

本資料は2000年 3 月 3/日付けで登録区分
変更する。

研究調整 Gr【管理担当箇所名】

フラクタルモデルを用いた 水理学的不均質場の解析 (Ⅱ)

(動力炉・核燃料開発事業団 契約業務報告書)

1996年3月

日揮株式会社

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:

Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1184,
Japan

© 核燃料サイクル開発機構
(Japan Nuclear Cycle Development Institute)

1996

~~この資料は、動燃事業団社内における検討を目的とする社内資料です。ついでには、複製、転載、引用等を行わないよう、また第三者への開示又は内容漏洩がないよう管理して下さい。また今回の開示目的以外のことには使用しないよう注意して下さい。~~

~~本資料についての問い合わせは下記に願います。~~

~~〒509-51 岐阜県土岐市泉町定林寺959-9-31~~

~~動力炉・核燃料開発事業団~~

~~東濃地科学センター 技術開発課~~



~~社内資料~~
PNC 7281 96-002
1996年 3月

フラクタルモデルを用いた水理学的不均質場の解析 (II)

高瀬 博康*
Peter Grindrod**
Katheryn Clark**
深谷 友紀子***

要 旨

放射性廃棄物地層処分システムの性能を測る尺度として最も重要なものの一つは、処分場から放出された放射性核種の生物圏への最大放出率である。また、この最大放出率は実際には少数の支配的な移行経路によって規定される場合が多いことが広く認識されつつある。従って、顕著な不均質性を有する透水係数場、特に地下水流動におけるいわゆるチャネルリング挙動を支配すると考えられる透水係数の空間的な相関構造を正確に把握することが極めて重要な課題となる。

しかしながら、地層の有する不均質性を詳細に知るという必要性は、サイト全体を網羅して実施可能な透水係数測定の数に必然的に限りがあることと明らかに矛盾するものであり、この様な情報の不足に起因する推定の自由度あるいは不確実性の存在は良く知られた「逆問題」において系の状態が不定になるという状況を作り出す。この様な困難を打開するためには、不確かさを網羅する多数の統計的なRealizationを作成することを可能とするテンプレートの使用が不可欠である。これまでに開発・適用されてきた種々の地質統計学的手法は、透水係数の空間的な自己相関係数モデルという形式でこの様なテンプレートを提供しようとするものである。本研究で用いる自己アファインフラクタルモデルはこの様な地質統計学的モデルの一種であり、バリオグラムと呼ばれる統計量の空間的なス

本報告書は、日揮株式会社が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究内容結果である。

契約番号：07C1053

事業団担当部課室および担当者：東濃地科学センター 地層科学研究開発室 前川 恵輔

*日揮株式会社

**QuantiSci

***日本エヌ・ユー・エス株式会社

ケール特性をべき乗則で与えるものであることが特徴である。

MACRO-AFFINITYコードは、自己アファインフラクタルモデルを理論的な基礎として開発され、これまでに以下の諸問題に適用され成功を収めてきている。

- 不均質多孔質媒体中物質移動試験による確証
- 東濃鉱山周辺での過去のウラン移行挙動のシミュレーション
- ニアフィールドでの核種移行挙動の解析

昨1994年度には、MACRO-AFFINITYコードを東濃地域の地下水流動及びウラン移行解析に適用し、その結果、本手法の有する高解像度の不均質性を表現し対応する解析を実施する機能は、背景となる不均質場の影響を受けて非常に詳細かつ複雑な構造を呈する水理及び物質移動の挙動を説明する有効な手段を提供するものであることを明らかにした。

以上の成果を受けて、本年度は、システムへのウランの供給が生じたと考えられる堆積盆外縁部にまで解析領域を拡張し、昨年度の解析に含まれていた最大の不確実性の一つであるソース位置についての仮定を蓋然性の高いものとした。また、この結果として考慮する必要の生じるより大きい解析対象領域について統計的な不均質透水係数場を適切に作成するために、局所的なフラクタル特性を表現可能なHybrid法及びWaveletによる方法という二つの手法を開発、比較した。さらに、Hybrid法を用いて幾つかのシミュレーションを実施し、以下の結果を得た。

- 複数の局所的なフラクタル領域を包含するより大きな領域 (Multi-Fractal) に対して、より頻度の低いデータセットを用いた解析についても統計的自己アファインフラクタルモデルは適合性を有する。
- 昨年度に比して大幅に減少した自由度にも拘わらず現在のガンマ線強度分布を解析的に再現できたことは、ウランの供給部の位置に対する仮定が正しいものであったことを示唆している。

今後の研究開発については、以下の二つの主要な課題が示された。

- MACRO-AFFINITYコードの三次元への拡張及び地質学的なGUI(Graphical User Interface)の付加
- 本手法の有する地質統計的な機能をサイト特性調査の計画及び結果の解釈に能動的に利用していくこと

MARCH, 1996

Analysis on Hydrophysical Inhomogeneous Field (II)

Abstract

Hiroyasu Takase*

Peter Grindrod**

Katheryn Clarke**

Yukiko Fukaya***

Peak release rate of the radionuclides from a repository to biosphere is one of the most important performance measures for a deep geological disposal system. Also it has been widely recognized that the peak release rate could well be controlled by a small number of critical paths through the geosphere. Hence it becomes crucially important to characterize heterogeneous transmissivity with accuracy. In particular, the correlation structure of the transmissivity field is one of the key feature since it determines channeling behaviour of the groundwater flow pattern through the host rock.

Requirement to obtain information on such a detail of geological formation seemingly contradicts the constraint on frequency of the hydrological measurements throughout the region. This leads to a well known 'inverse problem' where excess degree of freedom, or uncertainty, due to lack of information forces the system to be indeterminate. To overcome this situation, it is necessary to employ a 'template' which allows us to generate a number of stochastic realizations of the system. Various techniques of geostatistics provides such templates in terms of the model for auto-correlation function of the transmissivity field. Stochastically self-affine fractal model is one of the geostatistical models and assumes a power law for the scaling behaviour of variogram.

Work performed by JGC Corporation under contract with Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation.

PNC Liaison : Geological Environment Research Section , Tono Geoscience Center. Keisuke Maekawa

* JGC Corporation

** QuantiSci

*** Japan NUS

MACRO-AFFINITY code is a software based upon the foundation of the theory of self-affine fractal models and has been successfully applied to a number of problems including;

- validation through comparison with the MACRO-2D synthetic experiments,
- simulation of the past uranium migration in Tono mine,
- simulation of the nuclide migration through the near field.

In the previous financial year, 1994, we applied the MACRO-AFFINITY code to the flow and past transport of uranium in the Tono area and demonstrated that the capability of reproducing a highly irregular and heterogeneous transmissivity field of natural rocks with a very fine resolution provides an opportunity to explain seemingly complex behaviour of the flow and transport processes which inherited the very fine structures of the underlying heterogeneities.

In the financial year 1995, we extended the modelled region to include the edge of the sedimentary basin where uranium is considered to be supplied to the system so that the effect of the largest uncertainty of the previous calculations, ie. position of the sources, can be minimized. Moreover, to appropriately generate stochastic realizations of the heterogeneous transmissivity field on the resulting region which is significantly larger than the previous ones, two methodologies to incorporate local fractal properties, ie. Hybrid method and Wavelet method were developed and compared. Also a number of simulations were conducted using Hybrid method. The results indicated;

- methodology based upon the self affine fractal model is applicable to a larger field with more sparse data set which is subject to a series of localized fractal properties (multi-fractals),
- agreement of the estimated uranium distribution with the measured gamma activity despite of far less degrees of freedom suggests validity of the assumption concerning source position.

For the future research, following two major directions were identified;

- extension of MACRO-AFFINITY to three dimension and to incorporate a geological GUI,
- use of geostatistic aspect of the methodology to support planning and interpreting a site characterization.

目 次

はじめに	1
1. フラクタルスケーリング則に基づく不均質透水係数場の理論	3
2. MACRO-AFFINITY コードバージョン3.0の概要	6
2.1 フラクタル透水係数場モデル	6
2.2 地下水流動解析モデル	12
2.3 物質移動解析モデル	18
2.4 非等方性媒体の模擬	43
3. 東濃鉦山周辺の水理条件及び解析対象領域の設定	46
3.1 地質概要	46
3.2 水理地質構造	49
3.3 地下水化学	53
3.4 解析対象領域	54
4. 不均質場の作成及び水理解析	56
4.1 概要	56
4.2 透水係数データの詳細な分析による不均質場の局所的な特徴の明確化	57
4.2.1 試錐孔間の比較	57
4.2.2 Moving Windowの手法による各試錐孔データの分析	59
4.3 複合的なフラクタル場の作成手法の開発	65
4.3.1 Hybrid法	65
4.3.2 Waveletを用いた手法	66
4.3.3 まとめ	75
4.4 解析対象とする不均質透水係数場の作成	78
4.5 地下水流動解析	90
5. フラクタルモデルによる水理解析結果の検証	97
5.1 ウランの分布状況	98

5.2	解析結果と試錐孔における物理検層結果との比較	109
5.2.1	解析手法	109
5.2.2	解析結果	109
5.2.3	昨年度の解析結果との比較	131
6.	まとめ及び今後の課題	134
	参考文献	136
付録 - 1	各パーティクルトラッキングケースで作成したスナップショット	139
付録 - 2	各時刻に解析対象領域に供給されたウランの分布	155

図リスト

- 図2.1-1 フラクタル透水係数場の例
- 図2.2-1 隣接したセルの境界におけるフラックス
- 図2.2-2 プレコンディショニングされた共役勾配法による流動解析の結果の例（流速場）
- 図2.3-1 パーティクルが移流により単一セルを通過するときの入口点及び出口点
- 図2.3-2 現行手法による平行流についての粒子軌道
- 図2.3-3 斜行平行流における疑似分散効果
- 図2.3-4 疑似分散効果を低減するためのトラッキングスキーム
- 図2.3-5 単一セルについての境界条件の場合分け及び対応する圧力分布パターン
- 図2.3-6 ケース(b)についてのより詳しい場合分け
- 図2.3-7 改良後の手法による粒子群の振る舞い
- 図2.3-8 分子拡散及びセル内分散を移流によるパーティクル挙動への摂動として扱う方法の概念
- 図2.3-9 DIVINITYによるパーティクルトラッキング結果の例
- 図2.3-10 $[0,1]$ の範囲でランダムな数 R と破過時刻 t_m との対応
- 図2.4-1 異方的な透水係数場の例 ($D_x=1.1$ 、 $D_y=1.9$)

- 図3.1-1 調査地域の模式柱状図
- 図3.2-1 古地形・堆積環境と地層の異質性
- 図3.2-2 水理地質構造モデルの例（東西断面）
- 図3.4-1 解析対象領域の模式図

- 図4.2.1-1 各試錐孔におけるフィッティング結果
- 図4.2.2-1 Moving Window 法による不均質領域間の境界検知の概念
- 図4.2.2-2 TH-2孔について検出された境界近傍でのMoving Window 法の結果
- 図4.2.2-3 TH-2孔について検出された境界近傍領域における透水係数データ
- 図4.3.1-1 Multi-Fractal な不均質場の例
- 図4.3.1-2 Hybrid 法によるMulti-Fractal 作成の概念
- 図4.3.2-1 DAUB4及びDAUB20に含まれる関数の例
- 図4.3.2-2 統計的自己アファインフラクタルの2次元Wavelet 表現における自己相似の方向性

- 図4.3.2-3 MACRO-AFFINITYにより作成したフラクタル次元2.5の等方的なフラクタル場
- 図4.3.2-4 図4.3.2-3についてWavelet 変換を行った結果
- 図4.3.2-5 DWTを用いて作成したフラクタル次元2.7、2.5及び2.3の統計的自己アファインな不均質場の例
- 図4.3.2-6 DWTを用いて作成したMulti-Fractal の例
- 図4.4-1 試錐孔間のフラクタル特性の差異を考慮するケースでの解析対象領域分割の方法
- 図4.4-2 不均質透水係数場ケース1.3と1.3_3の比較
- 図4.4-3 不均質透水係数場
- 図4.5-1 地下水流動解析結果
- 図5.1-1 ウランの移行経路と濃集位置との関係
- 図5.1-2 各試錐孔に沿ったガンマ線強度及び透水係数
- 図5.1-3 SN-6孔における二重ピークの成因（概念図）
- 図5.2.2-1 パーティクル分布とガンマ線強度分布との比較結果（ケース1.3_3）
- 図5.2.2-2 パーティクル分布とガンマ線強度分布との比較結果（ケース1.7_3）
- 図5.2.2-3 パーティクル分布とガンマ線強度分布との比較結果（ケース1.3_3int）
- 図5.2.2-4 コンボリューション後のパーティクル分布（ $6.34 \times 10^6 \text{Rd}$ 年後）（ケース1.3_3）
- 図5.2.2-5 コンボリューション後のパーティクル分布（ $6.98 \times 10^6 \text{Rd}$ 年後）（ケース1.7_3）
- 図5.2.2-6 コンボリューション後のパーティクル分布（ $3.17 \times 10^6 \text{Rd}$ 年後）（ケース1.3_3int）
- 図5.2.2-7 α 強度の時間的変遷（ケース1.7_3）
- 図5.2.2-8 代替的なコンボリューション後のパーティクル分布（ $6.98 \times 10^6 \text{Rd}$ 年後）（ケース1.7_3）
- 図5.2.3-1 地下水流動解析結果（圧力分布）
- 図5.2.3-2 コンボリューション後のパーティクル分布（ 1000Rd 年後）

表リスト

- 表4.2.1-1 各試錐孔についてのフラクタルスケール則のフィッティング結果
- 表4.2.2-1 SN-4孔及びTH-2孔に対するMoving Window 分析の結果
- 表4.4-1 解析対象とする不均質透水係数場ケースのまとめ
- 表4.4-2 ケース1.3と1.3_3の不均質透水係数場の比較
- 表4.4-3 各推定結果における分散値及び実測データに基づく分散値

はじめに

従来、地下深部を対象とした水理現象の解析では、地層の有する不均質性を巨視的に平均化した簡単な数学モデルが用いられてきた。しかし、水理現象をより現実的に理解するためには、地層が本来有する不均質性とこれに起因する解析の不確実性とを定量的に表現し、この「場」での水理現象を解析するモデルとそれを用いた手法の開発が必要である。このような不均質性を表現するためのモデルとしては、統計的自己アファインモデルと呼ばれるものがあり、このモデルに基づいたAFFINITYという一群のソフトウェアが開発されている。また、これまでの国内外の研究によりAFFINITYは不均質性や不規則性といった地層の属性を適切に表現し得るものであることが明らかと成りつつある。

本業務は、このAFFINITYグループに属する解析コードであるMACRO-AFFINITY[1][2][3]を用いて、東濃鉦山周辺の地層が呈する不均質な透水係数場における水理問題へのフラクタルモデルの適用性を検証することを目的として平成6年度から検討を開始しているものである。初年度にあたる昨平成6年度は、東濃鉦山第2立坑周辺のTT-1, TH-2, TH-3, 及びTH-4孔を含む100m × 100mの鉛直断面を対象として各試錐孔における電気比抵抗測定結果に基づく透水係数データセットにフラクタルモデルを適用することにより、全断面の透水係数場を推定しこれに対する水理解析を実施した[4][3]。より具体的には、上記データセットからフラクタルモデルの中核となるフラクタルスケーリング則の関連パラメータ（特にフラクタル次元）を推定し、さらにこれらの実測地点での数値によりコンディショニングされたフラクタル透水係数場を作成した。また、この透水係数場に対してMACRO-AFFINITYコードの前処理共役勾配法によるフローソーパーにより地下水流動解析を実施した。この水理解析に基づくパーティクルトラッキングの結果は、当該領域中のウラン分布とほぼ整合的なものであり、本手法が不均質透水係数場における水理問題に対して適用可能なものであることが明らかとなった。

本年度は、昨年度の業務の成果を踏まえ、

- 1) 解析対象領域を堆積盆外縁部にまで拡大することにより、パーティクルトラッキングの境界条件に起因する不確実性を低減する。
- 2) 地質特性の大きく異なる領域それぞれに適したフラクタル特性を付与することにより不均質透水係数場の局所的な特性を表現する。

という二点において改良を施した上で同様の解析を実施することにより、フラクタルモデルを用いた水理学的不均質場の解析手法をより現実的かつ信頼性の高いものとするとともに、解析結果と物理検層結果との比較を通じてその適用性の更なる検証を試みるものである。

なお、本報告書の構成としては、まず1章でフラクタルモデルに基づく水理解析の基本的な考え方をまとめた上で、次に2章において対応するソフトウェアであるMACRO-AFFINITYの概要を述べる。本年度の解析に用いるMACRO-AFFINITYバージョン3.0は、異方的なフラクタル場の取り扱いにおいて前バージョンで問題となっていた十字型の相関構造の発生を避けること、及び複合的なフラクタル場を作成できる等、昨年度の解析に用いたバージョン2.0をさらに進歩させたものである。また、3章においては、東濃鉦山周辺の水理条件をまとめるとともに、解析対象領域の設定及び昨年度の解析領域との間の差異とその地下水流動解析への影響を整理する。4章では、試錐孔間あるいは各試錐孔毎のデータセットについてMoving Window等の手法を用いて昨年度よりもさらに詳細かつ定量的な分析を加える。また、これと並行して不均質透水係数場の局所的な特性を表現可能な複合的フラクタルモデル作成のためにHybrid法とWaveletによる方法の二つを開発、比較する。さらに、以上の二つをとりまとめてそれぞれ複数個の全域的フラクタルモデル及び局所的フラクタルモデルを作成して対応する流動解析を実施する。最後に、5章において、地下水流動解析の諸ケースのうち標準偏差が小さい等の理由で蓋然性が高いと思われるものについてパーティクルトラッキングを行い、その結果を物理検層結果と比較して手法の適用性について検証を行う。

1. フラクタルスケーリング則に基づく不均質透水係数場の理論

ここでは、本業務で使用するMACRO-AFFINITY コードの背景となるフラクタルスケーリング則に基づく不均質透水係数場の理論についてまとめる。

天然バリアの性能評価においては、核種が速やかに移行するチャンネル等のcritical pathを同定し、これらの存在を含めた分散的な核種挙動を明らかにすることが極めて重要な意味を持つ[5][6]。そして、この目的のためには、この様な分散的な挙動の原因となっている媒体中の流速分布、さらにそれを規定する媒体自体の不均質性を現実的に表現することが必要である。

連続体モデルである多孔質媒体近似においては、この様な表現は媒体中の透水係数の空間分布を定量化することによってもたらされる。この際、核種挙動を規定する不均質性は、微視的なレベルから巨視的なレベルまで広範囲なスケールにおいて階層的に存在しており、かつこれらのうちいずれのスケールでの不均質性が核種移行にとって真にcriticalなものとなるかをa-prioriに知ることは極めて難しいことから、各スケールを横断的に表現することが可能な場のモデルが求められることとなる。フラクタル理論に基づく不均質場の表現は、この様な背景から始められたものである。フラクタル理論の基本となるものは大きいスケールでの不均質性のパターンがより小さいスケールのパターンにも自己相似的に埋め込まれているという仮説であり、この仮説（フラクタルスケーリング則と呼ばれる）を採ることにより、前出の階層構造的な不均質性の問題は非常に明瞭な形で表現されることとなる。

しかしながら、ほとんど全ての地層は不均質であると同時に不規則でもあり、このため良く知られたコッホ曲線やシャルピンスキーカーペットの様な厳密に規則的な自己相似パターン（決定論的なフラクタルとも呼ばれる）によって透水係数の分布を表現することは不可能である。そこで、この様な決定論的なフラクタルの制約をある意味で弱めた統計的なフラクタルスケーリング則が用いられることとなる。これは、統計的自己アファインモデルと呼ばれるものであり、ここでは、透水係数という物理量自体の分布の代わりにバリオグラム γ という統計量を取り、この量が統計的な意味でフラクタルスケール則に従う物と仮定する。即ち、

$$\gamma_{(h)} = \left\langle \left\{ \varphi_{(x)} - \varphi_{(x+h)} \right\}^2 \right\rangle \quad (1.1)$$

但し、

$\varphi_{(x)}$; 位置 x における物理量 (例えば透水係数)

h ; 二点間の距離

$\langle \cdot \rangle$; 該当する距離(h)離れた二点の組を多数考えてその平均をとる操作を表す

で定義されるバリオグラムが、べき乗則として表現されるフラクタルスケーリング、

$$\gamma_{(h)} = ah^{2p} \quad (1.2)$$

但し、

a, p ; 定数

に従うものと仮定する。ここで、定数 p ($0 < p < 1$)が小さいほど、小さい h に対応する γ の値は大きくなり、隣接した2点での物理量がかけ離れたもの即ちroughな不均質性が表現され、また逆に、 p が大きいほど隣接した2点間の相関性が良い滑らかな不均質性が表現されることとなる。この様な曲線(2次元分布を考える場合には曲面)の滑らかさの程度は、フラクタルを類別する際の基本的な尺度であり、通常の意味での次元 n (直線なら1、平面なら2、空間なら3)に対して $n+1-p$ をフラクタル次元と呼ぶ。フラクタル次元は、定義から明らかな通り、通常次元よりも大きな値を採り、非常にroughになり平面を埋めるような曲線から通常の滑らかな曲線までが一つの物差しで分類されることとなる。

この統計的自己アファインフラクタルモデルは、あくまで上記の仮説に基づくものであり、これが実際の地層の不均質性を適切に表現し得るか否かについては実測データとの比較による検証が必要である。この様な検証はアメリカを中心とした諸外国において進められ、本モデルが幅広い地層に対して適合することが次第に明らかとなりつつある[7][8][9][10][11][12]。また、東濃鉦山周辺での試錐孔データとの比較では、10cm程度から100mという幅広いスケールにわたって実測データがフラクタルスケーリング則に良く合致するという結果が得られている(詳細は後節参照)。この様な幅広い適合性は偶然の一致ではなく、数学的に統計的自己アファインモデルが通常のfittingに用いられる曲線群とは比較にならないほど高い自由度を持つためであると考えられることができる。

幅広い適合性に加えて、統計的自己アファインモデルのもう一つの実用的な長所は、いわゆる地質統計的な意味でのInverse Problem に用いることができるという点である。サイト特性調査においては、広範囲にわたるサイトの中で限られた数の地点で測定が行われるのみであり、サイトの全体像を知るためには何らかの形で調査地点間を内挿することが必要となる (Inverse Problem)。ここでは、未知数の数 (全地点での物理量) に対して入手できる情報が限られており、このため、Inverse Problemの解は決して一意的には定まらない。統計的自己アファインモデルでは、調査地点での測定値に対して(1.2) 式をfittingすることによってバリオグラムの関数形 (具体的には定数 a , p) を推定し、調査地点間の全ての点での値をバリオグラムを満足する様に統計的に割り当てることが可能である。ここで、調査地点数が少なければ統計的試行 (realization と呼ばれる) により内挿される値は、試行の度毎に異なるものとなり、地点数が増すにつれて各realization は一定のパターン (恐らくは真のサイト特性) に収束していくこととなる。前出の根本的な情報不足に起因する不確実性がブラックボックスとして取り扱われ、従って最終的な評価の変動幅を定量化することができない従来の決定論的な手法と異なり、統計的自己アファインモデルを用いたアプローチでは、調査地点数に応じた不確実性が常に顕在化し定量化できるという利点を持っている。また、これをさらに進めれば、限られた調査地点数で不確実性を最小化する様な調査地点配置の明確化、といった問題にも応用することが可能である。

2. MACRO-AFFINITYコードバージョン3.0の概要

2.1 フラクタル透水係数場モデル

MACRO-AFFINITYでは、透水量係数 T の空間的不均質性は、バリオグラム $\gamma\phi(h)$,

$$\gamma\phi(h) \equiv \langle |\psi(x+h) - \psi(x)|^2 \rangle \quad (2.1)$$

によって代表されるものと仮定する。但し、ここで $\Psi = \log_{10}(T)$ である。

上記のバリオグラムの挙動は、実測データのセットから推定することができる。この際、前出のフラクタルスケーリング則

$$\gamma\phi(h) = ah^{2p} \quad (2.2)$$

が広範なスケールにおいて、特に $h \rightarrow 0$ においても、成立するものと仮定する。但し、 a 及び p は定数である。

また、大きい h についてはある“しきい値”を設け、それ以上の h に対するバリオグラムは一定と仮定する。こうして、スケール0から“しきい値”までの間でフラクタルスケーリング則に従う統計的自己アファインモデルが得られる。

実際の問題への適用にあたっては、上記の概念モデルのrealization $\Psi(x)^*$ は、以下の条件を満足する様に設定される。

- (1) 全ての調査地点で実測値と一致する。
- (2) 所定のフラクタルスケーリング則を満足する。
- (3) 調査データセットの示す統計量と $\Psi(x)^*$ についてのそれとが一致する。

即ち、

$$\text{i) } \langle \Psi^* \rangle \equiv \bar{\Psi} \quad (\bar{\Psi}: \text{実測データの平均})$$

$$\text{ii) } \langle (\Psi^* - \bar{\Psi})^2 \rangle \equiv (\text{実測データの分散})$$

が成り立つ。

上記のうち、(3)の第2式はバリオグラムの漸近挙動を指定することとなるため、フ

フラクタルスケーリング則の成立する範囲を定めるものとして重要である。以上、この概念を数学的に取り扱う具体的方法についてまとめる。

(1) フラクタルスケーリング則へのカイニ乗フィッティング

与えられた透水係数データセット $\Psi(x_i) = \log_{10}(T(x_i)), i=1, \dots, N$ が前述したフラクタルスケーリング則を満足するか否か、また、適合するものである場合にスケーリング則のパラメータ値を見いだすために、以下の手順でデータセットの区間分割を行う。

- i) 調査地点間の距離 h についての区間分割: $[h_0, h_1], [h_1, h_2], \dots, [h_{N-1}, h_N]$ を行う。
- ii) 全ての調査地点のペア (x_i, x_j) について距離 h を求め、これに基づき各ペアを i の区間に割り振る。
- iii) 各区間でのバリオグラムの平均値を算出する。

$$\bar{\gamma}_k = \langle \{ \psi(x_i) - \psi(x_j) \}^2 \rangle, k \in \{1, \dots, N\}$$

こうして、フラクタルスケーリング則のスケーリングパラメータ p を推定する問題は、上記手順で得られるバリオグラムについてのデータセット $(\bar{\gamma}_i(h_i), h_i), (i=1, \dots, N)$ に対して、

$$\bar{\gamma}(h_i, p) = ah^{2p} \tag{2.3}$$

をフィッティングすることとして理解される。

この問題はまた、データセット $(\bar{\gamma}_i, h_i) = (\ln[\bar{\gamma}_i(h_i)], \ln[h_i])$ に対して、

$$\ln[\bar{\gamma}(h_i, \alpha, \beta)] = \alpha + \beta \ln[h] \tag{2.4}$$

をフィッティングすることと同値である。但しここで、 $\alpha = \ln[a], \beta = 2p$ である。

また、さきほどの区間分割によって誤差が介入することを付記する必要がある。これについては、 i 番目の区間での平均値の対数表示 $\bar{\gamma}_i = \ln[\bar{\gamma}(h_i)]$ の標準偏差をもとのデータ

セットから容易に算出することができる[12]。

区間分割されたデータセットと、各区間での標準偏差が与えられた状況でのフィッティングの手法として最も標準的なものは、maximum likelihood法である。この手法では、モデルパラメータの最尤推定値はカイニ乗量と呼ばれる以下の値を最小化することによって算出される[8]。

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\tilde{y}_i - \tilde{y}(h_{ij}, \alpha, \beta)}{\tilde{\sigma}_i} \right]^2 \quad (2.5)$$

カイニ乗フィッティングは単にモデルパラメータの推定を行うのみではなく、同時にフィッティングに介在する不確実性、及びフィッティングの適合性についての定量的な尺度を与えるものである。フィッティングに伴う不確実性、より具体的には区間分割によって生ずる不確実性は、 α 及び β についての標準偏差 $\tilde{\sigma}_\alpha$ 及び $\tilde{\sigma}_\beta$ によって定量化される。また、フィッティングの適合性については、 $N-2$ の自由度を有するカイニ乗分布によって表される χ^2 の確率分布

$$f(\chi^2) = \frac{\chi^{2(\nu/2-1)} e^{-\chi^2/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} \quad (2.6)$$

を用いて定量化される。ここで、 $\nu=N-2$ であり、 Γ はガンマ関数を表す。従って、次式で得られる信頼性レベル Q

$$Q = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{x^{2(\nu/2-1)} e^{-x^2/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} dx \quad (2.7)$$

は、カイニ乗量がある値を上回る確率を与えることとなり、従ってフィッティングの適合性を定量的に示すものとなる。この信頼性レベル Q は、実測値が真にフラクタルスケールリング則に伴うものか否かを判断する上で、極めて重要な役割を果たす。

(2) 透水係数場についてのコンディショニング及びその作成

与えられた透水係数データセットに対して最適なフラクタルスケーリング則が得られた後、次にはInverse Problemを解くことが必要となる。MACRO-AFFINITYは、長方形の解析領域を任意数のグリッドに分割し、調査地点においては透水係数が実測値に一致し、また地点間では得られたフラクタルスケーリング則を満足する様な不均質透水係数場を発生することが可能である。

ここで用いられる手法は、スペクトル法もしくはフーリエフィルターと呼ばれるものである。この手法は、透水係数場 $\Psi(x)^*$ に対応するフーリエ級数の崩壊挙動が透水係数場のスケーリング特性と相互関連を有するという事実に着目して考案されたものである。

例として、透水係数場 $\Psi(x)^*$ のフーリエ級数展開が以下の様に与えられたとする。

$$\Psi(x)^* = \sum_K a_k e^{2\pi i k \cdot x} \quad (2.8)$$

但し、ここで x 及び k はいずれも2次元のベクトル量である。

この時、容易に確認できる様に、係数列 $\{a_k\}$ が以下の条件を満足すれば、 $\Psi^*(x)$ 自体が統計的自己アフィン性の定義式 (2.2) を満たす[13]。

$$\langle |a_k|^2 \rangle \sim |k|^{-(2+2P)} \quad (2.9)$$

実際の計算に当たっては、(2.8) 式の級数展開を

$$\Psi(x)^* = \sum_{K < N} a_k e^{2\pi i k \cdot x} \quad (2.10)$$

の様に有限個の項で打ち切り、高速フーリエ変換を行う。

次に、発生する透水係数場を実測値と整合的なものとするために、次の様なコンディショニングの操作を行う。

i) コンディショニングされていない不均質透水係数場をランダムに複数個発生する。

(但し、上記の係数列の制約を満足することにより個々のrealizationはフラクタルスケーリング則に従っている。)

ii) 次に、上記のrealizationsの線型和をとり、各調査地点において透水係数の推定値が実測値と一致する様に各realizationの係数を調整する。

この時、realizationsの張る線型部分空間の次元が実測値の点数を上回る様、十分多くのrealizationsをi)で作成しておくことにより、実測値と整合的な線型和が複数個得られる。

iii) ii)で得られた線型和のうち、その分散が実測データの分散に最も近いものを最適解として選択する。

一般に、各項が所定の崩壊挙動を示す様なフーリエ級数の線型和の各項は、明らかに同じ崩壊挙動を示す。つまり、ii)の操作においてフラクタルスケーリング特性が保持されていることは保証されている。

なお、i)の操作においては、(2.9)式の a_k についての条件が透水量として与えられていることから、ある確率密度関数からのサンプリングによって複数のスペクトル係数列 $|a_k|$ をランダムに作成し得る。現在のスキームでは、 a_k の位相と大きさをそれぞれ $[0,1]$ の均一分布からサンプリングし、さらに大きさについては $|k|^{(2+2P)}$ で除することによって(2.9)式を満足する様に調整している。

また、i)~iii)を繰り返し用いることにより、上記の条件を全て満足する様な透水係数を多数個発生することができる。このことは、既に述べた様に、調査がくまなく全域をカバーし得ず、従って透水係数分布が一意には推定し得ないということと一致している。MACRO-AFFINITYは、多数の透水係数場を発生可能であり、このことは、推定される透水係数場の示し得る変動幅を明示できるという利点につながる。

上記の方法によって作成された不均質透水場の例を図2.1-1に示す。

Flow Solver Modules:

Read Fractal Input

Check Dimension

Scale Grid

Edit Points

Flow Solver

Write Flow Output

Display Control

X coordinate: 0

Y coordinate: 0

Log(DT) (m²/s): 11.1

Head (m): 0

X row: _____

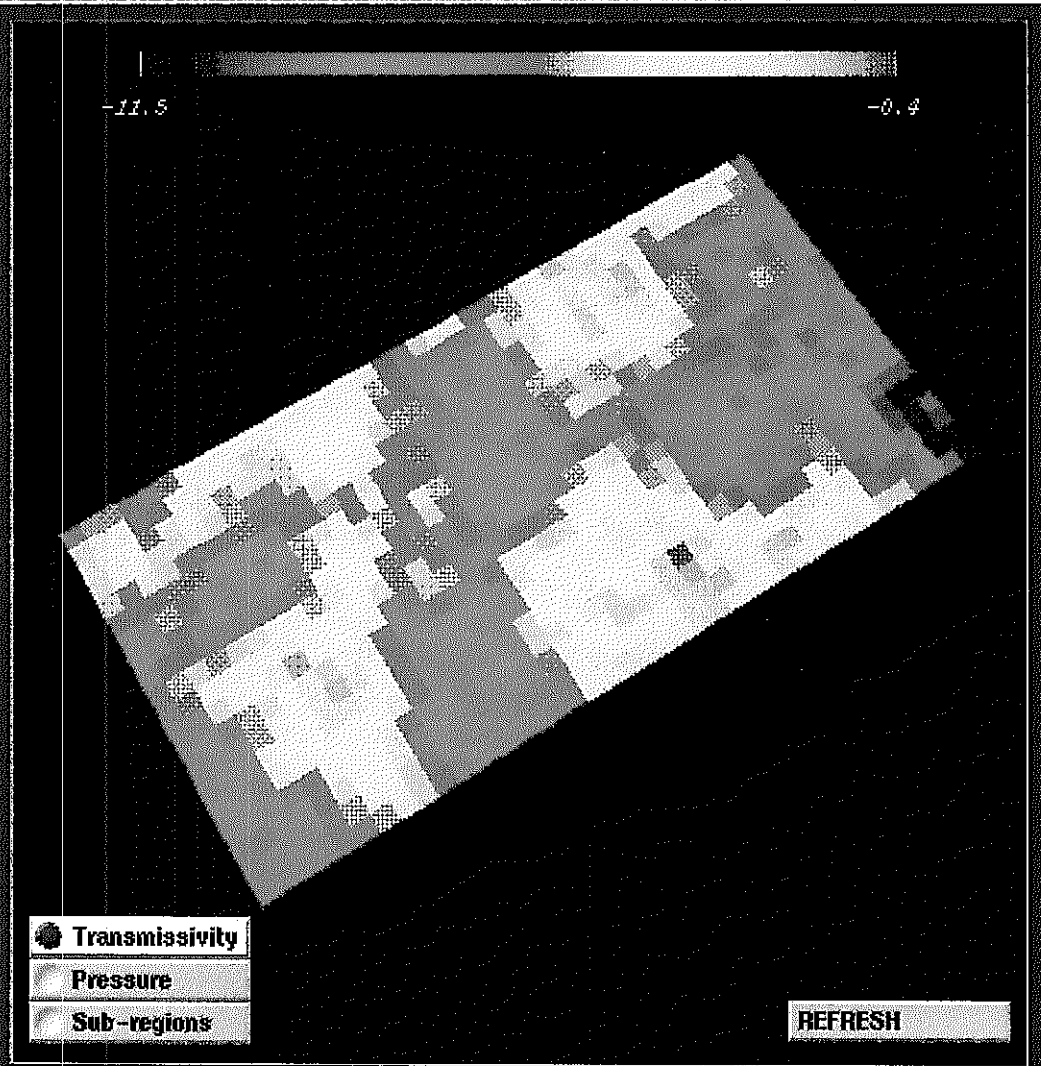
Y column: _____

ADD

REMOVE

RESTORE

FLOW SOLVER



Transmissivity

Pressure

Sub-regions

図2.1-1 フラクタル透水係数場の例

2.2 地下水流動解析モデル

不均質な透水係数を統計的自己アファインなフラクタルモデルで表現した後、次の課題となるのは、当該透水係数場での地下水流動の解析である。この解析を実施するにあたっては、MACRO-AFFINITYコードでは以下の仮定を設ける。

- i) 流速場は定常状態にある。
 - ii) 流体は非圧縮性であり、ダルシー則が成立する。
 - iii) 媒体は一定の厚さ e の平板の形状であり、二次元近似が有効である。
- また、全領域にわたり空隙率 θ は一定である。

以上の仮定の下に、地下水流動解析の支配方程式は以下のものとなる。

$$\begin{aligned} e\theta u &= T(x) \nabla P(x), \\ \nabla \cdot [U] &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

ここで、 $P(x)$ 及び $T(x)$ はそれぞれ水頭及び透水係数であり、いずれも位置 x の関数として表される。 $U(x)$ は流速ベクトルである。

以上の支配方程式を与えられた任意の圧力分布、もしくはno-flux条件、あるいはこれらの組み合わせを境界条件として解法する。更に、領域内部の任意の点で圧力を指定し、この点をsourceもしくはsinkとすることが可能である。以下に、数値解法についてまとめる。

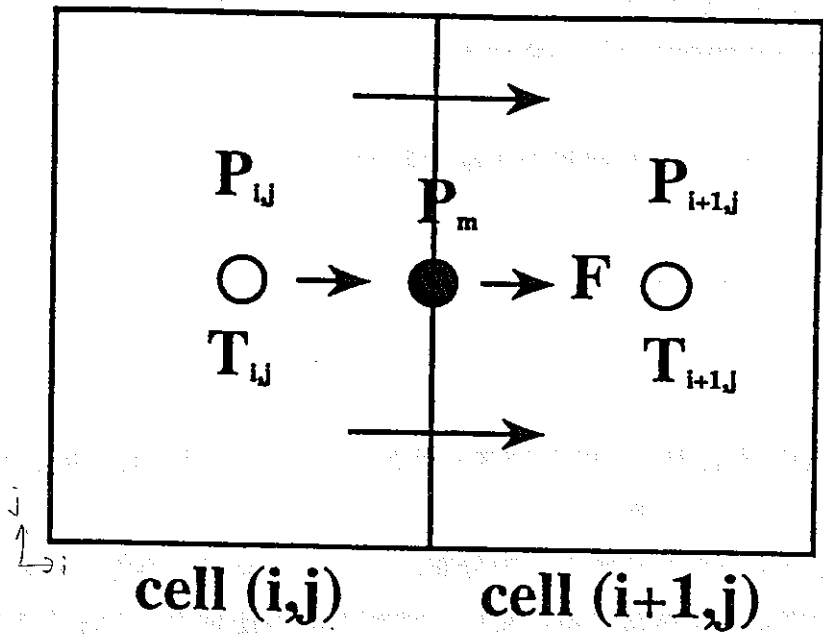
(1)有限差分

MACRO-AFFINITYは、上記の支配方程式(2.11)を任意数のグリッド上で差分化し、これを解くことによって高解像度の流速場を算出する。

図2.2-1は隣接する二つのセルを表す。ここで、 T_{ij} はセル (i,j) の位置にあるセルの透水量係数であり、 p_{ij} はセル中央での圧力を示す。なお、位置の添字については以下のルールを用いる。即ち、各セルはセル (i,j) に対して以下の位置関係にあるものとする。

$(i+1,j)$: 右側 (R)

$(i-1,j)$: 左側 (L)



Schematic of numerical scheme for calculating cell interface fluxes.

図2.2-1 隣接したセルの境界におけるフラックス

(i,j+1) : 上側 (T)

(i,j-1) : 下側 (B)

また、各セル間の境界では境界上の圧力を、隣接した2つのセルの中央での圧力と整合的となる様に定め、これを用いて流入/流出フラックスを算出する。

即ち、セルの大きさを $\Delta x \times \Delta y$ とし、セル(i,j)からセル(i+1,j)への右向きフラックスを F_R 、境界上での圧力を P_m とすると、

$$F_R = T_{ij} \frac{(P_{ij} - P_m)\Delta y}{\Delta x/2} = T_{i+1,j} \frac{(P_m - P_{i+1,j})\Delta y}{\Delta x/2} \quad (2.12)$$

となり、また、これを P_m について解いて、

$$P_m = \frac{T_{ij}P_{ij} + T_{i+1,j}P_{i+1,j}}{T_{ij} + T_{i+1,j}} \quad (2.13)$$

が得られる。更に、(2.13)を(2.12)に代入して、 F_R は、

$$F_R = \frac{T_{ij}T_{i+1,j}}{T_{ij} + T_{i+1,j}} \frac{(P_{ij} - P_{i+1,j})\Delta y}{\Delta x/2} \quad (2.14)$$

と表される。

上記の操作は、隣接する2つのセルを横切るフラックスを、これらのセルの透水量係数の調和平均に基づき算出することと同値である。また、同様の操作が、左向き上向き及び下向きのフラックスについてもそれぞれ行われる。

(2.14)式は、各セルの質量保存則を制約として連立され、こうして作られる P_{ij} についての線型差分式系は、次節に述べる precondition された共役勾配法に基づくソープによって解法される。

図2.2-2にAFFINITY-2Dによって解かれた流速場の例を示す。

Particle Tracking Modules

Read Flow Field Input

Read/Write Mon & Inj Points

Particle Input

Particle Parameters

Particle Tracker

Breakthrough Curves

Monitor Point Curves

Concentration Field

Recorder

Display Control

Read Points

Read Field Browser

Dir: ..\AVS3\MACRO-V3.0\

File:

.. (MACRO-V3.0)

|

cense

New Dir **New File**

Write Points

Write Field Browser

Dir: ..\AVS3\MACRO-V3.0\

File:

.. (MACRO-V3.0)

|

cense

New Dir **New File**

MACRO-AFFINITY PARTICLE TRACKING

TIME = 0.0

-10.9
-5.7

Transmissivity

Pressure

Darcy Flux

Darcy Velocity

Sub-regions

REFRESH

15

図2.2-2 プレコンディションされた共役勾配法による流動解析の結果の例（流速場）

(2)Preconditionされた共役勾配法[14]

一般に、高度に不均質でroughな透水係数場においては、通常のFDMやFEMでは安定解を得ることが難しい。また、ガウス消去法のような方法は代数的な厳密解を与えるものの計算効率の点から適用不能である。そこで開発されたものが共役勾配法に代表されるsemi-iterativeなスキームである。

この方法は、基本的にはある種の繰り返しスキームにおいて残差項を最小化するものである。例えば係数行列A、非同次項ベクトルbを有する線型方程式系において、次回値を探すものと仮定する。

xについての初期値推定値 x_0 が得られた時、次の形式の次回値を探す。

$$x_1 = x_0 + \sum_{i=0}^{s-1} \alpha_i P_i \quad (2.15)$$

ここで、 α_j は残差ベクトル

$$r_1 = b - Ax_1 = b - Ax_0 - \sum_{i=0}^{s-1} \alpha_i AP_i \quad (2.16)$$

のKノルムを最小化する様を選ぶものとする。但し、Kノルム $\| \cdot \|_k$ は $\|r_1\|_k^2 = r_1^T K r_1$ により定義される。

残差ベクトルを最小とする必要十分条件は、

$$(AP_j)^T K (b - Ax_0 - \sum_{i=1}^{s-1} \alpha_i AP_i) = 0 \quad (2.17)$$

であり、この式は、 $(AP_j)^T K (AP_j)$ が特異でない場合 α_j に関して解法可能である。

以上に基づき、次の様な繰り返しスキームを考えることができる。

- (i) x_0 を選ぶ
- (ii) $r_0 = b - Ax_0$ を計算し、 $P_0 = Pr_0$ と置く。
- (iii) 残差ベクトル最小条件の式を解いて a_0 を求める。
- (iv) x_1 を算出する。
- (v) ii)以下を繰り返す。

このスキームを解が収束するまで繰り返すのがsemi-iterativeスキームの一般形である。そして、特に行列 K_1 及び P をそれぞれ A^{-1}, I とする解法が共役勾配法である。この名は、このスキームによる解の探索が、解空間の中で残差 k ノルムを最小化する様に、つまり勾配 $\text{grad}\|r_1\|_k$ の方向に進むことに由来する。

さて、上述した繰り返しスキームにもかかわらず、この手法の効率は常に高いとはいえない。そこで、この点を更に改良するのがpreconditionの操作である。

一般にFDMあるいはFEMによる離散化の結果得られる係数行列 A のスペクトル半径は大きく、固有値が複素平面で広範に分布するという特徴を有する。このため、上記の繰り返しスキームにおいて全成分が収束するには莫大なステップ数を要する。

preconditionの操作では、基本式の両辺に行列 A の近似値 \bar{A} の逆行列を乗じ、

$$\bar{A}^{-1}Ax = \bar{A}^{-1}b \tag{2.18}$$

の形式に問題を書き換える。この操作によって、新たな係数行列の固有値が単位円の近傍に密集することとなり、この結果、semi-iterativeなスキームの収束性は飛躍的に向上する。

2.3 物質移動解析モデル

次に、与えられた透水係数場、及びこれに付随する地下水流速場における物質の移流分散現象を考える。MACRO-AFFINITYでは、パーティクルトラッキングの手法を用いてこの問題を解法する。

パーティクルトラッキングは、不均質媒体中での溶質移動を解析するのに極めて有効な手段である。第一に通常の濃度範囲を対象とする限りは計算効率が高く、また用途に柔軟に対応可能である。そしてまた、系内のソース及びシンクをも容易に表現することができる。

パーティクルトラッキングの手法は、これまでも不均質媒体中の溶質移動の解析に利用され、成功を収めている[15],[16],[17],[18]。

溶質移動に影響を及ぼし得るプロセスとしては、以下のものが挙げられる。

- i) 移流
- ii) 分子拡散
- iii) 各スケールでの分散現象
- iv) 化学反応

そして、上記の各現象がどの程度、溶質移行挙動に影響を及ぼすかは、流れの場の特性に依存したものとなる。

MACRO-AFFINITYのパーティクルトラッキングモデルDIVINITYでは溶質は非吸着性で、非反応性であり、かつまた非放射性であることが仮定されている。分子拡散の効果は、ここではexplicitに取り込まれている。

DIVINITY(Diffusion and Vector streamlines in AFFINITY)は、従来のAFFINITY-2Dのパーティクルトラッキングパッケージに分子拡散の効果を加えたものである。

DIVINITYのアルゴリズムは、個々のパーティクルが一定のタイムステップ経過後にどの位あるかを指定するものである。本節では、上下左右の流動フラックス F_T, F_B, F_R, F_L が与えられた場合に、各パーティクルの移動方向、移動時間を算出する方法について説明する。

(1)移流

DIVINITYのアルゴリズムは、移流と分子拡散の双方を考慮するものであるが、実際の手順としては、まず移流のみを考えてパーティクルの移動を計算し、次に分子拡散の効果を加えるというステップが採られる。

セルの中央から中央へのパーティクルの移行時間を計算する前バージョンとは違って、Ver 3.0ではセルの端から端へのパーティクルの移行時間を計算するアルゴリズムを使用している。このアルゴリズムを使用することで、各セルの中で起こっている流れの状況をより現実的に表すこととなり、その結果、より正確な移行時間が得られる。このアルゴリズムは、例えばグリッドと整合的でない収束性または発散性の流れの場合、特に有効である。

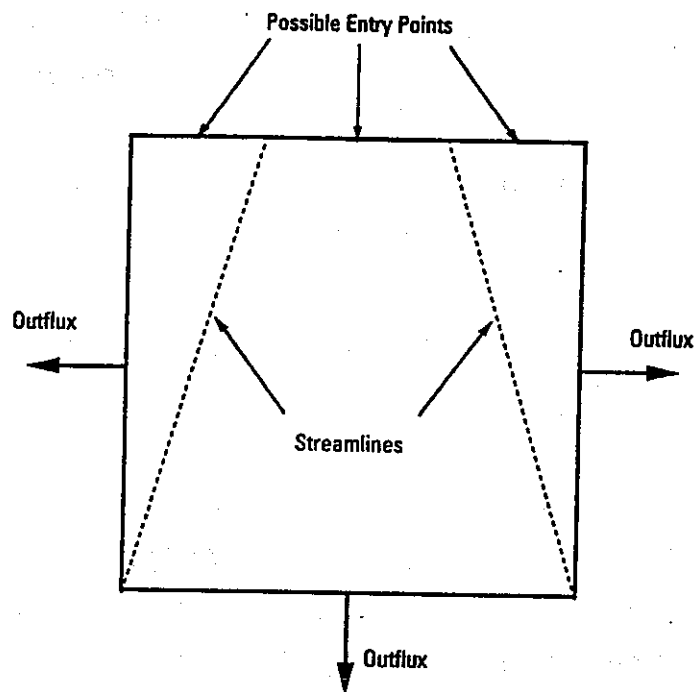
パーティクルがセルに進入すると、その後の挙動について次の2つの疑問が生じる。

- ・どの境界面からパーティクルが流出するか？
- ・どの位の時間セルの中にパーティクルが滞留するか？

パーティクルの流出面を決定するために、パーティクルは流線を横切らないという制限条件が使用される。新しいアルゴリズムではセル内に2本の流線を与えるので、近似された流線はこれまでのアルゴリズムとは若干異なっている。この例を図2.3-1に示す。

パーティクルは上部境界面から進入したと仮定し、点線で示した流線を横切ることができない。流線はセル境界面を分割する直線で近似され、パーティクルはこれによって分割された領域内のみを通じて出口境界へ到る。パーティクルがたどる平均的な経路は、流線で囲まれた入口境界の中央から、出口境界の中央へ行く経路である（図2.3-1参照）。流線で境界づけられた各入口断面の長さは、対応する出口境界からの流出フラックスに比例する。パーティクルが上部境界面を横切ってセル内部へと均等の確率で進入していくと仮定すると、各出口境界からパーティクルが流出する確率はそれぞれの流出フラックスに比例することとなる。これは前バージョンで使用されたアルゴリズムと同じ規準である。

間隙水中で純粋な移流によってパーティクルがセルの入口からセルの出口に移動する時間は、次式で得られる。



The entry and exit points for a particle advecting through a cell.

