

高速炉燃料集合体出口部温度ゆらぎ量の解析手法の開発

1984年7月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

高速炉燃料集合体出口部温度ゆらぎ量の解析手法の開発

村松 寿晴^{*}, 前川 勇^{*}
二ノ方 寿^{*}, 青木 忠雄^{*}

要 旨

高速炉の燃料集合体出口部を対象に冷却材温度ゆらぎ量を解析するコード“NJS 3D”を開発し、高速実験炉「常陽」に適用した。炉心上部構造物に高サイクル熱疲労を与えるような冷却材温度ゆらぎは、サーマルストライピング現象として注目され、その現象解明と対策が急がれている。今回のコード開発は、サーマルストライピングを特徴付けるゆらぎ量、ゆらぎ周波数および制限温度のうち、ゆらぎ量の解析を目的として作成されたものである。温度ゆらぎ量は、温度ゆらぎに関する生成、散逸、対流および拡散のバランス式を新たに追加し、平均流 Navier-Stokes 方程式および $k-\epsilon$ 乱流モデル方程式と連立して解くことにより評価した。

検証は、以下の2つの試験により実施した。

i) 円筒パイプモデルによる試験

ii) 原型炉模擬7集合体モデルによる試験

i) の試験解析では、メッシュ効果のサーベイを実施し、1.5mm/meshでその温度への影響は無視し得る程度まで減衰し、実験と解析における平均温度およびゆらぎ量分布はほぼ一致した。ii) の試験解析での平均温度は測定値よりも平坦化された値が得られ、ゆらぎ量としては β (集合体間流量比) = 1.06 で過大評価、 $\beta = 0.39$ で過小評価の傾向が見られた。

「常陽」に対する解析では、最大97°Cの温度ゆらぎが計算された。

本現象は、いまだ明確なモデル化の手法が確立されておらず、本手法の有効性は今後の定量的評価作業の中でさらに検討する必要がある。

* 大洗工学センター・高速炉安全工学部・高速炉工学室

Jul. 1984

Development of Analytical Method for Evaluating
FBR Core Outlet Temperature Fluctuation

Toshiharu Muramatsu*, Isamu Maekawa*,
Hisashi Ninokata* and Tadao Aoki*

Abstract

The NJS3D computer code has been developed to analyze sodium temperature fluctuation at the outlet region of FBR subassemblies and applied to Experimental Fast Reactor JOYO. Sodium temperature fluctuation causing high cycle thermal fatigue in the upper core structure is known as thermal striping. This code development work is in the preliminary stage and the code should serve as prototypical evaluation tool for the integrities of structures.

The code verification study has been carried out making use of the following experiments:

- i) Simple tube model, and
- ii) 7-assemblies mock-up model.

As for i), the comparison of the analysis with the experiment is good. The mesh effects on temperature fluctuation are negligible for mesh scale 1.5 mm/mesh. As for ii), temperature fluctuation with flow ratio $\beta = 1.06$ is overestimated, and one with flow ratio $\beta = 0.39$ is underestimated.

The code has been applied to JOYO MK-II irradiation core and the maximum temperature fluctuation in the CMIR upper region is predicted to be 97°C.

* Reactor Engineering Section, FBR Safety Division, OEC. PNC.

目 次

第1章 緒 言	1
第2章 機 能	3
第3章 モデル化と計算手法	5
3.1 流体の基礎方程式	5
3.1.1 連続の式	5
3.1.2 Navier-Stokes 方程式	5
3.1.3 エネルギー方程式	6
3.2 乱流モデル	7
3.2.1 渦拡散モデル	7
3.2.2 $k-\epsilon$ 2 方程式モデル	7
3.3 ゆらぎ量輸送方程式	8
3.3.1 ϕ^2 -方程式	8
3.4 計算手法	9
3.4.1 計算の流れ	9
3.4.2 圧力による反復計算	10
第4章 検証試験	11
4.1 円筒パイプモデルによる検証	11
4.2 原型炉模擬7集全体モデルによる検証	12
第5章 高速実験炉「常陽」における温度ゆらぎ量の推定	14
5.1 解析体系	14
5.2 解析結果	14
第6章 結 言	15
謝 辞	16
参考文献	17
付 録 A 差分式	
B ゆらぎ量輸送方程式の導出	

List of Tables

- Table 4.1 The calculation condition for cylindrical tube model
- Table 4.2 The calculation condition for mock-uped assemblies model
- Table 4.3 Comparison of calculated results with measured results on $\beta=1.06$ condition
- Table 4.4 Comparison of calculated results with measured results on $\beta=0.39$ condition

List of Figures

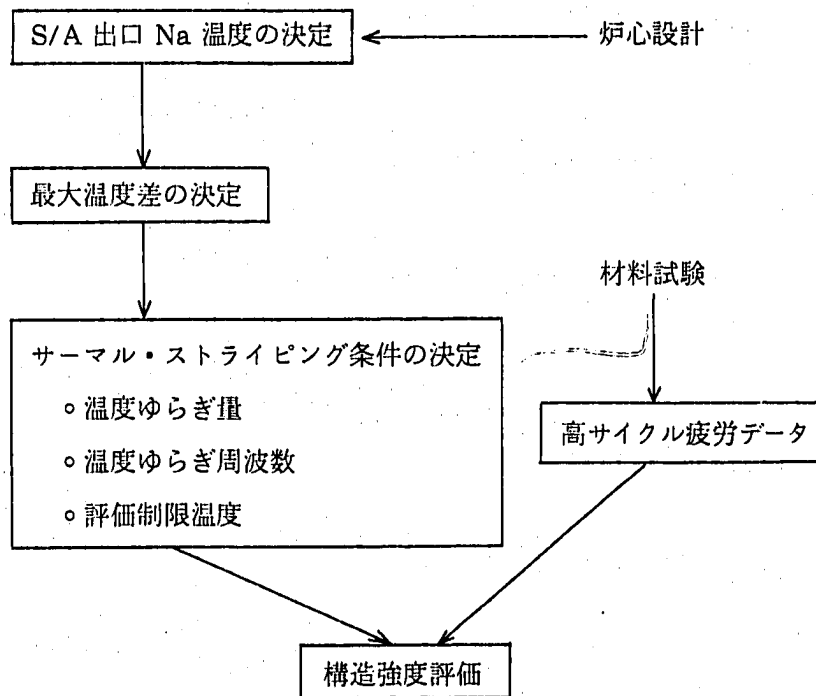
- Figure 3.1 Coordinate system in the NJS3D code
- Figure 3.2 Overall flow chart of the NJS3D code
- Figure 4.1 Geometry and coordinate system for cylindrical tube
- Figure 4.2 Result of measured and calculated by Monte-Carlo model for flow = 0.55 m-s^{-1}
- Figure 4.3 Result of measured and calculated by Monte-Carlo model for flow = 1.03 m-s^{-1}
- Figure 4.4 Result of measured and calculated by Monte-Carlo model for flow = 2.91 m-s^{-1}
- Figure 4.5 Radial mean temperature distribution (0.55 m-s^{-1}) at cross section B
- Figure 4.6 Radial mean temperature distribution (1.03 m-s^{-1}) at cross section B
- Figure 4.7 Radial mean temperature distribution (2.09 m-s^{-1}) at cross section B
- Figure 4.8 Radial temperature noise distribution at cross section B (mean velocity = 0.55 m-s^{-1})
- Figure 4.9 Radial temperature noise distribution at cross section B (mean velocity = 1.03 m-s^{-1})
- Figure 4.10 Radial temperature noise distribution at cross section B (mean velocity = 2.09 m-s^{-1})
- Figure 4.11 Comparison of k- ϵ model results with eddy diffusivity model results (mean velocity = 0.55 m-s^{-1})
- Figure 4.12 Comparison of k- ϵ model results with eddy diffusivity model results (mean velocity = 1.03 m-s^{-1})
- Figure 4.13 Comparison of k- ϵ model results with eddy diffusivity model results (mean velocity = 2.09 m-s^{-1})
- Figure 4.14 Schematic diagram of 7-assembly test section (model 1A)
- Figure 4.15 Experimental thermocouple arrangement
- Figure 4.16 Temperature profiles - 1 ($\beta=1.06$)
- Figure 4.17 Temperature profiles - 2 ($\beta=0.86$)
- Figure 4.18 Temperature profiles - 3 ($\beta=0.68$)
- Figure 4.19 Temperature profiles - 4 ($\beta=0.55$)
- Figure 4.20 Temperature profiles - 5 ($\beta=0.39$)
- Figure 4.21 Mesh arrangement for mock-uped assemblies model
- Figure 4.22 Flow pattern on $\beta=1.064$ condition

- Figure 4.23 Flow pattern on $\beta=0.39$ condition
- Figure 4.24 Comparison of measured data with calculated data ($\beta=1.06$)
- Figure 4.25 Comparison of measured data with calculated data ($\beta=0.39$)
- Figure 5.1 The region of heat and flow analysis for outlet sodium of (1C1) assembly
- Figure 5.2 Mesh arrangement for CMIR upper region
- Figure 5.3 Velocity pattern at CMIR upper region
- Figure 5.4 Axial distribution of temperature fluctuation

第1章 緒 言

高速実験炉「常陽」の燃料集合体出口部には、運転中の冷却材温度を測定するためのクロメル-アルメル型熱電対が115本設置されている。これらの熱電対は、炉心上部機構下端位置に集合体配列と同配列に設置された整流格子内に取り付けられ、各集合体からの冷却材を隣接した集合体のそれと分離して温度測定ができる。

高速実験炉「常陽」の炉心は複数種の炉心構成要素（炉心燃料集合体、反射体、制御棒、中性子源および照射リグ）から成り立っており、これらの運転中の冷却材温度は各集合体の出力分担率および冷却材流量の違いから互いに異なっている。このため、炉心中心付近の炉心燃料集合体中に照射リグ（特に CMIR : Core Material Irradiation Rig）を装荷して運転した場合、定格出力状態で隣接集合体との出口冷却材温度差が130℃程度現われることが報告されている¹⁾。この温度差のある冷却材は、下流に進むにつれ混合しながら整流格子および炉心上部機構に到達するため、前記した炉心構成機器の材料に温度サイクル付加に伴う熱疲労を与えることになる。このような温度振動現象は、サーマル・ストライピングとして知られており、大洗・構造物強度試験室に於て以下の様なロジックでその評価が進められている。



本報告書は、サーマル・ストライピングにおける温度ゆらぎ量の評価手段として、单相3次元非定常伝熱流動解析コード“NJS 3D”の開発と、コードが持つ温度ゆらぎ量を計算する機能を実験データにより検証した結果について記したものである。

本解析コード“NJS 3D”は、サーマル・ストライピング現象が乱流挙動のひとつとして評価できるものとの仮定に基づいて開発されたものである。ただし、サーマル・ストライピング現象に対する解析的評価手法ははまだ確立されておらず、また現象そのものについても十分な研究が行なわれているとは言い難い。

故に今後、解析コード開発の基本的仮定の妥当性については定量的な検討を継続して行なう必要がある。

第 2 章 機 能

“NJS3D”が持つ解析機能を以下に示す。

- (1) 過渡状態計算
- (2) 流体内構造材の熱伝達計算
- (3) 自然対流（循環）計算
- (4) 乱流モデルの選択
 - i) 渦拡散モデル
 - ii) $k-\epsilon$ モデル
- (5) 他コードとのリンク機能
 - i) SWIRL²⁾（正常ピン配列 S/A 内熱流力）
 - ii) PYTHON³⁾（変形ピン配列 S/A 熱流力）
 - iii) HEDO-J（ECFM* 解析）
- (6) 温度ゆらぎ量の計算

(1)の過渡状態計算は、解析体系入口における温度および流速を時間の関数として与えることにより、実行される。

(2)の流体内構造材の熱伝達計算は、流体中に置かれた構造材と流体との熱伝達および構造材内の熱伝導を3次元で実施するもので、熱伝達係数は Re 数の関数で表わされる Nu 数表示式を選択することにより計算される。

(3)の自然対流計算では、非圧縮性運動量保存式に Boussinesq 近似を使用して、密度差による浮力の効果を模擬している。

(4)の乱流モデルの選択とは、入力データにより乱流モデルの選択ができることを意味する。詳細は、3.2 節で述べる。

(5)の他コードとのリンク機能は、ある問題において“NJS3D”コードとの繰り返し計算が必要になった場合（過渡時の計算等）に、計算機内部で自動的に繰り返しループを形成する機能を意味し、現時点では3種のコードと繰り返し計算が実行できる。“SWIRL”コードは、S/A内の燃料ピンが正常（熱湾曲等が無い状態）に配列されている場合の S/A 内熱流力計算を行なうものであり、“PYTHON”コードは、S/A 内燃料ピンが熱湾曲、スエリング等により不規則に配列

* ; Eddy Current Type Flow Meter

している場合の S/A 内熱流力計算を行なうものである。これらは、“NJS3D”コードと燃料ピン束上端を境界として連続計算を行なわせることができる。“HEDO-J”コードは、燃料集合体出口部に設置される渦電流式温度・流速計の電磁気計算を行なうものであり、NJS3D の計算結果から渦電流式温度・流速計近傍を流れる平均 Na 流速を求め、これを入力として電磁誘導電圧（流速計出力電圧）を計算する。

(6)は、温度差に起因する温度ゆらぎ量を計算するものであり、詳細は 3.3 節で述べる。

第3章 モデル化と計算手法

3.1 流体の基礎方程式

“NJS3D”では、座標系として直交座標系 (x, y, z) および円筒座標系 (r, θ, z) の2種類が取り扱える。

- i) 流体は非圧縮性流体を仮定する。
- ii) 流体はニュートン流体を仮定する。
- iii) エネルギー方程式内の粘性散逸項は無視できると仮定する。

3.1.1 連続の式

<直交座標系>

座標系3成分である x, y および z を x_i とし、また流速3成分である u, v および w を U_i とする。すなわち、

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \quad (3.1)$$

とする。

(3.1)式のように連続の式を総和規約をもって表示すると、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (U_i) = 0 \quad (3.2)$$

となる。

<円筒座標系>

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (V_z) = 0 \quad (3.3)$$

3.1.2 Navier-Stokes 方程式

<直交座標系>

j 方向については、

$$\frac{\partial}{\partial t} (U_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot U_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + g_j \quad (3.4)$$

式中の ν は実効動粘性係数であり、

$$\nu = \nu_l + \nu_t$$

で表わされる。ここで ν は動粘性係数、 ν_t は乱流動粘性係数である。

<円筒座標系>

r 方向

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot V_r^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(V_r \cdot V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(V_r \cdot V_z) - \frac{V_\theta^2}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \nu \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\nu \frac{\partial V_r}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\nu \frac{\partial V_r}{\partial z}) + g_r \end{aligned} \quad (3.5)$$

θ 方向

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(V_\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot V_r \cdot V_\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(V_\theta^2) + \frac{\partial}{\partial z}(V_\theta \cdot V_z) + \frac{\rho \cdot V_r \cdot V_\theta}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \nu \cdot \frac{\partial V_\theta}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\nu \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\nu \frac{\partial V_\theta}{\partial z}) + g_\theta \end{aligned} \quad (3.6)$$

z 方向

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(V_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot V_r \cdot V_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(V_\theta \cdot V_z) + \frac{\partial}{\partial z}(V_z^2) \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\nu \frac{\partial V_z}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\nu \frac{\partial V_z}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\nu \frac{\partial V_z}{\partial z}) + g_z \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.1.3 エネルギー方程式

