

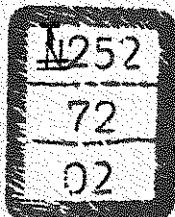
本資料は 年 月 日付で登録区分、
変更する。

01.11.30

[技術情報室]

PNC

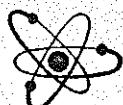
USER'S MANUAL



軸対称および平面構造物の非定常熱応力解析プログラム

TASC

Thermal Analysis of Axisymmetric Sodium Components



動力炉・核燃料開発事業団

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)

要 旨

このコードは、昭和46年度に、動力炉核燃料開発事業団により、高速増殖炉の開発に必要な、熱応力解析コード開発計画の一環として、C R C 社の協力のもとに開発されたものである。

このコードは有限要素法により、軸対称構造物の過渡熱応力解析を行なうものである。温度計算、応力計算はそれぞれ単独に、或は組合せて行なうこともでき、その結果はプロッターを使用して、図形化することができる。

インプット、アウトプットは各種の方法を用いることができ、要素の自動分割を行なうこともできる。各種の材料特性は温度の関数として変化させながら計算を行なうことができる。

高速増殖炉開発本部 安全性グループ

川 口 修
岡 林 邦 夫
加 納 嶽

目 次

	頁
I はじめに	1
II TASC プログラムの内容	4
1. 解析対象構造物	4
2. プログラムの構成と制限	5
3. 要素の自動分割	9
4. 热伝導問題の有限要素法による定式化	10
5. 温度分布解析における境界条件	16
6. 有限要素法による軸対称構造物の応力解析	18
7. 応力解析における境界条件	26
8. 連立一次方程式の解法	27
III TASC プログラムの入出力	29
1. 入出力データの作成方法	29
2. 出力される結果	48
3. 出力結果の図形表示	49
IV TASC プログラムによる計算例	50
1. 解析モデル	50
2. 解析	54
3. 結果	55

I は じ め に

このコード“TASC”(Thermal Analysis of Anisymmetric SComponents)は、動力炉・核燃料開発事業団(高速増殖炉開発本部)の要請により FEATS (WANL-TME-1888, J. A. SWANSON, 1969) プログラムを母体にして、センチュリ・リサーチセンタ株式会社の協力を得て Version Up を行ない、CDC 6600 用に完成させたプログラム・システムである。プログラムはほとんどすべてが FORT RAN IV で書かれており容易に他の計算機に整備することができよう。

FEATS プログラムは、非常に簡単な Mesh Generator を備えた有限要素法による、軸対称構造物(あるいは平面構造物)の定常温度分布および応力解析を、行なうことができるコードである。このプログラムの能力を拡張して、TASC プログラムができ上がったのであるが、その拡張の内訳を次に示し、FEATS プログラムと TASC プログラムとの比較を表にまとめておく。

- 1) 任意形状の軸対称構造物(あるいは平面構造物)の要素分割を自動的にプログラムで行ない、計算に必要な節点座標と要素の結合データを自動的に生成し、次の段階に進むことができる。また生成したデータの入力図をプロットし、節点座標と要素データを TASC の入力形成にしたがって、カードにパンチすることもできテープにセーブしておくこともできるようになっている。この場合には、次の計算でまた自動分割を行なうことなしに、カードあるいはテープから入力して計算の実行に入ることができる。
 - 2) 非定常熱伝導問題の解析が可能となり、それにしたがい応力解析も指定した時間間隔で行なうことができる。非定常温度分布の計算では、時間増加の間隔を自由に変えることができ時間当たりの温度変化も同様に変えることができる。非定常温度分布を計算したのち必ず応力計算に入る必要はなく、指定した時間間隔で要素の温度分布をテープにセーブしておき、別の機会にセーブした温度分布を用いて応力解析を行なうことができる。
- 温度境界として対流境界を扱う場合には、熱伝達係数が必要となるが TASC プログラムでは、この熱伝達係数をオプションで自動的に計算できるようにしてある。
- 3) 温度分布の計算あるいは応力解析において、材料特性を温度の関数として折線近似

して与えられるようになっているが、これら材料特性の数を拡張してある。

また、バンド巾も拡張しており、温度計算では 108、応力計算では 54 となっている。これらのバンド巾についてはチェックを行なっており、バンド巾を越えるような場合があれば、エラーメッセージを出しデータのチェックだけを行ない、計算に入らないで終了するようになっている。

4) プロット・ルーチンは、Calcomp 763 用に整備し 10×10 (インチ) と 25×25 (インチ) の大きさにオプションで使い分けられるようにした。ただし、 25×25 (インチ) の場合には、全体図を分割して書く必要は生じないであろうという仮定のもとで、全体図のみを書くようになっている。

従って等高線のプロットの場合にもこの思想は、貫ぬかれている。 10×10 (インチ) の場合には、全体図を分割して完全にプロットできるようになっており、等高線をプロットする場合にも同様である。

非定常温度分布やその後で実行される応力分布のプロットは、プロット間隔を指定することにより等高線のプロットを行なうようになっている。

なお、Print out としては、日時、ページ数、タイトル Print line の制御も完全に行なうようになっている。

上記のことを、わかりやすく、簡単な表にして次頁でまとめておく。

以上のように大きく分けて 4 つの機能を追加あるいは整備し、“軸対称ナトリウム・コンポーネントの熱応力解析コード (TASO) ”が完成した。

FEATS プログラムと TASC プログラムの改良点の比較表

プログラム 主な点	FEATS	TASC
温度分布解	定常温度分布	定常、非定常温度分布。また指定した時間間隔ごとに非定常温度分布を tape に Save し、 restart して応力解析に入ることができる。
熱伝達係数	カード入力	自動的に計算できる（内部流体が液体金属の場合）。
応力分布	温度定常状態のみ	温度定常、非定常状態で可能 restart の機能を持つ
Von Mises の相当応力	計算できない	計算できる
Mesh Generator	非常に簡単なものの み Generate できる	複雑な形状まで Generate できる
Mesh Generate 後 の Data の Tape 等 への Save	できない	カードへのパンチ出力、 tape への Save ができる restart の機能を持つ。
応力計算 バンド巾 { 温度分布	27 54	54 108
data 入力時のバ ンド巾の check	やっていない	54 を基準にしてやっている
入出力図	CRT Plotter (10×10inch) に出力	Calcomp 763 用に整備、 10×10inch, 25×25inch を option で使用できる。 10×10inch の場合、完全に図の block- ingができるように整備。非定常解析では time も記入する。
材料特性と温度の関 係を指定できる数	8	30
Print out の Control	なし	タイトル、日時、ページ数の Print, Print line の制御、 time の Print

II TASCプログラムの内容

1. 解析対象構造物

TASCプログラムは、軸対称構造物の温度分布の計算と応力分布の計算を、有限要素法により行なうことを目的としたプログラム・システムである。（しかし、プログラムの能力としては、平面構造物の温度分布と応力分布の計算も行なえるようになっており、入力方法が示してある。ただし、実際に計算を行なった経験は現在のことろない。）

有限要素法による解析を行なう場合、入力データの量が多いということは一般的なことであるが、このコードでは入力データ作成の煩雑さを軽減するために、Mesh Generator を備えており、また入力データを計算機内部で自動的に生成できるものは、できるだけ自動的に計算を行なうようになっている。

入力データと同様に出力される結果は、非常に量の多いものであり特に非定常温度分布解析を行ない応力分布の計算まで行なう場合には、Printoutされる量は大変なものとなる。このような結果の整理を簡略化し、視覚的に把握できるようにプロッター・ルーチンが完備している。

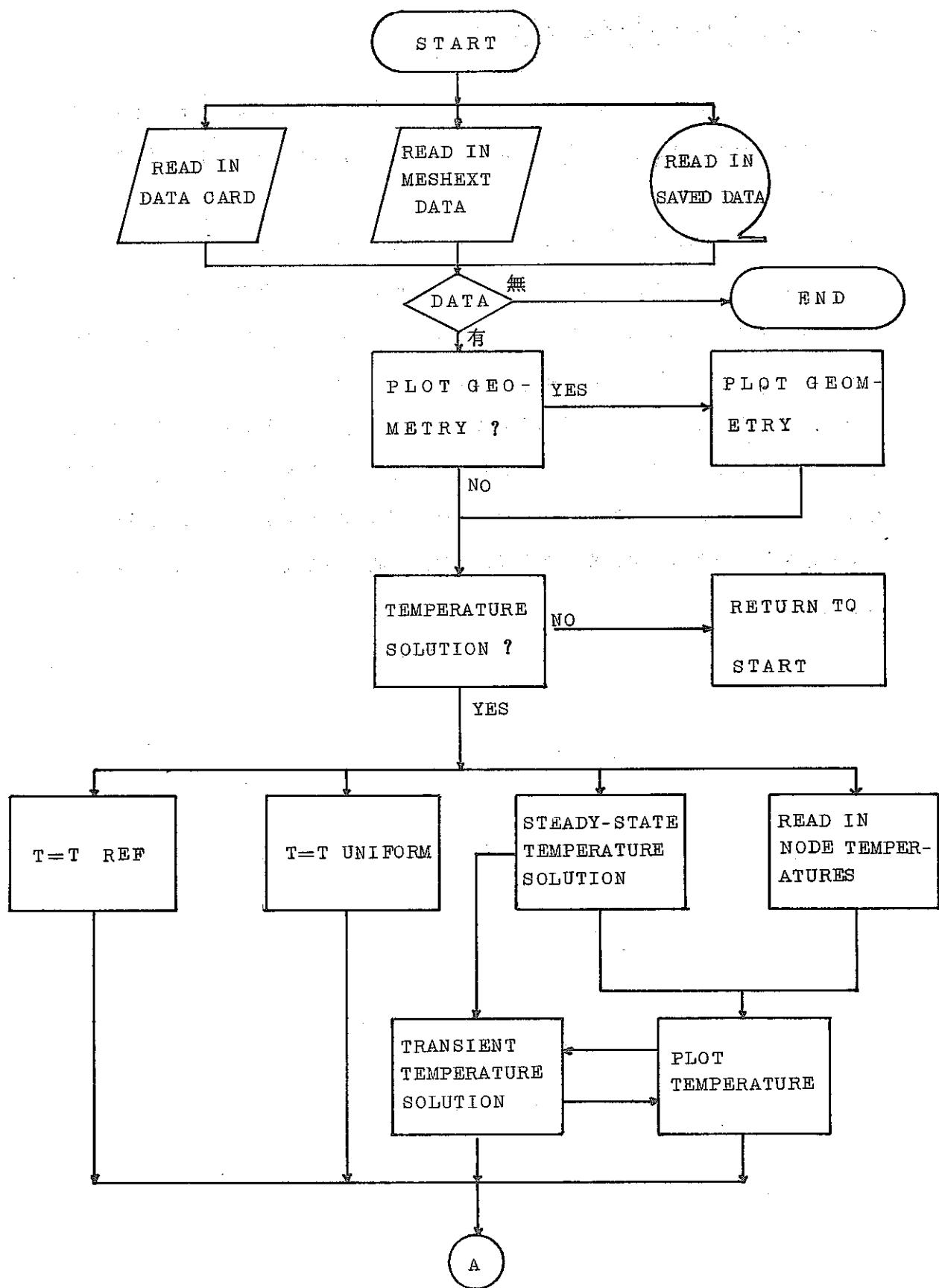
次節以降でTASCプログラムの構成や内容について説明を行ない、次の章では入力関係についての説明を行なう。

2. プログラムの構成と制限

TASC コードは、軸対称構造物の熱応力問題を解析するために作られたものであり、定常および非定常熱伝導問題の解析、あるいは熱荷重のない応力解析問題についても使用することができる。

TASC コードの構成は、大別すると次のような4つの部分に分けることができる。すなわちデータ入力、温度分布の計算、応力分布の計算そして出力結果のプロットである。さらにこれらの流れが理解できるように、TASC コードの概略的な流れ図を図2-1に示し、プログラムの制限については表2-1に示した。

なお、TASC コードは、基本要素形状として一定歪の三角形要素を用いているので、応力および歪は要素内で一定であるから、応力の変化が急激である部分の近似を良くするためには、その部分の要素の数をその場合に応じて多くする必要がある。また非定常熱伝導問題の解析を行なう場合には、時間の増加間隔について十分考慮する必要がある。