図2.3-1 パーティクルが移流により単一セルを通過するときの入口点及び出口点

$$t_R = \frac{\Delta x}{F_R / (e\theta\Delta y)} \quad (2.19)$$

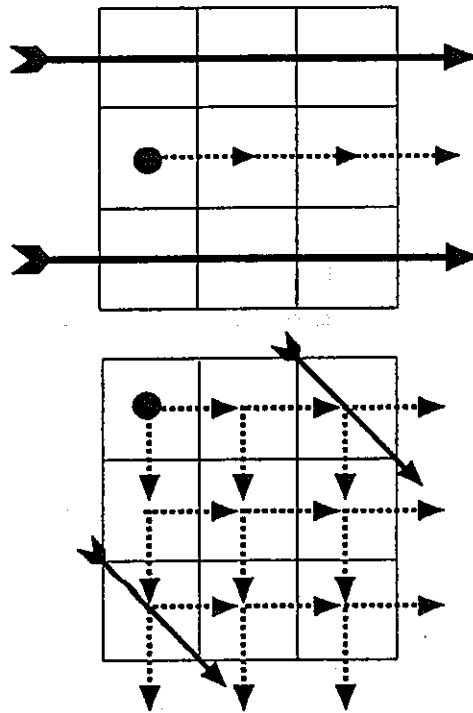
ここで、 Δx は進入点から出口境界面までの最短距離を、 Δy は出口境界面の長さを、 F は出口境界面を通るフラックスを表す。(2.19)式は、入口境界面と進入点が与えられたとき、各出口境界面で移流によりパーティクルが流出する時間を決めるために使用される。この方法は前バージョンで使用したアルゴリズムと比べると、セル内の各パーティクルの流入位置と流出位置（故に、流出時間）を変えているだけである。出口境界の計算は、前バージョンで使用したアルゴリズムと変わらない。

あるセルの中にあるパーティクルがどの境界から外に出るかは、各境界上での外向きフラックスの大きさの比によって決められ、また、当該粒子がどの境界を通過してそのセルに進入したかとも関連する。

入口境界と出口境界との間の関係を説明するために均一な透水性を有する媒体中の平衡流れを考えてみる。図2.3-2は、全く同じ二つの流れが数値解法上のグリッドと異なる角度をもって流れている状況を示している。もし、流れがグリッドと平行であれば（同図上）、外向きフラックスが非0であるのは下流境界のみでありこの場合にはパーティクルの移動経路は流れに沿った直線となる。

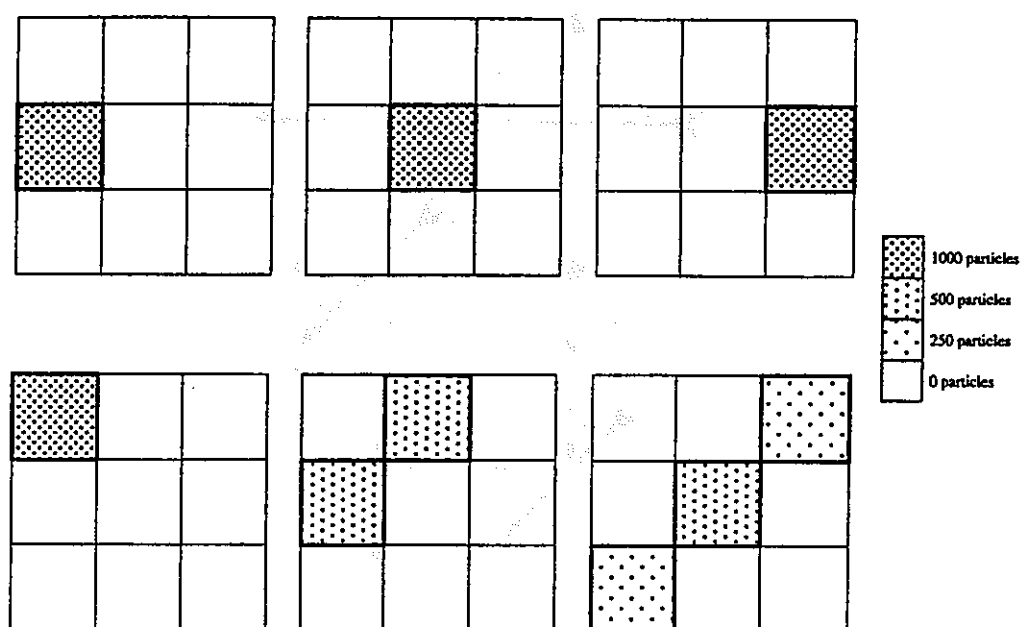
しかしながら、流れがグリッドを斜めに横切る場合（同図下）において入口境界と出口境界との間の関係を全く無視することとすれば、上部境界から進入したパーティクルが下部境界から外に出る、あるいは左側から進入したパーティクルが右側境界から外に出るといった事態が生じ得る。これは、流れと直交する方向の分散成分を生ずることとなり、数値解法上の誤差要因の一つとなる。この効果を模式的に表したものが図2.3-3である。グリッドに平行な場合（同図上）には分散現象は生じていないが、グリッドを斜めに横切る場合（同図下）には上に述べたfictitiousな分散項が現れている。

この様な誤差を排除するために図2.3-4に示す様な方法で入口境界と出口境界との対応づけをする。グリッドを斜めに横切る流れについては、上部及び左側境界が入口に、下部及び右側境界が出口となるが、ここで、上部から進入したパーティクルは右側に、左側から進入したパーティクルは下部に進むというルールを設けることによって巨視的に見ればパーティクルは流れに沿って移動することとなり、パーティクルの移動方向が流線を横切るという非現実的な事態は避けることができる。



The variation of grid cell fluxes with grid orientation. Flow directions are marked with the solid arrows, and outward fluxes from each grid cell are denoted with dashed arrows. Top: flow parallel to grid cell edges. Bottom: flow aligned with grid cell diagonals.

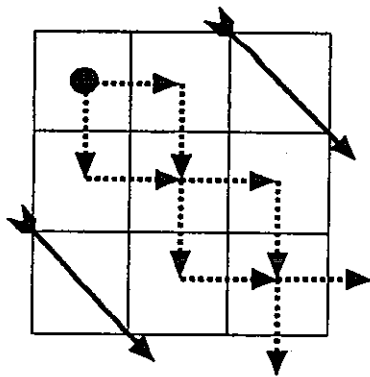
図2.3-2 現行手法による平行流についての粒子軌道



Particle positions (left: at time $t=t_0$; centre: $t=t_0 + \Delta t$; right: $t=t_0 + 2\Delta t$) computed using a particle tracking algorithm that does not relate the exit and input boundaries. The key indicates the number of particles in each cell.

Top: flow parallel to grid cell edges. Bottom: flow aligned with grid cell diagonals.

図2.3-3 斜行平行流における疑似分散効果



Outward grid cell fluxes relevant to physical particle transport in uniform flow aligned with grid cell diagonals.

図2.3-4 疑似分散効果を低減するためのトラッキングスキーム

さて、上述した簡単な例を念頭に置いて、より一般的な状況でのパーティクルトラッキングのアルゴリズムを考えることとする。ここでの制約はパーティクルが上述した意味において流線を横切らない様にするという点である。いま、パーティクルがセル上部から進入したとして、その後の全ての状況を考えることとする。勿論このことによって一般性はいささかも失われない。

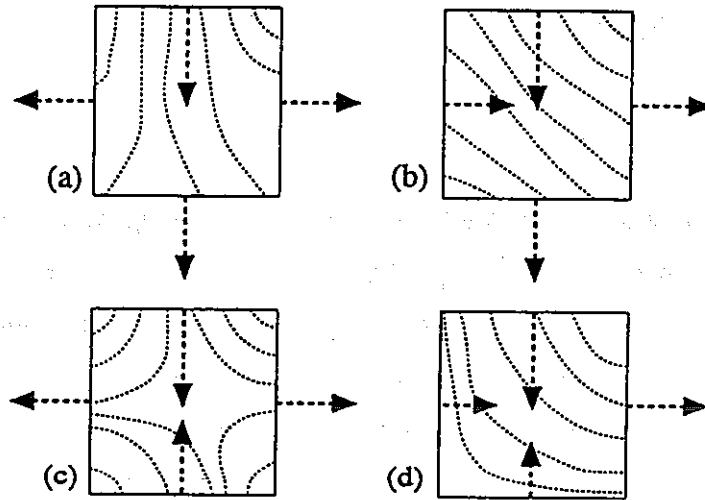
仮定より明らかに上部境界では流入方向の流れである。他の3つの境界については以下の5種類のケースがある。

- (a)他の3境界とも流出フラックス
- (b)隣り合った2境界が流出フラックスで残りの1つが流入フラックス
- (c)向かい合った2境界が流出フラックスで残りが流入フラックス
- (d)1つが流出フラックスで他の2つが流入フラックス
- (e)3境界とも流入フラックス

これらのうち、ケース(e)は当該セルがシンクであることを意味し、明らかにここからのパーティクルの流出はない。そこで、以下の残りの4つのケース（図2.3-5参照）についてそれぞれ検討を加えることとする。

ケース(a)

図2.3-5(a)に見られる流線分布の概念図から明らかな様に、上部境界線上に位置するある点で、そこから流線を横切ることなく左側境界へと到ることのできるものがある。下部、及び右側境界についても同様である。つまり、このケースでは3つの境界の全てが出口となり得る。そこで、以下の式によってそれぞれの境界が出口となる確率、 P_R, P_L, P_T 及び P_B を求める。



Four combinations of grid cell influxes/outfluxes (dashed arrows) in the three boundaries of a cell with influx on the top boundary. Generic sets of streamlines are also marked (dotted lines).

図2.3-5 単一セルについての境界条件の場合分け及び対応する圧力分布パターン

$$\begin{aligned}
P_R &= \frac{F_R}{F_R + F_L + F_B} \\
P_L &= \frac{F_L}{F_R + F_L + F_B} \\
P_T &= 0 \\
P_B &= \frac{F_B}{F_R + F_L + F_B}
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

ケース(b)

図2.3-5(b)に見られる流線分布から明らかな様に、上部境界から入り流線を横切らずに右へ出られる様な上部境界上の点は必ず存在する。しかし、下部境界を出口とするものについては、これだけではその存在が一意には決まらない。具体的には、図2.3-6に示す2つのサブケース(b1)、(b2)を考える必要がある。サブケース(b1)では上部から入り下へ出る点が存在しているが、サブケース(b2)ではこの様な点は存在しない。

(サブケース(b1))

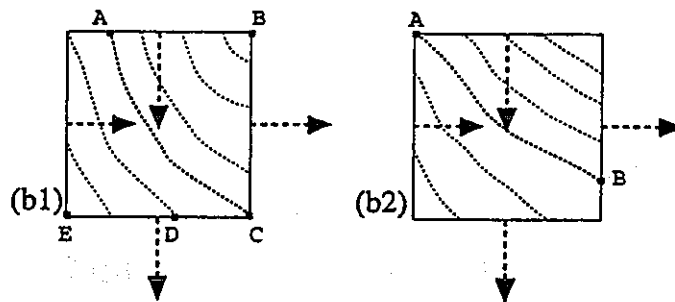
上部境界上でパーティクルが均一な密度で到ると仮定すれば、上部境界上の線分AB上を通過するパーティクルは右側境界を通過して外部へ出て、それ以外の部分を通過するパーティクルは下部境界CDから外に出ることとなる。従って、この2つの流れのフラックスの比から右側及び下部境界が出口となる確率を求めることができる。

線分AB上を通過するフラックスは、明らかに右側から出るフラックス F_R と等しく、また、それ以外のフラックスは下部から出るフラックスのうちCDを通過するもの即ち、 $F_B \frac{CD}{CE}$ に等しい。従って、各境界から外部へ出る確率は以下の様に与えられる。

$$P_R = \frac{F_R}{F_R + F_B \frac{CD}{CE}}$$

$$P_L = 0$$

$$P_T = 0$$



Streamlines for a grid cell with outfluxes on two adjacent sides (b1):streamlines from the input boudary to both boudaries with outfluxes;(b2):streamlines from the input boudary to only one outflux boudary.

図2.3-6 ケース (b) についてのより詳しい場合分け

$$P_B = \frac{CD}{CE} \frac{F_B}{F_R + F_B \frac{CD}{CE}} \quad (2.21)$$

(サブケース(b2))

この場合、上部境界を通したフラックスの全ては右側境界から外に出る。従って各境界から外部へ出る確率は、

$$\begin{aligned} P_R &= 1 \\ P_L &= 0 \\ P_T &= 0 \\ P_B &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

となる。

さて、ケース(b)についてのパーティクルトラッキングのアルゴリズムを確立するためには、当該ケースがサブケース(b1)かあるいはサブケース(b2)なのかを判定し、必要であれば(即ちサブケース(b1)であれば) CD/CEを算出することが必要となる。これは、具体的には以下の方法で為される。

上部境界左端を通過する流線と出口境界を通過する点が、もし下部境界上であれば、その状況はサブケース(b1)に該当し、CD/CEを算出する必要性が生ずる。また、この点が右側境界上であれば、サブケース(b2)が該当することを意味し、この場合には出口確率は簡単に定まる。以上を解析幾何学的に定式化してみる。

まず、上部境界左端を通過する流線を直線で近似する。この際、直線の傾きは平均流速の水平及び鉛直成分の比に等しいと仮定する。図2.3-6の表記に従えば、この比Rは、

$$R = \frac{(F_R - F_L) / \Delta y}{(F_B - F_T) / \Delta x} \quad (2.23)$$

と表される。ここで、もし、 $R > \Delta x / \Delta y$ であれば出口は右側境界上にあることとなり、もし $R < \Delta x / \Delta y$ であれば出口は下部境界上にあることとなる。

従って、以下の量S,

$$S = \max\left\{0, 1 - R \frac{\Delta y}{\Delta x}\right\} \quad (2.24)$$

を定義すれば、このSは出口境界の判定をすると同時に、CD/CEの数値を与えることとなる。そこで、このSを用い、サブケース(b1)及び(b2)についての出口確率は一括して表現できることとなり、それは次のものとなる。

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{F_R}{F_R + F_B S} \\ P_L &= 0 \\ P_T &= 0 \\ P_B &= S \frac{F_B}{F_R + F_B S} \end{aligned} \quad (2.25)$$

ケース (C)

図2.3-5(c)にある様に、このケースは一つのセル内で反対方向の流れが出合うというものである。ここで、厳密に言えば、左右の出口確率は上部境界を通過してそれぞれ左及び右に出るフラックスの比から算出される。しかし、ここでは簡単のため対向流の間の分水嶺は水平であることを仮定して、この比を F_R 対 F_L によって近似する。即ち、出口確率を、

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{F_R}{F_R + F_L} \\ P_L &= \frac{F_L}{F_R + F_L} \\ P_T &= 0 \\ P_B &= 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

とする。この近似は一つの誤差要因ではあるが、ケース(c)自体が極めて稀にしか現れないこと、さらに分水嶺が水平から大きくずれる可能性も小さいことから結果に大きな影響を及ぼすことは考えにくい。

ケース(d)

この場合、出口フラックスの存在する境界が1つしかないため、出口確率は単純に、

$$\begin{aligned} P_R &= 1 \\ P_L &= 0 \\ P_T &= 0 \\ P_B &= 0 \end{aligned} \tag{2.27}$$

となる。ケース(d)は、ケース(b)の F_B を0としたものに相当するが、因みに (2.25) 式で $F_B \rightarrow 0$ とすると (2.27) 式となることは容易に確認できる。

さて、(2.20)、(2.25)、(2.26) 及び (2.27) 式によって出口確率を算出した後、実際の計算においては乱数 r を発生させてパーティクルの移動経路を決定する。具体的には、 r が $[0,1]$ の均一分布からサンプリングされた後、以下の不等式群に従い出口を決定する。

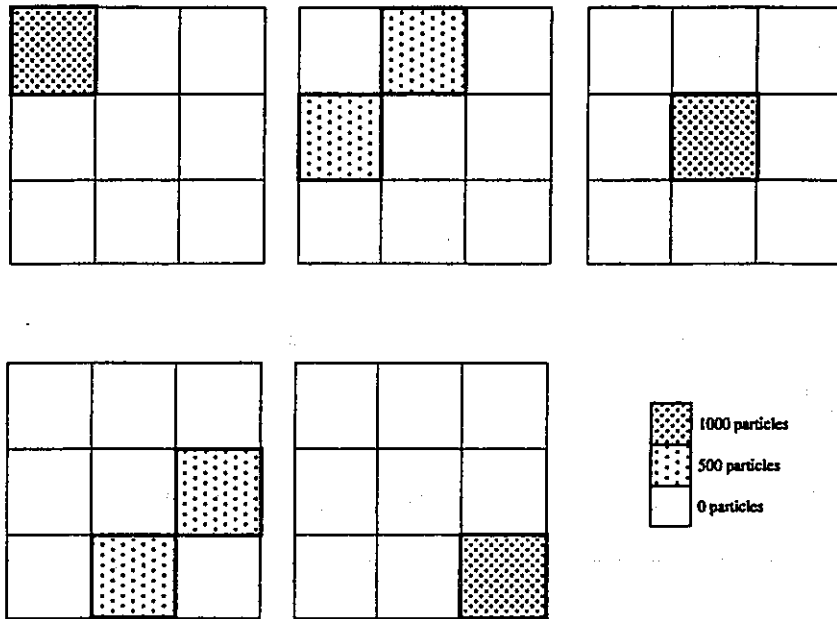
$$\begin{aligned} 0 \leq r \leq P_R & && : \text{右側が出口} \\ P_R < r \leq P_R + P_L & && : \text{左側が出口} \\ P_R + P_L < r \leq P_R + P_L + P_T & && : \text{上部が出口} \\ P_R + P_L + P_T < r \leq P_R + P_L + P_T + P_B & && : \text{下部が出口} \\ P_R + P_L + P_T + P_B < r \leq 1 & && : \text{出口なし (シンク)} \end{aligned} \tag{2.28}$$

当該セルがシンクとなった場合には、パーティクルはそこから除去され、それ以降の時刻では考慮されない。またもし、流出時刻が次回計算時刻 $t_0 + \Delta t$ よりも遅ければ、パーティクルは動かないものとし、他のパーティクルについての演算が開始される。もし、流出時刻が次回計算時刻より早ければ、パーティクルは次のセルに移動することとし、その流入時刻は前のセルからの流出時刻と等しいものとされる。この手続きは、所定の時間範囲全体にわたって繰り返し行われる。

以上のアルゴリズムを冒頭の例のうち、平行流れがグリッドを斜めに横切るもの (図 2.3-2) に適用してみる。これは明らかにケース(b)で $S=0$ の場合に当たり、結果は図2.3-7に示すものとなる。同図から明らかな様に、パーティクルは上から流入したら右に出て、次に下へと流出するというパターンを繰り返すこととなり、数値解法に起因する“擬似的な”分散効果は、巨視的に見れば無視し得るものとなる。

(2)分子拡散及びセル内での分散

移流による出口境界が選択された後、次のプロセスにより分子拡散及びセル内の分散



Particle transport in flow aligned with grid cell diagonals, computed using the particle tracking algorithm. The key indicates the number of particles.

Top left: at time $t=t_0$; top centre: $t=t_0+\Delta t_1$; top right: $t=t_0+2\Delta t_1$; bottom left: at time $t=t_0+3\Delta t_1$; bottom centre: $t=t_0+4\Delta t_1$

図2.3-7 改良後の手法による粒子群のふるまい

現象が考慮されることとなる。

流速 v でパーティクルがグリッドセルに進入し、移流による出口境界に向かって移動する場合を仮定し、移流による出口境界を横切るフラックスを計算し、分子拡散及びセル内での分散の効果をランダムな摂動としてこれに付加する。具体的には、摂動角 θ を $[0, 2\pi]$ の均一分布からサンプリングし、パーティクルの軌道 $X(t)$ を次式によって算出する。

$$X(t+\Delta t) = X(t) + v\Delta t + a\sqrt{D\Delta t} \quad (2.29)$$

但し、 v ：移流ベクトル ($v=(v_x, v_y)$)

a ：摂動ベクトル ($a=(\cos \theta, \sin \theta)$)

D ：分子拡散係数

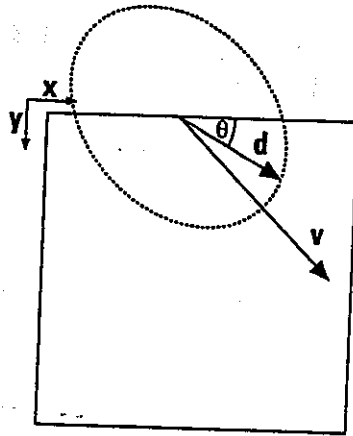
ここで、分子拡散係数は図2.3-8に示したように、摂動ベクトルは楕円形の軌跡をもつとの仮定の上で計算されている。

楕円形は速度ベクトルに沿って1つの軸をもつ。この軸の半分の長さは $\sqrt{(D_{mol} + \alpha_L |v|)\Delta t}$ であり、垂直軸の半分の長さは $\sqrt{(D_{mol} + \alpha_T |v|)\Delta t}$ である。ここで、 D_{mol} は分子拡散係数を、 α_L 及び α_T は、各々縦方向及び横方向のセル内の分散長を表す。これらの値は、セル内の流線で区切られた各小領域間をパーティクルが分散により転移することで、セル内でトレーサがどの程度混合されるかを表している。従って現実的には、これらの値はグリッドセルの寸法よりもはるかに小さくなければならない。もしユーザーがこれらの値をグリッドセルよりも大きく設定した場合は、ワーニングが出される。簡単に幾何学的に考えれば、(2.29)式の分散係数は次式のように表される。

$$D = D_{mol} + \alpha_L |v| \cos^2(\omega - \theta) + \alpha_T |v| \sin^2(\omega - \theta) \quad (2.30)$$

但し、 ω は流速ベクトルが x 軸となす角度 ($\omega = v_y/v_x$) を表す。(2.30)式をさらに簡単にすると、次式のように表せる。

$$D = D_{mol} + \frac{\alpha_L}{|v|} (v_x \cos \theta + v_y \sin \theta)^2 + \frac{\alpha_T}{|v|} (v_y \cos \theta - v_x \sin \theta)^2 \quad (2.31)$$



Perturbation of advective motion by molecular diffusion and intra-cell dispersion.

図2.3-8 分子拡散及びセル内分散を移流によるパーティクル挙動への摂動として扱う方法の概念

(2.29) 式から、各境界面に適当な値 ΔX が与えられれば、各グリッドセル境界でのパーティクルの流出時間が修正される。本アルゴリズムで使用している実際の出口境界は、修正した流出時間が最小のものを採用することとしている。

Ver.3.0で使用している新しいアルゴリズム（境界面を中心とする）と前バージョンで使用したアルゴリズム（セルを中心とする）との間の重要な違いは、入口境界に達したパーティクルがその直後にセル外部に後戻りする確率が50%であることである。移流と反対方向の拡散成分は、入口境界上にあるパーティクルを瞬時にセル外に運び出すこととなる。これは、拡散は常に非常に短い時間スケールでは移流より優勢になるためである。したがって、このアルゴリズムでは移流プロセスによりセルに進入してくるパーティクルとセル境界から逆に拡散して戻って来たパーティクルとを区別しなければならない。セル境界から拡散して戻って来たパーティクルの場合、もう一度逆に拡散してこないという制約を与えることにより、拡散が移流よりも優勢である極限でパーティクルは対称に分布することが保証される。

パーティクルが入口境界から即時に流出する可能性が50%あるということは、つまり、各パーティクルの挙動をシミュレートするのに2倍のタイムステップかかる（スタート時での差を網羅する半分の時間）ことを意味している。この結果、旧アルゴリズムよりも計算効率が低下することとなるが、勿論、新アルゴリズムの計算精度の向上を優先すべきことは明らかである。

移流のみを考慮した出口境界の指定は、(2.29) 式によって分子拡散と分散を考慮したものに修正され、この修正された数値に基づき最も早い流出時刻を示す境界を通過してパーティクルが移動するものとする

溶質移動全体への移流及び分子拡散それぞれの寄与を知るための簡単な指標としては、ペクレ数

$$P_e = \frac{v\Delta h}{D_{mol}} \quad (2.32)$$

がある。（但し、 Δh は代表長さ）

P_e が1のオーダーとなれば分子拡散の効果は無視し得なくなり、さらに1よりも十分小さくなれば支配的となる。

実際の地層中での溶質移動解析において、難透水性の部位において P_e が1よりも十分小さいものとなり、従って分子拡散が支配的となる可能性がある。この場合パーティクルは、純粹な移流プロセスではaccessibleではない領域に分子拡散によって入り込み、そこに長時間とどまるといふ状況が生じ得る。この様な二重空隙効果による溶質移動の遅延は、これまで述べたDIVINITYのパーティクルトラッキングアルゴリズムの改良によりMACRO-AFFINITYによって定量的に解析可能となった。DIVINITYを用いたパーティクルトラッキングの例を図2.3-9に示す。

(3)マトリクス拡散

まず、各グリッドセル内でパーティクルは地下水の流れのみにより移行する場合を考える。そして、パーティクルが出口境界に到達する時刻、即ちパーティクルがセル内にとどまっていた時間に着目する。この流出時刻は移流及び拡散プロセスに依存しており、 T_{flow} (v , D , α_L , α_T) で表される。ここで、 v , D , α_L , α_T はすでに定義されている。セルを通るパーティクルの物質移動方程式は次の様に表される。

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{T_{flow}} \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} \quad (2.33)$$

但し、 x は範囲 $[0,1]$ にある規格化長さで、 $x=0$ はパーティクルの注入点を表し、 $x=1$ はパーティクルの流出点を表す。 $1/T_{flow}$ は、規格化された軌道に沿った規格化された流速を表す。(注：速度が常に変化する“random walk”タイプの軌道は、一定の移流速度により近似した場合、もっと長い軌道にも、もしくはもっと短い軌道にも対応する可能性があるかと仮定している。) 初期条件は $c(x,0)=\delta(x)$ であり、ここで δ はディラクのデルタ関数を表す。重要な量として、累積破過フラックスがあげられ、これは次式で表される。

$$F(t) = \int_0^t c(x,t')|_{x=1} dt' \quad (2.34)$$

(2.33) 式は非分散性であり、与えられた初期条件に対応する時刻 t 、位置 x での濃度は、 $c(x,t)=\delta(t-T_{flow}x)$ で表される。累積破過フラックスは $H(t-T_{flow})$ で表され、 T_{flow}

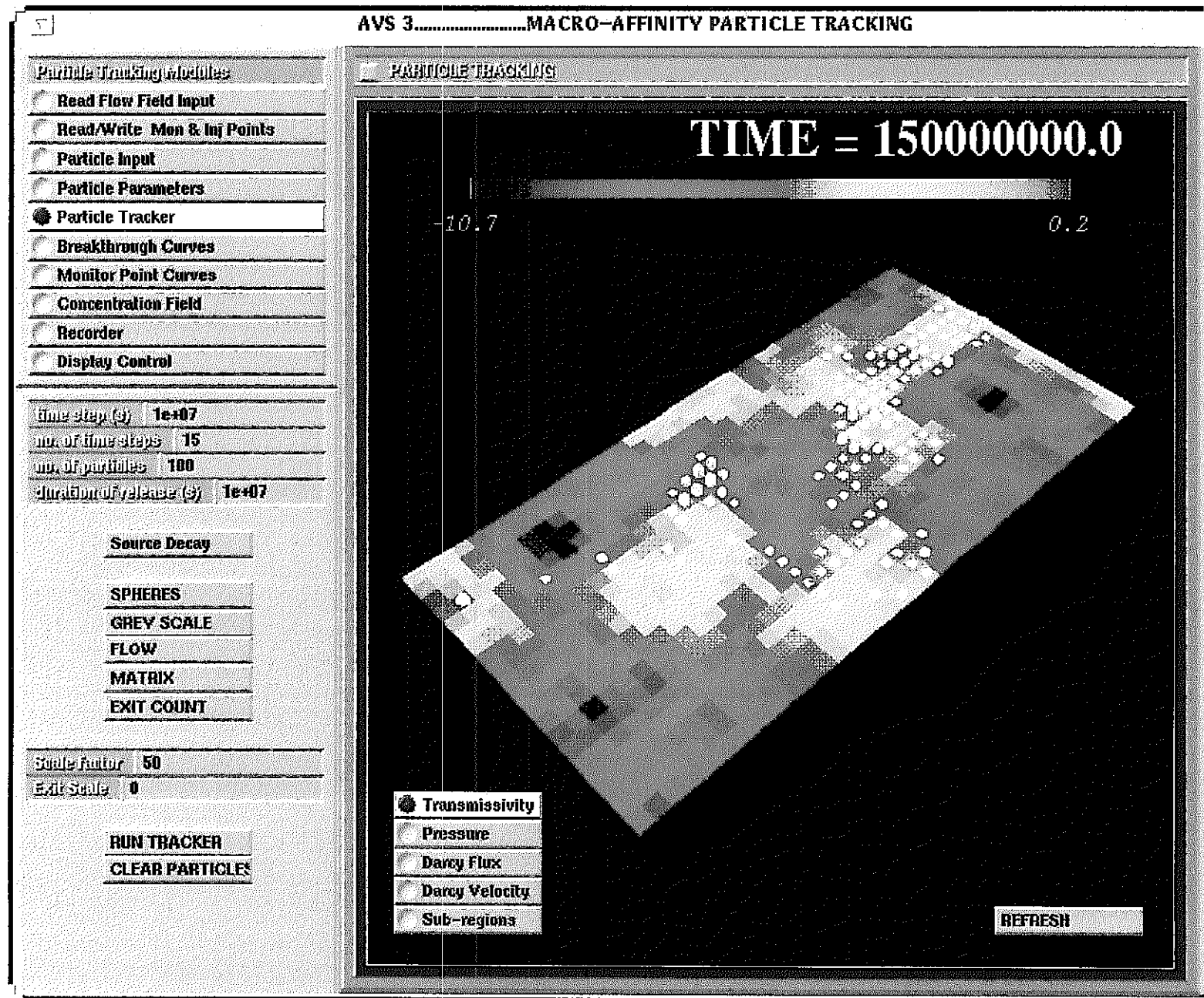


図2.3-9 DIVINITYによるパーティクルトラッキング結果の例

後にパーティクルが確率1でセルを通過することを意味する。次に、ある濃度のパーティクルが岩表面の小さなデッドエンドポアへと拡散していくと仮定した場合、つまりマトリクス拡散を考える場合、(2.33)式に次の様な項を追加する必要がある。

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{T_{flow}} \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} + \gamma \bar{D} \left. \frac{\partial \bar{c}(x,\omega,t)}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} \quad (2.35)$$

ここで、追加された項は流動する地下水とマトリクスとの間の物質移動フラックスに対応するものである。流動する地下水とマトリクスとのカップリングは γ で表され、これはマトリクスの表面積と流動する地下水の体積との比または $1 / (\text{平均空隙半径})$ にほぼ等しい。 \bar{D} はマトリクス内のパーティクルの分子拡散係数を表し、 $\bar{c}(x,\omega,t)$ はマトリクス内の物質濃度を、そして ω はマトリクス内の位置座標を表す。 \bar{c} についての支配方程式は以下の通りである。

$$\bar{\theta} \frac{\partial \bar{c}(x,\omega,t)}{\partial t} = \bar{D} \frac{\partial^2 \bar{c}(x,\omega,t)}{\partial \omega^2} \quad (2.36)$$

境界条件は、

$$\bar{c}(x,\omega,t) \Big|_{\omega=0} = c(x,t) \quad \left. \frac{\partial \bar{c}(x,\omega,t)}{\partial \omega} \right|_{\omega=a} = 0 \quad (2.37)$$

であり、ここで $\bar{\theta}$ はマトリクスの空隙率、 a はトレーサがマトリクスへと拡散していくことのできる最大深度を表すものとする。(2.35)、(2.36)及び(2.37)式をラプラス変換法により解析的に解くと、グリッドセル内のパーティクルの合計滞留時間(即ち、流動する地下水あるいはマトリクス内にパーティクルがとどまっていた時間)は次式で表される。

$$T_{total} = T_{flow}(v, D, \alpha_L, \alpha_T) + T_{matrix}(T_{flow}, \bar{\theta}, \bar{D}, a, \gamma) \quad (2.38)$$

ここで、 T_{matrix} はマトリクス内での滞留時間であり、次式で与えられる。

$$T_{matrix} = \gamma^2 T_{flow}^2 \bar{\theta} \bar{D} t_m \left(\frac{a}{\gamma T_{flow} \bar{D}} \right) \quad (2.39)$$

ここで、 $t_m(a)$ は $[0, \infty]$ の範囲にあるランダムな変数で、分布 $F(t_m(a))$ からサンプリングされる。この分布のラプラス変換は $t \rightarrow (t - T_{flow})$ に時間軸がシフトした累積破過曲線のラプラス変換であり、次式で与えられる。

$$\bar{F}(s) = \frac{\exp(-\sqrt{s} \tanh(a \sqrt{s}))}{s} \quad (2.40)$$

実際の計算上は、0と1の間のランダムな数がサンプリングされ、以下の超越式を解くことで $t_m(a)$ の値に変換される。

$$F(t_m(a)) = R$$

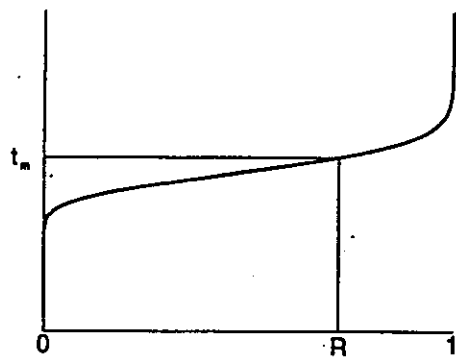
ここで、 R は図2.3-10に示すように $[0, 1]$ の範囲でランダムな数である。

(4)吸着

マトリクス拡散がない場合のグリッドセル内の移行に対する一般的な吸着を考慮した物質移動は、次式のように表される。

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - v \cdot \nabla C - \frac{\partial S}{\partial t} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = r(t) \quad (2.42)$$



Graph showing the extrapolation of breakthrough time t_m from a random number R in the range $[0,1]$

図2.3-10 $[0,1]$ の範囲でランダムな数 R と破過時刻 t_m との対応

ただし、

C : 濃度

t : 時間変数

θ : 空隙率

D : 分子拡散係数

v : 地下水フラックス

S : 吸着トレーサの濃度

$r(t)$: 吸着反応速度

吸着反応がトレーサの移行と比べて小さなタイムスケールで平衡状態に到ると仮定すると、(可逆的な) 吸着反応は以下の様な簡単な平衡関係となる。

$$S = \frac{\theta a C}{1 + b C}$$

ここで、 a 及び b は定数である。この非線型の関係式はLangmuirの吸着等温線と呼ばれ、 $b=0$ の場合、普通の線型吸着式となる。Langmuirの吸着等温線を吸着を考慮した物質移動式に代入すると、次のようになる。

$$\theta \left[1 + \frac{a}{(1 + bC)^2} \right] \frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - v \cdot \nabla C \quad (2.43)$$

グリッドセル (i,j) が与えられたとして、次式の様にスケール変換された時間変数 τ と吸着パラメーター b を考えることとする。

$$\tau = \varepsilon t, \quad \varepsilon = \left[1 + \frac{a}{(1 + bC_{ij})^2} \right]^{-1}$$

ここで、 C_{ij} はセル (i,j) でのパーティクル濃度である。上の τ を吸着を考慮した物質移動式に代入すると、

$$\theta \frac{\partial C}{\partial \tau} = D \nabla^2 C - v \cdot \nabla C$$

となる。この式は吸着が無い場合の移行式と同型である。したがって、流出時間は吸着なしの場合と同じ方法で計算でき、この結果を ϵ でリスケールすれば良いこととなる。ここで ϵ は、パーティクルがセルに進入する時間でのグリッドセル内のパーティクル濃度の関数である。

非線型吸着を考慮する場合は（上の ϵ と C の関係があるために）、パーティクルトラッキングアルゴリズムで使用されるタイムステップは、パーティクルが1タイムステップの間に一セル以上は動かないほど十分に小さくしなければならない。もしタイムステップが大き過ぎる場合、移動しているパーティクル濃度は無視し得ない誤差を含むこととなる。MACRO-AFFINITYコードでは、設定したタイムステップがあまりにも大きい場合、ユーザーにワーニングメッセージを出し、注意を促す。ただし、もし線型吸着（すなわち、 $b=0$ ）のみを考慮するならば、このような制限は必要ない。

マトリクス拡散を含める場合、もし $b=0$ であればマトリクス内での ϵ による時間のスケーリングは、マトリクス中での吸着が流動する地下水での吸着に等しいという仮定に従ってなされる。もし $b \neq 0$ なら、マトリクス内に滞留する時間の計算は本来 ϵ ではスケーリングできず、従って、マトリクス拡散と非線型吸着を同時に含める設定をした場合、間違った結果が得られるという警告をユーザーはうけることとなる。

(5)放射線壊変

MACRO-AFFINITYでは、次式に従って、各タイムステップ後のパーティクルの質量を変えることで（単一核種の）放射線壊変を考慮することができる。

$$c_n = c_n(t_n^0) e^{-\lambda(t-t_n^0)}$$

ここで、崩壊定数は λ で与えられ、時刻 t での n 番目のパーティクルの濃度は c_n で与えられる。時刻 t_n^0 は、ユーザーにより0または n 番目のパーティクルが系に注入される時刻として設定される。 n 番目のパーティクルが系に注入される時刻を設定した場合、注入期間中ずっと注入濃度一定となる。

2.4 非等方性媒体の模擬

異方的なフラクタル場を作成するためには多くの方法があるが、MACRO-AFFINITYコードでは、次に示す方法で異方的なフラクタル場を作成している。その他のいくつかの方法については[19]に記載されている。なお、以下の方法はVersion 2.0とは異なっているが、これは、これまでの方法では変数分離に起因する人工的な十文字状の分布パターンが生じ、地下水流動解析結果に無視し難い影響を及ぼすためである。

MACRO-AFFINITYコードで使用しているアプローチは、スペクトル密度の崩壊率を波数の方向に関係づけるものである。 $\mathbf{u} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ 、 $S(\mathbf{k}) \sim k^{-n+2p(\mathbf{u})}$ とし、その結果、 $\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \sim \pm \mathbf{i}$ である様な*i*方向の変動に対して $p \sim p_1$ が成立し、 $\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \sim \pm \mathbf{j}$ である様な*j*方向の変動に対して $p \sim p_2$ が成立する様にする（但し、 \mathbf{i} 及び \mathbf{j} はそれぞれ*i*及び*j*方向の単位ベクトル）。

前述したように、 $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ かつ $\mathbf{h} = h\mathbf{u}$ としてバリオグラム $\Gamma(\mathbf{h})$ を考えたとき、次式が得られる。

$$\Gamma(\mathbf{h}) \propto \int \int_{S^n} \frac{h^{2p(\mathbf{n})}}{\omega^{2p(\mathbf{n})+1}} \sin^2(\omega \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \pi) d\mathbf{n} d\omega$$

上式を一見すれば、 $h \rightarrow 0$ で、べき乗則 $h^{2p(\mathbf{u})}$ の係数は $|\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| = 1$ のときに最も大きな寄与が生ずることが予想される。しかしながら、 $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ のときを除いて全方向に何がしかの寄与をすることも明らかである。したがって、次式のようなセットを選択したとしても、

$$p(\mathbf{u}) = \begin{cases} p_1 & (\mathbf{u} \cdot \mathbf{i}) > (\mathbf{u} \cdot \mathbf{j}) \\ p_2 (< p_1) & (\mathbf{u} \cdot \mathbf{i}) < (\mathbf{u} \cdot \mathbf{j}) \end{cases}$$

*i*方向の \mathbf{h} に対して、 $\Gamma(\mathbf{h})$ は h^{2p_2} の形の項についての積分形のままである。したがって、このような小さな変位に対するスケーリング則のコントロールは正確には行うことができ

ず、ユーザーが設定したそれぞれの方向についての p のうち大きい方（即ち、滑らかな方）は、他に影響されて若干設定よりも小さく（粗く）になってしまう。しかしながら、 $p(\mathbf{u})$ 及び結果として得られる場 $v(\mathbf{x})$ の設定は真に異方的なものである。

例えば、 $p_1=0.7$ 、 $p_2=0.3$ と設定し、結果として得られた場について、2つのバリオグラム（1つは水平方向に卓越したバリオグラム、 $|h_i| > |h_j|$ であり、もう1つは垂直方向に卓越したバリオグラムである）を作成してそれぞれについてのスケール則をフィッティングにより求めた結果、 $p_{1_{\text{est}}} = 0.41$ 、 $p_{2_{\text{est}}} = 0.32$ の概算値が得られている。

図2.4-1にフラクタル次元 $D_X=1.1$ ($P_1=0.9$)、 $D_Y=1.9$ ($P_2=0.1$)として新たな方法で作成した異方的フラクタル場を示す。

- Flow Solver Modules**
- Read Fractal Input
 - Check Dimension
 - Scale Grid
 - Edit Points
 - Flow Solver
 - Write Flow Output
 - Display Control

Run Solver

epsilon 1e-08

FLOW SOLVER

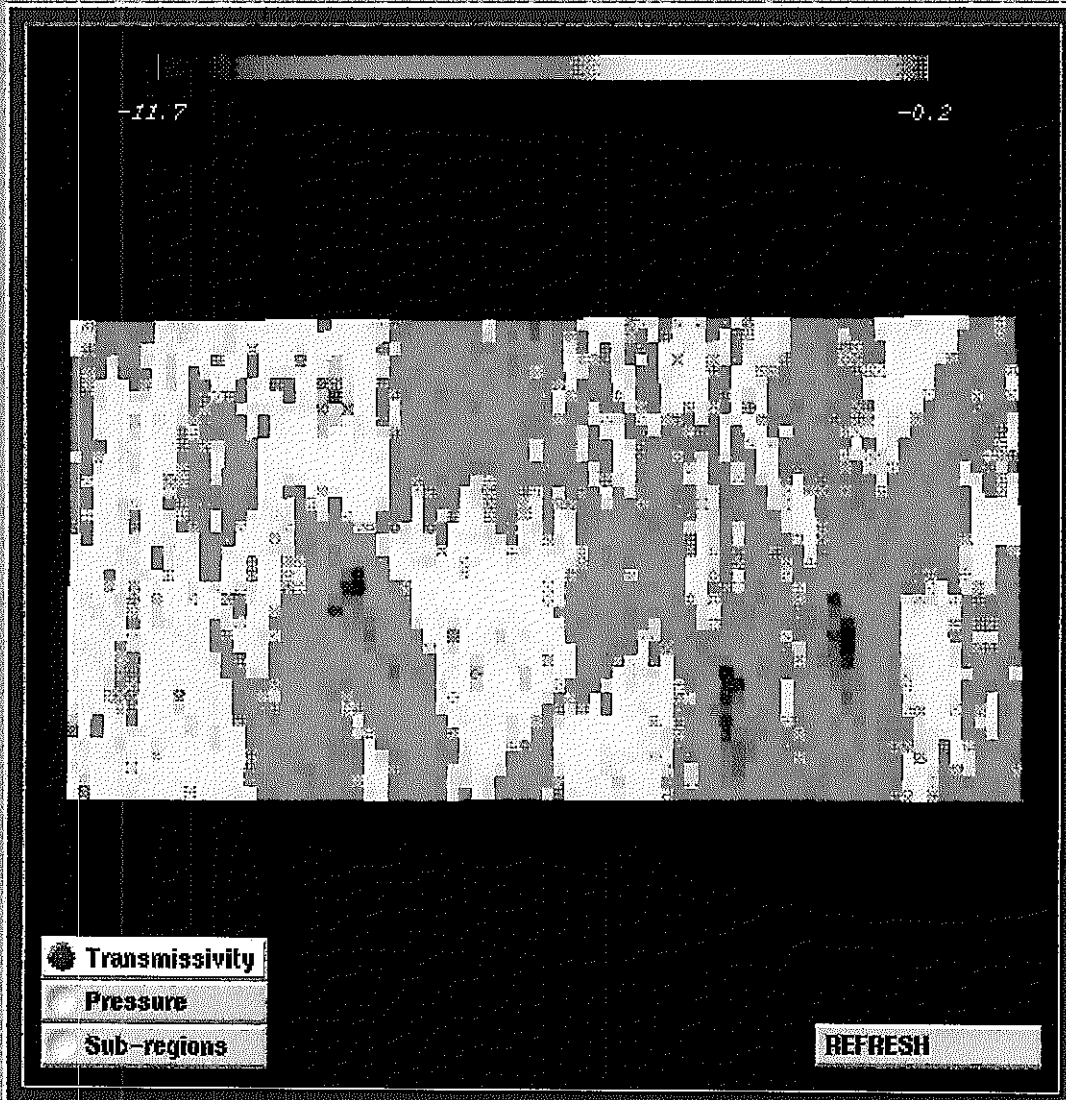


図2.4-1 異方的な透水係数場の例 ($D_x=1.1$ 、 $D_y=1.9$)

3. 東濃鉦山周辺の水利条件及び解析対象領域の設定

3.1 地質概要[20]

東濃地域の地質は、中・古生層及び花崗岩を基盤岩として、それを覆って新第三系と第四系が分布する。新第三系瑞浪層群は、基盤花崗岩を不整合で覆って分布する。その上位には瀬戸層群が、これらを明瞭な不整合で覆って分布する。

(1)基盤岩類

東濃地域には、中生代～古第三紀の花崗岩が広く分布する。この土岐花崗岩と呼ばれる花崗岩は岩相変化があまり大きくなく、中粒～粗粒黒雲母花崗岩・斑状黒雲母花崗岩・中粒角閃石黒雲母花崗閃緑岩等から成り、板状の節理が発達する。

(2)堆積岩

この地域の堆積岩は、中新世の瑞浪層群及び鮮新世～更新世の瀬戸層群から成り、瑞浪層群はさらに下位より土岐夾炭累層、明世累層、生俵累層に区分される。

(a) 瑞浪層群

瑞浪層群の岩相は、主として火山碎屑物と花崗岩碎屑物によって構成されており、ケイ化木と生物遺骸が部分的に出現する。一般に下位ほど粒度が粗く最上部ではシルト質になっている。土岐夾炭累層は、アルコース質砂岩（花崗岩碎屑物質を多く含む砂岩）、角礫の花崗岩を含む巨礫～大礫岩から構成され、明世累層は凝灰質中粒砂岩を主体とする。生俵累層は凝灰質細粒砂岩、シルト岩を主体とする。

(b) 瀬戸層群

瀬戸層群は、下位の瑞浪層群や花崗岩とは不整合の関係を示しており、瑞浪層群がほぼ固結した後に調査地域を覆った堆積物である。細礫～大礫から成る円礫岩を主体とし、下位に粘土層や砂質粘土層の薄層（厚さ1～3m）を1～2層挟んでいる。その礫種は花崗岩・チャート・流紋岩・泥岩・火山岩で、基質は白色極細粒凝灰質ないしはア

ルコース質である。

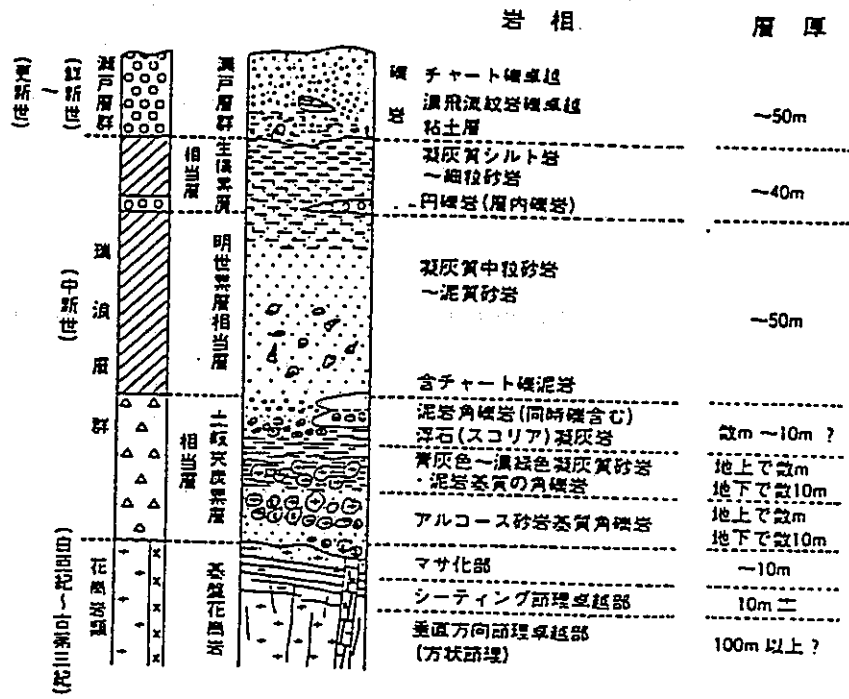


図3.1-1 調査地域の模式柱状図 [20]

3.2 水理地質構造

東濃地域では、図3.2-1に示す様に基盤花崗岩のチャンネル構造に支配される河川・湖成性の環境（図3.2-1(a)）から内湾（汽水から海水域へと変化（図3.2-1(b),(c)））へと変化する、その時期の古地形・古地理に支配されて岩相が分布している可能性が考えられる。河川・湖成性の環境では、チャンネル構造にそって流下した土石流的堆積物が勾配の緩やかな流域にたまる現象が認められ、チャンネルの形態に支配された異質性が認められる可能性が考えられる[20]。そして、このような異質性は、水平方向及び鉛直方向の透水係数の不均質性そして異方性として現れることが予想される。

東濃地域では、物理検層の一つとして電気検層による見かけ比抵抗測定値が各試錐孔に沿って高い頻度で得られている。そして、この見かけ比抵抗値と透水係数値との間には良好な相関関係が認められることから、見かけ比抵抗値に基づき透水係数分布を推定することが可能と考えられている[20]。このような観点から見かけ比抵抗値と岩層及び垂直区分が整理された結果を図3.2-2に示す。

(1)垂直方向の異質性

3a1～3, 4a1～3層

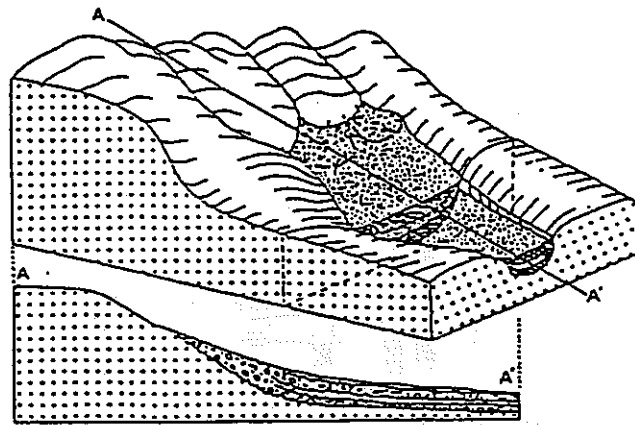
下位から礫岩層(3a1, 4a1) → 礫岩・砂岩・泥岩互層(3a2,4a2) → 砂岩層(3a3,4a3) へとサイクリックに変化する。また、3a1～3→4a1～3 に向かって見かけ比抵抗値が低くなり、花崗岩碎屑物主体の岩相から泥質、凝灰質物質が増加し透水係数が低くなる傾向を示す。また、礫岩層(3a1, 4a1)、礫岩・砂岩・泥岩互層(3a2,4a2) は、見かけ比抵抗値の変化も著しいと同時に水平方向の連続性も悪い。透水係数値は $10^{-5} \sim 10^{-7}$ cm/s のオーダーの範囲内にある。

5層

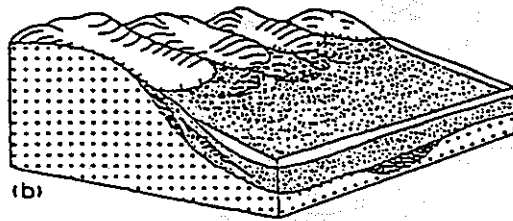
主として礫岩から構成され、垂直方向への見かけ比抵抗値の変化も著しい。透水係数値は $10^{-7} \sim 10^{-8}$ cm/s のオーダーを示す。

6層

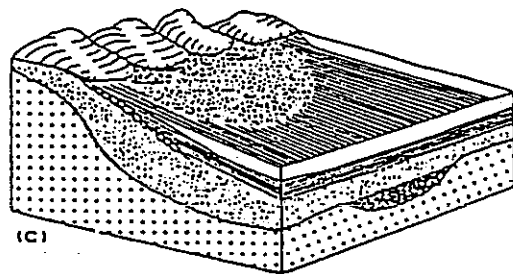
凝灰質砂岩、凝灰岩から構成され、最も低い見かけ比抵抗値を示し、透水性は著しく低い（ 10^{-8} cm/sオーダーを示す）。



(a)



(b)



(c)