<直交座標系>

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \cdot h) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \alpha \frac{\partial h}{\partial x_i}) + \frac{dp}{dt} + Q \quad (3.8)$$

ここで、

α : $\lambda / c_p \cdot \rho$

λ : 熱伝導率

c_p : 定圧比熱

Q : 単位発熱量

dp/dt : 圧力によってなされる仕事量

h : エンタルピー

乱流状態に対しては、 α の代わりに $\alpha + \epsilon_h$ を用いる。但し、 ϵ_h は乱流熱拡散率である(3.2節参照)。

<円筒座標系>

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \rho V_r \cdot h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho V_\theta \cdot h) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z \cdot h) \\ = \frac{dp}{dt} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \rho \alpha \cdot \frac{\partial h}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho \alpha \frac{\partial h}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \alpha \cdot \frac{\partial h}{\partial z}) + Q \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.2 乱流モデル

(3.4) 式および (3.8) 式内の動粘性係数 ν および熱拡散率 α または熱伝導率 λ は、運動量またはエネルギー方程式についての実効拡散係数である。すなわち、

$$\nu = \nu_l + \nu_t \quad (3.10)$$

$$\lambda = \lambda_l + \lambda_t \quad (3.11)$$

ここで添字 l および t は、それぞれ層流および乱流を示す。

“NJS3D” に於ては、乱流モデルとして2種類を用意している。

i) 一定乱流粘性モデル

—————→ 渦拡散モデル

ii) 2方程式乱流モデル

—————→ $k-\epsilon$ モデル

この乱流モデルは入力データにより選択される。

3.2.1 渦拡散モデル

NJS3D で用いられている渦拡散モデルは、乱流動粘性係数 ν_t および乱流熱伝導率 λ_t を一定と仮定する最も簡単な乱流モデルである。乱流動粘性係数 ν_t は、入力データ EPH を用いて、下式により計算される。

$$\nu_t = \nu_l * EPH \quad (3.12)$$

また、乱流熱伝導率 λ_t は、乱流プラントル数 Pr_t を使用して、下式により計算される。

$$\lambda_t = \frac{C_p \cdot \nu_t}{Pr_t} \quad (3.13)$$

$$Pr_t^{-1} = C \cdot Re^{0.45} \cdot Pr^{0.2} [1 - \exp\{-1 / (C \cdot Re^{0.45} Pr^{0.2})\}]^4 \quad (3.14)$$

ここで、

C : = 0.014

Re : レイノルズ数

Pr : プラントル数

Pr_t : 乱流プラントル数

3.2.2 $k-\epsilon$ 2方程式モデル

NJS3D で用いられる2方程式乱流モデルに於ては、乱流粘性係数 μ_t は以下の式を用いて計算する。

$$\mu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.15)$$

ここで、

k : 乱流エネルギー

ϵ : 乱流エネルギー散逸率

以下に乱流エネルギー k の輸送方程式⁵⁾を示す。

$$\frac{\partial}{\partial t}(k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(U_i \cdot k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{k}{\partial x_i} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right)^2 - \epsilon \quad (3.16)$$

(3.16)式に於て、左辺第1項は時間項、第2項は対流項、また右辺第1項は拡散項、第2項は生成項、第3項は散逸項である。

乱流エネルギー散逸を支配する方程式⁵⁾を以下に示す。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(U_i \cdot \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + c_1 \cdot f_1 \frac{\epsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right)^2 - c_2 \cdot f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.17)$$

(3.17)式中の各項の意味は、(3.16)式のものと同じである。

ここで、各係数は以下のものを使用した¹²⁾。

$$c_\mu := 0.09$$

$$\sigma_k := 0.9$$

$$\sigma_\epsilon := 1.0$$

$$c_1 := 1.45$$

$$c_2 := 2.0$$

$$f_1 := 1.0$$

$$f_2 = 1 - 0.3 \exp\left(-\frac{k^2}{\mu_t \cdot \epsilon}\right)$$

以上により求められる乱流粘性係数 μ_t を用い、(3.14)式から乱流熱伝導率を計算する。

3.3 ゆらぎ量輸送方程式

3.3.1 $\overline{\varphi^2}$ - 方程式^{5)~9)}

ゆらぎ量の2乗平均値を支配する方程式は、以下に示す通りである。

$$\frac{\partial \overline{\varphi^2}}{\partial t} + U_i \frac{\partial \overline{\varphi^2}}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i \cdot \varphi^2}) - 2\overline{u_i \varphi} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - 2\lambda_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (3.18)$$

ここで、

U_i : x 方向平均流速

u_i : x 方向流速ゆらぎ成分

ϕ : 輸送量平均値成分

$\overline{\varphi^2}$: 輸送量ゆらぎ成分の2乗平均

λ_i : 熱伝導率

\bar{f} : 時間平均操作

(3.18)式に於る左辺第1項は時間項、第2項は対流項、また右辺第1項は拡散項、第2項は生成項、第3項は散逸項である。このうち、拡散項、生成項および散逸項については、以下の近似を行なう。

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{(u_i \varphi^2)} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(c_\varphi \frac{k}{\varepsilon} \overline{(u_i \cdot u_k)} \frac{\partial \varphi^2}{\partial y_j} \right) \quad (3.19)$$

ここで,

$$c_\varphi = 0.13$$

$\rho \overline{u_i \cdot u_k}$: レイノルズ応力

$$= -\mu_i \left(\frac{\partial V_k}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} k \cdot \delta_{ik} \quad (3.20)$$

δ_{ik} : クロネッカーのデルタ

$$\delta_{ik} = 1 \text{ for } i = k, \quad \delta_{ik} = 0 \text{ for } i \neq k.$$

$$-\overline{(u_i \varphi)} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = -c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon \cdot \nu_i} \frac{\partial \varphi^2}{\partial x_i} \quad (3.21)$$

また, 散逸項は,

$$-2\lambda_l \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = \frac{\overline{\varphi^2}}{R} \frac{\varepsilon}{k} = \varepsilon_\varphi \quad (3.22)$$

ここで R は, 経験定数で 0.8 を使用する。

これらの式は, 3.2 節の k - ε 乱流モデルの 2 方程式と連立して解かれる。

また, 渦拡散モデルを使用した場合には, 以下の近似を行なう。

生成項は,

$$\overline{u_i \varphi} = \lambda_l \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$$

また, 散逸項は Taylor の混合距離理論を用いると,

$$2\lambda_l \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = 12 \lambda_l \frac{\overline{\varphi^2}}{l_f^2}$$

である。ここで, l_f^2 は混合距離で,

$$l_f^2 = \frac{9 \times 0.03 \times \lambda_l (De \cdot f)^2}{\lambda_l}$$

で表わされる。式中の De は等価直径, f は渦直径/等価直径で渦比を表わす。

3.4 計算手法

3.4.1 計算の流れ

“NJS3D” の流れ図を Figure 3.2 に示す。計算が開始されると各変数の初期化を最初に実施するとともに SUBROUTINE FBCST により解析体系の壁面条件規定がなされる。この後,

以下の式により、重力加速度を用いて各セルの初期圧力が計算される。

$$P_{i,j,k} = P_{i,j,k} - g_k (\Delta Z_{k+1} + \Delta Z_k) \quad (3.23)$$

ここで、

$P_{i,j,k}$: セル内圧力

g_k : 重力加速度

ΔZ : メッシュ幅

この初期圧力を用いて、一時的な流速を計算する。ここで計算された流速は一般的に(3.2)式または(3.3)式の連続の式を満足していない。そこで、ICE (Implicit Continuous-fluid Eulerian) 法を用いて各セル内の圧力を調整して連続の式を満足する流速値に修正してゆく(次節 3.4.2 参照)。この修正作業が終了(収束)した場合には、乱流物性値の計算に移る。また、オプションにより熱計算、ゆらぎ量計算が実行される。

以上の計算が指定した時間まで繰り返し実行され、必要に応じてリスタート・ファイルが作成される。

3.4.2 圧力による反復計算

流速の修正反復過程で計算される流速値は、連続の式を満足しない。この満足しない質量残差を $Diff$ とし、この $Diff$ が零になるよう各セルの圧力を修正する。

各セル内の圧力修正量 ΔP は、

$$\Delta P = -\omega \cdot Diff / \left[2 \Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \right] \quad (3.24)$$

となる。この修正圧力を用いると新しい流速は、

$$U_{i,j,k}^n = U_{i,j,k}^{n-1} + \Delta t \cdot \Delta P / \Delta x \quad (3.25)$$

$$U_{i-1,j,k}^n = U_{i-1,j,k}^{n-1} + \Delta t \cdot \Delta P / \Delta x$$

で表わされる。反復計算においては、加速定数 ω の選択により収束を加速させることができる。

第4章 検証試験

温度ゆらぎ量計算部の検証用として、以下に示す2種類の実験データを選択した。

- i) 円筒パイプモデルによる試験¹⁰⁾
- ii) 原型炉模擬7集合体モデルによる試験¹¹⁾

試験 i) の円筒パイプによる試験は、UKAEA において温度ゆらぎをモンテカルロ法で追跡する計算コードの検証用に実施されたものである。

試験 ii) は、原型炉を対象とし炉上部計装系に与える集合体間クロスフローの程度を把握する目的で実施されたものであり、大洗・機器開発室の成果である。

4.1 円筒パイプモデルによる検証

Figure. 4.1 に体系の概念図を示す。また、円筒パイプの幾何学形状および試験条件を以下に列記する。

パイプ半径	$a = 45 \text{ mm}$
軸方向基準面間距離	$l = 114.5 \text{ mm}$
径方向平均流速	$u = 0.55 \text{ m/s}$
	$= 1.03 \text{ m/s}$
	$= 2.91 \text{ m/s}$

入口径方向温度分布 ガウス分布 (Figure. 4.2 ~ 4.4 参照)

Table 4.1 に解析条件を示す。今回の検証では、温度ゆらぎ量計算値のメッシュ効果を確認するために r 方向メッシュを 50, 30, 15 および 5 個の4種類について計算した。また、乱流モデルによる差を確認するために、渦拡散モデルおよび $k-\epsilon$ 乱流モデルの2種類を用いて行なった。

Figure. 4.2 ~ 4.4 に測定値とモンテカルロ法を用いて計算した結果¹⁰⁾を3種の流速についてそれぞれ示す。各図の最上図は基準面 A における径方向温度分布、中間の図は面 B における径方向温度分布、最下図は面 B における径方向温度ゆらぎ量分布である。

Figure. 4.5 ~ 4.7 に B 面における径方向温度分布のメッシュ効果を示す。図よりわかる通り、流速の違いによらず平均温度に対するメッシュ効果は微少であり無視できる。

Figure. 4.8 ~ 4.10 に B 面における径方向温度ゆらぎ量分布のメッシュ効果を示す。結果より、いずれの流速ケースについてもメッシュ数を増加させてゆくに従がい温度ゆらぎ量はある

一定値に漸近し、メッシュ数 30 と 50 とではほぼ等しい値になっている。また、若干ではあるが、流速値が大きい方がメッシュ効果に対する感度が大きい。

Figure. 4. 11 ~ 4. 13 に 2 種の乱流モデルを使用して計算した結果の比較を 3 種の流速についてそれぞれ示す。この結果によると、 $k-\epsilon$ モデルにより計算した温度ゆらぎ量は、渦拡散モデルを用いて計算した結果に比べ径方向全体にわたり小さい。

この差の発生する原因は現段階では明らかではないが、考えられるものとしては径方向に対する乱流拡散係数の空間分布性があげられる。

しかし、両者の差は、最大ゆらぎ量に対し数% 以下であり、良い一致が見られたと判断できる。

4.2 原型炉模擬 7 集合体モデルによる検証

模擬 7 集合体モデルの概念図を Figure. 4. 14 に示す。

また、温度測定位置を Figure. 4. 15 に示す。測定に用いられた熱電対は合計 30 本であり、外径 1.6 mm、時定数 150 msec の仕様のものである。同図上部に試験条件の一覧を載せた。試験は基準状態として 5 ケース実施され、中心集合体流量を段階的に減少させてクロスフローによる温度ゆらぎ量の程度が測定されている。結果を 5 ケースについてそれぞれ Figure. 4. 16 ~ 4. 20 に示す。各図中の縦軸は無次元（規格化）温度として整理されている。すなわち、

$$\theta = \frac{T - T_a}{T_c - T_a}$$

ここで、

θ : 無次元温度

T : 各熱電対による測定温度

T_a : 周辺集合体出口温度

T_c : 中心集合体出口温度

図中の「◎」印は無次元平均温度、また「↕」印は無次元温度ゆらぎ量である。結果から、中心集合体流量を徐々に減少させてゆき、周辺流量との比率 β が 0.39 になると各熱電対位置での温度ゆらぎ量は大幅に変動することが理解できる。

解析は 5 ケースの試験のうちから、 $\beta = 1.06$ と $\beta = 0.39$ の 2 ケースを選定した。メッシュ分割図を Figure. 4. 21 に示す。乱流モデルは、 $k-\epsilon$ モデルを使用した。フローパターンを Figure 4. 22 および 4. 23 に示す。また、温度分布を Figure 4. 24 および 4. 25 に示す。図中の破線が解析結果であり、「I」印により温度ゆらぎ量を示した。

また、Table 4.3 および Table 4.4 に解析した 2 ケースについての実測値と計算値の比較を各熱電対について示す。各表の「*」印は整流筒以外の場所での径方向平均値（メッシュについての単純平均）を示し、隣接メッシュ間での変動差が大きいためこの平均操作を行なった。平

均温度については、3体の集合体のうち両側の集合体上部で過大評価、また中心集合体上部で過小評価の傾向があり、径方向全体的に平坦化した計算値が得られている。温度ゆらぎ量については、 $\beta = 1.06$ のケースで全体的に過大評価、また $\beta = 0.39$ のケースで全体的に過小評価の傾向にある。

実験は、円筒容器内に7集合体が入った体系であるが、解析では先に示したように、それぞれを直方体形状で模擬している。このため、流速分布は実験とは異なることが予想される。今後パラメータサーベイにより、実験と整合の取れる条件をサーベイしてゆく予定である。

第5章 高速実験炉「常陽」における温度ゆらぎ量の推定

5.1 解析体系

解析体系は、「常陽」が MK-II 運転を開始して以来、最も熱的に厳しい条件（燃料本数が少なく、各 S/A の出力分担率の高い炉心）であった 100MW 出力上昇試験時を対象とし、炉心第 1 列に CMIR (Core Material Irradiation Rig) を装荷した定格出力時を選定した。解析体系を Figure 5.1 に示す。解析を 3 次元体系で実施するために、集合体冷却材流出孔断面積が保存されるように y 方向に厚みを設定し、結果的に集合体冷却材流出断面は矩形とした。100 MW 出力状態における 3 体の集合体の熱流力特性を以下に列記する。

	集合体	出力 (MW)	流量 (kg/s)	温度 (°C)
(000)	Driver	2.02	9.52	543
(1C1)	CMIR	0.034	1.32	416
(2C1)	Driver	1.89	9.01	541

上記した温度は、測定値をベースに集合体間熱移行効果および γ 線輸送発熱について現在の知見で補正されたものである。体系入口流速は、集合体冷却材流出孔断面で均一として計算したものをを用いた。体系入口温度も同様である。Figure 5.2 にメッシュ分割図を示す。