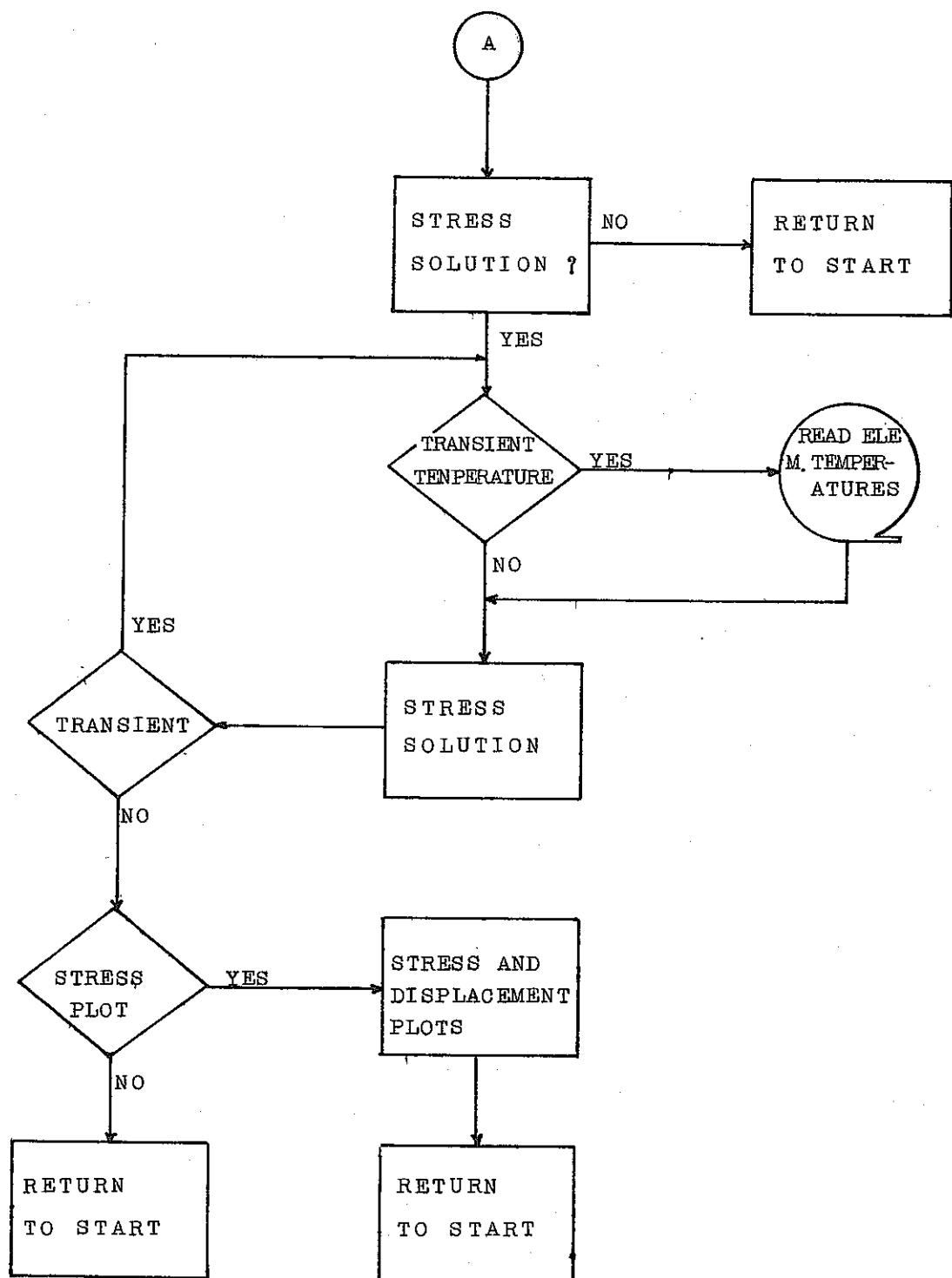


図 2 - 1 TASC プログラムのフローダイアグラム

変 数

制限 値

節点数(NUMNP)	900
要素数(NUMEL)	800
バンド巾(NB) ^(*)	
温度解を求めるとき	108
応力解を " "	54
変位または力を拘束する節点数 (NUMDIS)	200
分布圧力を指定できる境界辺数 (NUMPC)	250
境界節点温度を指定できる数 (NUMTC)	250
対流境界条件を指定できる数 (NUMCFC)	200
輪郭を表わす辺の数 (IB)	260
全体図を分割できる最大数 (NMULPT)	9
異種材質数 (MTYPE)	12
温度の関数として与えられる材料特性の数 (NUMTC)	30
TASC プログラムの必要全メモリー	8.4 K語

使用テープ・ユニットの内訳

TAPE 10 幾何学的形状データの Save
 " 11 Plotter 出力
 " 86 温度分布 Save

表 2 - 1 TASC プログラム使用上の制限

(*) 任意の要素に関する節点番号差の最大値に 1 を加えた数が、温度計算では 108 , 応力計算では 54 以下であること。温度分布を計算し応力解析を行なう場合には、必ず 54 以下でなければならぬ。現プログラムのバンド巾は 54 を基準に、 check している。

3. 要素の自動分割

有限要素法により構造解析を行なう場合、解析する構造物が如何なる物であろうとも、共通して問題となることとして入力データの量が膨大なものになることが上げられる。また応力状態の変化を考慮して要素分割を細かくした場合には、さらにデータ量が増加することは明らかであり、このような場合データ作成に対する手間を、無視することができなくなってくる。このような問題を幾分でも軽減するためにTASCコードでは、要素の自動分割を行なうプログラム“MESHEXT”を備えている。これはMESHGENを改良して作ったものである。このMesh Generatorの使用方法については、後述するのでここではGeneratorの概略を説明する。

このGenerator“MESHEXT”は、複雑な構造でも自動分割できるようになっている。しかし、あまり複雑な構造や微妙な要素分割には、応用できないこともある。分割方法は、全構造物を幾つかのブロックに分け、そのブロック内を自動分割し、各ブロックを結合すると全体の構造物ができるという手順をふむ。なお構造物の境界辺が曲線よりなっている場合には、直線で近似して得られるので良い近似を得ようとするなら、要素分割を細かくしなければならない。“MESHEXT”に関する詳細な説明は、“TASC プログラムの入出力”で行なっている。

4. 热伝導問題の有限要素法による定式化

軸対称問題に限らず定常熱伝導問題を支配する基本式は、非定常熱伝導問題を支配する基本式の未知温度関数を時間で微分する項を考慮しない場合が相当するので、軸対称問題の非定常熱伝導解析の場合についてのみ簡単に説明する。

(1) 支配方程式

軸対称問題の非定常熱伝導問題を支配する方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + r Q - r \rho C \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

ここで境界条件として次の2つのものを考える。

- (a) 境界 A で指定された温度
- (b) 境界 B での対流境界条件

対流境界条件を考慮し(1)式と等価で、最小化を必要とする汎関数は

$$\begin{aligned} \chi = & \int_V \frac{1}{2} \left[\left\{ r K \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + r K \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right\} - \left\{ (r Q - r \rho C \frac{\partial T}{\partial t}) T \right\} \right] dV \\ & + \int_S r q T ds + \int_S \frac{1}{2} \alpha r (T - T_0)^2 ds \end{aligned} \quad (2)$$

ただし

r, z ; 座標

T ; 未知温度

T_0 ; 外部温度

t ; 時間

ρ ; 密度

K ; 热伝導係数

Q ; 内部発热量

C ; 比熱

q ; 境界での単価面積当たりの熱流入量

α ; 境界での熱伝達係数
である。

(2) 有限要素法による定式化

TASC プログラムの基本要素は、3 節点をもつ三角形要素であるので要素内部の温度分布は、 r , z の一次関数として次式のように仮定する。

$$T(r, z) = a_1 + a_2 r + a_3 z$$

$$= [1, r, z] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

あるいは簡単に

$$T = [A] \{ \vec{a} \} \quad (4)$$

と表わす。なお頭の * は、要素単位についての式であることを表わす。

ここで未定係数 $\{\vec{a}\}$ を決定するために、(3)式あるいは(4)式を、要素節点でたてる。

$$\{\vec{T}\} = [G] \{ \vec{a} \} \quad (5)$$

(5)式から $[G]$ マトリックスの逆行列をとり $\{\vec{a}\}$ を求めた後、(4)式に代入すれば要素内部の温度分布 T は、要素節点温度 $\{\vec{T}\}$ で表わすことができる。すなわち

$$T = [A] \cdot [G]^{-1} \{ \vec{T} \} = [N] \{ \vec{T} \} \quad (6)$$

ここで

$$[N] = [N_1, N_2, N_3] \quad (7)$$

$$\{\vec{T}\} = \{ T_1, T_2, T_3 \}^t \quad (8)$$

である。右上添字 t は転置行列を意味する。1つの任意要素について(2)式の汎関数 χ を求めたものを χ とすれば、その1つの要素における χ の微係数に対する寄与を求めるため、その任意の1つの点に関して微分すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \chi^*}{\partial T_i} = & \int_{V_e} \left\{ r K \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + r K \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) - \right. \\
& \left. r Q \frac{\partial T}{\partial T_i} \right\} dV + \int_{V_e} r \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial}{\partial T_i} dV + \int_{V_e} r q \frac{\partial T}{\partial T_i} ds \\
& + \int_{S_e} r \alpha (T - T_0) \frac{\partial T}{\partial T_i} ds
\end{aligned} \tag{9}$$

(9)式の体積積分は、一つの要素について行ない面積分の項は、対流境界条件が指定された要素の境界面についてのみ考慮する。

(6)式より(9)式の成分は

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \left[-\frac{\partial N_1}{\partial r}, \frac{\partial N_2}{\partial r}, \frac{\partial N_3}{\partial r} \right] \{ \dot{T} \} \tag{10}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial z}, \frac{\partial N_2}{\partial z}, \frac{\partial N_3}{\partial z} \right] \{ \dot{T} \} \tag{11}$$

であるから次式が成り立つ。

$$\frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial N_i}{\partial r} \tag{12}$$

$$\frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial N_i}{\partial z} \tag{13}$$

$$\frac{\partial T}{\partial T_i} = N_i \tag{14}$$

(10)式から(14)式までを(9)式に代入し、要素節点すべてについて微分を行なった結果は、簡単に次式のように表わせる。

$$\frac{\partial \chi^*}{\partial \{ \dot{T} \}} = \{ \dot{h} \} \{ \dot{T} \} + \{ \dot{C} \} \frac{\partial}{\partial t} \{ \dot{T} \} + \{ \dot{F} \} \tag{15}$$

(15)式のマトリックスは成分形で表わすと、次のようになる。

$$\dot{h}_{i,j} = \iint \left\{ r K \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + r K \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right\} dr dz \tag{16}$$

$$\hat{C}_{ij} = \iint r N_i \rho C N_j dr dz \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_i &= -\iint r Q N_i dr dz + \int_{S_e} r q N_i dS - \int_{S_e} r \alpha N_i T_0 dS \\ &\quad + (\int_{S_e} r [N] \alpha N_i dS) \{ \hat{T} \} \end{aligned} \quad (18)$$

(18)式の第3項は、対流境界のある場合のみ外力項に加え、第4項も同様に対流境界のある場合のみ付加的な値として(16)式に加えられるものである。第2, 第3, 第4項の積分は、境界面積分を意味している。

今まで1つの任意要素について論じてきたが、全体の領域にわたって汎関数を最小化する方程式は次式のように組み立てられる。

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{T\}} = [H] \{T\} + [C] \frac{\partial}{\partial t} \{T\} + \{F\} = 0 \quad (19)$$

ここで

$$[H] = [a]^t [\hat{h}] [a] \quad (20)$$

$$[C] = [a]^t [\hat{c}] [a] \quad (21)$$

$$\{F\} = [a]^t \{\hat{F}\} \quad (22)$$

である。[a]マトリックスは、要素節点と構造節点を結びつける長方形の論理マトリックスである。[\hat{h}], [\hat{c}]そして \{\hat{F}\} は、次のようなマトリックスである。

$$[\mathbf{h}] = \begin{bmatrix} *h_1 & & \\ & *h_2 & 0 \\ & & \ddots \\ 0 & & *h_m \end{bmatrix} \quad [\mathbf{c}] = \begin{bmatrix} *c_1 & & \\ & *c_2 & 0 \\ & & \ddots \\ 0 & & *c_m \end{bmatrix} \quad \{\mathbf{F}\} = \begin{bmatrix} *F_1 \\ *F_2 \\ \vdots \\ *F_m \end{bmatrix} \quad (23)$$

ここで(23)式の \square は、要素総数を表わしている。

これより最終的な方程式である(19)式を解けば、軸対称問題の非定常熱伝導解析は、行なうことができる。

[3] 数値計算法

前節で非定常熱伝導問題の有限要素法による定式化を行ったが、(19)式でみられるような時間 t に関する偏微分方程式となっている。従って、非定常熱伝導解析は、定常熱伝導解析におけるように簡単な方法で扱うことができないので、次に説明する。

$t = 0$ のときの初期値 $\{T\}$ は与えられるものとする。(19)式に対して t と Δt の間を差分により近似し、中間値 $t + \Delta t/2$ で基礎式を表わす。

$$[\mathbf{H}] \{T\}_{t+\Delta t/2} + [\mathbf{C}] (\{T\}_{t+\Delta t} - \{T\}_t) / \Delta t + \{F\} = 0 \quad (24)$$

となり、 $[\mathbf{H}]$, $[\mathbf{C}]$ そして $\{F\}$ は時間 $t + \Delta t/2$ での値である。なお

$$\{T\}_{t+\Delta t/2} = (\{T\}_{t+\Delta t} + \{T\}_t) / 2 \quad (25)$$

であるから、(25)式を(24)式の $\{T\}_{t+\Delta t}$ に代入すると次式が得られる。

$$\{T\}_{t+\Delta t/2} = ((\mathbf{H}) + 2(\mathbf{C}) / \Delta t)^{-1} (2(\mathbf{C}) \{T\}_t / \Delta t - \{F\}) \quad (26)$$