図3.2-1 古地形・堆積環境と地層の異質性

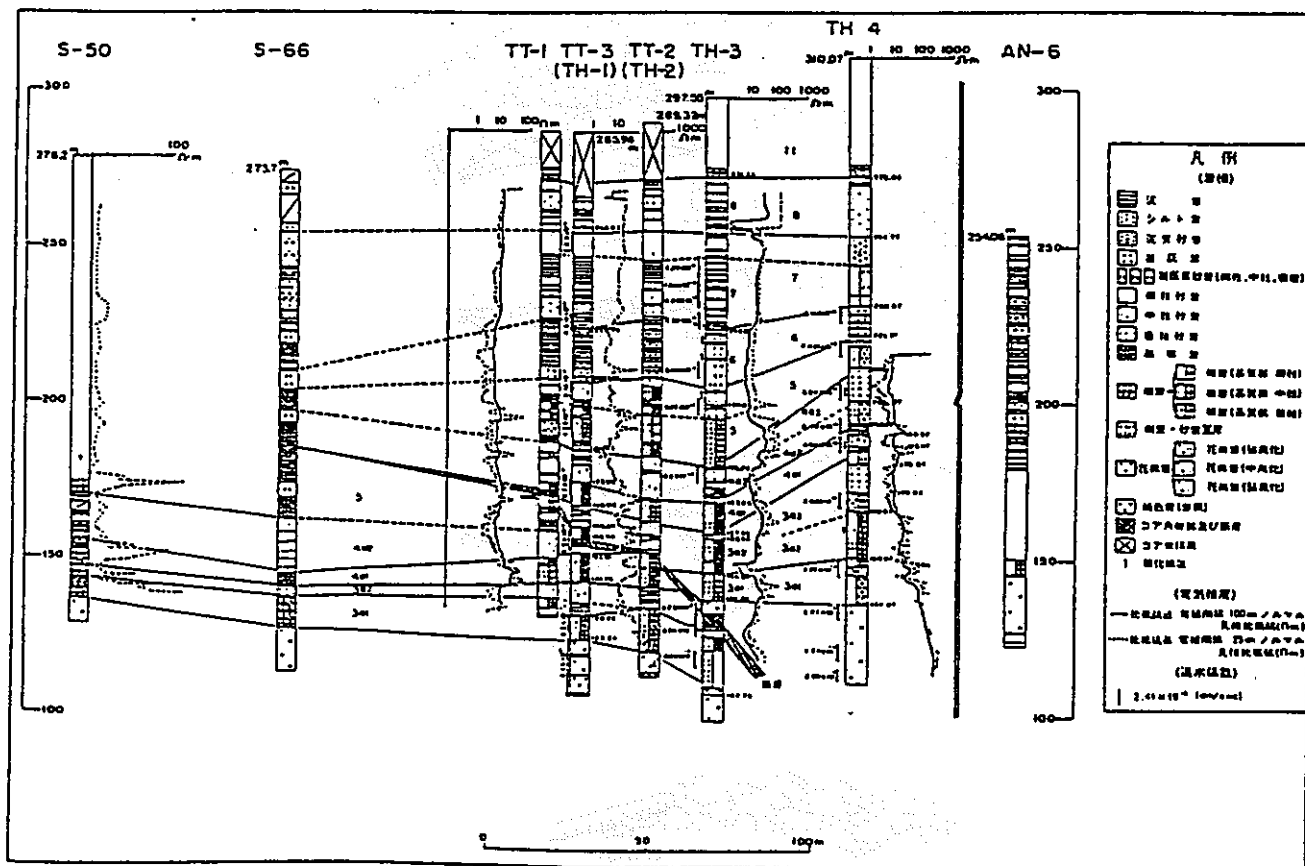


図3.2-2 水理地質構造モデルの例 (東西断面) [20]

7層

主として細～中粒砂岩、泥岩から構成され、見かけ比抵抗値の変化も小さい。見かけ比抵抗値は下位に向かって低くなる傾向が認められ、透水性も低下する。

8層

中～粗粒砂岩から構成され、異質性も少ない。

9層

礫岩層を主体とする9aと、砂岩、泥質岩を主体とする9bとに区分される。見かけ比抵抗値が高く、透水係数も高い(9a, 9b層は 10^{-6} cm/sオーダーを示す)。

10層

主としてシルト岩から構成され透水係数が著しく低い(10^{-8} cm/sオーダーを示す)。

11層

半固結～未固結の砂礫から構成され、透水性が著しく高い部分である。

(2)水平方向の異質性

5・4・3層

礫岩層を伴う5、4、3層では、各層準で堆積サイクルは認められ、かつ物性的にも異質性が認められる。特に、3層でチャンネル中心部に向かって層厚が大きくなるだけでなく、透水係数が 10^{-5} cm/sオーダーのものが認められる。

7層

若干西から東へ透水性が低下する傾向が認められるが、概ね一様と見て差し支えない。

6・8層

水平方向の著しい異質性は認められない。

3.3 地下水化学[21]

東濃鉦山及びその周辺地域の地下水の水質は、帯水層の地質に対応して次の3層に分類できることが明らかにされている。

- (1) 瀬戸層群～土岐夾炭累層上部層・・・Na・Ca-HCO₃(SO₄)型
- (2) 土岐夾炭累層下部層・・・・・・・・Na-HCO₃型
- (3) 土岐花崗岩・・・・・・・・Na・Ca-HCO₃型

瀬戸層群～土岐夾炭累層上部層中では、地下水の各種溶存化学成分は、それぞれ、深度の増加とともに連続的に濃度を変化させており、これらの地層中で地下水の混合が行われていることを示唆している。しかし、土岐夾炭累層上部層から下部層にかけて粘土化の進んだ部分(3.2に述べた6層に含まれる)が存在し、それが不透水層となっている。従って、土岐夾炭累層上部層の地下水は下部層へと浸透することができない。このことが、上述した異なる地下水の存在、特に標高200m近傍を境界として[22]地下水のタイプがNa・Ca-HCO₃(SO₄)型とNa-HCO₃型に区分されることの原因となっている。

土岐夾炭累層下部層の水質型であるNa-HCO₃型は、地下水の水質進化が最も進んだ場合に見られる型で、深層地下水に多く見られる。東濃鉦山深層地下水とは、この土岐夾炭累層下部層の地下水のことを指し、その主な帯水層は土岐花崗岩の上の風化された花崗岩の礫を主体とする基底礫岩層である。土岐花崗岩中の割れ目の地下水の水質は、地下水と同花崗岩との間の水-岩石相互作用によって規制されていると考えられている。

この様な水質の違いに対応して、これらの地下水の水素及び酸素安定同位体比(δD 及び $\delta^{18}O$)は、帯水層によって明らかに異なることが知られている。即ち、瀬戸層群の地下水における δD 及び $\delta^{18}O$ は、この地域の降水と同様の数値を示すが、土岐夾炭累層下部層の地下水の δD 及び $\delta^{18}O$ は、 δD において約10%、 $\delta^{18}O$ で1～1.5%低い値を持っている。これは、同層の地下水が現在よりも気温の低かった時期、例えば氷河期の降水に由来するものであることを示唆している。実際、土岐夾炭累層下部層の地下水の¹⁴C年代は、13000～15000年と推定されており、これは最後の氷期(ウルム氷期)の末期に相当する値である。

3.4 解析対象領域

昨年度の報告書においても述べた様に、本解析の目標がフラクタルモデルにより東濃鉾山周辺の水理学的な不均質場を現実的かつ詳細な透水係数分布として表現することであるため、解析対象領域としては高頻度の電気比抵抗測定結果が得られる複数の試錐孔を含んだ鉛直断面を採ることが適当である。また、この様な鉛直断面に求められる条件として、

このは、2枚紙

- (1) 上下端に簡単な境界条件を設定することが正当化されやすいものであること、
- (2) 水理解析結果の検証の一環として、パーティクルトラッキングの結果とウランの分布状況との比較ができるよう、ウラン鉍床の一部を含む領域であること、

が挙げられる。昨年度は、以上の条件を満たすものとして、TT-1孔、TH-2孔、TH-3孔、及びTH-4孔を含む標高100mから200mまでに該当する鉛直断面(100m×100m)を解析対象領域に選定した。既に述べた様に、本年度の解析では以上の条件に加えて、パーティクルトラッキングの境界条件を簡単化できる様、ウランが地下水系に進入した地点と考えられる堆積盆周縁部にまで解析対象を水平方向に延長するものとする。

以上のようにして選定した解析対象領域を模式的に図3.4-1に示す。同図に示した領域は、昨年度と同様、6層の粘土化の進んだ部分と基盤岩である花崗岩の健全部によってそれぞれ上下から挟まれているため、前出の(1)の条件である簡単化された水理学的境界条件(即ち、上下境界いずれも0フラックス)が正当化可能である。また、解析領域に含まれる6本の試錐孔はいずれも土岐夾炭累層下部層または風化花崗岩帯を貫いており、 γ 線異常の検出されている部分を含むという点で前出の条件(2)も満足するものとなっている。なお、後述するように、堆積盆の周縁部に位置するSN-6孔に沿って計測された γ 線異常の部分が標高200mの近傍という限られた範囲に局在しており、他の試錐孔で見られるような堆積層内の移動に付随して生じるウランの上下方向への分散がまだほとんど生じていないことから、この試錐孔は、ウランが堆積盆下部に供給された地点の近傍に位置しているものと推定される。つまり、SN-6孔を解析領域の最上流側に配置し、この位置をパーティクルの注入位置とすることにより、本年度の解析の眼目の一つである、パーティクルトラッキングの境界条件に含まれる不確実性の低減を図ることができるものと考えられる。

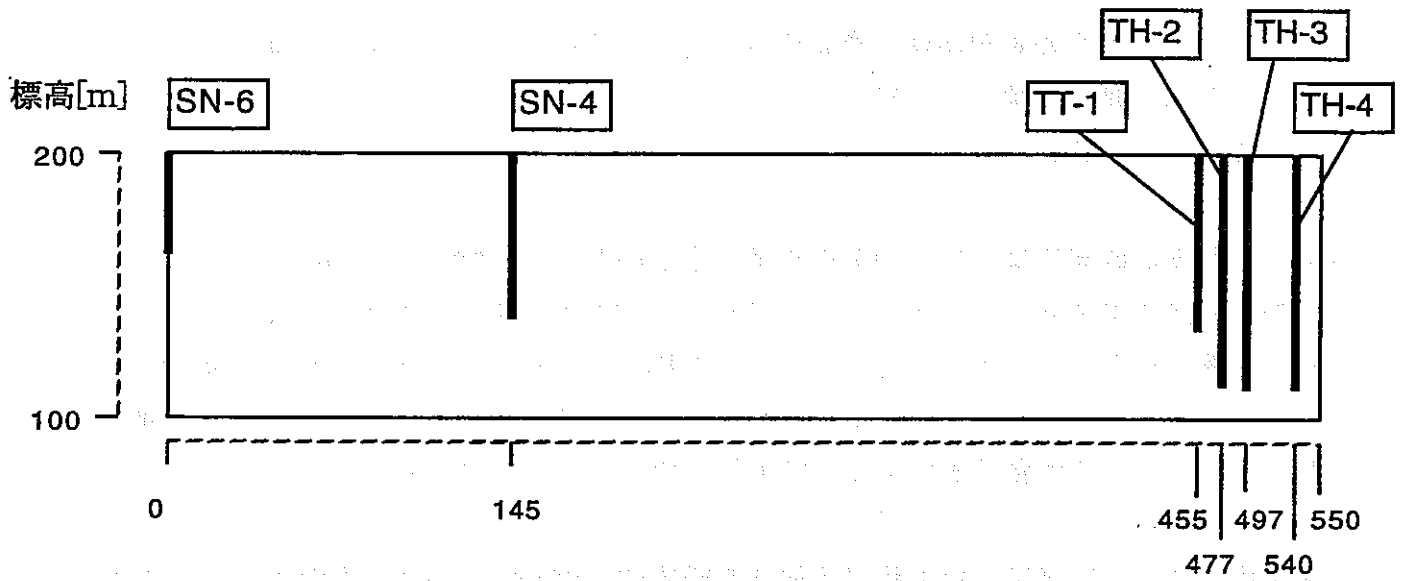


図3.4-1 解析対象領域の模式図

4. 不均質場の作成及び水理解析

4.1 概要

既に述べたパーティクルトラッキングの境界条件に含まれる不確実性を低減することに加えて、本年度の解析のもう一つの眼目は、複合的なフラクタル場を作成することにより不均質透水係数場の局所的な特徴を表現すると同時に、この付加的な自由度を設けることによって全体としての不均質場のばらつきを低減しようとするものである。こうした目的を達成するためには、不均質場の作成に先立って以下の二つの作業を実施することが必要である。

- (1) 透水係数データの詳細な分析による不均質場の局所的な特徴の明確化
- (2) 複合的なフラクタル場の作成手法の開発

本章では4.2及び4.3において上記2つの準備をそれぞれ行った後、4.4及び4.5においてこれに基づく不均質透水係数場の作成と地下水流動解析とを実施する。

4.2 透水係数データの詳細な分析による不均質場の局所的な特徴の明確化

4.2.1 試錐孔間の比較

解析対象となる6本の試錐孔における電気比抵抗測定データについて、それぞれバリオグラムを作成するとともに、1.及び2.に述べたフラクタルスケール則を用いてカイ二乗フィッティングを行いフラクタル特性の推定を行った。図4.2.1-1は、それぞれの試錐孔におけるフィッティング結果を示している。既に述べた様に、フラクタルスケール則は通常ある有限の離間距離についてのみ成立するものである。それぞれの図における横軸の範囲は、フラクタルスケール則が90パーセント以上の信頼性を以て実測値と合致する範囲に対応している。TH-4孔については離間距離約50mまでフラクタルスケール則が成立しているのに対して、他の5つの試錐孔では最大離間距離は10～15m程度である。

表4.2.1-1は、フィッティングの結果得られたフラクタル次元をまとめたものである。各試錐孔でのフラクタル次元は1.41から1.59という比較的狭い範囲に収まっていることがわかる。また、同表に示した誤差範囲と比較してみれば、各試錐孔間の次元の差異が必ずしも有意なものとは言えないことがわかる。

表4.2.1-1 各試錐孔についてのフラクタルスケール則のフィッティング結果

試錐孔	フラクタル次元	誤差
SN-6	1.41	0.055
SN-4	1.59	0.085
TT-1	1.53	0.04
TH-2	1.44	0.075
TH-3	1.47	0.09
TH-4	1.52	0.01

以上のフィッティング結果は、各試錐孔毎に領域分割をすることの正当性が統計的に顕著なものではないことを示している。しかしながら、この結果はまたこの様な領域分割を否定するものではない。というのは、類似したフラクタル次元を示す領域であっても分散あるいは平均値が異なっている場合、あるいはこれらの全てが類似した数値を示していても境界部分でパターンが合致していない様な場合、これら複数の小領域からなる不均質場を単一のフラクタルモデルで実現することは妥当ではないからである。領域分割の可否を

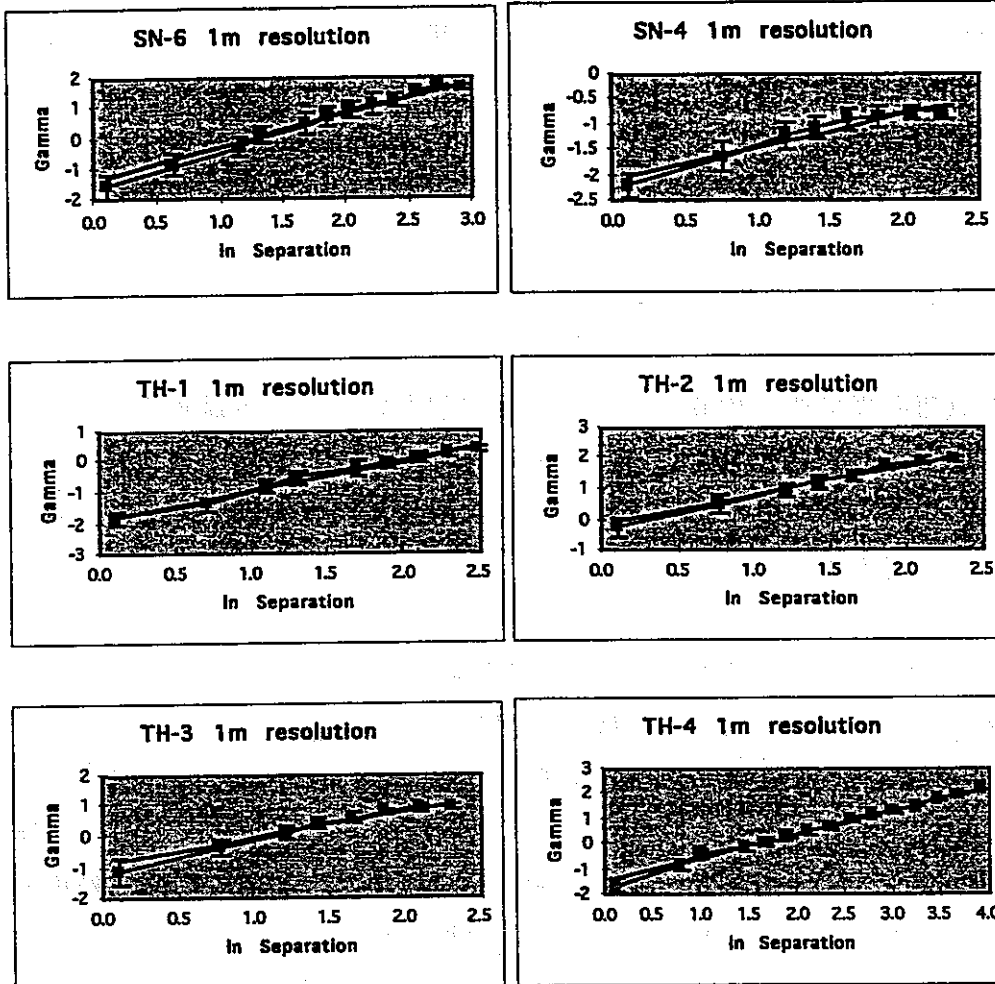


図4.2.1-1 各試錐孔におけるフィッティング結果

判断する究極の基準は、実測データの分析によるしかない。しかしながら、水平方向に密な実測値が存在しない現在、この様な情報は望むべくもない。現状のデータに基づく限り、領域分割が正当化できるか否かについての事前の基準は、領域分割を行った場合の透水係数場の分散と分割をしない場合のそれとを比較することである。もしも、領域分割をすることにより分散が有意に減少する場合には、各実測点でのコンディショニングはより「自然」に行われていることを意味し、分割は正当化されるか、あるいは少なくとも否定されるべきものではないということになる。この点については、4.4においてより詳しく述べることとする。

4.2.2 Moving Windowの手法による各試錐孔データの分析

前節に述べた試錐孔間での不均質データの比較に引き続いて、各試錐孔内でのより詳細なデータの分析を行った。この分析は、一つの試錐孔内での局所的な不均質性パターンの有無を明確化し、また、この様なパターンが存在する場合にはそれを定量的に認識することを目的とするものである。

3.に述べた様に、東濃鉾山周辺地域は、過去に隆起・沈降に起因する比較的複雑な地質学的過程を経験してきている。このことは、堆積盆内での堆積プロセスのパターンもまたこの過程を反映した複雑なものであることを意味している。つまり、同一地点においても、深度に応じてその地層が形成された時期の堆積状況は個々に異なっており、特に、この地域が内陸部に位置していた時期と海底に没していた時期とでは堆積物の粒度や分級程度等も大きく異なっていたものと考えられる。この様な状況に対応したより詳細な不均質性パターンの分析を行うための手法として、Moving Window法が考えられる。この手法は、ある地質統計的な相関構造モデルを解析対象領域全体に適用する代わりに、その部分領域に限って適用することにより、より局所的な不均質性の分析を行うものである。通常、この様な部分領域としては頻度の高いデータが連続的に存在している試錐孔を含む小領域(window)が用いられ、この小領域を試錐孔に沿って移動することによって不均質性の位置依存性を調査することが試みられる。本研究では、地質統計的な相関構造モデルとして統計的自己アファインフラクタルモデルを用いてMoving Window法の解析を実施し、さらに32点のデータから成るWindowを構成してこれを試錐孔に沿って移動させた。そして、データ1点分(即ち1m分)移動する毎に、バリオグラムを作成して局所的なフラクタル特性を算出した。ここで、データ間隔を1mとしたのは、もともと測定に用いられた電極間隔に対応するものである。

Moving Window 法による局所的なフラクタル特性の解析は以下のようなものである。図4.2.2-1は、それぞれ異なるフラクタル特性を有する不均質領域AとBとが隣接している箇所をWindow が移動していく状況を模式的に示したものである。図中のWindow 位置1においては、算出されるフラクタル特性は領域Aのものであり、もしAがフラクタルスケーリング則に従うものであればフィッティングの信頼性は高いはずである。また、Window 位置3ではフラクタル特性は領域Bによって支配され、同様にフィッティングの信頼性は高いはずである。しかしながら、Window が中間的な位置2にある場合には、Window 内には不均質領域Aに属するものとBに属するものとが混在しており、全体として一つのフラクタルスケーリング則に適合しないためフィッティングの信頼性は低下するものと考えられる。ここでの解析は、以上の概念に基づき異なる不均質領域の境界を同定しようとするものである。

この手法を各試錐孔データに適用した結果、SN-4孔とTH-2孔についてはそれぞれ二つの異なるフラクタル領域の存在が検出されたが、他の試錐孔についてはこの様な明確な境界の存在は見られなかった。これら2つの試錐孔についての結果を表4.2.2-1にまとめる。

表4.2.2-1 SN-4孔及びTH-2孔に対するMoving Window 分析の結果

	各小領域のフラクタル次元	誤差	試錐孔全体としてのフラクタル次元
SN-4	上…1.72	0.17	1.59
	下…1.61	0.17	
TH-2	上…1.64	0.14	1.44
	下…1.44	0.08	

他の試錐孔について明確な境界が検出されなかった理由としては、実際に試錐孔が一つの不均質領域のみを貫いていること、あるいは、解析に用いたデータ点数が少ないために統計的に有意な結果が得られなかったこと、の両者とも考えられる。実際32点というデータ点数は局所的なバリオグラムを構成する上で下限ぎりぎりの値であり、今後の解析に於いては、電気比抵抗測定 of 電極間隔を小さくすることによってより頻度の高いデータを用いることが望ましい。

有意な結果の得られた上記2つの試錐孔のうち、TH-2についての結果は特に興味深いものである。図4.2.2-2は、検出された境界近傍でのMoving Window 法の結果をまとめたものである。前述した信頼性の局所的な低下が顕著に現れていることがわかる。また、境

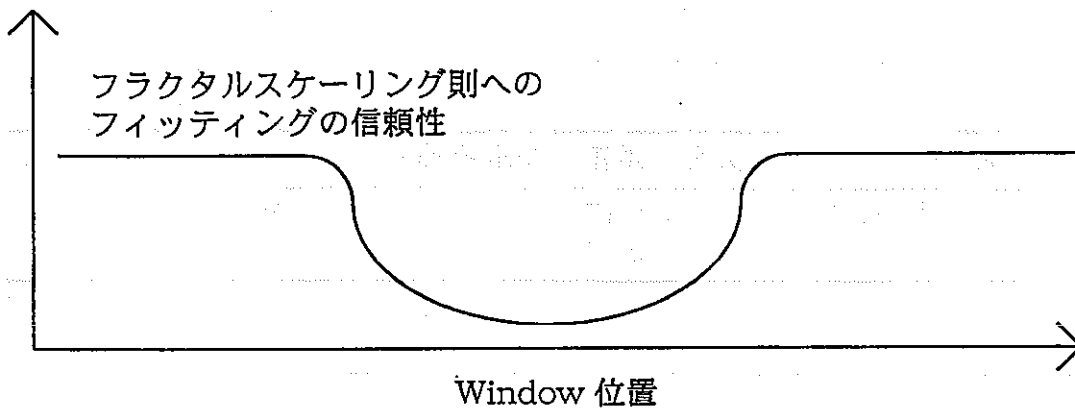
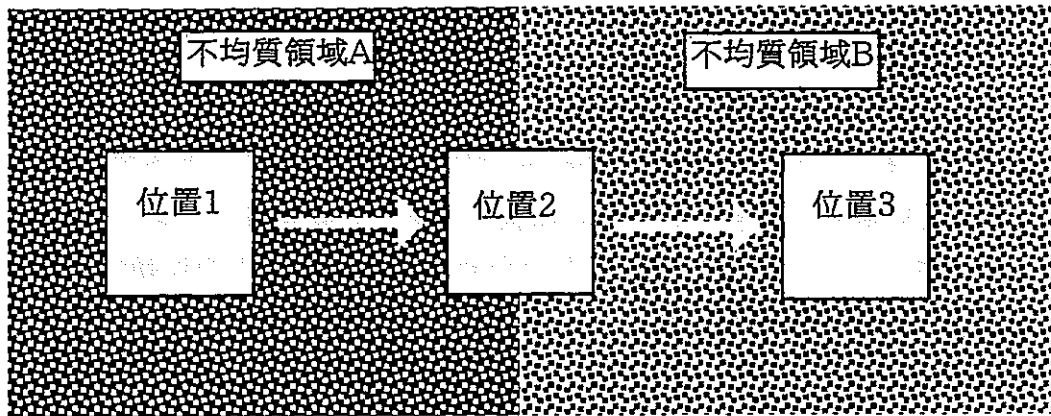


図4.2.2-1 Moving Window 法による不均質領域間の境界検知の概念

界を含むと考えられる標高155～165mには、丁度断層が位置しており、断層活動によって断層上盤と下盤との不均質性がずれている可能性が強いことから、この試錐孔については統計的に検出された境界が地質学的に理解される境界と一致するものと考えられる。図4.2.2-3は、TH-2の当該領域における透水係数データ（電気比抵抗値から推定されたもの）分布をまとめたものである。断層付近で推定値にジャンプがあることは目視でも確認できるが、本解析の結果はこの部分を挟んで上側と下側の領域がそれぞれ有意に異なるスケーリング特性を有していることを示唆している。



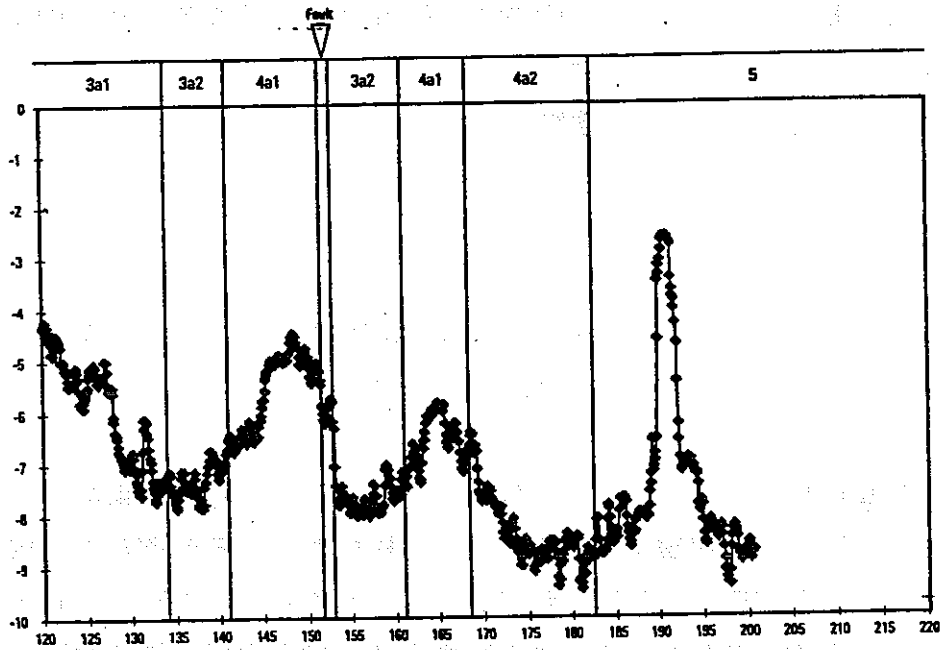


図4.2.2-3 TH-2孔について検出された境界近傍領域における透水係数データ

4.3 複合的なフラクタル場の作成手法の開発

本節では、前節で考察した解析対象領域の局所的な不均質性パターンを反映するための複合的なフラクタル場作成の方法についてまとめることとする。既に述べた様に、花崗岩と堆積岩との境界の様な明瞭な境界については、現バージョンのMACRO-AFFINITYコードによりそれぞれ独立に作成した不均質場を張り合わせるという方法で対処することが可能である。しかしながら、連続的な変化、例えば堆積岩の中での不均質性パターンの位置依存性については、境界上で透水係数の連続性が保証される様な真に複合的なフラクタル (Multi-Fractal) を発生させることが必要となる。そこで、以下では、この様なMulti-Fractalを作成する方法に焦点をあてて議論することとする。

4.3.1 Hybrid 法

Multi-Fractalを作成する尤も単純な方法は、ある内挿関数によって予め個別に作成しておいた複数のフラクタルを合成する方法 (Hybrid 法) である。

例えば、解析対象領域の全体 Ω が二つの異なる (しかしながら透水係数値が境界で連続的に変化するような) 不均質領域A及びBによって構成され、それぞれの領域に於いてデータセットa及びbが実測により得られているものとする。この時、Hybrid法では、まずデータセットaから推定されたフラクタル特性を解析対象領域全域に適用し、aの各点でコンディショニングされた不均質場A*を統計的に作成する。また、同様にbのみに着目したもう一つの全域的な不均質場B*も作成する。そして、次の式によって定義されるMulti-Fractalな不均質場(A B)*を算出する。

$$(AB)^*(x) = \xi(x)A^*(x) + (1 - \xi(x))B^*(x) \quad (4.1)$$

但し、 ξ は内挿関数であり、以下の特性を有するものとする。

$$\begin{aligned} 0 \leq \xi(x) \leq 1, \text{ for } \forall x \in \Omega \\ \xi(x) = 1, \text{ for } \forall x \in a \\ \xi(x) = 0, \text{ for } \forall x \in b \end{aligned} \quad (4.2)$$

つまり、 ξ はデータセット a 及び b の実測点においては不均質性がそれぞれ完全に A* 及び B* に支配されており、それ以外の位置ではこれら二つの不均質特性の中間的な数値が採られる様に指定されている。この手法により作成した Multi-Fractal な不均質場の例を図 4.3.1-1 に示す。この例は、SN-4、6 及び TT-1、TH-2~4 という 6 本の試錐孔を含む解析対象領域を鉛直方向のフラクタル次元が比較的高い SN-6 及び TT-1、TH-2~4 ($D_y=1.63$) を含む領域 A と SN-4 ($D_y=1.48$) を含む領域 B とに分割して (図 4.3.1-2)、Hybrid 法により Multi-Fractal を作成したものである。但し、ここで内挿関数 ξ としては、以下の双曲線関数を用いた。

$$\xi(x,y) = \frac{1 + \tanh\left[\varepsilon_1(x - x_1)\right]}{2} + \frac{1 + \tanh\left[\varepsilon_2(x - x_2)\right]}{2} \quad (4.3)$$

ここで、 x_1 及び x_2 はそれぞれ境界 (遷移領域の中央) 位置であり、 ε_1 と ε_2 とはそれぞれ対応する遷移領域の大きさを基底する定数である。

また、Hybrid 法は、個々の領域の幾何学的形状が比較的単純である限り、任意個の小領域分割にまで容易に拡張可能である。実際、後節で述べる解析では、解析対象領域全体を 3 つに分割したものをを用いることとした。

4.3.2 Wavelet を用いた手法

既に述べた様に、Hybrid 法は小領域の分割が単純なものである限りは有効な手法であるが、個々の小領域の形状が複雑なものとなるにつれて内挿関数の定義やコンディショニング等の操作は煩雑なものとなる。そこでここでは、Hybrid 法に代わるものとして Wavelet を用いた Multi-Fractal の作成方法について行った検討の結果をまとめることとする。

(1) 基本的な概念

Wavelet による方法を説明する前に、現在の Discrete Fourier Transform (DFT) によってフラクタルを作成する方法の関連箇所をおさらいしておく。DFT は、数学的には、 2^n (計算効率を高めるために通常 2^n に調整される) 個の成分を有するデータを Fourier 級数という別の正規直交基底に変換するものである。そして、この際、異なる波長 (例えば 2 倍) の Fourier 級数の係数 (スペクトル) の統計的な平均値があるべき乗則 (即ち

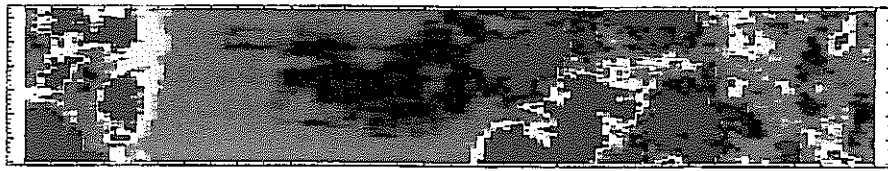
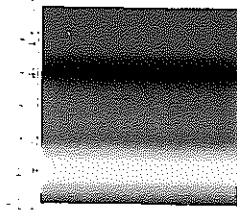


図4.3.1-1 Multi-Fractal な不均質場の例

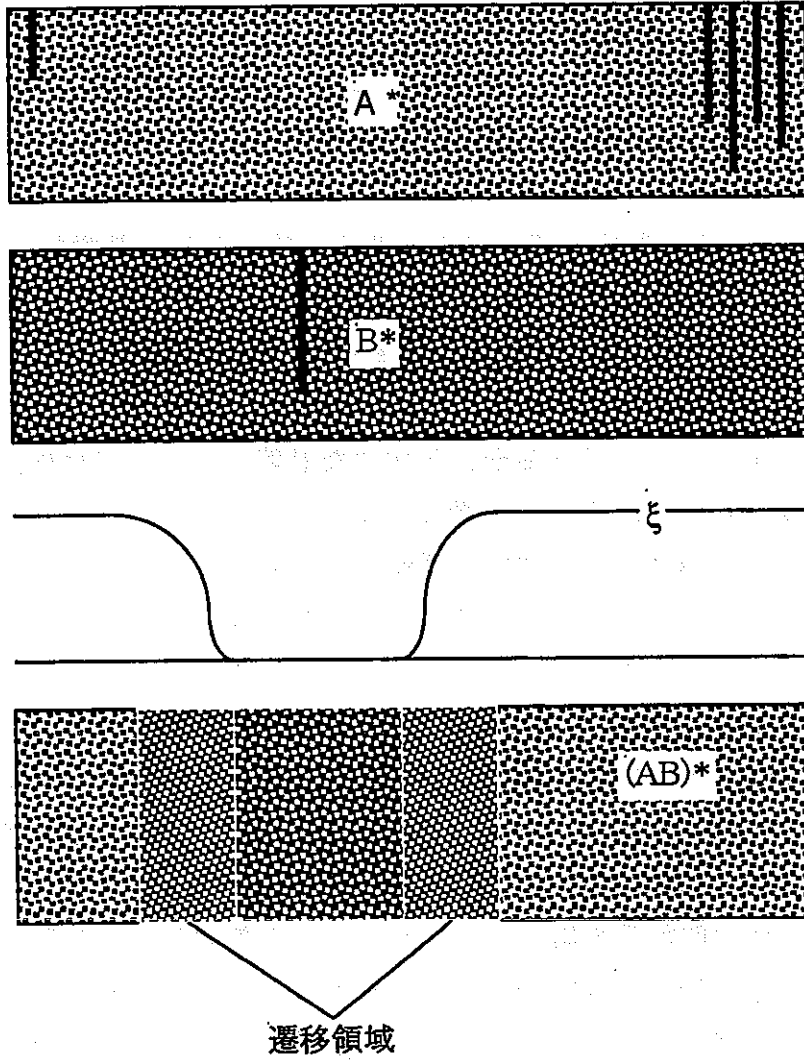


図4.3.1-2 Hybrid 法によるMulti-Fractal 作成の概念

2^{2H}倍、但しHはHurst係数)に従う様に調整することにより、全体としてフラクタルスケーリング則を満足した不均質場を作成することが可能となったのであった。Multi-Fractalを作成するという現在の目的に照らしていえば、DFTによる手法の問題は、Fourier級数自体が全域的に定義される関数系であると言う点にある。つまり、逆に言えば、Fourier級数の代わりに局所的にしか定義されない正規直交関数系を用いて上と同様の手順でスペクトルを調整することによって、場所に依存して特性が異なる様なフラクタル不均質場つまりMulti-Fractalを構成することができるはずである。

Waveletは、まさに、ある特定の場所でのみ非0の値をとる(数学的には、有界な台(support)を持つと言われる)正規直交関数系の総称である。原理的に、ある次元のWavelet的な正規直交関数系は無数に存在し得るものであり、実際、これまでに様々な種類の有界な台を持つ関数系が試みられている。以下の議論は、いずれのWaveletにおいても共通して成立するものではあるが、具体的な計算にあたってはDaubechies等[23]によって得られた関数系(それぞれの関数に含まれる調整パラメーターの数によって、DAUB4、DAUB12、DAUB20という様に呼ばれる)を例として用いることとする。図4.3.2-1に、DAUB4及びDAUB20に含まれる関数の例を示す。

Discrete Wavelet Transform (DWT)においては、1次元の空間を2ⁿ個のメッシュに離散化したデータ(つまり2ⁿ個の成分を有する)に対して、まず、メッシュ2個分の大きさ(の台)を持つ最小のWaveletのレベルを定義する。この様なWaveletは、当然、2ⁿ⁻¹個存在することとなる。次に、これの2倍の大きさを持つ(つまりメッシュ4個分の大きさを有する)2ⁿ⁻²個の関数系を第二のレベルとして定義する。この手順を、Waveletの大きさがメッシュ2ⁿ⁻¹個分(関数の個数は明らかに2となる)になるまで続ける。こうして、全体としてn個のレベルを持つ2ⁿ⁻²個の関数から成る正規直交基底が作成されることとなる。ここで、本来のデータの次元である2ⁿとの差(=2)は、mother functionと呼ばれる、以上の全てのWavelet関数に直交する関数の係数として用いられる。

(2) DAUB12を用いた2次元の統計的自己アフィンフラクタルの作成

(1)では簡単のために、1次元空間を例としてWaveletを作成する基本的な手順を述べた。従って、この手順はそのままでは我々の解析対象とする2次元的な不均質場の作成には適用できない。本項では、この手順の2次元への拡張方法について述べる。

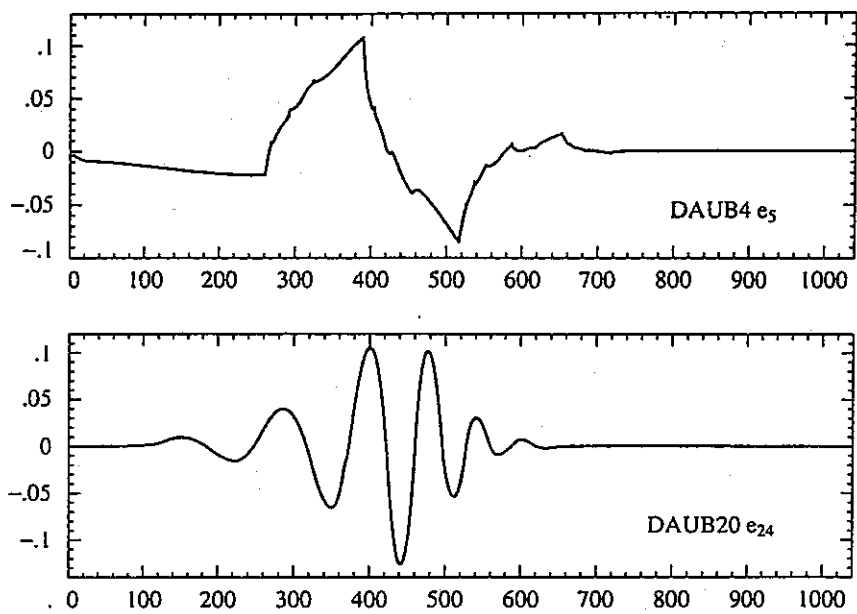


図4.3.2-1 DAUB4及びDAUB20に含まれる関数の例

2次元空間内にある領域（簡単のため正方形とする）がそれぞれの軸に沿って 2^n 個のメッシュに分割されているものとする（つまり、平面全体が 2^{2n} 個の正方形に分割されている）。この時、それぞれの軸について、 n 個のレベルを持つ1次元のWaveletを、前節に述べた手法により作成することが可能である。さらに、これらの積として2次元のWaveletを構成する。この時、Waveletの台として正方形のみではなく長方形も許容することとすれば、 x 方向及び y 方向のそれぞれについて任意のレベルのWaveletを組み合わせることができる。つまり、図4.3.2-2に示す各軸についてのレベルの直積を考えることができる。また、図において矢印の方向に並ぶ各Waveletはそれぞれ相似な台を持ち、この方向に隣接した2つのWaveletの台の相似比は2である。そこで、これらの対角線方向に隣接したWaveletがいずれも 2^{2H} 倍でスケールされる係数（の平均値）を持つように乱数を発生させれば、DFTの場合と同様に所定のスケール則を満足する自己アファインフラクタルモデルを作成できることになる。なお、以下の例に於いては全てDAUBE12と呼ばれるWaveletを用いることとした。ここで注意を要する点は、図4.3.2-2における対角線成分、即ち、 x 軸方向のレベル i と y 軸方向のレベル j とがほぼ等しい正方形に準ずる台を持つWaveletが全体を支配する様に係数の調整を行う必要があるということである。つまり、極端に扁平な長方形の台を持つWaveletの寄与は抑制する必要がある。このため、 x 軸方向のレベルが i 、 y 軸方向のレベルが j であるようなWaveletの係数は、次式に従って統計的に指定するものとした。

$$\langle \text{amplitude} \rangle = \frac{(\text{random} \in [-1, 1]) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{H(i+j)}}{f(|i-j|)}, \quad (4.4)$$

$$f(|i-j|) = 5 + (i-j)^2.$$

但し、非対角線成分が全体としてのフラクタル特性のどの側面をどの様に定量的に支配するかについては今後の更なる研究を必要とするものと考えられる。

さて、以上の事項を確認するために、MACRO-AFFINITYを用いてフラクタル次元2.5（即ち、Hurst係数0.5）の等方的なフラクタル場（ 128×128 メッシュ；図4.3.2-3）を作成し、これについてWavelet変換を行って各レベルのWaveletの係数を調べた。結果を図4.3.2-4にまとめる。ここで、最も低いレベルのWaveletは各軸とも65番から128番に、第二のレベルのものは17から32番に配置されている。上述の議論の通り、対角線方向に隣接したレベルの組み合わせに対応するWaveletの係数はこの場合2倍にスケールされて

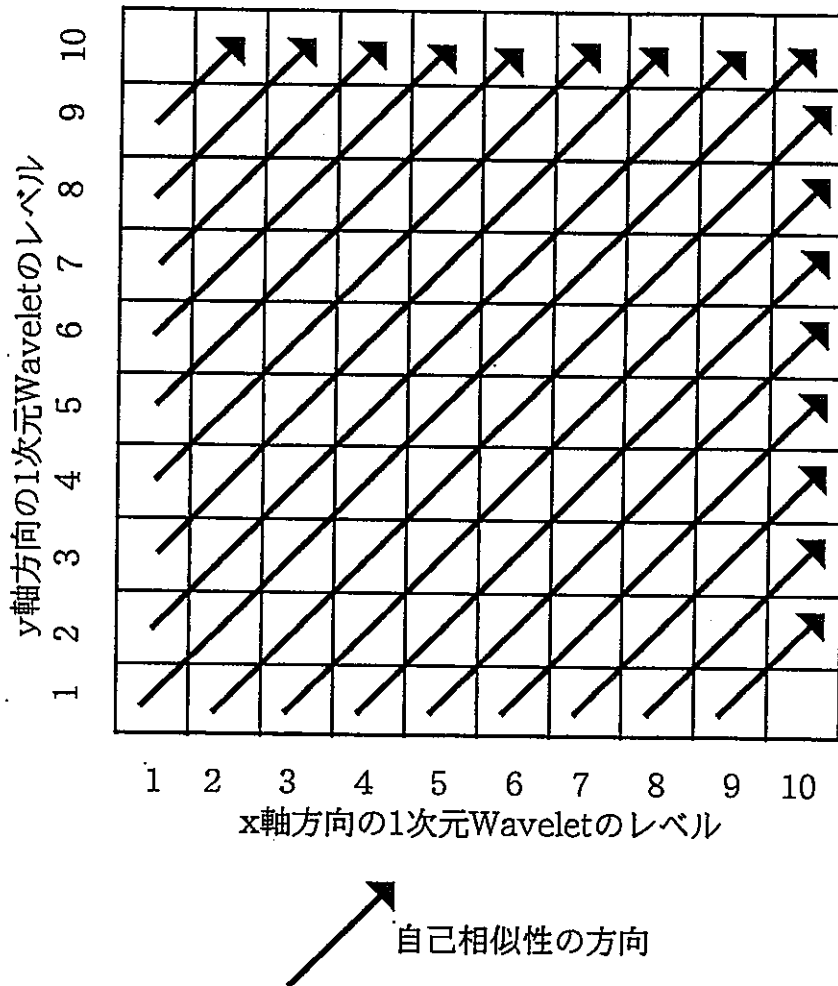


図4.3.2-2 統計的自己アファインフラクタルの2次元Wavelet表現における自己相似の方向性

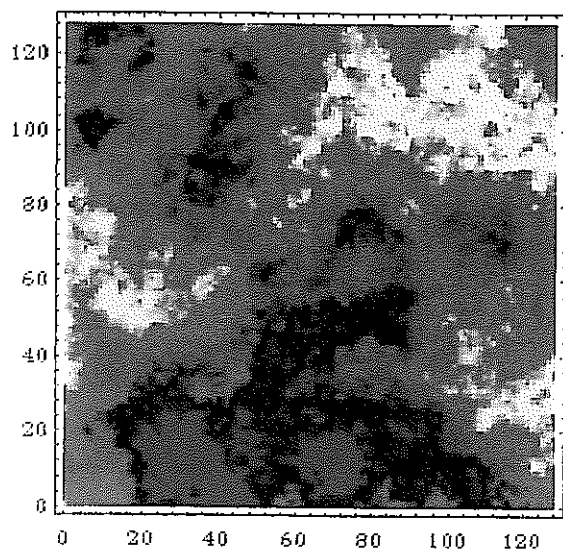


図4.3.2-3 MACRO-AFFINITYにより作成したフラクタル次元2.5の
等方的なフラクタル場

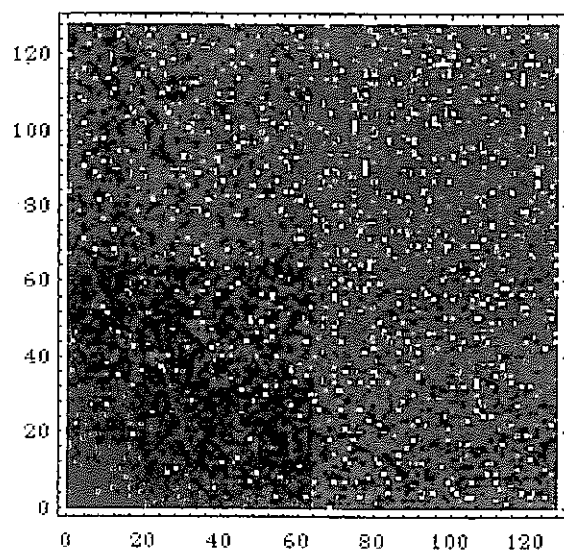


図4.3.2-4 図4.3.2-3についてWavelet 変換を行った結果

いる。

図4.3.2-5に、DWTを用いて作成したフラクタル次元2.7、2.5及び2.3の統計的自己ア
フラインな不均質場を例示する。いずれも、DFTによる従来のものと同様の性質を保存
していることがわかる。

(3) Multi-Fractal の作成

図4.3.2-5は、DWTが従来のDFTと同様に単一のフラクタル場を作成できるものである
ことを示している。このことに加えて、勿論、DWTはMulti-Fractal を非常に高い効率で
発生させることが可能である。図4.3.2-6に、DWTで作成したMulti-Fractal の例を示す。
この例では、正方形領域の上半分がフラクタル次元2.2を持ち、下半分が2.8となってい
る。下端部に例外的に滑らかな場が見えているのは、関数の周期性に起因したend effect
である。これは、現在のMACRO-AFFINITYで行っているように、より大きな場を作成
しておいて端部を切り落とすことによって避けることが可能である。

4.3.3 まとめ

Hybrid 法とWavelet を用いた手法は、いずれも連続的かつ整合的な境界を有するMulti-
Fractal を適切に作成できるものであることがわかった。Hybrid 法は、その作成手順が単純
であることから、領域分割が比較的単純であるような不均質場の作成には最も適している
ものと考えられる。他方、Wavelet を用いた手法は、やや込み入った手順を必要とするも
ののフラクタル特性が複雑な形式で位置に依存するような問題に対しても適用可能である
という大きな利点を有するものと考えられる。

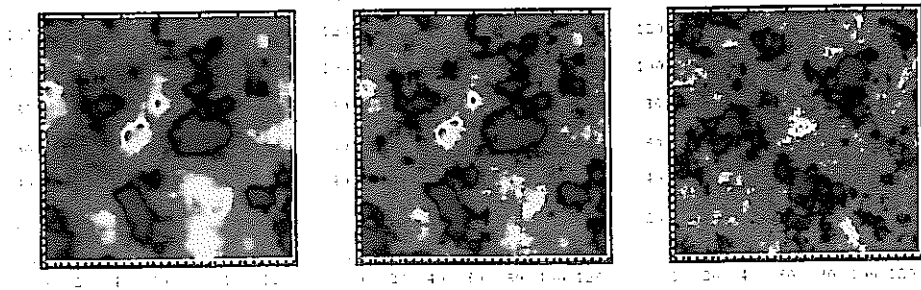


図4.3.2-5 DWTを用いて作成したフラクタル次元2.7、2.5及び2.3の統計的自己アフィンな不均質場の例

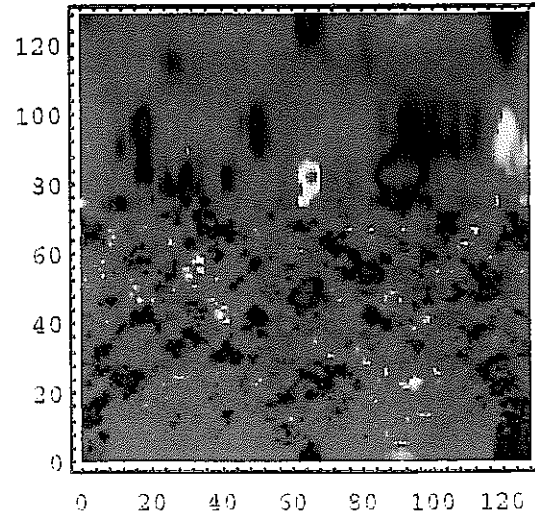


図4.3.2-6 DWTを用いて作成したMulti-Fractal の例

4.4 解析対象とする不均質透水係数場の作成

ここでは、前節で述べた手法を用いて、実測データによってコンディショニングされた不均質透水係数場を作成する。

既に述べた様に、Moving Window による解析の結果明確となった試錐孔内部のフラクタル特性の変動は、全6孔のうち2孔に限られており、また、試錐孔内での花崗岩部と堆積岩部との差異も統計的に顕著ではない。そこで、以下の解析に於いては、原則として一つの試錐孔は上端から下端まで単一のフラクタル場に属するものと仮定する。各試錐孔間での差異については、試錐孔間で顕著な差異は存在しないものの、孔間距離も大きくその全体を単一のフラクタル特性のみで記述することに困難が伴う可能性も有ることから、全体を一つのフラクタル場としたケースと分割を行ったケースの両者を考慮するものとする。また、各試錐孔の下端以深については、健全な花崗岩が存在しその透水係数値が低くまたフラクタル特性も異なる可能性があることから深部の電気比抵抗未測定部を全て難透水性の基盤岩としたものも代替的なケースとして実施することとする。

水平方向の領域分割の方法としては、SN-6とSN-4、及びSN-4とTT-1の孔間距離が大きいことから、図4.4-1の様にこれらの中に境界を配置することにより全体を3つの小領域に分割するものとした。