5.2 解析結果

フローパターンを Figure 5.3 に示す。結果よりわかる通り CMIR より流用する冷却材流量が両側のものに比べ著しく小さいため、CMIR よりの冷却材はジェットポンプ効果により両側に吸い出されるのみで、その上部の整流格子内に流入しない。したがって、整流格子内では圧力のバランスの結果から逆流を起こしている。このような流況のうち、温度ゆらぎ量が大きいと推測される場所は上昇流と下降流とが衝突する Region A, B である。Figure 5.4 に整流格子壁に沿った軸方向温度ゆらぎ量分布を示す。整流格子壁 4 面のうち最も大きな温度ゆらぎ量を示す面は b であり、整流格子下端より 28mm の位置で 97°C の実効温度ゆらぎが計算された。ただし、ここで議論する温度ゆらぎは流体のものであり、構造材側に直接伝達されているとは考えられない。この評価を実施する上ではゆらぎ周波数等の情報が必要であり、今後の課題である。

第6章 結 言

高速炉の燃料集合体出口部を対象として、定格運転中の隣接集合体出口 Na 温度差に起因する温度ゆらぎ量を解析的に推定し得る計算コード“NJS3D”を作成し、検証を実施するとともに高速実験炉「常陽」の解析を行なった。温度ゆらぎ量の評価は、一般的な非定常3次元伝熱流動解析コードに温度ゆらぎに関する生成、散逸、対流および拡散のバランス式を追加し、 $k-\epsilon$ 乱流モデル方程式と連立して解くことにより計算された。

この手法の妥当性は、円筒パイプモデルによる試験データ（英国）と原型炉模擬7集合体モデルによる試験データ（大洗・機器開発室）とを用いて実施した。この結果、メッシュ効果が温度ゆらぎ量計算値に大きく影響することが確認された（円筒パイプモデル）。また、模擬集合体モデルの計算結果では、平均温度は推定値に対し径方向全体に平坦化された結果が得られた。また、温度ゆらぎ量は、 $\beta = 1.06$ で過大評価、 $\beta = 0.39$ で過小評価の傾向が見られた。

「常陽」に対する解析は、100MW出力上昇試験時のCMIR回りを対象に実施し、その結果CMIR上部の整流格子内側壁で最大97°Cの温度ゆらぎ量が計算された。この結果の妥当性は、大洗・構造室より東芝(株)に依頼されたサーマル・ストライピング試験により明らかにされる。

今回開発したコードは、計算を簡略化するために物理的な仮定が種々含まれており、今後これら仮定の妥当性をチェックするとともに必要に応じて改良してゆく予定である。また、サーマル・ストライピング現象の解析手法としてのアプローチへの妥当性については十分議論が尽されているとは言い難く、現象の基本的把握と解析による検証が並行して進られる必要がある。

謝 辞

本コード作成および検証に当って、種々の資料の提供ならびに助言を頂いた機器開発室・中本香一郎室長代理、大山信美研究員に厚く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 谷山他, 高速実験炉「常陽」100 MW 出力上昇試験総合報告書(速報)
PNC SN941 83-92
- 2) 高橋他, 「常陽」燃料集合体内冷却材混合効果に関する試験研究
PNC SN941 73-44
- 3) 永井他, 高速炉燃料集合体変形バンドル用熱流力計算コード PYTHON
PNC SN941 80-111
- 4) S. Aoki, A consideration on the heat transfer in reiquid metal,
Tokyo inst. tech. 1963
- 5) W. Kollmann, Prediction methods for turbulent flows, McGRAW-Hill
1980
- 6) Lumley, J.L., Computation of turbulent transport, Adv. in Geophys.
A18 1974
- 7) Zeman, O., Buoyancy effects in entraining turbulent boundary layers,
Springer Verlag 1979
- 8) Launder, B.E., Heat and Mass transport chapter 6, Vol.12 1976
- 9) Launder, B.E., Turbulence models and their experimental verifica-
tion, Imperial College Rep. HTS/13/26 1973
- 10) D. Firth, A monte carlo approach to the theoretical prediction of
temperature noise in LMFBR S/A's UKAEA, 1977
- 11) 中本他, 燃料集合体出口冷却材温度および流量の計測に関する試験(1)
PNC SN941 82-155 1982
- 12) 河村, 高熱流速加熱ガス流の2方程式乱流モデルによる予測
日本機械学会論文集(B) 1979. 7

Table 4.1 The calculation condition for cylindrical tube model

1. Geometry	refer to Figure 4.1
2. Coordinate system	R-Z- θ
3. Mesh No. on R-axis	50, 30, 15, 5
on Z-axis	35
on θ -axis	5
4. Boundary condition	No-slip without heat transfer
5. Inlet mean velocity	0.55 m-s ⁻¹ , 1.03 m-s ⁻¹ and 2.91 m-s ⁻¹
6. Inlet mean temperature on radial	refer to Figures 4.2 to 4.4
7. Turbulence model	k- ϵ and eddy diffusivity models
8. Acceleration value	1.9
9. Convergence criterion	10 ⁻³

Table 4.2 The calculation condition for mock-uped assemblies model

1. Geometry	refer to Figure 4.21
2. Coordinate system	X-Y-Z
3. Mesh No. on X-axis	50
on Y-axis	50
on Z-axis	35
4. Boundary condition	No-slip with heat transfer through flow tube wall
5. Inlet mean velocity	refer to Figure 4.15
6. Inlet mean temperature	refer to Figure 4.15
7. Turbulence model	k-ε model
8. Acceleration value	1.8
9. Convergence criterion	10^{-3}

Table 4.3 Comparison of calculated results with measured results on $\beta=1.06$ condition

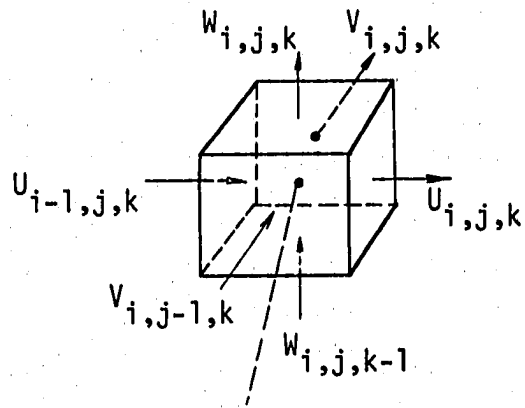
Plane	T/C No.	Mean temperature			Fluctuation		
		Meas.	Cal.	Cal./Meas.	Meas.	Cal.	Cal./Meas.
X	4	0.3	1.4	4.7	0.0	± 0.01	
	5	7.7	6.9	0.9	+0.5,-0.7	± 0.5	1.0,0.7
	6	7.4	7.5	1.0	+0.5,-0.8	± 0.3	0.6,0.4
	7	0.3	0.8	2.7	0.0	± 0.0	
Y	8	0.5	-2.3	-4.6	0.0	± 0.0	
	24	-0.3	0.5	-1.7	0.0	± 0.01	
	9	0.5	1.1	2.2	0.0	± 0.02	
	10	2.2	3.4*	1.5	+2.0,-1.2	$\pm 4.4^*$	2.2,3.7
	11	7.8	7.5	1.0	0.0	± 0.0	
	25	8.5	8.4	1.0	0.0	± 0.0	
	12	7.9	7.5	0.9	0.0	± 0.0	
	13	2.2	2.6*	1.2	+1.1,-1.2	$\pm 5.5^*$	5.0,4.6
	14	0.0	0.9	0.0	0.0	± 0.0	
	26	0.4	0.9	2.3	0.0	± 0.02	
	15	0.3	0.6	2.0	0.0	± 0.02	
Z	16	0.4	0.1	0.25	0.0	± 0.0	
	17	0.6	1.1	1.8	0.0	± 0.0	
	18	3.5	3.6*	1.0	± 0.7	$\pm 1.1^*$	1.6
	19	8.0	7.6	1.0	0.0	± 0.01	
	20	7.8	6.5	0.8	0.0	± 0.01	
	21	2.4	2.4*	1.0	± 0.5	$\pm 0.8^*$	1.6
	22	0.0	0.6	0.0	0.0	± 0.02	
	23	0.3	-0.3	-1.0	0.0	± 0.0	

* averaged value , unit ; °C

Table 4.4 Comparison of calculated results with measured results on $\beta=0.39$ condition

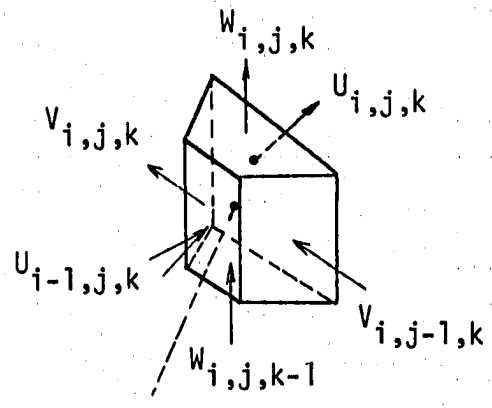
Plane	T/C No.	Mean temperature			Fluctuation		
		Meas.	Cal.	Cal./Meas.	Meas.	Cal.	Cal./Meas.
X	4	3.5	6.9	2.0	+2.7,-2.0	± 1.5	0.6,0.8
	5	11.5	10.0	0.9	+8.0,-5.7	± 3.1	0.4,0.5
	6	16.4	12.7	0.8	+5.1,-7.5	± 2.1	0.4,0.3
	7	0.9	5.8	6.4	+2.2, 0.0	± 0.8	0.4,0.0
Y	8	0.6	1.5	2.5	0.0	± 0.01	
	24	0.6	2.7	4.5	0.0	± 0.01	
	9	1.3	3.1	2.4	0.0	± 0.01	
	10	6.6	7.1*	1.1	+3.3,-2.4	$\pm 1.8^*$	0.5,0.8
	11	6.6	7.5	1.1	+4.0,-2.2	± 1.2	0.3,0.5
	25	4.9	7.3	1.5	+8.0,-2.7	± 3.8	0.5,1.4
	12	8.8	6.3	0.7	+7.5,-4.6	± 4.3	0.6,0.9
	13	9.3	6.9*	0.7	+3.5,-3.1	$\pm 2.2^*$	0.6,0.7
	14	0.8	2.3	2.9	0.0	± 0.01	
	26	0.4	1.5	3.8	0.0	± 0.06	
	15	0.4	1.2	3.0	0.0	± 0.01	
Z	16	0.9	1.7	1.9	0.0	± 0.1	
	17	1.3	2.3	1.8	0.0	± 0.3	
	18	7.5	4.4*	0.6	+1.3,-2.0	$\pm 1.0^*$	0.8,0.5
	19	5.7	2.9	0.5	± 1.3	± 0.2	
	20	4.2	2.7	0.6	± 1.1	± 0.2	
	21	6.2	4.2*	0.7	+1.8,-2.7	$\pm 0.9^*$	0.5,0.3
	22	0.4	1.3	3.3	0.0	± 0.1	
	23	0.4	2.7	6.8	0.0	± 0.1	