(26)式で求まった値を(24)式に代入すれば、最終的な次式が得られる。

$$\{T\}_{t+\Delta t} = 2\{T\}_{t+\Delta t/2} - \{T\}_t \quad (27)$$

以上で温度分布は求まる。次の時間ステップでは(27)式で求めた値を初期値として、上

記の方法を繰り返せば、非定常熱伝導問題の解析を行なうことができる。

(4) TASC プログラムにおける伝導マトリックスの取り扱い

温度分布の計算では、三角形要素は3個の三角形、四角形要素は4個の三角形にプログラム内で自動的に分割する。要素の平衡方程式を求める場合には、要素中点の方程式を消去して求める。この取り扱い方法については、応力解析の要素剛性マトリックスの取り扱いの項で説明している方法と同じであるので、その項を参照されたい。

(5) 参考文献

- (1) O. C. Zienkiewicz and C.J. Parakh
"Transient Field Problem's ; Two-Dimensional and Three-Dimensional Analysis by Isoparametric Finite Elements"
I. J. N. M. E. Vol. 2 PP 61-71
- (2) O. C. Zienkiewicz
"The Finite Element Method in Engineering Science"
McGraw-Hill 1971

5. 温度分布解析における境界条件

温度分布を計算する場合の境界条件としては、固定温度境界と対流温度境界そして断熱温度境界を考慮することができる。これらの境界条件の取り扱いについて説明する。

(1) 固定温度境界

この境界条件は、応力解析における拘束条件と同じ考え方で取り扱える。従ってこの場合には、構造物の固定した節点温度条件として、与えればよい。

(2) 対流温度境界

構造物の表面に流体などが接して流れる場合には、その表面を対流境界として扱かう。この場合各要素表面ごとに熱伝達係数と流体温度を与えなければならない。

TASC プログラムでは、内部流体として液体金属（流体ナトリウム）を想定しており、この場合の液体金属の熱伝達係数は、次式により計算するようにしている。

$$\alpha = \frac{K}{D} \left\{ 5.0 + 0.025 (\rho V D C_p / K)^{0.8} \right\}$$

ここで

K ; 流体の熱伝導係数

C_p ; 流体の比熱

ρ ; 流体の密度

V ; 流体の速度

D ; パイプの直径

(ρ V D C_p / K) ; Peclet number

であり、これらのデータ入力方法は後述する。

(3) 断熱境界

熱伝導はあるが熱伝達はないというような場合には、対流温度境界と同じように扱えばよい。すなわち、熱伝達係数と流体温度を零として対流温度境界条件で与えれば断熱境界が表わせる。簡単に扱うには、放置すればよい。

温度分布計算における温度境界条件としては、上記のようなものがあつかえるが、内部発熱のある場合には、材料内の発熱率が一様な場合のみ考慮することができる。

6. 有限要素法による軸対称構造物の応力解析

有限要素法による軸対称体の応力解析については、多くの文献があるのでここでは簡単に述べる。このプログラムでは、任意の四角形要素を用いることができるが、基本要素形状は三角形要素であるので変位関数としては r 、 z の一次式を仮定するものとする。

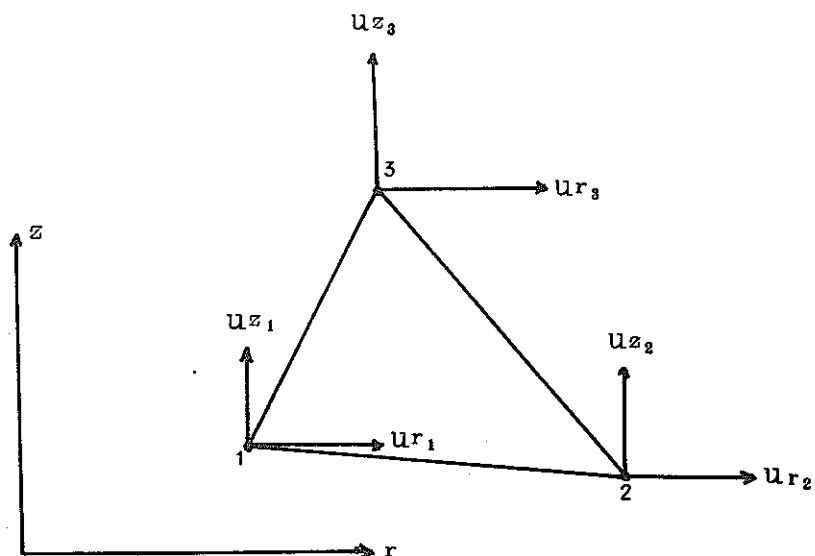


図 6-1 三角形リング要素

[1] 補間関数

要素内部の変位を次のように仮定する。

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & r & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix} \quad (28)$$

簡単に

$$\{u\} = [A]\{\overset{*}{a}\} \quad (29)$$

と表わす。なお頭の添字*は要素単位を表わす。ここで未定係数 $\{\hat{a}\}$ を決定するために、(2)式を3頂点で立て、簡単に表わすと次式が得られる。

$$\{\hat{u}\} = [G]\{\hat{a}\} \quad (20)$$

(20)式より $[G]$ の逆行列をとれば、未定係数 $\{\hat{a}\}$ は節点変位の関数として表わすことができ、(2)式に代入すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \{u\} &= [A][G]^{-1}\{\hat{u}\} \\ &= [N]\{\hat{u}\} \end{aligned} \quad (21)$$

(21)式より要素内部の変位を要素節点の変位で表わすことができ、 $[N]$ は補間関数である。

(2) ひずみ - 変位の関係式

軸対称問題における要素のひずみ成分は、次のように表わす。

$$\{\hat{\epsilon}\} = \{\epsilon_{rr}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{rz}\} \quad (22)$$

(22)式よりひずみ-変位の関係式は、次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \epsilon_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta r} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\delta}{\delta z} & \frac{\delta}{\delta r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_r \\ u_z \end{Bmatrix} \quad (23)$$

簡単に表わすと

$$\{\hat{\epsilon}\} = [D]\{u\} \quad (24)$$

となる。

(34)式に(29)式を代入すると

$$\begin{aligned}\{\dot{\varepsilon}\} &= [D][A]\{\dot{a}\} \\ &= [b]\{\dot{a}\}\end{aligned}\quad (35)$$

となる。さらにひずみ成分を要素節点変位の関数として表わすには、(30)式を(35)式に代入する。

$$\{\dot{\varepsilon}\} = [b][G]^{-1}\{\dot{u}\} \quad (36)$$

(3) 応力 - ひずみの関係式

要素の応力成分は次のように表わす。

$$\{\dot{\sigma}\} = \{\sigma_{rr}, \sigma_{zz}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{rz}\} \quad (37)$$

(37)式から応力とひずみの関係式を表わすと

$$\{\dot{\sigma}\} = [\dot{E}](\{\dot{\varepsilon}\} - \{\dot{\eta}\}) \quad (38)$$

となり、 $[\dot{E}]$ は弾性マトリックス、 $\{\dot{\eta}\}$ は熱による初期ひずみを表わしている。
ここで $[\dot{E}]$ と $\{\dot{\eta}\}$ の内容は

$$[\dot{E}] = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & 0 \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} & 0 \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} & 0 \\ \text{SYM} & & & E_{44} \end{bmatrix}, \quad \{\dot{\eta}\} = T \begin{Bmatrix} \alpha_r \\ \alpha_z \\ \alpha_\theta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (39)$$

となり E は弾性係数とポアリント比で表わされ、 T は要素の平均温度そして α は熱膨張係数である。

これより(38)式に(36)式を代入し展開すれば、要素応力を節点変位の関数として表わすことができる。

$$\{\hat{\sigma}\} = [\hat{E}] \{b\} [G]^{-1} \{\hat{u}\} - [\hat{E}] \{\hat{\eta}\} \quad (40)$$

(4) 要素の平衡方程式

作用節点力と物体力は、次のように表わす。

$$\{\hat{R}\} = \{R_1, R_2, R_3\} \quad (41)$$

$$\{R_i\} = \{R_{ir}, R_{iz}\} \quad (42)$$

そして

$$\{\hat{q}\} = \{q_r, q_z\} \quad (43)$$

これより要素の平衡方程式を求めるために、節点の仮想変位を $\delta\{\hat{u}\}$ とする。節点外力のなす仮想仕事を W とすれば、

$$W = (\delta\{\hat{u}\})^t \{\hat{R}\} \quad (44)$$

となる。また応力と物体力が単位体積当たりになす内部仕事は、

$$r(\delta\{\hat{\epsilon}\})^t \{\hat{\sigma}\} - \delta\{\hat{u}\}^t \{\hat{q}\} \quad (45)$$

となり (45)式に(41)式と(43)式を代入し、全内部仕事を V

$$V = \delta\{\hat{u}\}^t \iint r ((G)^{-1})^t (b)^t \{\sigma\} - (N)^t \{\hat{q}\} dr dz \quad (46)$$

仮想仕事の原理から(44)式と(46)式を用いて次式を得る。

$$\{\hat{R}\} = \iint r ((G)^{-1})^t (b)^t \{\hat{\sigma}\} dr dz \iint r (N)^t \{\hat{q}\} dr dz \quad (47)$$

(47)式に(40)式を代入すれば

$$\begin{aligned}\{\hat{R}\} &= ((\mathbf{G})^{-1})^T (\iint r(\mathbf{b})^T [\hat{\mathbf{E}}] (\mathbf{b}) dr dz) (\mathbf{G})^{-1} \{\hat{u}\} \\ &\quad - ((\mathbf{G})^{-1})^T \iint r(\mathbf{b})^T [\hat{\mathbf{E}}] \{\hat{\eta}\} dr dz \\ &\quad - \iint r(\mathbf{N})^T \{\hat{q}\} dr dz\end{aligned}\quad (48)$$

となる。(48)式を簡単に次式のようにおく。

$$\{\hat{R}\} = \{\hat{k}\} \{\hat{u}\} - \{\hat{J}\} - \{\hat{Q}\} \quad (49)$$

ここで $\{\hat{k}\}$ は要素剛性マトリックス、 $\{\hat{J}\}$ は初期ひずみによる等価節点力そして $\{\hat{Q}\}$ は物体力による等価節点力である。従って要素の平衡方程式は(49)式の形で求まる。

物体が回転対称軸まわりに回転している場合の遠心力は、

$$q_r = \omega^2 \rho r \quad (50)$$

となる。ここで ω は角速度そして ρ は物体の密度である。

(5) 構造系の平衡方程式

前節の(49)式で任意要素の平衡方程式が求まったので、全構造系での平衡方程式を立てると次式のようになる。

$$\{R\} = \{K\} \{u\} - \{J\} - \{Q\} \quad (51)$$

ここで

$$\{K\} = [a]^T [\hat{k}] [a] \quad (52)$$

$$\{R\} = [a]^T \{\hat{R}\} \quad (53)$$

$$\{J\} = [a]^T \{\hat{J}\} \quad (54)$$

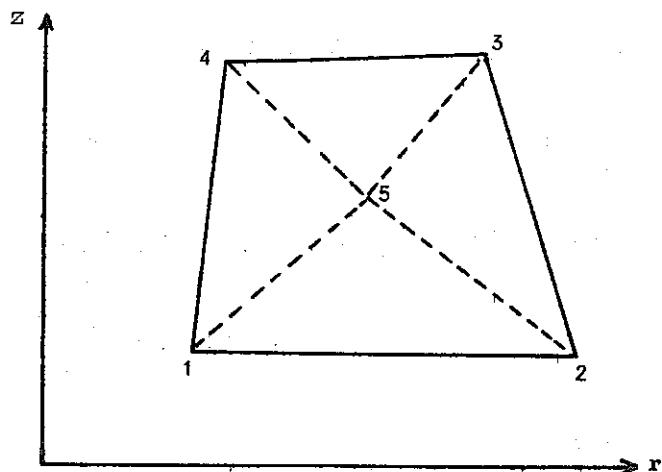
$$\{Q\} = [a]^T \{\hat{Q}\} \quad (55)$$

である。〔a〕マトリックスは、要素節点と構造節点を結びつける結合マトリックスであり、対角マトリックスと列マトリックスは(4)式と同じ形をしている。

これより(6)式を解けば節点変位は求まる。要素応力は、求まった節点変位と(4)式を用いれば、計算できる。

(6) T A S C プログラムにおける要素剛性マトリックスの取り扱い

このコードでは三角形要素と四角形要素が扱えるが、四角形要素の場合にはプログラム内で自動的に、次のような取り扱いを行なっている。



問 6 - 2 四角形要素の自動分割

入力要素が四角形の場合には、図6-2のように4個の三角形要素に分割する。

$$r_5 = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) / 4$$

$$z_5 = (z_1 + z_2 + z_3 + z_4) / 4$$

56

これより4個の三角形について求めた要素の平衡方程式を用いて、四角形要素に関する平衡方程式を組み立てサブマトリックスの形で次のように表わす。次式で添字aは、節点1, 2, 3, 4に関するものであり、bは節点5に関するものである。

$$\begin{Bmatrix} R_a \\ R_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} \quad (57)$$

ここで(57)式を展開すると

$$\{R_a\} = [k_{aa}]\{u_a\} + [k_{ab}]\{u_b\} \quad (58)$$

$$\{R_b\} = [k_{ba}]\{u_a\} + [k_{bb}]\{u_b\} \quad (59)$$

となり、(59)式を $\{u_b\}$ について解くと、次式のようになる。

$$\{u_b\} = [k_{bb}]^{-1}(\{R_b\} - [k_{ba}]\{u_a\}) \quad (60)$$

ここで(60)式を(58)式に代入すると

$$\begin{aligned} \{R_a\} - [k_{ab}][k_{bb}]^{-1}\{R_b\} &= ([k_{aa}] - [k_{ab}][k_{bb}]^{-1} \\ &\quad ([k_{ba}]))\{u_a\} \end{aligned} \quad (61)$$

