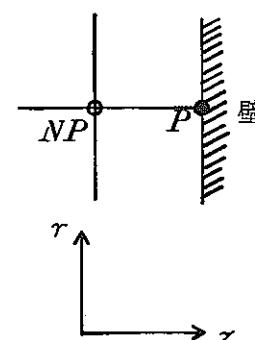


図-5 壁境界III

(1) 壁境界Iの場合

壁面上の格子点を P 、その隣りの内点を NP とし、 ψ_{NP} を下記のようして Taylor 展開式で表わす。

$$\begin{aligned} \psi_{NP} = & \psi_P - (r_P - r_{NP}) \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_P + \frac{(r_P - r_{NP})^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right)_P \\ & - \frac{(r_P - r_{NP})^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} \right)_P + \frac{(r_P - r_{NP})^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4} \right)_P \\ & + o((r_P - r_{NP})^5) \end{aligned} \quad (32)$$

また式(3), (12)に仮定を用いて次式を得る。

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_P &= r_P(v_r)_P = 0 \\
\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\right)_P &= -\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right)_P + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_P - (r \Omega)_P \\
&= -r_P \Omega_P \\
\left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3}\right)_P &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right)_P - \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial z^2 \partial r}\right)_P - \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_P + \left(\frac{2}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\right)_P \\
&\quad - \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)_P \\
&= -2 \Omega_P - r_P \left(\frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)_P \\
\left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4}\right)_P &= -\left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right)_P + \left(\frac{2}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial z^2 \partial r}\right)_P - \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial z^2 \partial r^2}\right)_P \\
&\quad + \left(\frac{6}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_P - \left(\frac{6}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\right)_P + \left(\frac{3}{r^2} \frac{\partial^3 \Omega}{\partial r^3}\right)_P \\
&\quad - \left(r \frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2}\right)_P \\
&= -3 \left(\frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)_P \\
\left(\frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)_P &= \frac{\Omega_P - \Omega_{NP}}{r_P - r_{NP}}
\end{aligned} \tag{33}$$

式(32), (33)を用いて以下の壁面渦度の差分方程式を得る。

$$\begin{aligned}
\Omega_P &= \left[\frac{\psi_P - \psi_{NP}}{(r_P - r_{NP})^2} + \left(\frac{r_P}{6} - \frac{r_P - r_{NP}}{8} \right) \Omega_{NP} \right] / \left\{ \frac{r_P}{3} \right. \\
&\quad \left. - \frac{5}{24} (r_P - r_{NP}) \right\}
\end{aligned} \tag{34}$$

(2) 壁境界IIの場合

前述と同様に格子点 P , NP をとり, ψ_{NP} を以下のよう Taylor 展開式で表わす。

$$\begin{aligned}
\psi_{NP} &= \psi_P + (r_{NP} - r_P) \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_P + \frac{(r_{NP} - r_P)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}\right)_P \\
&\quad + \frac{(r_{NP} - r_P)^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3}\right)_P + \frac{(r_{NP} - r_P)^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4}\right)_P \\
&\quad + O((r_{NP} - r_P)^5)
\end{aligned} \tag{35}$$

式(33)を用い, 上式を整理して以下の差分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \Omega_P = & \left[\frac{\psi_P - \psi_{NP}}{(r_{NP} - r_P)^2} - \left(\frac{r_P}{6} + \frac{r_{NP} - r_P}{8} \right) \Omega_{NP} \right] / \left\{ \frac{r_P}{3} \right. \\ & \left. + \frac{5}{24} (r_{NP} - r_P) \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

(3) 壁境界Ⅲの場合

この場合も同様に格子点をとると、 ψ_{NP} は以下のようして Taylor 展開式で表わされる。

$$\begin{aligned} \psi_{NP} = & \psi_P - (z_P - z_{NP}) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_P + \frac{(z_P - z_{NP})^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)_P \\ & - \frac{(z_P - z_{NP})^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial z^3} \right)_P + \frac{(z_P - z_{NP})^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} \right)_P \\ & + o((z_P - z_{NP})^5) \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、式(3), (12)と仮定を用いて以下の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_P &= - (r v_r)_P = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)_P &= - (r \Omega)_P + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_P - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right)_P \\ &= - r_P \Omega_P \\ \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial z^3} \right)_P &= - \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)_P + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} \right)_P - \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial r^2 \partial z} \right)_P \\ &= - r_P \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)_P \\ \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} \right)_P &= - \left(r \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right)_P + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial z^2} \right)_P - \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial r^2 \partial z^2} \right)_P \\ &= 0 \\ \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)_P &= \frac{\Omega_P - \Omega_{NP}}{z_P - z_{NP}} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

式(38)を用いて式(37)を整理すると、以下の差分方程式が得られる。

$$\Omega_P = \frac{3}{r_P} \frac{\psi_P - \psi_{NP}}{(z_P - z_{NP})^2} - \frac{1}{2} \Omega_{NP} \quad (39)$$

また、対称軸上の壁境界 ($\frac{Q}{r}$)_P はつきの 2 次外挿式を用いて決定する。

$$\left(\frac{Q}{r}\right)_P = \delta_1 z_P^2 + \delta_2 z_P + \delta_3 \quad (40)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{\left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NNP}}{z_{NP}^2 - z_{NNP}^2} - \left[\left(\frac{Q}{r}\right)_{NNNP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(z_{NP}^2 - z_{NNNP}^2) \left\{ \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NNP} \right\}}{z_{NP}^2 - z_{NNP}^2} \right] / \left[z_{NP}^2 - z_{NNNP}^2 \right. \\ &\quad \left. + (z_{NNNP} - z_{NP})(z_{NP} + z_{NNP}) \right] \\ \delta_2 &= \left[\left(\frac{Q}{r}\right)_{NNNP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} + \frac{(z_{NP}^2 - z_{NNNP}^2) \left\{ \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NNP} \right\}}{(z_{NP}^2 - z_{NNP}^2)} \right] / \\ &\quad \left[\frac{z_{NP}^2 - z_{NNNP}^2}{z_{NP} + z_{NNP}} + z_{NNNP} - z_{NP} \right] \\ \delta_3 &= \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \delta_1 z_{NP}^2 - \delta_2 z_{NP} \end{aligned}$$

ただし、NNP, NNNP は格子点 NP の 1 つ隣りと 2 つ隣りの内点とする。

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q}{r}\right)_P &= \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \frac{r_{NP}^2 \left\{ \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NNP} \right\}}{r_{NP}^2 - r_{NNP}^2} \\ &\quad + r_{NP}^2 \left[\left(\frac{Q}{r}\right)_{NNNP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} + \frac{(r_{NP}^2 - r_{NNNP}^2) \left\{ \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NNP} \right\}}{r_{NP}^2 - r_{NNP}^2} \right] / \\ &\quad \left[r_{NP}^2 - r_{NNNP}^2 + (r_{NNNP} - r_{NP})(r_{NP} + r_{NNP}) \right] \\ &\quad - r_{NP} \left[\left(\frac{Q}{r}\right)_{NNNP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} + \frac{(r_{NP}^2 - r_{NNNP}^2) \left\{ \left(\frac{Q}{r}\right)_{NP} - \left(\frac{Q}{r}\right)_{NNP} \right\}}{r_{NP}^2 - r_{NNP}^2} \right] / \\ &\quad \left[\frac{r_{NP}^2 - r_{NNNP}^2}{r_{NP} + r_{NNP}} + r_{NNNP} - r_{NP} \right] \quad (41) \end{aligned}$$

2.6.2 対称軸上

対称軸上の渦度 Ω は零であるが (Ω/r) は有限値を持つ。今、対称軸近傍の速度分布は放物線分布をしていると仮定すると、式(3)より次式を得る。

$$\psi = a r^2 + b r^4 + \psi_P \quad (42)$$

ここで、 a , b は定数、 ψ_P は対称軸上の流れ関数。

また、渦度 Ω は式(12), (42)を用いて以下のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Omega &= -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \\ &= -8 b r \end{aligned} \quad (43)$$

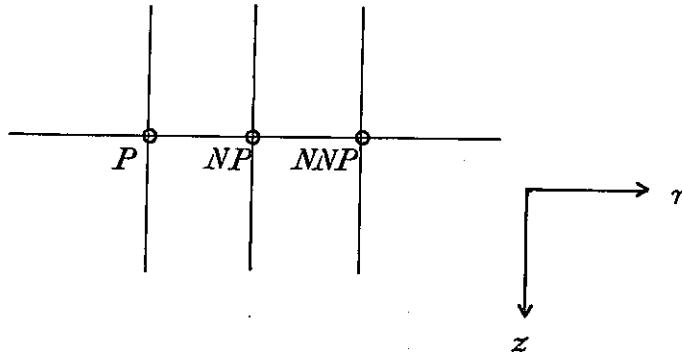


図-6 格子点

図-6に示すように、対称軸上の格子点を P 、その隣りを NP 、もう1つ隣りを NNP とする。そして、式(42)(43)がこれらの格子点内で成り立つとすれば、式(42)より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \psi_{NP} &= a r_{NP}^2 + b r_{NNP}^4 + \psi_P \\ \psi_{NNP} &= a r_{NNP}^2 + b r_{NNP}^4 + \psi_P \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

式(43)と(44)より以下の差分式を得る。

$$\left(\frac{\Omega}{r} \right)_P = 8 \left[\frac{(\psi_{NNP} - \psi_P)/r_{NNP}^2 - (\psi_{NP} - \psi_P)/r_{NP}^2}{r_{NP}^2 - r_{NNP}^2} \right] \quad (45)$$

対称軸上の速度分布は放物線分布と仮定すると、対称軸近傍の z 方向速度分布は次式で近似でき、格子点 P , NP , NNP の内部で成り立つとする。

$$v_z = \alpha_1 r^2 + \alpha_2 \quad (46)$$

各格子点 NP , NNP において次式を得る。

$$\left. \begin{array}{l} (v_z)_{NP} = \alpha_1 r_{NP}^2 + \alpha_2 \\ (v_z)_{NNP} = \alpha_1 r_{NNP}^2 + \alpha_2 \end{array} \right\} \quad (47)$$

式(46) (47)より対称軸上の z 方向速度 $(v_z)_P$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} (v_z)_P &= \alpha_2 \\ &= (v_z)_{NP} - r_{NP}^2 \frac{(v_z)_{NP} - (v_z)_{NNP}}{r_{NP}^2 - r_{NNP}^2} \end{aligned} \quad (48)$$

2.6.3 入口

入口では、等速分布の場合と放物形分布の場合にわけて考える。

(1) 等速分布の場合

z 方向速度を一定、 r 方向速度を零とすると

$$\left. \begin{array}{l} (v_z)_{\text{入口}} = 1 \\ (v_r)_{\text{入口}} = 0 \end{array} \right\} \quad (49)$$

また、流れ関数および渦度の定義式(3), (12)より次式を得る。ただし、対称軸上($r = 0$)の入り口において $(\psi_{\text{入口}})_{r=0} = 0$ とする。

$$\left. \begin{array}{l} \psi_{\text{入口}} = \frac{1}{2} r^2 \\ \Omega_{\text{入口}} = 0 \end{array} \right\} \quad (50)$$

(2) 放物形分布の場合

z 方向速度を放物形分布、 r 方向速度を零とすると、

$$\left. \begin{array}{l} (v_z)_{\text{入口}} = 8 \left(\frac{1}{4} - r^2 \right) \\ (v_r)_{\text{入口}} = 0 \end{array} \right\} \quad (51)$$

このとき、流れ関数および渦度は、(1)と同様に次式を得る。

$$\left. \begin{array}{l} \psi_{\text{入口}} = r^2 - 2r^4 \\ Q_{\text{入口}} = 16r \end{array} \right\} \quad (52)$$

2. 6. 4 出 口

出口における各値は、次の1次外挿式により決定する。すなわち、出口前後における各値の変化は、高々直線変化であるとする。図-7に示すように出口の格子点を P 、1つ隣りの内点を NP 、もう1つ隣りの内点を NNP とし、各格子点内において任意の関数 φ は以下の1次式を満足すると仮定する。

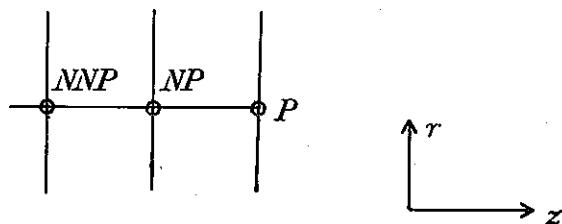


図-7 格子点

$$\varphi = \alpha z + \beta \quad (\alpha, \beta \text{は定数}) \quad (53)$$

格子点 P 、 NP 、 NNP において次式を得る。

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_P = \alpha z_P + \beta \\ \varphi_{NP} = \alpha z_{NP} + \beta \\ \varphi_{NNP} = \alpha z_{NNP} + \beta \end{array} \right\} \quad (54)$$

この式より α 、 β を消去して次式を得る。

$$\varphi_P = \frac{(z_P - z_{NNP})\varphi_{NP} - (z_P - z_{NP})\varphi_{NNP}}{z_{NP} - z_{NNP}} \quad (55)$$

したがって出口における流れ関数 ψ_P , 漏度 Ω_P および z , r 方向速度分布 $(v_z)_P$, $(v_r)_P$ は次の差分式で表わされる。

$$\psi_P = \frac{(z_P - z_{NNP})\psi_{NP} - (z_P - z_{NP})\psi_{NNP}}{z_{NP} - z_{NNP}} \quad (56)$$

$$\Omega_P = \frac{(z_P - z_{NNP})\Omega_{NP} - (z_P - z_{NP})\Omega_{NNP}}{z_{NP} - z_{NNP}} \quad (57)$$

$$(v_z)_P = \frac{(z_P - z_{NNP})(v_z)_{NP} - (z_P - z_{NP})(v_z)_{NNP}}{z_{NP} - z_{NNP}} \quad (58)$$

$$(v_r)_P = \frac{(z_P - z_{NNP})(v_r)_{NP} - (z_P - z_{NP})(v_r)_{NNP}}{z_{NP} - z_{NNP}} \quad (59)$$

2.7 数 値 解 析 法

解くべき代数方程式はその数が多くしかも非線形であるので、これに適した繰り返し計算法の中でも特に迅速な収束性を持ち、加えて計算機の記憶容量が少なくてすむ逐次緩和法を採用する。

2.7.1 計 算 手 順

- (1) 流れ関数、漏度の初期値を全格子点にわたって決定する。
- (2) 流れ関数、漏度を境界を除く全格子点にわたって計算する。
- (3) 境界上の流れ関数、漏度を計算する。
- (4) 次式により収束の判定を行ない、収束していなければ(2)に戻る。収束していれば(5)へ行く。

$$\sum_{i=1}^m \left| \frac{\varphi^{(m)} - \varphi^{(m-1)}}{\varphi^{(n-1)}} \right| \leq EPS \quad (60)$$

ここで φ は漏度、流れ関数を示し、 n は反復回数、 m は境界内の格子点総数、 EPS は収束判定値である。

- (5) 速度分布を求める。

3. プログラム

3.1 プログラムシステムの概略

円管内に軸対称物体がある場合の粘性流体の層流定常流の流速分布を up-wind difference 法を用いた差分法により解析するプログラムである。

プログラムは、全て FORTRAN 言語で記述されており、使用電子計算機システムが変わっても大きな問題は生じない。

3.1.1. プログラムの機能

本プログラムは、次の特徴をもつ。

(1) 流体

流体は、非圧縮性、物性値一定の粘性流体で、流れは層流の定常流であると仮定する。

(2) 基礎方程式の差分化

基礎方程式は、Navier-Sokes の方程式と連続の式を連立させ、うず度と流れ関数を未知数とした式を用いる。差分化に際しては、高レイノルズ数でも収束性のよい up-wind difference 法を用いる。

(3) 入力データ

入力データとして次のものを入力する。

(i) レイノルズ数(最大 20 ケース)

(ii) 形状(格子間隔、物体先端形状)

(iii) 収束判定値、最大反復回数など

(4) 結果の出力

プリンターには、収束過程、うず度、流れ関数、速度分布を、プロッターには、等うず度線、流線、速度分布を出力する。

(5) リスタート

本プログラムでは、保存ファイルを用いて、収束しない場合や、時間打切りなどにより、途中でストップした場合に、その一つ前の収束しているレイノルズ数の値をファイルから読み、リスタートすることもできる。

(6) 入口速度分布

入口速度分布は、等速分布、放物分布のいずれかを選ぶことができる。

3. 1. 2. プログラムの構成と機器構成

プログラムは、次の9個の主なモジュールで構成されている。全モジュール共インコア処理で、入力データ、プロット用データおよび必要により、各レイノルズ数の収束値がファイルに記録される。

	モジュール名	概略機能
1	MAIN	MAIN コントロール
2	I G 2	入力データ処理
3	INIT 2	初期値セット
4	INIT 3	係数セット
5	E Q 2	うず度、流れ関数の計算
6	BOUND 2	境界条件セット
7	VELDS 2	速度分布計算
8	PRINT 2	結果のプリント
9	VELPLT	プロット図作成

必要機器構成は以下に示す通りである。

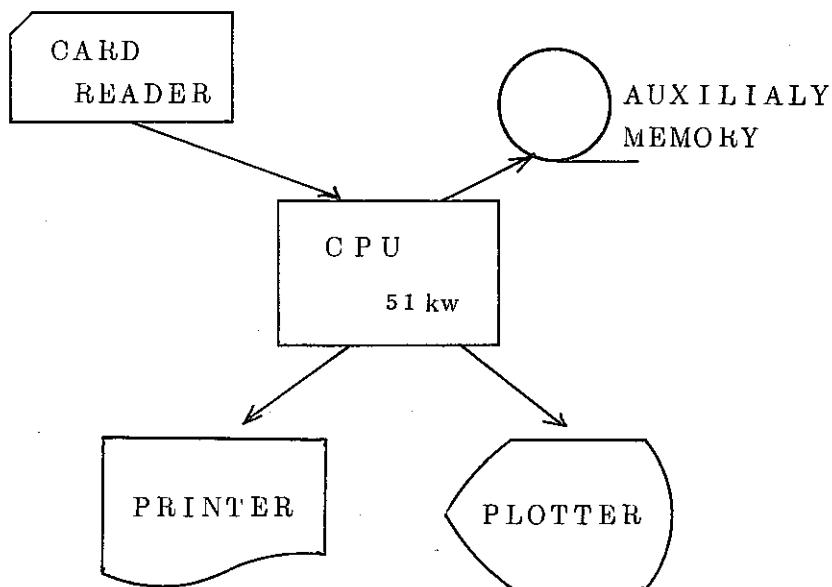


図-8 機器構成

3.2 概略フローチャート

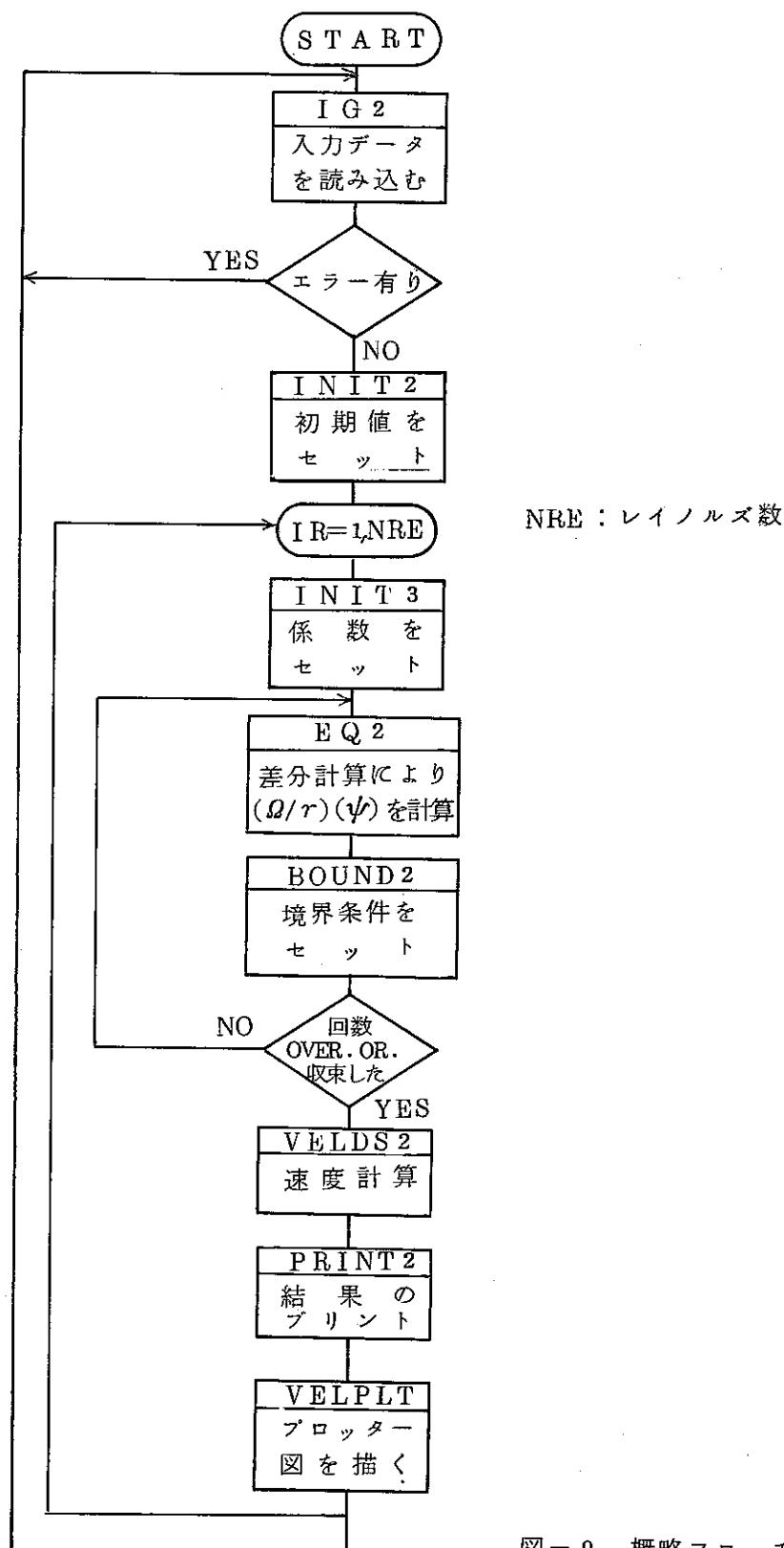


図-9 概略フローチャート

4. テスト計算例

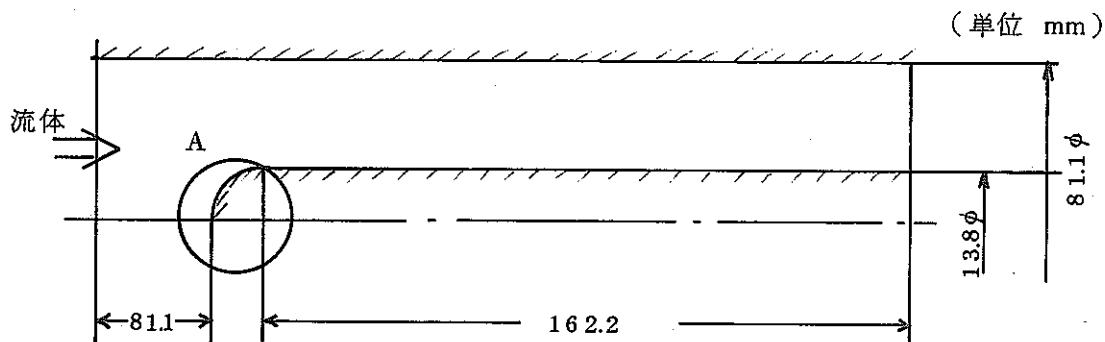
層流管内流動解析プログラムの機能テストとして行なってきた計算結果の中から主なものをまとめた。