図4.4-1に示した領域分割は比較的単純なものであり、この様な体系にWaveletによる手法を用いることはむしろ解析手順の複雑さに起因する弊害の方が大きいと考えられることから、複合的なフラクタル場の作成はHybrid法によって行うこととした。前述のように、Hybrid法は複数小領域に含まれる試錐孔データに基づきそれぞれの小領域のフラクタル不均質場を独立に作成し、その後各小領域の間の接続部を0から1の間の数値を採る連続関数で内挿するものである。そして、この内挿関数がどの程度のスケールで変化するかを調整しているのがパラメーター ε である。パラメーター ε に求められる条件として、

- (1) 異なるフラクタル場の境界における不整合性が顕著とならない程度に ε は大きいもの（つまり遷移が滑らか）であること。
- (2) 実測データの存在する試錐孔部分は、そこでの実測データに合わせて作成された当該フラクタル小領域に100%帰属するべきものであり、従って、 ε は遷移領域が試錐孔にまで達してしまう程大きなものであってはいけない。

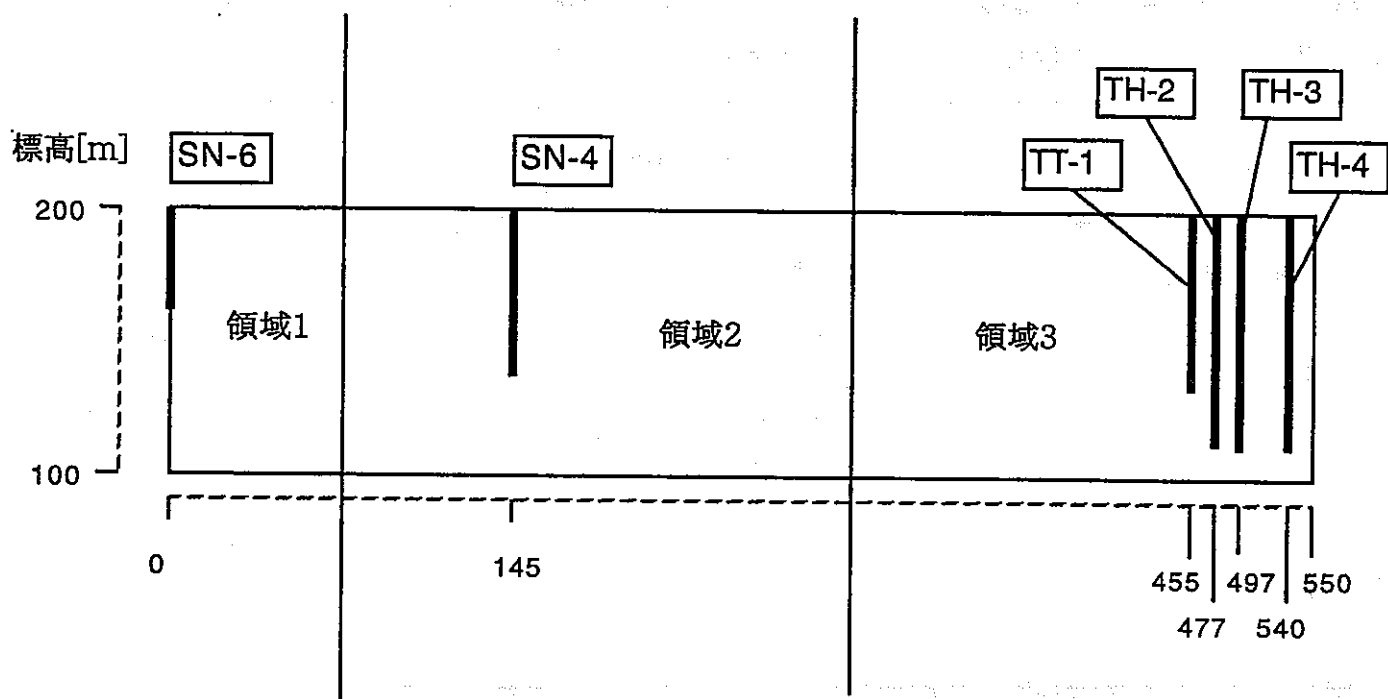


図4.4-1 試錐孔間のフラクタル特性の差異を考慮するケースでの
解析対象領域分割の方法

ということが挙げられる。しかしながら、上記の(1)及び(2)を同時に満足するような ϵ を見出し難いこともあり、今後の調査により、特に水平方向についてより高頻度のデータが得られた場合にはWaveletによる方法の優位性が増すことに注意を要する。

水平方向のフラクタル次元については、バリオグラムを作成できる程度のデータ数が入手可能ではないため、昨年度と同様にパラメータとして1.3、1.5、及び1.7の3通りをそれぞれ考慮して解析を実施することとした。

以上をまとめ、不均質透水係数場のケースとしては、表4.4-1に示す9通りを考えることとする。

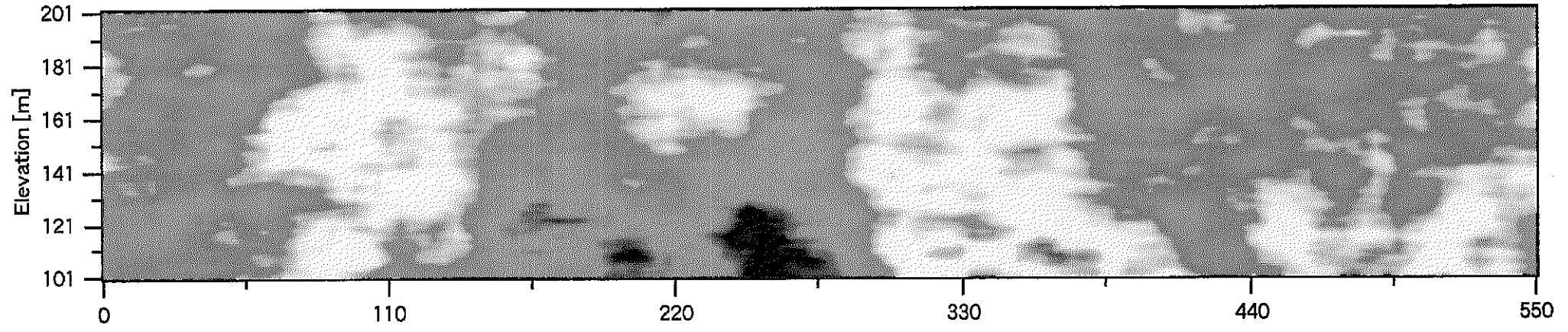
表4.4-1 解析対象とする不均質透水係数場ケースのまとめ

ケース名	水平方向のフラクタル次元	水平方向の領域分割の有無	試錐孔下端以深の取り扱い
1.3	1.3	無	他の点と同じ
1.3_3	1.3	有	他の点と同じ
1.3_3int	1.3	有	難透水性一定
1.5	1.5	無	他の点と同じ
1.5_3	1.5	有	他の点と同じ
1.5_3int	1.5	有	難透水性一定
1.7	1.7	無	他の点と同じ
1.7_3	1.7	有	他の点と同じ
1.7_3int	1.7	有	難透水性一定

但し、鉛直方向のフラクタル次元については、該当する領域に含まれる全試錐孔について算出された数値(4.2.1参照)の平均を用いるものとした。つまり、ケース1.3、1.5、及び1.7においては6本の試錐孔についての平均をとり、水平方向の領域分割を行う場合には領域1はSN-6、領域2はSN-4、そして領域3はTT-1~TH-4の平均として推定されるフラクタル次元をもつものとする。

図4.4-2は、ケース1.3と1.3_3とを比較したものである。ケース1.3_3の領域3に該当する部分については、両者の差異は顕著ではないが、領域1及び2に関してはその差は歴然

ケース1.3



ケース1.3_3

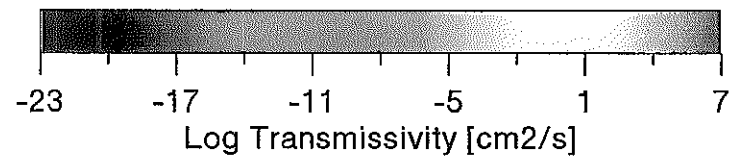
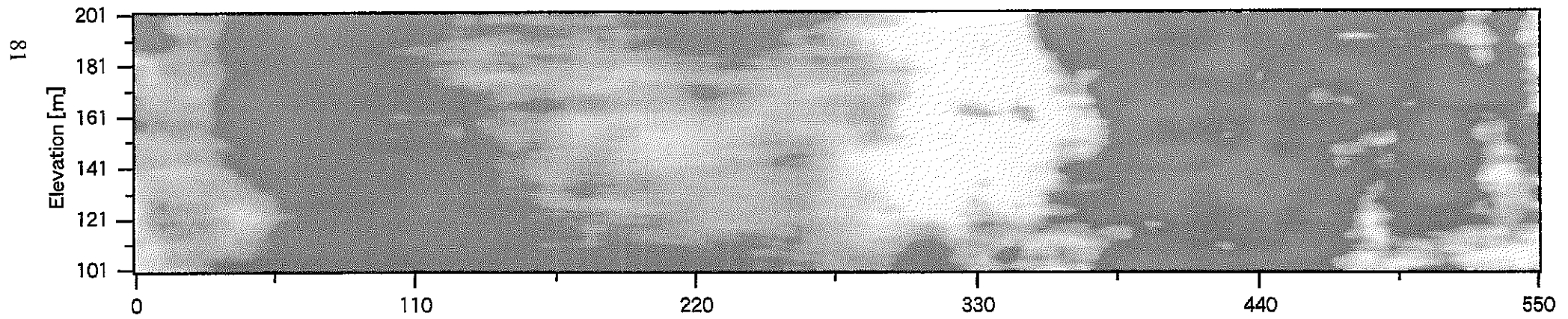


図4.4-2 不均質透水係数場ケース1.3と1.3_3の比較

としている。また、これら二つの場の特性を定量的に整理したものが表4.4-2である。

表4.4-2 ケース1.3と1.3_3の不均質透水係数場の比較

ケース名	領域1	領域2	領域3	全体の分散
1.3	$D_y \cdots 1.51$ 分散 $\cdots 18.1$	N/A	N/A	18.1
1.3_3	$D_y \cdots 1.63$ 分散 $\cdots 1.3$	$D_y \cdots 1.43$ 分散 $\cdots 2.65$	$D_y \cdots 1.50$ 分散 $\cdots 19.8$	7.9

ケース1.3_3における領域分割の結果として、全体の分散がケース1.3から顕著に減少していることがわかる。

図4.4-3に、その他のケースについて作成した不均質透水係数場を、表4.4-3に各推定結果における分散値及び実測データに基づく分散値をまとめる。

表4.4-3 各推定結果における分散値及び実測データに基づく分散値

ケース名	分散	
実測データ	1.1	
推定結果	1.3	18.1
	1.3_3	7.9
	1.3_3int	17.5
	1.5	16.4
	1.5_3	11.2
	1.5_3int	21.1
	1.7	16.2
	1.7_3	5.2
	1.7_3int	19.8

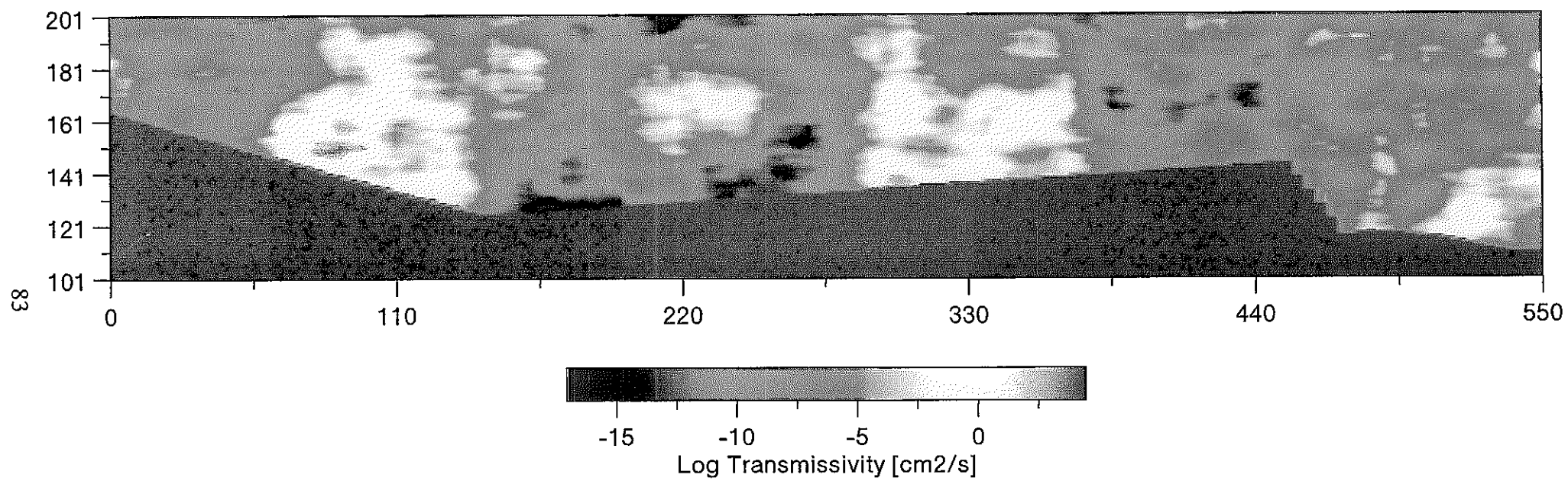


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.3_3int)

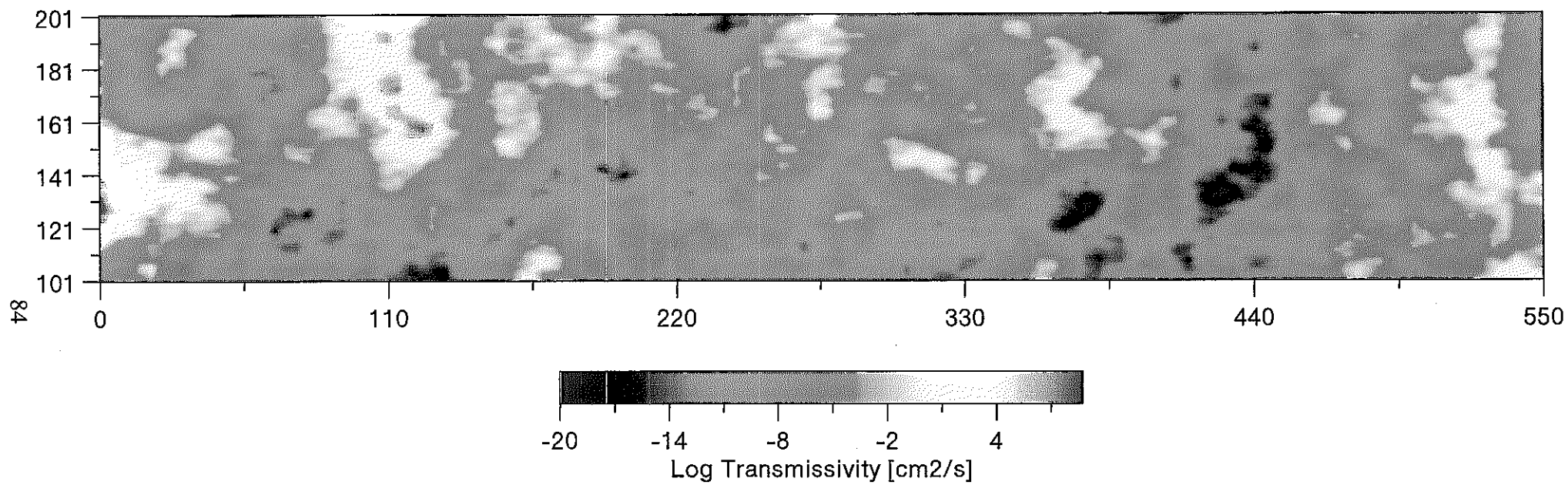


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.5)

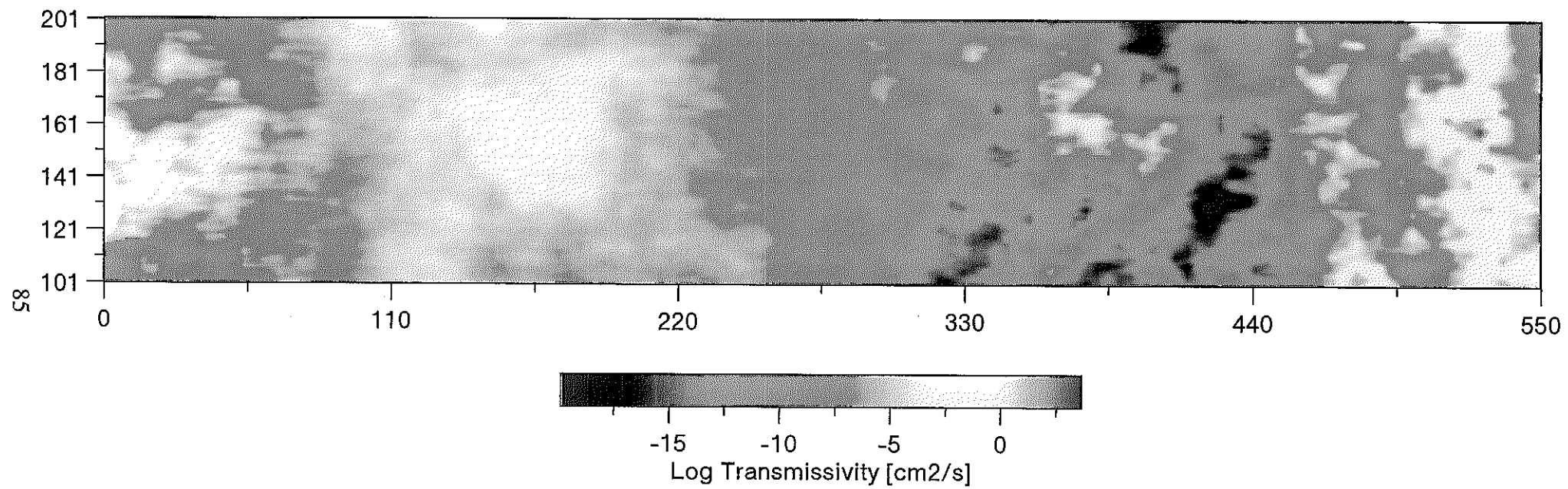


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.5_3)

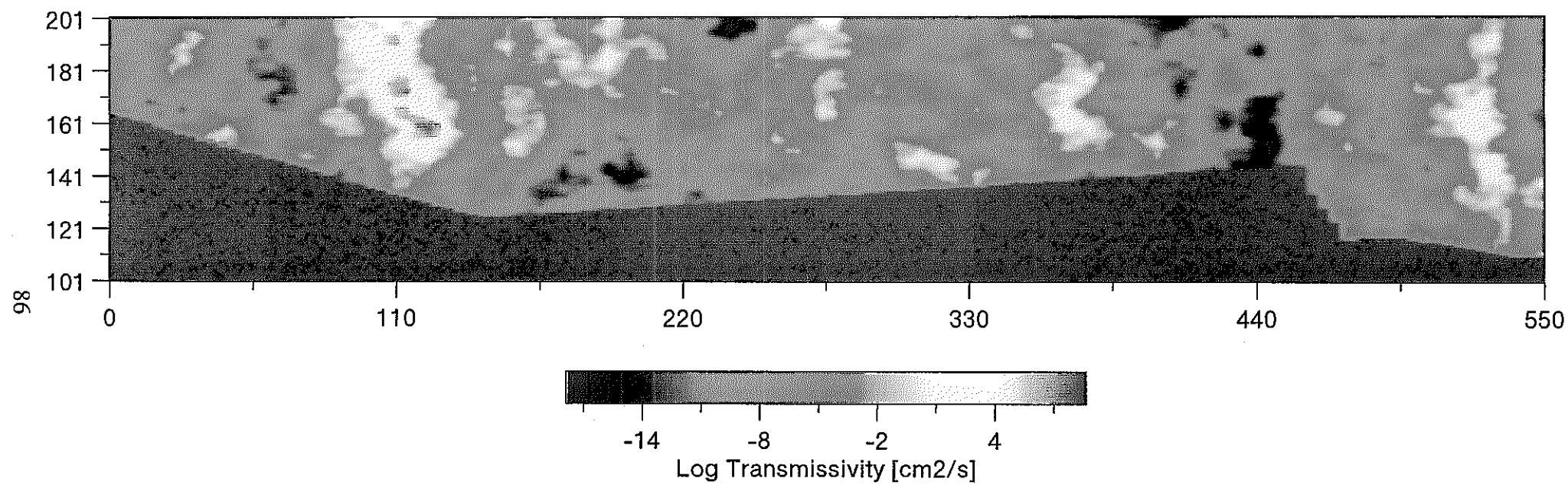


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.5_3int)

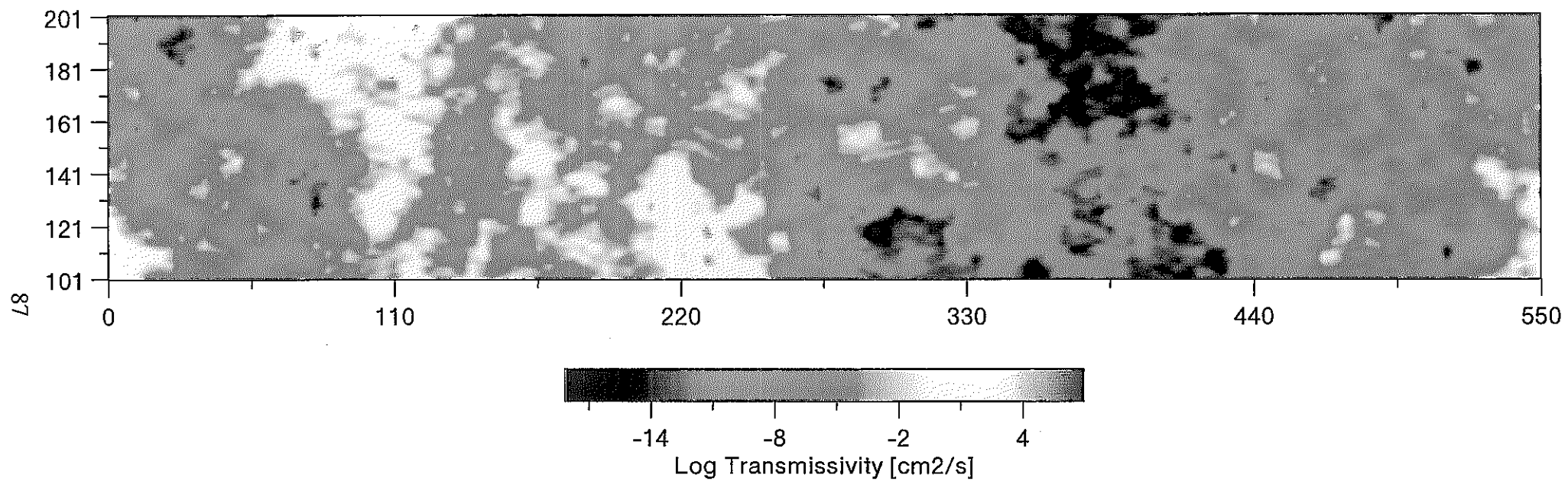


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.7)

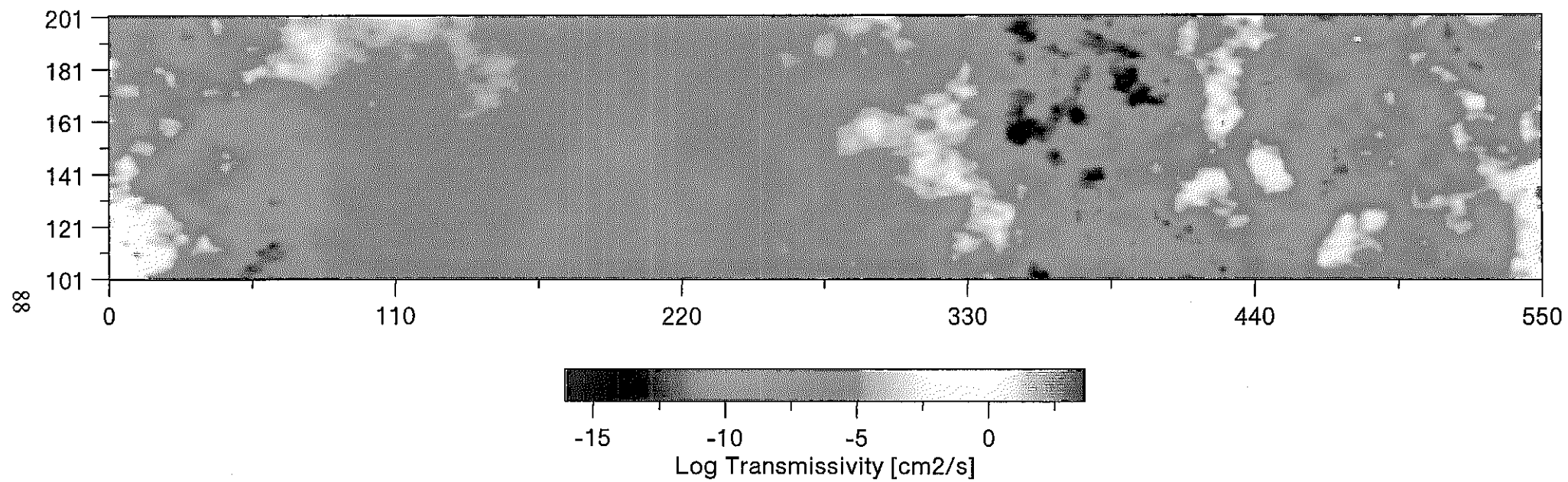


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.7_3)

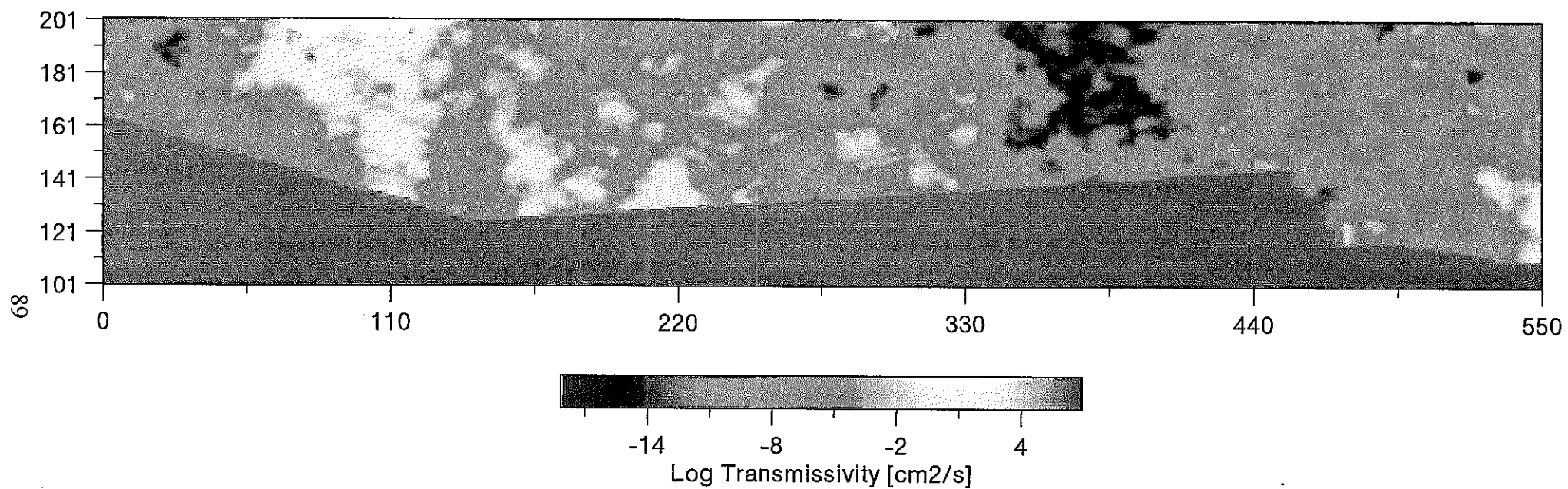


図4.4-3 不均質透水係数場 (ケース1.7_3int)

4.5 地下水流動解析

4.4に述べた各不均質透水係数場について、上下境界を0フラックス条件、左右境界の水頭差55m（平均動水勾配=0.1）を仮定して地下水流動解析を実施した。不均質場1.3、1.5、及び1.7については作成された不均質場の分散が余りにも大きく、特に低透水性領域での流速が数値精度の限界以下となるため収束解は得られなかった。その他のケースについての流動解析の結果として得られたダルシー流速分布と圧力分布の例を図4.5-1に整理する。

今年度実施したMACRO-AFFINITYコードの改良（2.4節参照）により、昨年度の地下水流動解析結果に見られていた人為的な十字型流動パターンは排除されている。また、各ケースにおいて、チャンネルの数、蛇行の程度、及び交差の構造といった定性的なパターンに顕著な相異が見られる。このことは、引き続き実施するパーティクルトラッキングによる物質移動解析において各ケースが差別化可能な程度に異なる振る舞いを見せるであろうことを示唆している。

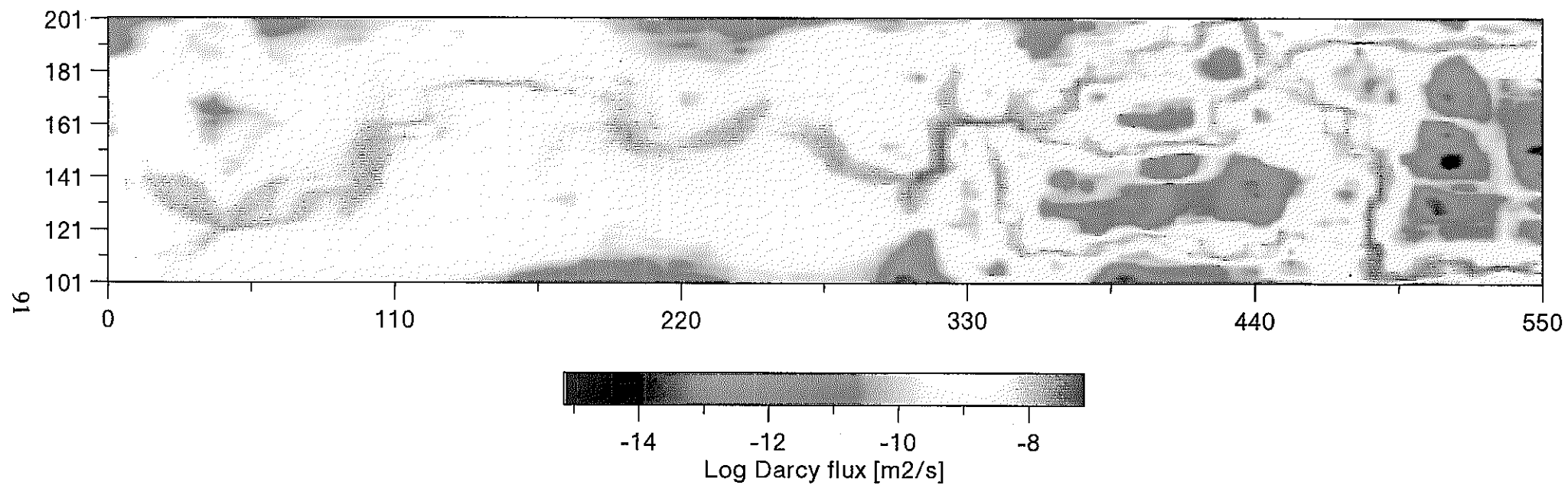


図4.5-1 地下水流動解析結果（ケース1.3_3のダルシー流速分布）

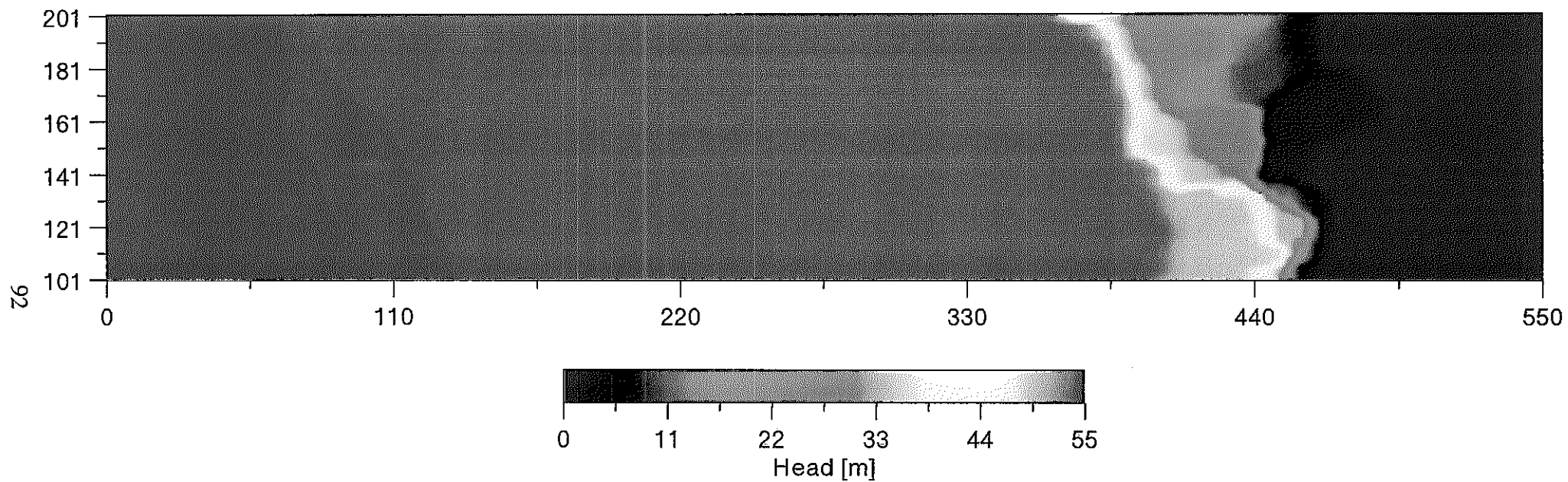


図4.5-1 地下水流動解析結果（ケース1.3_3の圧力分布）

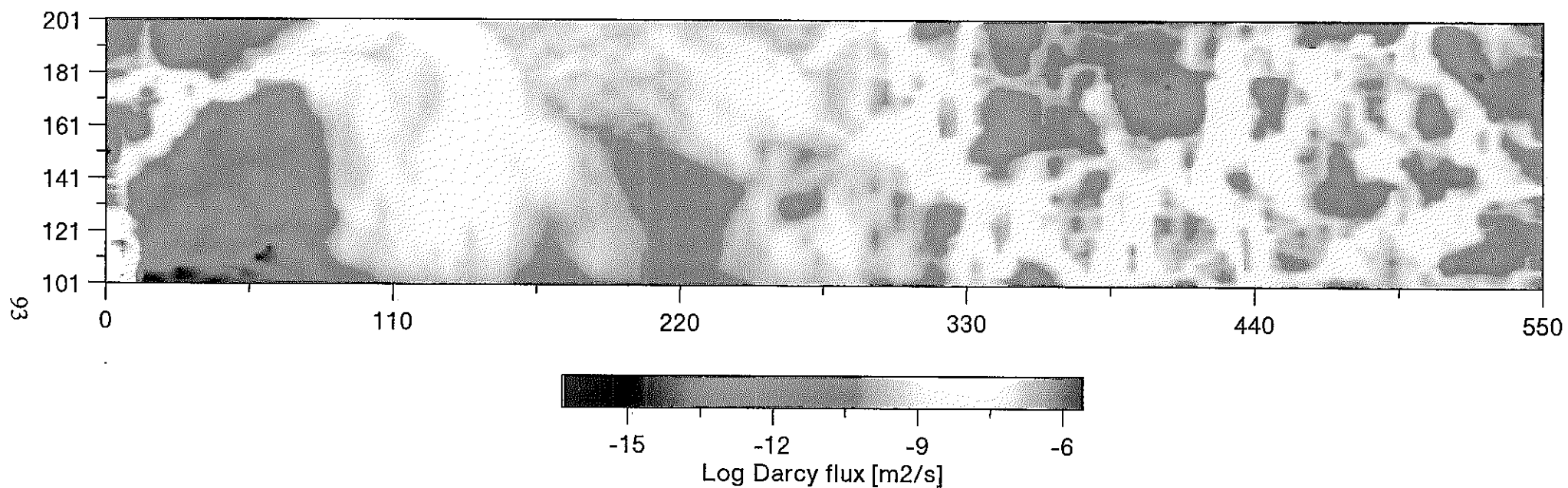


図4.5-1 地下水流動解析結果（ケース1.7_3のダルシー流速分布）

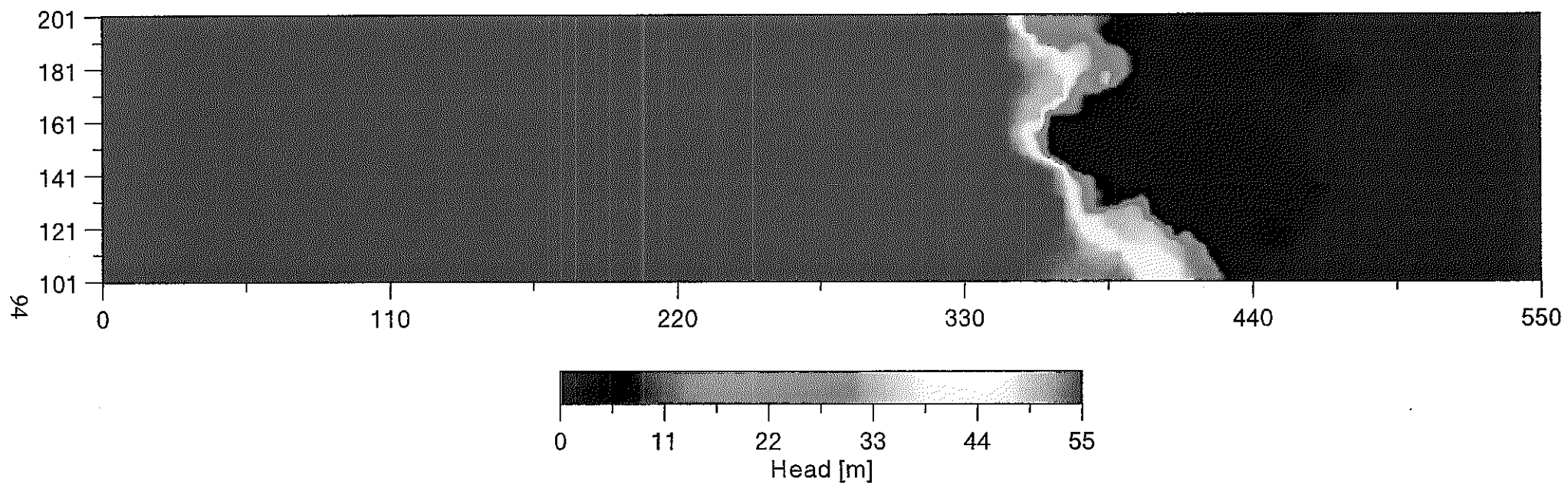


図4.5-1 地下水流動解析結果（ケース1.7_3の圧力分布）

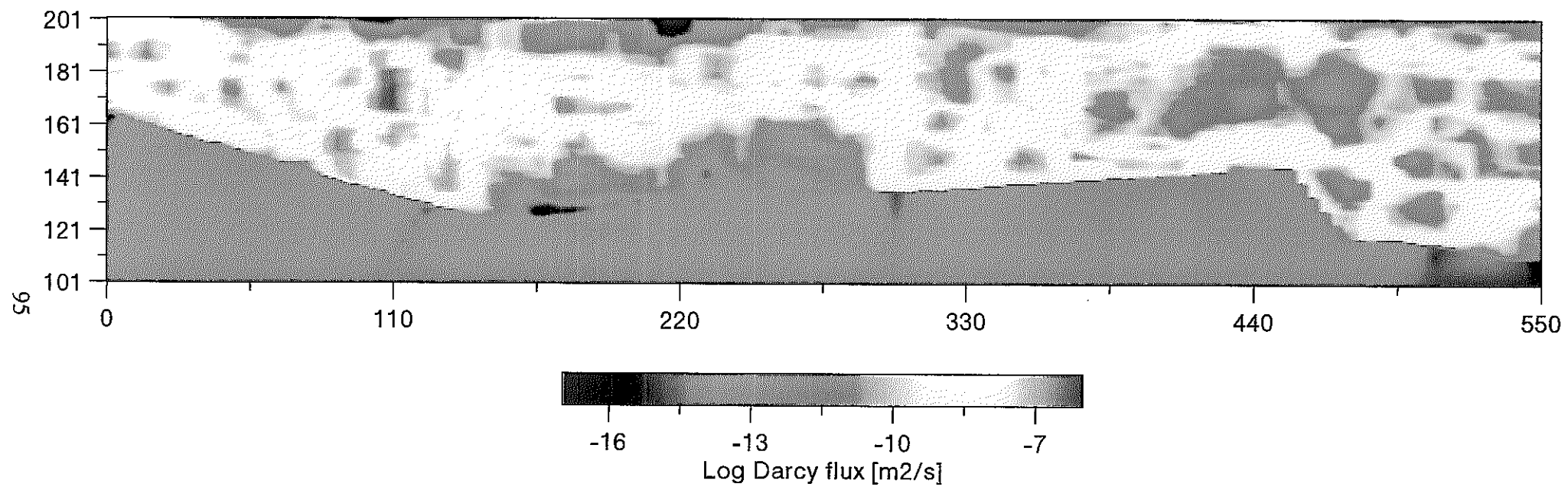


図4.5-1 地下水流動解析結果（ケース1.3_3intのダルシー流速分布）

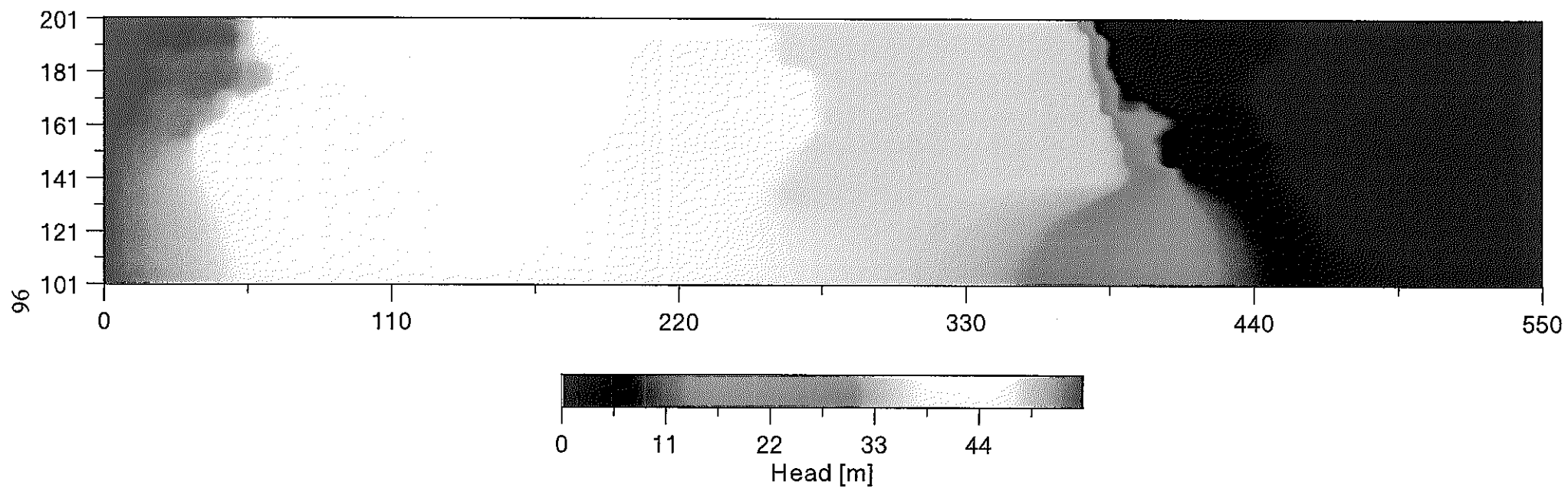


図4.5-1 地下水流動解析結果（ケース1.3_3intの圧力分布）

5. フラクタルモデルによる水理解析結果の検証

ここでは、フラクタルモデルによって作成した不均質透水係数場についての地下水流動解析結果に基づき、パーティクルトラッキングの手法により過去に当該領域で生じたウランの移動をシミュレートすることとする。また、このシミュレーションの結果を現在のウランの分布状況と比較することによって、不均質場に対する水理解析手法の一環とする。

ウラン鉱床の成因としては、地下水流動によって溶存形のウランが供給されることと供給されたウランが吸着あるいは沈澱といった化学的なプロセスによって固定化されることが必要である。本業務で行う解析は、これら二つのプロセスのうち明らかに前者を対象としたものである。従って、ここでの比較は、 γ 線強度として表現されるウラン濃度の分布を定量的に表現することを目的としたものではなく、 γ 線異常を示すような高濃集の部位とそれ以外の場所との差異が水理学的な見知から説明できるか否か、換言すれば、場所毎のウランの有無という定性的な特徴が地下水流動に伴うウラン供給の有無という側面のみからどの程度説明できるかを明らかにすることを目標とするものである。

本年度の解析では、パーティクルトラッキング及びその結果を用いた最小二乗フィッティングの手法そのものは昨年と同様のものとする。最大の相異は、ソースについての仮定にある。昨年度のパーティクルトラッキングにおいては、解析対象領域がウラン移行現象全体に比べれば任意の部分領域でしかなく、従って、解析対象領域へのウランの供給状況に任意性の残るものであった。この事実は、昨年度の解析に含まれる最大の不確実性の一つであったと思われる。これに対して、今年度の解析では、解析対象領域の最上流側に位置するSN-6孔がウランの当該地層への供給地点になったと考えられる堆積盆外縁部にあることから、ここで γ 線異常が検出される限定された領域のみをソースとしたより制約の強い条件の下で解析を行うものとする。

5.1 ウランの分布状況

(1) 東濃ウラン鉱床地域の地史[22]

本地域に起こった地質事象を、地質学的な知見に基づき年代順に構成すると次の様になる。

約7000万年前にマグマが地下深く貫入し、徐々に冷え固まって基盤岩である花崗岩が形成された。その後、地表は浸食されて、ついには花崗岩が地表に露出・浸食されるようになった。地表に花崗岩が露出していたこの地域は約2000万年前から沈降しはじめ、湖やがては海の底まで水没した。その間、花崗岩の上に陸地から運搬されてきた礫・砂・泥が堆積しはじめ、それが約1500万年前まで続いた。これらの堆積物は固結し、堆積岩（瑞浪層群）となった。

その後、この地域は隆起して陸化し、瑞浪層群は地表へ露出した。そして、瑞浪層群は約500万年前まで浸食を受ける様になった。この間、約1000万年前に地下水の関与によってウラン鉱床が地下深部に形成されたと考えられる。この間にもこの地層は浸食を受け続け、さらには東西方向の断層（月吉断層）が生じ、鉱床とそれを含む瑞浪層群に約30m程のずれが形成された。しかしこの断層によってウラン鉱床が切られたにもかかわらず、ウランは地表に漏出することなく、地下深部に存在し続けた。地表からの浸食はその後も約500万年前まで続いた。瀬戸層群の堆積は、水没した後約70万～10万年前まで続いた。この地域はその後、再び隆起し、最上位の瀬戸層群が主に浸食を受け、現在の地形の骨格が形作られた。

東濃地域のウラン鉱床は、これらの地質学的変遷を経て現在に到ったものと考えられる。

(2) ウランの産状[22]

顕微鏡やX線マイクロアナライザー(EPMA)などによる調査の結果、ウランは主に第三紀層中の細～粗粒砂岩中に濃集することが認められる。これらの砂岩中で、ウランは碎屑性鉱物である黒雲母や二次鉱物である黄鉄鉱などに伴う。透過型電子顕微鏡やEPMAを用いて黒雲母について詳細な調査を行ったところ、一部がスメクタイト化し、

0.1~1 μ mの微細なウラン鉱物（コフィナイト）を伴うことが見いだされた。このことは、変質部にウランが吸着・濃集し、還元環境下で固定されたことを示している。

岩石へのウランの吸着が、本地域での鉱床成因の重要な要素となっていることから、同地域の高濃集部及び低濃集部にあたる砂質凝灰岩についてのウランのバッチ吸着試験が実施されている。その結果、分配係数値としては、低濃集部で58.8~164.7ml/g、高濃集部で3.6~4.4ml/gとなり、低濃集部の方がむしろ高い値を示した。また、透水係数は、高濃集部が低濃集部よりも2~3桁高い値を示した。 α -オートラジオグラフや走査型電子顕微鏡（SEM）を用いた空隙構造調査から、高濃集部の岩石中の黒雲母や石英粒子中の割れ目、鉱物粒子間などの空隙にウランが濃集していることが確認できる（図5.1-1）。つまり、ウランの移行経路及び濃集場所としては、鉱物粒子中や粒子間の空隙が重要な役割を果たしたと考えられる。これらのことから、ウランの移行・濃集には、岩石の持つ吸着能力だけでなく、地下水が流れることのできる移行経路が存在するかどうかにも影響されるものと考えられる。

(3) 各試錐孔での γ 線強度分布

(2)に述べた様に、ウランの移行・濃集に対しては岩石の持つ吸着能力のみではなく、地下水が流れることのできる移行経路が実際に存在したか否かが重要な役割を持つことがわかる。また、昨年度の解析結果は、このような仮説の妥当性を示すものということもできる。そしてまた、上述した移行経路は任意の地下水移行経路ではなく、ウランの供給地点と連絡した移行経路である必要があることは疑問の余地がない。このような観点からは、本解析に於いて最上流側に位置するSN-6孔が、実際にウラン供給地点の近傍にあるか否かを調べる必要があることとなる。

図5.1-2は、各試錐孔での γ 線強度分布と透水係数分布をまとめたものである。各試錐孔でのガンマ線強度分布を比較して顕著な特徴は、SN-6孔で γ 線異常を示す部位が最上端の鋭いピークに限られるということである。これに対して、他の全ての試錐孔では、より多数のそして幅の広いピークが測定されている。SN-6孔の透水係数分布及び前節に述べた流動解析の結果から見て、この試錐孔を通過する地下水移行経路自体は複数存在しているものと考えられる。それにも拘わらず、この試錐孔に沿ったウランの高濃集部位が極めて限られているのは、この試錐孔が不均質性のために高度に発達したチャンネル構造にウランが進入した地点の近傍（堆積盆外縁部）に位置しており、このため

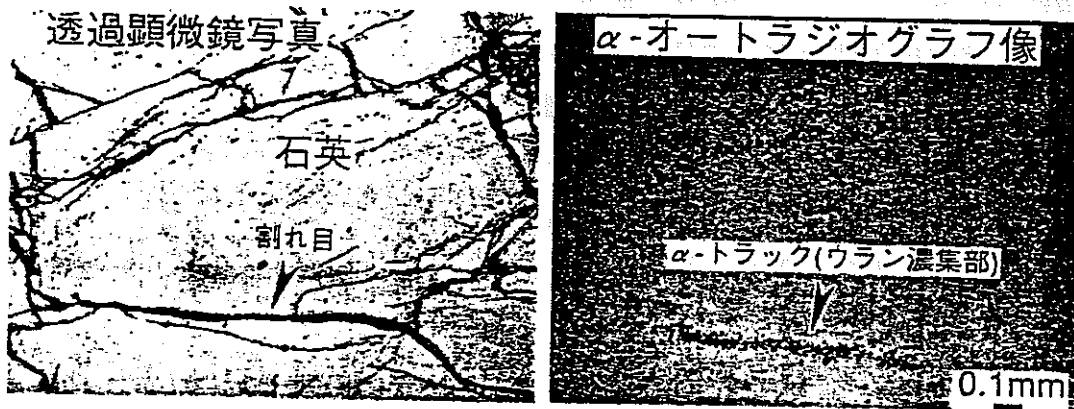


図5.1-1 ウランの移行経路と濃集位置との関係 [22]