となり、簡単に次のように表わす。

$$\{\bar{R}_a\} = [\bar{k}_{aa}]\{u_a\} \quad (62)$$

四角形要素では(62)式が要素の平衡方程式として用いられる。なお三角形要素の場合には、1個の三角形要素として要素の平衡方程式を立てている。

(7) Von Mises の Equivalent Stress

TASC プログラムでは、一次元応力場との比較が行なえるように新たに Von Mises の相当応力を計算するようにしたので、その計算式を明らかにしておく。

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr})^2 + 6\sigma_{rz}^2 \}} \quad (63)$$

(7) 参考文献

- 1) Zienkiewicz and Cheung, "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics" , McGraw-Hill . 1967
- 2) Zienkiewicz "The Finite Element Method in Engineering Science" . McGraw-Hill , 1971

注 TASC は弾塑性解析についての能力も持っているが(直接反復法)実際に
PNC ではまだテストしていない。

7. 応力解析における境界

T A S C プログラムで扱える境界条件としては、変位境界と荷重境界の2種があるので、それについて説明する。

[1] 変位境界

変位としては、節点における2方向の既定変位という形で与える。この場合には、既定変位の方向が基準の座標系から任意の角度を持っていたら、基準座標系より反時計回りに回転角を与えれば、その角度に従って局部座標系が設定され、既定変位を処理する。

[2] 荷重境界

この境界条件の中には、要素の温度分布を求め、初期ひずみに変換し等価な節点力に置き換えた荷重条件も含めてある。

i) 節点荷重

この境界条件は変位境界と同じ思想で扱っており、局部座標系も考慮できる。

ii) 分布圧力

分布圧力は、構造物の境界を構成する要素の辺ごとに垂直な等分布荷重として与える。そして表面を圧縮する分布荷重を正の圧力として扱う。

iii) 温度分布

熱伝導解析を行なった後で、応力解析に入る場合には、自動的に、要素の温度分布が計算され、等価な節点力に置き換えて取り扱われる。温度計算を行わないで温度分布を与える場合には、一様温度または節点温度で与える。

iv) 自重および遠心力

軸対称構造物が回転しているような場合、材料の密度と角速度を与えれば遠心力が考慮できる。また、密度と ζ 方向加速度を与えれば自重を考慮することができる。

T A S C コードの応力解析で取り扱える境界条件は、上記のようなものである。これらの境界条件の入力方法については後述する。

8. 連立一次方程式の解法

温度分布や応力計算において立てられる連立一次方程式の係数マトリックスは、バンド状に組み立てられ、かつ対称な正方マトリックスである。従って計算機内部にストアする係数はバンド・マトリックスの上半分をストアすればよく、T A S C プログラムでは、この上半分のバンド・マトリックスを用いてガウスの消去法により、前進消去、後退代入という手順をふみ解を求めている。ここでは、これらの手順を簡単に説明する。

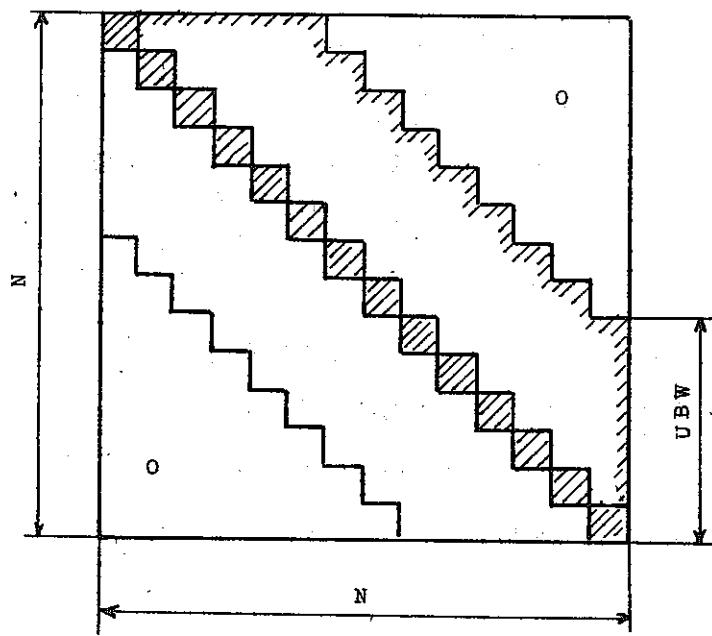


図 8-1 バンドマトリックス

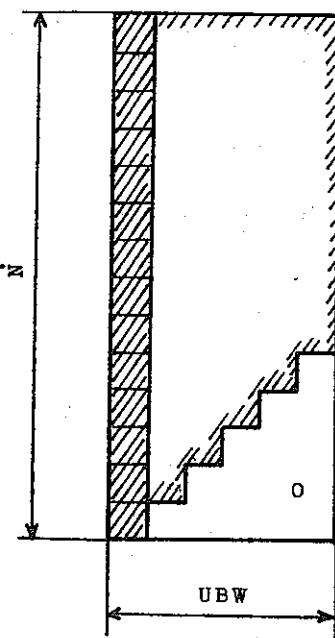


図 8-2 ストアする上バンドの配列

組み立てた連立方程式を簡単に表わすと

$$[K] \{r\} = \{R\} \quad (70)$$

となり $[K]$ マトリックスは、図 8-1 のように組み立てられ、図 8-2 のようにストアする。そして $\{R\}$ マトリックスは、列マトリックスであり 1 列にストアしている。

ここで N は構造物の全自由度数であり、 UBW はバンド巾を表わしている。

ガウスの消去法の説明に入るまえに (70) 式を次のような形で表わしておく。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{Bmatrix} \quad (71)$$

これより (71) 式の係数マトリックスを前進消去し、下三角形の要素を消去する。

その消去演算は次のように行なう。

第 m 式の両辺を k_{mm} で割り、 k_{jm} をかけたものを第 i 式から引くと、

$$k'_{mi} = k_{mi} / k_{mm} \quad (i = m+1, m+2, \dots, n) \quad (72)$$

$$k'_{ij} = k_{ij} - k'_{mi} \cdot k_{jm} \quad (j = m+1, m+2, \dots, n) \quad (73)$$

となる。さらに外力項の修正は

$$R'_m = R_m / k_{mm} \quad (74)$$

$$R'_i = R_i - k'_{mi} \cdot R'_m \quad (i = m+1, m+2, \dots, n) \quad (75)$$

となり (72) から (75) 式を逐次実行し、対角要素と下側非対角要素を

$$k'_{mm} = 1, \quad k'_{im} = 0 \quad (i = m+1, m+2, \dots, n) \quad (76)$$

と置き換えれば消去演算は終了する。最終的な形は、次のようなものである。

$$\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & \cdots & \cdots & u_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} \quad (77)$$

これより未知数 r は、後退代入により $r_n, r_{n-1}, r_{n-2}, \dots, r_1$ の順で得ることができる。

III TASC プログラムの入出力

1. 入力データの作成方法

(注) : 各項目ごとに入力の FORMAT を記入しておく。

ここで A タイプは、任意の英数字を記入

I タイプは、整数を col. 内右づめに記入

F タイプは、実数であり col. 内の位置は問わない。

計算の終了を表わすには、 p 5 6 の注意を参照のこと。

[1] 計算のコントロール

(A) タイトル (1 8 A 4)

col. 1 ~ 7 2 まで、任意のタイトルを英数字で記入できる。

(B₁) コントロール・データ (4 I 5 , 2 F 1 0 . 0)

col. 1 ~ 5 節点総数 } MESHTEXT を使用する場合には 0 以外の数を
6 ~ 1 0 要素総数 } 入れる。

1 1 ~ 1 5 異種材料の数 (E₁ 、 L₁ 参照)

1 6 ~ 2 0 0 軸対称構造物の解析

1 (平面構造物の解析) (2) 過度熱応力解析以外は計算で
きることをテストすみである

2 1 ~ 3 0 参照温度

3 1 ~ 4 0 一様温度 (温度計算における、初期温度値)

(B₂) コントロール・データ (1 0 I 5)

col. 1 ~ 5 0 節点および要素に関するデータ (C) を入力

1 MESHTEXT を使って自動分割する (M のデータ)

2 MESHTEXT で自動分割し入力図をプロットして終了

3 2 に加えて節点座標、要素データのパンチ・アウト

4 2 に加えて節点座標、要素データをテープにセーブ

5 節点座標、要素データをテープからリードして実行

- 1 前問の幾何形状をそのまま使用。 (C) 、 (D₁) データ

は不要。

- 6～10 0 定常温度分布を求める（または節点、要素温度を入力）
1 全温度を参照温度に等値とし、温度計算はやらない。
-1 前問の温度をそのまま使用、あるいは温度計算をストップ。
2 全温度を一様温度とし、温度計算はやらない。
10 (非) 非定常温度分布解析
11 (非) 非定常解析、熱伝達係数が時間とともに変わる。（熱伝達係数はデータ入力）
20 初期値を決定するために定常解析を行ない、非定常解析を行なう。（時間の細分割は可能）
21 (非) 定常解析を行ない初期値を決定し、非定常解析を行なう。熱伝達係数は、自動的に計算する。
22 初期値を決定後、非定常解析を行なう。最後に温度増減のない状態で、数秒間非定常解析を行なう。
（非定常解析を行なう全時間を部分的に分割して、時間増加の間隔を操作できる。）熱伝達係数は、自動的に計算する。
23 初期値として一様温度を使用、以下 22 と同じ。
30 テープにセーブした要素の非定常温度分布を用いて非定常状態での応力解析を行なう。
11～15 0 応力分布を求める。
1 応力分布を求めない。
-1 新しい問題に入る（次の問題のデータリード）
16～20 0 応力分布のプロットを行なう。
1 応力解析の結果だけを print out して次の問題に入る。
21～25 0 等高線間隔をプログラムで自動的に決定。
1 等高線のプロットデータを入力 (p)

- 26～30 0 (平面応力解を求める)
 1 (平面歪解を求める)
 31～35 0 右手座標系を用いるとき
 1 左手座標系を用いるとき
 36～40 0 各材料の発熱率が等しいとき
 1 発熱率をサブルーチン QGENSB で計算 (未使用)
 41～45 N 温度分布を求めるときの繰返し回数
 (热伝導率が温度の関数のとき)。
 ブランクの場合 1 がセットされる。
 (FEATS の持っていた機能は、解が振動しやすいので、ブランクまたは 1 で使用した)
 46～50 0 プロットの大きさをプログラムに任せる。
 (10×10 (インチ))。
 -5 プロットの大きさをプログラムに任せる (25×25 (インチ))。この場合プロッキングはできない。
 N プロット出力を N 個の図形に分割したいとき、その数を書く (各断面の大きさは D_s で与える)。

(B) 時間増加の間隔は一定である。なお 10、11 の場合の初期節点温度は (B₁) データの一様温度で与え、局部的な節点温度の修正は (0) データで行なう。

(B₀) ^(*) プロットコントロールカード (1115)

- 1～5 1 幾何形状のプロット
 2 幾何形状のプロットに節点および要素番号もつける。
 3 2 に加えて、材質番号もつける。
 6～10 1 温度分布をプロット。
 11～15 1 変位をプロット。
 16～20 1 r 応力をプロット。
 21～25 1 z 応力をプロット。
- プロットしないときはブランクにする。

- 26～30 1 フープ(または軸)応力をプロット。
2 1に加えて非拘束体の軸応力をプロット。
3 2に加えて φ 軸まわりに自由に歪む物体の軸応力をプロット。
4 3に加えて r 軸まわりに自由に歪む物体の軸応力をプロット。
31～35 1 $r z$ (せん断)応力のプロット。
36～40 1 最大応力のプロット。
41～45 1 最小応力のプロット。
46～50 1 最大せん断応力のプロット。
51～55 1 最小応力の等傾線をプロット。

(※) プロットしない個所はブランクにする。またなにもプロットしない場合でもブランクカードを入れる。

[2] 幾何学的データ

(1) MESHEXT を使用しない場合

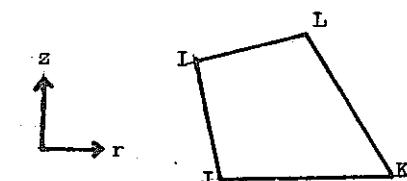
(C) 節点座標データ (15、5X、2F10.0)

1～5	節点番号	} (単位はmm)
11～20	r 座標	
21～30	z 座標	

節点番号は1から番号順に並べなければならない。もし節点番号が飛んでいると、その節点間を結ぶ直線上に節点番号と座標を等間隔に生成する。

(D₁) 要素データ (6 I 5)

1～5	要素番号	} (三角形要素の場合、節点Kを入れる)
6～10	節点I	
11～15	節点J	
16～20	節点K	
21～25	節点L	
26～30	材質番号 (E ₁ 、L ₁ 参照)	



節点は、常に要素上の任意の点から出発し反時計廻りに書かねばならない。
要素上の任意の節点番号の最大差は表2-1に示すバンド巾以下でなければ
ならない。

要素番号は番号順に並べなければならない。もし要素番号が飛んでいると、
要素の位置に無関係に省かれた要素の節点番号として、その前の要素の節点
番号 I、J、K、Lに1を加えたものが自動的に作成される。材質番号は直
前のカードで与えられた値に等しくとられる。最後にくる要素に関するデータ
は必ず必要である。三角形要素についても同様である。