* averaged value , unit ; °C



$T_{i,j,k}, P_{i,j,k}$
 $\bar{\varphi}^2_{i,j,k}$

< Cartesian >



$T_{i,j,k}, P_{i,j,k}$
 $\bar{\varphi}^2_{i,j,k}$

< Cylindrical >

Figure 3.1 Coordinate system in the NJS3D code

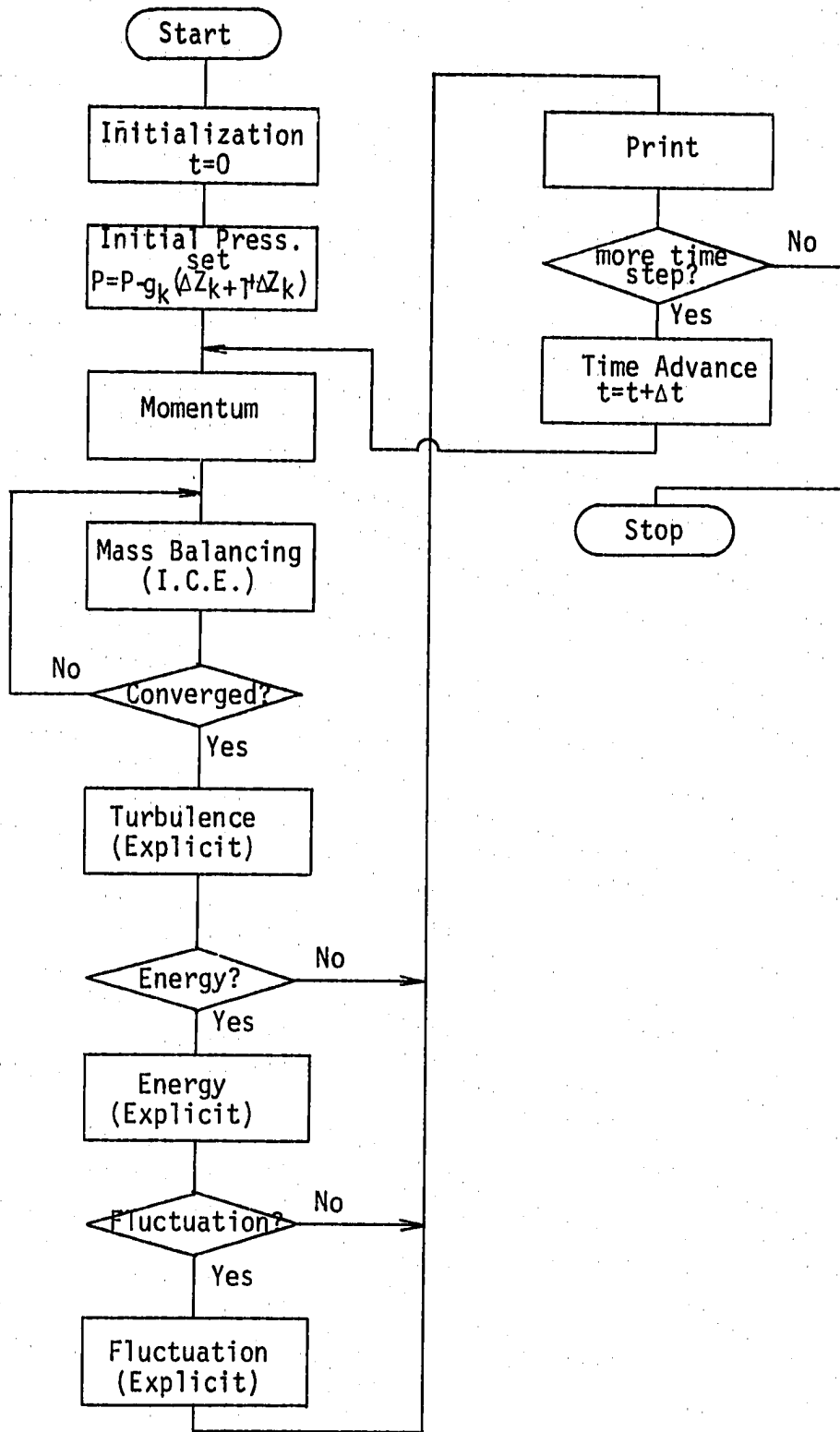


Figure 3.2 Overall Flow Chart of the NJS3D Code

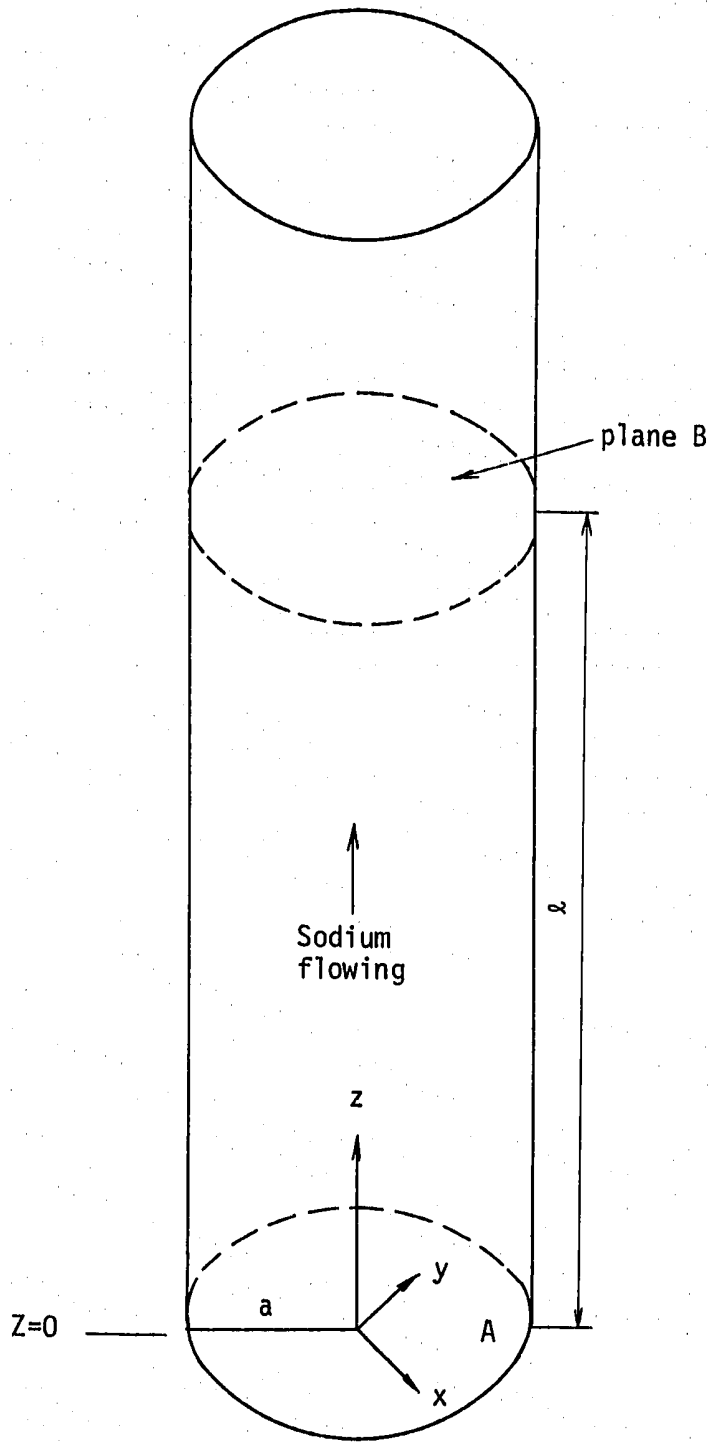


Figure 4-1 Geometry and co-ordinate system for cylindrical tube

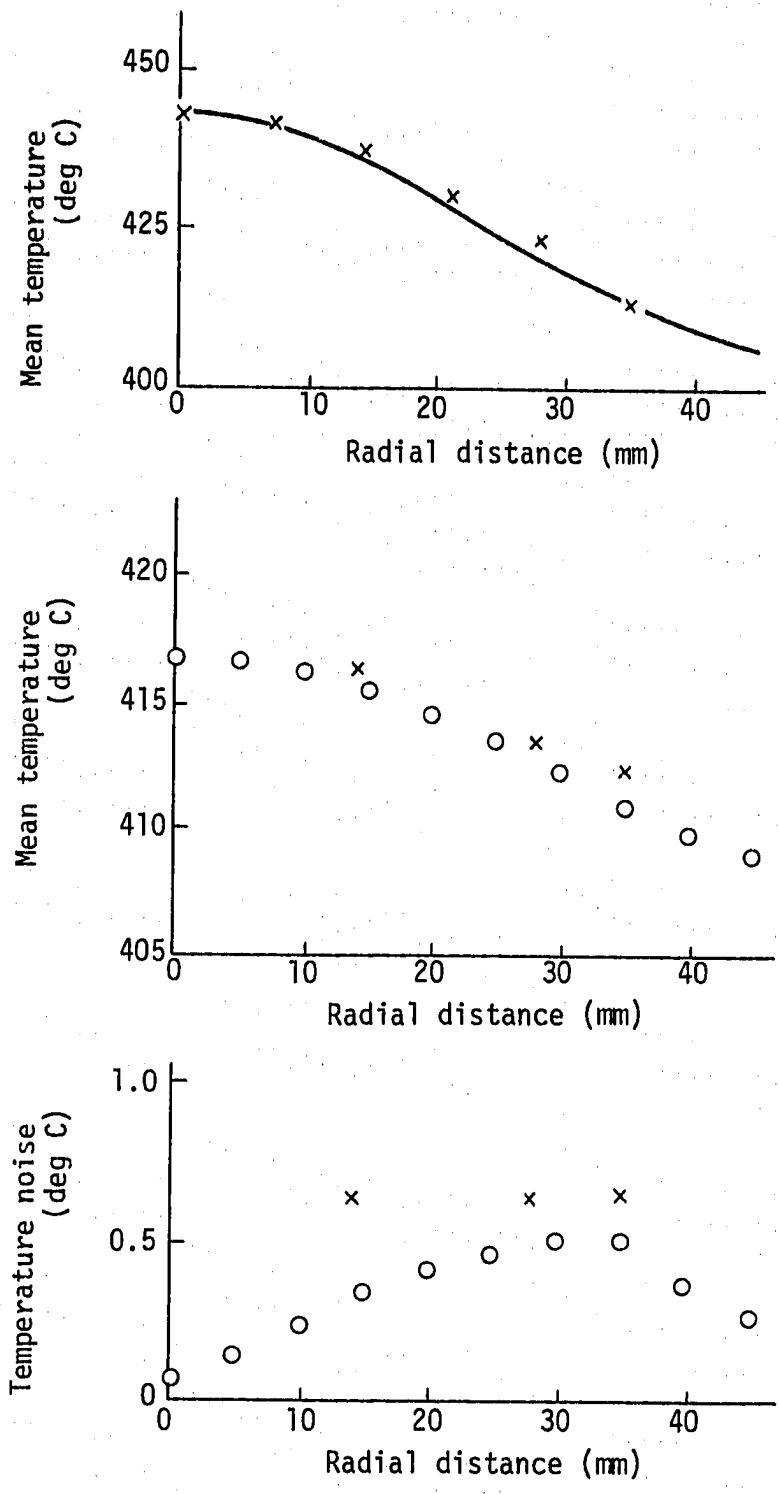


Figure 4.2 Results of Measured and Calculated by Monte-carlo model on Flow=0.55 m-s⁻¹ (x-Measured, o Calculated)

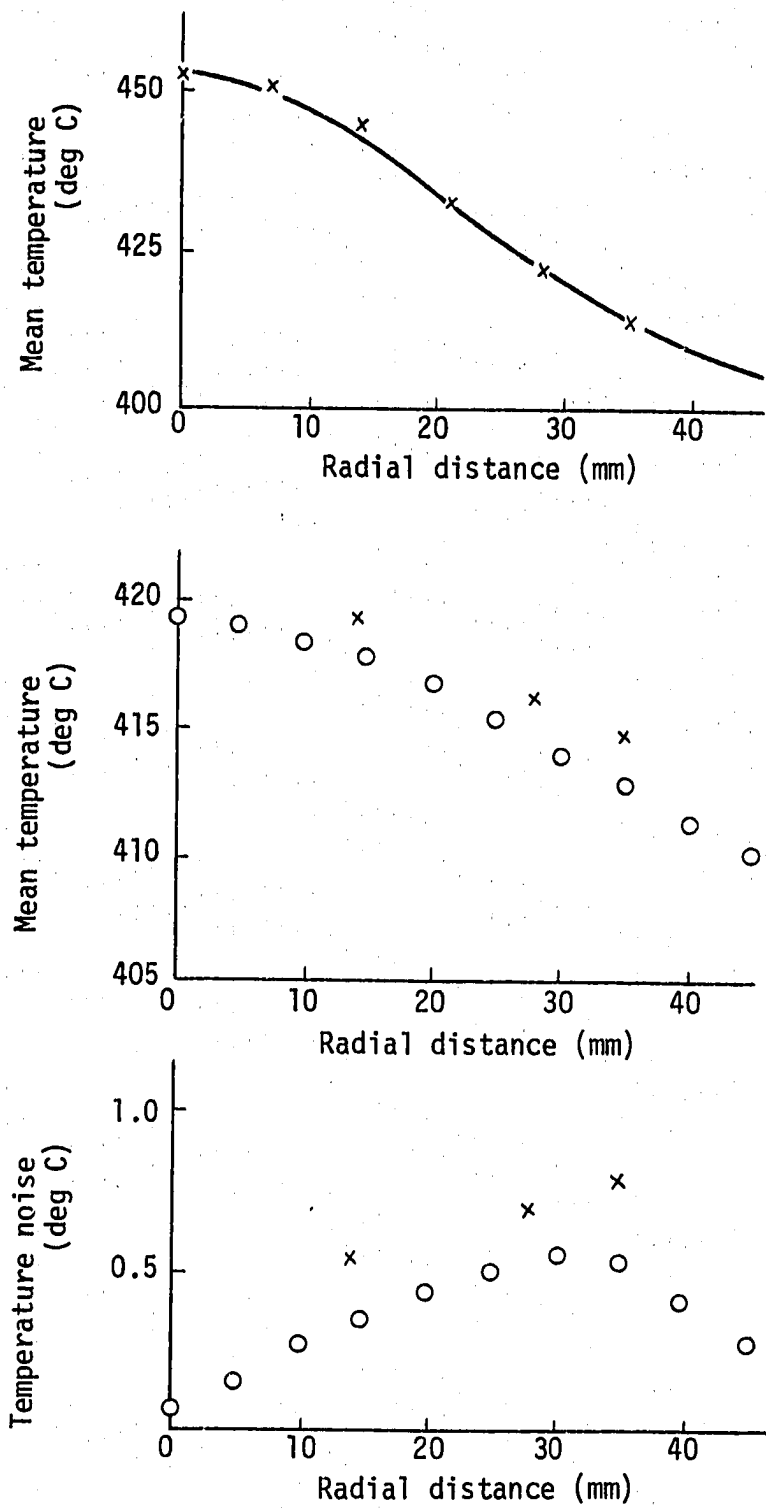


Figure 4.3 Results of Measured and Calculated by Monte-carlo model on Flow=1.03 m-s⁻¹ (x-Measured, o Calculated)

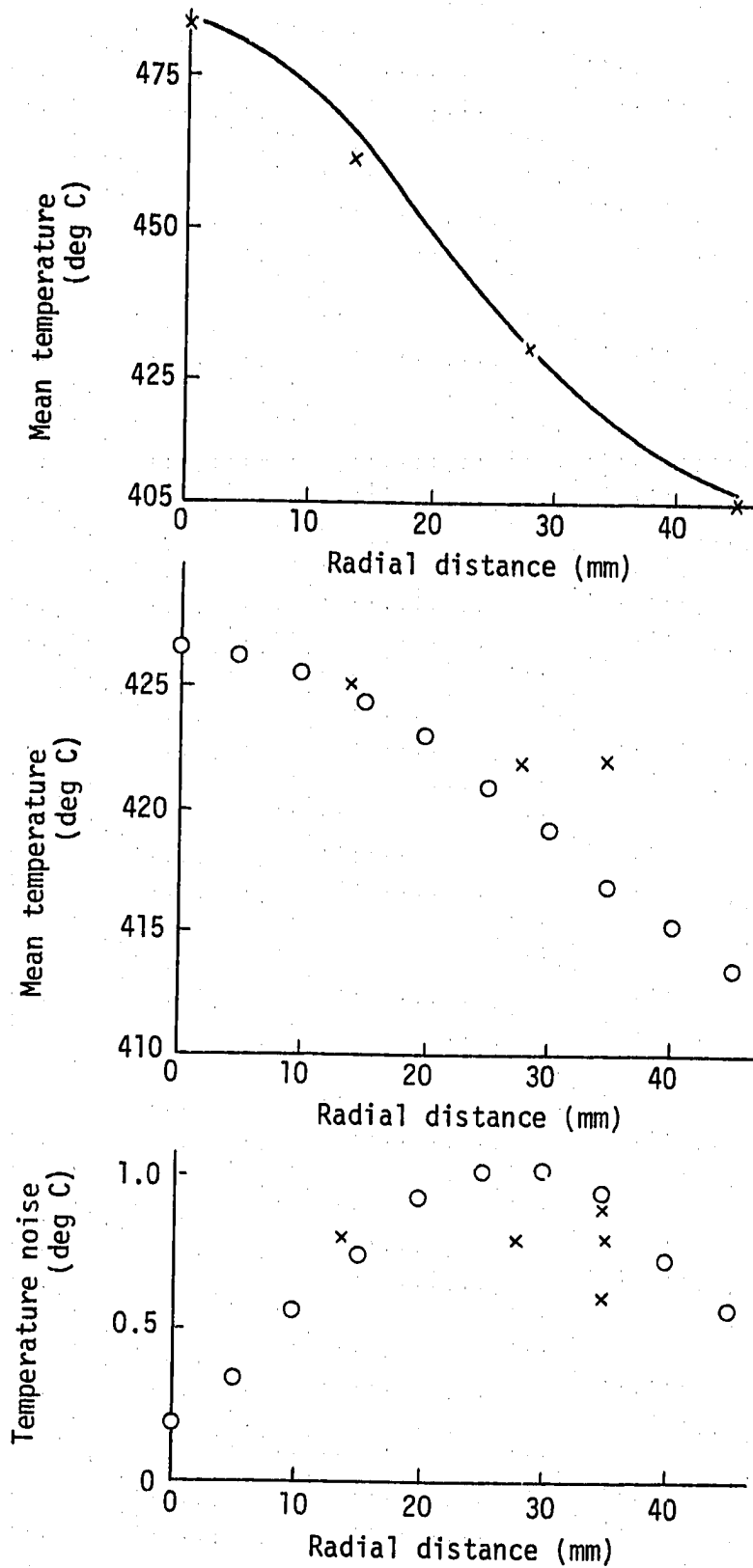


Figure 4.4 Results of Measured and Calculated by Monte-carlo model on Flow=2.91 m-s⁻¹ (x-Measured, o Calculated)