計算は、先端部形状を半球、円柱、円錐、および橢円に変化させ、それぞれ入口速度分布を等速、放物形の場合について $R_e = 20000$ まで行なった。

また、先端形状、レイノルズ数および入口速度分布の変化による流速分布等の比較検討も行なった。

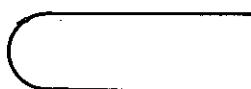
4.1 解析モデル

解析モデルは図-10に示すように管内に軸対称物体があり、A部の形状を半球、円柱、円錐、および橢円に変化させた。計算は上半分だけを行なった。



A部の形状

(i) タイプ1(半球)



(ii) タイプ2(円柱)



(iii) タイプ3(円錐)



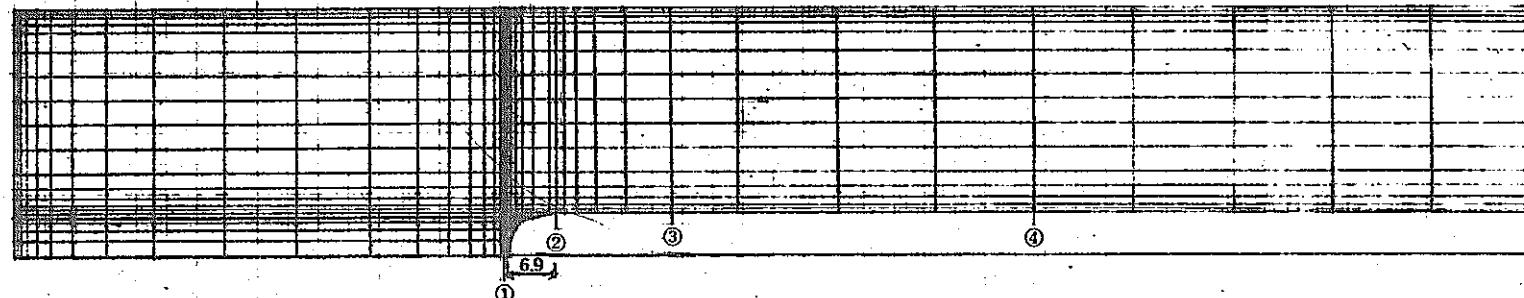
(iv) タイプ4(橢円)



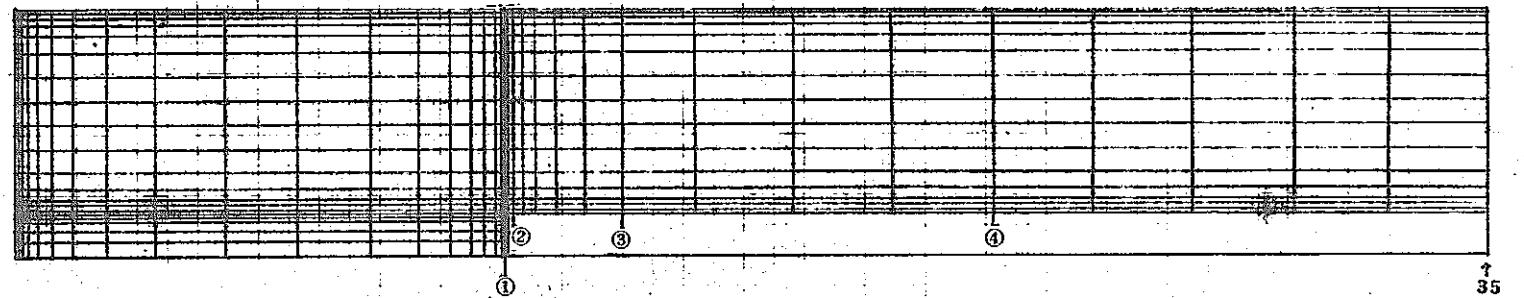
図-10 解析モデル

図-11は、それぞれのタイプの格子分割図を、図-12は、タイプ1の拡大図を、図-13は先端部形状の拡大図である。

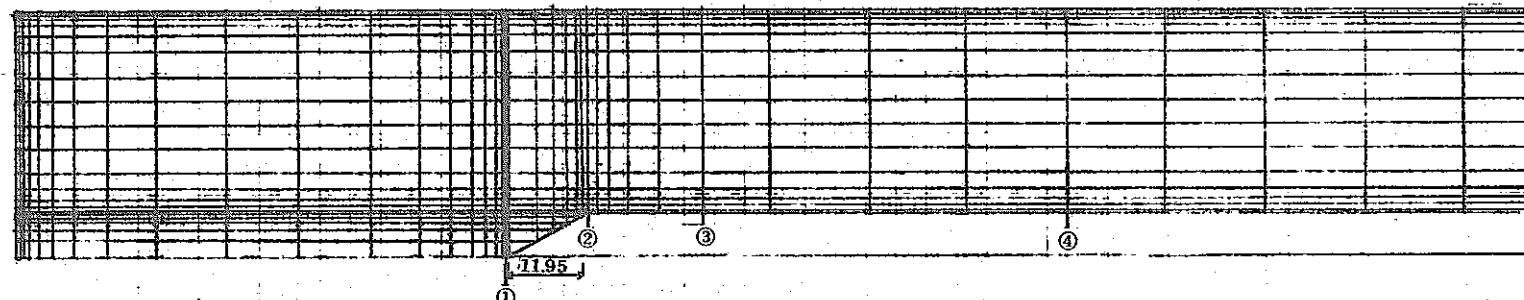
タイプ 1



タイプ 2



タイプ 3



タイプ 4

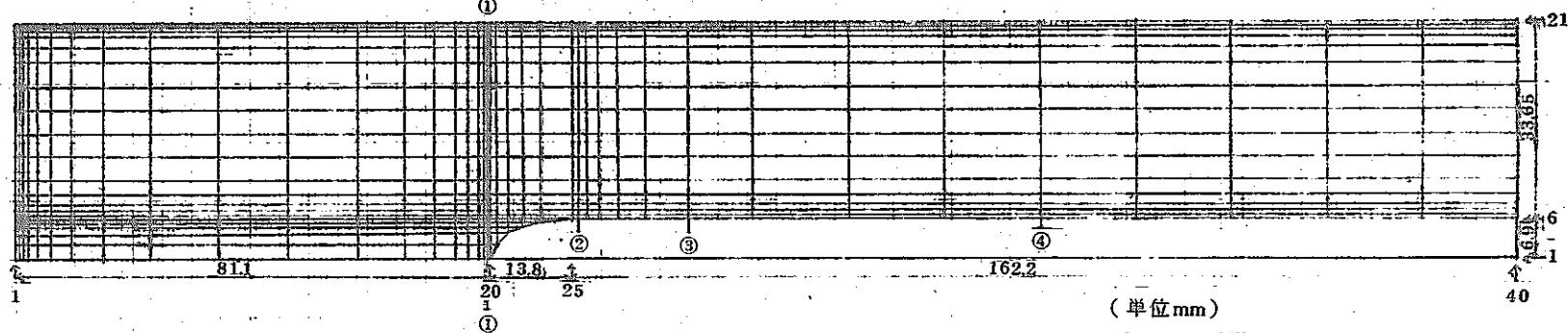


図-11 格子分割図 (①②③④の番号は、4・4で比較のために使用する記号)

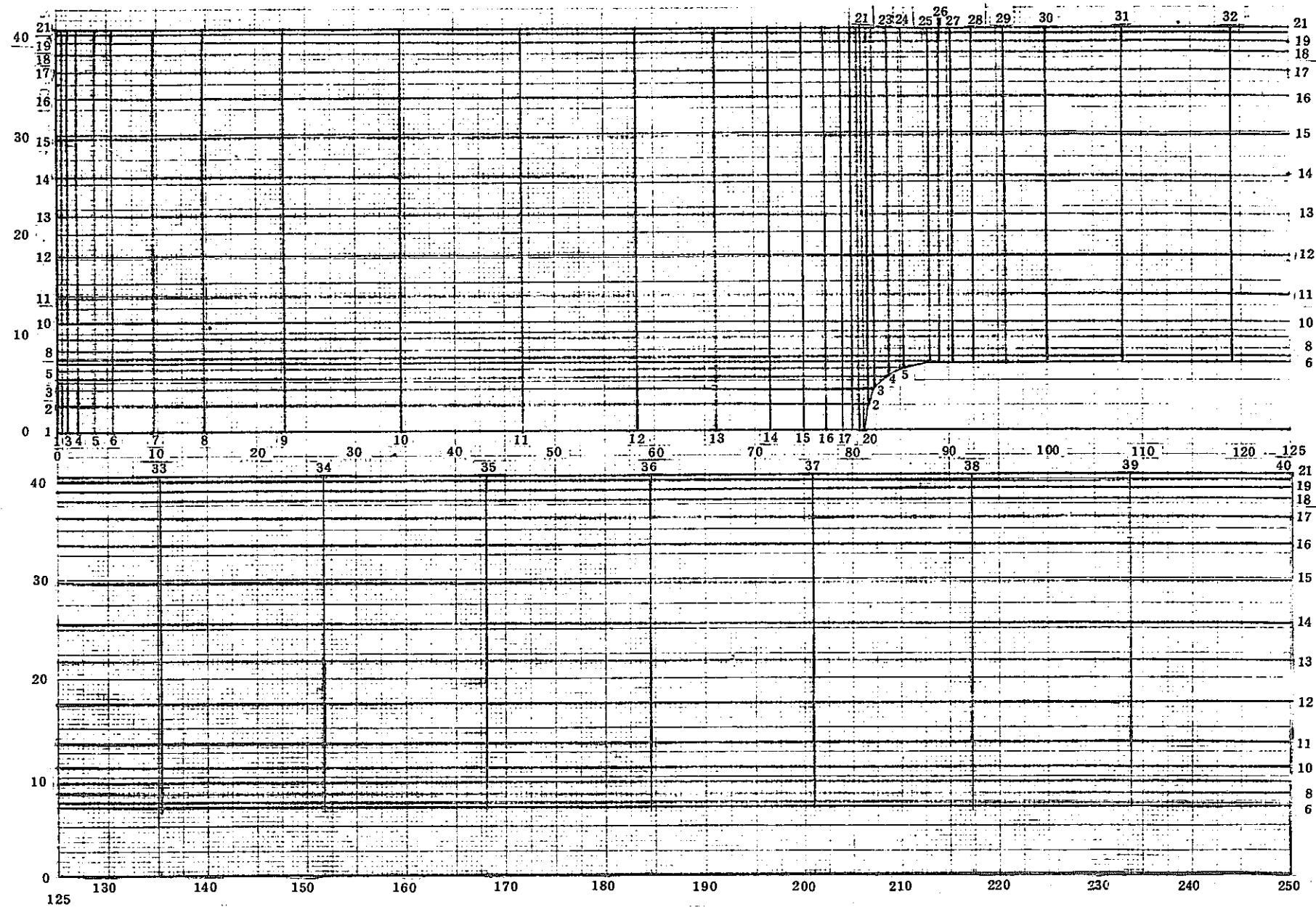


図-12 格子分割図（タイプ1の拡大図）

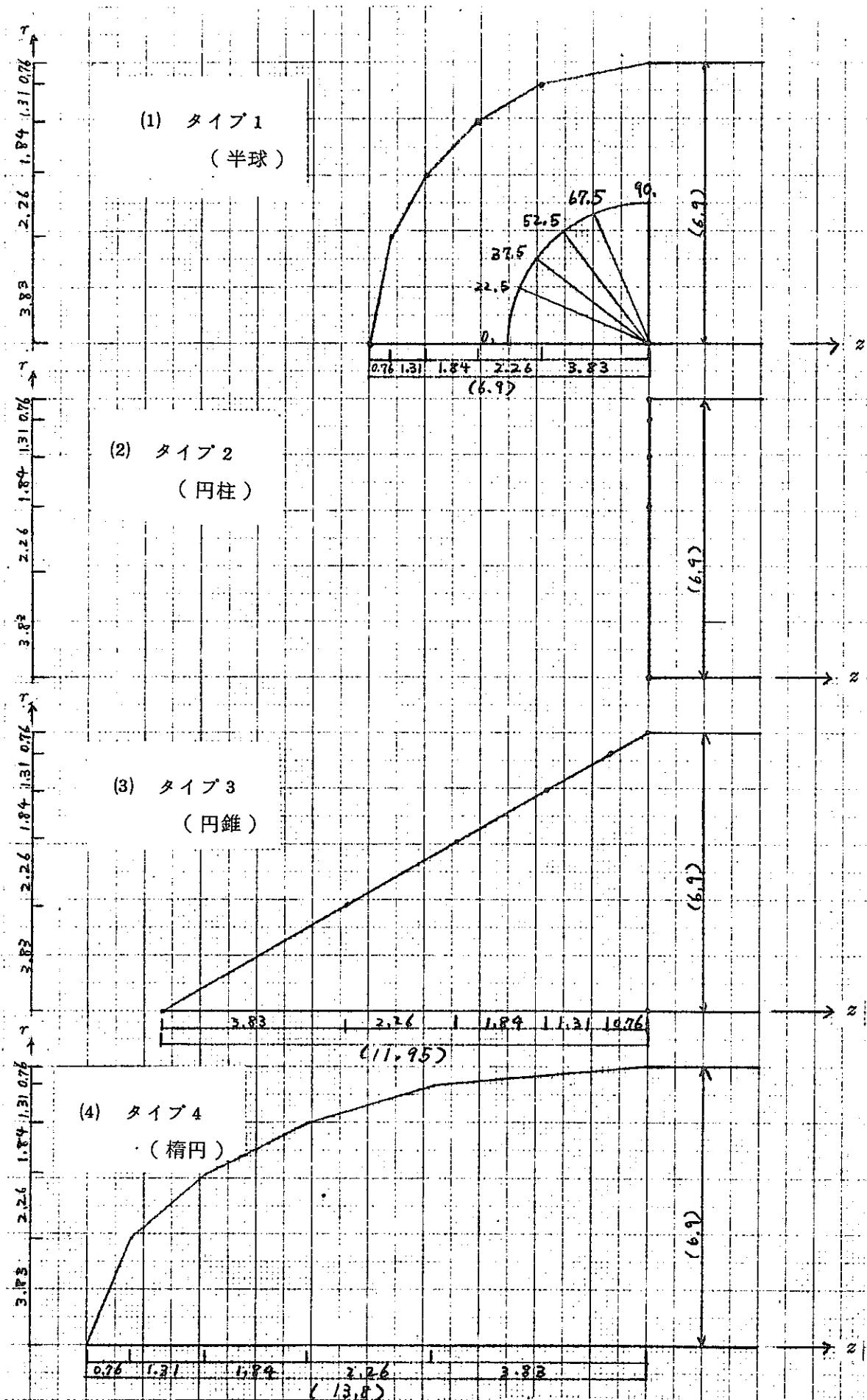


図-13 先端部形状 ()内は実長
その他は比率を示す。

4.2 等速分布結果

ここでは、入口速度分布を等速とした場合の結果について述べる。計算は、各タイプについて $R_e = 20000$ まで行なった。表-1は、各タイプ、各レイノルズ数を計算するのに要した反復回数を示す。*印のついているところは収束していないことを示す。(ii)の表は、(i)において収束しなかったタイプ2の $R_e = 5000$ について加速係数 α を変化させた場合について示している。また、図-14 (a)(b)は、 $R_e = 5000$ で $\alpha = 1.0, 0.8$ の場合を、図-15 は $R_e = 2000$ で $\alpha = 1.0$ の場合の収束状況を示したものである。

図において、横軸は反復回数を、たて軸は、全格子点における残差の総和

$$\sum_{i=1}^m \left| \frac{\varphi^{(n)} - \varphi^{(n-1)}}{\varphi^{(n-1)}} \right| \quad (\varphi \text{はうず度, 流れ関数, } m \text{は格子点総数, } n \text{は反復回数})$$

す。これを見てわかるように、収束していない場合には振動しているのに対して、収束している場合には、多少の上下はあるが、反復回数の増加とともに残差は減少している。このように、収束しない場合に、加速係数を少し小さくすることは、非常に効果的である。

図-16～22は、各タイプ、各レイノルズ数におけるプロッタ図である。タイプ2（円柱）では、 $R_e = 5000$ 以上で先端部からはく離が生じ、その少し下流で再付着しており、棒との間に閉じた領域を形成している。（以後、これをうず領域とよぶ。）このうず領域はレイノルズ数の増加とともに大きくなっている。

表-1 各レイノルズ数の所要反復回数

(* は収束していないことを示す)

EPS : 収束判定値

NMAX : 最大反復回数

α : 加速係数

(i)

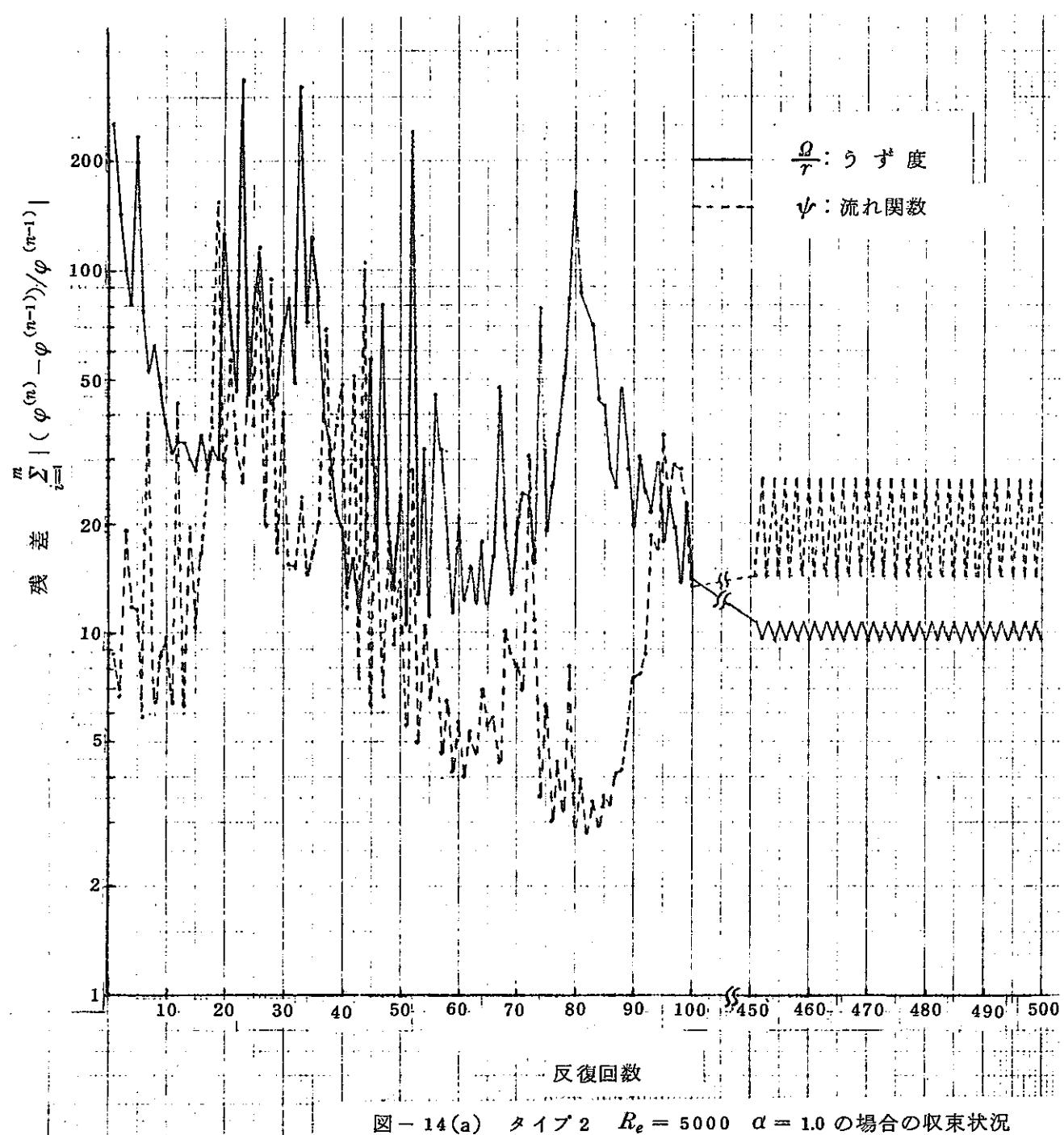
R_e	タイプ1(半球)	タイプ2(円柱)	タイプ3(円錐)	タイプ4(橢円)
50	195	150	170	169
200	208	177	188	188
1000	258	215	255	229
5000	296	500*	242	243
20000	246	223	235	227

(EPS = 0.1, NMAX = 500, α = 1.0)

(ii) タイプ2(円柱)