(2) MESHEXT を使用する場合

(B₂) の col. 1~5 の指定により MESHEXT を使用する場合には、(d)、

(D₁) データを入力する代わりに、MESHEXTへの入力データがこの場所で
必要となる。データの作成方法は [6] MESHEXT 入力データ(Q)で説明する。

(D₂) プロット寸法データ (6 F 1 2.2)

(B₂) の col. 46~50 が 0 以下の場合は不要。

このカード (1枚ないし数枚) は (B₂) の col. 46~50 で指定した、全
体図を分割する N 個の分割部分の各々について寸法を指定するのに用いる。
N 個の各部分ごとに 1枚のカードが必要である。

1 ~ 1 2	各部分の最小 r 座標	} (単位は mm)
1 3 ~ 2 4	各部分の最大 r 座標	
2 5 ~ 3 6	各部分の最小 z 座標	
3 7 ~ 4 8	各部分の最大 z 座標	
4 9 ~ 6 0	r _{min} と r _{max} とのプロット图形上の間隔 (インチ)	
6 1 ~ 7 2	z _{min} と z _{max} とのプロット图形上の間隔 (インチ)	

これにより幾何形状プロットの準備が済み、プロット開始以前には、
MESHEXT による自動データ作成は完了している。

[3] 温度分布計算のためのデータ

(B₂) の col. 6 ~ 10 が 1、2 の場合は不要（温度を入力する場合、P 5 1 の [3] に行く）。

各材料ごとに (E₁)、(E₂) を 1 組にして入力する。

(E₁) 材料特性コントロール (2 I 5、F 1 0.2、2 I 5)

1 ~ 5 材質指定番号 (1 ~ 12)

6 ~ 10 热伝導率と温度の関係を指定するために使用する (E₂) の枚数 (最大 30)。この中間値は直線で内挿する。

11 ~ 20 材料内の一様熱発生率 (K cal/sec·m³、必要な場合のみ)

31 ~ 35 (※) 流体に接している要素の数

36 ~ 40 (※) 0 のとき熱伝達係数は自動的に計算する。

(※) (B₂) の col. 6 ~ 10 が 2 以上のときに必要、それ以外はブランクとする。

(E₂) 材質データ (4 F 1 0.2)

温度の増加する順に 1 温度に対して 1 枚のカードが必要であり、最小限使用温度範囲を含むデータとして 2 枚のカード（線型内挿法を使用）が、必要である。

1 ~ 10 温 度 (°C)

11 ~ 20 その温度における熱伝導率 (kcal/hr·m·°C)

21 ~ 30 (※) 比 熱 (kcal/kg·°C)

31 ~ 40 (※) 密 度 (kg/m³)

(※) 非定常温度分布を計算する場合に必要となる。

(F) 対流境界条件 (2 I 5、2 F 1 0.2)

(B₂) の col. 6 ~ 10 が 0 か 2 以上のときに必要。

対流境界条件を定義するものであるが、これは各要素の対流面について次の値を与える。なお断熱温度境界がある場合には、熱伝達係数および流体温度

を零にすれば扱える。また放置しておいてもよい。

内部で熱伝達係数を計算させる場合には、そのデータを最初にそろえる。

1～5 対流境界上の節点 I

6～10 対流境界上の節点 J

11～20 熱伝達係数 (kcal/hr-m²-°C)

21～30 流体温度 (°C)

(F)のデータ終了を示すためにプランク・カードか col. 1～5 に 0 とパンチした
たカードを 1 枚挿入しなければならない。

対流境界条件がない場合でも 1 枚の上記カードを挿入する必要がある。

(F') 流体の材質データ (5 F 1 0.0, I 5)

(B₂) の col. 6～10 が 20 以上の場合、境界を流れる流体のデータを追加
する。20 より小さいときには、入れる必要がない。

1～10 流体の温度 (°C)

11～20 流体の密度 (kg/m³)

21～30 流体の比熱 (kcal/kg-°C)

31～40 流体の熱伝導係数 (kcal/hr-m-°C)

41～50 流量 (m³/hr) } 1 枚目のカードに入れ

51～55 (F') のデータ・カードの枚数 } ればよい。

このデータにより(F)の熱伝達係数を計算する。

(G) 初期節点温度の指定データ (2 I 5, F 1 0.0)

(B₂) の col. 6～10 が 10, 11 の場合に、このデータが必要となる。

このデータは、ある節点からある節点までの温度を非定常解析における初期
値として与えるためのデータである。すなわち一様温度で表わしきれないで
局部的に初期温度が異なっている場合に、このデータで補足する。

1～5 データを与える始まりの節点番号

6～10 終りの節点番号

11～20 上の節点間を指定する初期温度 (°C)

col. 6～10をブランクにすれば1節点ごとに与えられる。このデータの枚数には制限はないが、データの終りを示すとき、あるいは、データを与えない場合にはブランク・カードを挿入しなければならない。

(H) 固定温度境界条件 (I 5, 5 X, F 1 0.0)

1～5 温度を与える節点番号

11～20 節点温度 (℃)

データが終了した場合、あるいはデータがない場合にはブランク・カードを1枚だけ挿入しなければならない。

(I) 材料特性コントロール (2 I 5, 2 F 1 0.2, I 5)

(B₂)のcol. 6～10が20以上の場合にのみ次のデータが必要となる。

1～5 材質指定番号 (1～12)

6～10 熱伝導係数と温度の関係を指定するために使用する(E₂)の枚数(最大30)

11～20 材料内の一様熱発生率 (kcal/sec·m³、必要な場合のみ)

31～35 流体に接している要素の数

このデータは(B₁)のcol. 1.1～1.5(異種材料の数)で与えた数だけの枚数が必要である。

このデータの終了後、非定常温度解析に入るとき固定温度境界条件が変化するなら(H)の方法で、データを挿入し、変化しなければ、ブランク・カード1枚を挿入しなければならない。

(J) 非定常解析における時間間隔 (4 F 1 0.2)

このデータは非定常温度分布計算を行なう場合にのみ必要となる。従って

(B₂)のcol. 6～10が10以上のときには挿入しなければならない。

1～10 非定常解析を行なう全時間(sec)

11～20 時間増加のきざみ(sec)

21～30 応力解析を行なう時間間隔(sec)。この間隔に従い、温

度分布を output し、また要素温度分布をテープにセーブする。プランクの場合は全計算結果を output。

31～40 流体の温度変化 (°C/sec.)

(J₁) 時間間隔の細分化 (3 F 1 0.2)

(B₂) の col. 6～10 が 22 以上の場合には、さらに次のデータを挿入しなければならない。これは (J) で与えた全時間をさらにある間隔に分割し、その分割した間隔ごとに時間増加のきざみと流体温度を変化させることができる。

(J₁) のデータを与える場合には (J) の col. 11～20 と 31～40 をプランクにしておいてよい。

1～10 全時間を細分割した時間 (sec)

11～20 細分割した時間間隔の時間増加のきざみ (sec)

21～30 流体の温度変化 (°C/sec)

細分割した時間を加え合せたら全時間に等しくなるように与えなければならない。ただしここのデータの枚数には制限がない。

(K) 対流境界条件 (2 I 5, 2 F 1 0.2)

(B₂) の col. 6～10 が 10、11 の場合にのみ、ここで対流境界条件を定義しなければならない。ただし、データの記入方法は (H) と同じであるが、熱伝達係数は与えなければならない。

[3] 温度分布の入力

(B₂) の col. 6～10 が 0 のとき、すなわち定常温度分布解析を行なう場合にのみ、この方法が許される。

この方法は一様でない温度分布を指定したい時、温度分布計算のためのデータの代りに、次のデータを用いる。

(E₁) プランクカード (1 枚)、要素温度の場合 col. 1～5 IC-1 を入れる。

(E₂) FORMAT カード………節点温度を読むための FORMAT。

これは通常の FORTRAN の FORMAT 形式から

FORMATの文字をとつたものである。

(例 (8 F 1 0 0))

(E_s) 節点温度 ……上記のFORMATで与えられる。

(または要素温度)

[4] 応力解析

これらのデータは(B_a)のcol. 11~15が0の場合にのみ、すなわち応力解析を行なう場合にのみ必要となる。

(L₁) 材質データ (2 I 5, 2 F 1 0 0)

1~5 材質指定番号 (1~12)

6~10 L_aカードで材料特性を与える温度の数(最大30)

11~20 材料の密度 (kg/mm³、角速度あるいは加速度を与える場合に必要)

21~30 塑性係数と弾性係数との比(完全弾性体では不要)

(L_a) 材料特性 (8 F 1 0 2)

温度の増加する順に1つの温度につき1枚のカードが必要であり最小限使用温度範囲を含む2枚のカードを挿入しなければならない(温度が一様な場合も同様である)。

1~10 温度 (°C)

11~20 弹性係数 E_r および E_z (平面解析の場合は E_x、E_y)
(kg/mm²)

21~30 ポアソン比 ν_{rz}

31~40 弹性係数 E_θ (平面解析、E_z)、(kg/mm²)

41~50 ポアソン比 ν_{θr} および ν_{θz}

51~60 热膨張係数 α_r および α_z (1/°C)

61~70 热膨張係数 α_θ (1/°C)

71~80 降伏応力 σ_y (弹塑性解析を行なう場合)(kg/mm²)

(M) 加速度および繰返し回数 (2 F 1 0.2, I 5)

1 ~ 1 0 z 方向の加速度 (mm/sec²)

1 1 ~ 2 0 角速度 (遠心力を考慮するとき) (rad/sec)

2 1 ~ 2 5 繰返し計算数 (弾性解析の場合はブランク)

(N) 節点力または節点変位 (2 I 5, 3 F 1 0.2)

1 ~ 5 境界条件を与える節点番号

6 ~ 1 0 I C O D E 境界条件の種類 (表 1 - 1 参照)

1 1 ~ 2 0 A N G L E この節点の局部座標軸 (S - N) が r - z 軸から回転する角度 (反時計方向が正、図 1 - 1 参照)

2 1 ~ 3 0 X R (表 1 - 1 参照)

3 1 ~ 4 0 X Z ()

この場合すべての荷重は、 1 ラジアン当たりに作用する荷重 として全荷重を与える (平面解析の場合は単位厚さ当たりに作用する荷重とする)。

なおデータの終り、あるいはデータを入れないことを示すためにブランクカードを 1 枚挿入しなければならない。

表 1 - 1 荷重および変位の境界条件に関するコード

I C O D E	A N G L E	X r	X z
0	0.0	r - Load	z - Load
	≠ 0.0	S - Load	N - Load
1	0.0	r - Displacement	z - Load
	≠ 0.0	S - Displacement	N - Load
2	0.0	r - Load	z - Displacement
	≠ 0.0	S - Load	N - Displacement
3	0.0	r - Displacement	z - Displacement
	≠ 0.0	S - Displacement	N - Displacement

(*) Load, Displacement の単位は kg, mm である。

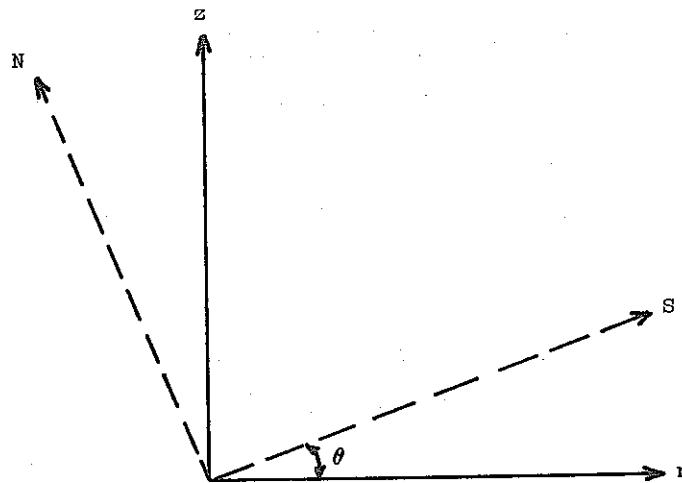


図 1 - 1 節点における基準座標系と局部座標系

(O) 分布圧力データ (2 I 5、 F 1 0.0) (注) 圧縮を正とする。

境界要素に垂直圧力を受ける場合には、各要素ごとに 1 枚づつ次のデータが必要である。

1 ~ 5 節 点 I

6 ~ 10 節 点 J

11 ~ 20 節点 I J 間の要素面に作用する垂直圧力

(kg/mm²、表面の引張力は負の圧力として与える)。

データの終りにブランク・カードを 1 枚挿入する。またデータが不要の場合にも同様にブランク・カードを 1 枚入れなければならない。

[5] 等高線プロット

通常、等温線あるいは等応力線のプロット間隔は、自動的にプログラムが決定する。従って等高線のための入力は必要ない。しかし、問題によっては等高線の値を入力した方が良い場合があるので、このときには (B₂) の col. 21 ~ 25 を 1 にして次のデータを挿入する。

(P) 等高線プロットのデータ (I 5、 5 X、 7 F 1 0.0)

(B₂) の col. 21 ~ 25 が 1 のとき必要

1 ~ 5 必要な等高線の数 (最大 20)

$\left. \begin{array}{l} 11 \sim 20 \\ 71 \sim 80 \end{array} \right\}$ 必要な等高線の値(次のカードに続けてよい)