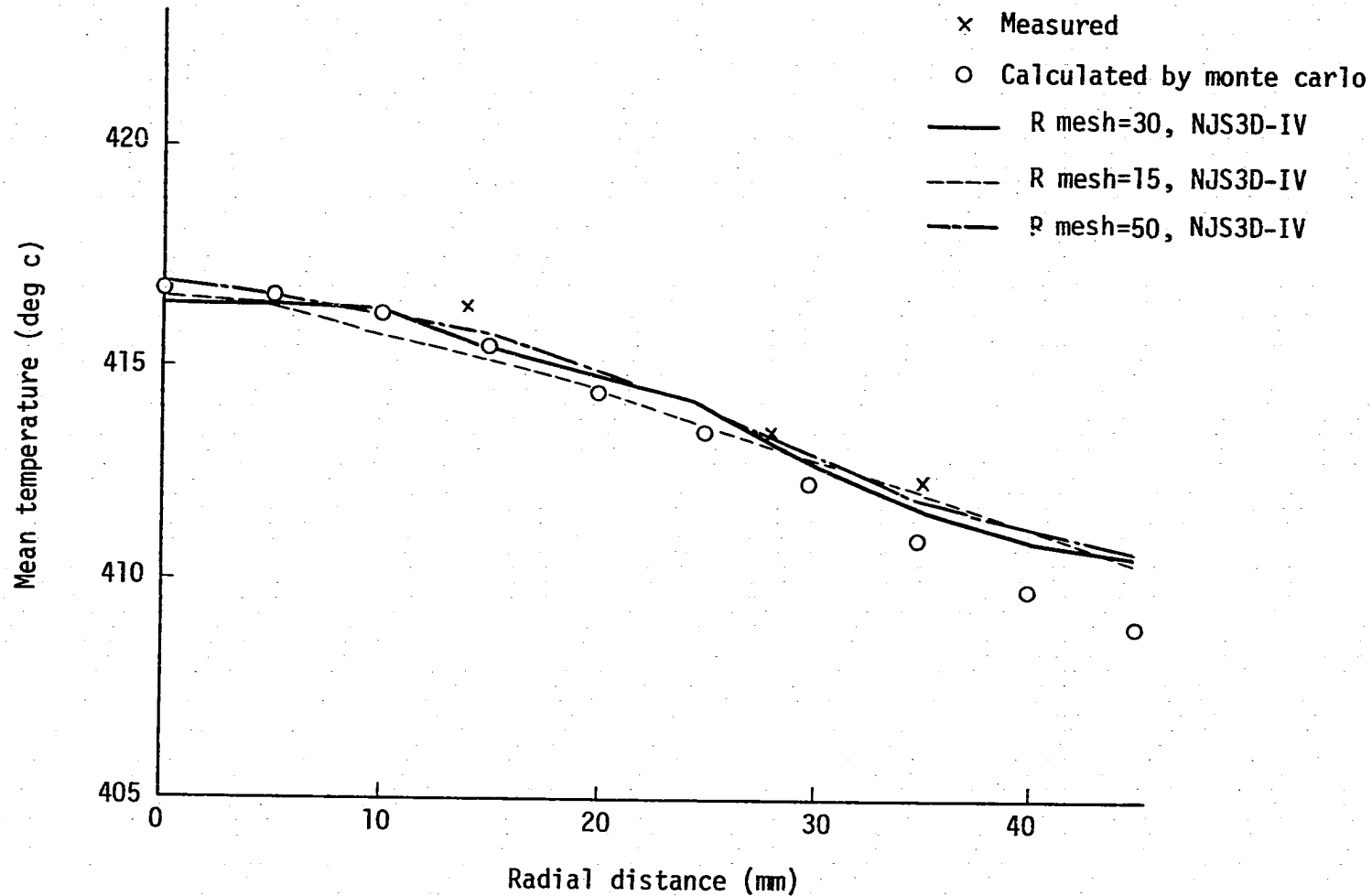


Figure 4.5 Radial mean temperature distribution (0.55m/sec) at cross section B
 f=0.1, Eddy diffusivity model

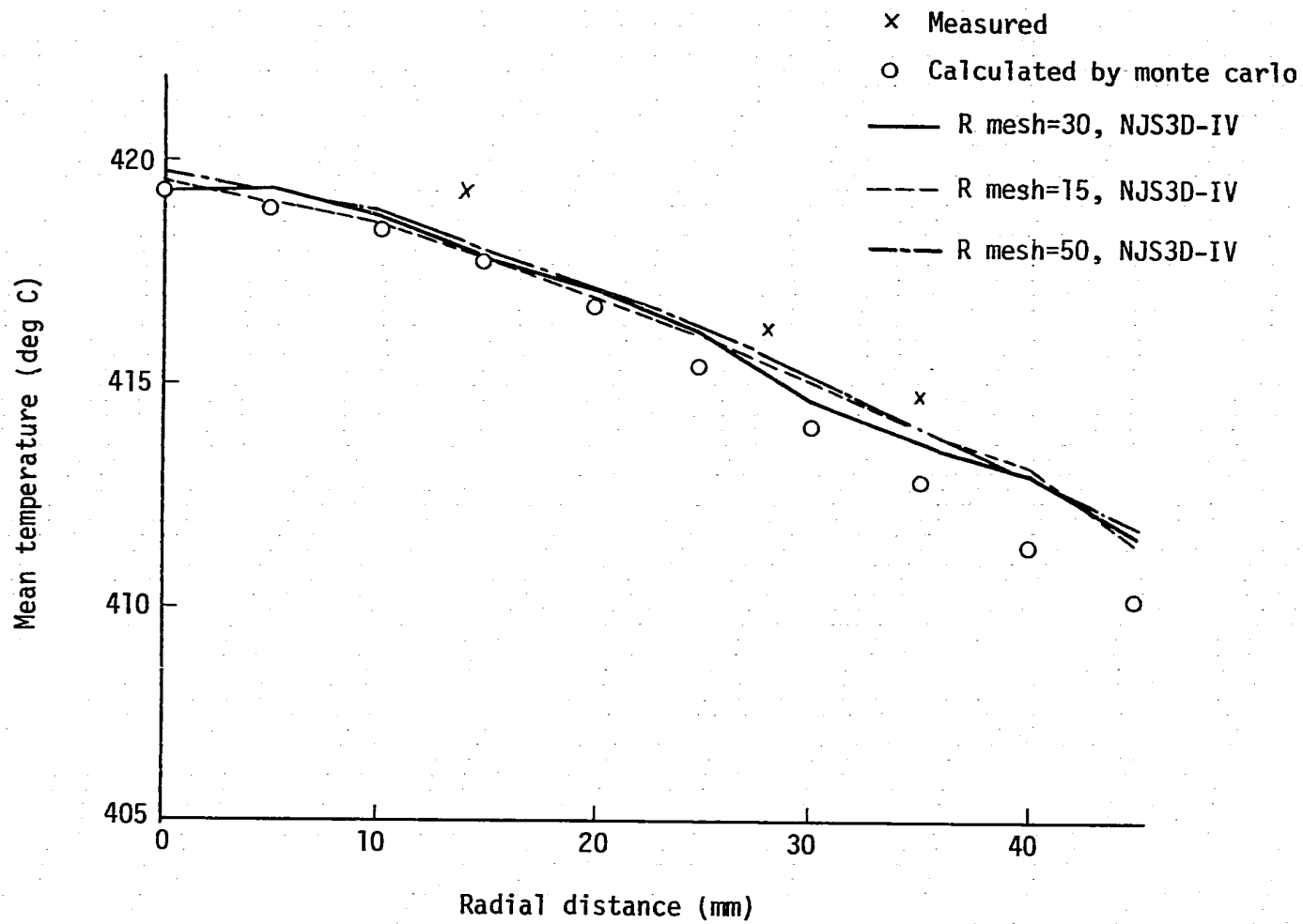


Figure 4.6 Radial mean temperature distribution (1.03 m/s) at cross section B
 $f=0.1$, Eddy diffusivity model

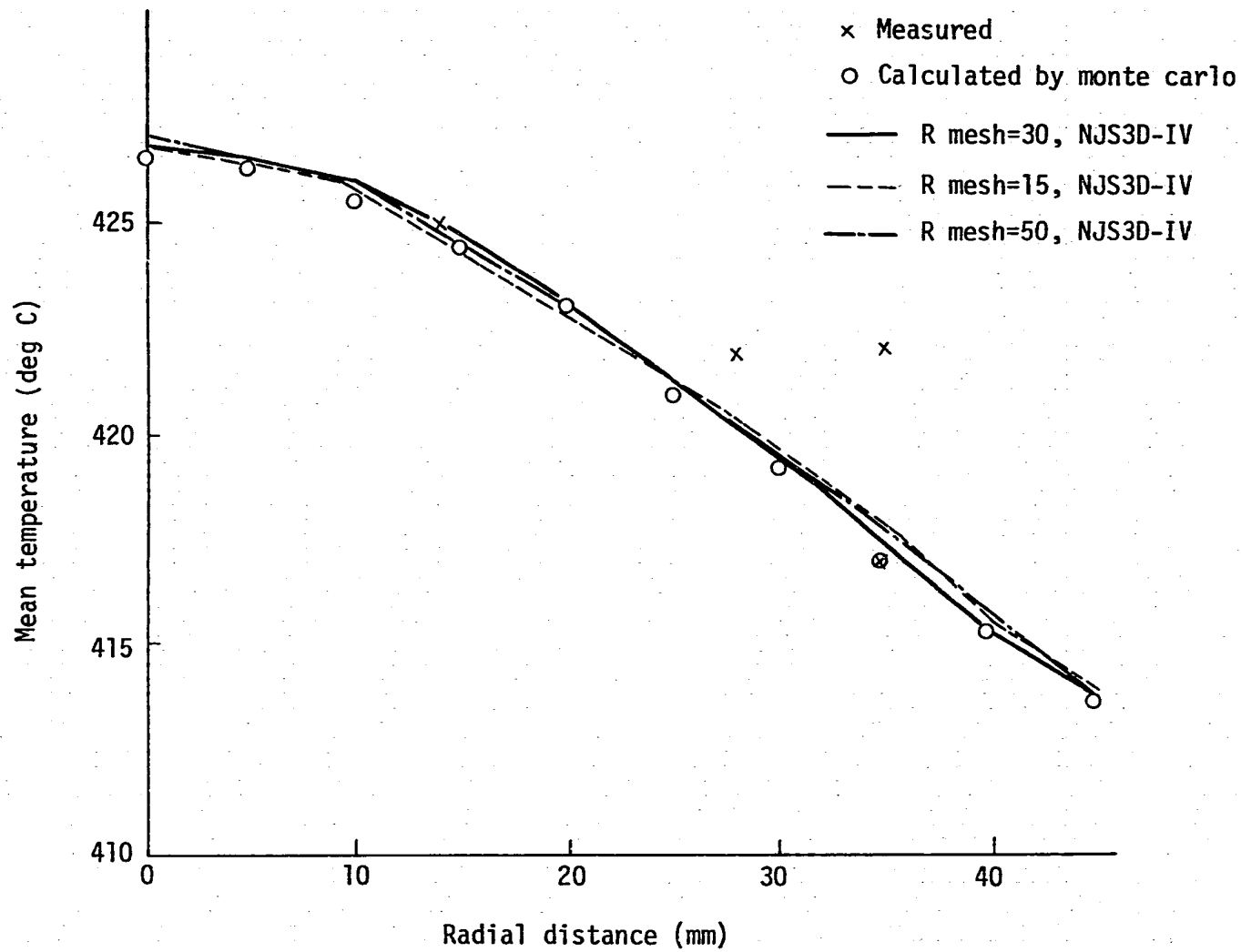


Figure 4.7 Radial mean temperature distribution (2.91 m/s) at cross section B
f=0.1, Eddy diffusivity model

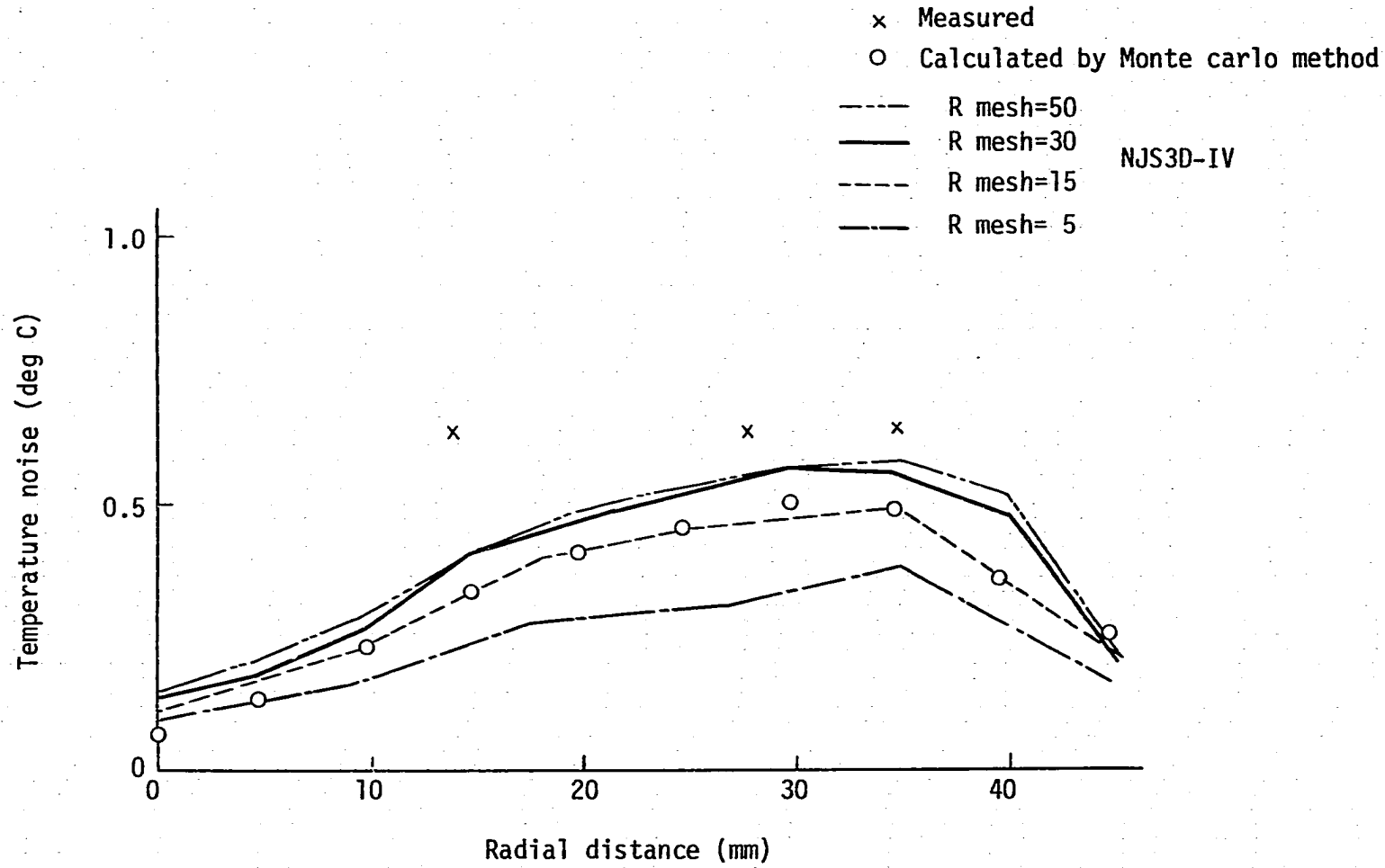


Figure 4.8 Radial temperature noise distribution at cross section B
(mean velocity 0.55 m/s)
f=0.1
Eddy diffusivity model