R_e	$\alpha = 1.0$	$\alpha = 0.8$
2000	174	236
3000	330	213
4000	500*	196
5000	500*	199

(EPS = 0.1, NMAX = 500)



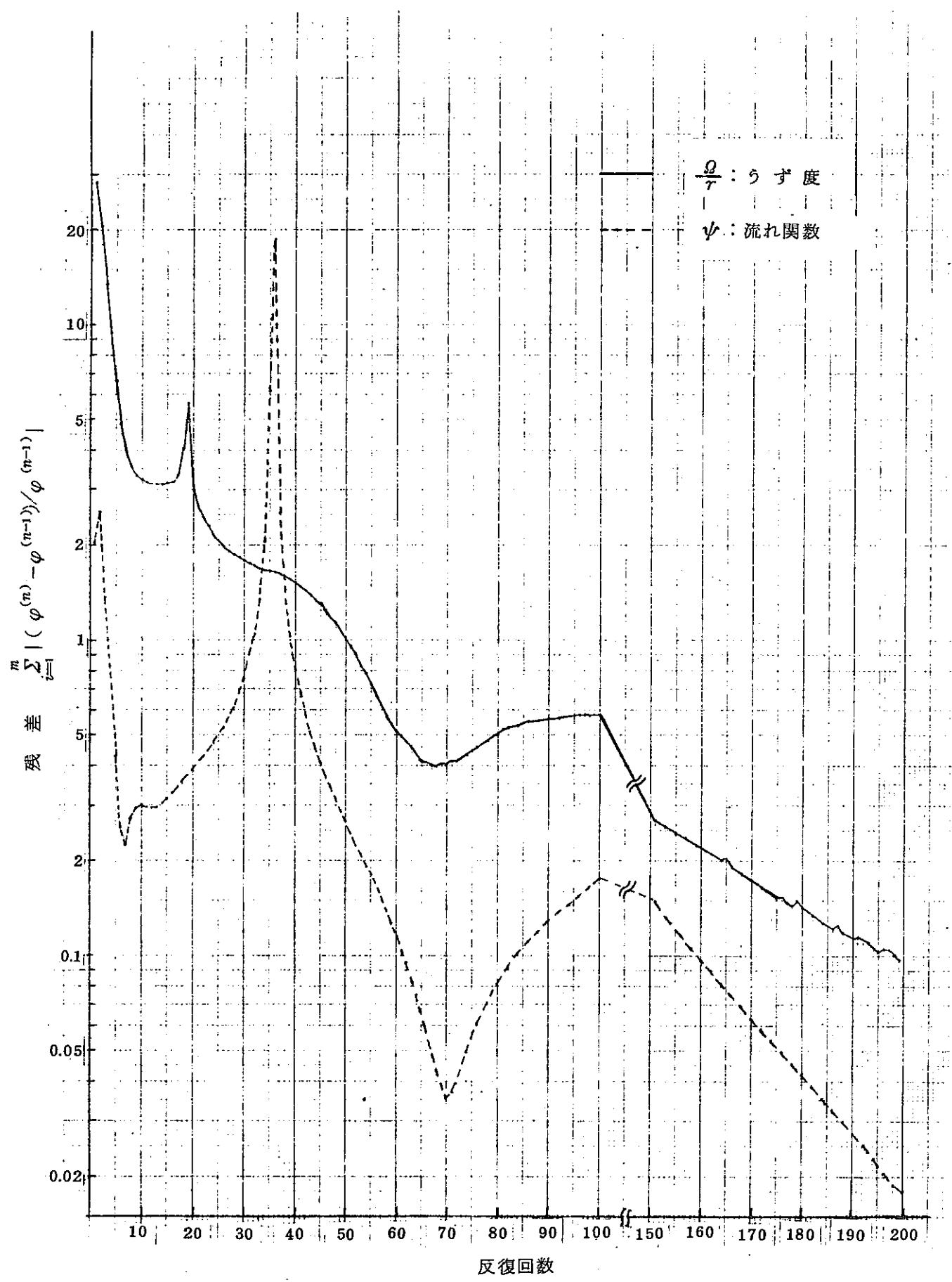


図-14(b) タイプ2 $R_e = 5000$ $\alpha = 0.8$ の場合の収束状況

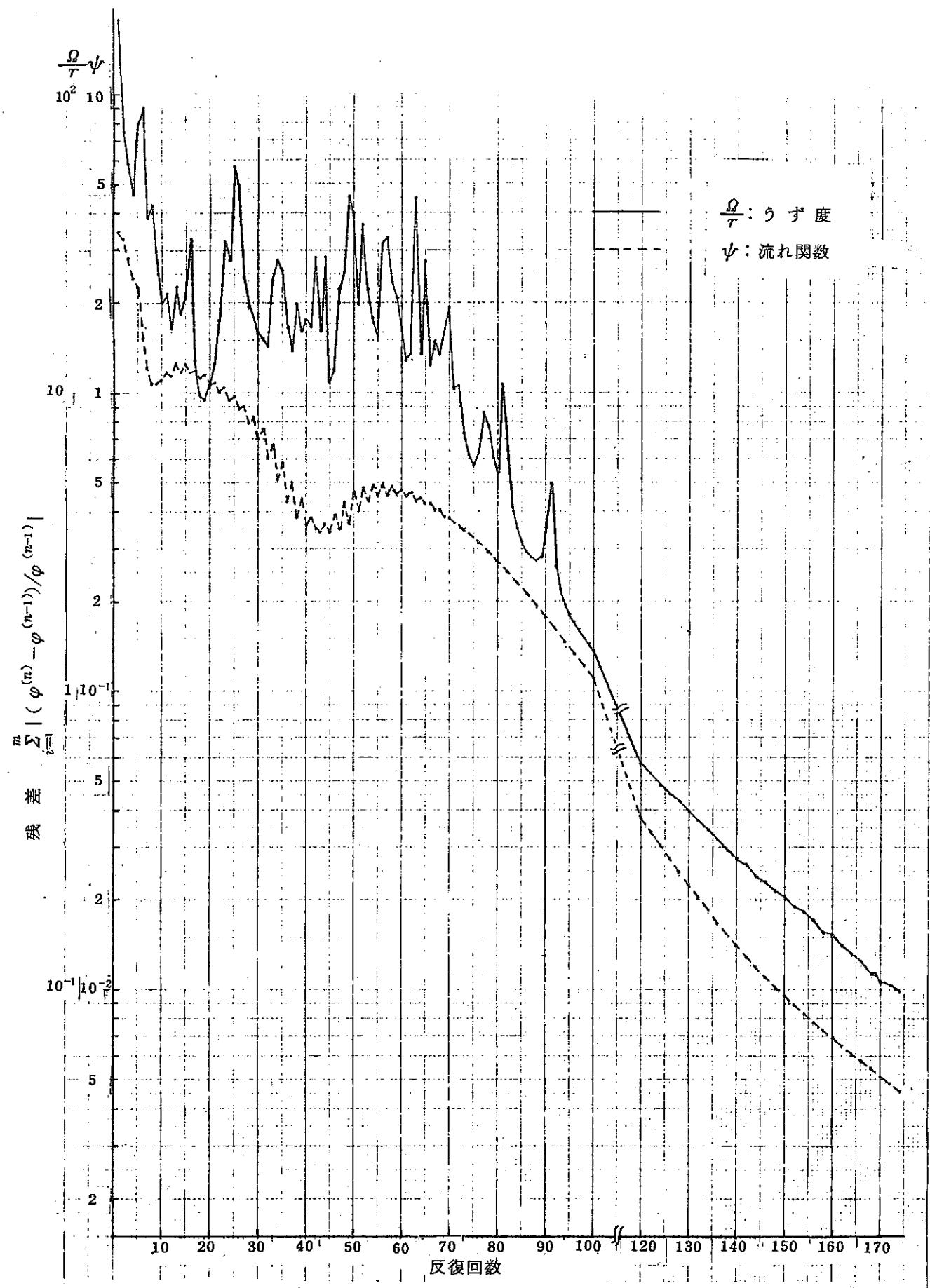
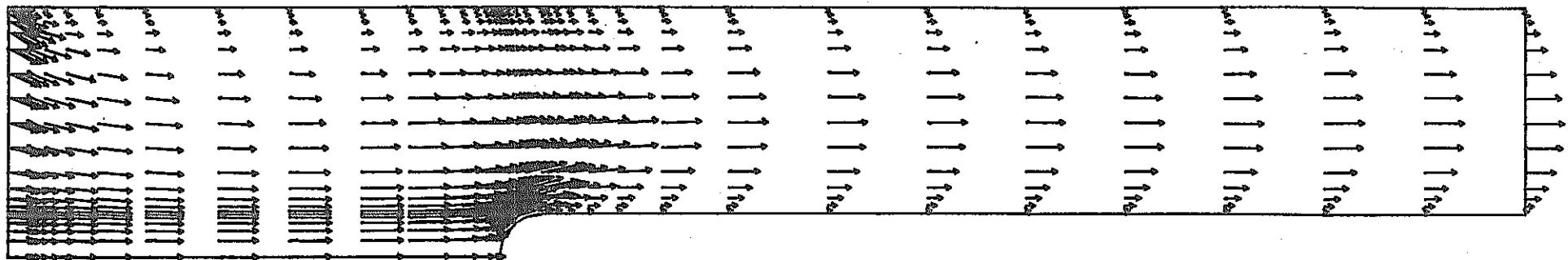
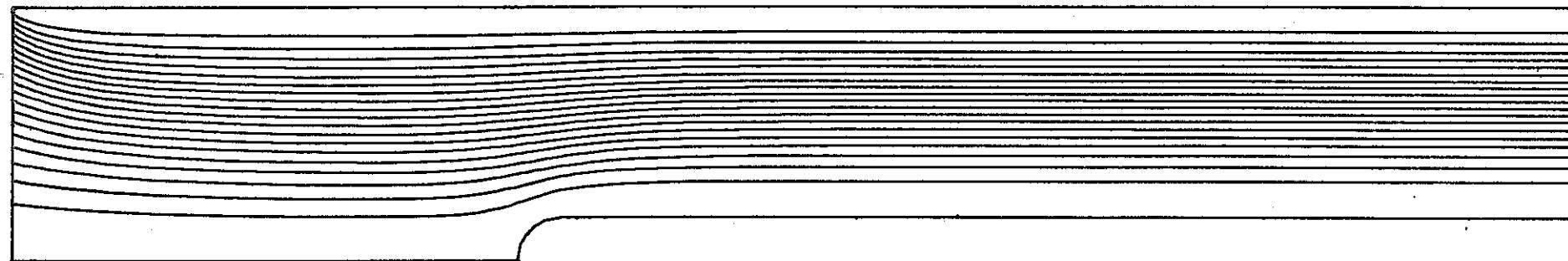