(注意) : 全入力データの終了を示すためにかならず、4枚のブランク・カード
を最後につけなければならない。

このカードをつけないと、計算終了後、エラーで終了する。

[6] MESHEXT のための入力データ

(1) 要素分割の方法

TASCIVに限らず、有限要素法による解析の対象となる構造物の要素分割は手間及びデータ量も膨大なものになる。MESHEXTは、要素分割の手間及びデータ量を軽減することを目的としている。しかし、あまり複雑な構造あるいは微妙な要素分割には応用できないこともあるので、ユーザーはMESHEXTを適時に使用されたい。

例えば、図1-2に示されるような構造物の要素分割を行なう場合を考える。構造物は四辺形(以下パート(part)と呼ぶ)を合成したものからなると考え、四辺形の辺は直線または円弧であらわす。

各パートは大きなパートと小さなパートに分けられる。大きなパートは材料特性を示したり、より複雑な構造物の時に適用する。

ここで、図1-2で示される構造物の要素分割を考える。

r-z座標の原点にもっとも近いところよりパート番号をつけ、最初はz方向に進み、次にr方向に進む。また各パートの辺(以下サイド(side)と呼ぶ)には、時計まわりに1から4までのサイド番号をつける。

各サイドはそのサイドに沿って選ばれた点(データポイント)の座標を与えることにより定義される。入力データとして与える最初のデータポイントがサイド1の出発点となり、順次ポイントの残りを与え、時計廻りにサイド4の最終点まで進んで行く。円弧の場合を除いて直線部分は、データポイントの間に引かれる。円弧は円の中心座標と半径及び中心角により、あらわすことができる。円弧の出発開始点も終点も別々のデータポイントとして表わす必要はない。

またサイド1を除いては各サイドの最初の点は入力データとして与える必要はない。なぜならその点はひとつ前のサイド番号の最後の点と同一の点で与えられるからである。各サイドの最後の点は、円弧として定義される場合を除いて常に入力データとして与えなければならない。このため単に一本の直線により構成されているサイドでは唯一のデータポイント、すなわちサイドの最後の点のみを入力データで与えればよいことになる。

各サイドに沿って細分割(Subdivision)する要素分割の数は、パート番号およびサイド番号とともに、サイドの最後の点であることを示すカード上に定義する。もし最後の点が円弧上に含まれているときは、サイドに対するこのインフォーメーションは円弧であることを定義しているカードに移してもよい。したがってこの場合は、最後の点を別々に定義する必要はない。与えられたサイドに沿った要素分割の大きさは必然的に一定値となる。しかし与えられた領域で要素分割の大きさを変えたい場合には、そこでより多くのパートを定義することにより容易に得られる。2つの相対するサイドに沿った細分割の数は、同じでなければならない。要素分割は、相対するサイドの対応する分割点へ線を引くことにより、なされるからである。

要素分割は、次のように行なう。サイド1とサイド3における細分割点を結び、サイド2およびサイド4に対しても同様に決められた数で細分割する。これによって出来た各点を連結することにより要素が形成される。各パートのサイドの方向を選定する場合には、このことを考慮しなければならない。この要素生成法では、サイド2からサイド4への方向では、曲線または不規則な境界線のパターンも考慮できるが、サイド1からサイド3に対して引かれる線は直線のみである。

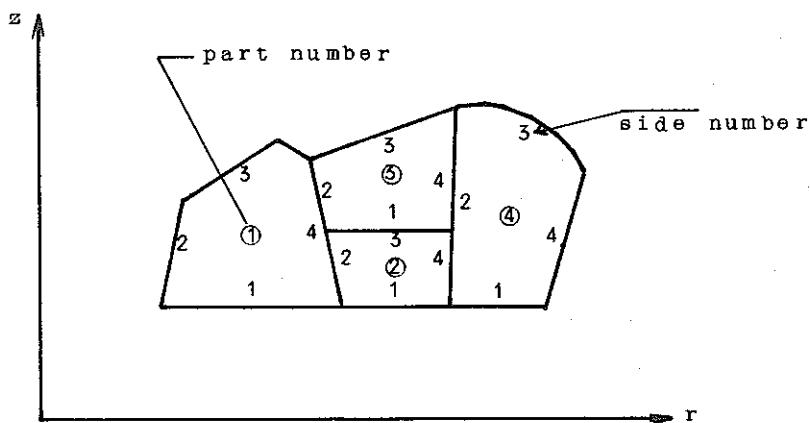


図 1-2 要素分割する構造物

(2) 構造全体にわたる節点および要素番号づけ

節点番号および要素番号のつけ方は、図1-3に示されるように各パートの要素分割を通じてまずサイド1からサイド3の方向へ進み、つづいてサイド2からサイド4の方向へと進む。つづいて各パートが連結され、共通の境界に沿ってだぶっている節点番号は消され残っている節点は、新しく番号がつけなされる。要素番号も同様に番号のつけなおしを行ない、要素間の関係が構造全体にわたり、規則正しく連続したパターンとなるように確立される。図1-4は図1-3の各パートを互いに連結し、最終的な番号づけがなされた状態を示している。

共通の境界に沿った節点は、常に要素の頂点に対応していかなければならないので、与えられた構造に対して数多くのパートを定義する場合には、以下のことに注意しなくてはならない。ユーザーは、各パートの共有するサイドの分割点における節点が、空間において同じ位置をとるように定義しなければならない。前述のように節点番号がだぶっている場合は、その節点は消去され、あらためて番号がつけられる。この節点の消去は、だぶっている節点座標に対して0.001の精度で行なう。このためユーザーは、だぶっている節点座標をこの精度内で定義し、だぶっていない節点はrあるいはz座標のいずれかにおいて、0.001以上の違いを、持たせなければならない。

要素は節点と同じような方法で、構造全体にわたり要素番号がつけられ、要素を構成する節点との関係を確立する。

なお z 軸方向に長いモデルの場合、図1-5のようにサイド1を z 軸に沿うようにすればバンド幅を小さく出来る。

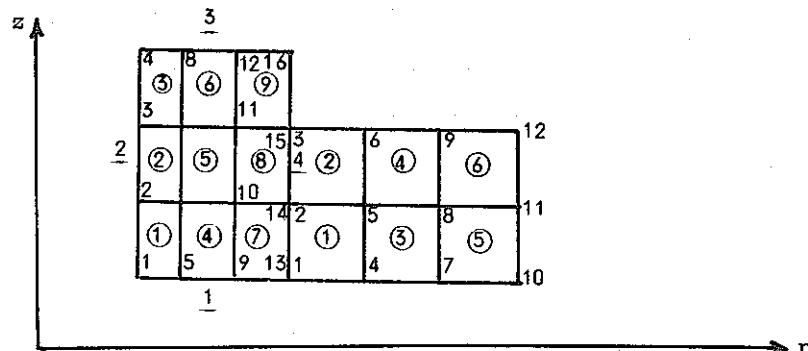


図1-3 各パート毎の節点および要素番号づけ

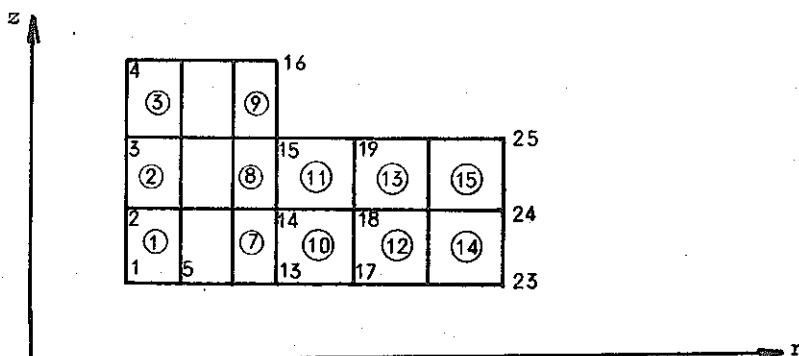


図1-4 全パートの節点および要素番号づけ

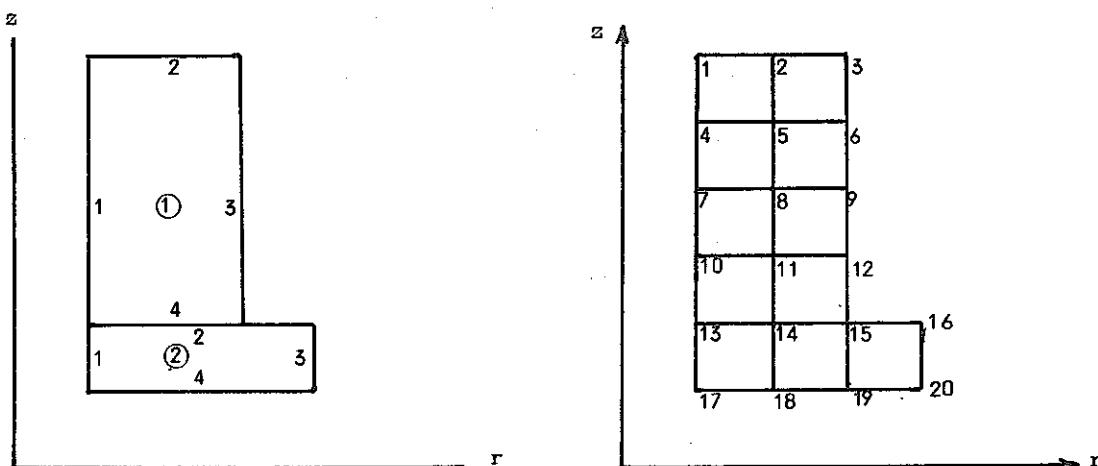


図1-5 z 軸方向に長い構造モデル

(3) 大きなパート領域と小さなパート領域

大きなパート領域は図1-2のようにr軸に最も近い各パート領域のサイド1が連続的に結ばれている時はよいが図1-5におけるようにパート①とパート②の結合状態をみるとサイド1が不連続に結合している。このような場合には、大きなパート領域に分割してパートIとパートIIとしなければならない。また、大きなパート領域には、材料特性の番号を加えることができる。

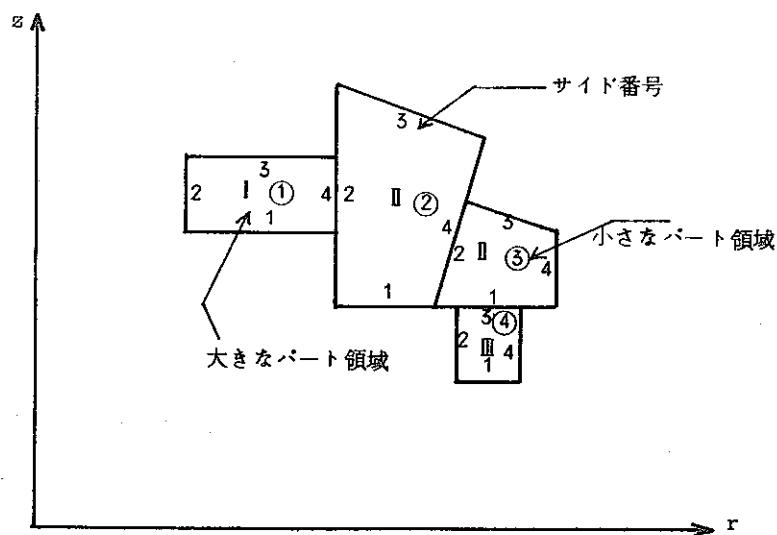


図1-6 サイド(side)1が不連続な結合状態

(6) 入力方法

(Q₁) 大きなパートと材料特性に関するデータ(2 1 1 0)

大きなパート領域に1枚が必要

1～10 : N P B 大きなパート領域の番号

11～20 : M A T E R 材料特性の番号

データの終りを示すためのデータが1枚必要となり、col. 1～10に右づめでN P B = 999を入れなければならない。

(Q₂) 要素分割データ(2 F 1 0.0、3 I 1 0、3 F 1 0.4)

データポイント毎にカード1枚が必要

1～10 : R データポイント方向座標(単位mm)

11～20 : Z データポイント方向座標(単位mm)

21～30 : N P A R 小さなパート領域番号

31～40 : M S サイド番号

41～50 : N S E C T サイドに沿った細分割の数(サイド1およびサイド3に対して最大100、サイド2およびサイド4に対して最大27)

51～60 : R A D 円弧の半径

61～70 : A M I N 円弧の初期角度(度)

71～80 : A M A X 円弧の最終角度(度)