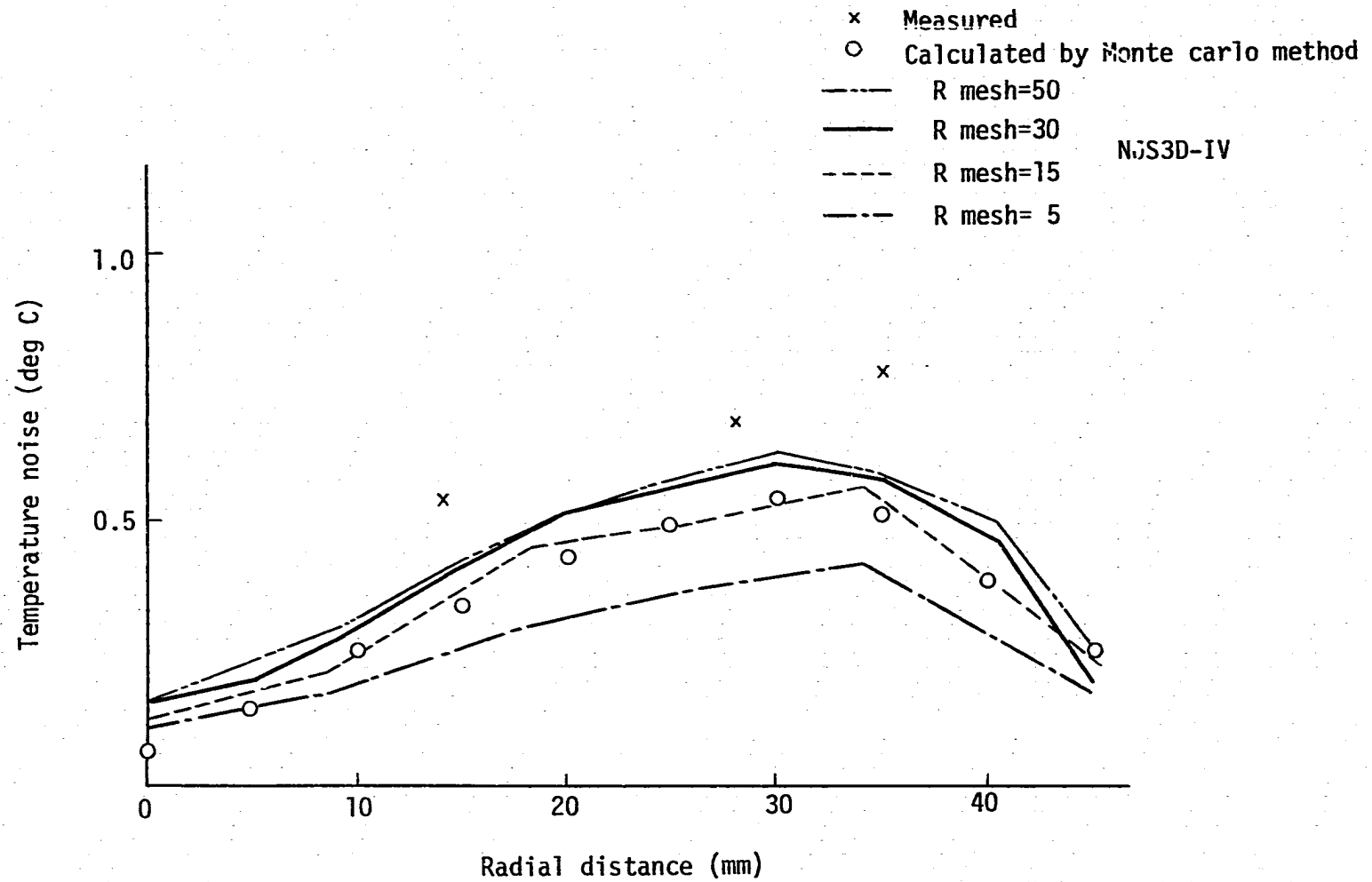


Figure 4.9 Radial temperature noise distribution at cross section B
(mean velocity 1.03 m/s)
f=0.1
Eddy diffusivity model

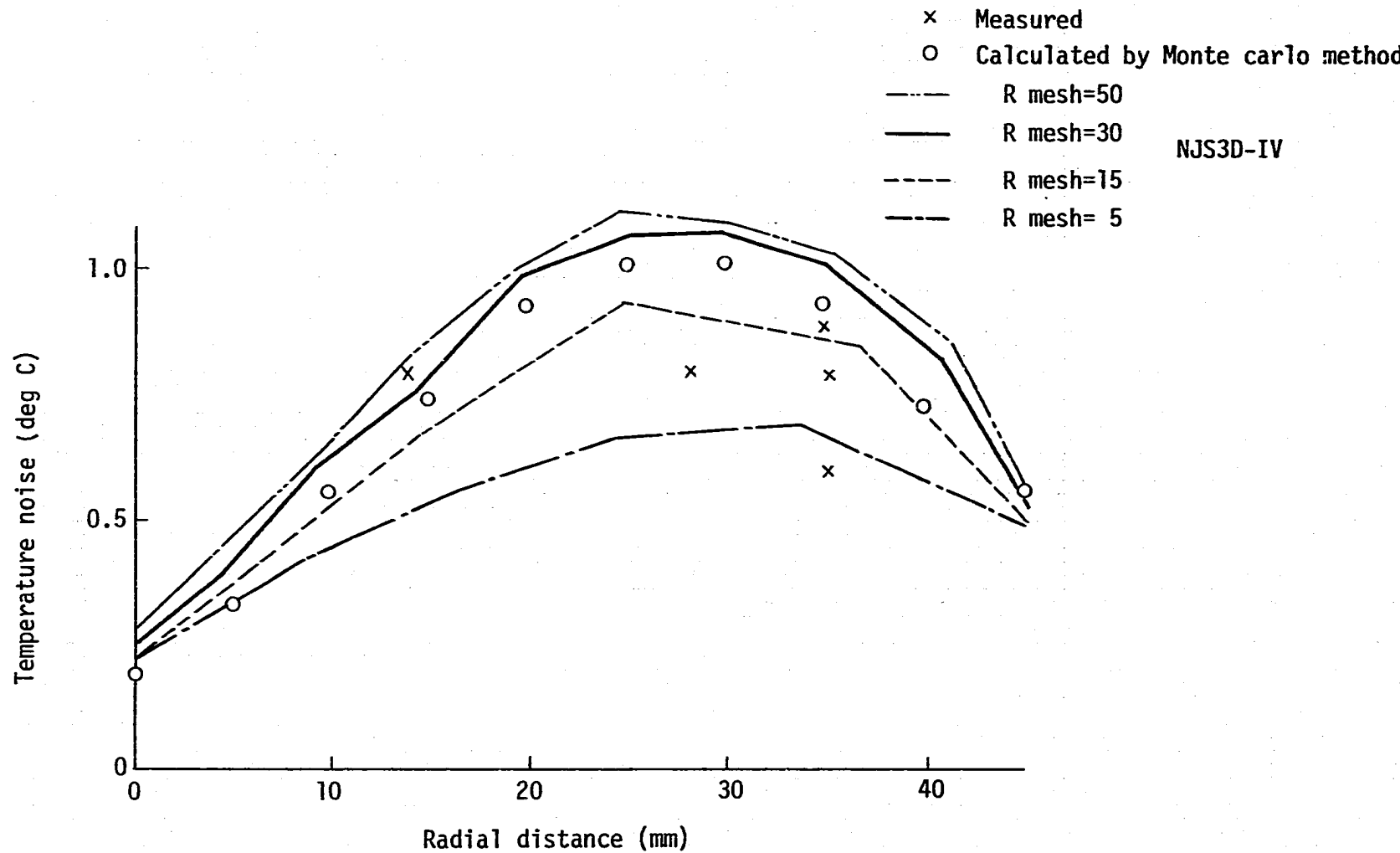


Figure 4.10 Radial temperature noise distribution at cross section B
(mean velocity 2.91 m/s)
f=0.1
Eddy diffusivity model

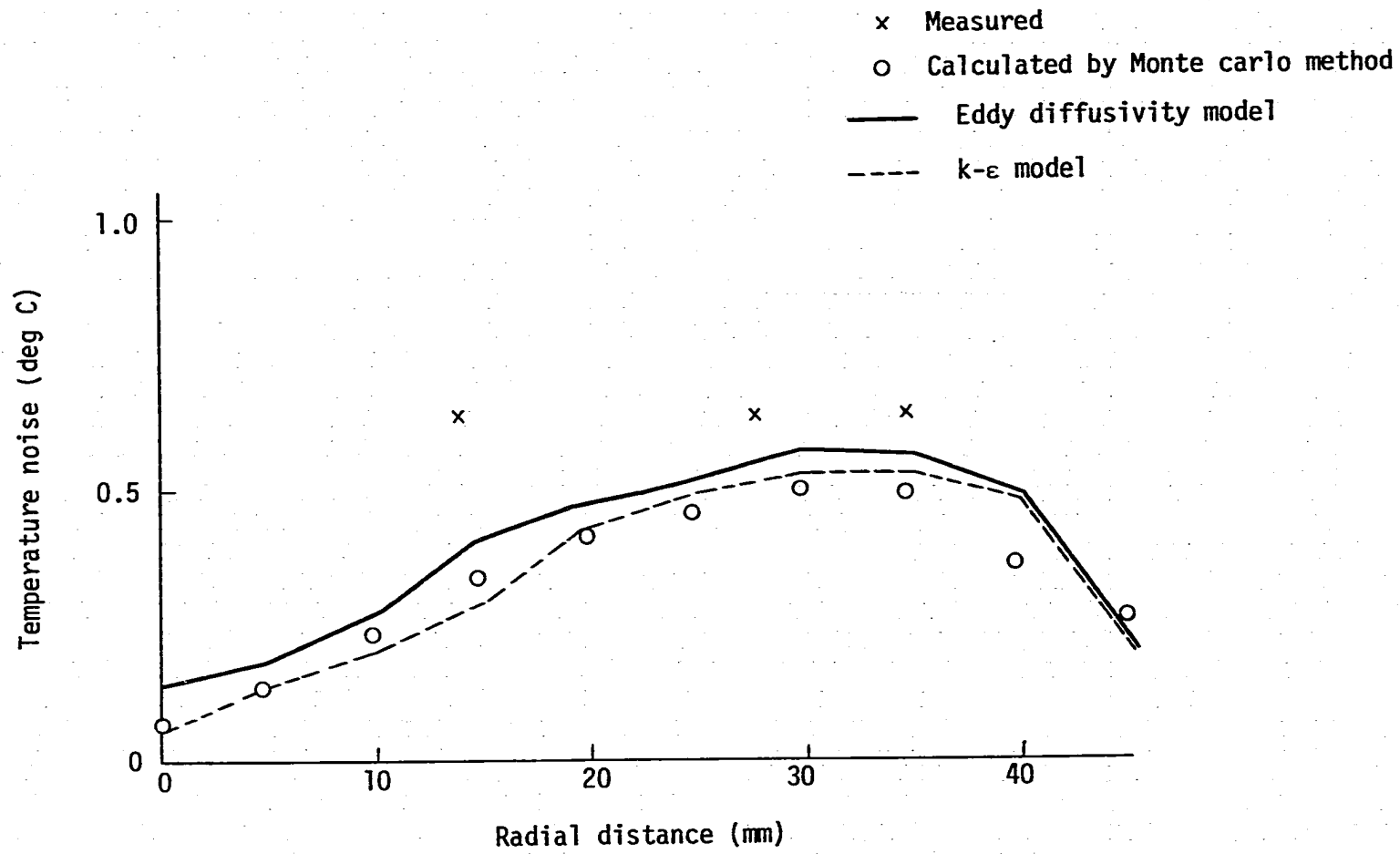


Figure 4.11 Comparison of k-ε model results with eddy diffusivity model results
(mean velocity 0.55 m/s)
f=0.1
R mesh=30

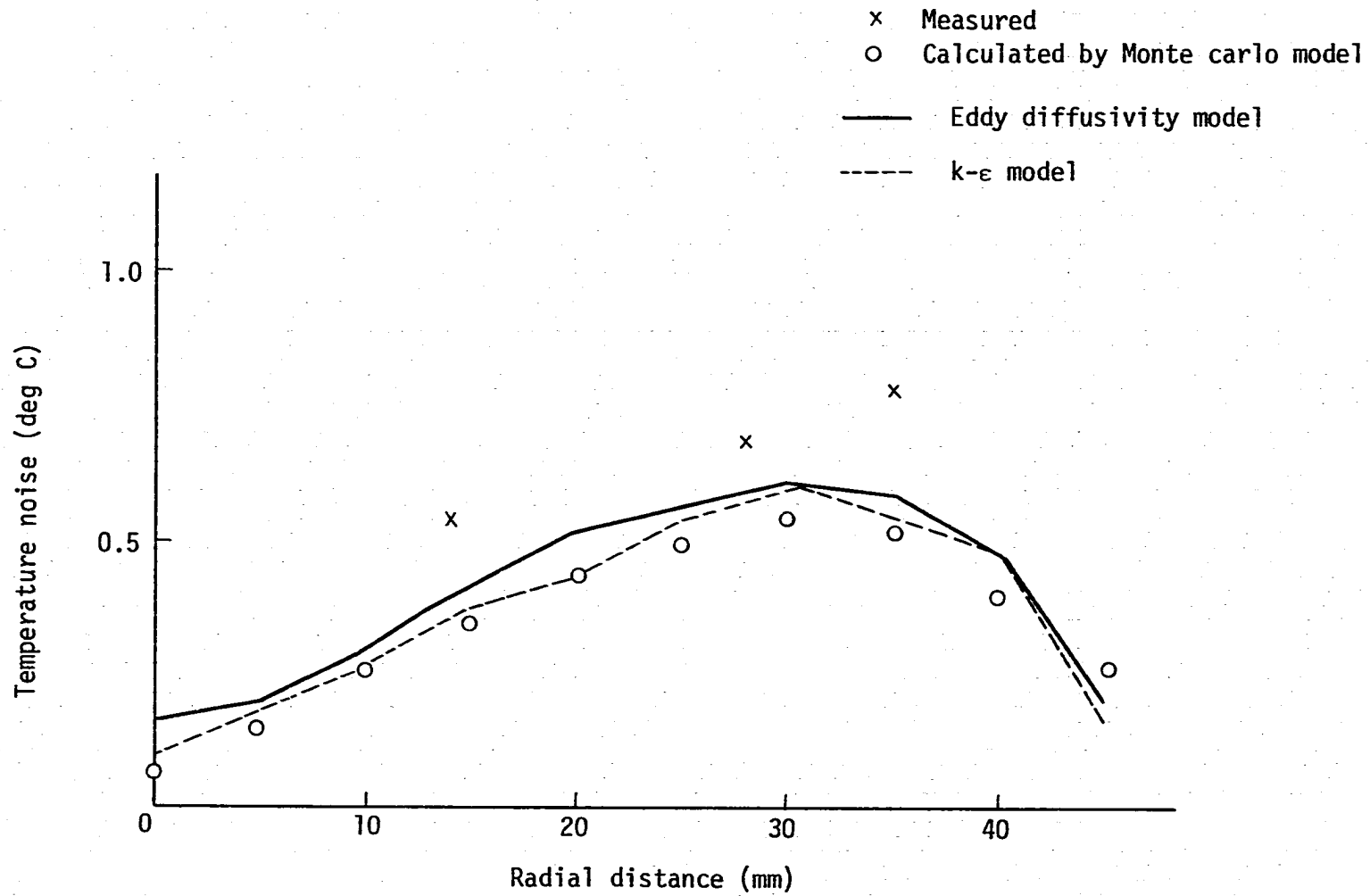


Figure 4.12 Comparison of k-ε model results with eddy diffusivity model results
(mean velocity 1.03 m/s)
f=0.1
R mesh=30