図-15 タイプ2 $R_e = 2000$, $\alpha = 1.0$ の場合の収束状況



VELOCITY

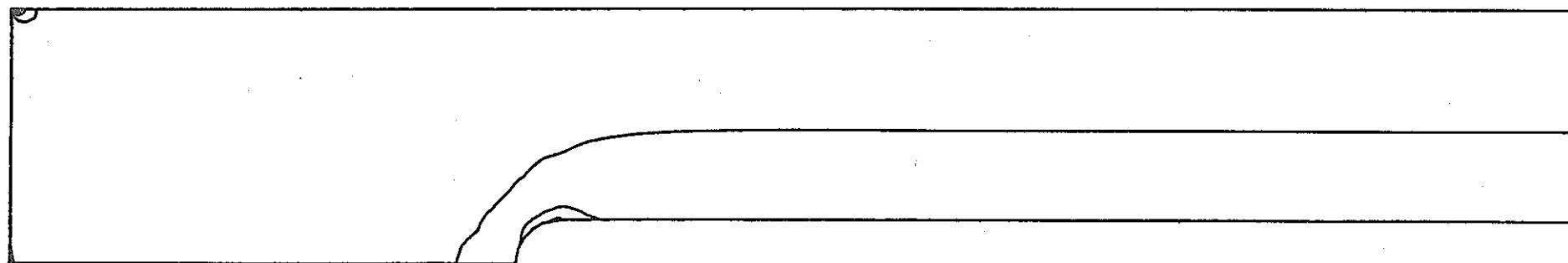
RE= 50



-32-

STREAM FUNCTION

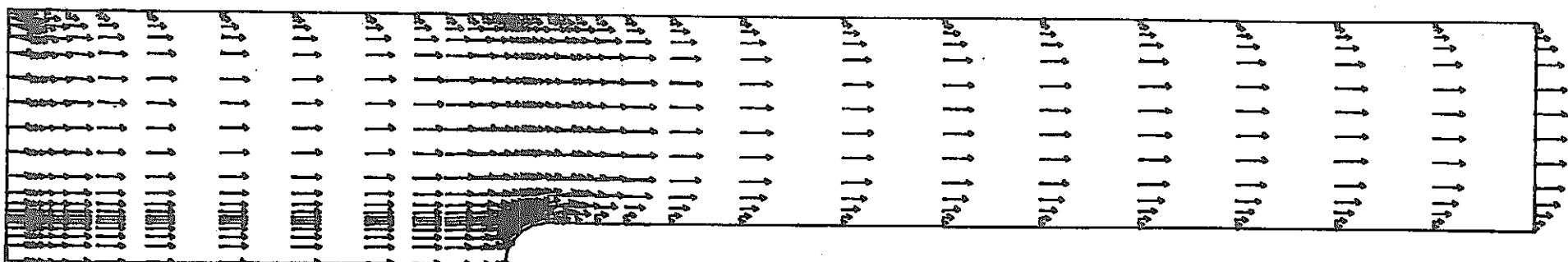
RE= 50



VORTICITY

RE= 50

図-16 タイプ1(半球) $R_e = 50$



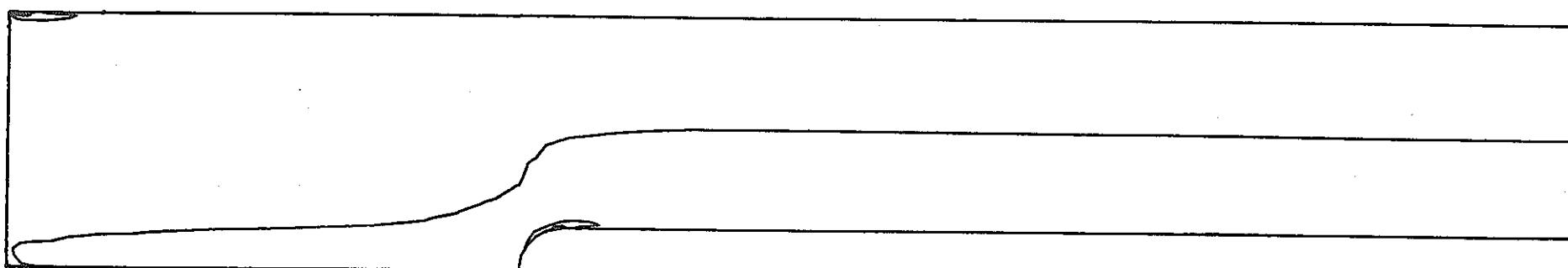
VELOCITY

RE= 5000

-33-

STREAM FUNCTION

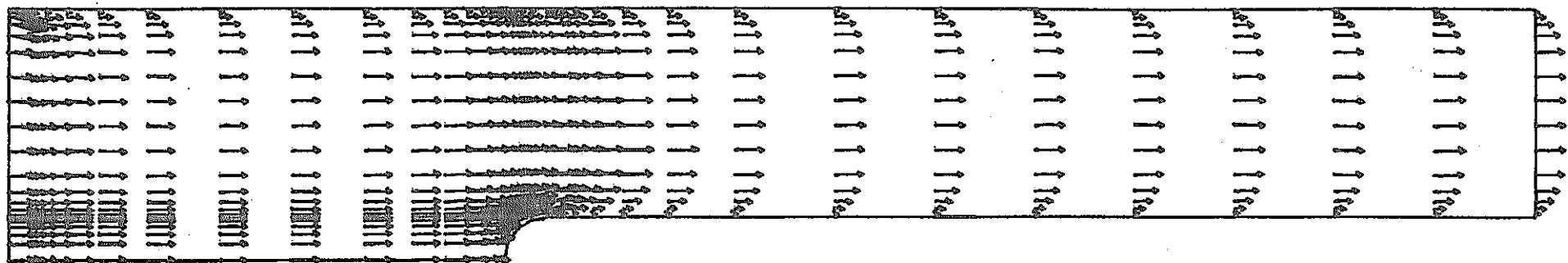
RE= 5000



VORTICITY

RE= 5000

図-17 タイプ1(半球) $R_e = 5000$



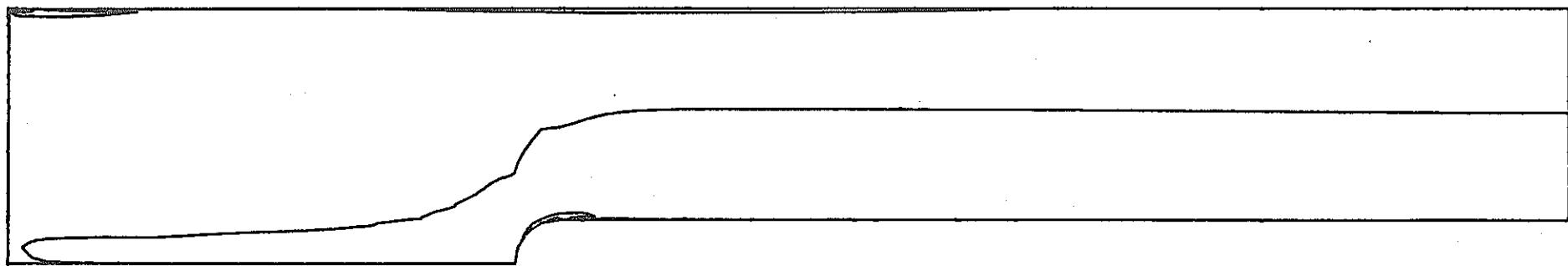
VELOCITY

$Re = 20000$

-34-

STREAM FUNCTION

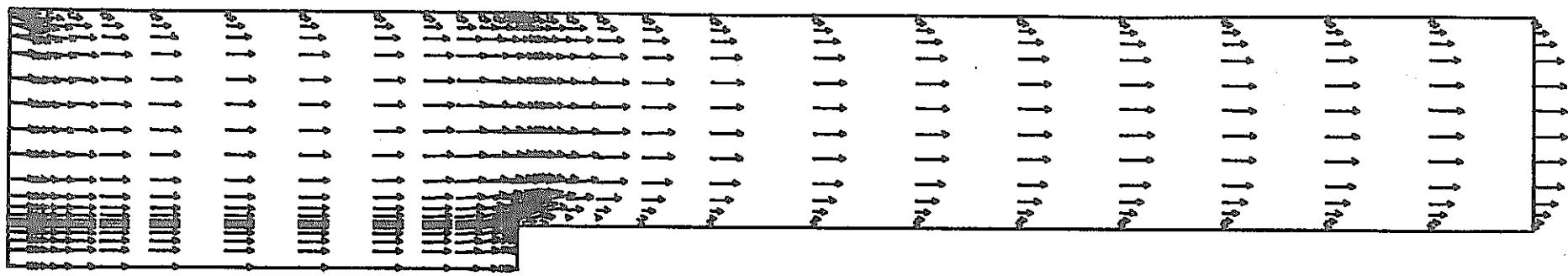
$Re = 20000$



VORTICITY

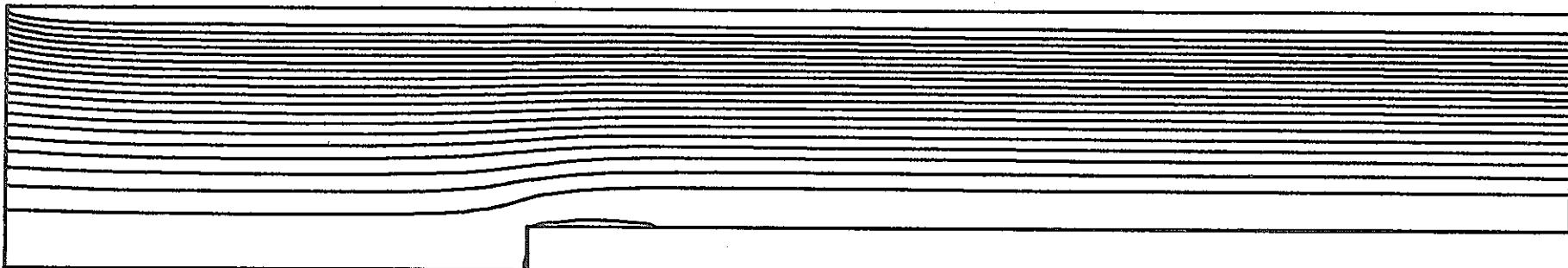
$Re = 20000$

図-18 タイプ1(半球) $R_e = 20000$



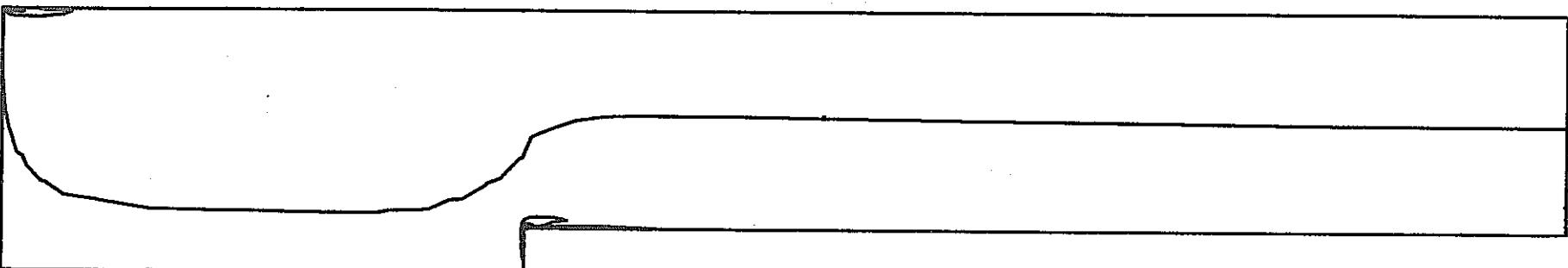
VELOCITY

$RE = 5000$



STREAM FUNCTION

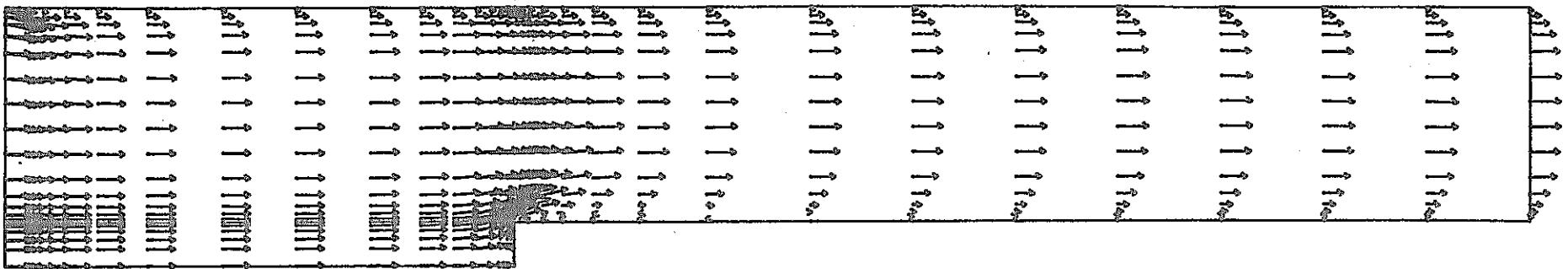
$RE = 5000$



VORTICITY

$RE = 5000$

図-19 タイプ2(円柱) $R_e = 5000$



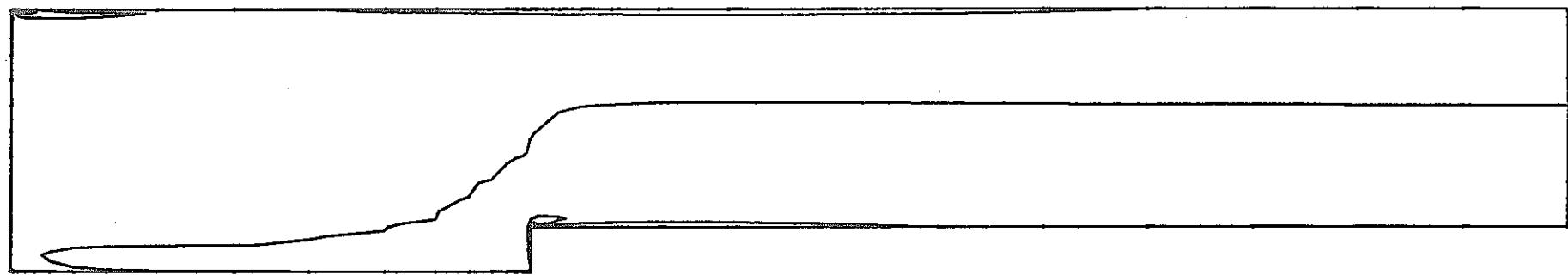
VELOCITY

$RE = 20000$

- 36 -

STREAM FUNCTION

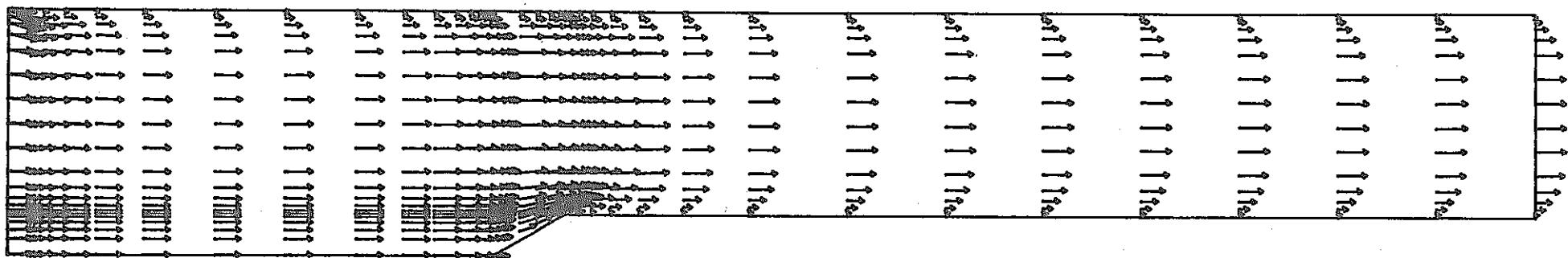
$RE = 20000$



VORTICITY

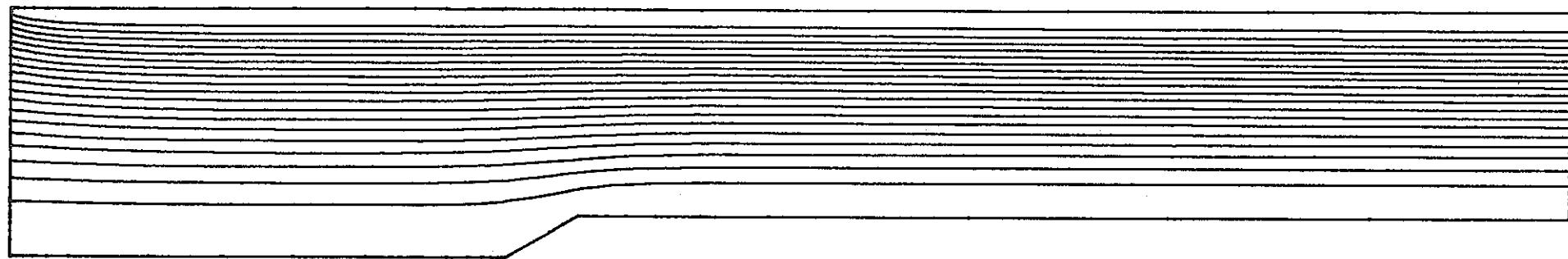
$RE = 20000$

図-20 タイプ2(円柱) $R_e = 20000$



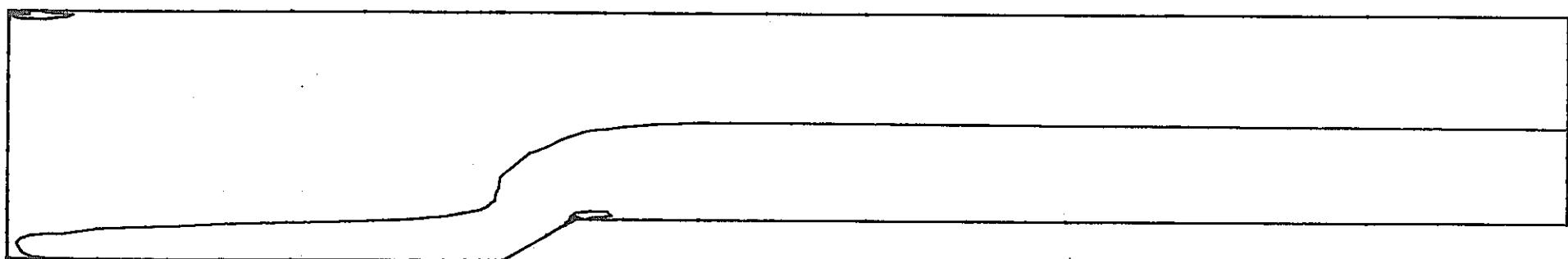
VELOCITY

$RE = 5000$



STREAM FUNCTION

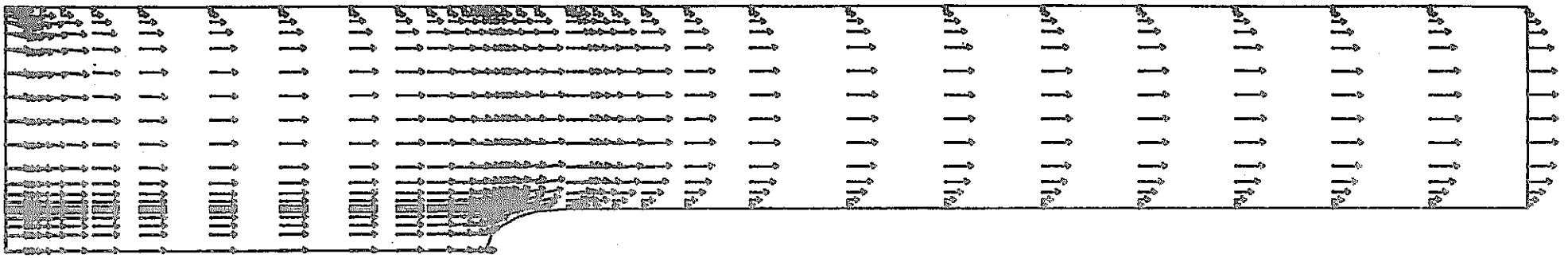
$RE = 5000$



VORTICITY

$RE = 5000$

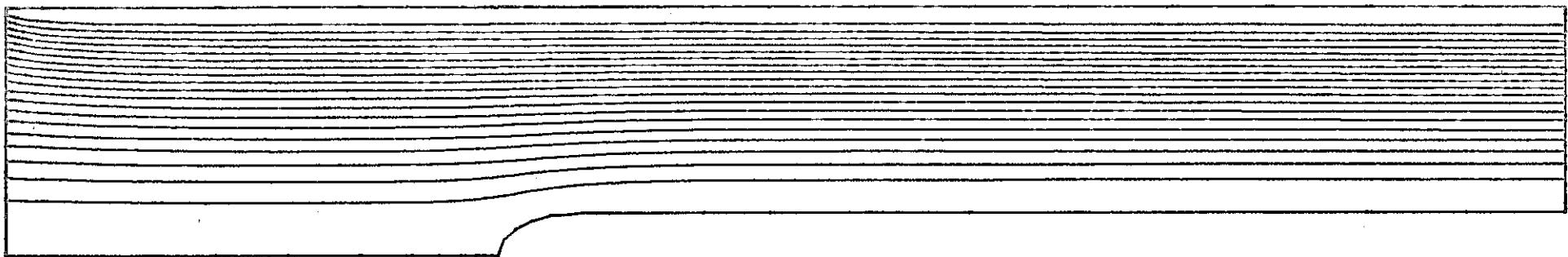
図-21 タイプ3(円錐) $R_e = 5000$



VELOCITY

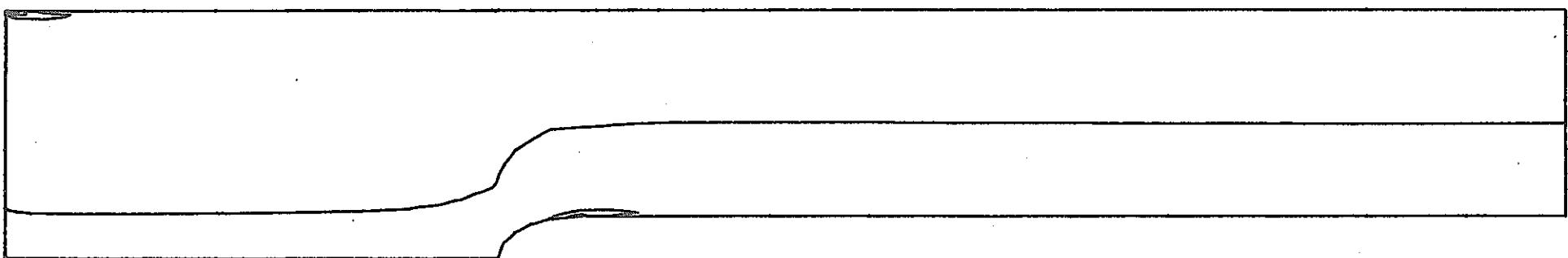
RE= 5000

- 38 -



STREAM FUNCTION

RE= 5000



VORTICITY

RE= 5000

図- 22 タイプ 4 (楕円) $R_e = 5000$

4.3 放物分布結果

ここでは、入口速度分布を放物形とした場合の結果について述べる。計算は、各タイプについて、 $R_e = 20000$ まで行なった。表-2は、各タイプ、各レイノルズ数を計算するのに要した反復回数を示す。(ii)(iii)は、レイノルズ数の間隔と収束判定値を変えた場合である。

この場合も、収束していないところは、加速係数を0.8ぐらいにすれば、収束すると思われる。

図-23～30は、各タイプ、各レイノルズ数におけるプロット図である。この場合には、橢円を除いて $R_e = 20000$ でうず領域が生じており、円柱の場合には、等速分布より大きなうず領域が生じている。

表-2 各レイノルズ数の所要反復回数(*は収束していないことを示す)

EPS : 収束判定値

NMAX : 最大反復回数

α : 加速係数

(i)

R_e	タイプ1(半球)	タイプ2(円柱)	タイプ3(円錐)	タイプ4(橢円)
50	97	83	73	79
200	42	45	41	34
1000	56	55	47	44
5000	16	132	21	17
20000	300*	149	300*	14

(EPS=0.7, NMAX=300, $\alpha=1.0$)

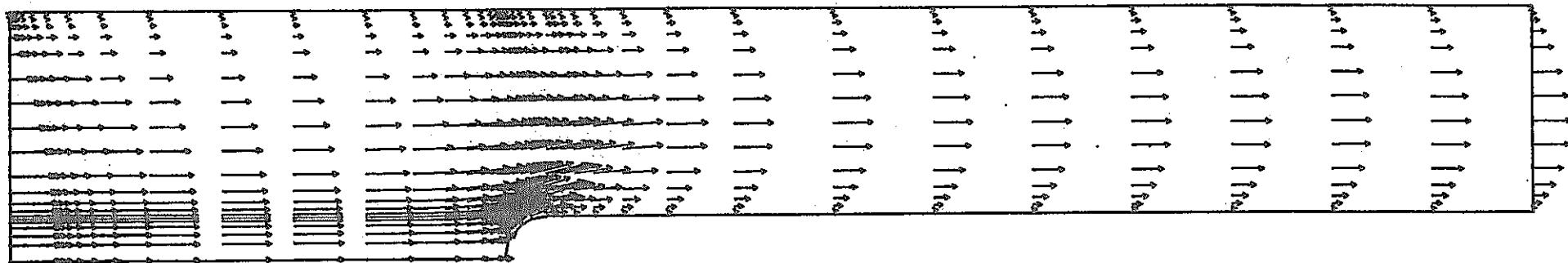
(ii)

R_e	タイプ2(円柱)
100	137
1000	120
3000	500*
5000	142
10000	239
15000	236
20000	144

(iii)

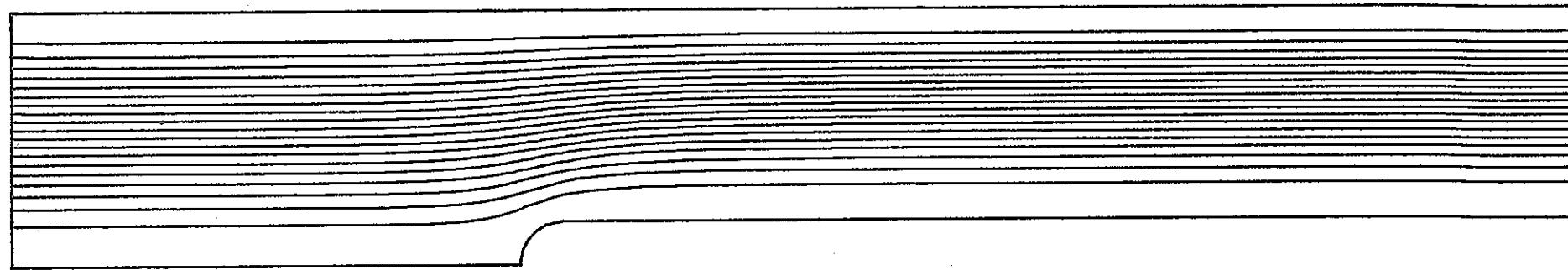
R_e	タイプ3(円錐)
50	105
200	69
1000	68
5000	55
10000	128
15000	500*
20000	500*

(EPS=0.1, NMAX=500, $\alpha=1.0$)



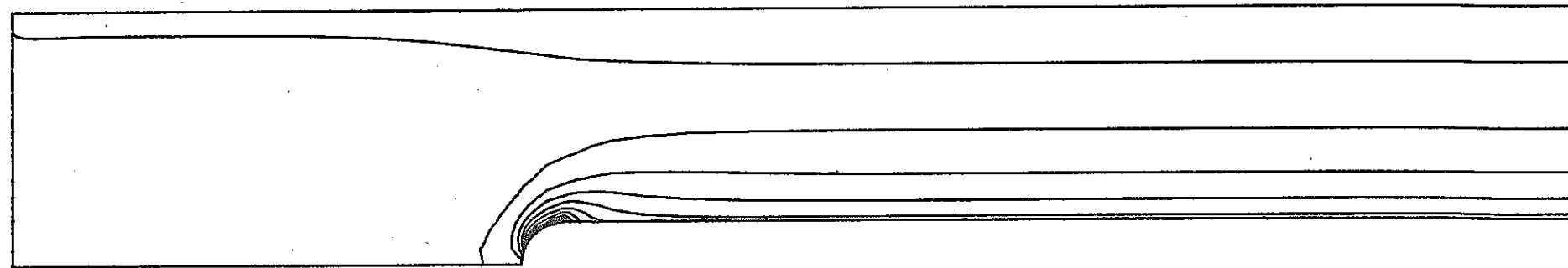
VELOCITY

RE= 50



STREAM FUNCTION

RE= 50



VORTICITY

RE= 50

図-23 タイプ1(半球) $R_e = 50$

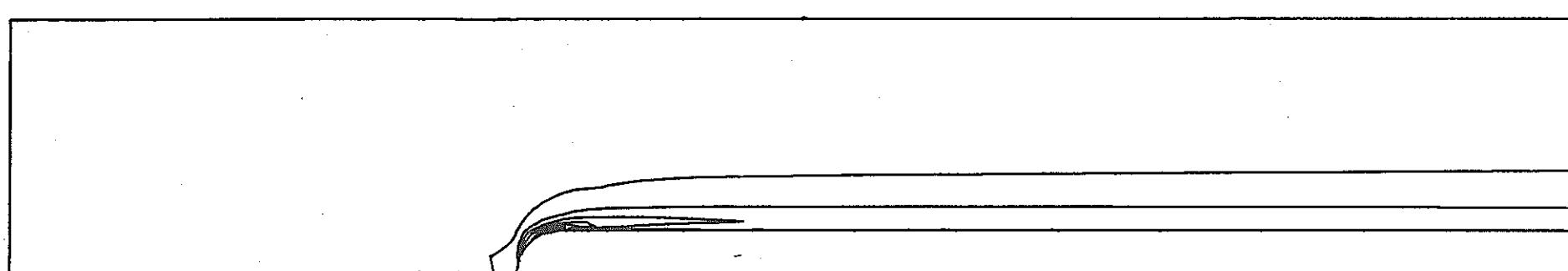
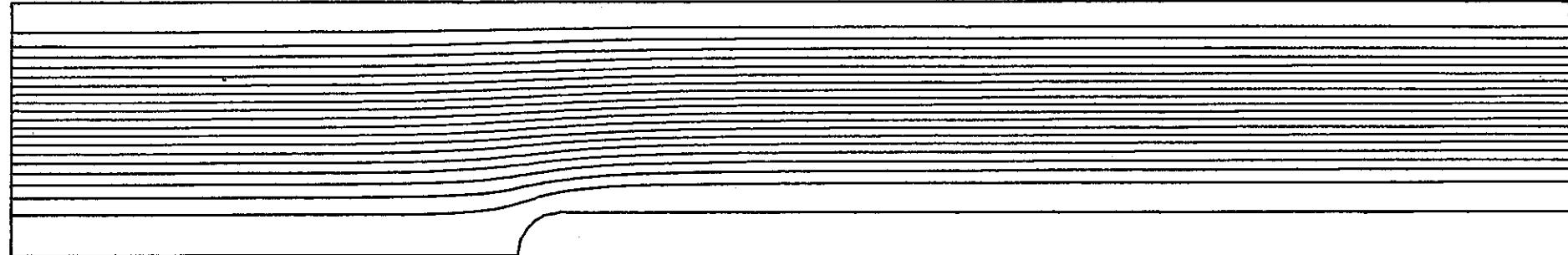
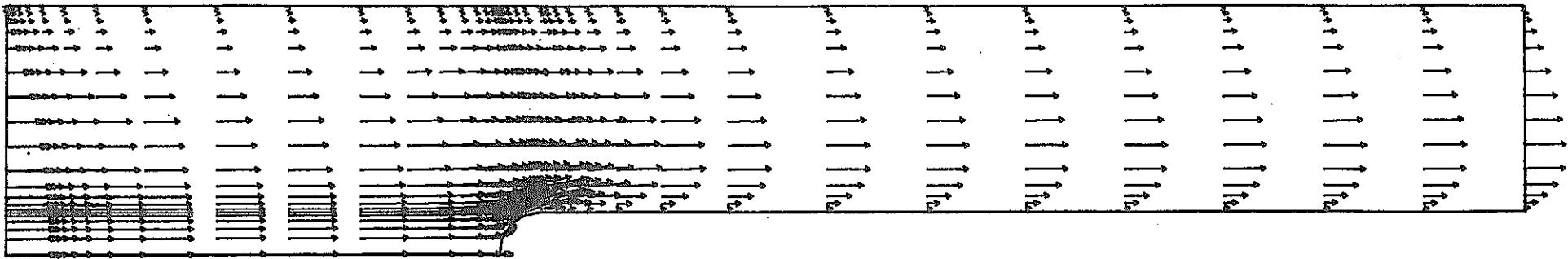
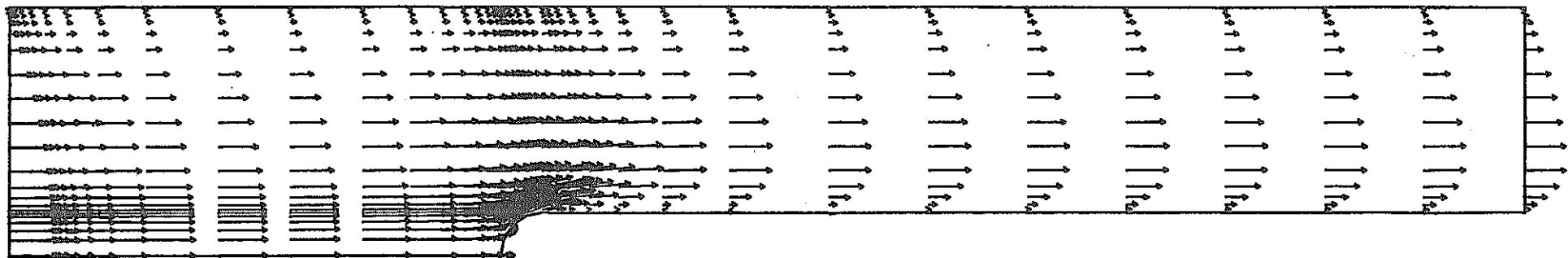
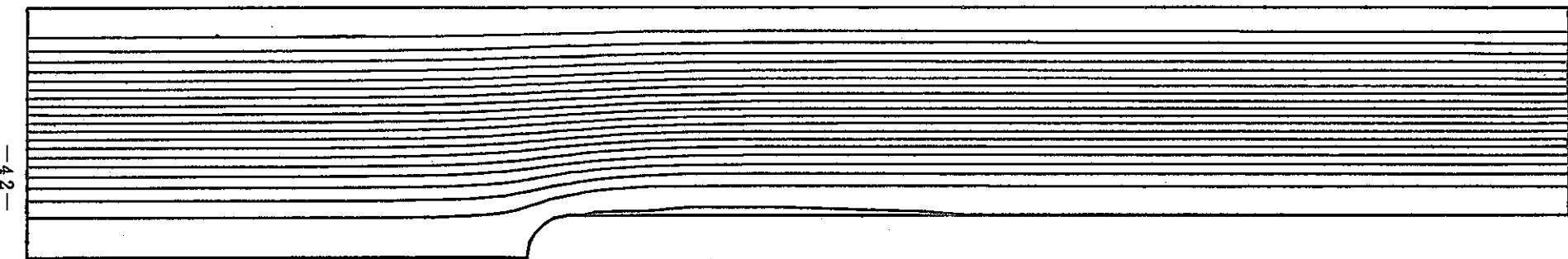