SN-6 孔

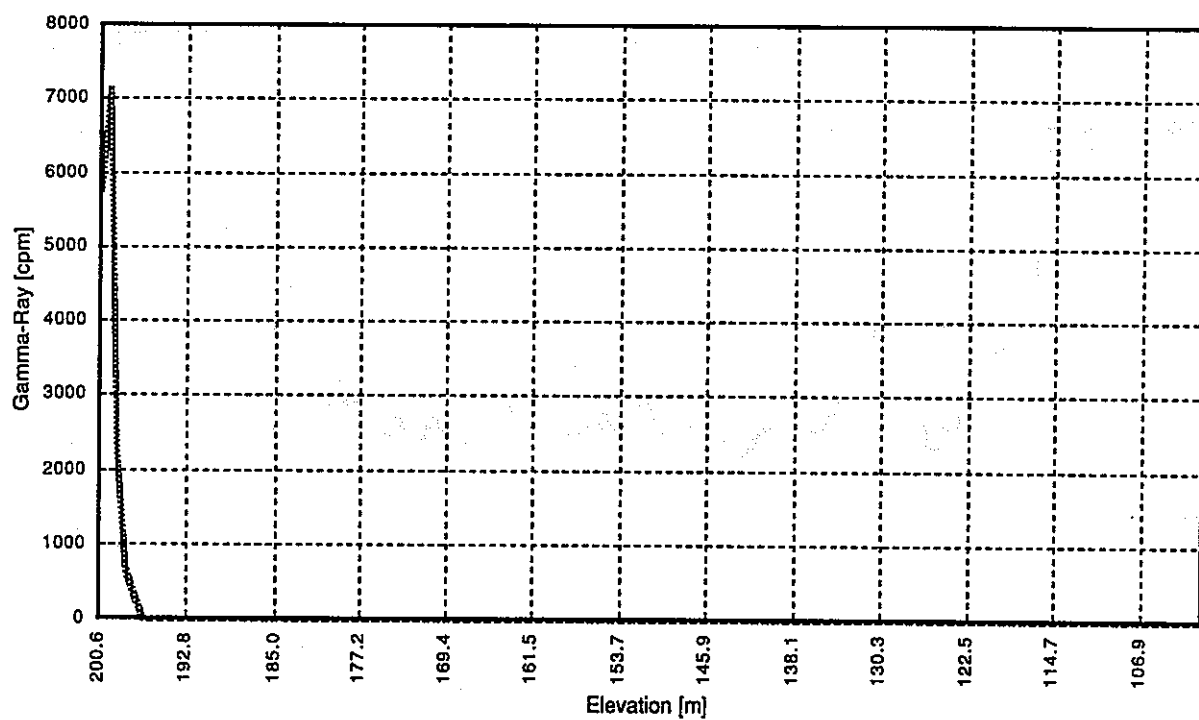
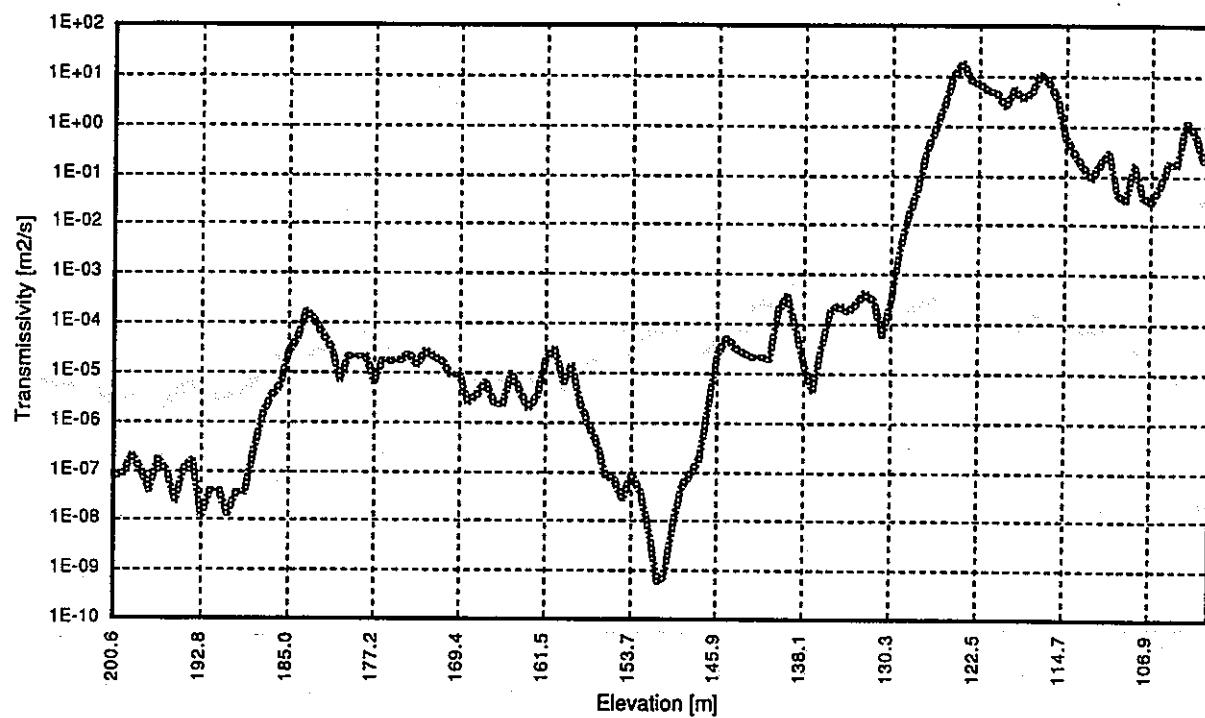


図 5.1-2 各試錐孔に沿った γ 線強度及び透水係数
(不均質透水係数場：ケース 1.7_3)

SN-4 孔

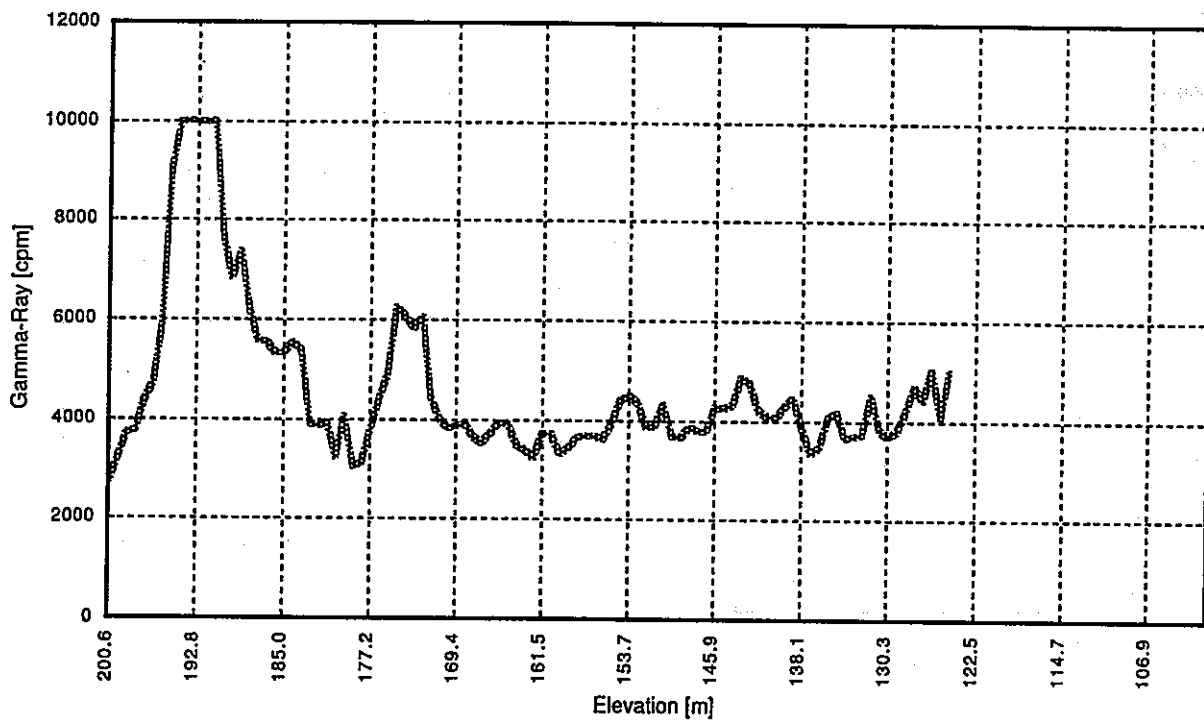
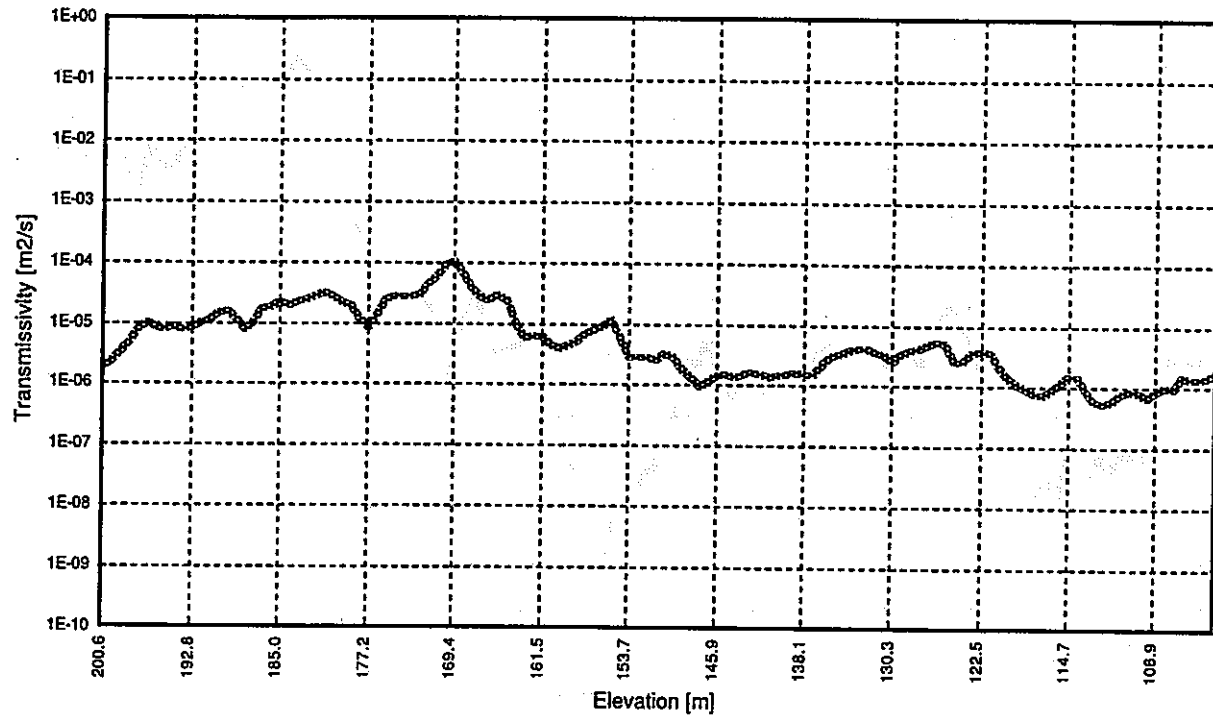


図 5.1-2 各試錐孔に沿った γ 線強度及び透水係数
(不均質透水係数場：ケース 1.7_3)

TT-1 孔

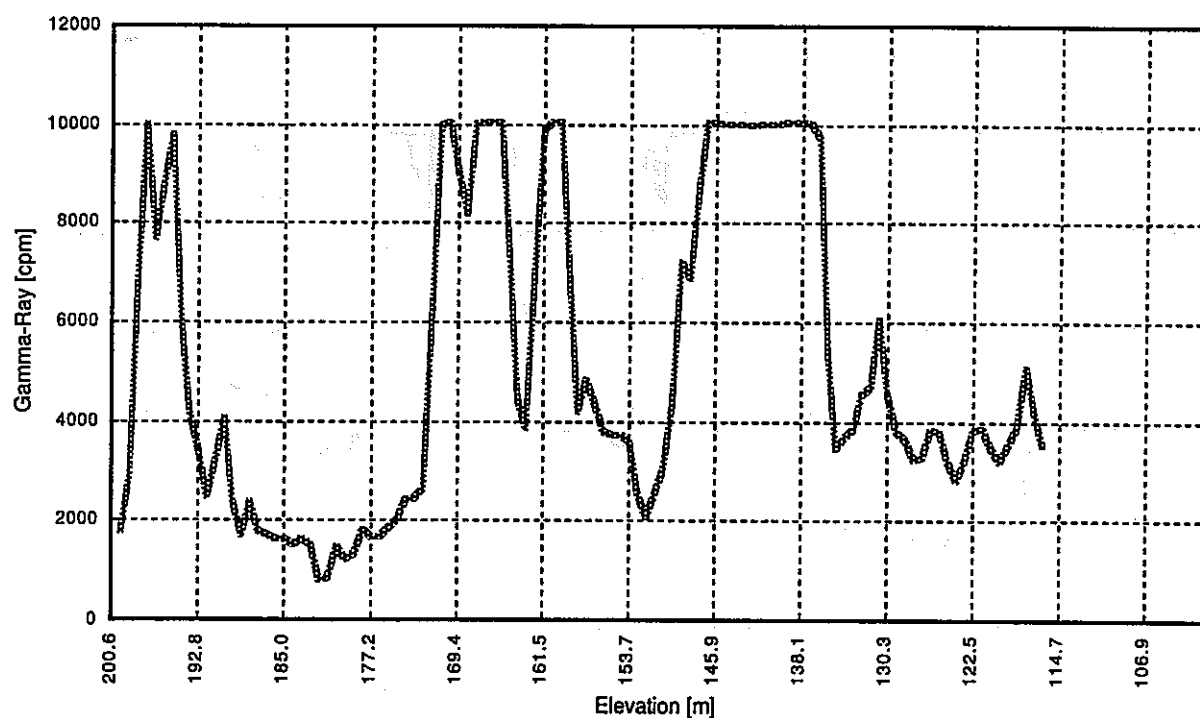
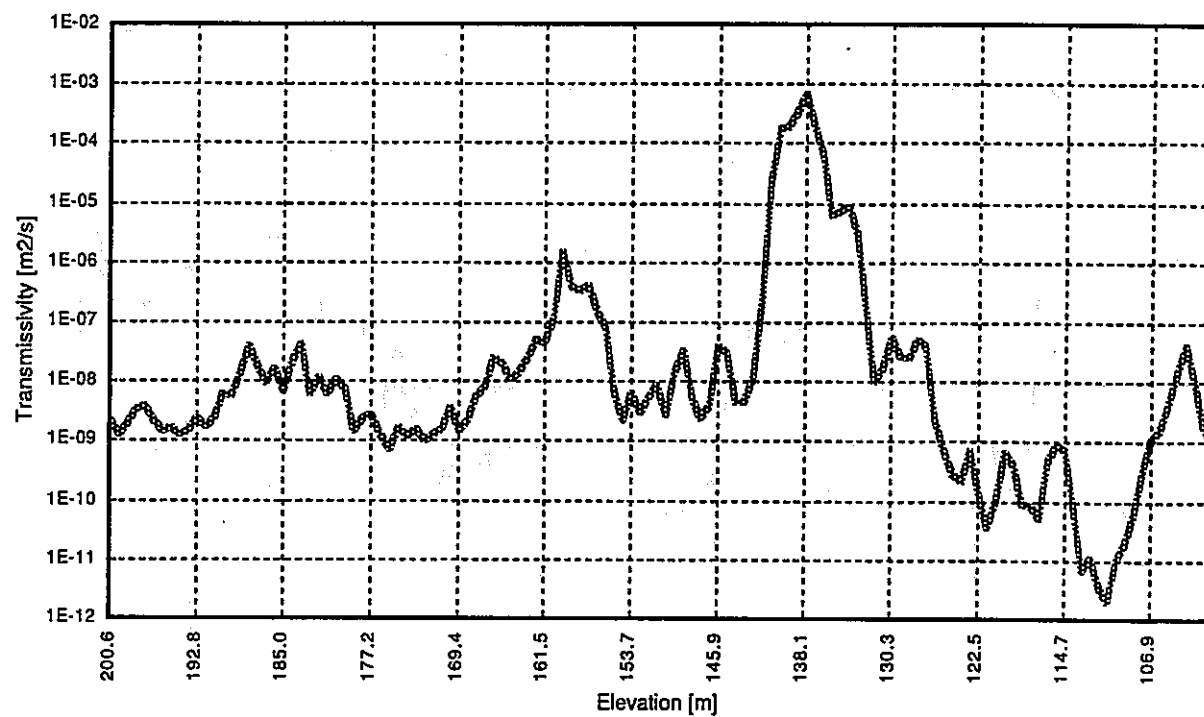


図 5.1-2 各試錐孔に沿った γ 線強度及び透水係数
(不均質透水係数場：ケース 1.7_3)

TH-2 孔

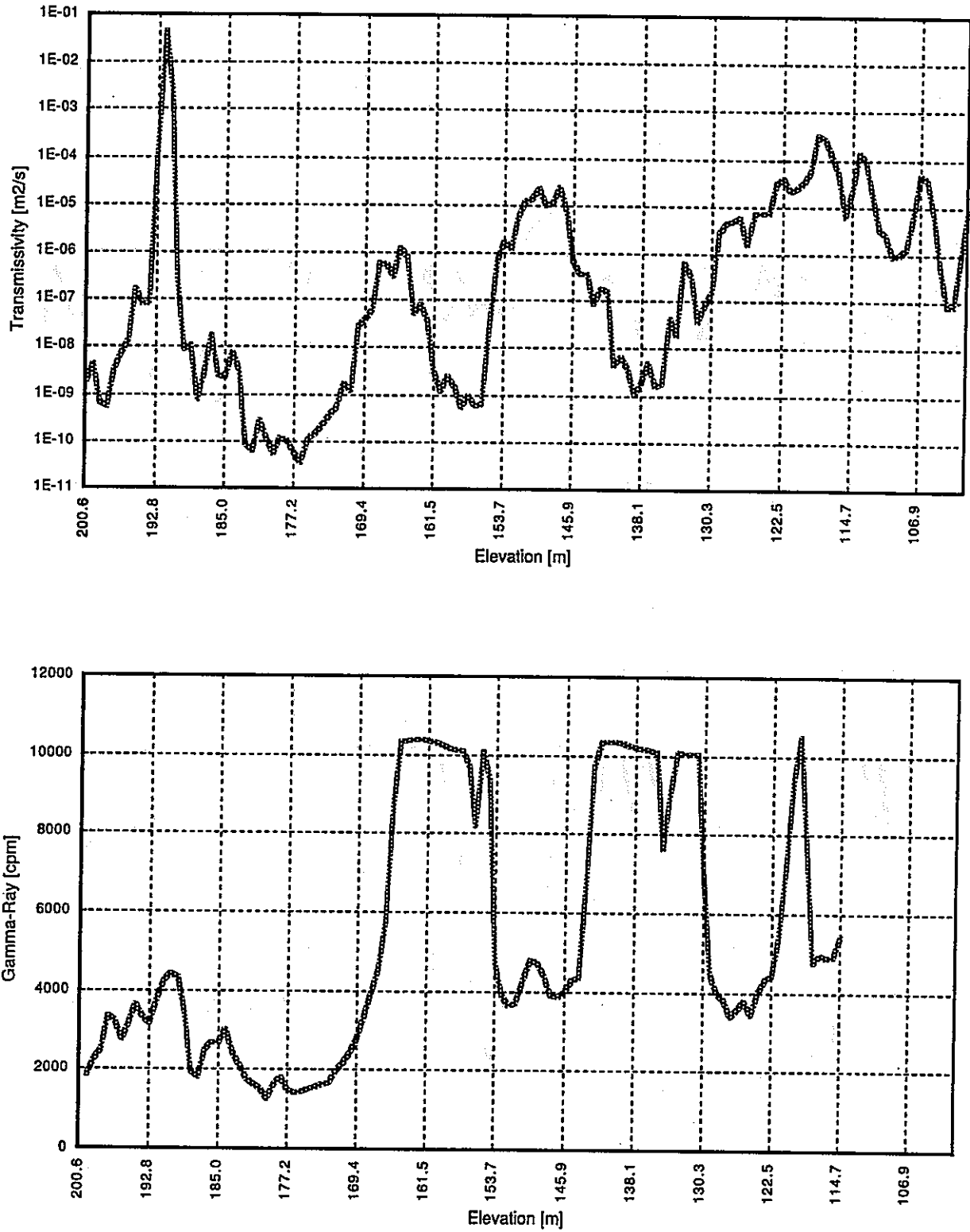


図 5.1-2 各試錐孔に沿った γ 線強度及び透水係数
(不均質透水係数場：ケース 1.7_3)

TH-3 孔

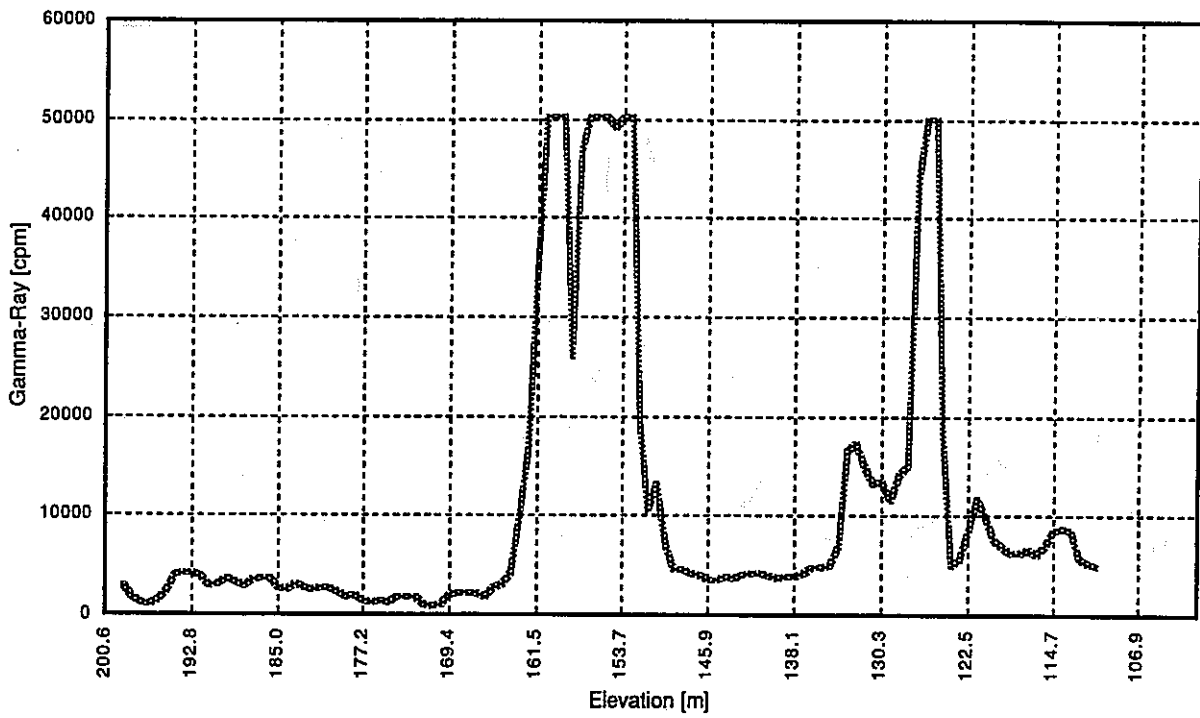
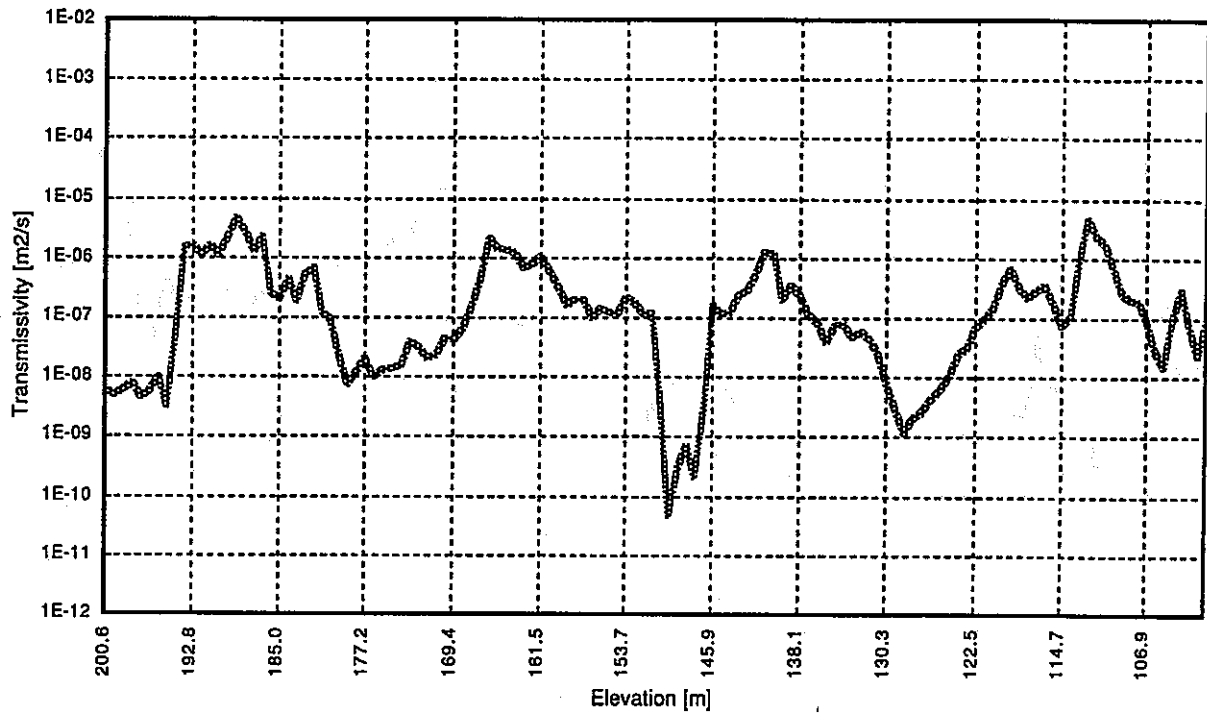


図 5.1-2 各試錐孔に沿ったγ線強度及び透水係数
(不均質透水係数場：ケース 1.7_3)

TH-4 孔

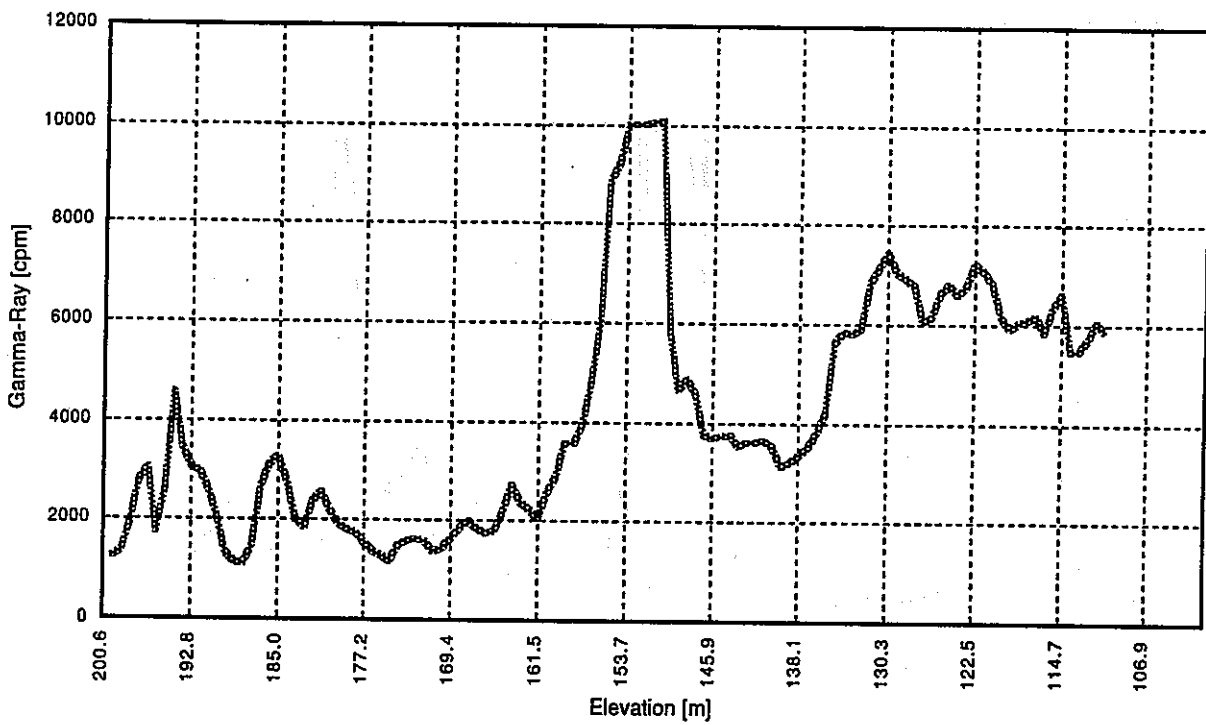
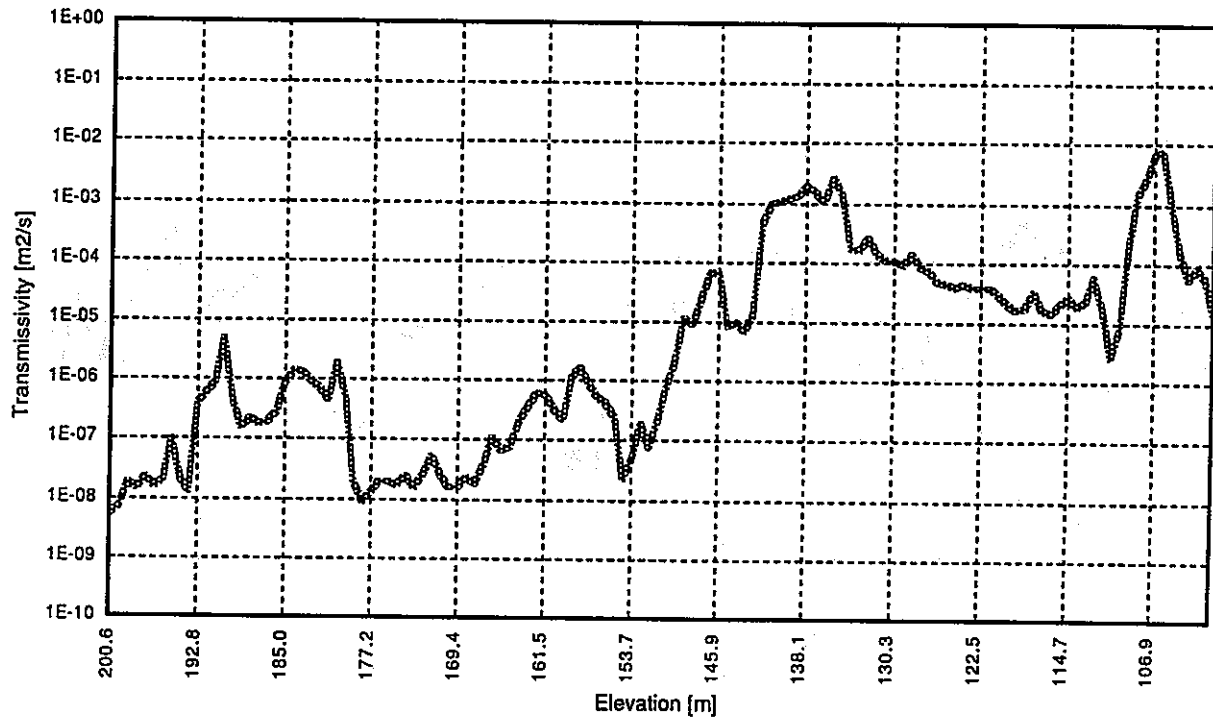


図 5.1-2 各試錐孔に沿ったγ線強度及び透水係数
(不均質透水係数場：ケース 1.7_3)

チャンネルの分岐や合流という挙動により複数のチャンネルにウランが供給される様になるよりも上流側での濃集状況に対応しているためと考えられる。また、SN-6孔における鋭いピークは、昨年度のパーティクルトラッキング結果から類推すれば、最も支配的なチャンネルに沿ってウランが移行した後、その近傍の比較的流速の遅い領域に取り残されたものに対応すると考えるのが最も蓋然性が高いものと思われる（図5.1-3）。つまり、以上の事項は、SN-6孔の比較的浅い部分に位置する非分散性のウラン濃集部を対象領域での単一のソースとしてパーティクルトラッキングを行うことを正当化する状況証拠と見ることができる。

図5.1-3は、SN-6孔における二重ピークの成因を概念図で示している。左側の図は、プルーフが通過している最中のウランの分布を示しており、右側の図は、プルーフが通過した後のウランの分布を示している。両図とも、主要チャンネルを示す破線が描かれている。

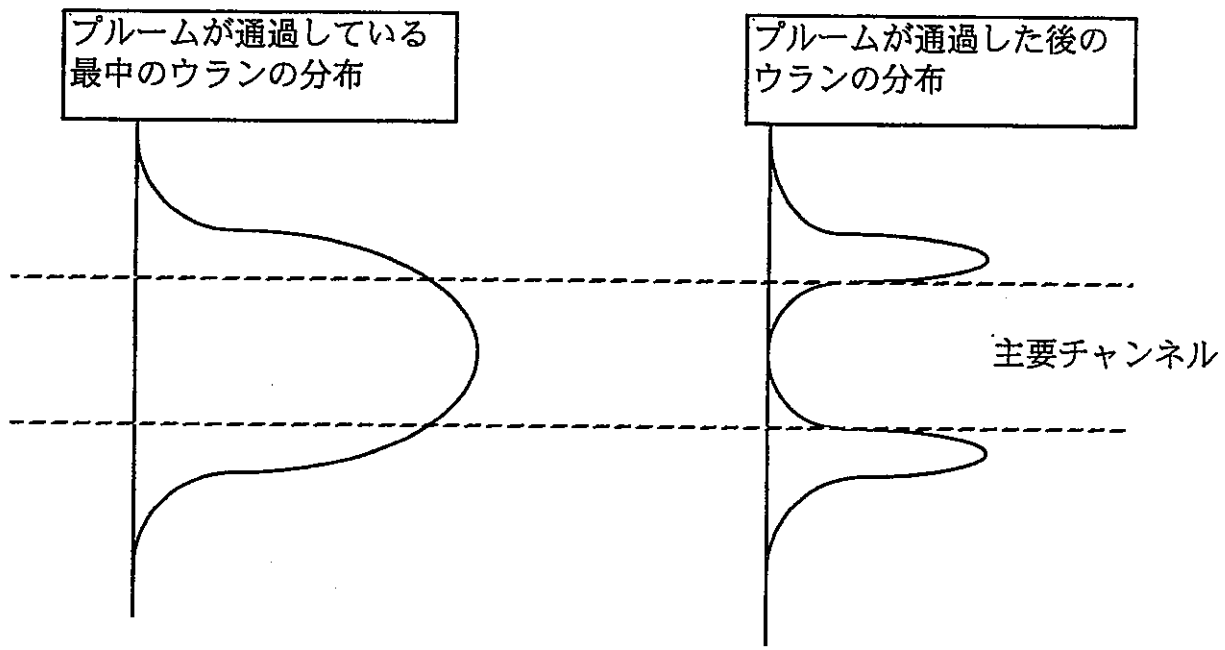


図5.1-3 SN-6孔における二重ピークの成因（概念図）

5.2 解析結果と試錐孔における物理検層結果との比較

5.2.1 解析手法

既に述べた様に、本解析におけるソースは、昨年度と異なり単一のものである。従って、昨年度実施したような複数ソースからの相対的な寄与の大きさを求めるような解析は必要ではない。しかし、この単一ソースにおけるウラン供給量は時間的に必ずしも一定であったとは限らず、従って、このソースのみについて以下の様な離散的なコンボリューションを実施することが必要となる。即ち、まず、この単一ソースから一定数のパーティクルをパルス注入し、その後の各タイムステップ i におけるパーティクル分布 S_i 及び S_i のうち試錐孔に沿った数値を抽出して作成したデータセット s_i を算出する。次に、各試錐孔に沿った現在のウラン分布 (γ 線強度分布と比例的であるとする) Γ を、 s_i の線形和として以下の様に表現する。

$$\Gamma = \sum_i \alpha_i s_i \quad (5.1)$$

但し、 α_i はタイムステップ i のパーティクル分布の寄与についての重み係数である。そして、 α_i が算出された後、昨年度の解析と同様、その順序を時間的に反転すれば解析対象領域に進入したウランフラックス相対強度の時系列的な変遷が表現されることとなる。

5.2.2 解析結果

9つの不均質透水係数場ケースのうち、流動解析結果が収束したのは1.3_3、1.3_3int及び1.7_3の3ケースであった。本節で行うパーティクルトラッキングでは、水平方向のフラクタル次元の大きく異なる1.3_3と1.7_3を基本ケースとし、これに最も深い未測定部分を一樣な難透水性基盤岩とした1.3_3intを代替ケースとして、合計3ケースについて解析を実施した。

まず、それぞれのケースに対して、単位量のパーティクルを時刻0においてSN-6孔上部の当該地点からパルス注入し、その後の各タイムステップにおけるパーティクル分布を算出した。また、算出された全域的なパーティクル分布 S_i から、試錐孔にそった数値の

データセット s_i を抽出した。付録-1に、各ケースにおける s_i の算出結果をまとめる。

次に、 γ 線強度分布を(5.1)式により表現し、その二乗残差を最小化する様フィッティングを行った。各ケースの結果（ガンマ線強度、及びこれに対するフィッティングにより得られた解析結果）をそれぞれ図5.2.2-1～図5.2.2-3にまとめる。1.3_3及び1.3_3intの二つのケースに於いては、殆ど全てのパーティクルが最上部のチャンネルのみを流下しており、このため、SN-6以外の全ての試錐孔データに顕著な複数のチャンネルにまたがった挙動は全く見られない。これは、これらのケースでは水平方向のフラクタル次元が低く、従って卓越した相関性が見られるために、水平方向に走る各チャンネルが互いに余り交渉のないまま通過していることを意味している。この様な不一致は、複数のソースを許容していた昨年度の解析では生じ得なかったものであり、今回の単一ソースに限定した解析における制約が厳しいものであることを物語っている。しかしながら、ケース1.7_3では各チャンネル間での交差や分岐がより発達しており、SN-6以外の全ての試錐孔に関して下部まで含めた複数の分布が見られている。以上の状況は、解析対象領域全体を再構成した図5.2.2-4～6ではより顕著である。1.3_3及び1.3_3intの二つのケースにおいては、パーティクルが上部のチャンネルのみを介して直線的に流下しているのに対し、ケース1.7_3ではSN-4孔の手前からパーティクルの分散挙動が活発となり各チャンネルに配分されていることがわかる。また、図中の楕円はそれぞれ試錐孔に沿って観察されたウラン高濃集部の位置を示しており、若干の例外はあるものの、定性的には良く一致しているものと言うことができる。

図5.2.2-7は、このケース1.7_3について算出された α 強度の時間的変遷を示したものである。明らかに、途中の数ステップにおける α はほぼ0となっており、このことはSN-4孔とその下流側に位置する4本の試錐孔との間の距離が長いことと符合しているようにも見える。つまり、早い時刻のピークは供給点から最も離れたTT-1～TH-4の分布を再現するために必要なものであり、遅い時刻のそれは比較的供給点に近いSN-4のウラン分布を再現するために必要となるものと考えられる。この様な観点から言えば、従って、中間の時間帯において α が実質的に0となっているのは必ずしも実際にこの時期にウランの供給フラックスが低下していたためではなく、単にこの時期に進入したパーティクルの分布する位置に試錐孔がないため、その寄与が最小二乗フィッティングにおいて表現されていないものと解釈することも可能である。そこで、代替的なコンボリューションの方法として、最小二乗フィッティングの結果 α が0となった全てのタイムステップに対して他の非零の α の平均値を一律に付与して対応する線形和を算出した。結果は、図5.2.2-8に

SN-4

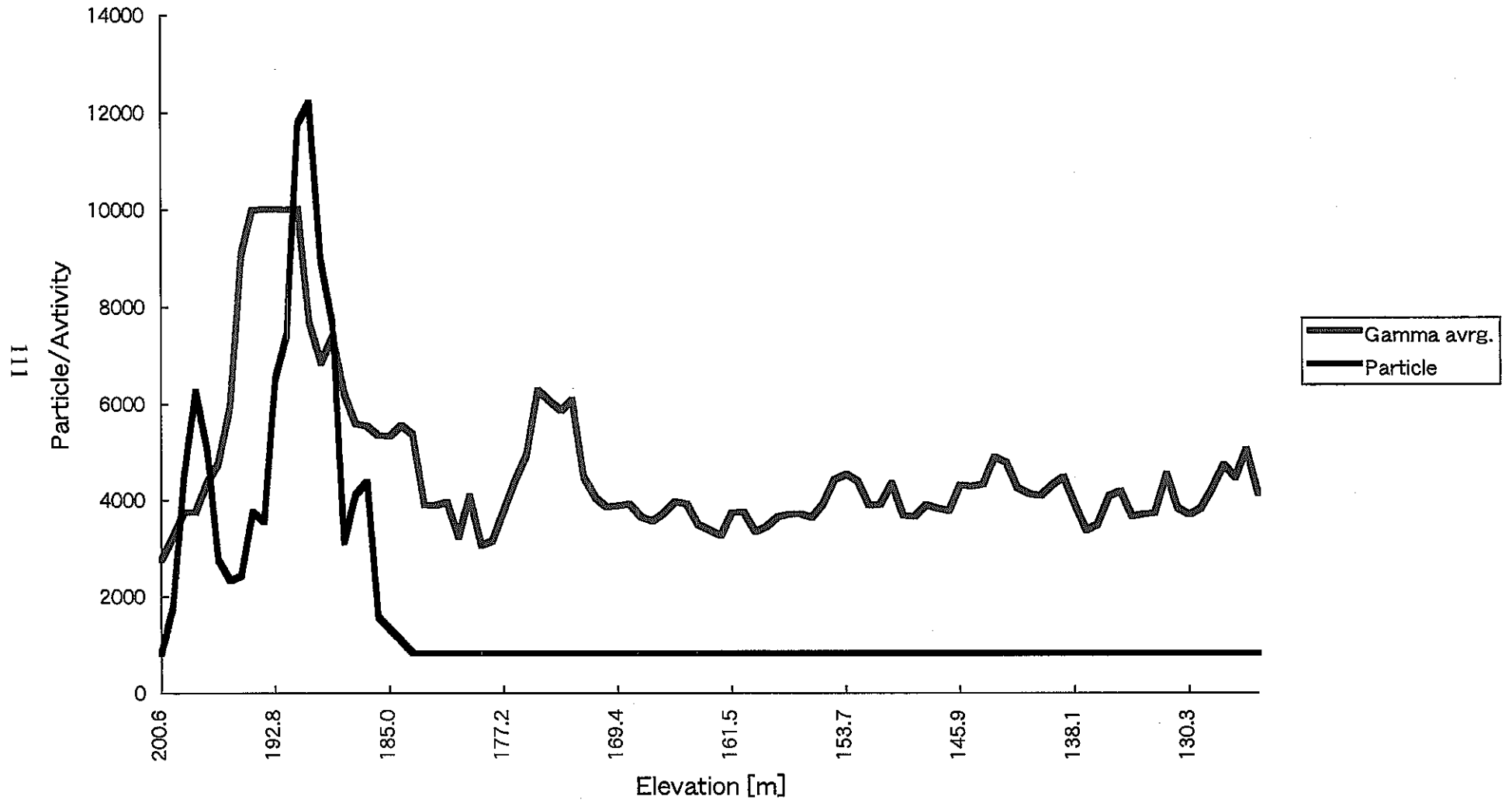


図5.2.2-1 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3)

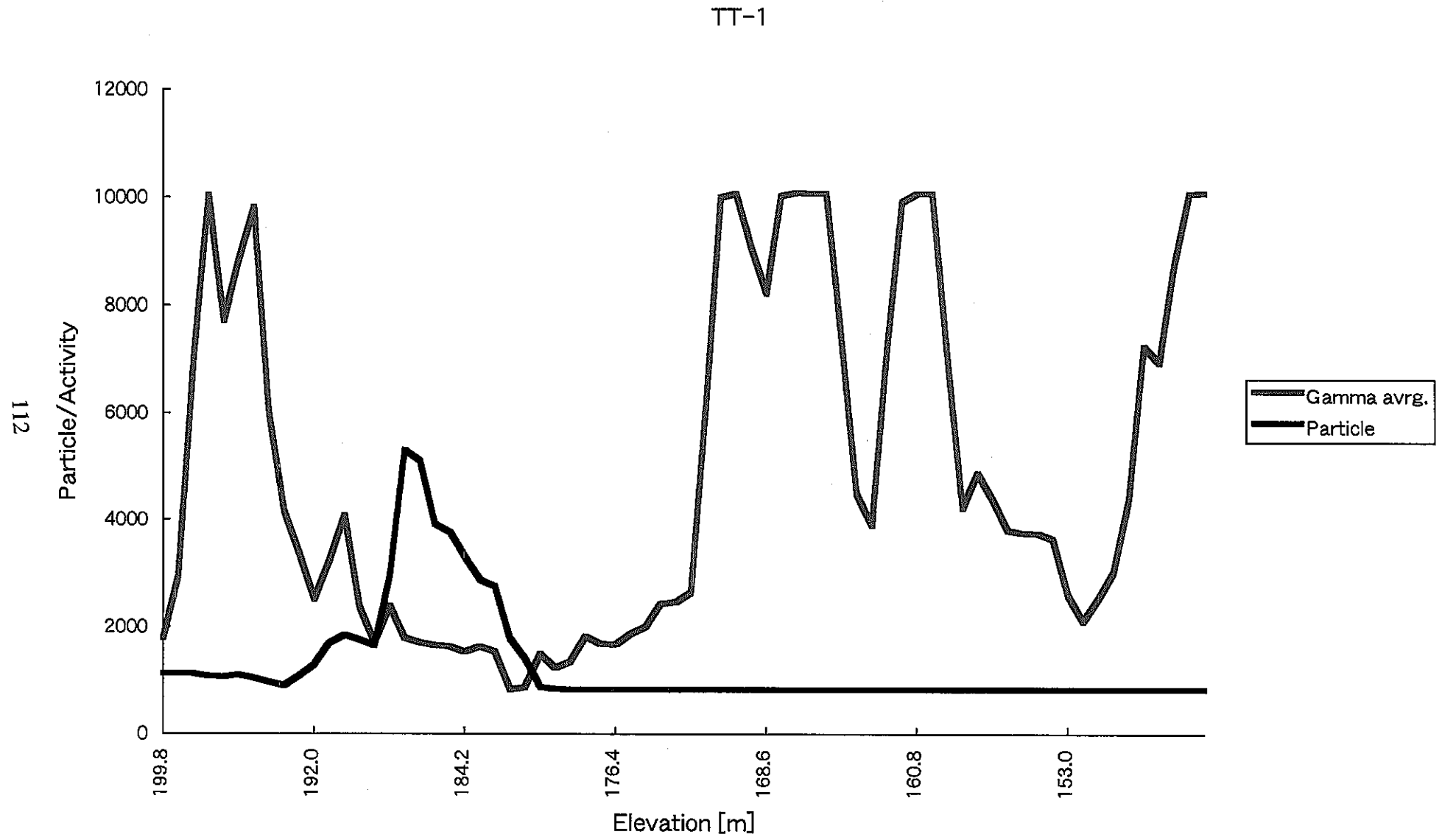


図5.2.2-1 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3)

TH-2

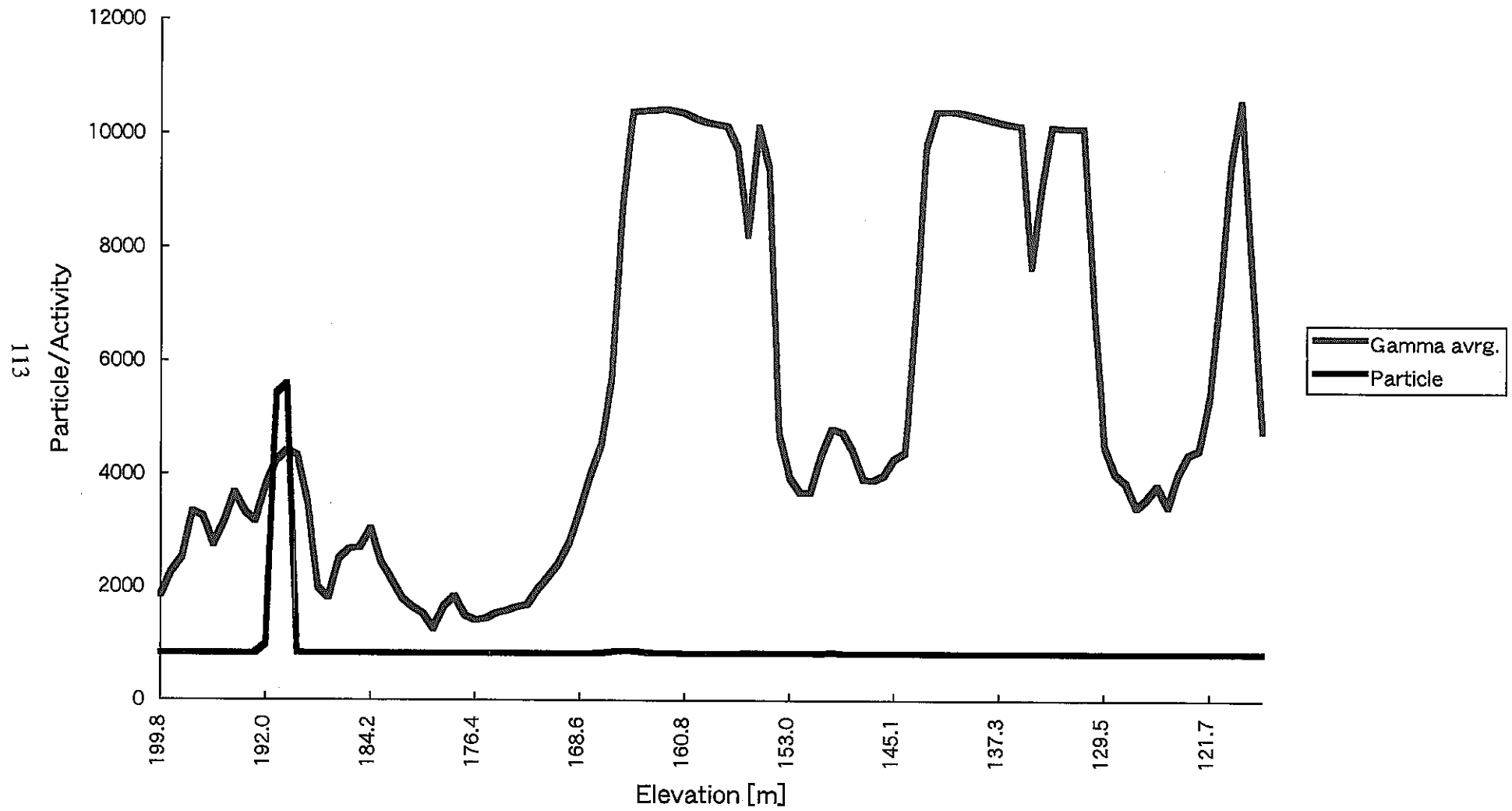


図5.2.2-1 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3)