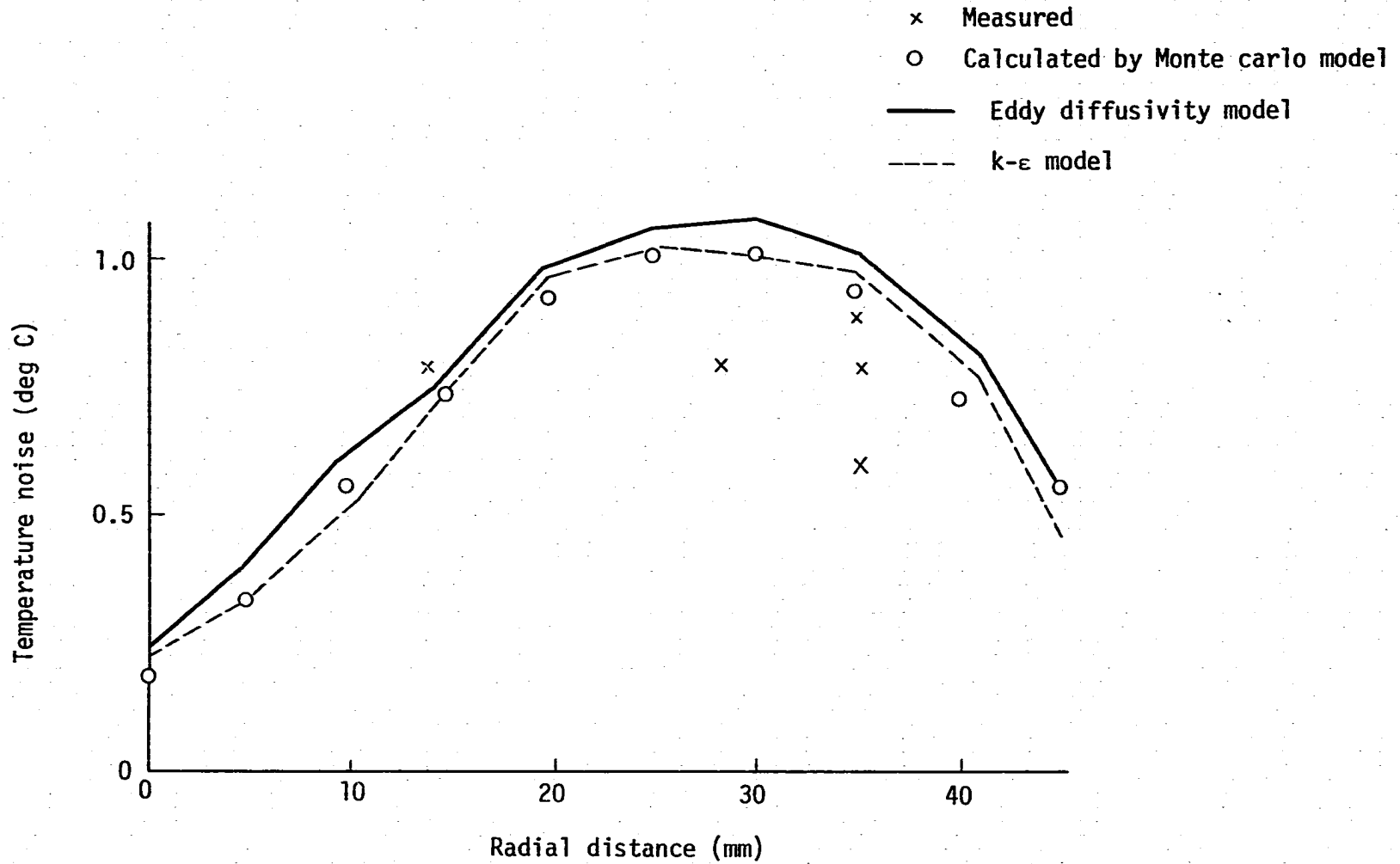


Figure 4.13 Comparison of k-ε model results with eddy diffusivity model results
 (mean velocity 2.91 m/s)
 f=0.1
 R mesh=30

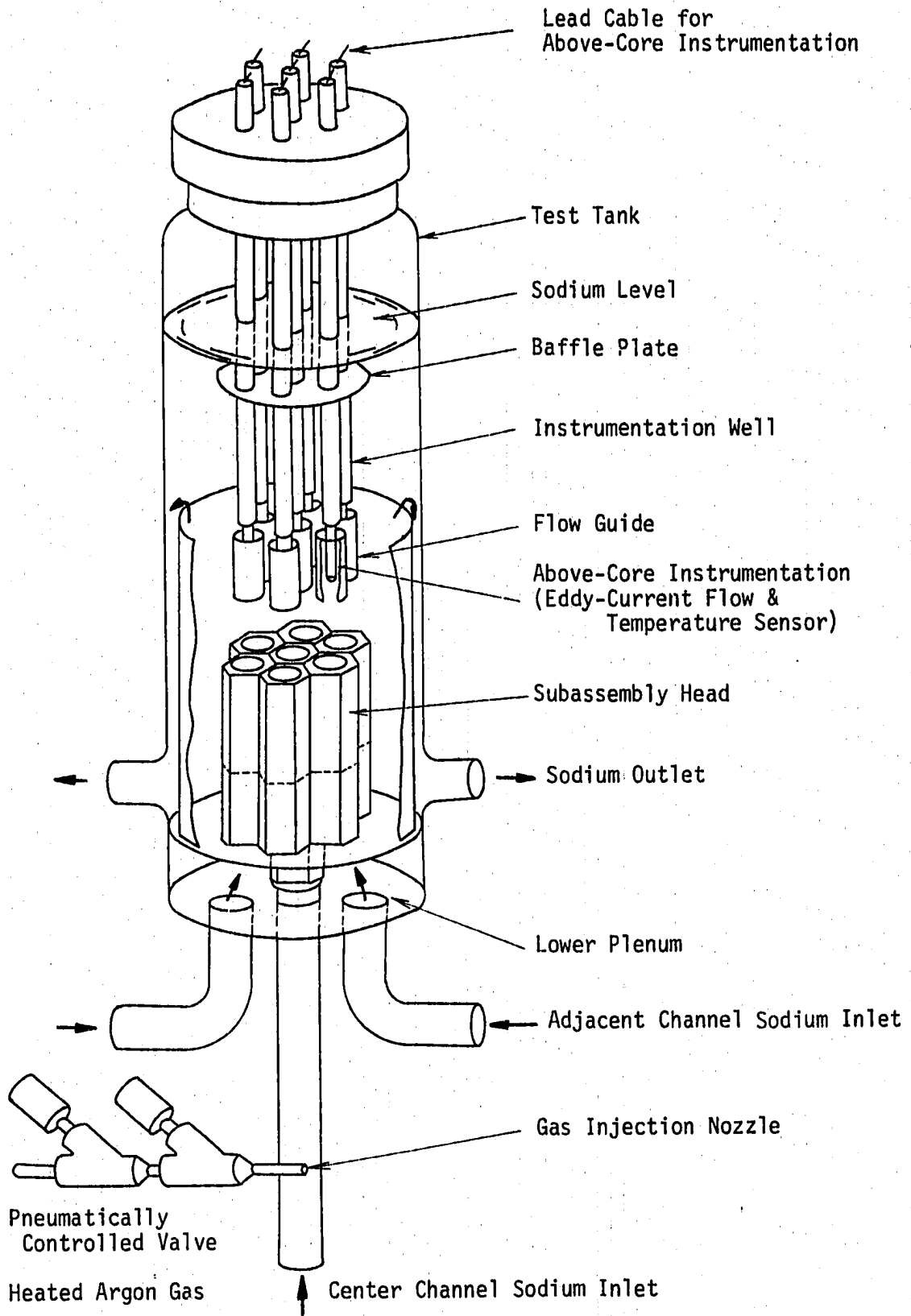


Figure 4.14 Schematic Diagram of 7-Assembly Test Section (Model 1A)

Case No.	Temperature		Flow Rate		Flow Ratio	Geometry			Note
	T _a (°C)	T _c (°C)	Q _a (ℓ/min)	Q _c (ℓ/min)	β	L (mm)	ℓ (mm)	x (mm)	
1A-2-1	506	514.5	296.0	314.9	1.064	50	100	42	Reference Condition
1A-2-2	"	516.6	297.1	254.9	0.858	"	"	"	
1A-2-3	505	518.2	298.4	202.9	0.680	"	"	"	
1A-2-4	504	526.1	299.8	115.3	0.385	"	"	"	
1A-2-5	"	519.7	294.0	162.3	0.552	"	"	"	

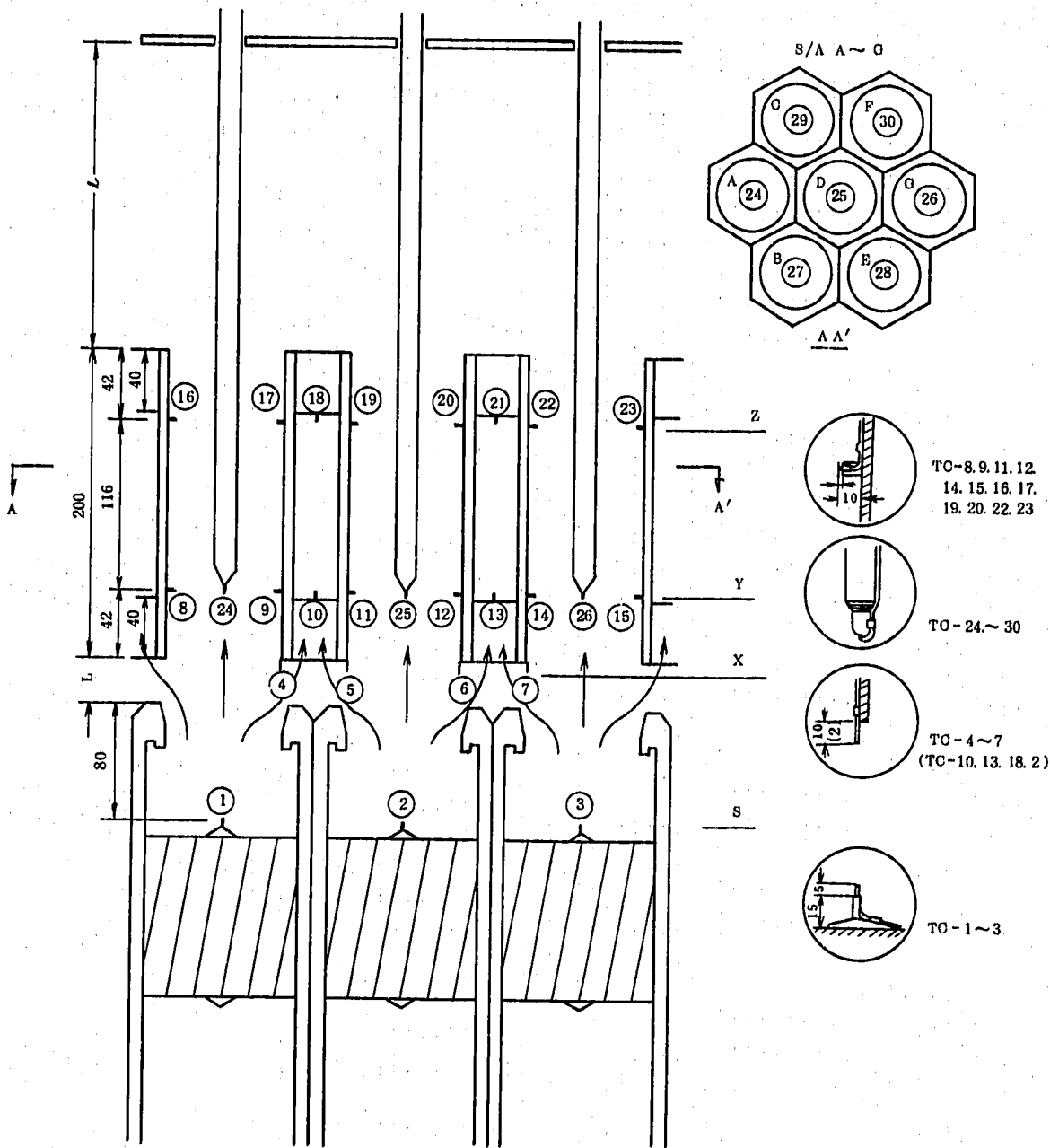


Figure 4.15 Experimental Thermocouple Arrangement

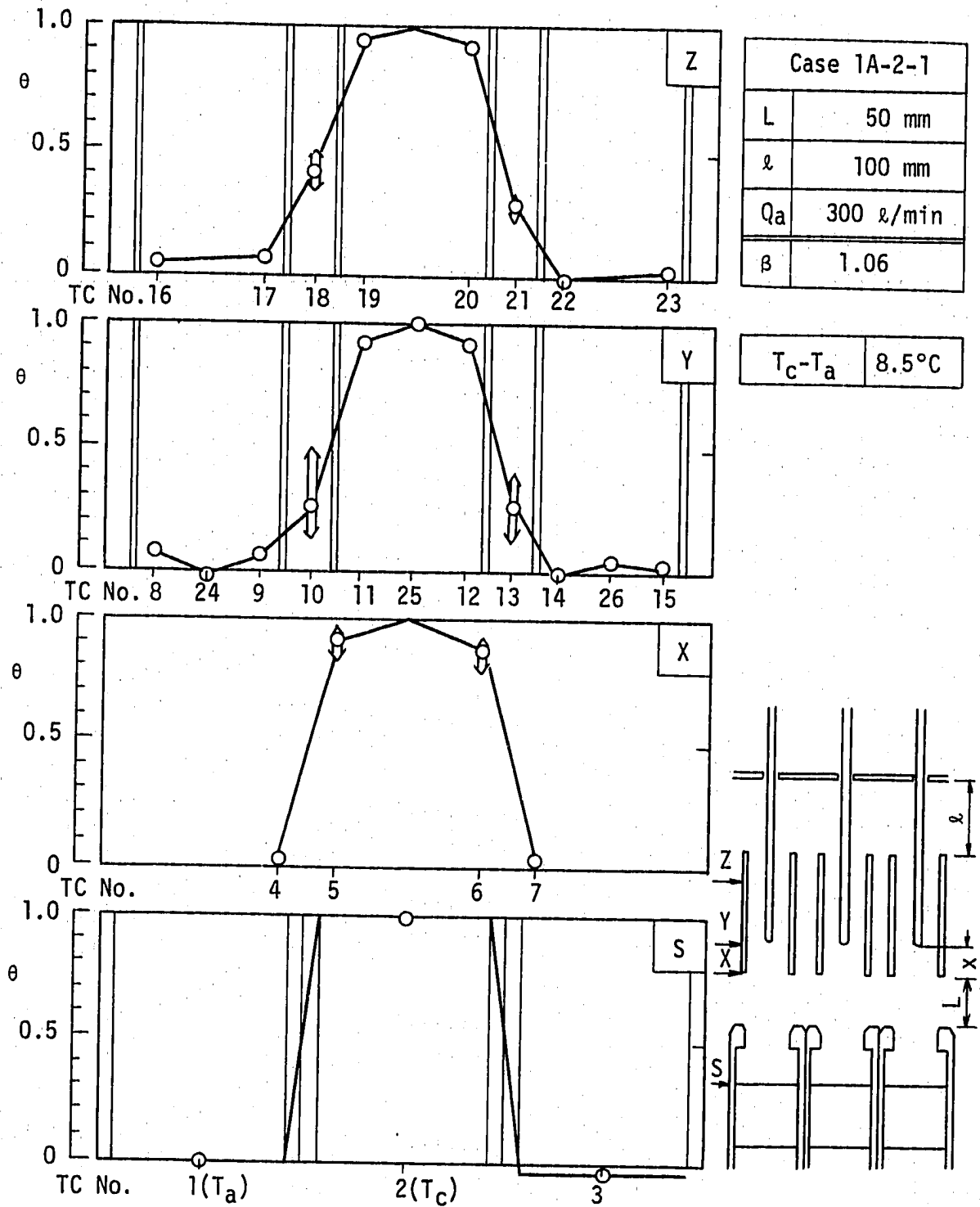


Figure 4.16 Temperature Profiles-1 ($\beta=1.06$)