図-24 タイプ1(半球) $R_e = 5000$



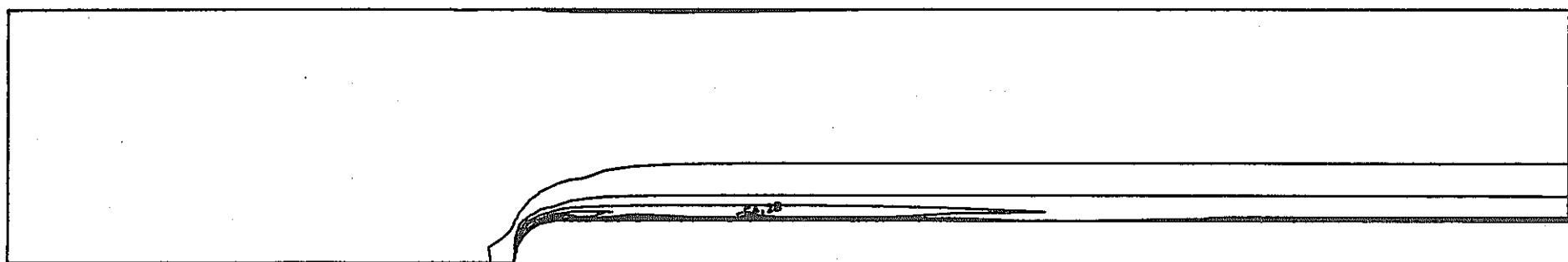
VELOCITY

RE= 20000



STREAM FUNCTION

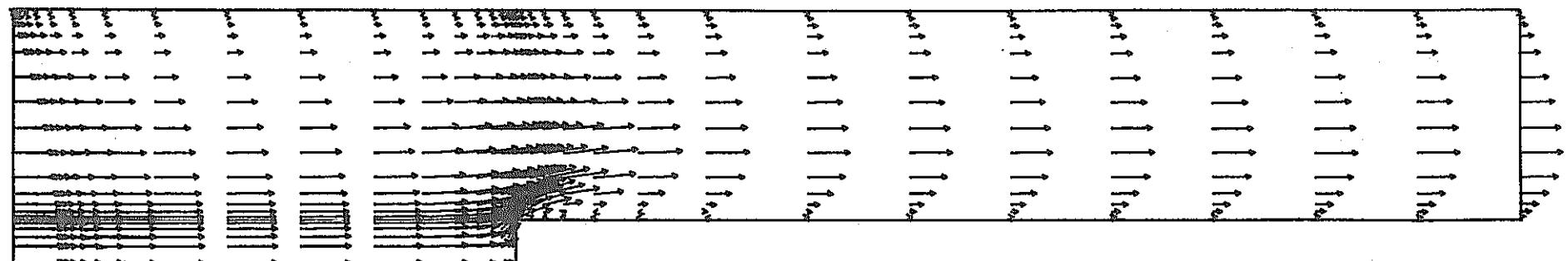
RE= 20000



VORTICITY

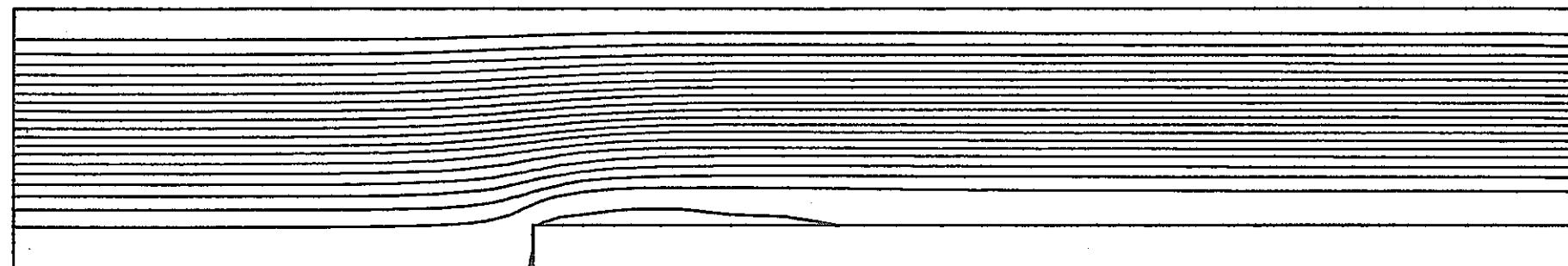
RE= 20000

図-25 タイプ1(半球) $R_e = 20000$



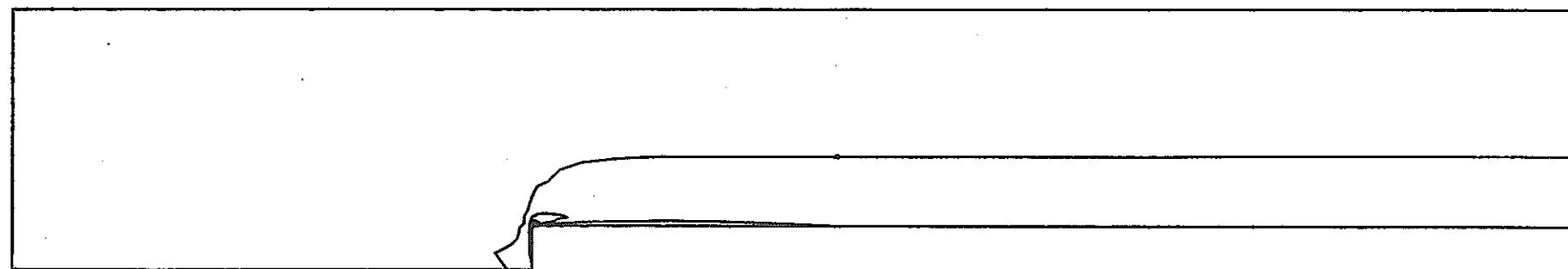
VELOCITY

RE= 5000



STREAM FUNCTION

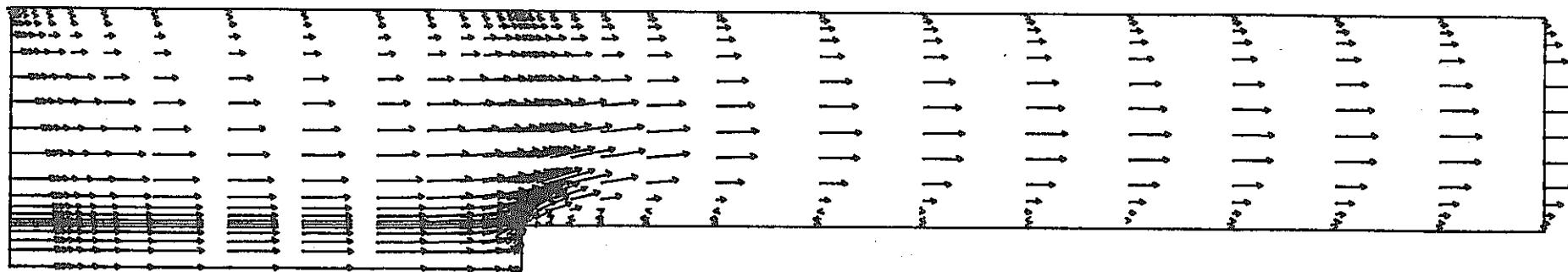
RE= 5000



VORTICITY

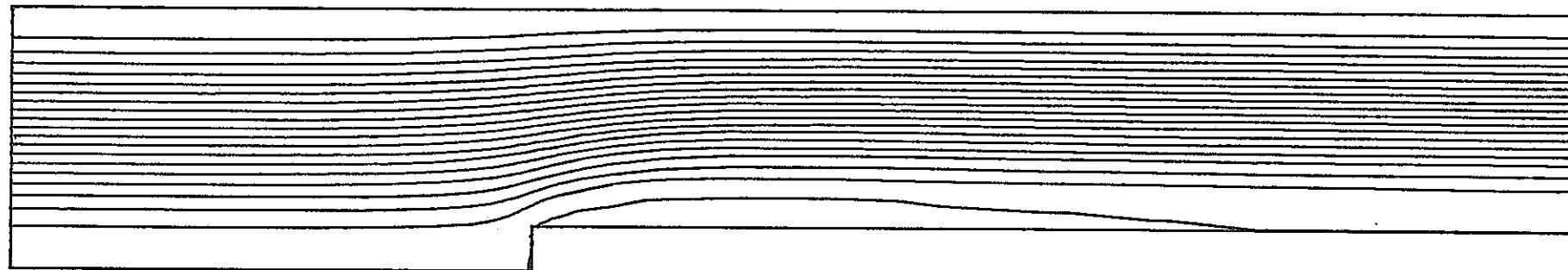
RE= 5000

図-26 タイプ2(円柱) $R_e = 5000$



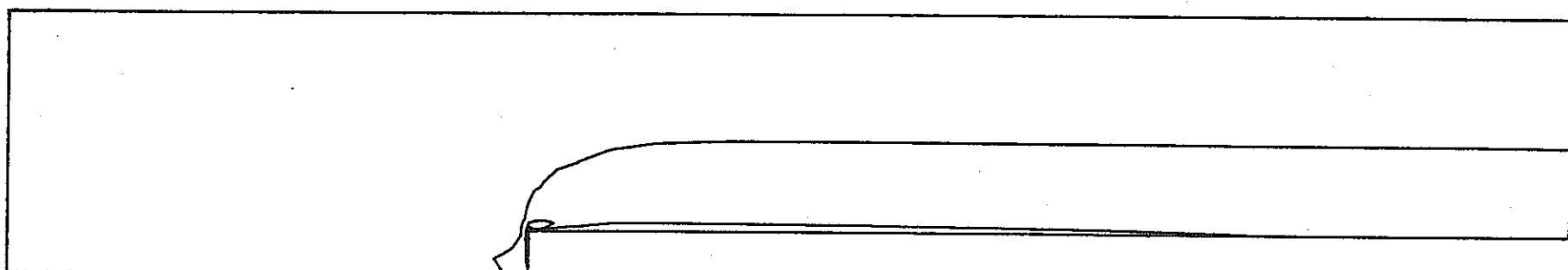
VELOCITY

RE= 20000



STREAM FUNCTION

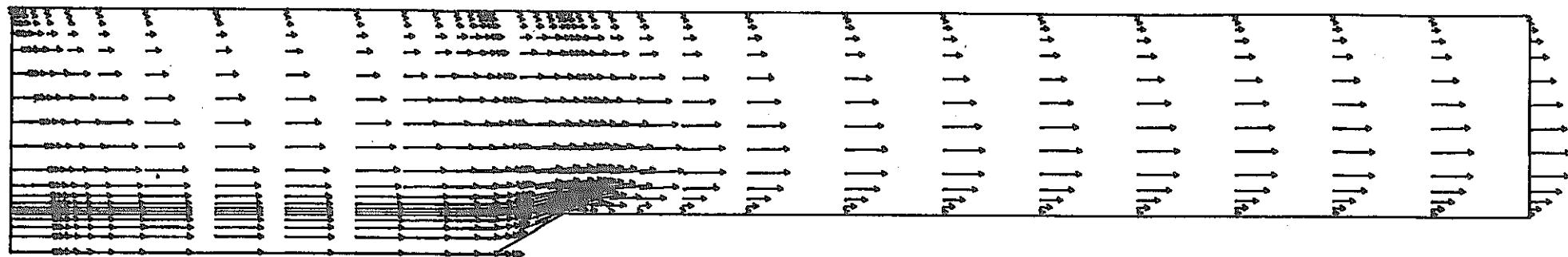
RE= 20000



VORTICITY

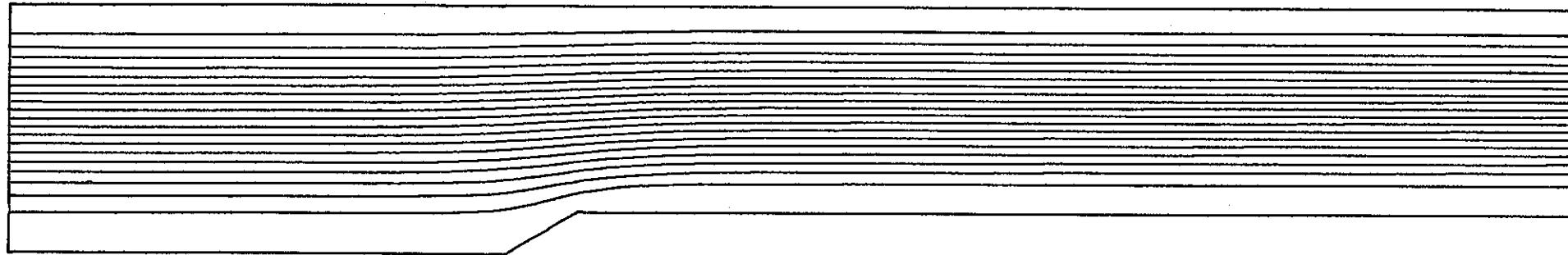
RE= 20000

図-27 タイプ2(円柱) $R_e = 20000$



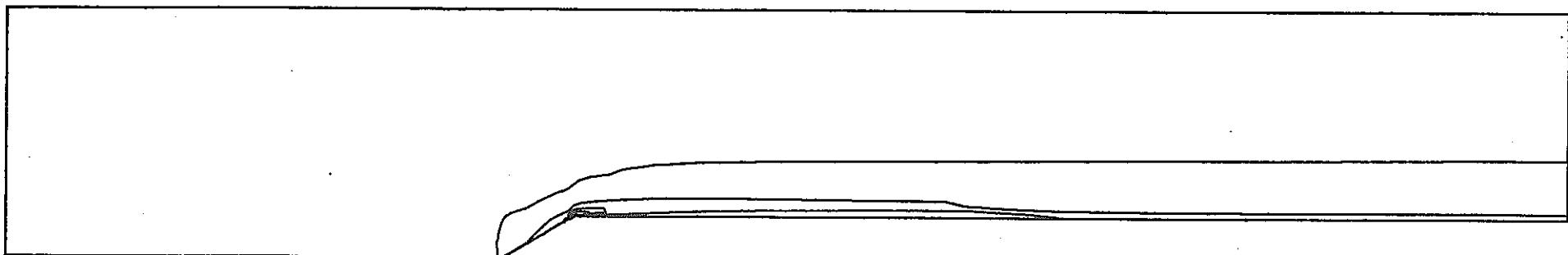
VELOCITY

RE= 5000



STREAM FUNCTION

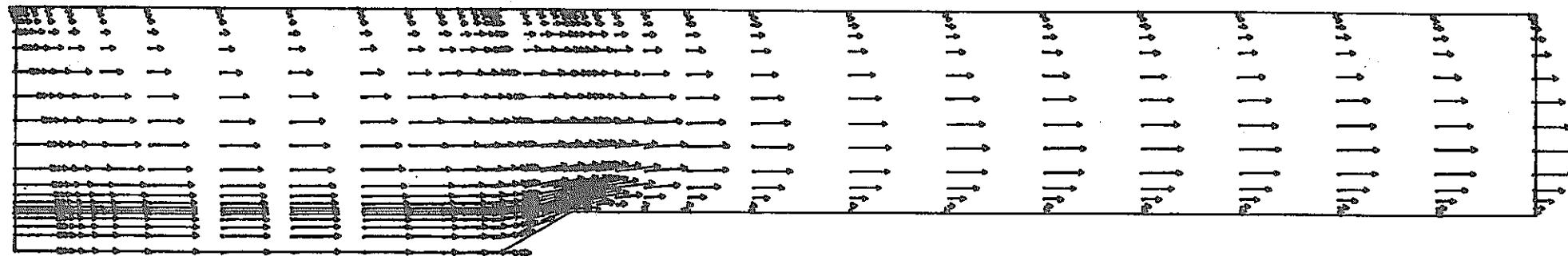
RE= 5000



VORTICITY

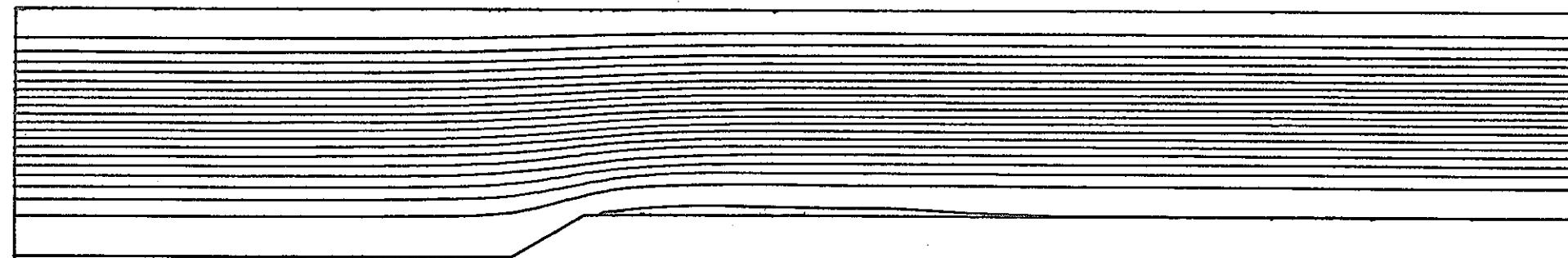
RE= 5000

図-28 タイプ3(円錐) $R_e = 5000$

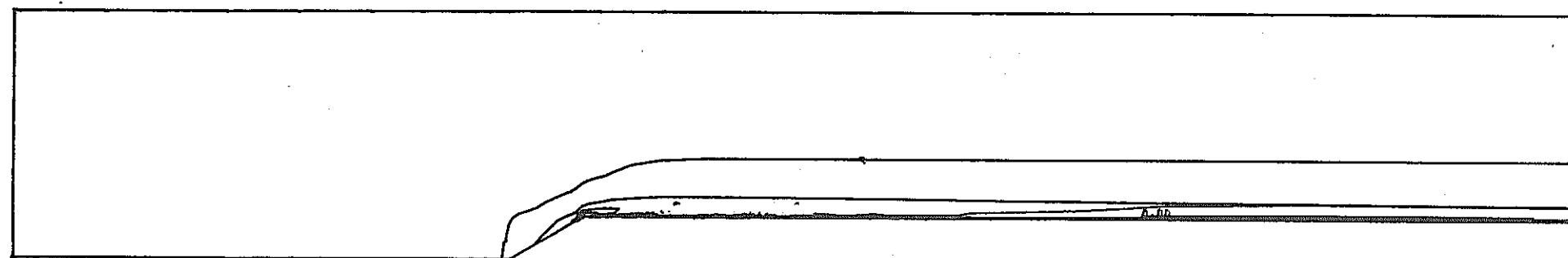


VELOCITY $RE = 20000$

-46-

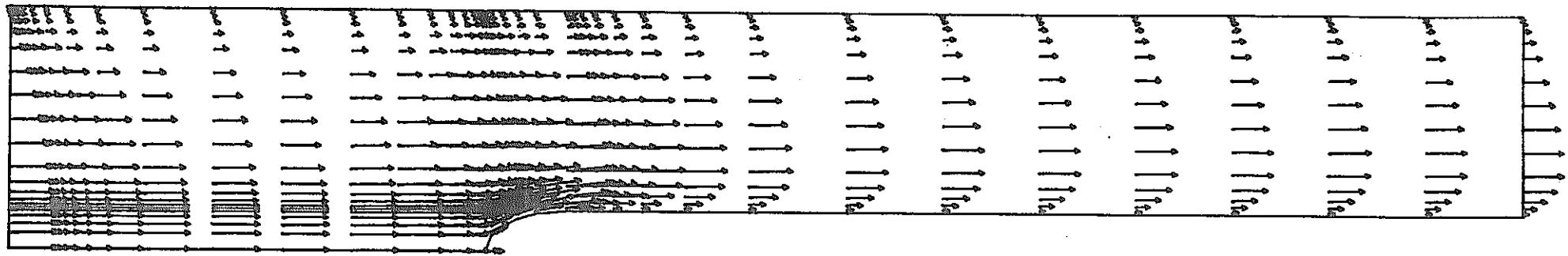


STREAM FUNCTION $RE = 20000$



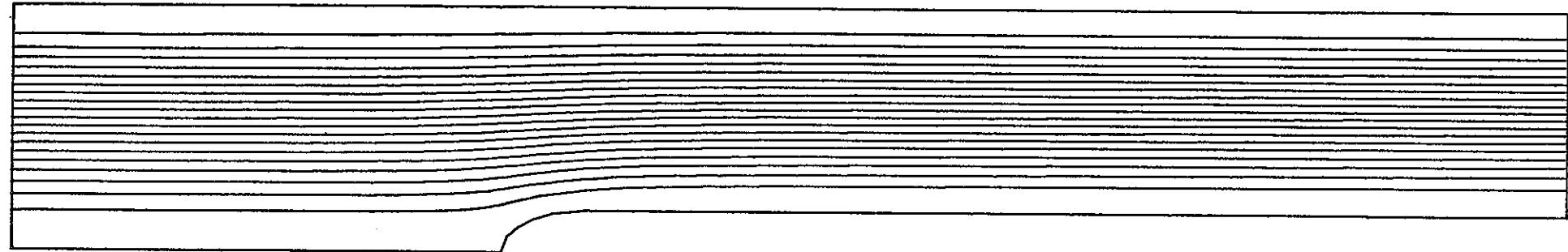
VORTICITY $RE = 20000$

図-29 タイプ3(円錐) $R_e = 20000$



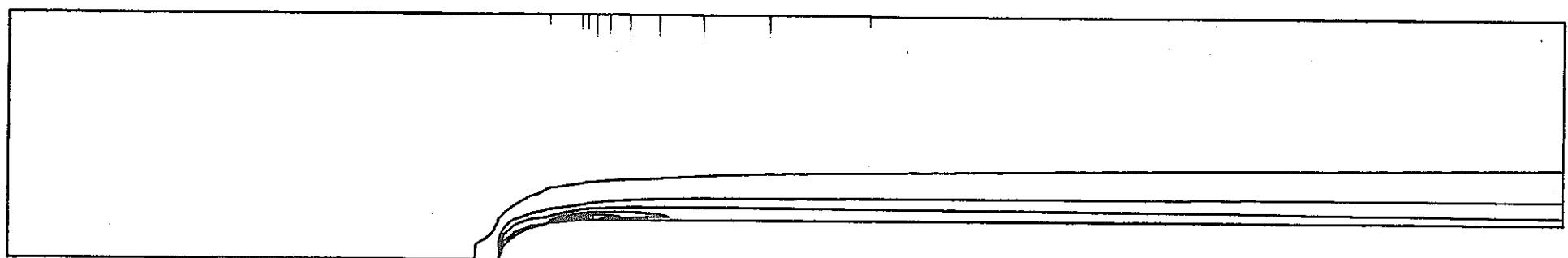
VELOCITY

RE= 5000



STREAM FUNCTION

RE= 5000



VORTICITY

RE= 5000

図-30 タイプ4(精円) $R_e = 5000$

4.4 結果の比較検討

ここでは、以上計算した結果より

- (1) 先端部形状のちがいによる速度分布の比較
- (2) 同一形状でレイノルズ数のちがいによる速度分布の比較
- (3) 入口速度分布が等速および放物形のちがいによる速度分布の比較
- (4) うず領域の発達状態