データの終りを示すためのデータとして、col. 1～10 VR = 999を入れなければならない。

(注) 1) N P A R T、M S、N S E C T はサイドの最後の点に対してのみ必要である。

2) R A D、A M I N、A M A X は円弧の場合のみ必要である。

3) 角度は反時計まわりにRの+方向の0°より始まる。

A M I N は常にサイドに表われる曲線の最初の点に対して規定する。

この場合、A M I NはA M A Xより大きいことがある。

(5) M E S H 分割の簡単な例

図1-6を下のようなデータで分割すると図1-7のようなM E S Hとなる。

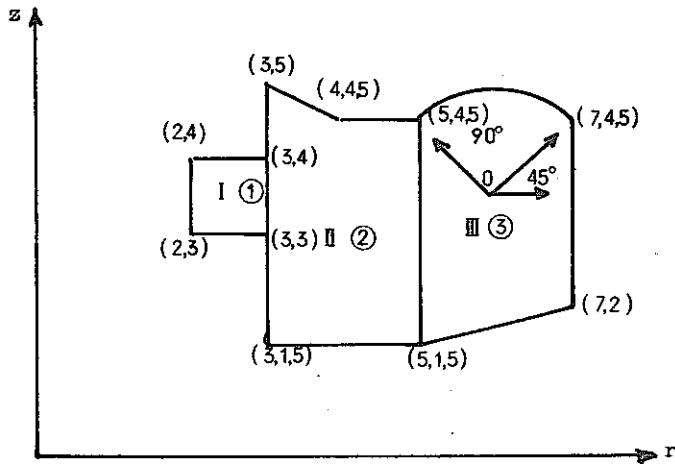


図1-7 分割するモデル

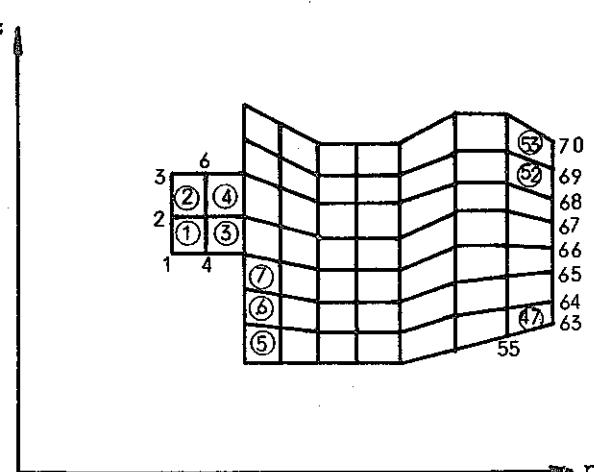


図1-8 要素分割したモデル

表 1-2 カード構成

Column	1	10	20	30	40	50	60	70	80
カード番号									
1		1	1						
2	3.0		3.0						
3	2.0		3.0	1	1	2			
4	2.0		4.0	1	2	2			
5	3.0		4.0	1	3	2			
6	3.0		3.0	1	4	2			
7	999								
8		2	2						
9	5.0		1.5						
0	3.0		1.5	2	1	4			
11	3.0		5.0	2	2	7			
12	4.0		4.5						
13	5.0		4.5	2	3	4			
14	5.0		1.5	2	4	7			
15	7.0		2.0						
16	5.0		1.5	3	1	3			
17	5.0		4.5	3	2	7			
18	6.0		3.5	3	3	3	1.0	135.	4.5
19	999								
20		999							

2. 出力される結果

前節で説明した入力様式に従ってデータを入力すれば、温度分布や応力分布の計算を行なうことができる。これらの計算を行なったのち出力される結果としては、次のようなものが Print out される。

[1] 温度分布の計算

- 1) 節点での温度 (°C)
- 2) 要素節点温度を平均して得られる要素の温度 (°C)

なお温度分布を等高線で図形表示する場合には、要素の最大温度と最小温度、それにプロットされる等温度の値が出力される。

[2] 応力分布の計算

- 1) 節点での r、z 方向の変位 (mm)
- 2) 各要素の図心位置 (mm)
- 3) 各要素の r、z、θ 方向の応力、r z 面のせん断応力、最大最小応力と z 軸からの主軸の角度、そして 1 ラジアン当りの体積 (kg/mm²、degree、mm³)
- 4) 全要素について、Von Mises の相当応力 (kg/mm²) を output する。
- 5) 各要素の r、z、θ 方向のひずみ、せん断ひずみ、最大、最小ひずみ、さらに一般化ひずみ、塑性ひずみ、一般化応力、セカント係数そして弾性係数 (%、kg/mm²)
- 6) 得られた変位よりレーリー・リッップスの方法で固有振動数を近似計算して print out する場合がある (1 / sec)。

なお応力分布の等圧線をプロットする場合には、断面の 1 ラジアン当りの平均温度および要素応力の最大値と最小値また最大、最小値が生ずる節点番号、そして等圧線の値を Print out する。

3. 出力結果の図形表示

T A S C プログラムでは、計算結果をプロット・ルーチンを用いてプロットすることができる。

変位図は、変形前の輪郭を破線でプロットし、変形後の状態を実線でプロットする。変位図のスケール・ファクターは、次式により求める。

$$f = 0.05 (X_{\max} - X_{\min}) / U_{\max} \quad (78)$$

ここで X_{\max} 、 X_{\min} は、図形の横座標の両端値であり、 U_{\max} は全節点における変位の最大値である。

温度分布および応力分布は、等温等応力線という形でプロットされる。このプロットにおいて用いる値は、節点での値であるので、応力分布をプロットする場合には、各節点に隣接する要素応力の平均値を求め、節点応力としてプロットする。

等高線を決定する方法としては 2 通りある。

1) 等高線の値を入力データとして与える方法

2) 10 から 20 本の間で等間隔の等高線値を、プログラムが自動的に決定する。等高線値としては 1、1.5、2、2.5、4.0、5.0 そして 8.0 に 10 の累乗を掛けたものとなる。

等高線のプロットは、簡単な方法で行なっている。すなわち等高線値が各要素の辺の両端の節点値の間にあるかどうかを調べ、もしなければ次の辺に進む。また節点間にあったなら等高線が辺と交わる点を、線型に内挿し決定する。そして残りの辺について等高線が再び交点を求め前に求めた交点との間を直線で結ぶと等高線の一部ができる。

上記の手続きを完了すれば、境界線上で終わるかあるいは閉じた一連の等高線のプロットができ上がる。

IV TASCプログラムによる計算例

1例としてナトリウム配管のミキシングティ入口部の熱衝撃による過渡熱応力解析を行なう。

1. 解析モデル

使用プログラム : TASC (V 1.0)

使 用 要 素 : 四角要素(内部にて4つの三角形要素に分割)
要素内変位及び温度は直線分布である。

形 状 : 図1に示す、軸対称構造物。

材 料 : SUS 304 アニュラス部は液体ナトリウム

材 料 物 性 値 : C. F. BRAUN & CO ; SAN781-1

[DESIGN GUIDE FOR LMFBR SODIUM PIPING]
による。

ナトリウム流量 : $0.1 \text{ m}^3/\text{sec}$

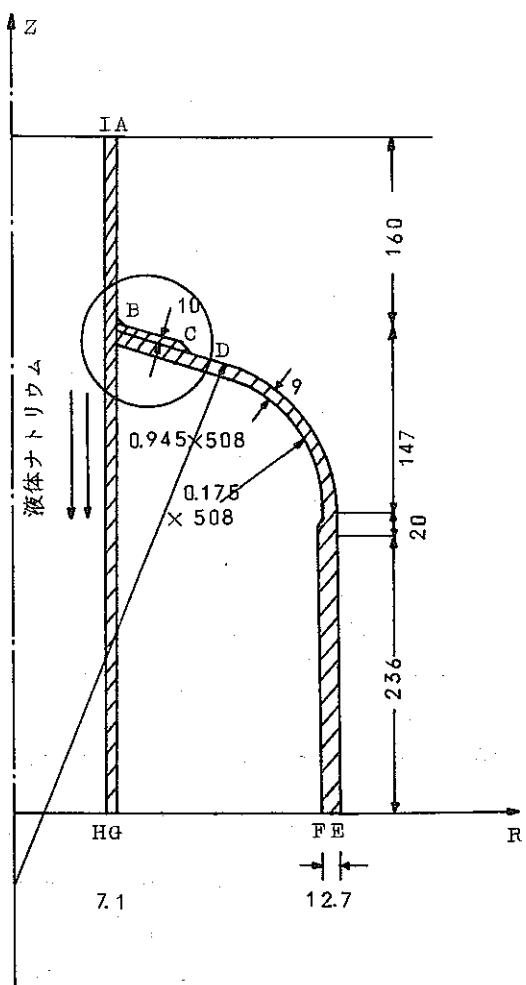


図1. ミキシングディ入口部解析モデル

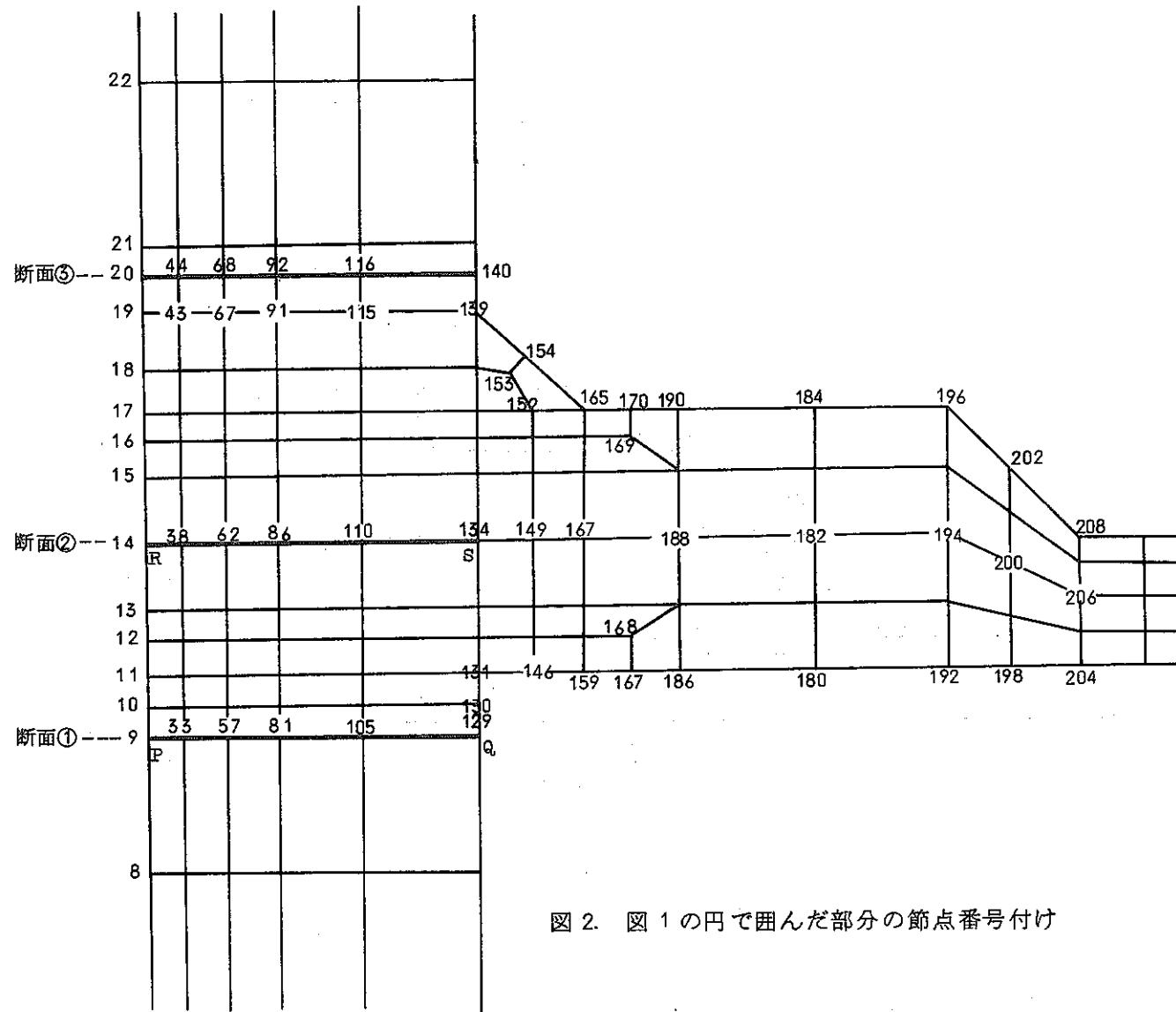


図 2. 図 1 の円で囲んだ部分の節点番号付け

21	44	67	90	113
20	43	66	89	112
19	42	65	88	111
18	41	64	87	110
17	40	63	86	109
16	39	62	85	108
15	38	61	84	107
14	37	60	83	106
13	36	59	82	105
12	35	58	81	104
11	34	57	80	103
10	33	56	79	102
9	32	55	78	101
8	31	54	77	100
7	30	53	76	99

図 3. 図 1 の円で囲んだ部分の要素番号

図3. 図1の円で囲んだ部分の要素番号

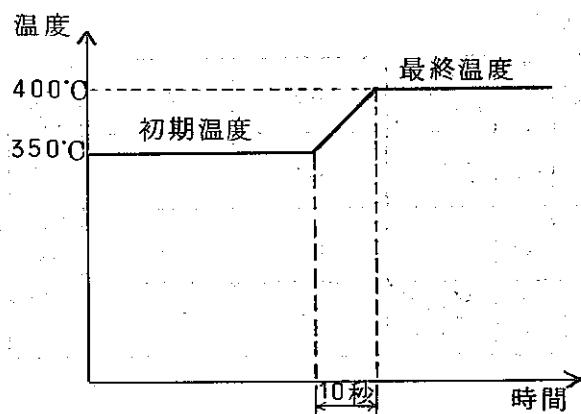
2. 解析

A 解析方法

管内にナトリウムを流し、その温度を変化させた時のモデルの温度分布及び応力分布を求め、それをプロットさせた。

B 荷重条件

管内のナトリウム温度を、初期温度350°Cより5°C/secづつ上昇させ、10秒後に400°Cで一定に保つ。



C 境界条件

境界	力学的境界条件	温度境界条件
流入管内表面 H I	自由	対流境界 (ナトリウム流動)
外表面 I ABCDEFGH	自由	断熱
節点 H	Z方向固定 R方向自由	