TH-3

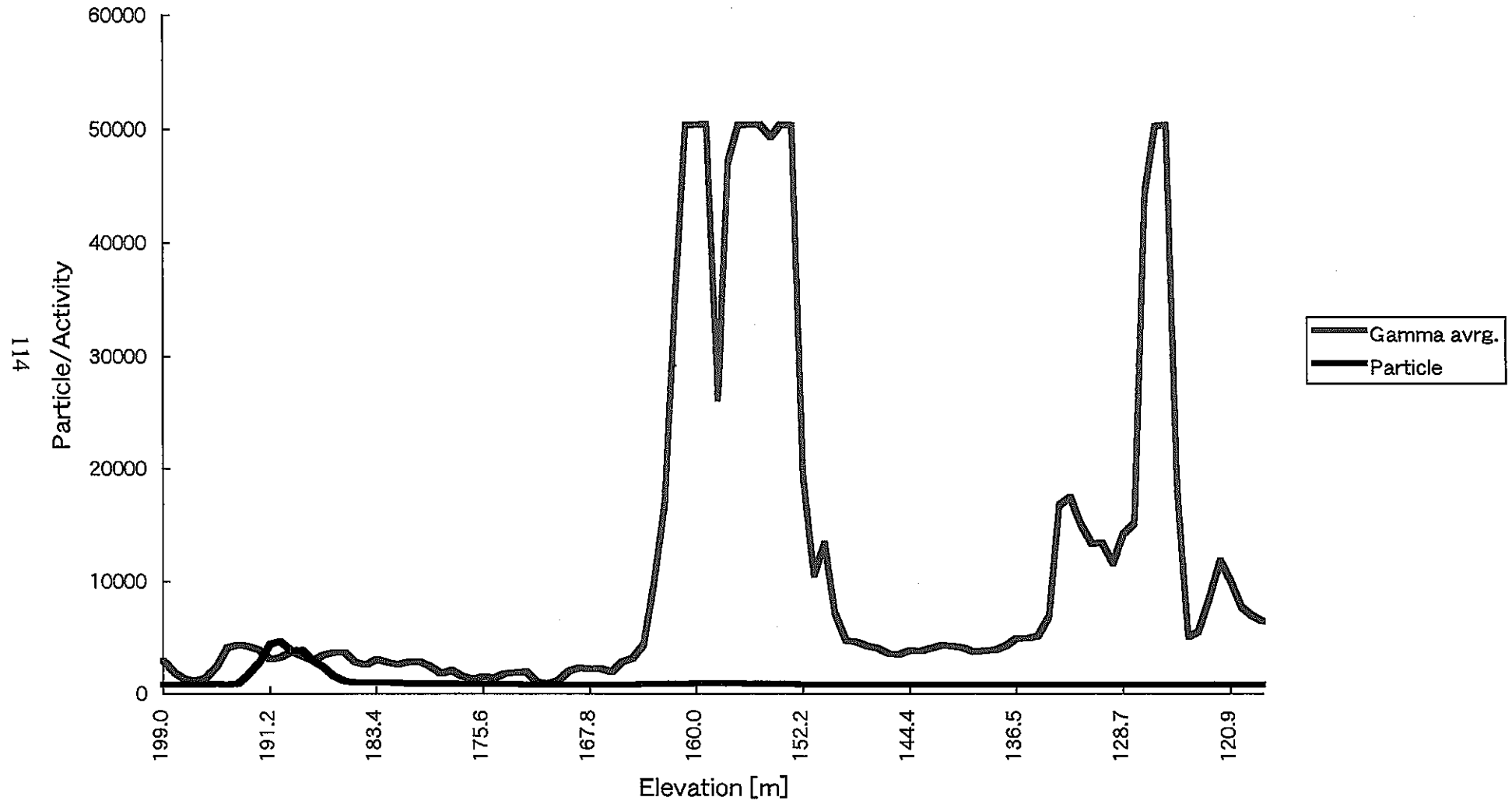


図5.2.2-1 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3)

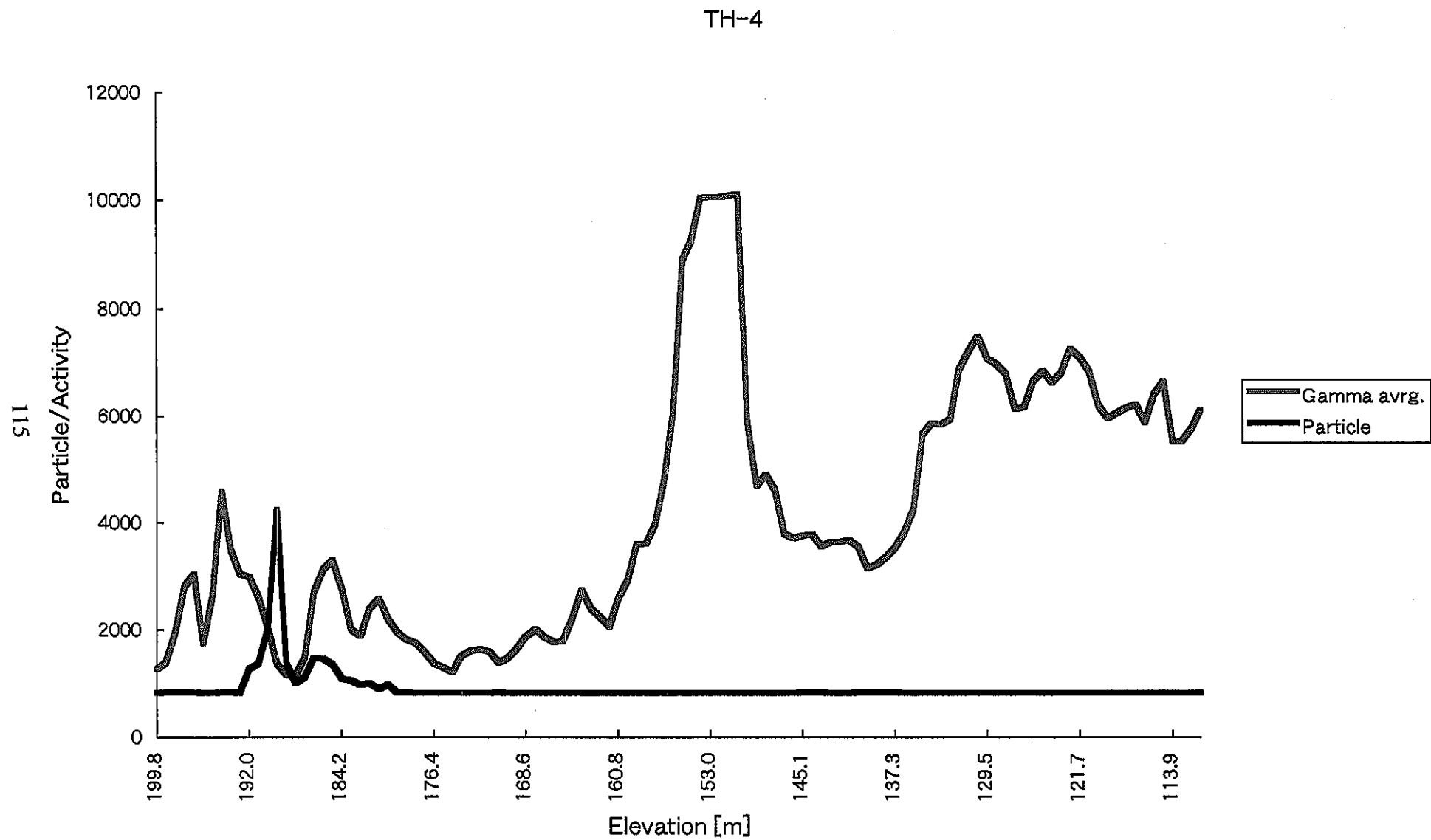


図5.2.2-1 パーティクル分布とγ線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3)

SN-4

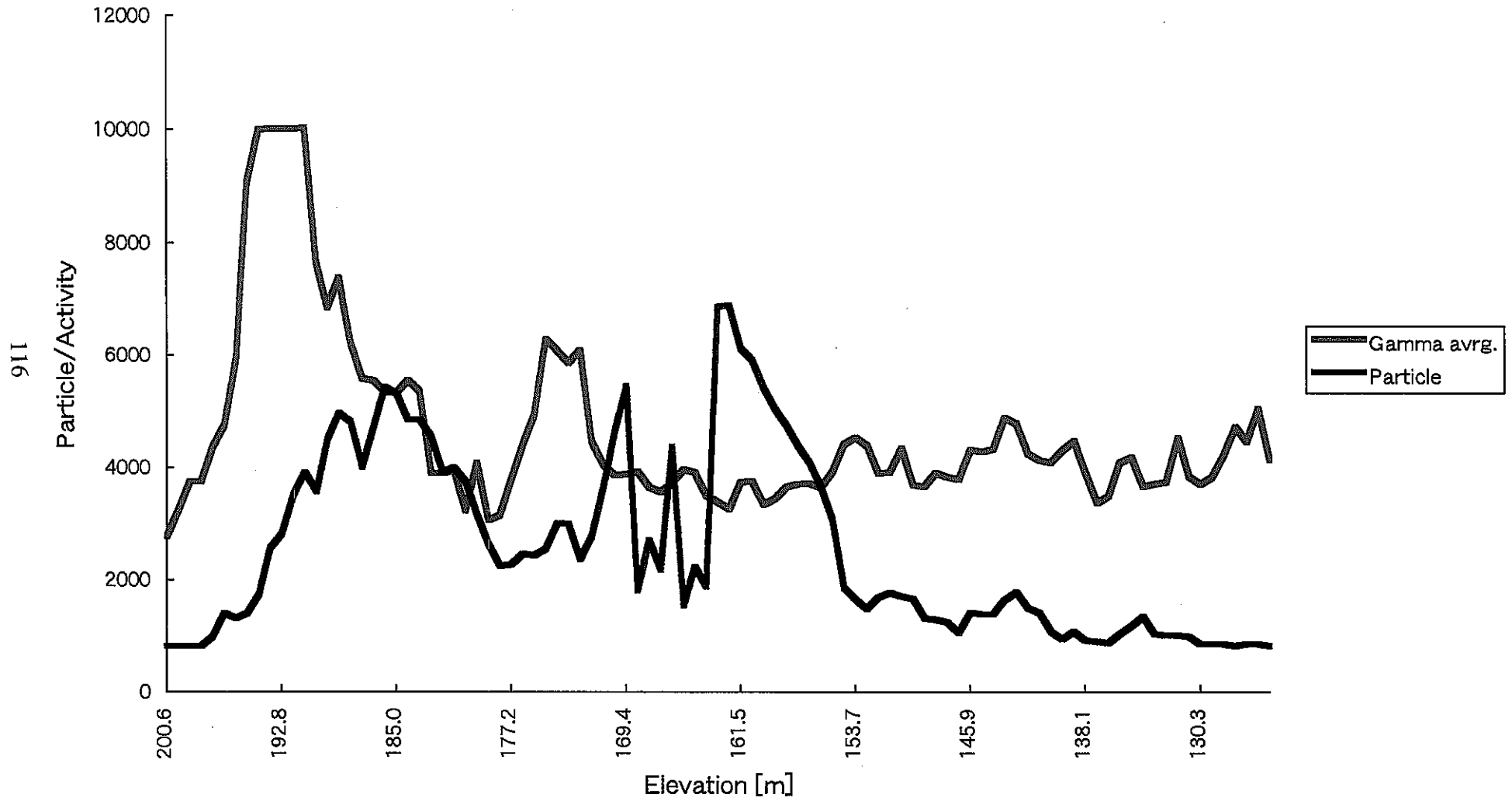


図5.2.2-2 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.7_3)

TT-1

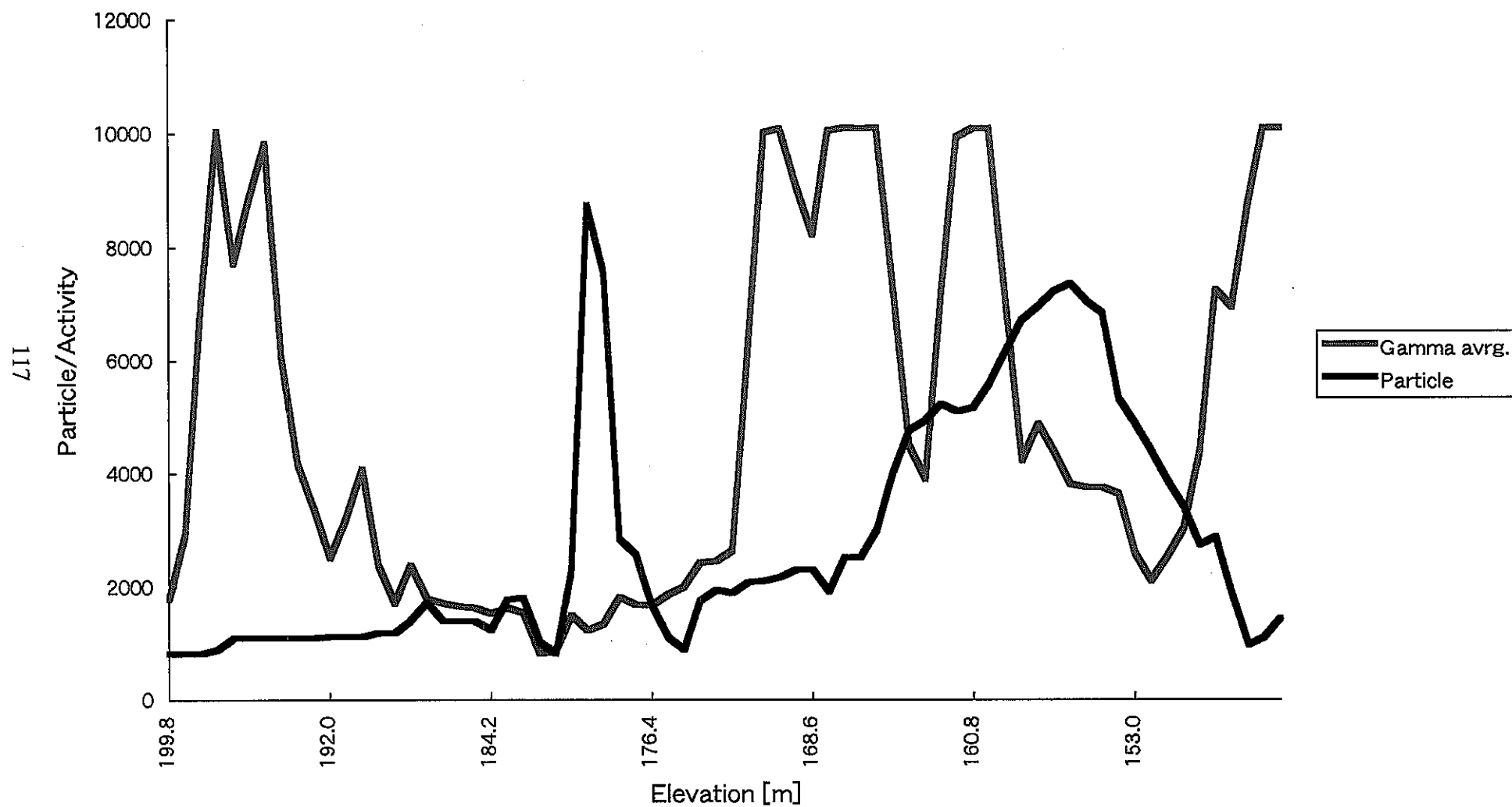


図5.2.2-2 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.7_3)

TH-2

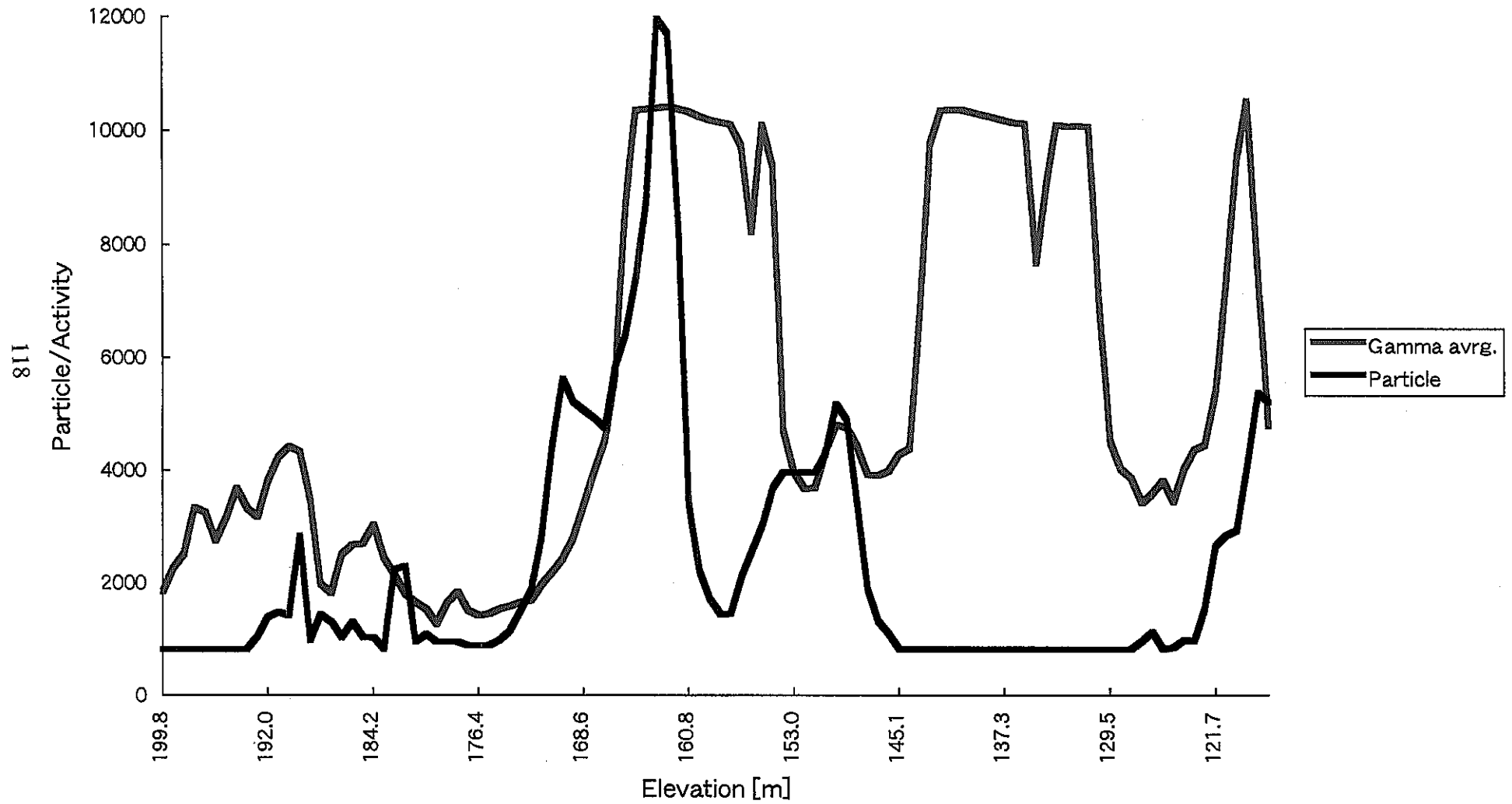


図5.2.2-2 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.7_3)

TH-3

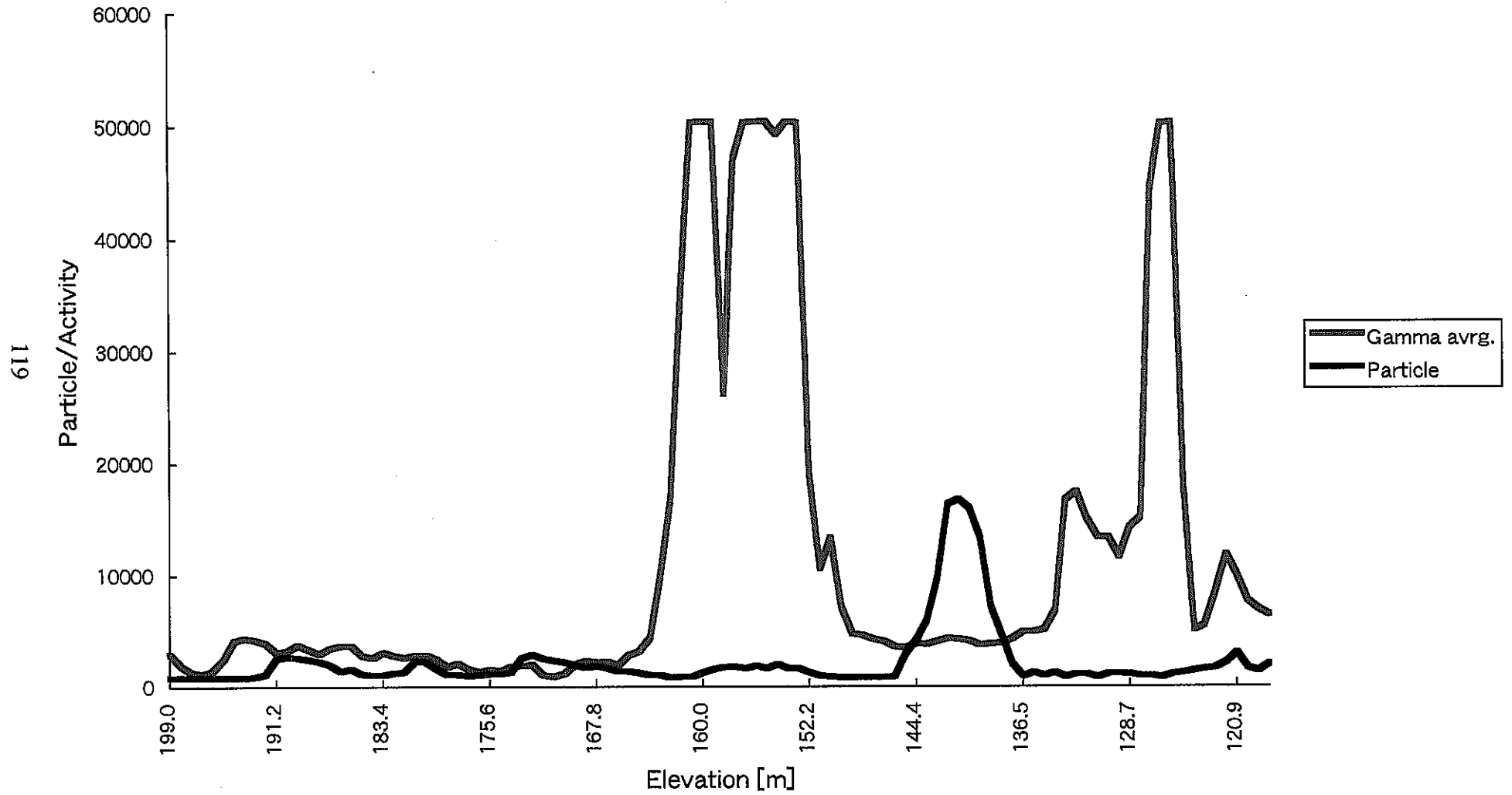


図5.2.2-2 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.7_3)

TH-4

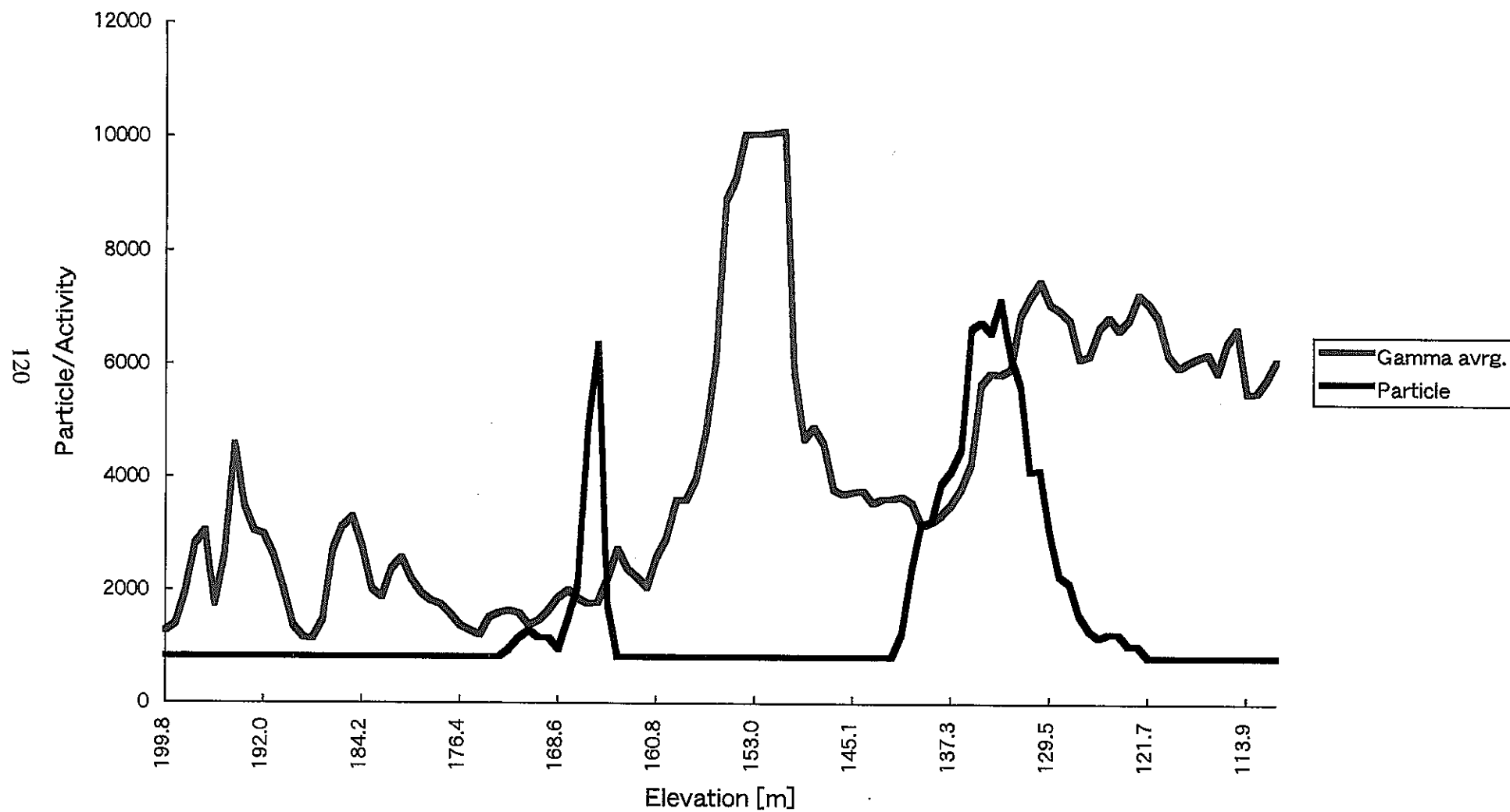


図5.2.2-2 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.7_3)

SN-4

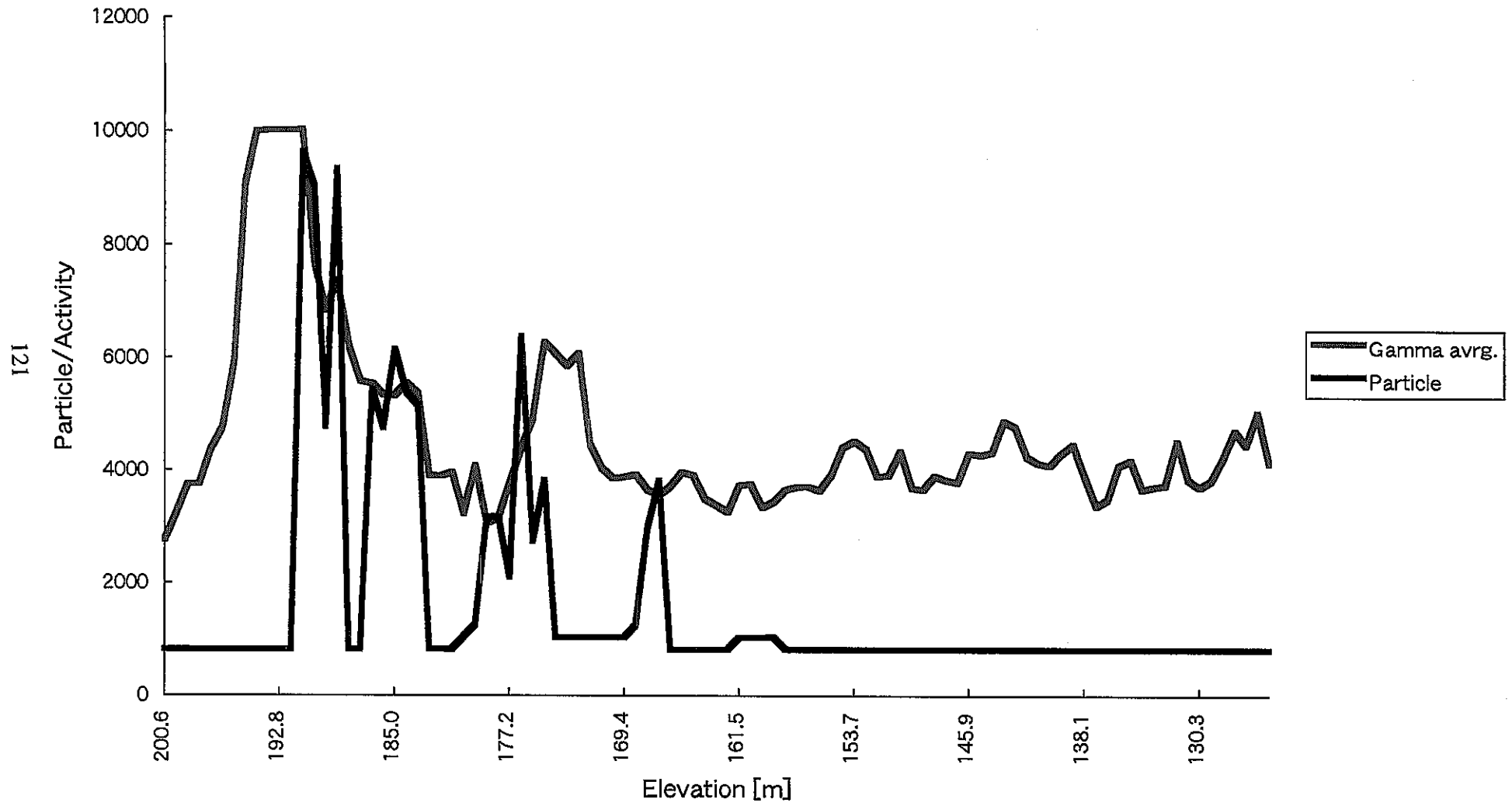


図5.2.2-3 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3int)

TT-1

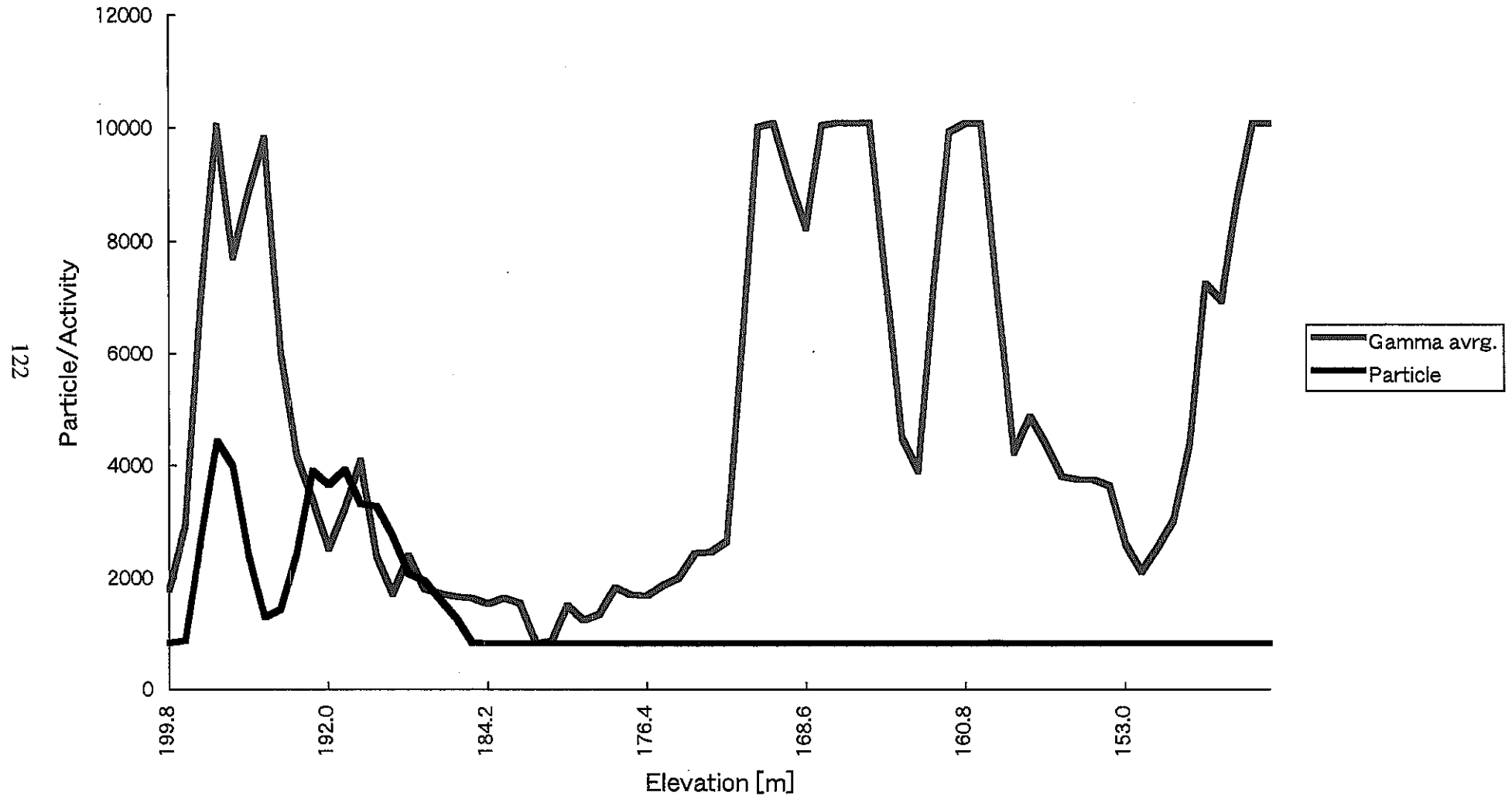


図5.2.2-3 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3int)

TH-2

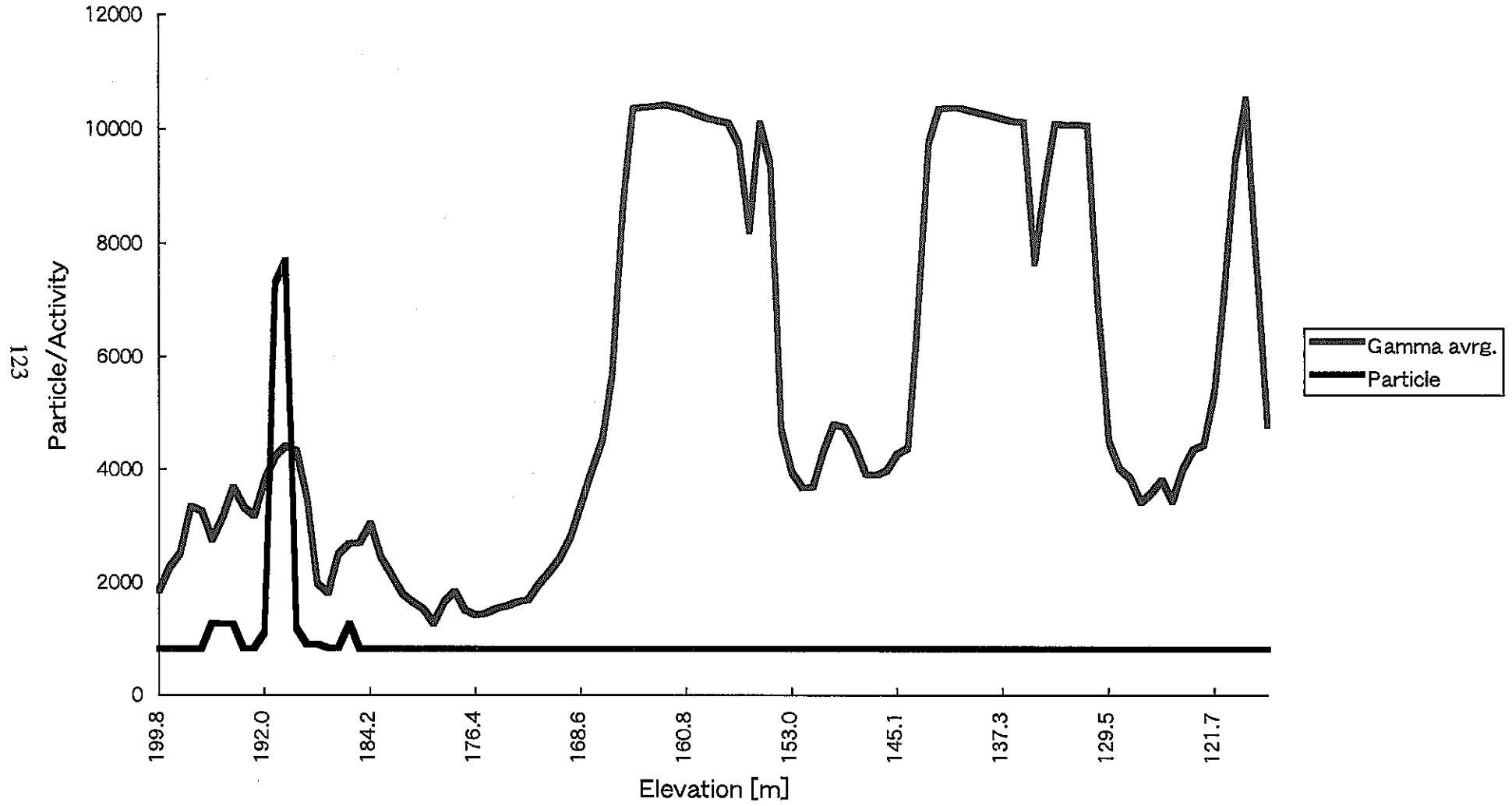


図5.2.2-3 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3int)

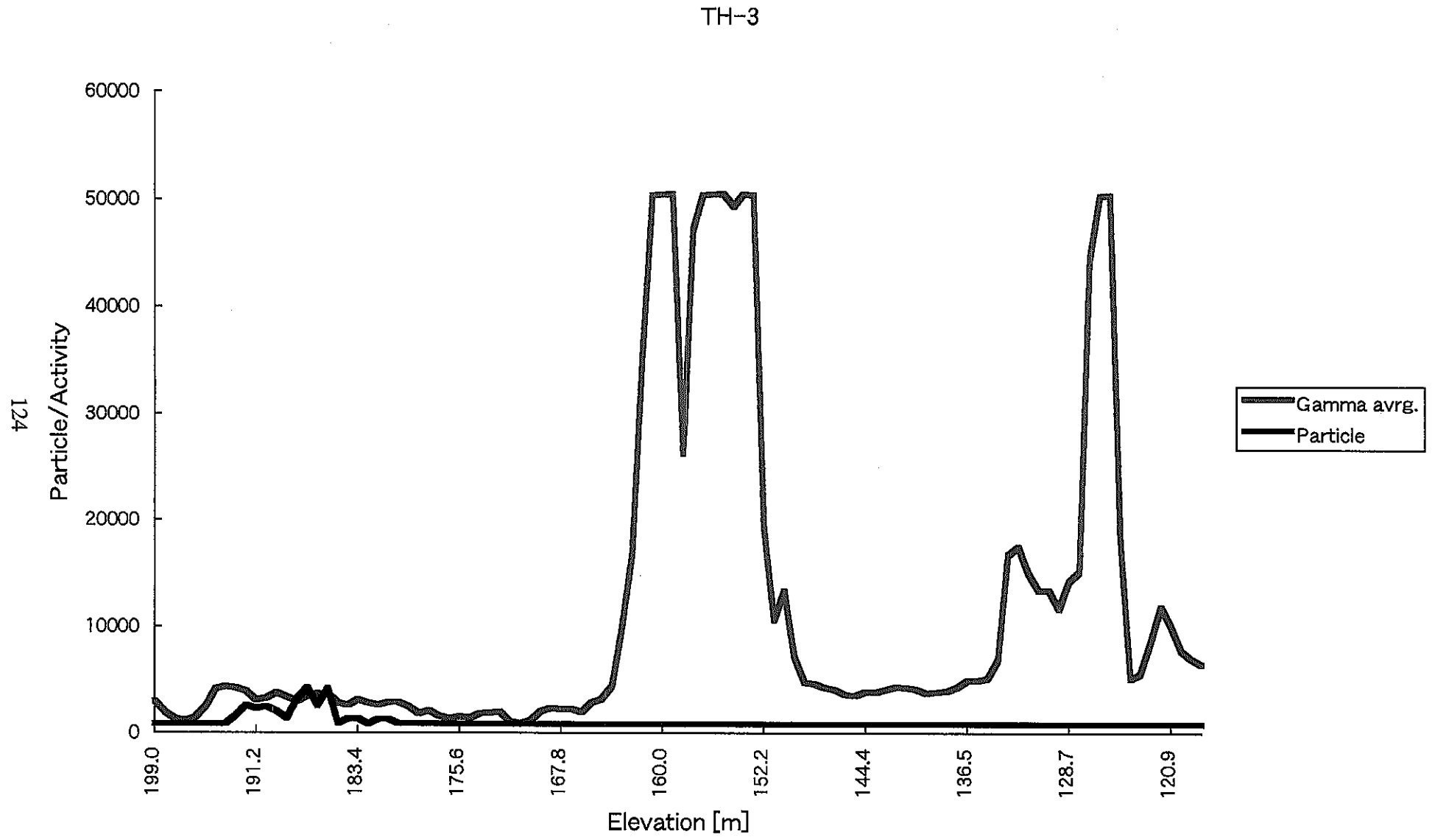
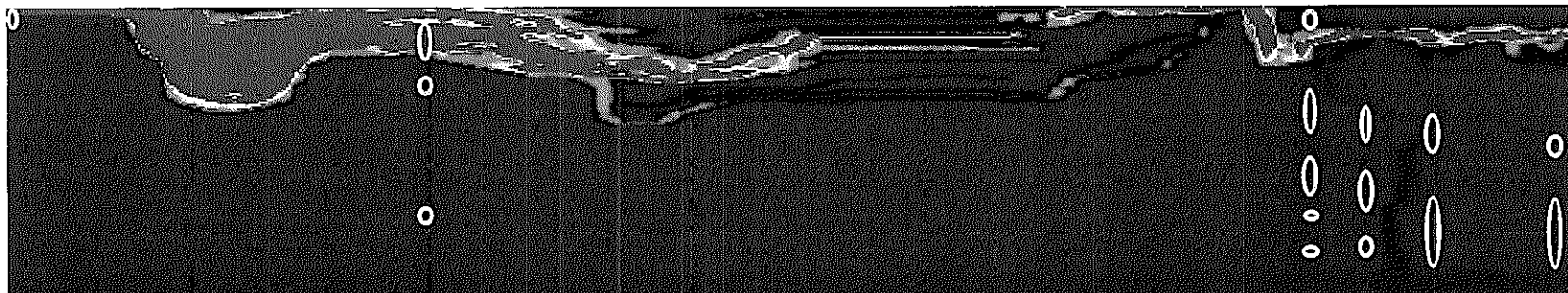


図5.2.2-3 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3int)



図5.2.2-3 パーティクル分布と γ 線強度分布との比較結果 (ケース1.3_3int)



※ ……試錐孔近傍のウラン高濃集部

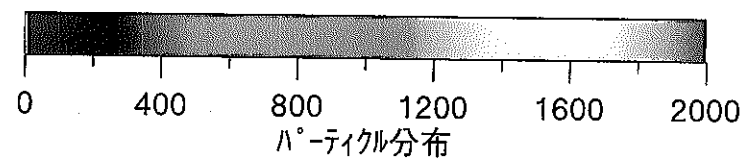
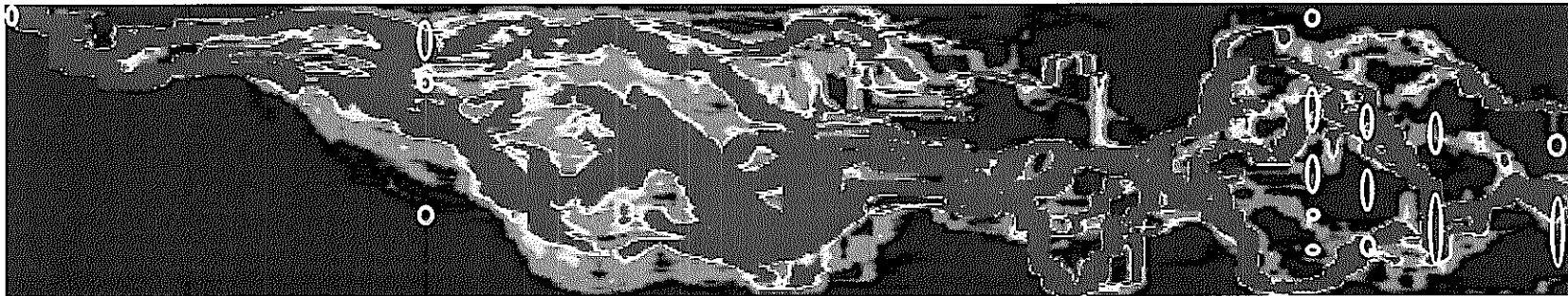


図 5.2.2-4 コンボリューション後のパーティクル分布 (6.34×10^6 Rd 年後)
(ケース 1.3_3)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

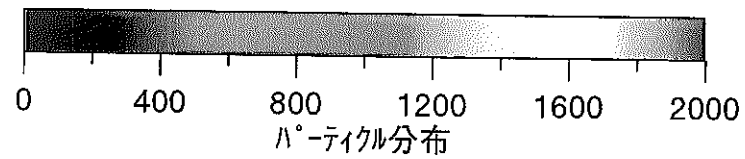


図 5.2.2-5 コンポレーション後のパーティクル分布 (6.98×10^6 Rd 年後)
(ケース 1.7_3)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

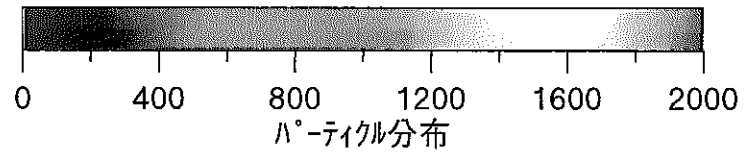


図5.2.2-6 コンポリューション後のパーティクル分布 (3.17×10^6 Rd年後)
(ケース 1.3_3int)

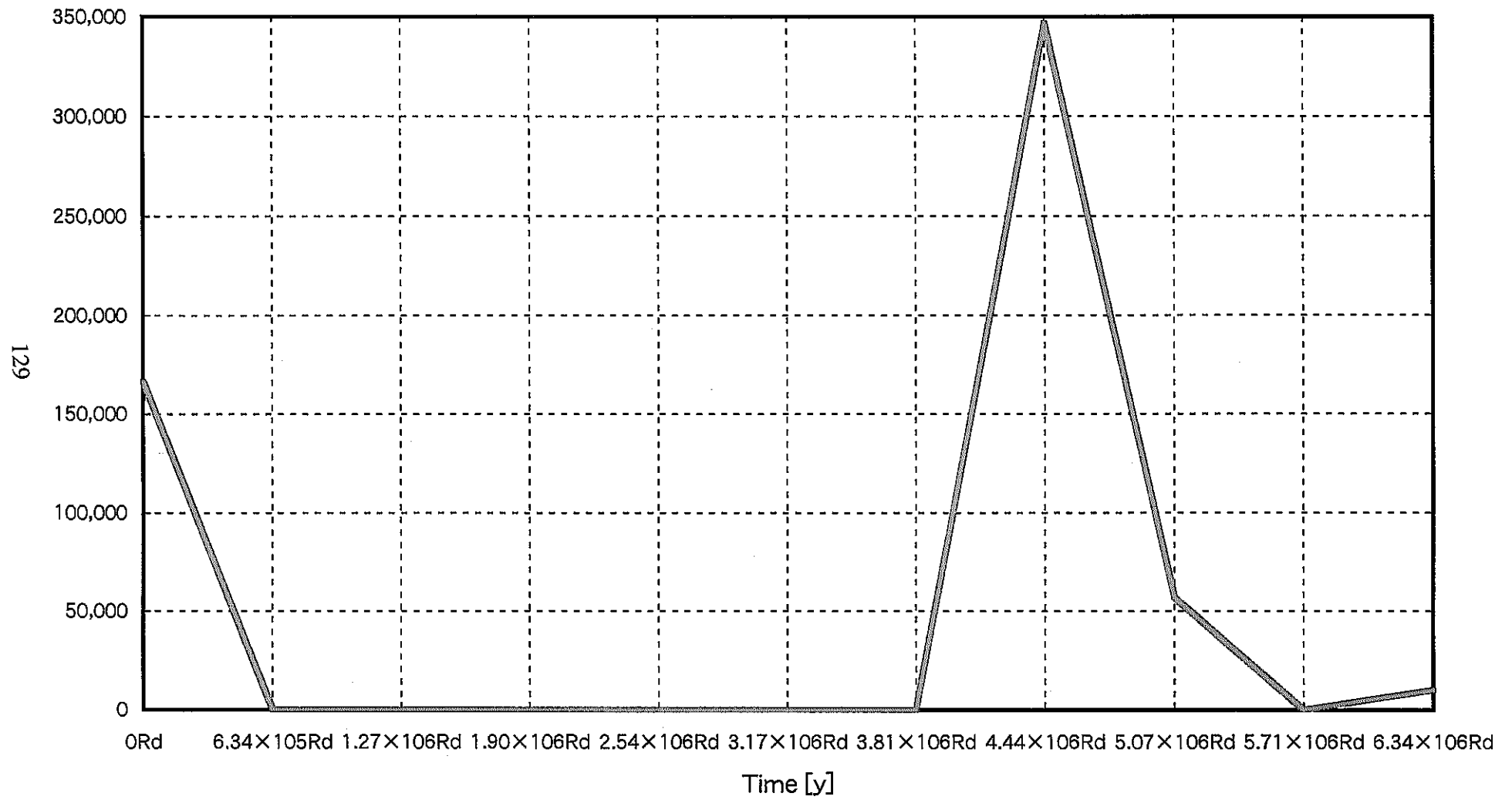



図5.2.2-7 α強度の時間的変遷 (ケース1.7_3)



※  …試錐孔近傍のウラン高濃集部

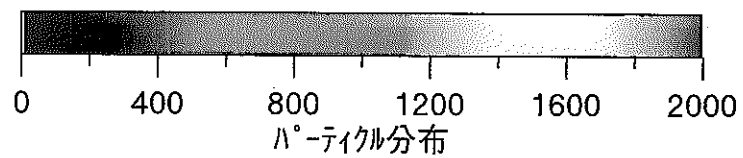


図5.2.2-8 代替的なコンソリデーション後のパーティクル分布 (6.98×10^6 Rd年後)
(ケース 1.7_3)

まとめる通りである。最小二乗フィッティングの結果得られた α をそのまま用いた場合と比較すると、チャンネルに沿ったウランの分布がより幅広いものとなっているという相異がある。しかしながら、各試錐孔に沿った測定点についての限定的な情報だけではこれら二つのいずれがより適切なものであるかを判断することは難しい。この様な微妙な比較を行っていくためには、特にSN-4とTT-1との間に当たる地点での測定等、より包括的な情報の取得が必要と考えられる。付録-2に、各時刻に解析対象領域に供給されたウランが現在どのように分布しているかをまとめる。