について比較検討を行なう。

(1)(2)(3)とも比較は、図-1-1の①②③④の場所で行なった。

- (1) 先端部形状のちがいによる速度分布の比較

図-31, 32は、それぞれ入口速度分布を等速、放物形にした場合の $R_e = 200$ における速度分布を比較したものである。

①では、形状によってかなり速度分布が異なっているが、③④ではほとんど同じ速度分布となっている。レイノルズ数が大きく、はく離が生じているような場合には、形状のちがいによる影響は、もっと下流まで生ずると考えられる。

- (2) 同一形状でレイノルズ数のちがいによる速度分布の比較

図-33, 34はそれぞれ入口速度分布を等速、放物形にした場合のタイプ1(半球)における速度分布を、図-35は放物形分布の場合のタイプ2(円柱)における速度分布を比較したものである。

等速分布の場合には、レイノルズ数の増加とともに、中心部の速度一定の部分が大きくなってきており、レイノルズ数によって大きな変化が認められるが、放物形分布の場合には、そのような変化はない。

レイノルズ数の低い場合には、等速分布と放物形分布の速度分布はほとんど一致している。

放物形分布の場合には、レイノルズ数の増加とともに最大速度の生じる半径方向位置が流路の中心側へ寄ってきている。

タイプ2(円柱)の場合には、 $R_e = 5000$ で③の位置の下側において速度が負になっており、はく離していることがわかる。

- (3) 入口速度分布が等速および放物形のちがいによる速度分布の比較

図-36 は、タイプ1(半球)で $R_e = 200$ および 5000 において入口速度分布が等速と放物形の場合について比較したものである。

$R_e = 200$ では、④の位置で、等速の場合でも放物形の場合に近づいているが、 $R_e = 5000$ では、全く異なっている。これは、 $R_e = 200$ の場合には④の位置でかなり境界層が発達しているが、 $R_e = 5000$ の場合には、まだ十分に発達していないからである。

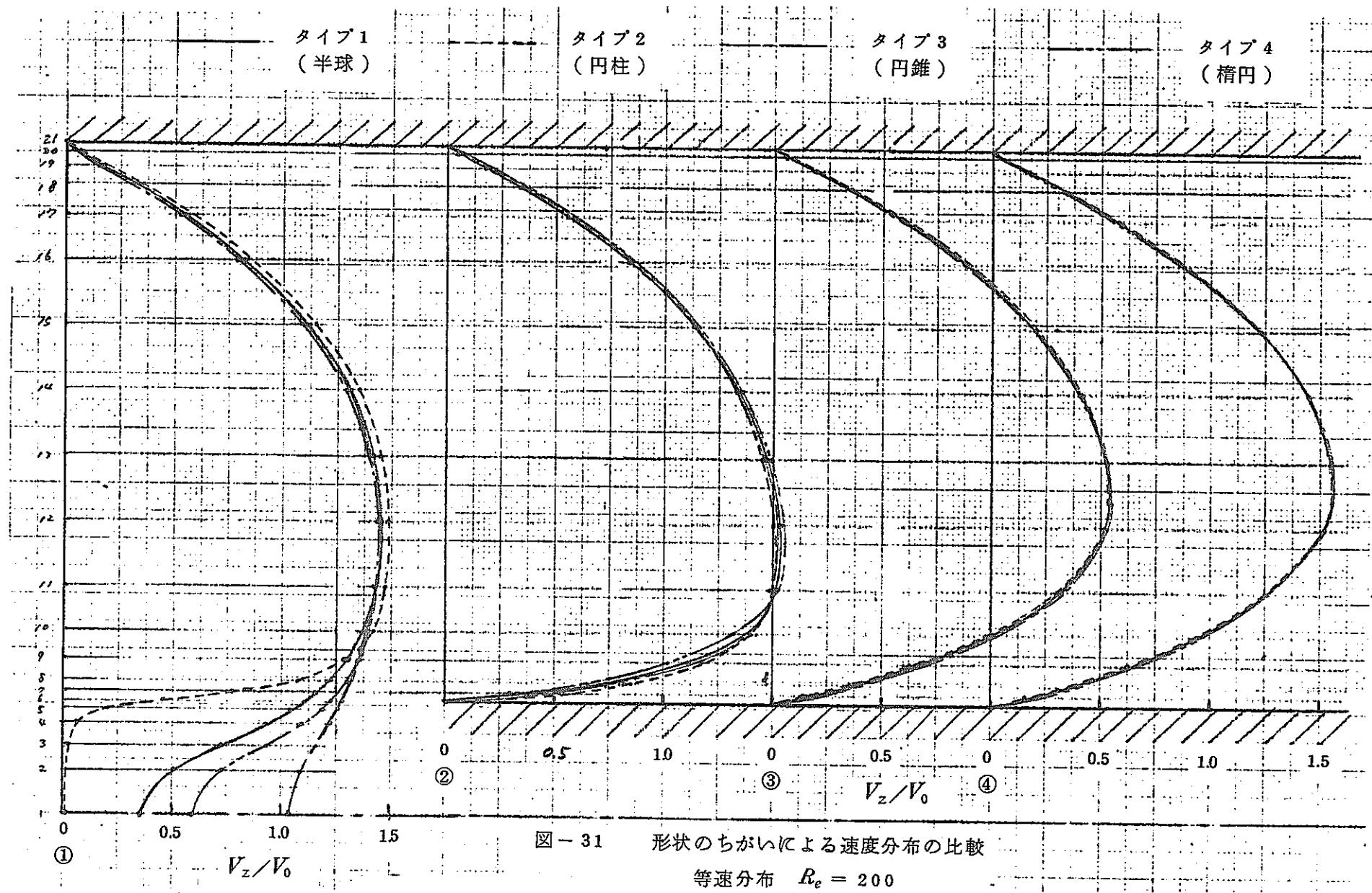
(4) うず領域の発達状態

図-37 は、各タイプにおけるうず領域の発達状態を示したものである。

うず領域は、入口速度分布が放物形の場合には、タイプ4を除いて生じているが、等速分布の場合には、タイプ2しか生じていない。

うず領域がどのくらいのレイノルズ数から生じるかは、計算したレイノルズ数の数が少ないので詳しくはわからないが、放物形分布のタイプ1では $R_e = 5000 \sim 20000$ 、タイプ2では $R_e = 1000 \sim 3000$ 、タイプ3では $R_e = 5000 \sim 10000$ の間で、等速分布のタイプ2では $R_e = 2000 \sim 3000$ の間で生じている。うず領域は、レイノルズ数の増加とともに下流側へひろがっており、放物形分布の方が大きくなっている。

タイプ4の精円の場合には、放物形分布、等速分布のいずれの場合でも、はく離は生じておらず、流線形にするのが、一番先端形状として適していることがわかる。



5. む す び

円管内に軸対称物体があり、その先端の形状が変化する場合の流速分布を求めるという当初の目標は、層流域ではあるが、達成できた。今後、乱流域も解析できるように改良していく必要がある。

しかし、乱流の解析方法は、現在、活発に各方面で研究されているが、未だ、純理論だけで解析する方法は確立されていないようである。現在、行なわれている方法としては、各係数を Emmons⁽⁴⁾, Wolfshtein⁽⁵⁾等の実験より決定して解析している例⁽⁶⁾がある。

本問題に適用するには、すでに実験で求められている数値、又は今後の実験により各係数を仮定し解析することが可能であり、今後今回の計算式に乱流エネルギー方程式を追加することにより乱流に対する管内流解析を行ないたいと思う。

最後に、本解析コード開発に際し有益な御討議下さいました動力炉・核燃料開発事業団三本保秀、足立 清、中本香一郎の諸氏に深く感謝致します。

参 考 文 献

- (1) Gosman, A. D. ほか 4 名, Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, (1969), Academic Press.
- (2) 山本・ほか 3 名, 同軸対向衝突噴流の数値解析(層流解), 油圧と空気圧, 6-6, (昭 50-11), 287 - 297
- (3) 山本・ほか 2 名, 同軸対向衝突噴流の数値解析(乱流解), 油圧と空気圧, 7-2, (昭 51-3), 89 - 95
- (4) Emmons, H. W. , Shear Flow Turbulence, Proc. 2nd U. S. National Congress App. Mech., ASME, 1954.
- (5) Wolfshtein, M. , Some Solutions of the Plane Turbulent Impinging Jet, J. of Basic Engineering, Trans. of the ASME, Dec., 1970.

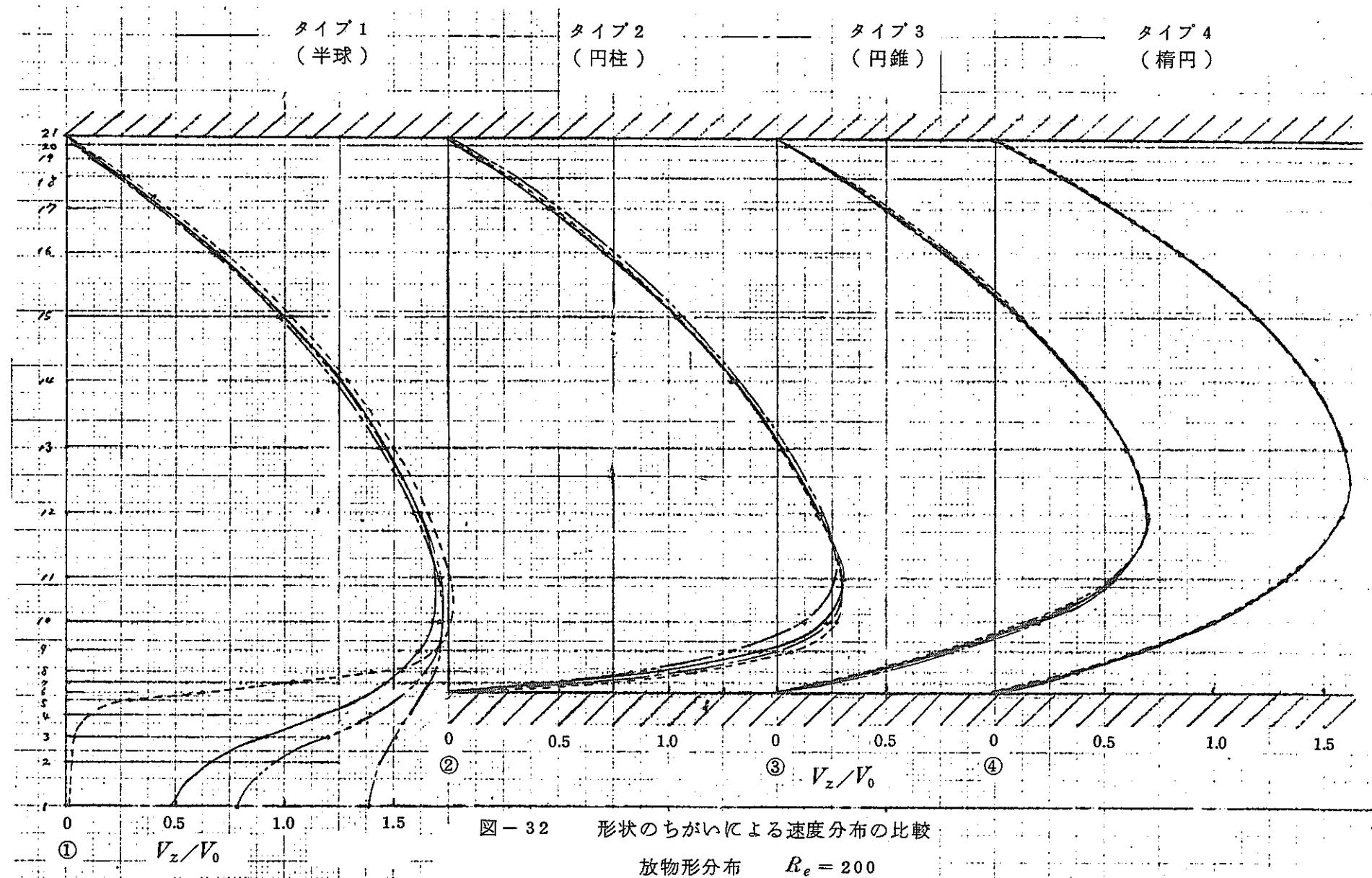


図-32 形状のちがいによる速度分布の比較
放物形分布 $R_e = 200$

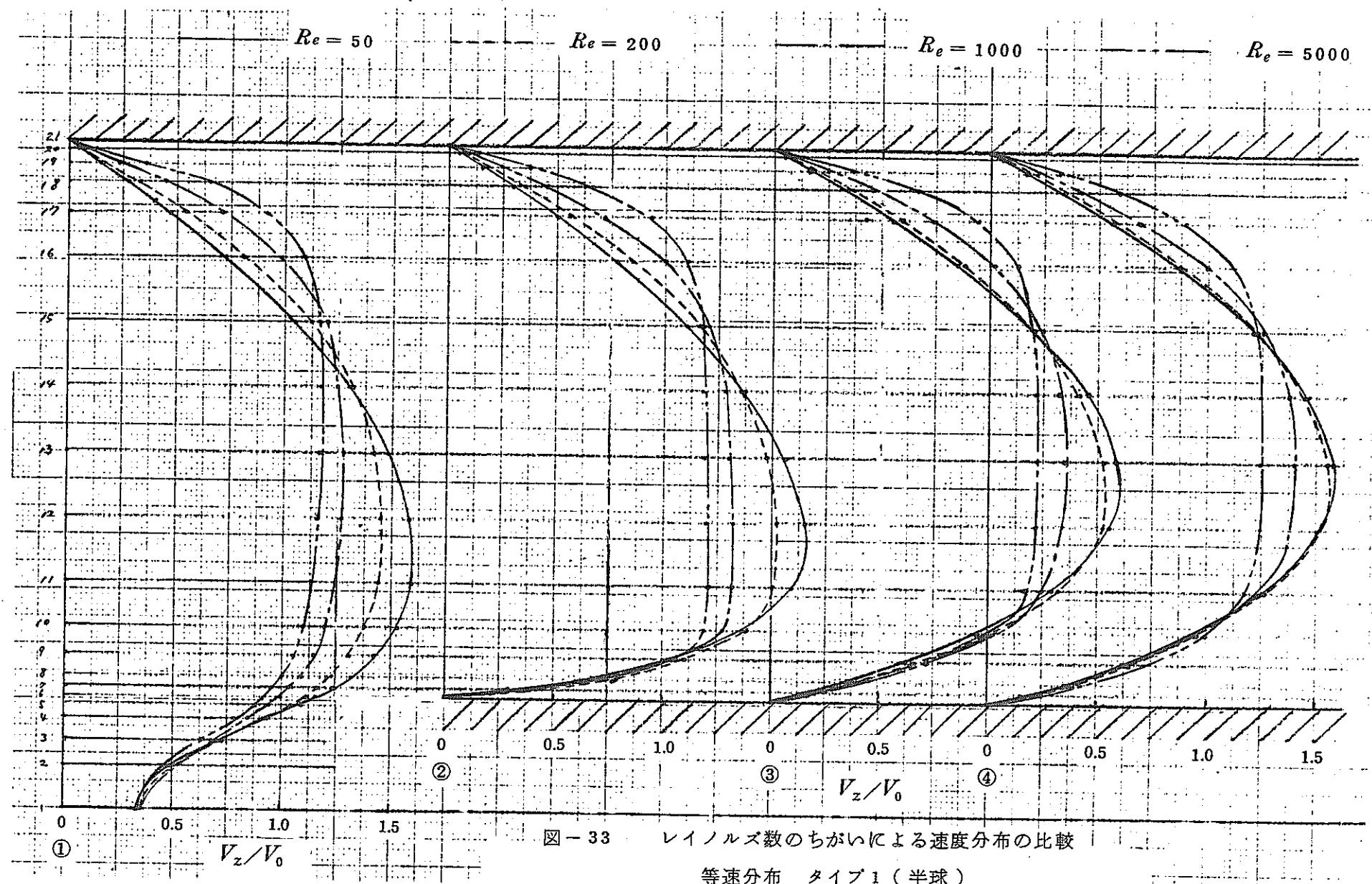


図-33 レイノルズ数のちがいによる速度分布の比較

等速分布 タイプ1(半球)

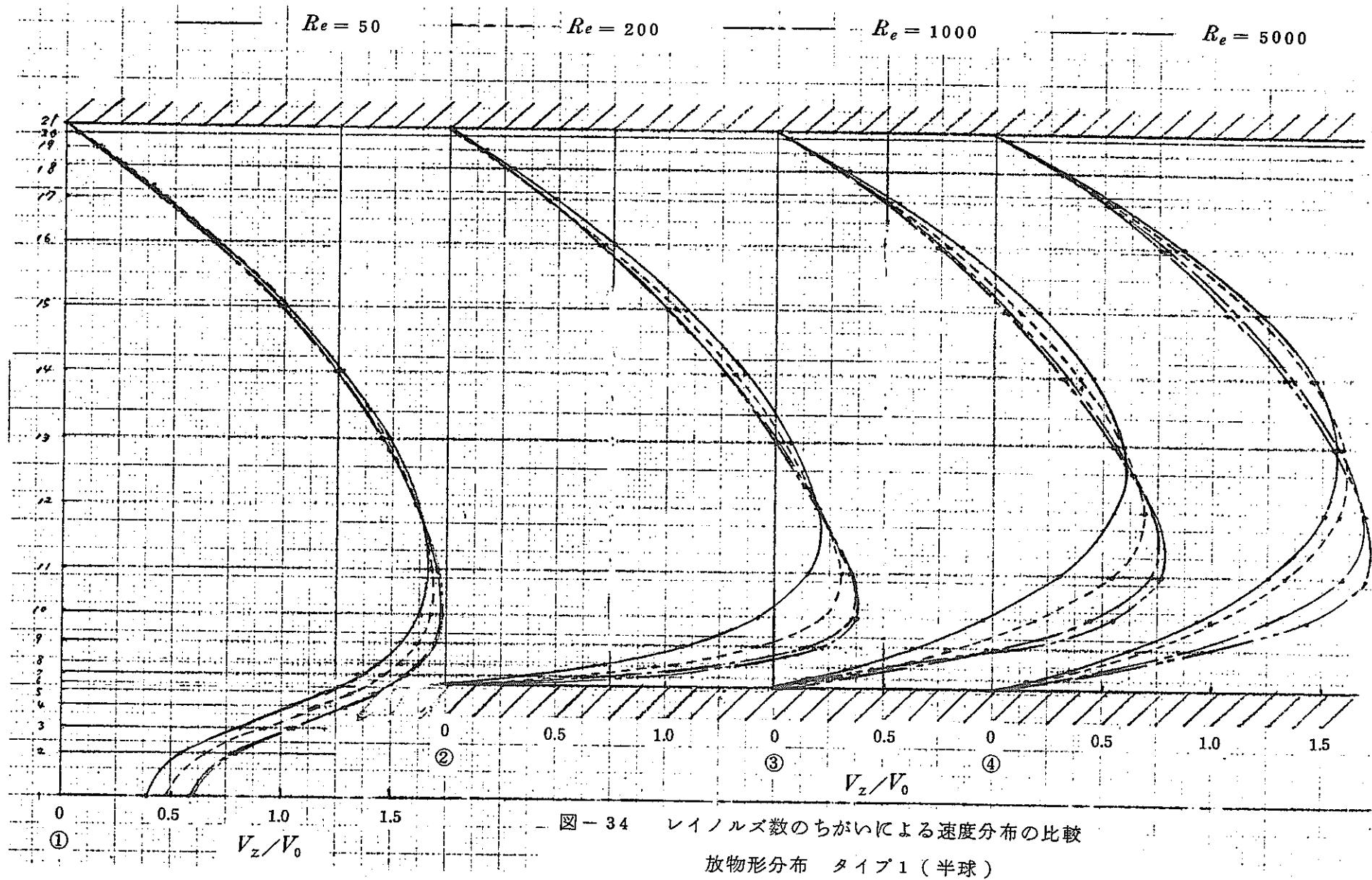


図-34 レイノルズ数のちがいによる速度分布の比較
放物形分布 タイプ1(半球)