注 1) BCあて板部は、厚さ19mmの一体構造としてモデル化する。

2) アニュラス部 J F G は流動のないナトリウムとしてモデル化する。熱の伝達は伝導だけによるとする。

3) SUS304と液体ナトリウムの接触面の熱伝達係数は∞とする。

4) 流体金属の管中の乱流に対する熱伝導率は次式であらわす。

$$Nu = 5.0 + 0.025 Pe^{0.8} \quad (\text{シーバン・シマザキの式})$$

これは、SANS781-1による式と同じである。

D TIME STEP

熱衝撃問題の解析にあたっては特に早い時期に、ごく表面に大きな Skin Stress が生じる可能性があり、また解の安定性の立場から考えて、次式にもとづく時間きざみを行なった。

ここで Δt = 時間をさみ

$n = \text{time step}$ の番号 ($n = 1, 2, \dots, N$)

N = time step 総数

a , $x = \text{定数}$

この問題では $a = 0.1$ $x = 2.0$ (2)

0～10秒間に(1)式に当てはめ、さらにナトリウムの温度変化のなくなる10秒以降にもあらためて(1)式に(2)を当てはめる。

time stepは次頁の表にまとめた。

3. 結 果

計算結果は図 4～図 11 に示す。

ステップの番号	Δt (sec)
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.8
5	1.6
6	3.2
7	3.7
8	0.1
9	0.2
10	0.4
11	0.8
12	1.6
13	3.2
14	6.4
15	12.8
16	25.6
17	51.2
18	102.4
19	204.8
20	409.6
21	819.2
合計 21 step	合計 1648.3 秒 (27分28.3秒)

表1 TIME STEP

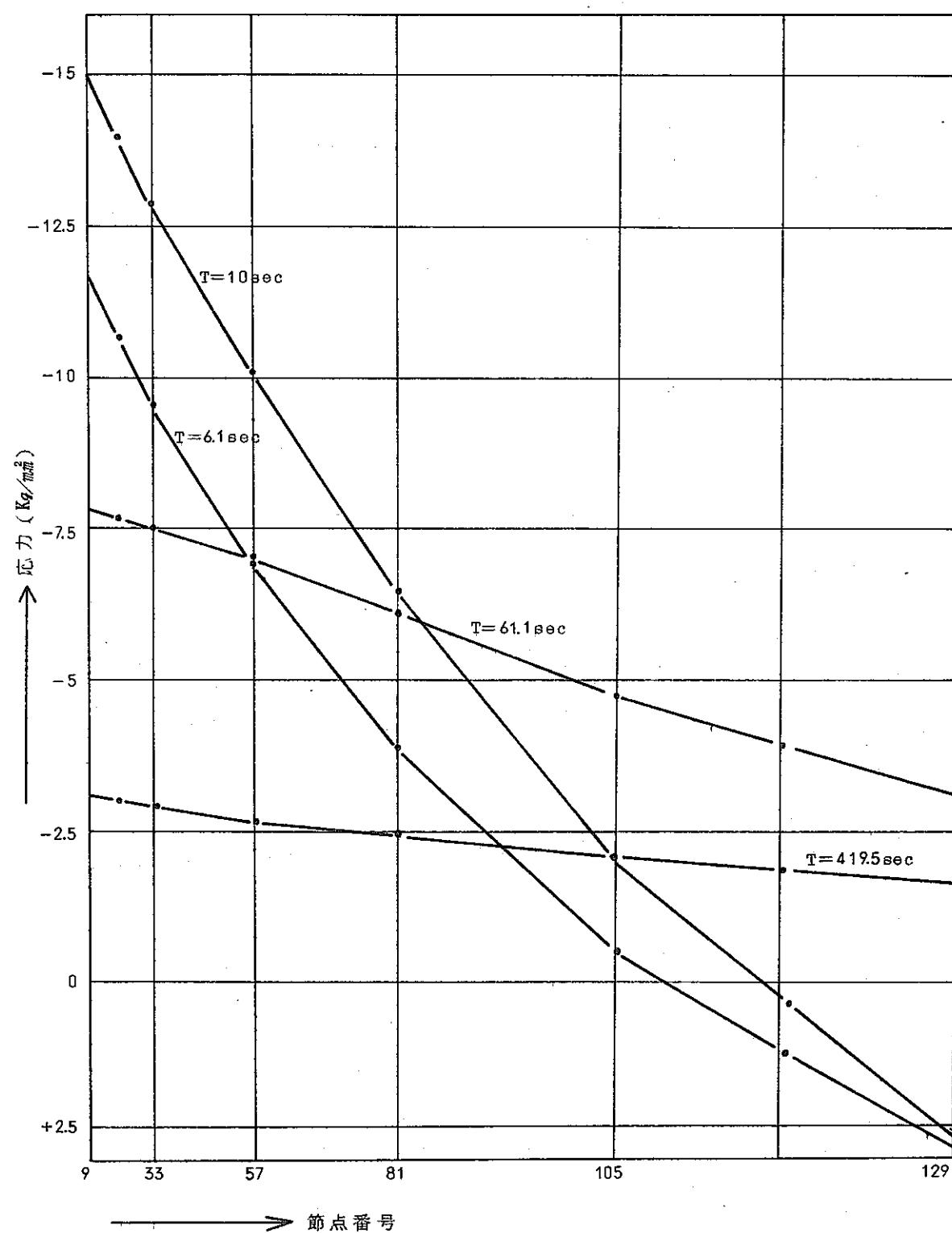


図 4. 断面①のフープストレス

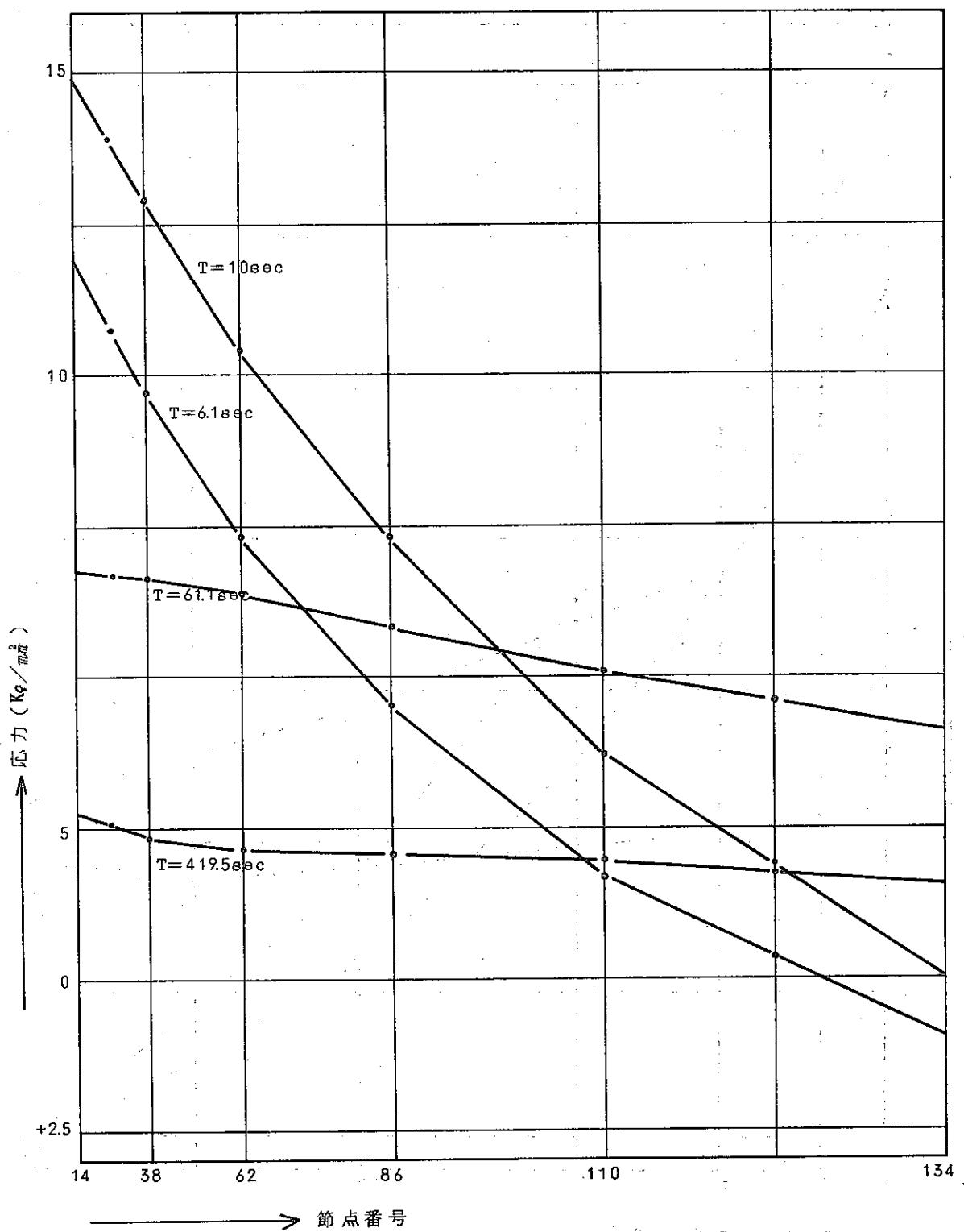


図 5. 断面②のフープストレス

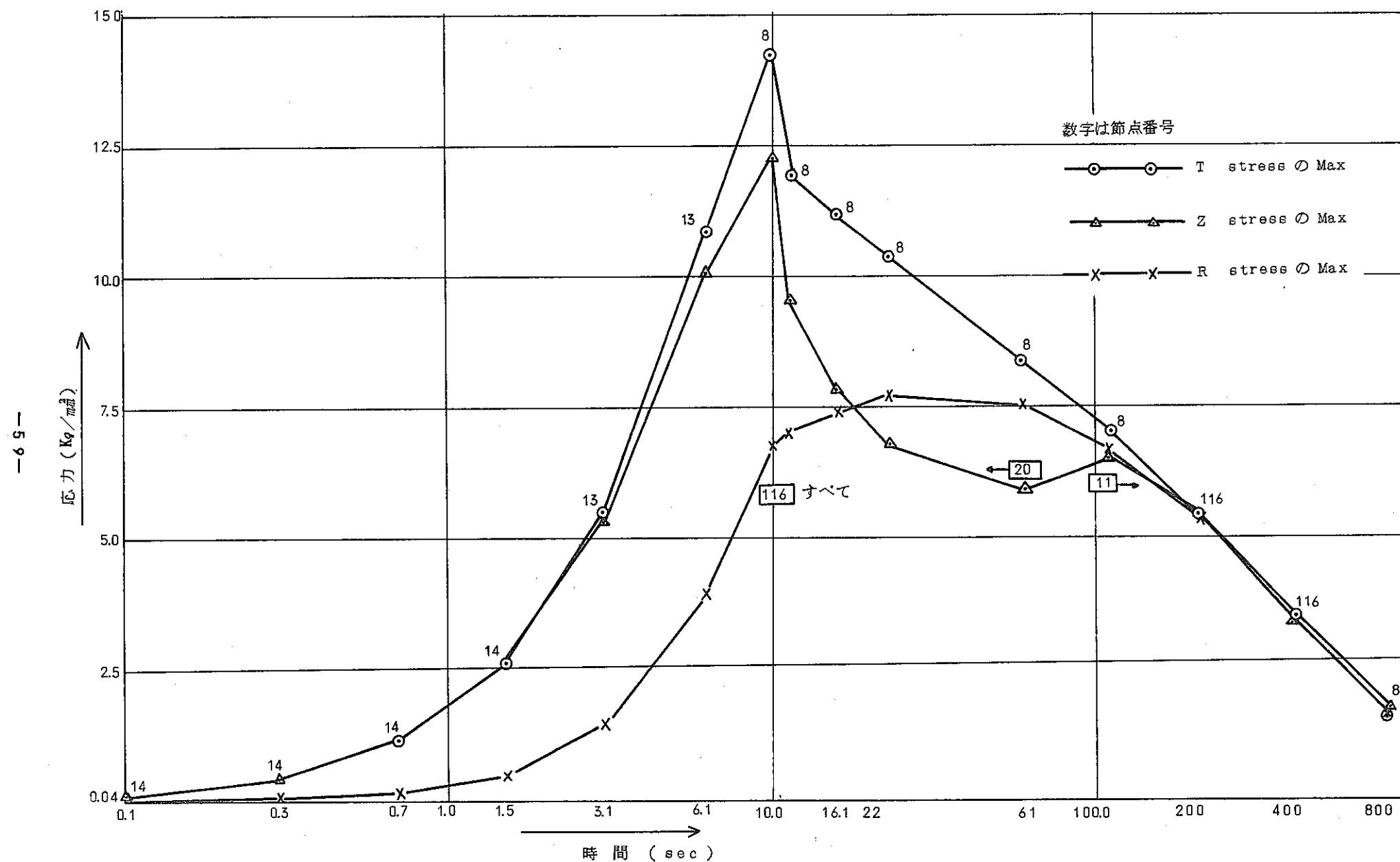


図 6. 各応力の絶対値の最大値の時間的変化

TASC 使用 説 明 書

昭 和 47 年 10 月 第 1 版 発 行

**動力炉・核燃料開発事業団
高速増殖炉開発本部**

東京都港区赤坂 1 丁目 9-13

三会堂ビル 〒 107

TEL 582-1241(大代表)