5.2.3 昨年度の解析結果との比較

昨年度行った解析の結果、現在のガンマ線強度分布を説明するという意味で最適と考えられたケース (Dx=1.6, Dy=1.9)の地下水流動解析結果 (圧力分布) 及びコンボリューション後のパーティクル分布結果を図5.2.3-1、2に示す。この領域は、TT-1~TH-4のみを含む同深度の領域であり、従って前節の図5.2.2-4~6及び8の右側約5分の1の小領域と一致するものである。

図5.2.3-1に示すように、昨年度行った解析では、TH-2孔を斜めに横切ってTH-3孔下端近傍にいたる圧力的な“崖”の存在が見られた。これは、丁度断層の位置と符合するものであった。しかし本年度行った解析では、図4.5-1に示したように、断層の位置で急激な圧力の変化が見られていない。これは、横に長い体系をHybrid法により作成していることに起因するものと考えられる。

また、図5.2.3-2から今回の解析ではTH-2孔の中央付近におけるウラン高濃集部が説明できていない等の若干の差異を除けば、試錐孔部分もさらには試錐孔と試錐孔の間の広い領域についても推定されたウラン分布は定性的にはかなり類似したものとなっていることがわかる。また、前回の解析では7つの独立なソースが設定されておりフィッティング上の自由度が高かったのに対して、今回の解析では唯一のソースを用いているという点を考慮すれば、今回の解析のガンマ線強度分布への適合性は十分に高く、堆積盆外縁部に位置するSN-6孔の上部を通過するチャンネルに沿ってウランが系内に進入したという仮説をある程度裏付けるものと言うことができる。

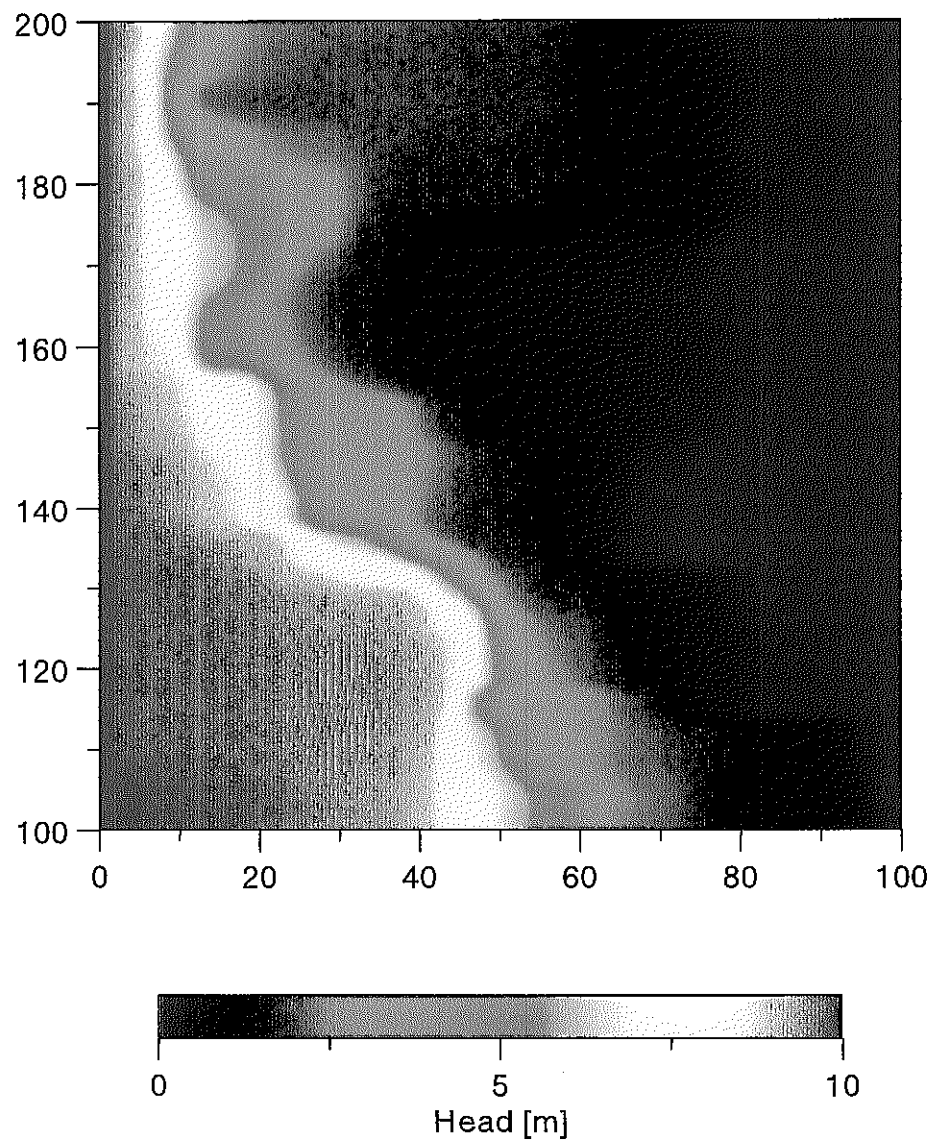


图5.2.3-1 地下水流动解析结果 (压力分布)

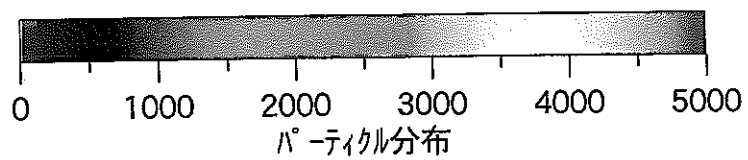
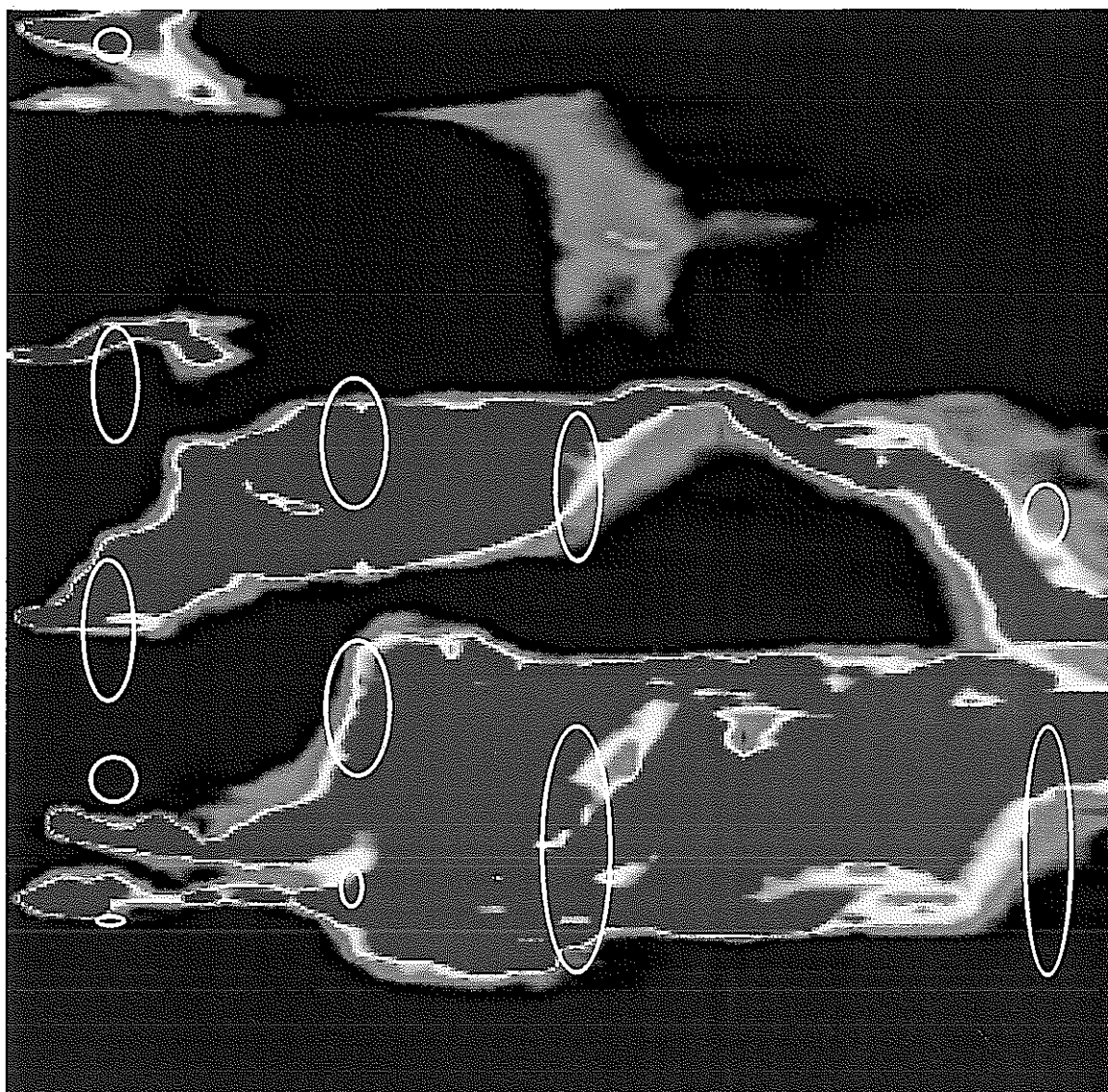


図5.2.3-2 コンボリューション後のパーティクル分布 (1000Rd年後)

6. まとめ及び今後の課題

昨年、及び今年度の本業務における成果は、いずれも、水理学的な不均質場における統計的自己アファインフラクタルモデルの適用性を検証するものと考えられる。特に、この手法の特徴である高解像度の不均質性の表現、及びこれと対応する水理・物質移動解析の結果は地層の有する不規則性や不均質性に支配されるほとんど全ての現位置データと比較し、定量的な解釈を可能にしていく上では今後の研究開発において極めて重要な役割を担うべきものと考えられる。

以下に、この様な観点から、より信頼性の高い解析・比較を実施していくための二つの主要な課題をまとめる。

(1) 解析モデルの改良

今回の解析対象とした6つの試錐孔が厳密には一つの鉛直断面には含まれていないこと、あるいは、この領域を三次元的に横切る断層をはさんだ移動が生じていたこと等を考慮すれば、今後の研究に於いてMACRO-AFFINITYコードを3次元に拡張すること、また、ユーザーインターフェイスとして種々の地質学的なプロセスや条件設定に適したグラフィックパッケージ（例えばEARTHVISION、等）を作成することが、今後より信頼性の高い解析を行っていく上では最優先の課題であると考えられる。特に、3次元化については、AFFINITY上で3次元不均質透水係数場を作成するパッケージは既に開発されており、拡張の準備は整っていると言えることができる。

(2) サイト特性調査計画の助勢

昨年度及び本年度の解析は、いずれも他の目的のために採取されたデータセットを転用して実施したものであった。その結果、これまでに述べた様な成果が得られたが、同時に、この様な解析目的に対応して適切に測定されたものではないデータを用いて行う解析の限界もまた次第に明らかとなりつつある。特に、水平方向のデータ頻度が鉛直方向に比して圧倒的に少ないこと、また、測定間隔が電極間隔よりも短いために全てのデータをMoving Window解析に使用できないこと等が重要な問題である。

より一般的に言って、本業務で用いた手法を初めとする地質統計的な手法は、単に得

られた実測データを事後に解釈・使用するという受け身のものではなく、調査の計画段階からその遂行途上を通じて最も情報価値を高めるような調査点配置を明確にする等、積極的な立場でサイト特性調査を助勢し得ることにもう一つの大きな長所がある。従って、今後の現位置での調査に、この様なproactiveな形態で本業務で用いた手法を用いていくことが、ある特定の解析という目的の下に最も効率の高いデータ取得計画をもたらす重要な方向性であると言えることができる。

参考文献

- [1] Impey, M., Grindrod P., Takase H., and Hatanaka K., 1996, Simulations of the MACRO-2D Experiments on Flow and Transport in a Heterogeneous Porous Medium, to appear Water Resources Research
- [2] Hatanaka, K., Watari, S., Uchida M., Takase, H and Impey, 1995, M. Experimental Study on Groundwater Flow and Mass Transport in a Heterogeneous Porous Medium, to appear in the Proceedings of Material Research Society Symposium on the Scientific Basis for Nuclear Waste Management XIX
- [3] Clark, K., Takase H., Impey M., Humm, J. Maekawa K., Ogata N., and Yanagizawa K., 1995 A Natural analogue study of uranium migration in the Tono mine, to appear in the Proceedings of Material Research Society Symposium on the Scientific Basis for Nuclear Waste Management XIX
- [4] 高瀬 博康、深谷 友紀子、1995、フラクタルモデルを用いた水理学的不均質場の解析、動力炉・核燃料開発事業団 契約業務成果報告書 PNC PJ7281 95-001
- [5] 高レベル放射性廃棄物地層処分研究開発の技術報告書、動力炉・核燃料開発事業団、PNC TN 1410 92-081, 平成四年九月
- [6] PSAC/IN LEVEL E INTERCOMPARISON, Probabilistic System Assessment Code (PSAC) User Group, OECD Nuclear Energy Agency, Paris, 1989.
- [7] T. A. Hewitt, Fractal distribution of reservoir Heterogeneity and their influence on fluid transport, 61st Annual Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, New Orleans, 1988.
- [8] P. Grindrod, M. D. Impey, Fractal field Simulations of Tracer Migration within the WIPP Culebra Dolomite IM2856-1, Version 2, 1992.

- [9] M. D. Impey, P. Grindrod, Cross Well Fractal Interpolation of Permeability Data, IHEN/20-1, Version 1, 1992.
- [10] M. D. Impey, P. Grindrod, Channelling and Fickian Dispersion in a Fractal Simulated Porous Media, WRR/1, Version 1, 1991.
- [11] P. M. Alder, A. Henriëtte And C. J. Jacquin, The effective permeability of heterogeneous porous medas, physico Chemical Hydrodynamics, 11 No. 1, 63-80, 1989.
- [12] M. D. Impey and P. Grindrod, Application of fractal geometry to geological site characterization. Proc. British Computer Society Conference "Applications of Fractals and Chaos", London, February 1992.
- [13] M.D.Impey and P.Grindrod and H.Takase. A fractal methodology for the MACRO-2D experiments. Intera Report ID3249-1 Version 1, September 1992.
- [14] P.C.Robinson and C.P.Jackson. A numerical study of various algorithms related to the preconditioned conjugate gradient method. Int. J. Num. Meth. Eng., 21, 1315, 1985.
- [15] M.D.Impey and P.Grindrod and K.Worgan. Analysis of the WIPP Geostatistical Test Problems using self-affine fractal simulations. Intera Report ID3406-1 Version 1, November 1992.
- [16] W.H.Press, B.P.Flannery, S.A.Teukolsky and W.T.Vetterling. Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing, Cambridge Uni. Press, 1986.
- [17] 中塚利直、時系列解析の数学的基礎、教育出版、1978.
- [18] D.C.Boes, F.A.Grayhill and A.M.Mood, Introduction to the Theory of Statistics, McGraw-Hill, London 1988.
- [19] P.Grindrod, M.D.Impey and S.N.Saddique. Anisotropic Fractal Fields. Intera Report ID3249-7, February 1994.

- [20] 尾方伸久、大澤英昭、中野勝志、柳澤孝一、西垣誠、“堆積岩の地質学的特性及び透水係数、見かけ比抵抗相互の関係とその水理地質構造モデルへの適用”、応用地質、32-6、p.51-62.
- [21] 水谷義彦、瀬尾俊弘、太田久仁雄、中井信之、村井康浩、“岐阜県東濃鉦山深層地下水の ^{14}C 年代”、加速器質量分析と炭素安定同位体の学際的応用シンポジウム論文集、p.159-168.
- [22] 湯佐泰久、吉田英一、“天然放射性核種の地層中の挙動 - 東濃ウラン鉦床における事例研究 - ”、放射線 Vol.20, No.1, (1993).
- [23] Daubechies, I. 1988, Communications on Pure and Applied Mathematics, vol.41, pp909-996

付録 - 1 各パーティクルトラッキングケースで作成したスナップショット

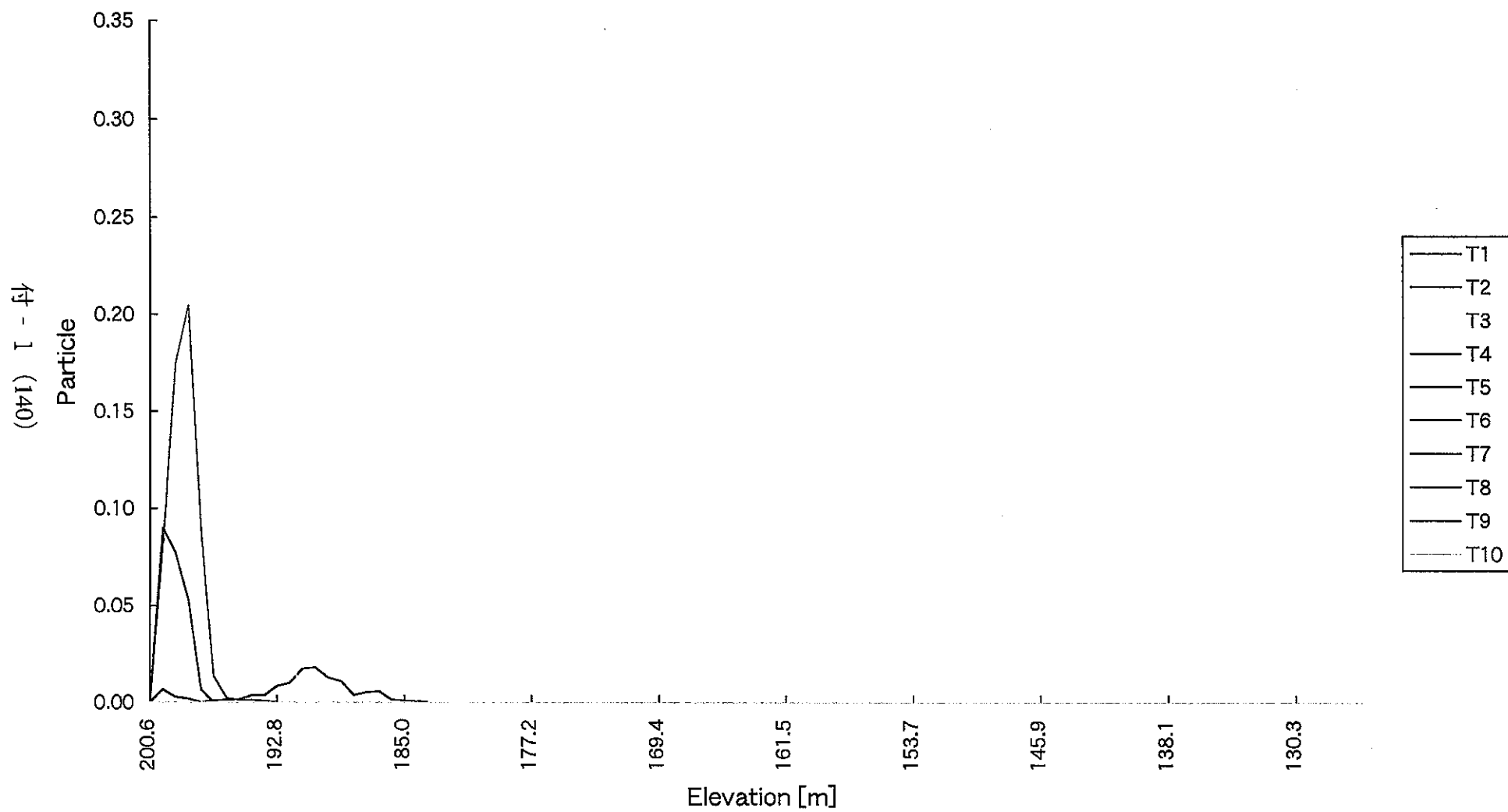


図1 スナップショット (ケース1.3_3、SN-4)

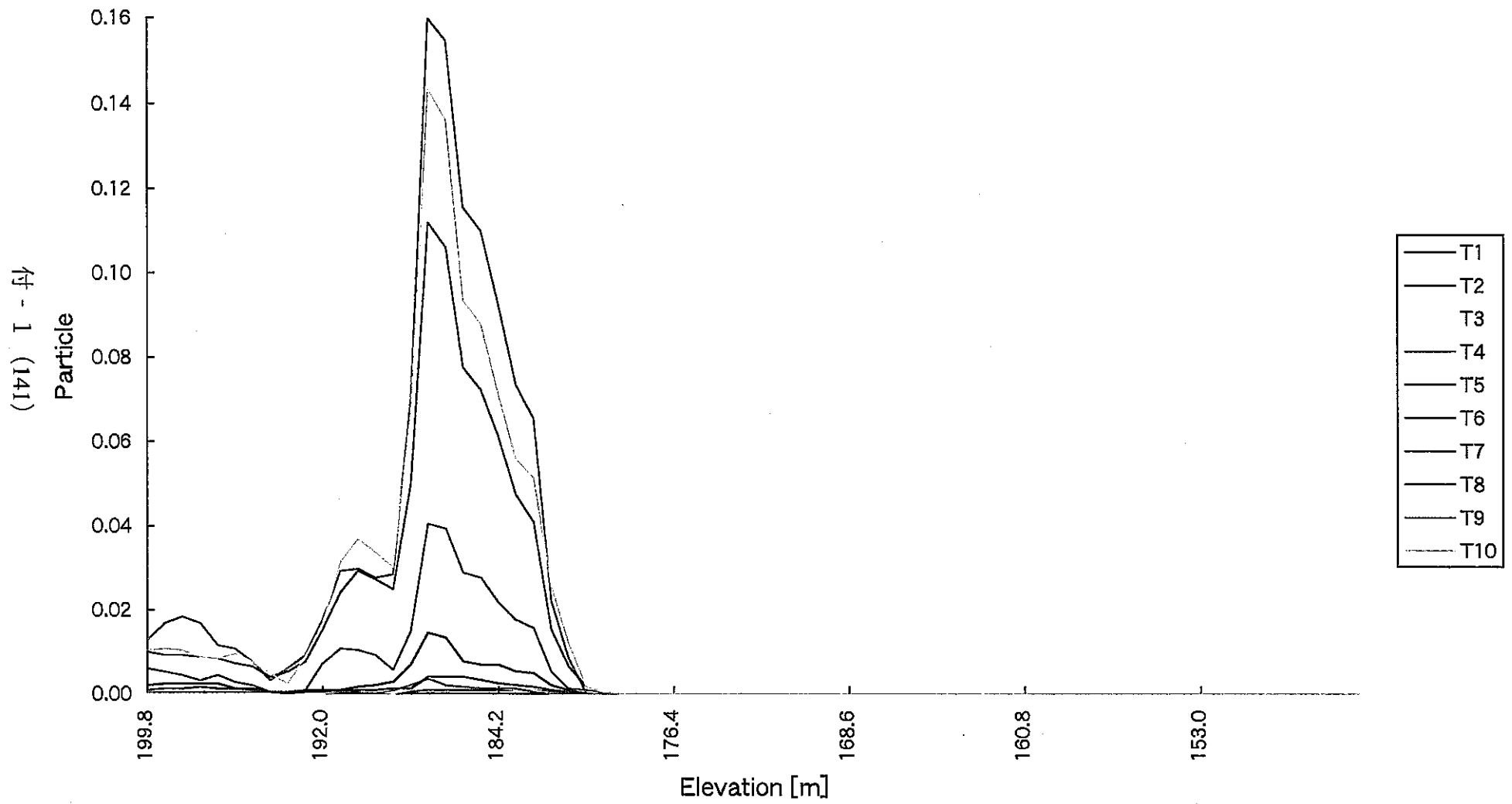


図1 スナップショット (ケース1.3_3、TT-1)

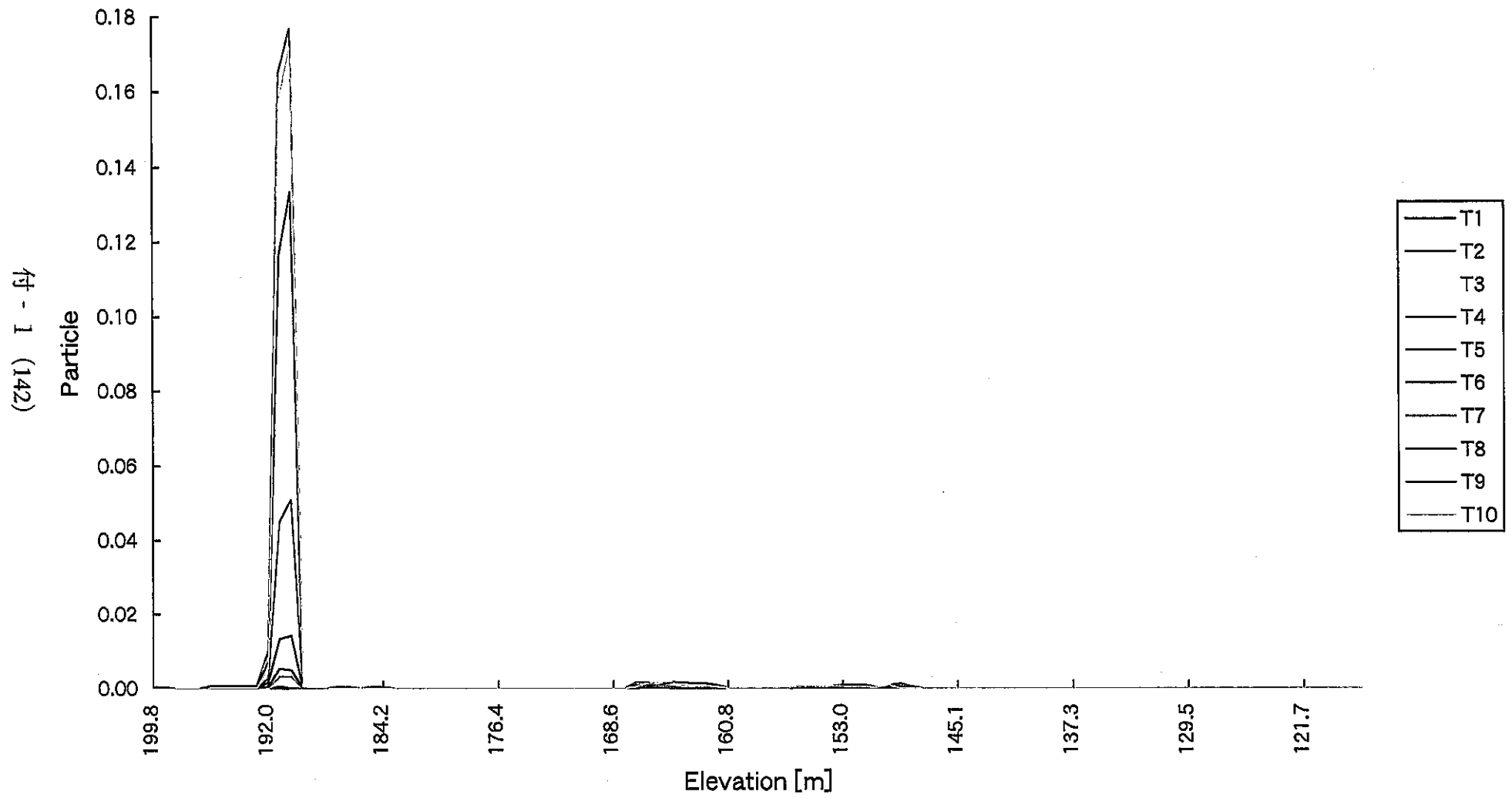


図1 スナップショット (ケース1.3_3、TH-2)

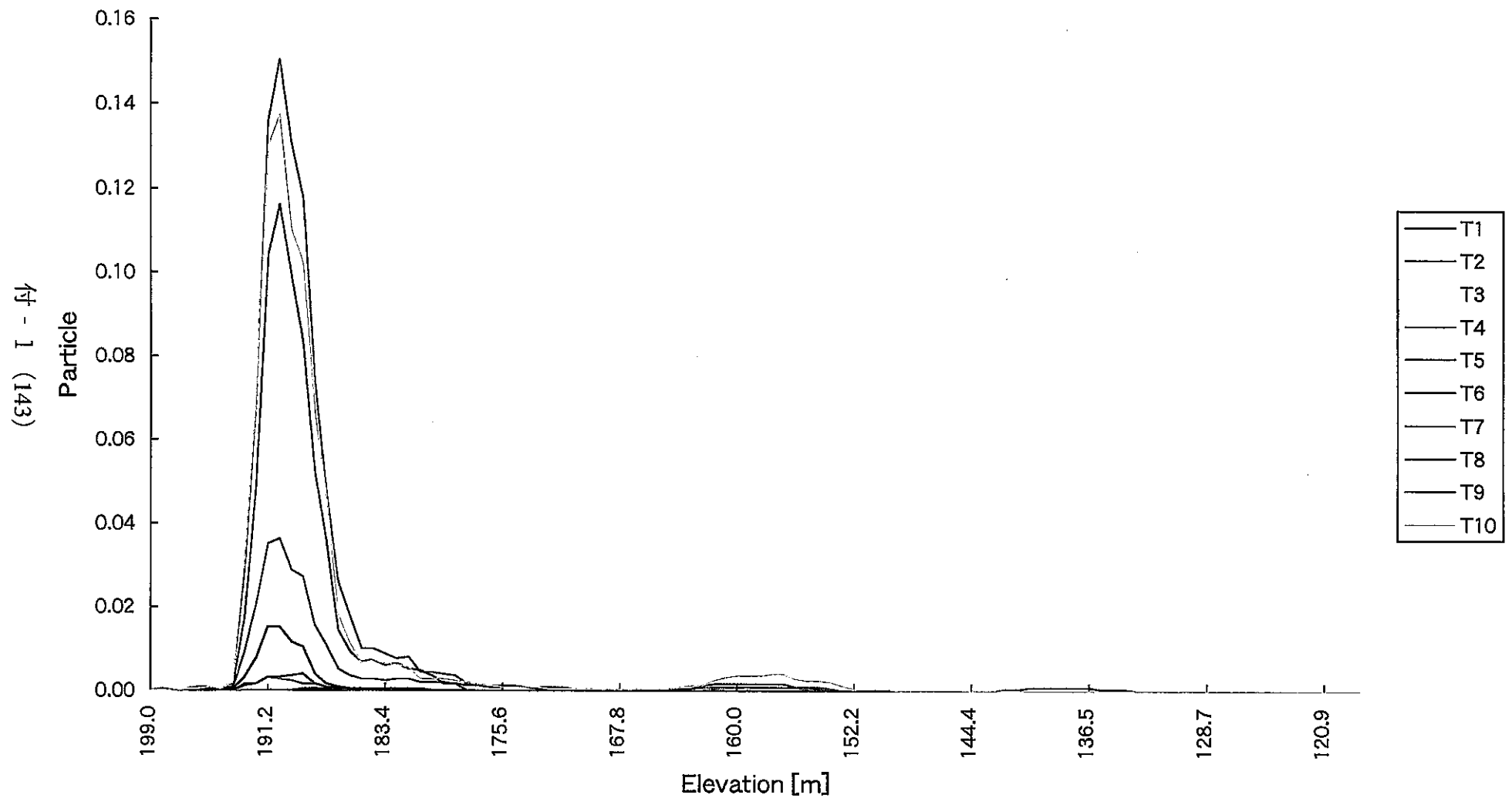


図1 スナップショット (ケース1.3_3、TH-3)

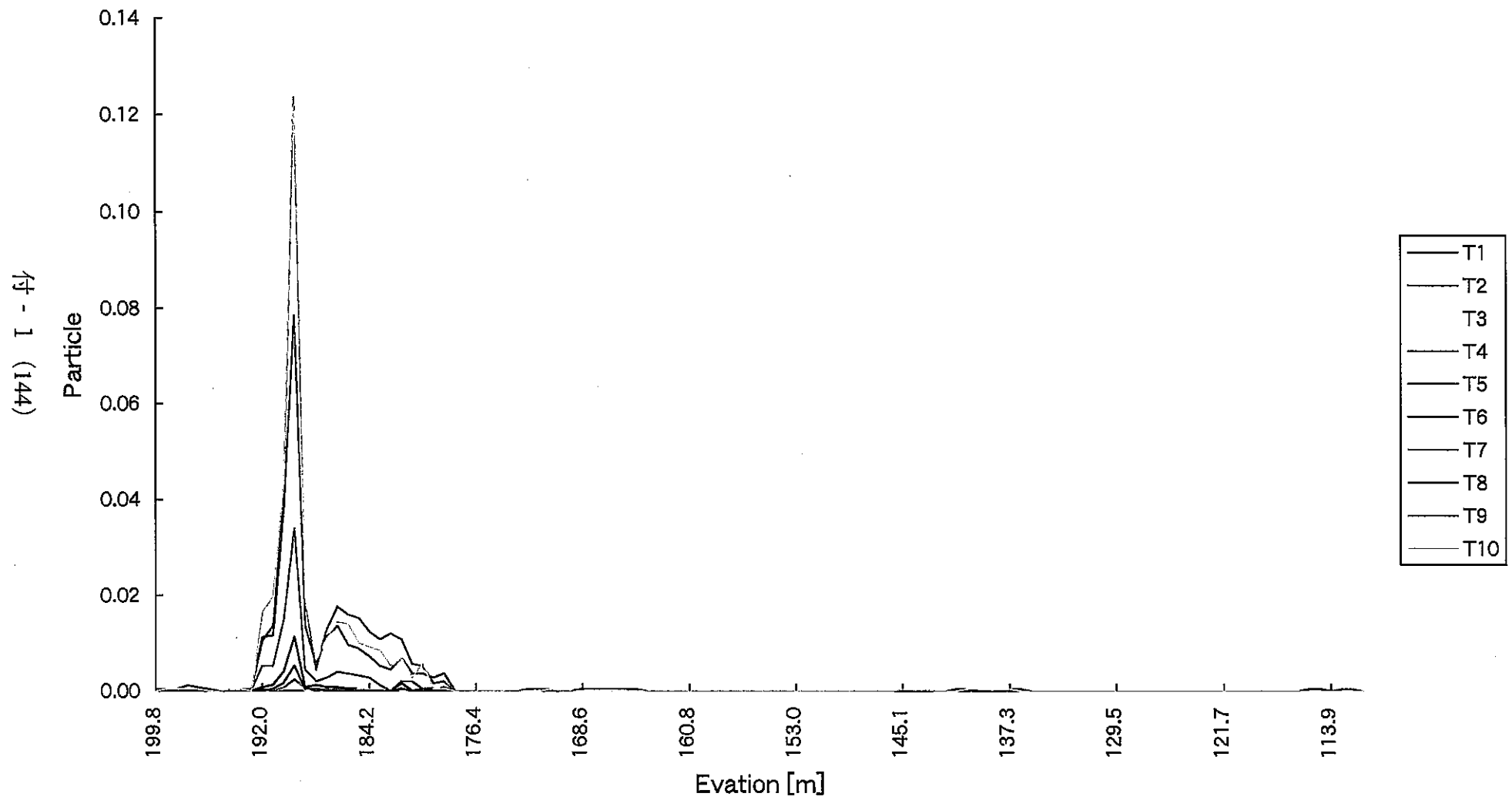


図1 スナップショット (ケース1.3_3、TH-4)

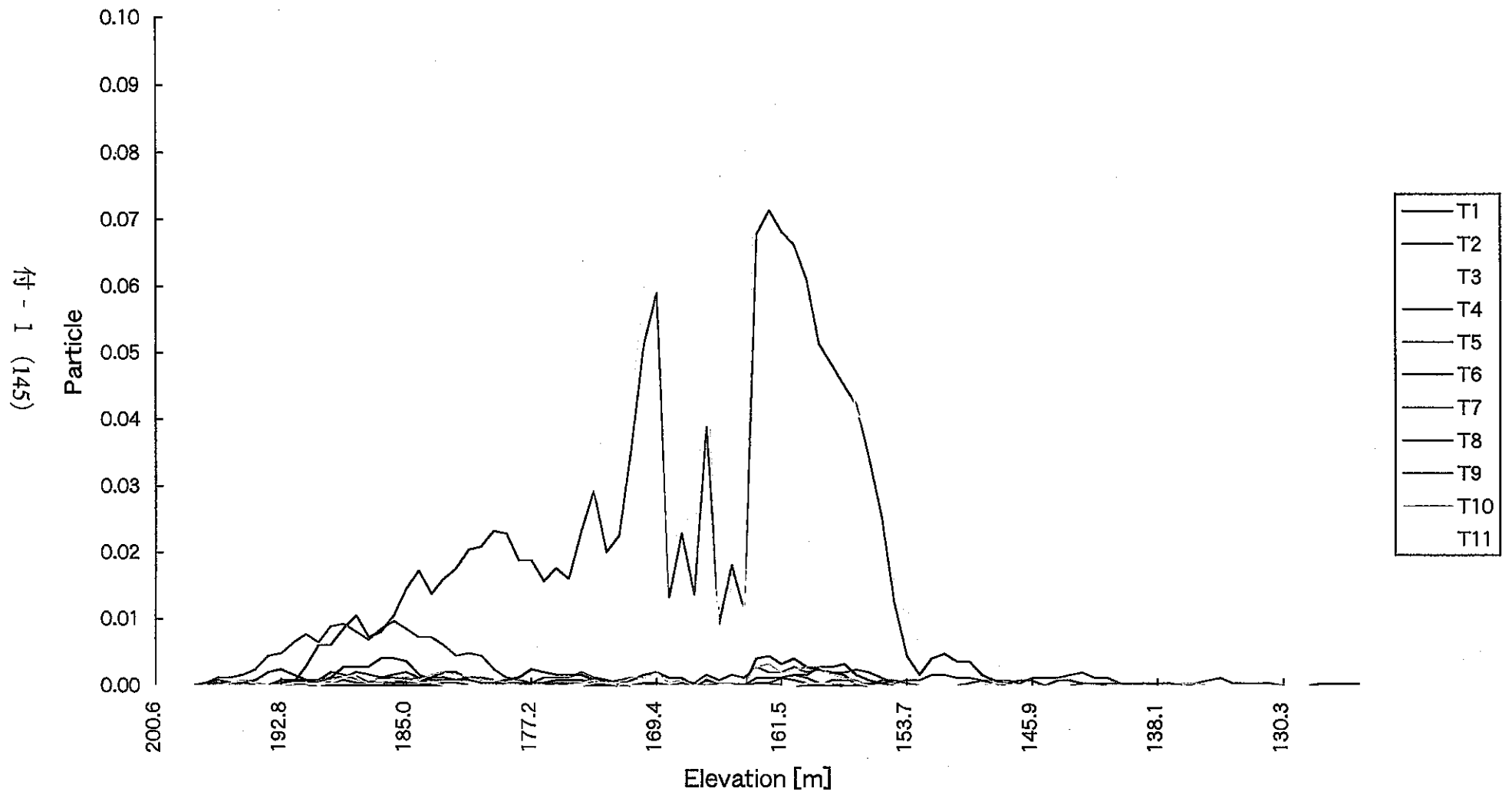


図2 スナップショット (ケース1.7_3、SN-4)

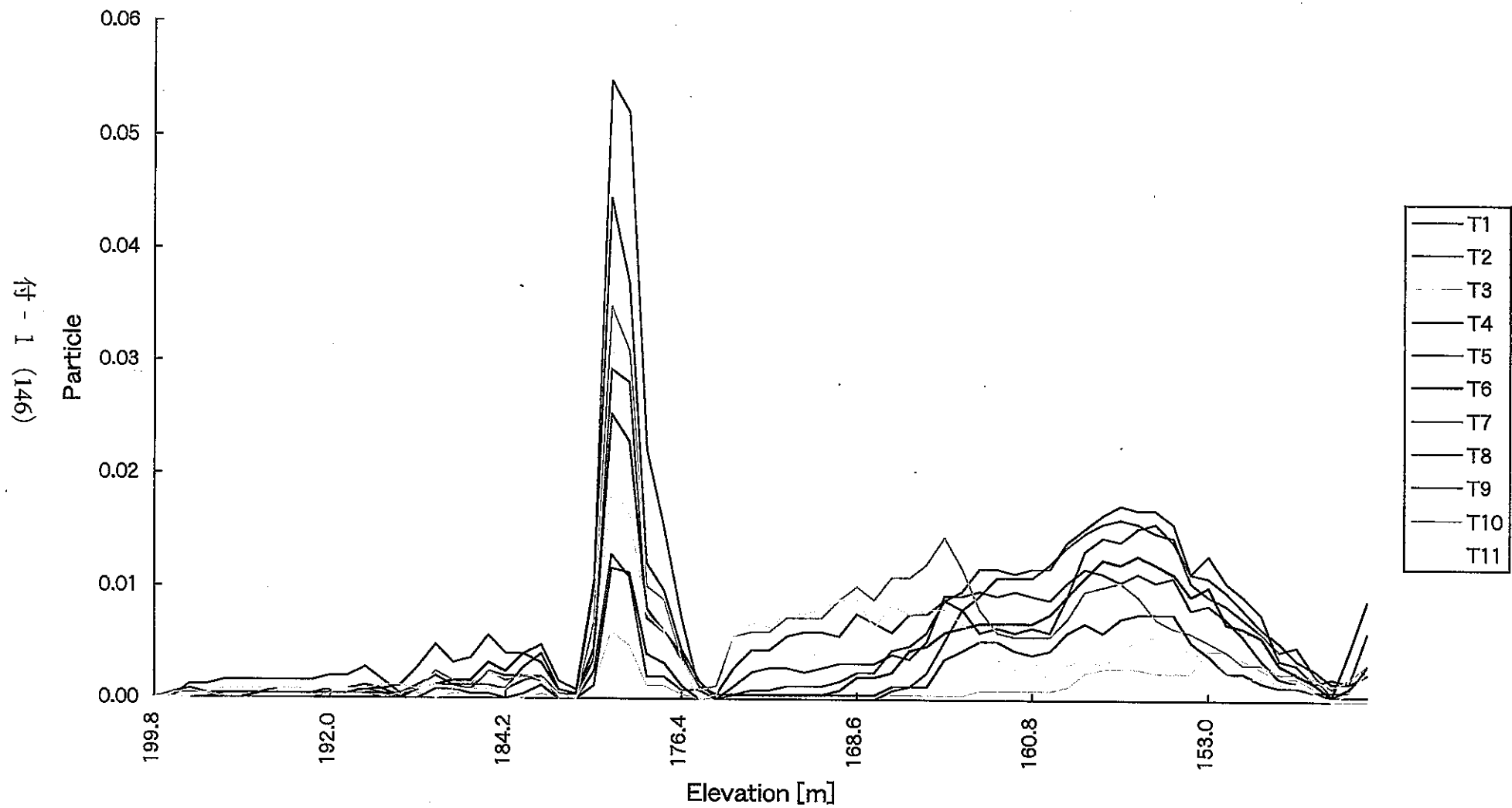


図2 スナップショット (ケース1.7_3、TT-1)

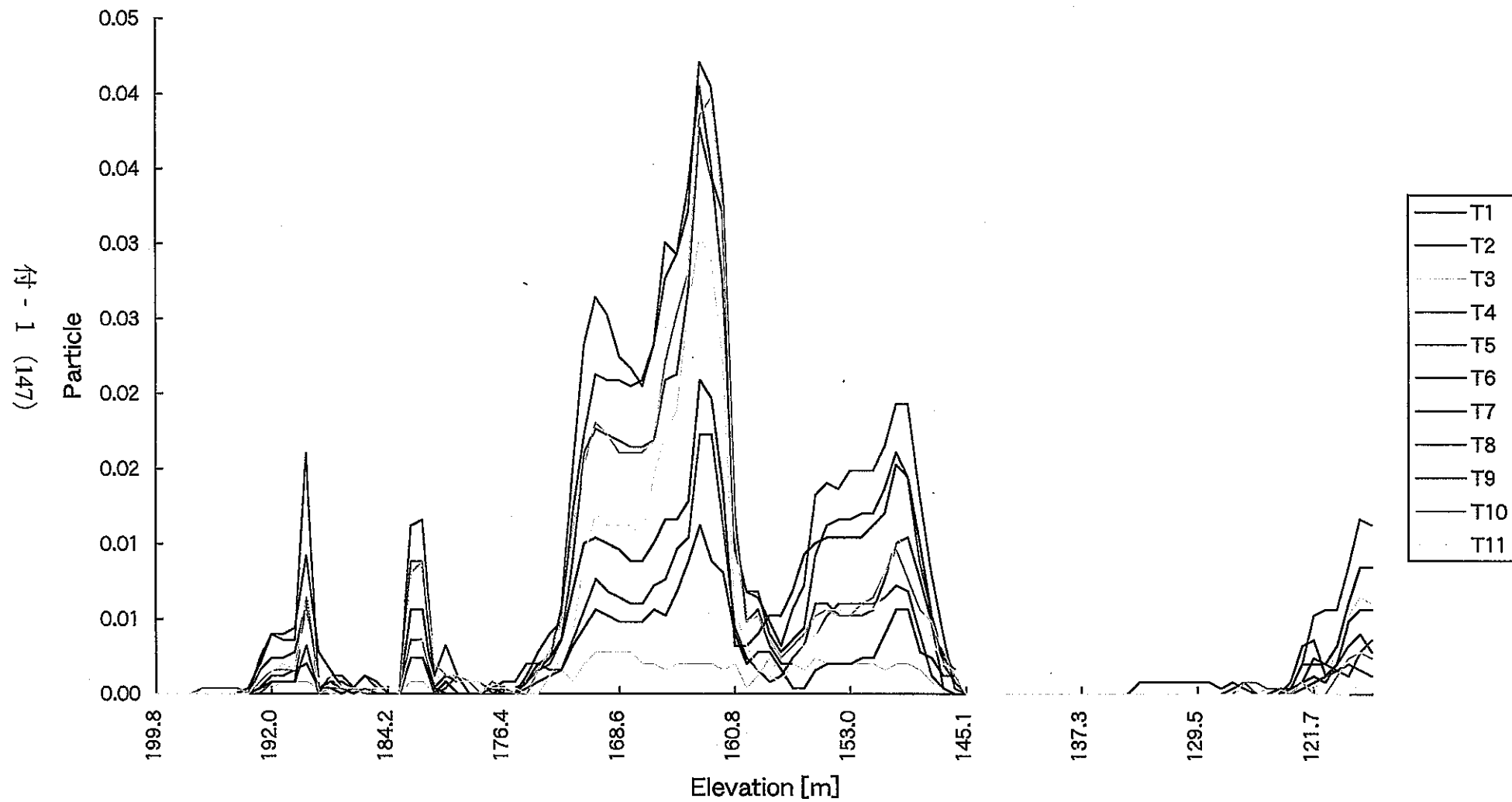


図2 スナップショット (ケース1.7_3、TH-2)

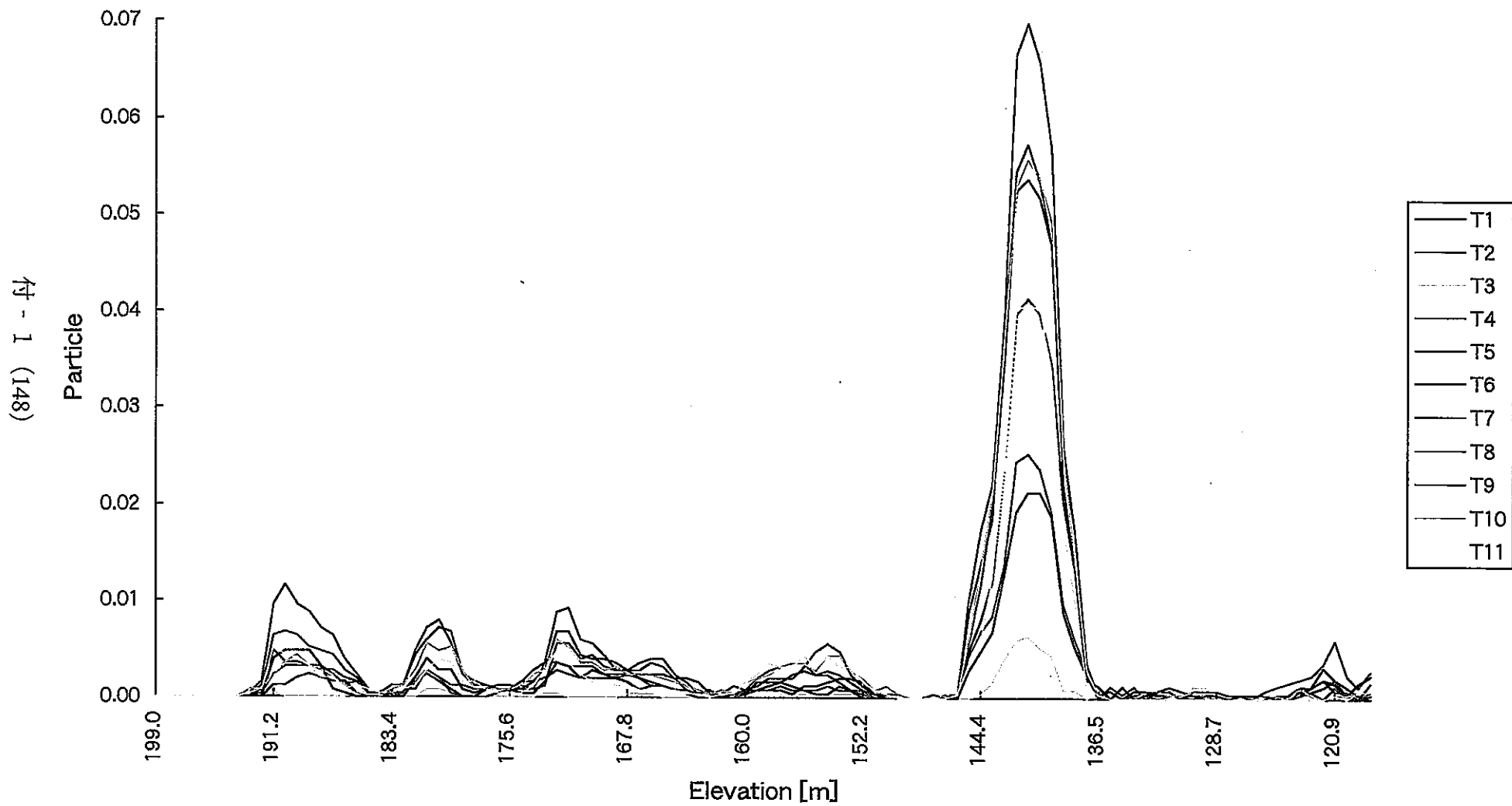


図2 スナップショット (ケース1.7_3、TH-3)