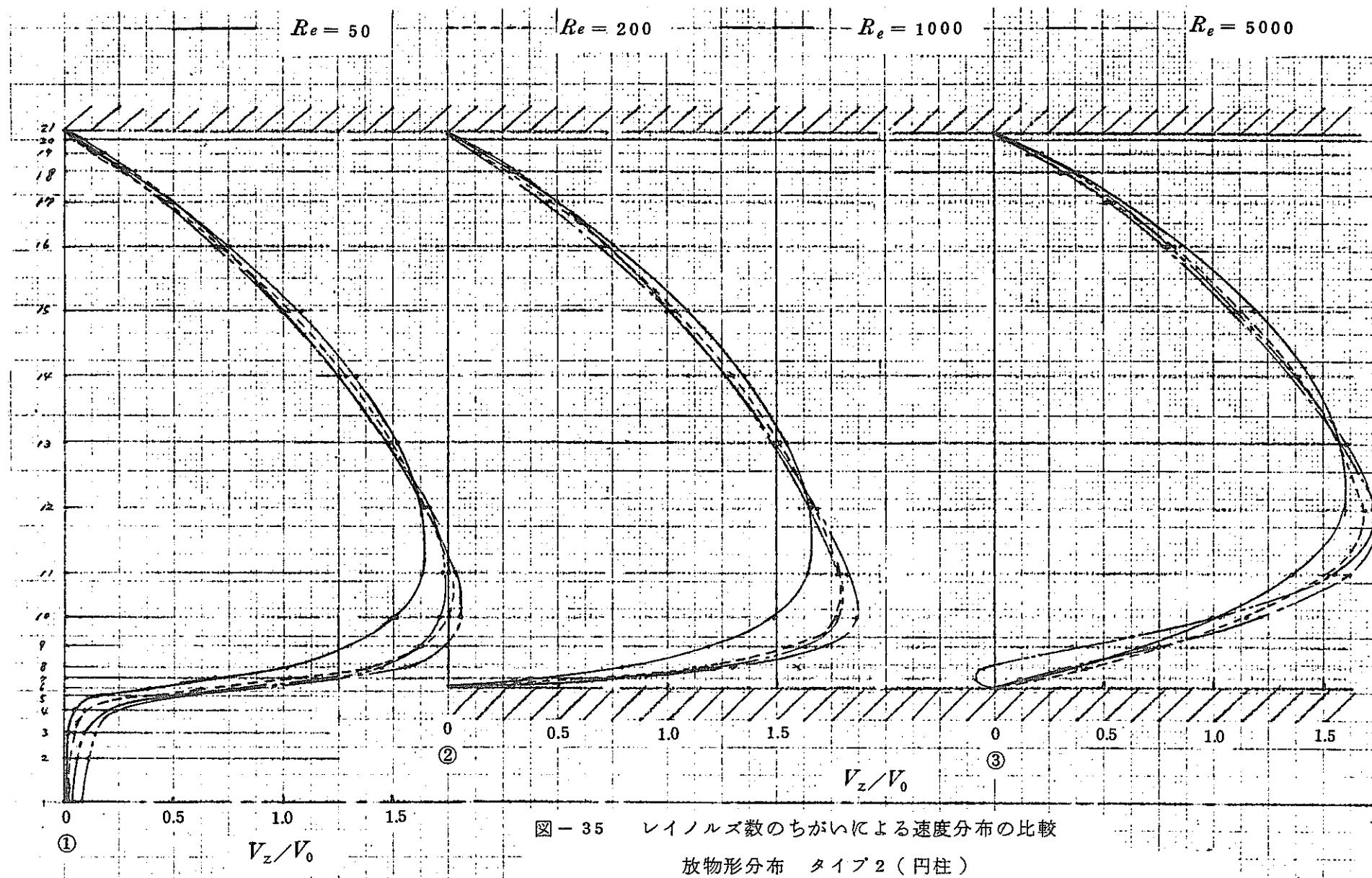


図-35 レイノルズ数のちがいによる速度分布の比較

放物形分布 タイプ2(円柱)

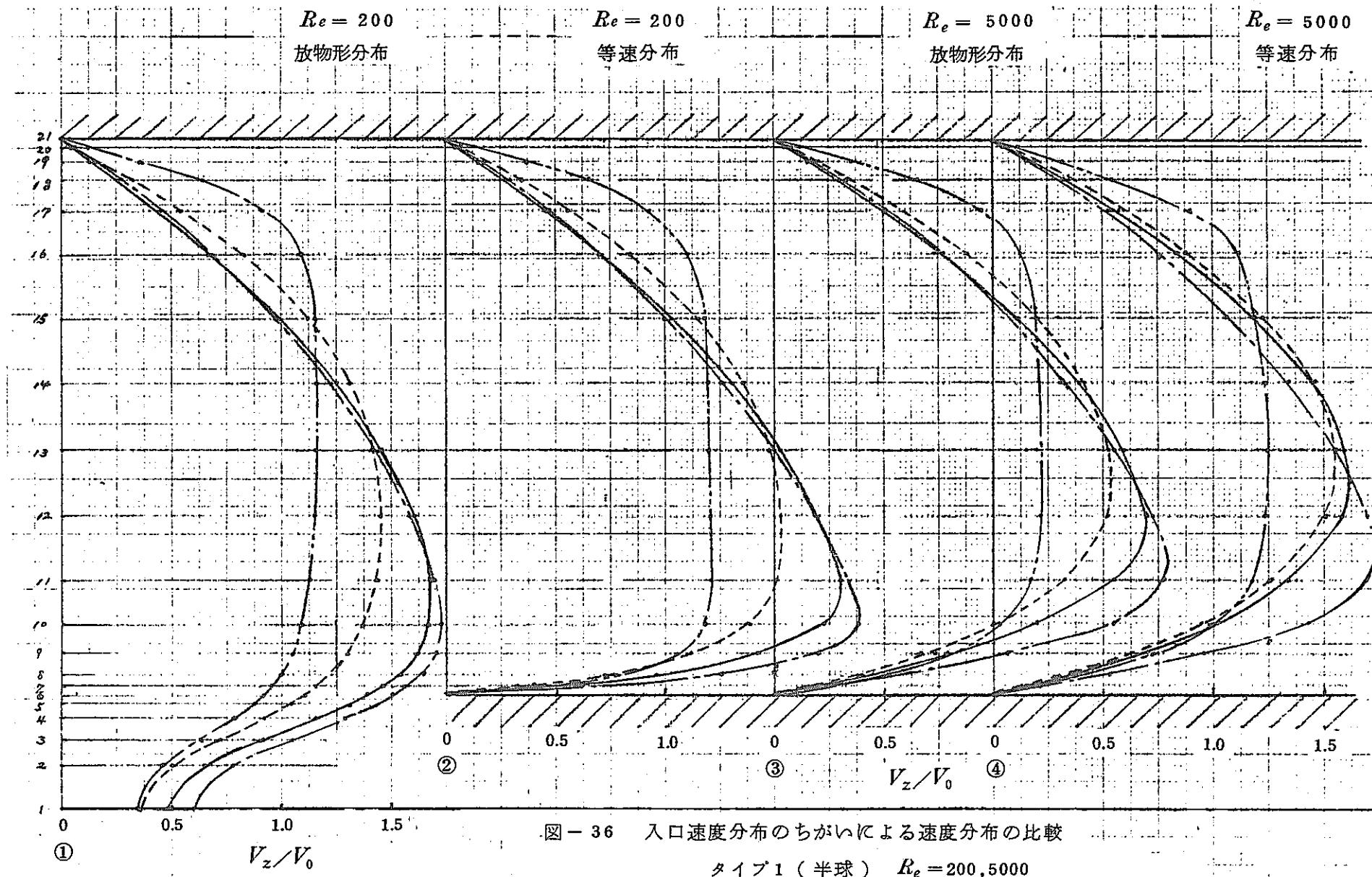
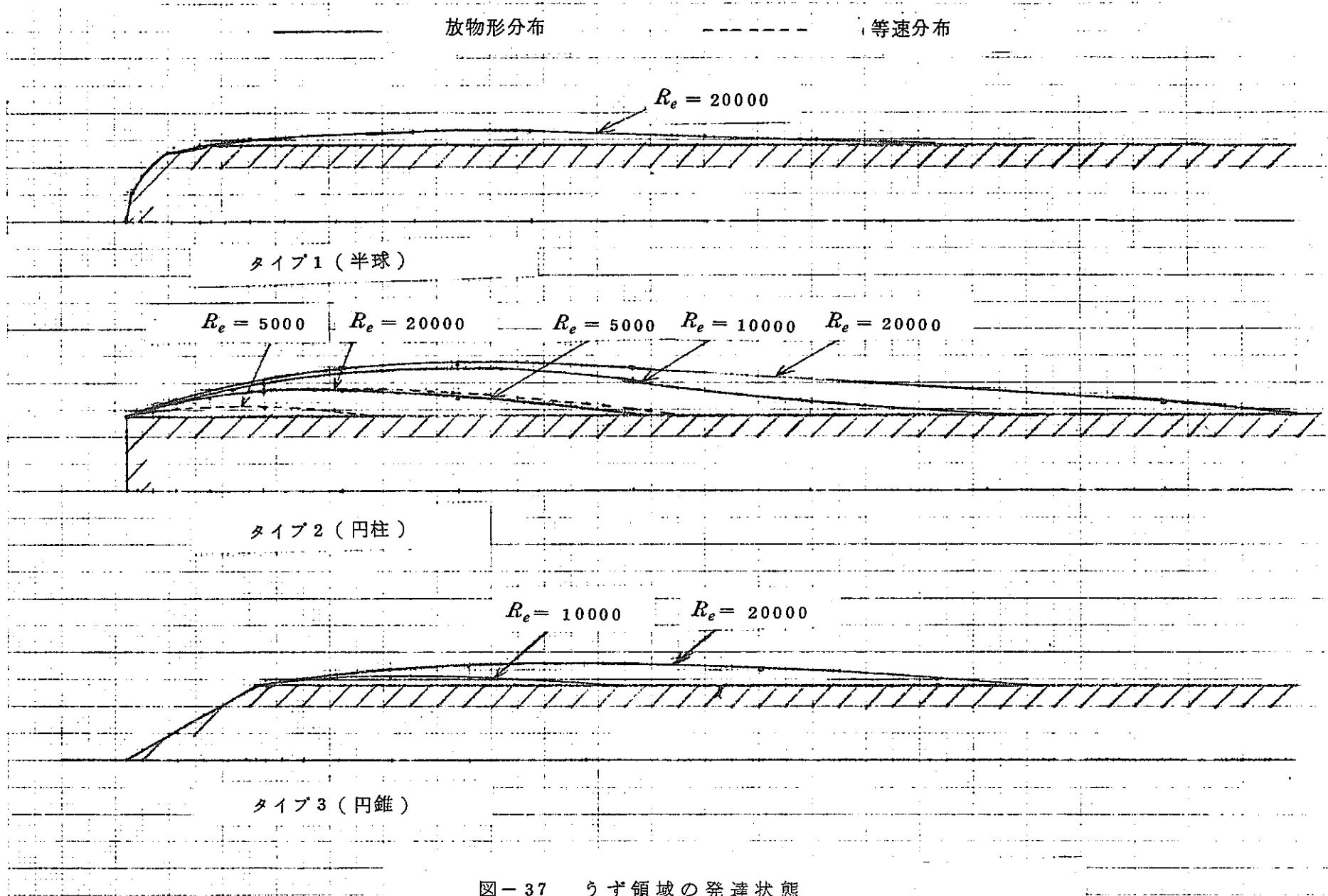


図-36 入口速度分布のちがいによる速度分布の比較
タイプ1(半球) $Re = 200, 5000$



5. む す び

円管内に軸対称物体があり、その先端の形状が変化する場合の流速分布を求めるという当初の目標は、層流域ではあるが、達成できた。今後、乱流域も解析できるように改良していく必要がある。

しかし、乱流の解析方法は、現在、活発に各方面で研究されているが、未だ、純理論だけで解析する方法は確立されていないようである。現在、行なわれている方法としては、各係数を Emmons⁽⁴⁾, Wolfshtein⁽⁵⁾等の実験より決定して解析している例⁽⁶⁾がある。

本問題に適用するには、すでに実験で求められている数値、又は今後の実験により各係数を仮定し解析することが可能であり、今後今回の計算式に乱流エネルギー方程式を追加することにより乱流に対する管内流解析を行ないたいと思う。

最後に、本解析コード開発に際し有益な御討議下さいました動力炉・核燃料開発事業団三本保秀、足立 清、中本香一郎の諸氏に深く感謝致します。

参 考 文 献

- (1) Gosman, A. D. ほか 4 名, Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, (1969), Academic Press.
- (2) 山本・ほか 3 名, 同軸対向衝突噴流の数値解析(層流解), 油圧と空気圧, 6-6, (昭 50-11), 287 - 297
- (3) 山本・ほか 2 名, 同軸対向衝突噴流の数値解析(乱流解), 油圧と空気圧, 7-2, (昭 51-3), 89 - 95
- (4) Emmons, H. W. , Shear Flow Turbulence, Proc. 2nd U. S. National Congress App. Mech., ASME, 1954.
- (5) Wolfshtein, M. , Some Solutions of the Plane Turbulent Impinging Jet, J. of Basic Engineering, Trans. of the ASME, Dec., 1970.

附 錄

ここでは、プログラムの入力形式、出力形式、プログラム構成について述べる。

目 次

1. 入力形式	
1. 1 入力データ項目および制限	59
1. 2 入力データ形式	60
2. 出力形式	
2. 1 出力項目	63
2. 2 出力リスト形式	64
3. プログラム構成	
3. 1 プログラム構成表	71
3. 2 プログラム概要	73
3. 3 変数対応表	74

1. 入力形式

1.1 入力データ項目および制限

(1) タイトル(1枚)

モデル名称等を入力する。

(2) コントロール

途中結果出力指示, 反復回数, 加速係数, 許容誤差等を入力する。

(3) レイノルズ数

計算するレイノルズ数(20ケースまで), プロッタ出力の指示等を入力する。

(4) 形状

右図に示すように z , r 方向共

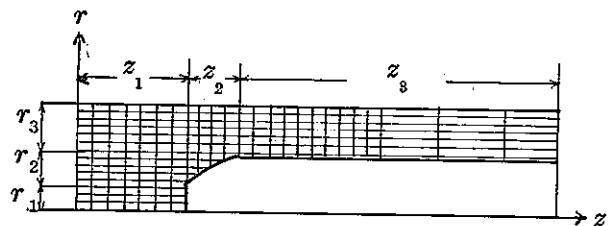
3区間に分割して各区間の分割数,

長さ, 分割比を入力する。

z 方向の分割数は59以内, r

方向の分割数は29以内とする。

又, z_2 と r_2 は同一分割数である。



1.2 入力データ形式

DATA SHEET

	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
(1) タイトル																
TITLE																
(2) コントロール																
CONTROL	途中出力	反復回数	加速度係数 うず度	流れ関数	許容誤差					FC	SZ	NSZ	VSC			
	(5 I1)	(I5)	(2F5.2)		(F10.2)					(5 I2)	(2F5.2)	(I5)	(F5.2)			
Cal.	11 = 1		入力データ読み込みルーチンの出力			プロ	51~55	factor (倍率) を指定する。								
	12 = 1		初期データセット	"		タ	56~60	直徑を何mmでかくか指定する。								
	13 = 1		差分式計算	"		用	61~65	流線, 等うず度線を何本引くか指定する。								
	14 = 1		境界条件セット	"			66~70	流速 = 1.0 を何mmでかくか指定する。								
	15 = 1		ブロックタ	"				何も記入しないときは,								
	41 ~ 42		初期値をファイルから入力する場合					FC = 0.8								
			何番目のレコードを読むか指定する。					SZ = 100.0								
	43 ~ 44 = 1		結果をファイルにかく場合指定する。					NSZ = 10								
	45 ~ 46 = 0		入口の速度分布を均一とする。					VSC = 5								
			-1	"	放物形とする。			を中心でセットしている。								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	PAGE	OF

DATA SHEET

	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
(3) 計算するレイノルズ数																
RE NO.	個 数		プロッター出力指示 (1 cal. づつ)													
	(I5)		(20 11)													
	R_e_1		R_e_2			R_e_3		R_e_4		R_e_5						
	R_e_6		R_e_7			R_e_8		R_e_9		R_e_{10}						
	R_e_{11}		R_e_{12}			R_e_{13}		R_e_{14}		R_e_{15}						
	R_e_{16}		R_e_{17}			R_e_{18}		R_e_{19}		R_e_{20}						
	(10 X, 5 F 10.5)															
	$NRE \leq 20^{\circ}\text{C}$ である。															
(4) 分割数及び間隔																
Z-R MESH	$n z_1$	$n z_2$	$n z_3$			$n r_1$	$n r_2$	$n r_3$								
				(3 I5)					(3 I5)							
Z-R SPAN	z_1	z_2	z_3			r_1	r_2	r_3								
				(3 F 5.1)					(3 F 5.1)							
	$(n z_1 + n z_2 + n z_3 \leq 59$ である。)															
	$(n r_1 + n r_2 + n r_3 \leq 29$ である。)															
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	PAGE OF	

DATA SHEET

	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
(5) 分割比																
Z. RATE-1																(データ個数は $n.z_1$ 個)
Z. RATE-2																(" $n.z_2$ 個)
Z. RATE-3																(" $n.z_3$ 個)
R. RATE-1																(データ個数は $n.r_1$ 個)
R. RATE-2																(" $n.r_2$ 個)
R. RATE-3																(" $n.r_3$ 個)
																(10X, 10F 5.1)
各区間の分割の比率を与える。																
1行で記入できない時(分割数が10以上の時)は																
2行にわたり記入する。																
(6) エンド																
END																
データの終りを示す。																
END以外の1~10 col. はデータのヘッダーでこの文字は自由であるが見やすいために																
この通り記入するとよい。																

2. 出力形式

2.1 出力項目

(1) 必ず出力するもの

(a) 入力データリスト

入力データそのままをプリント。

(b) 格子点座標

z , r 方向の格子点の座標を出力。

又, r 方向毎に z 方向の最大格子点番号を出力。

(c) 収束過程

うず度および流れ関数の $\sum_{n=1}^m |(\varphi^{(n)} - \varphi^{(n-1)}) / \varphi^{(n-1)}|$ を示す。

ここで

φ : うず度又は流れ関数

n : 反復回数

m : 境界内の格子点総数

この値の大きい方の値が、許容誤差より小さくなれば収束したとみなす。

(d) うず度 Ω を示す。

(e) 流れ関数 Ψ を示す。

(f) 流速

入口平均流速を 1 とした時の z 方向流速 v_z , r 方向流速 v_r を示す。

(2) コントロールで指示するもの

(a) Col.11 = 1 のとき

入力データ読み込みルーチンの途中結果を出力。

(b) Col.12 = 1 のとき

Ψ の初期値, B の値を出力。

(c) Col.13 = 1 のとき

各反復回数毎に (Ω/r) と (Ψ) を出力。

(d) Col.14 = 1 のとき

各反復回数毎に境界 (Ω/r) と (Ψ) を出力。

(e) Col.15 = 1 のとき

プロットルーチンの途中結果を出力。

2.2 出力リスト形式

(1) 入力データ

*** LAMINAR FLOW ANALYSIS PROGRAM IN AN ANNULUS *** PAGE 1

*** TYPE-1 DATA (CIRCLE) BY JANA 1976-10-23 ***

LINE NO.	1	2	3	4	5	6	7
1	TITLE	*** TYPE-1 DATA (CIRCLE)	BY JANA	1976-10-23	***	DATA001	
2	CONTROL	00000 300 1.0 1.0 0.7		1		DATA002	
3	RE NO.	5 10011					
4		50.0 200.0 1000.0 5000.0 20000.0					
5	Z-R MESH	19 5 15 0 5 15				DATA007	
6	Z-R SPAN	81.1 6.9162.2 6.933.65				DATA008	
7	Z RATE-1	100 150 225 338 506 760 1139 1709 2563 2563				DATA009	
8		2563 1709 1139 760 506 338 225 150 100				DATA010	
9	Z RATE-2	76 131 184 226 383				DATA011	
10	Z RATE-3	100 150 225 338 506 760 1139 1709 1709 1709				DATA012	
11		1709 1709 1709 1709 1709				DATA013	
12	R RATE-2	383 226 184 131 76				DATA014	
13	R RATE-3	100 150 225 338 506 760 760 760 760				DATA015	
14		506 338 225 150 100				DATA016	
15	END					DATA017	
	1.....6....1....6....1....6....1....5....1....6....1....6....1....6....1....6....1....6....	2	3	4	5	6	7

(2) 格子点座標

* * * TYPE-1 DATA (CIRCLE)

*** LAMINAR FLOW ANALYSIS PROGRAM IN AN ANNULUS *** PAGE
BY JANA 1975-10-23 ***

2

** Z-MESH **

1	0.	2	0.462293E 00	3	0.115573E 01	4	0.219589E 01	5	0.375844E 01
6	0.609764E n1	7	0.961106E 01	8	0.148766E 02	9	0.227772E 02	10	0.346257E 02
11	0.464743E n2	12	0.583228E 02	13	0.662234E 02	14	0.714889E 02	15	0.750024E 02
16	0.773416E n2	17	0.789041E 02	18	0.799443E 02	19	0.806377E 02	20	0.811000E 02
21	0.816244E n2	22	0.825283E 02	23	0.837979E 02	24	0.853573E 02	25	0.880000E 02
26	0.889603E n2	27	0.904008E 02	28	0.925616E 02	29	0.958075E 02	30	0.100667E 03
31	0.107965E n3	32	0.118903E 03	33	0.135316E 03	34	0.151728E 03	35	0.168140E 03
36	0.184552E n3	37	0.200964E 03	38	0.217376E 03	39	0.233788E 03	40	0.250200E 03

*** R-MESH ***

*** Z-MAX, POINT NO. *** (IF S.EQ.1, SLOPE)

(3) 収束過程 *** TYPE=1 DATA (CIRCLE) *** LAMINAR FLOW ANALYSIS PROGRAM IN AN ANNULUS *** PAGE 3
BY JANA 1976-10-23 ***

** CONVERGENCE **

** RE= 0.50000E 02 **

NO.	VORTICITY	STREAM FUNCTION
1	0.40010E-05	0.17408E 02
2	0.34863E 05	0.11358E 03
3	0.44996E 03	0.88823E 02
4	0.67089E 03	0.50323E 03
5	0.21066E 03	0.87816E 02
6	0.39739E 03	0.21703E 03
7	0.23637E 03	0.10295E 03
8	0.55639E 03	0.20666E 03
9	0.38722E 03	0.29081E 03
10	0.40309E 03	0.10719E 03
11	0.48165E 03	0.53175E 03
12	0.19649E 03	0.61425E 02
13	0.11002E 04	0.18172E 03
14	0.23787E 03	0.55507E 02
15	0.15829E 03	0.15084E 04
16	0.40018E 03	0.56168E 02
17	0.14184E 03	0.16564E 03
18	0.59358E 03	0.54936E 02
19	0.39881E 03	0.21832E 03
20	0.31782E 03	0.43486E 02
21	0.98279E 02	0.19556E 03
22	0.11544E 04	0.32200E 02
23	0.80851E 02	0.10050E 03
24	0.57025E 03	0.27483E 02
25	0.64853E 02	0.11892E 03
26	0.22719E 03	0.26447E 02
27	0.57716E 02	0.14770E 03
28	0.19220E 03	0.25801E 02
29	0.78859E 02	0.13577E 03
30	0.19391E 03	0.22392E 02
31	0.11030E 03	0.23698E 03
32	0.29706E 03	0.16035E 02
33	0.42785E 02	0.13584E 03
34	0.17479E 03	0.11039E 02
35	0.35818E 02	0.31619E 02
36	0.53959E 02	0.88267E 01
37	0.22917E 02	0.14405E 02
38	0.36988E 02	0.82156E 01
39	0.19670E 02	0.90213E 01
40	0.25358E 02	0.71855E 01
41	0.17325E 02	0.71045E 01
42	0.14265E 02	0.55048E 01
43	0.11895E 02	0.68537E 01
44	0.11069E 02	0.39080E 01
45	0.87468E 01	0.52583E 01
46	0.93648E 01	0.29316E 01
47	0.65138E 01	0.38192E 01
48	0.76807E 01	0.26377E 01
49	0.53361E 01	0.26284E 01
50	0.61116E 01	0.24403E 01

(7) r 方向流速 *** TYPE-1 DATA (CIRCLE) *** LAMINAR FLOW ANALYSIS PROGRAM IN AN ANNULUS *** PAGE 11
 BY JANA 1976-10-23 ***

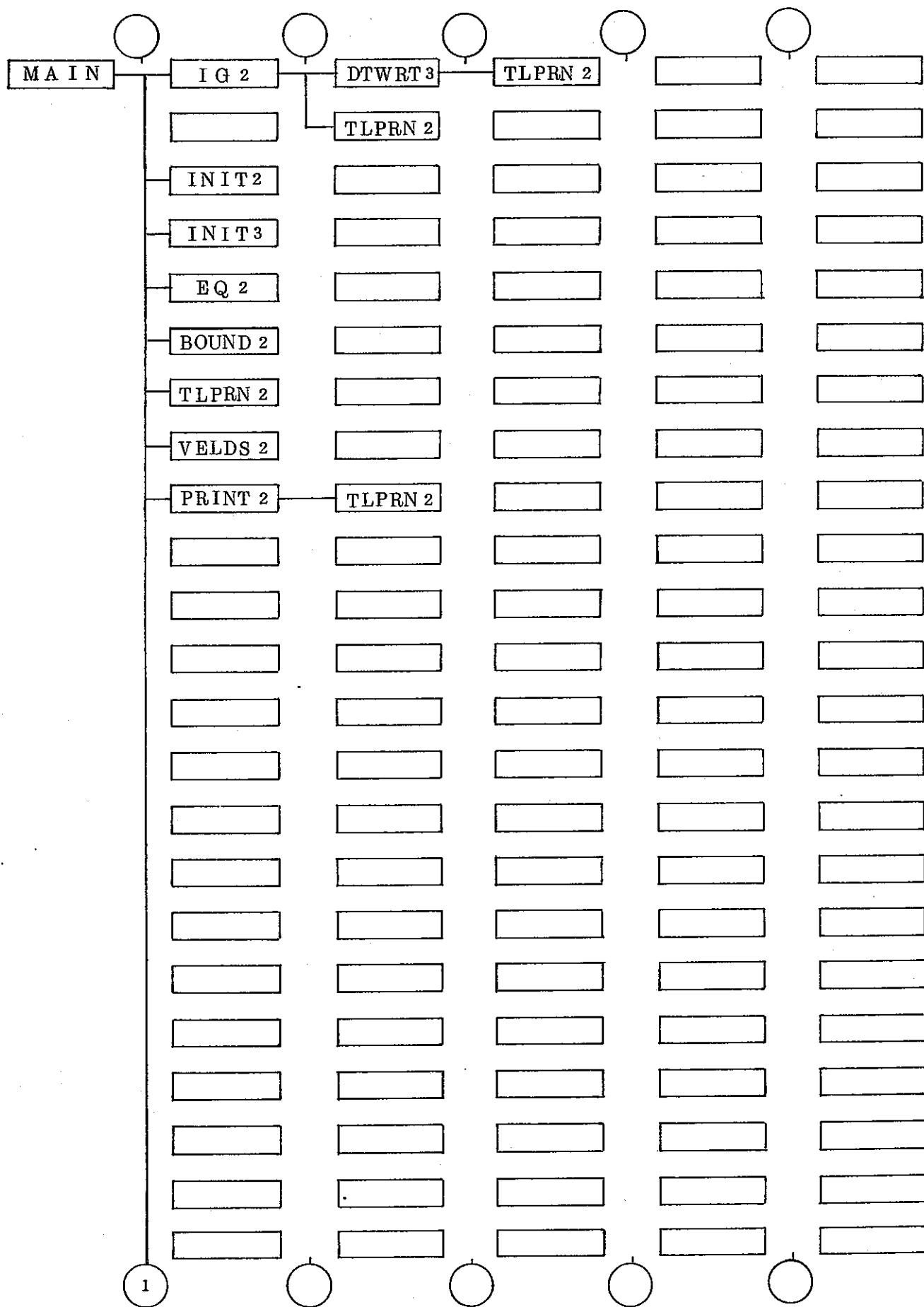
** R-VELOCITY **

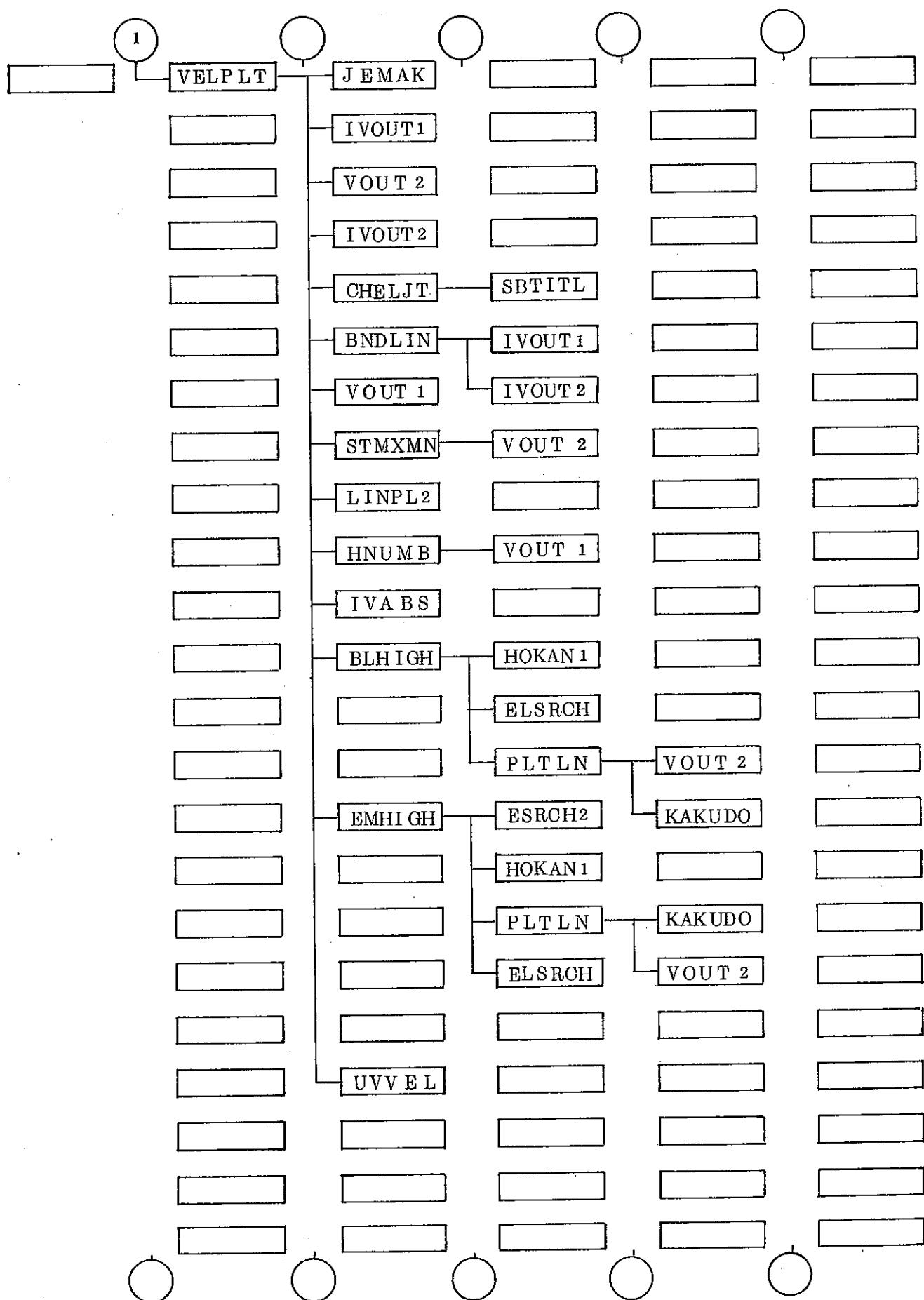
** RE= 0.50000E 02 **

Z R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
21	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
20	0.	-7.546E-03	-2.954E-03	-6.150E-04	-1.049E-04	-2.783E-05	-8.719E-06	-2.509E-06	-4.739E-07	1.014E-06
19	0.	-1.076E-02	-7.191E-03	-3.376E-03	-1.216E-03	-4.049E-04	-1.3n4E-04	-3.854E-05	-7.865E-06	1.280E-05
18	0.	-1.194E-02	-9.993E-03	-6.807E-03	-3.599E-03	-1.518E-03	-5.451E-04	-1.677E-04	-3.571E-05	5.186E-05
17	0.	-1.253E-02	-1.185E-02	-9.258E-03	-6.331E-03	-3.453E-03	-1.480E-03	-5.102E-04	-1.175E-04	1.527E-04
16	0.	-1.255E-02	-1.150E-02	-9.976E-03	-7.845E-03	-5.262E-03	-2.832E-03	-1.178E-03	-3.109E-04	3.753E-04
15	0.	-7.563E-03	-7.440E-03	-7.107E-03	-6.398E-03	-5.174E-03	-3.527E-03	-1.889E-03	-6.095E-04	8.059E-04
14	0.	-4.054E-03	-4.920E-03	-4.817E-03	-4.565E-03	-4.039E-03	-3.148E-03	-1.979E-03	-7.062E-04	1.266E-03
13	0.	-2.873E-03	-2.868E-03	-2.852E-03	-2.802E-03	-2.657E-03	-2.307E-03	-1.647E-03	-6.008E-04	1.661E-03
12	0.	-5.536E-04	-6.061E-04	-7.299E-04	-9.396E-04	-1.189E-03	-1.328E-03	-1.141E-03	-4.002E-04	1.873E-03
11	0.	4.128E-03	3.259E-03	2.248E-03	1.189E-03	2.329E-04	-4.420E-04	-6.553E-04	-2.179E-04	1.789E-03
10	0.	3.902E-03	3.264E-03	2.456E-03	1.530E-03	6.158E-04	-1.017E-04	-4.214E-04	-1.459E-04	1.538E-03
9	0.	3.091E-03	2.650E-03	2.075E-03	1.381E-03	6.444E-04	1.401E-05	-3.101E-04	-1.230E-04	1.285E-03
8	0.	2.339E-03	2.051E-03	1.664E-03	1.165E-03	5.882E-04	5.036E-05	-2.538E-04	-1.173E-04	1.084E-03
7	0.	1.746E-03	1.582E-03	1.343E-03	9.884E-04	5.273E-04	6.036E-05	-2.224E-04	-1.157E-04	9.433E-04
6	0.	1.290E-03	1.246E-03	1.118E-03	8.625E-04	4.799E-04	6.252E-05	-2.031E-04	-1.136E-04	8.536E-04
5	0.	8.286E-04	9.136E-04	8.938E-04	7.339E-04	4.269E-04	6.210E-05	-1.839E-04	-1.078E-04	7.767E-04
4	0.	2.491E-04	4.203E-04	5.310E-04	5.149E-04	3.358E-04	5.609E-05	-1.518E-04	-9.252E-05	6.651E-04
3	0.	-3.501E-04	-1.298E-04	9.770E-05	2.363E-04	2.064E-04	3.964E-05	-1.117E-04	-6.963E-05	5.150E-04
2	0.	-1.361E-03	-8.169E-04	-3.430E-04	-3.112E-05	7.258E-05	1.683E-05	-6.790E-05	-4.243E-05	3.289E-04
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
Z R	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
20	4.501E-06	1.534E-05	3.083E-05	4.605E-05	5.764E-05	6.429E-05	6.723E-05	6.718E-05	6.460E-05	6.232E-05
19	5.791E-05	1.944E-04	3.873E-04	5.768E-04	7.209E-04	8.115E-04	8.373E-04	8.695E-04	8.545E-04	8.334E-04
18	2.370E-04	7.988E-04	1.567E-03	2.329E-03	2.914E-03	3.291E-03	3.498E-03	3.572E-03	3.533E-03	3.459E-03
17	7.053E-04	2.332E-03	4.607E-03	6.840E-03	8.569E-03	9.718E-03	1.039E-02	1.068E-02	1.065E-02	1.049E-02
16	1.762E-03	5.783E-03	1.140E-02	1.694E-02	2.129E-02	2.426E-02	2.611E-02	2.706E-02	2.725E-02	2.709E-02
15	3.827E-03	1.257E-02	2.495E-02	3.740E-02	4.739E-02	5.440E-02	5.899E-02	6.174E-02	6.307E-02	6.354E-02
14	5.939E-03	1.987E-02	4.036E-02	6.180E-02	7.972E-02	9.261E-02	1.013E-01	1.070E-01	1.104E-01	1.123E-01
13	7.660E-03	2.650E-02	5.606E-02	8.926E-02	1.184E-01	1.402E-01	1.553E-01	1.655E-01	1.722E-01	1.762E-01
12	8.586E-03	3.122E-02	7.031E-02	1.182E-01	1.638E-01	2.000E-01	2.258E-01	2.433E-01	2.550E-01	2.622E-01
11	6.339E-03	3.250E-02	7.923E-02	1.449E-01	2.149E-01	2.748E-01	3.192E-01	3.494E-01	3.694E-01	3.817E-01
10	7.387E-03	3.050E-02	7.949E-02	1.560E-01	2.465E-01	3.304E-01	3.954E-01	4.398E-01	4.685E-01	4.857E-01
9	6.387E-03	2.764E-02	7.587E-02	1.573E-01	2.614E-01	3.646E-01	4.476E-01	5.047E-01	5.406E-01	5.610E-01
8	5.575E-03	2.505E-02	7.144E-02	1.541E-01	2.657E-01	3.817E-01	4.780E-01	5.443E-01	5.853E-01	6.069E-01
7	4.988E-03	2.305E-02	6.755E-02	1.497E-01	2.548E-01	3.889E-01	4.933E-01	5.656E-01	6.389E-01	6.311E-01
6	4.600E-03	2.165E-02	6.480E-02	1.457E-01	2.621E-01	3.899E-01	4.997E-01	5.755E-01	6.209E-01	6.418E-01
5	4.245E-03	2.028E-02	6.146E-02	1.409E-01	2.575E-01	3.882E-01	5.019E-01	5.805E-01	6.254E-01	6.462E-01
4	3.685E-03	1.793E-02	5.348E-02	1.304E-01	2.444E-01	3.765E-01	4.937E-01	5.740E-01	6.173E-01	6.342E-01
3	2.688E-03	1.434E-02	4.550E-02	1.103E-01	2.137E-01	3.379E-01	4.494E-01	5.239E-01	5.567E-01	5.625E-01
2	1.863E-03	9.439E-03	3.076E-02	7.726E-02	1.550E-01	2.506E-01	3.341E-01	3.804E-01	3.873E-01	3.682E-01
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
Z R	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

3. プログラム構成

3.1 プログラム構成表





3.2 プログラム概要

No	サブルーチン名	登録名	カード枚数	コモンNo	引数No	SUB No	概要
1	MAIN			—	—	9	ブロックフローに従い、全体をコントロールする。
2	IG2			—	30	2	入力データを読み込み、チェックし、必要なデータを作成する。
3	DTWRT3			—	5	1	入力データをそのままのイメージでプリントする。
4	TLPRN2			—	3	0	タイトルをプリントする。
5	INIT2			—	10	0	(Ω/r)と(ψ)の初期値をセットする。
6	INIT3			—	11	0	(Ω/r)の係数Bをセットする。
7	EQ2			—	20	0	差分計算より (Ω/r)と(ψ)を求める。
8	BOUND2			—	11	0	境界の (Ω/r)と(ψ)を求める。
9	VELDS2			—	11	0	速度計算をする。
10	PRINT2			—	9	1	(Ω/r), (ψ)と速度をプリントする。
11	VELPLT			—	16	14	プロッタープログラムのメイン。
12	JEMAK			—	11	0	節点、要素データを作成。
13	UVVEL			—	7	0	速度分布図を描く。
14	LINPL2			—	3	0	線分データに従い、線分をプロットする。
15	SBTITL			—	3	0	サブルーチン名をプリントする。
16	IVOUT1			—	5	0	ベクトルのプリント (ENTRY)(IVOUT2, VOUT1, VOUT2)
17	CHELJT			—	8	1	要素構成、節点番号を節点順位に変換する。
18	BNDLIN			—	10	2	境界線分、隣接要素番号表を作成する。
19	STMXMN			—	9	1	境界線と要素の最大最小値をセットする。
20	HNUMB			—	9	1	プロットする等高線の本数と値をセットする。
21	IVABS			—	2	0	整数ベクトルの絶対値をとる。
22	BLHIGH			—	16	3	境界線上より等高線をさがしプロットする。
23	EMHIGH			—	14	4	要素の最大最小値より等高線をさがしプロットする。
24	HOKAN1			—	6	0	補間点のプロッター座標を求める。
25	ELSRCH			—	8	0	要素より出る等高線の線分番号をさがす。
26	ESRCH2			—	8	0	要素の等高線の線分をさがす。
27	PLTLN			—	7	2	線分を直線で結ぶ。
28	KAKUDO			—	5	0	両端の座標より角度を求める。

3.3 変数対応表

変数記号	タイプ	ディメンション	I/O	内 容	単位	備 考
L T I T L	A	(16)		タイトル		
I D B G	I	(10)		途中出力指示		
R P	R	(2)		加速係数		
C C	R			許容誤差		
N R E	I			レイノルズ数の個数		
R E D	R	(20)		レイノルズ数		
I M I N	I	(30)		z 方向の走査開始点番号		
R E	R			レイノルズ数の個数		
I P L T	I	(20)		プロッター出力指示		
I N	I			z 方向格子数		
J N	I			r " "		
X 1	R	(60)		z 方向座標		
X 2	R	(30)		r " "		
I M A X	I	(30)		z 方向の走査終了点番号		
I N X	I	(30)		壁がスロープの時 1		
B E, B W	R	(60)		$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (\Omega/r) を求める時の係数$		
B N, B S	R	(30)				
D E, D W	R	(60)		$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (\psi) を求める時の係数$		
D N, D S	R	(30)				
A	R	$\begin{smallmatrix} i & j & k \\ (60, 30, 5) \end{smallmatrix}$		$k=1, \frac{(AW)}{\Omega/r}, \quad k=2, \frac{(AF)}{\psi}$		
				$k=3, \frac{(VZ)}{v_z} \quad k=4, \frac{(VR)}{v_r}$		
				$k=5, \text{not use}$		

変数記号	タイプ	ディメンジョン	I/O	内 容	単位	備 考
N M A X	I			反復の最大回数		
N I T E R	I			反復の回数		
R S D U	R	($\frac{i}{2}, \frac{j}{2}$)		$i=1$:流れ関数 $i=2$: Ω/r $j=1$:誤差の合計 $j=2$:誤差の前回との比		
I T I	I			カードリーダー ユニット番号		
I T O	"			プリンター ユニット番号		
I F W	"			ワークファイル ユニット番号		
I F I	"					
I F O	"					
J O I N	I	(800)		節点番号 ($I \times 100 + J$)		
X Y	R	(2, 800)		X Y 座標		
I E L M	I	(4, 800)		要素構成節点番号		
H I G H	R	(800)		節点の高さ		
L I N	I	(200)		境界線分テーブル		
I B L	I	(200)		境界線分に隣接する要素テーブル		
I R E N	I	(4, 800)		要素毎に隣接する要素テーブル		
H L M M	R	(2, 200)		境界線分の最大最小値		
H E M M	R	(2, 800)		要素の最大最小値		
H L V L	R	(100)		等高線の値		
E Q H	R	(2, 400)		等高線		
L N Z	I	(200)		LIN の最初のデータ		
I B Z	I	(200)		I B L " "		

制限 節点数: 800

境界線数: 200

要素数: 800

等高線数: 100

等高点数: 400