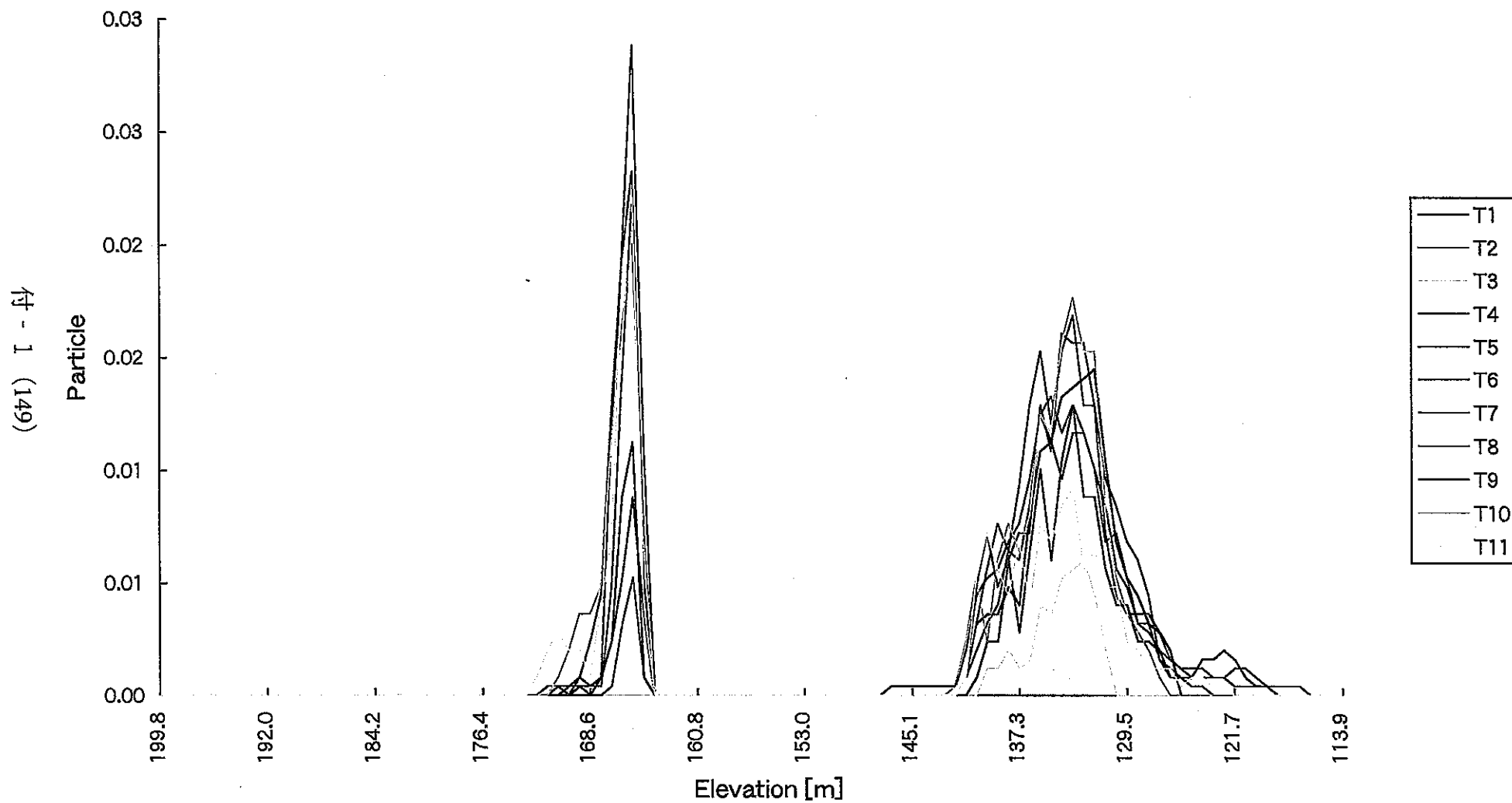


図2 スナップショット (ケース1.7_3、TH-4)

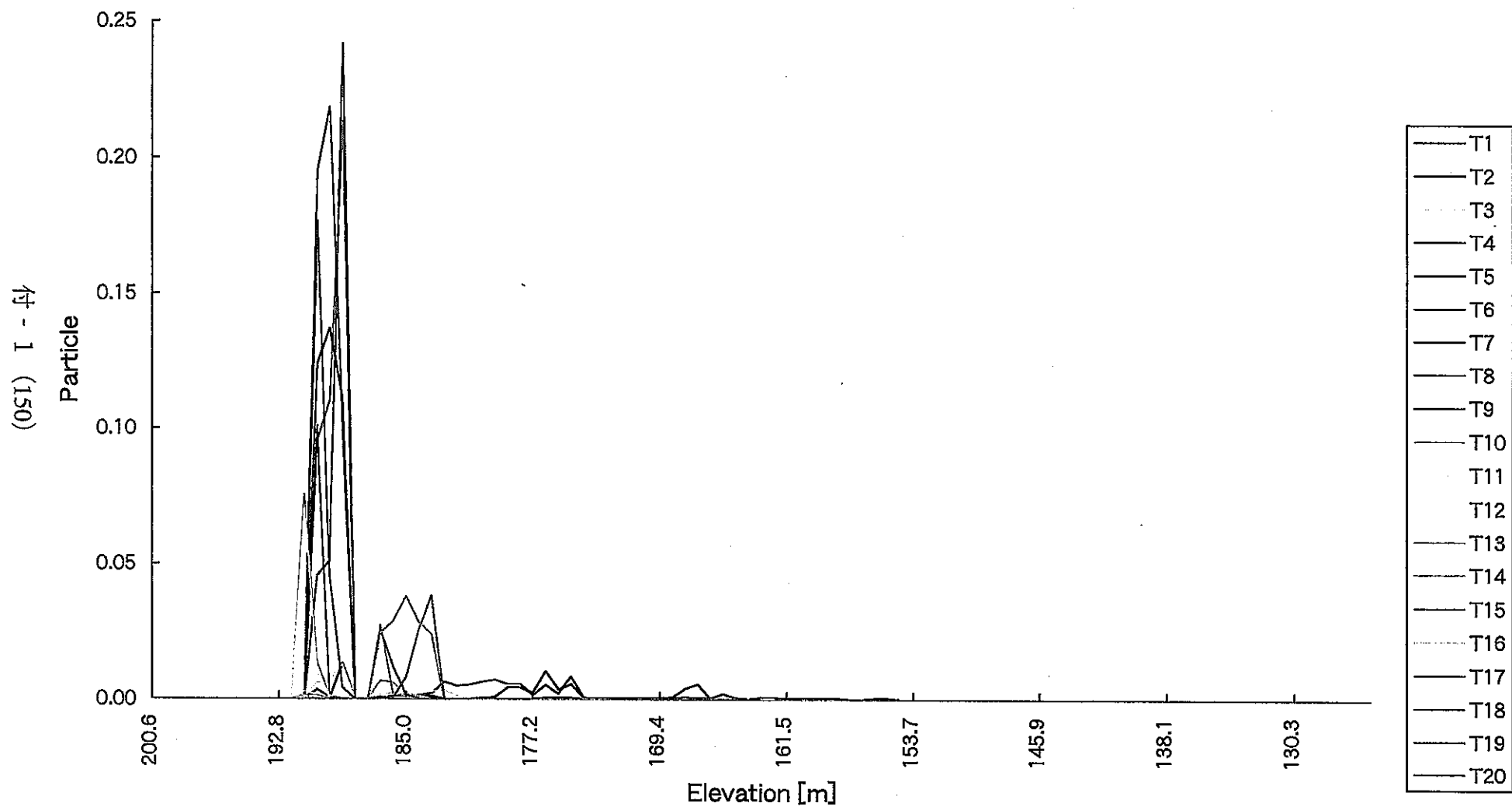


図3 スナップショット (ケース1.3_3int、SN-4)

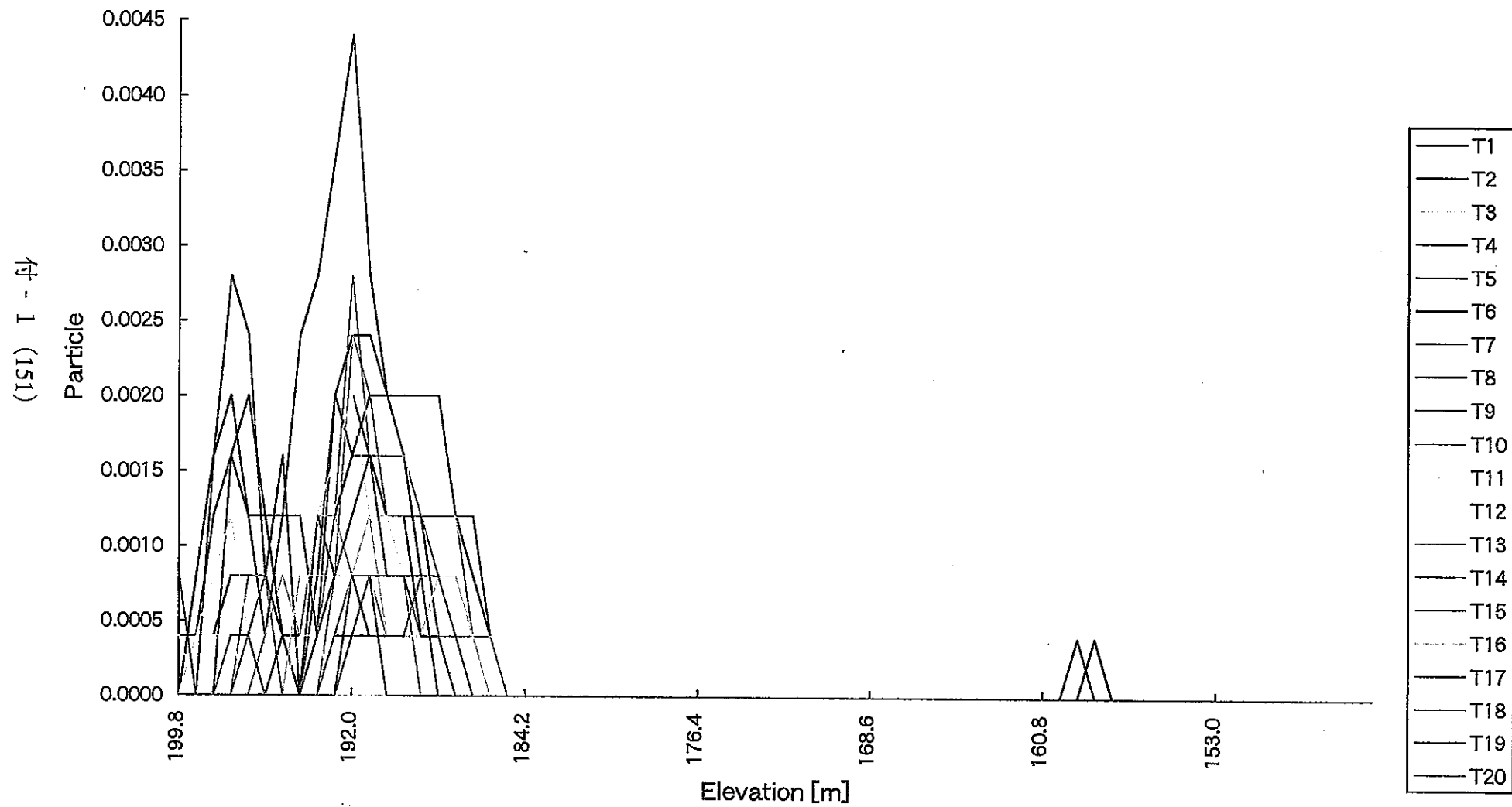


図3 スナップショット (ケース1.3_3int、TT-1)

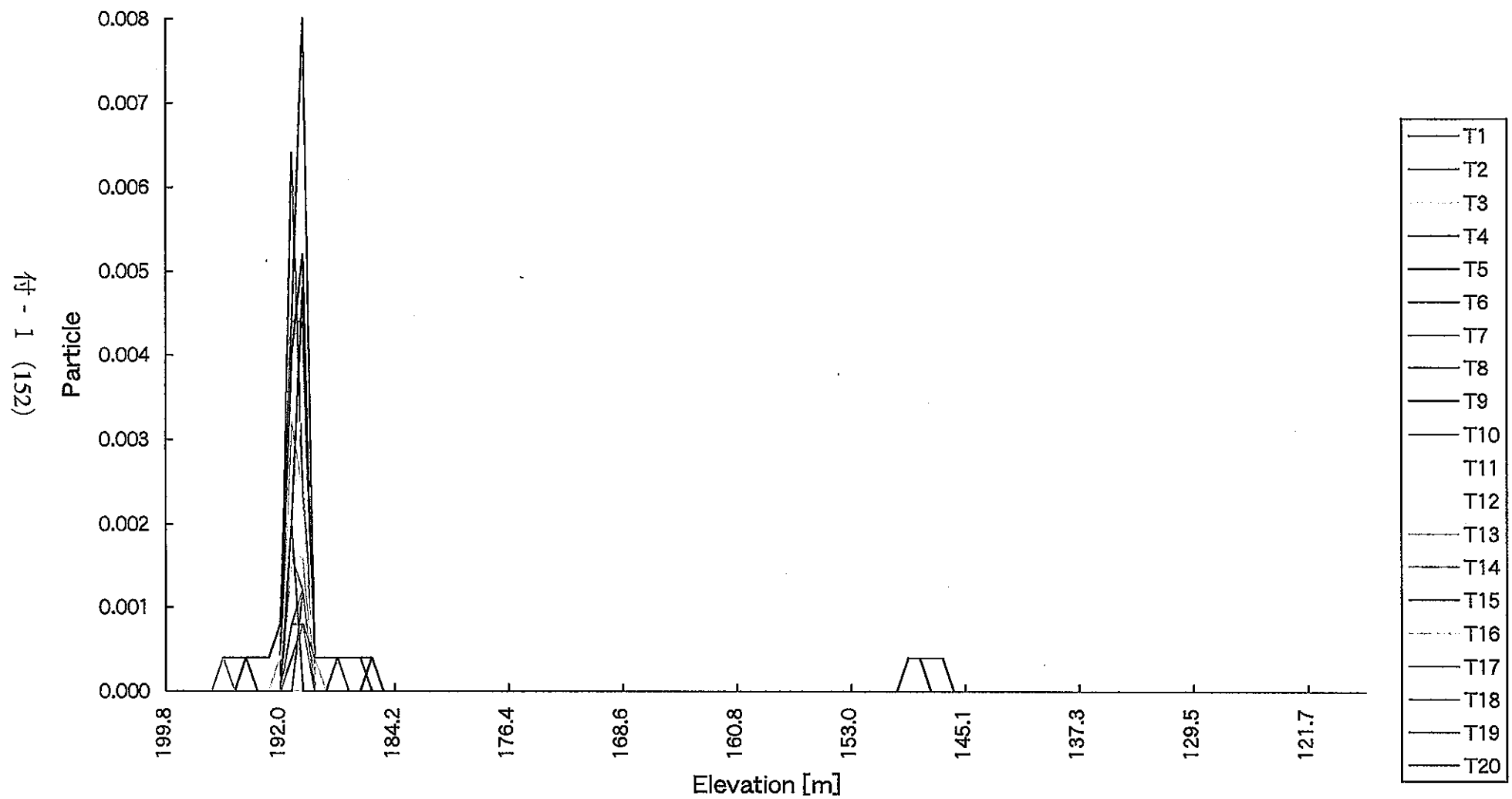


図3 スナップショット (ケース1.3_3int、TH-2)

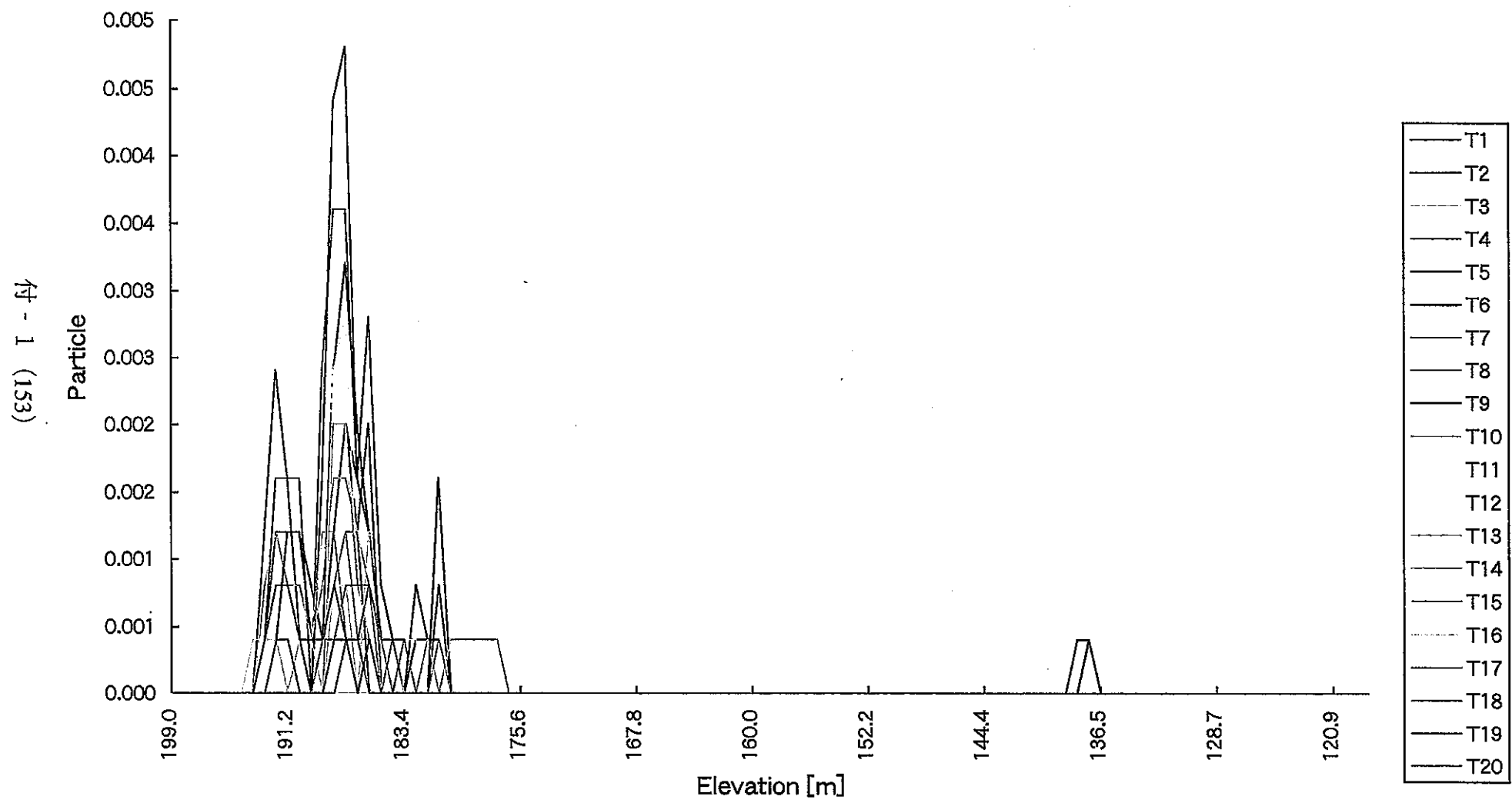


図3 スナップショット (ケース1.3_3int、TH-3)

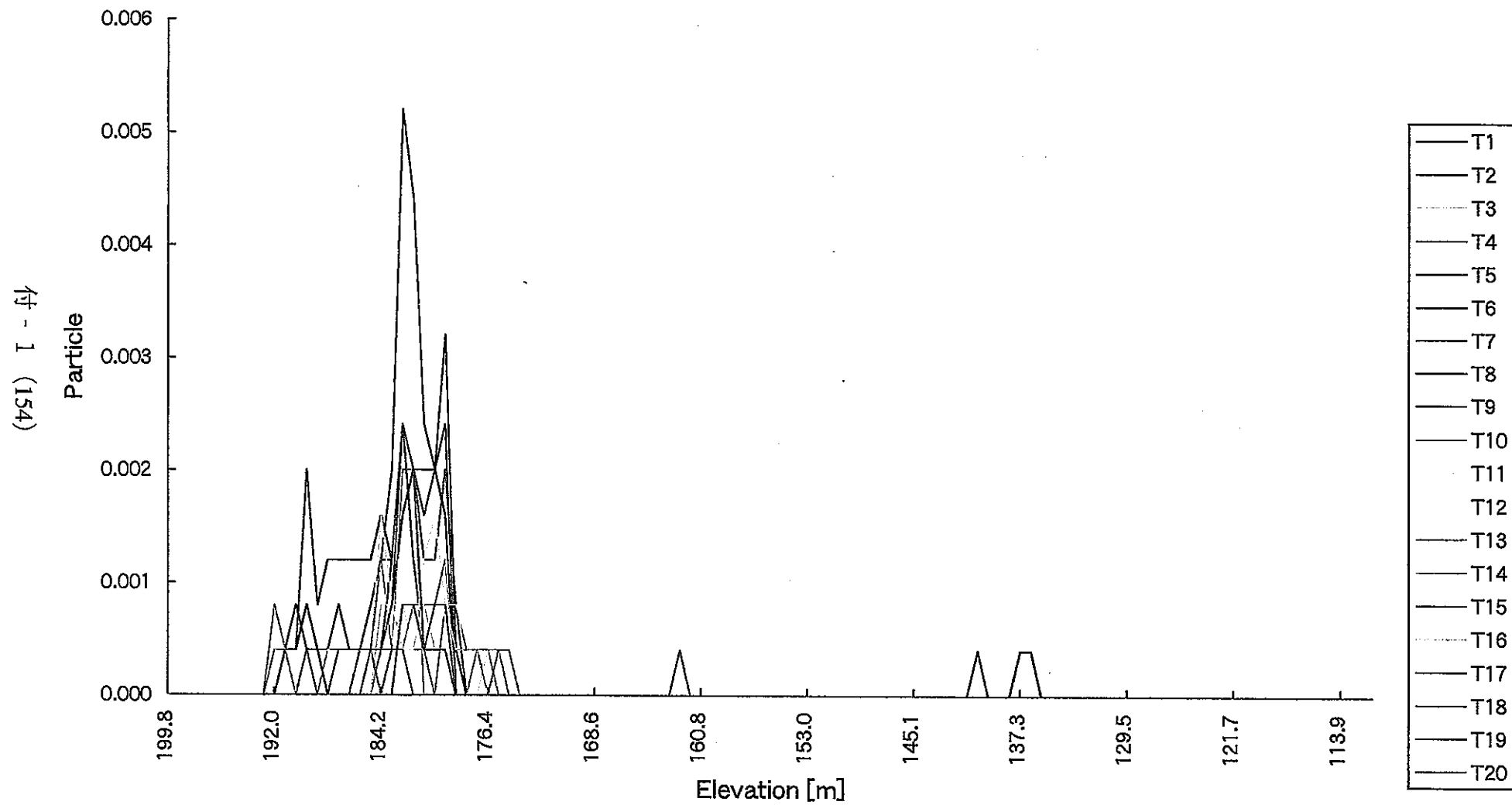
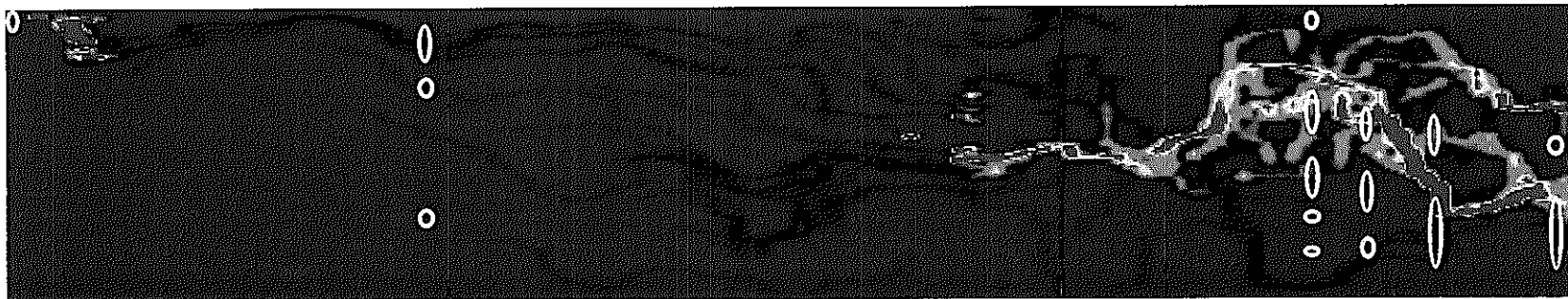


図3 スナップショット (ケース1.3_3int、TH-4)

付録 - 2 各時刻に解析対象領域に供給されたウランの分布




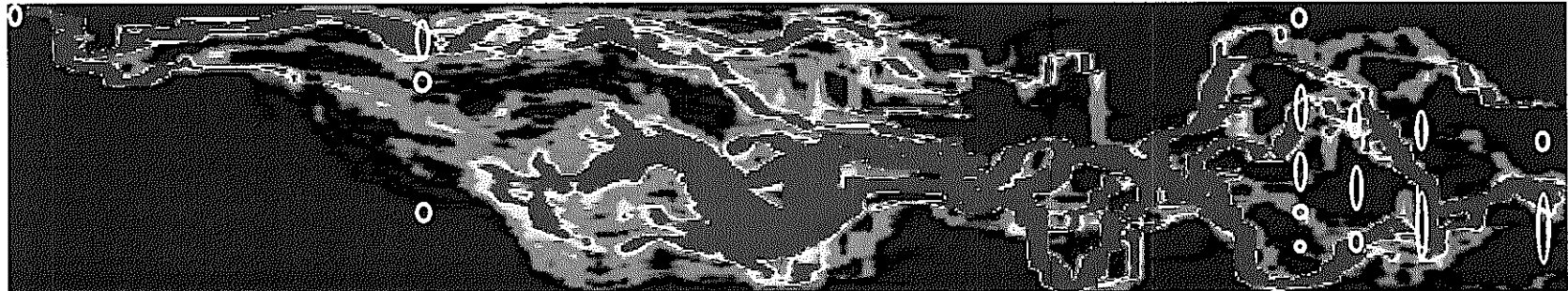
※  …試錐孔近傍のウラン高濃集部



図1 ウラン浸出開始0Rd年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース1.7_3、 α をそのまま用いた場合)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

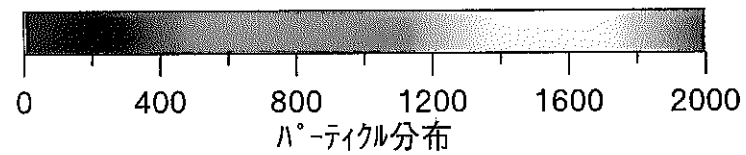
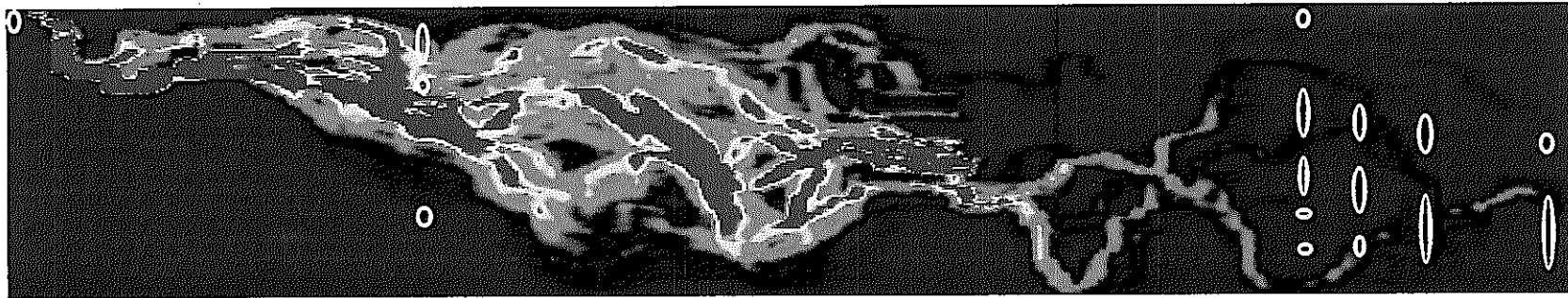


図1 ウラン浸出開始 4.44×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、 α をそのまま用いた場合)



※ ○…試錐孔近傍のウラン高濃集部

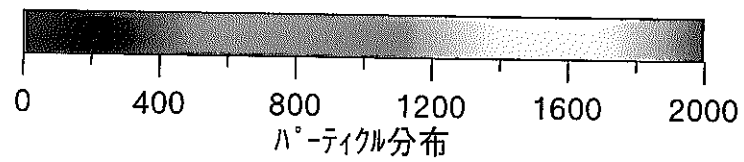
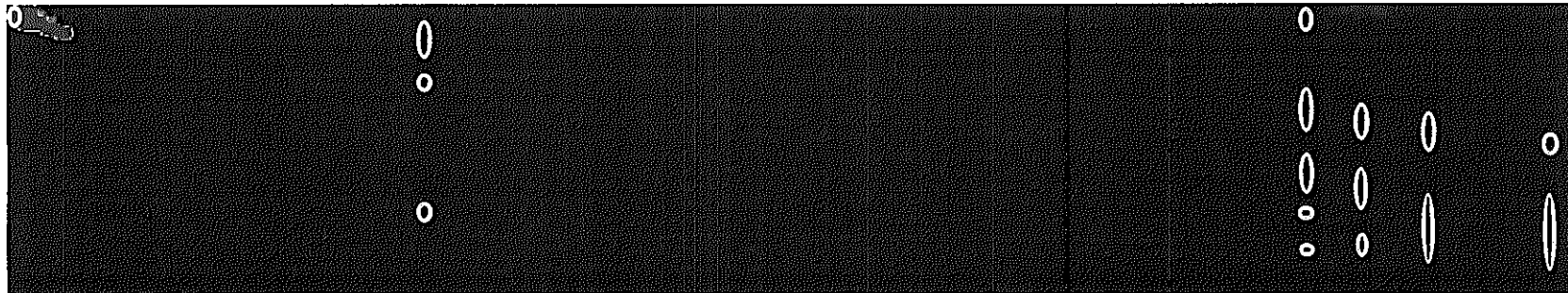


図1 ウラン浸出開始 5.07×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、 α をそのまま用いた場合)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

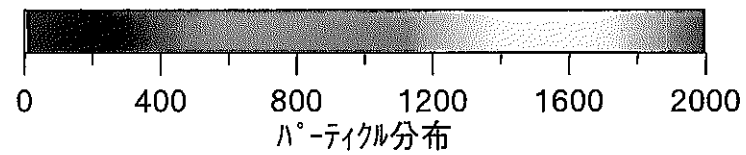
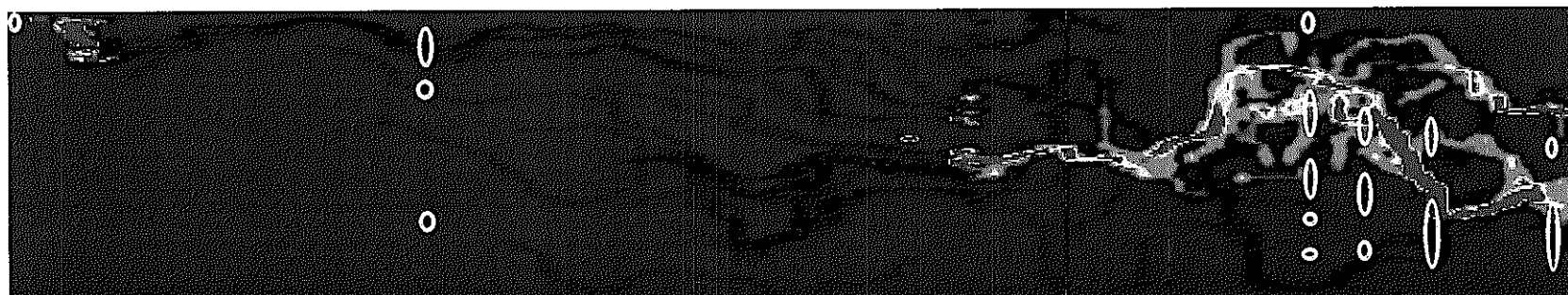


図1 ウラン浸出開始 6.34×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、 α をそのまま用いた場合)



※ ……試錐孔近傍のウラン高濃集部

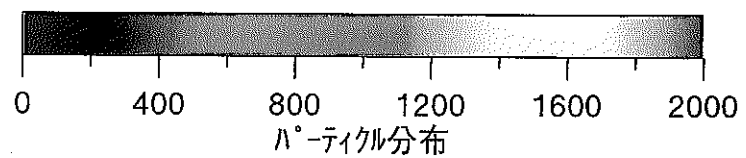
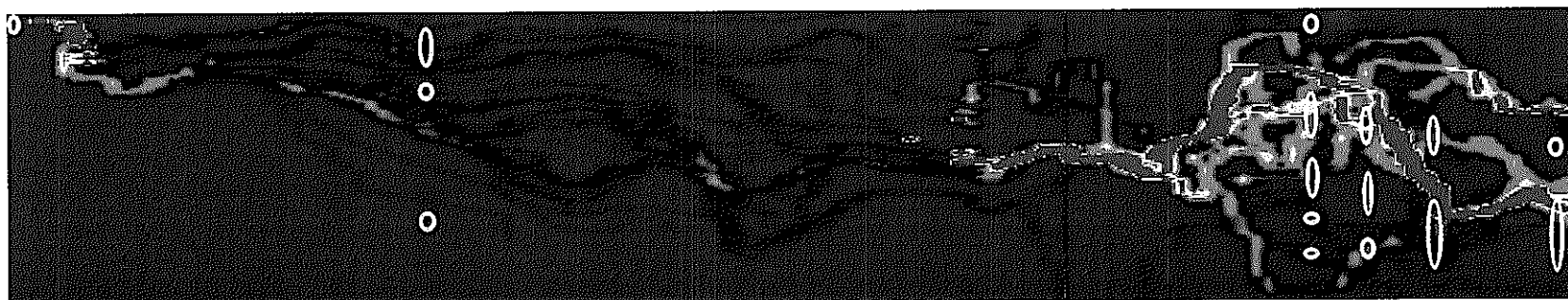


図2 ウラン浸出開始 0Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンボルーションを行った場合)



※ ○…試錐孔近傍のウラン高濃集部

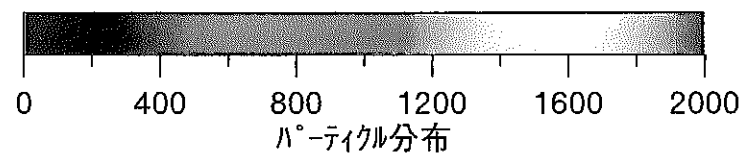
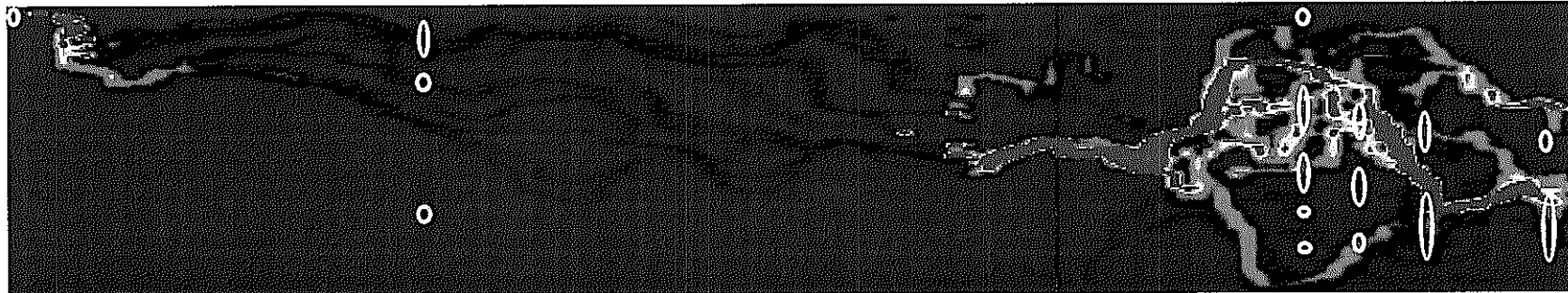


図2 ウラン浸出開始 6.34×10^8 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンポリューションを行った場合)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

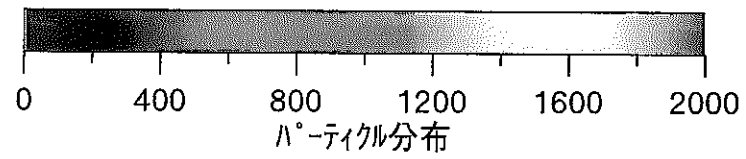
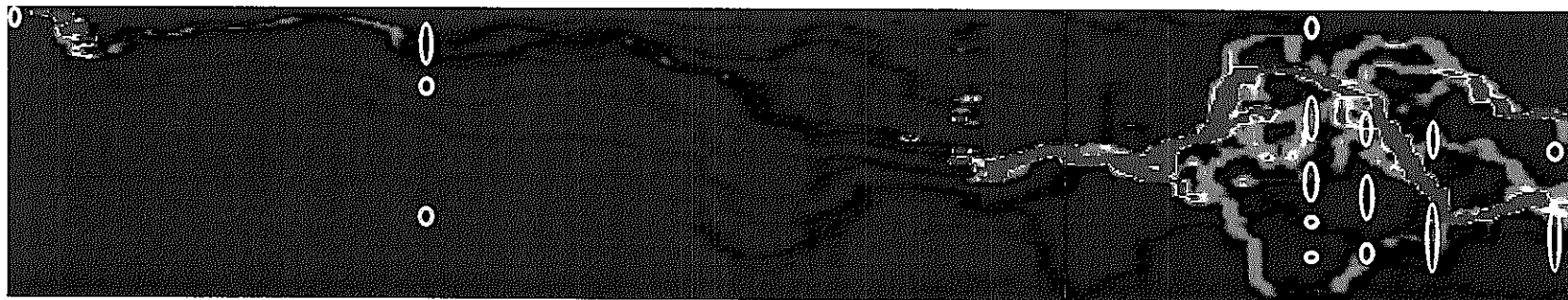


図2 ウラン浸出開始 1.27×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンボルーションを行った場合)



※ ……試錐孔近傍のウラン高濃集部

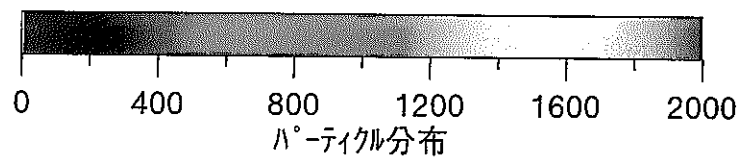
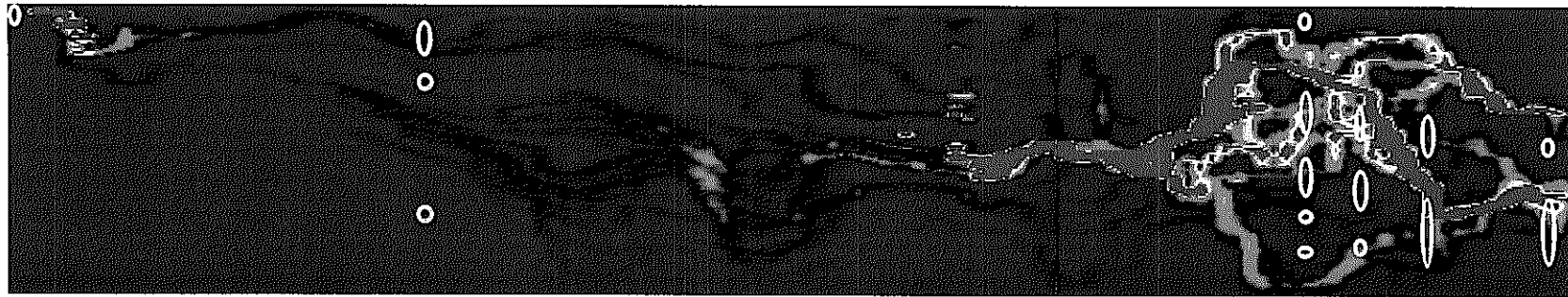


図2 ウラン浸出開始 1.90×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンボルーションを行った場合)



※ ○…試錐孔近傍のウラン高濃集部

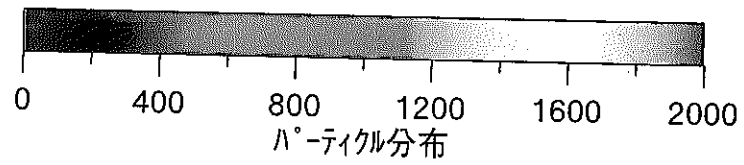
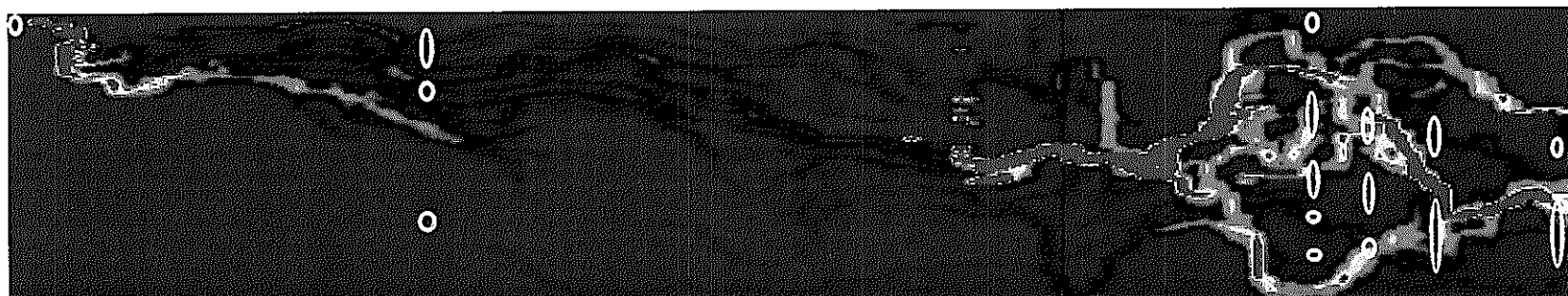


図2 ウラン浸出開始 2.54×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンボリューションを行った場合)



※ ○ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

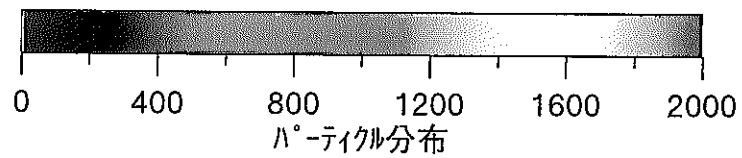
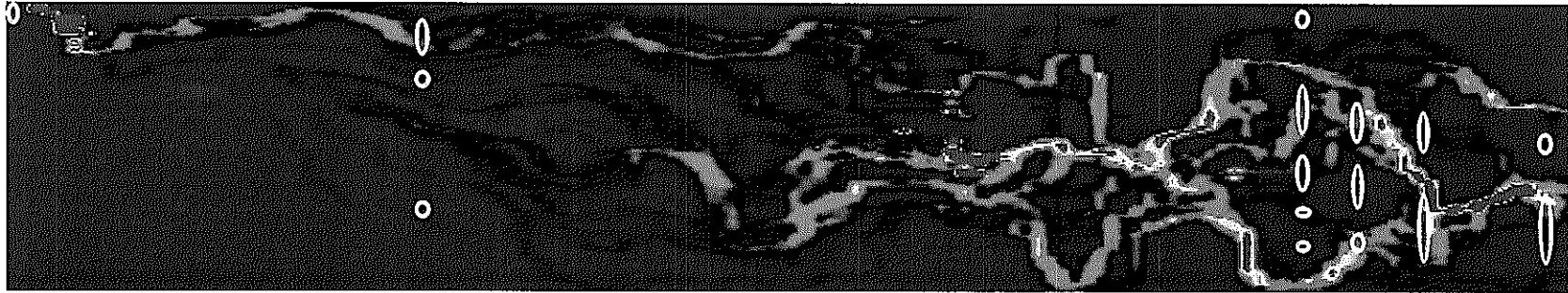


図2 ウラン浸出開始 3.17×10^6 Rd年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース1.7_3、代替的なコンポリューションを行った場合)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

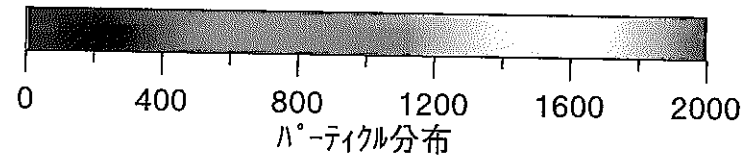
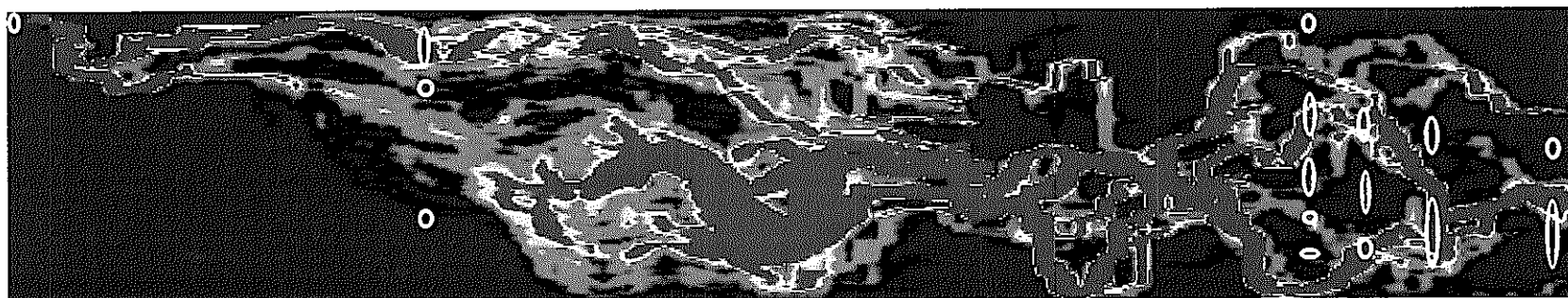


図2 ウラン浸出開始 3.81×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンボリューションを行った場合)



※ ……試錐孔近傍のウラン高濃集部

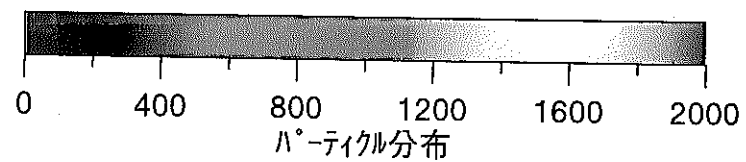
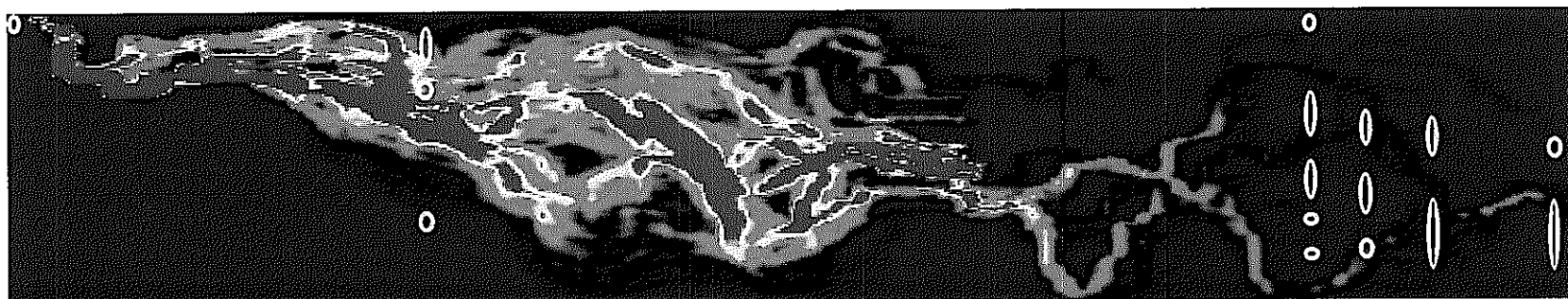


図2 ウラン浸出開始 4.44×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンポリューションを行った場合)



※ …試錐孔近傍のウラン高濃集部

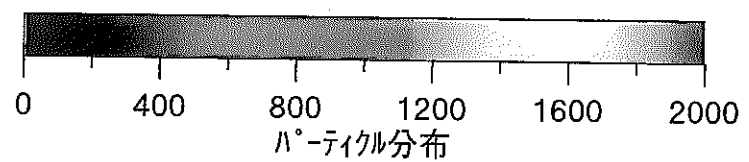
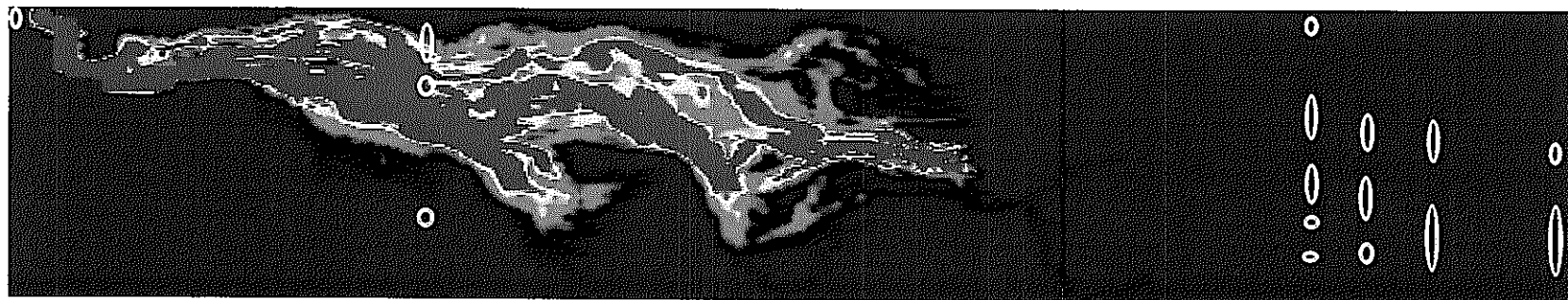


図2 ウラン浸出開始 5.07×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンポリューションを行った場合)



※ ……試錐孔近傍のウラン高濃集部

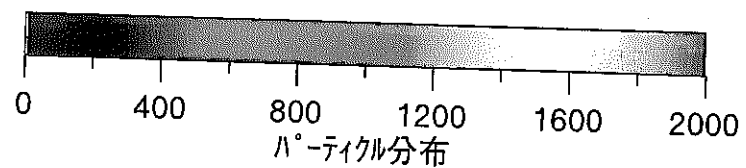
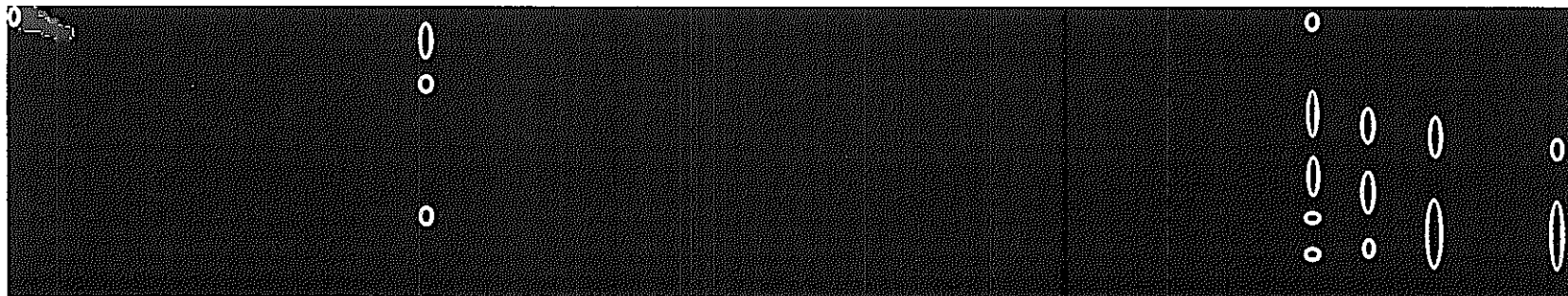


図2 ウラン浸出開始 5.71×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンポリューションを行った場合)



※ ……試錐孔近傍のウラン高濃集部

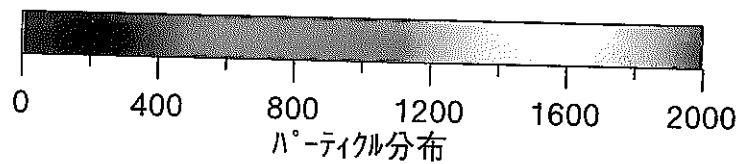


図2 ウラン浸出開始 6.34×10^6 Rd 年後に解析対象領域に供給されたウラン分布
(ケース 1.7_3、代替的なコンポリューションを行った場合)