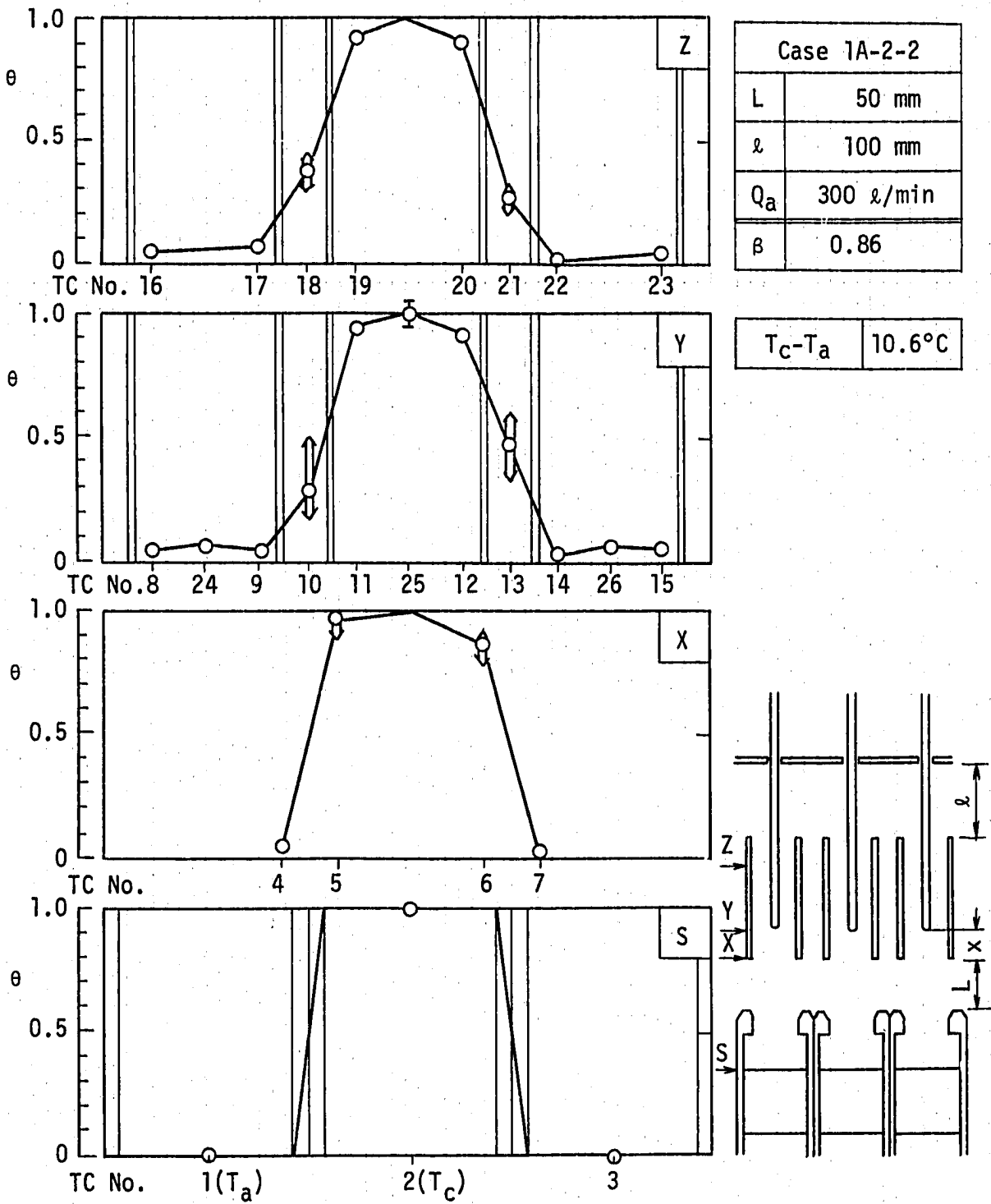


Figure 4.17 Temperature Profiles-2 ($\beta=0.86$)

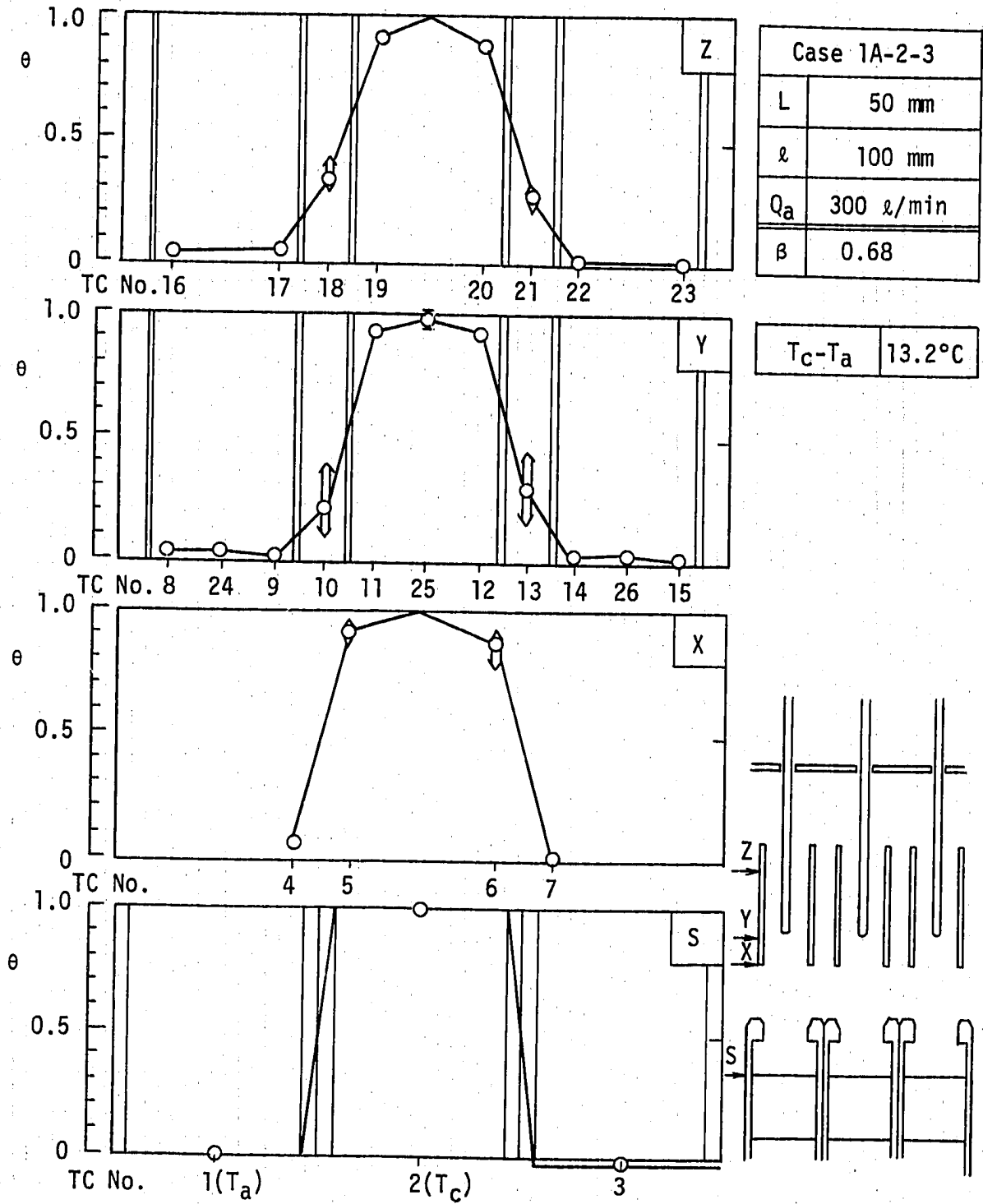


Figure 4.18 Temperature Profiles-3 ($\beta=0.68$)

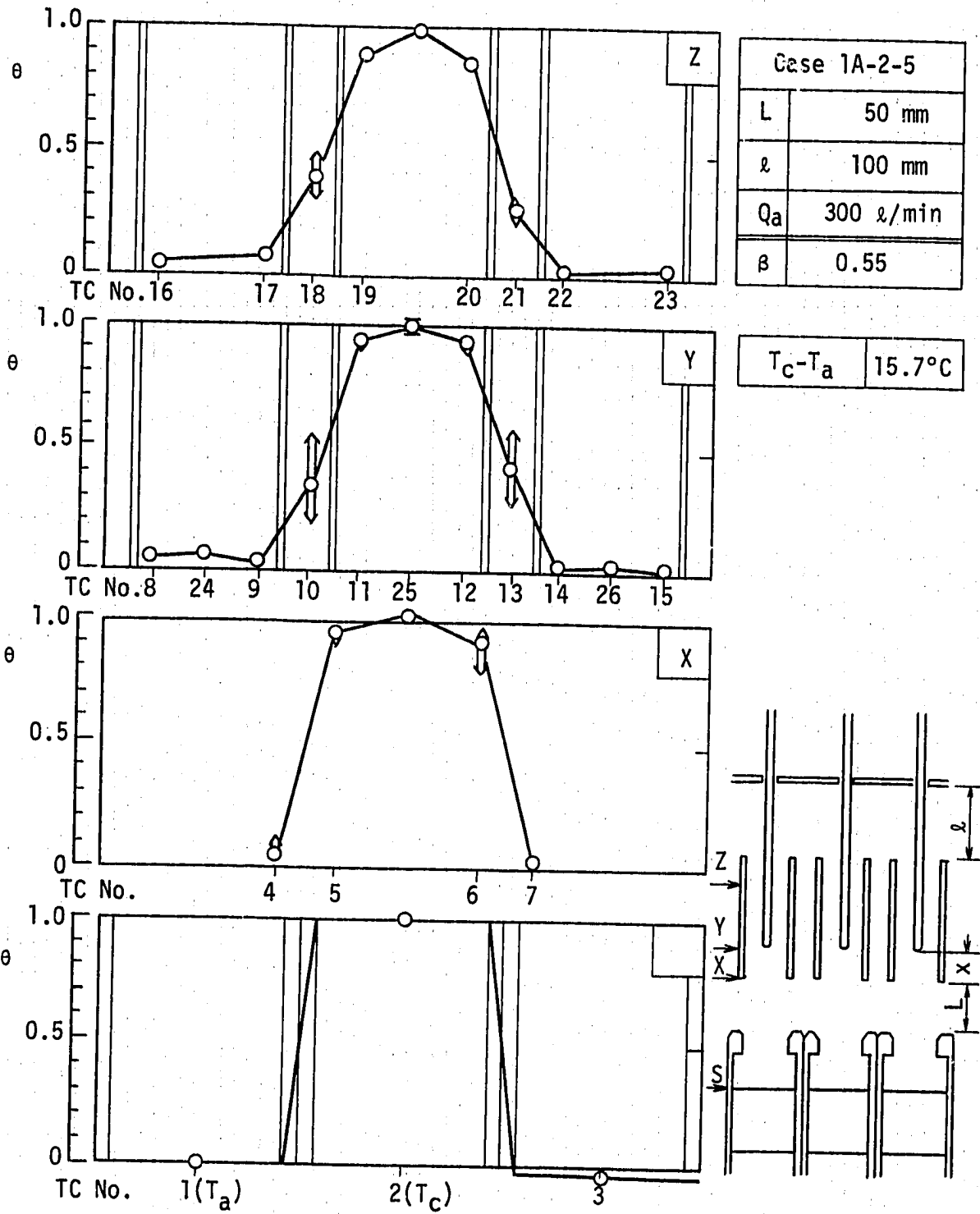


Figure 4.19 Temperature Profiles-4 ($\beta=0.55$)

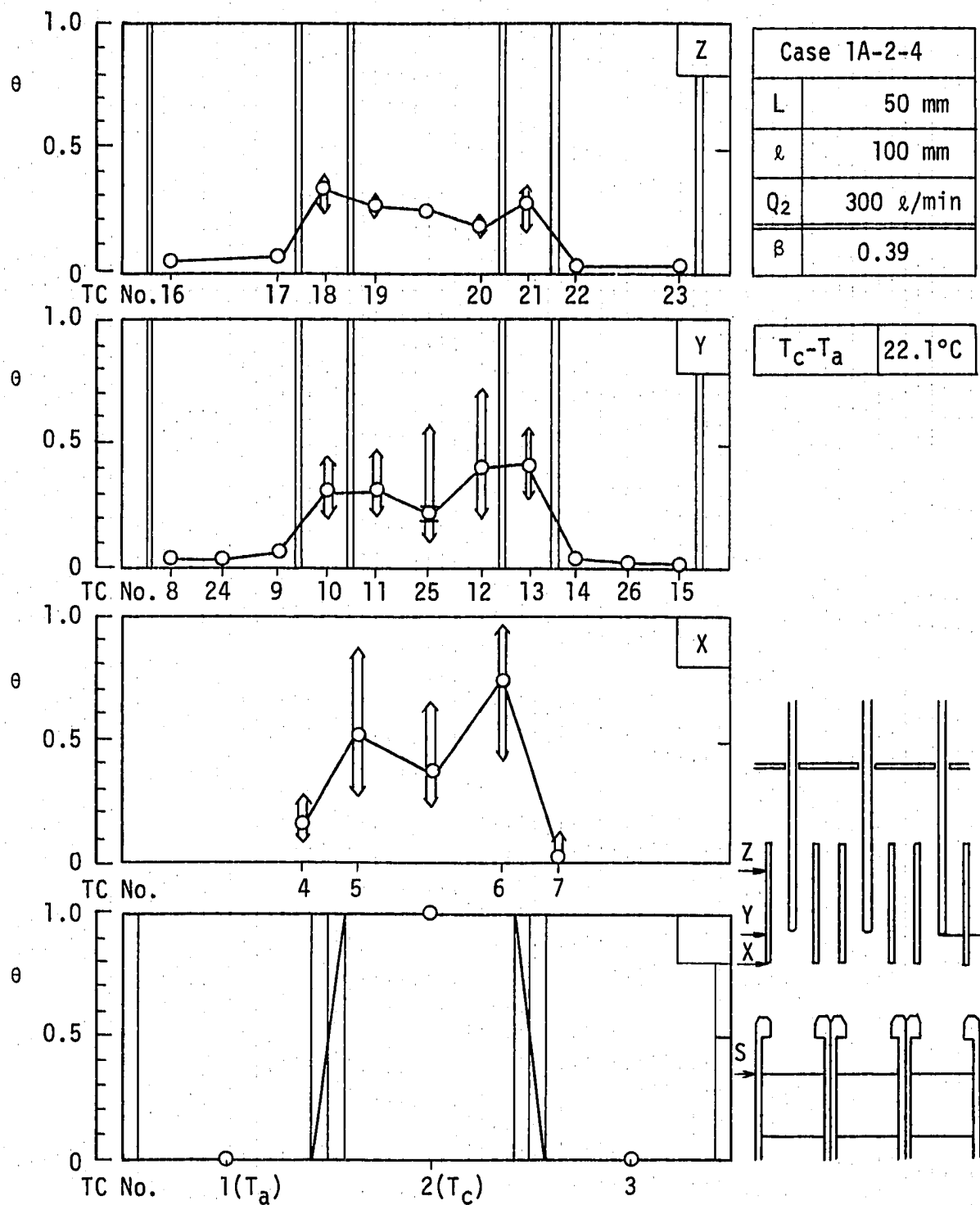


Figure 4.20 Temperature Profiles-5 ($\beta=0.39$)

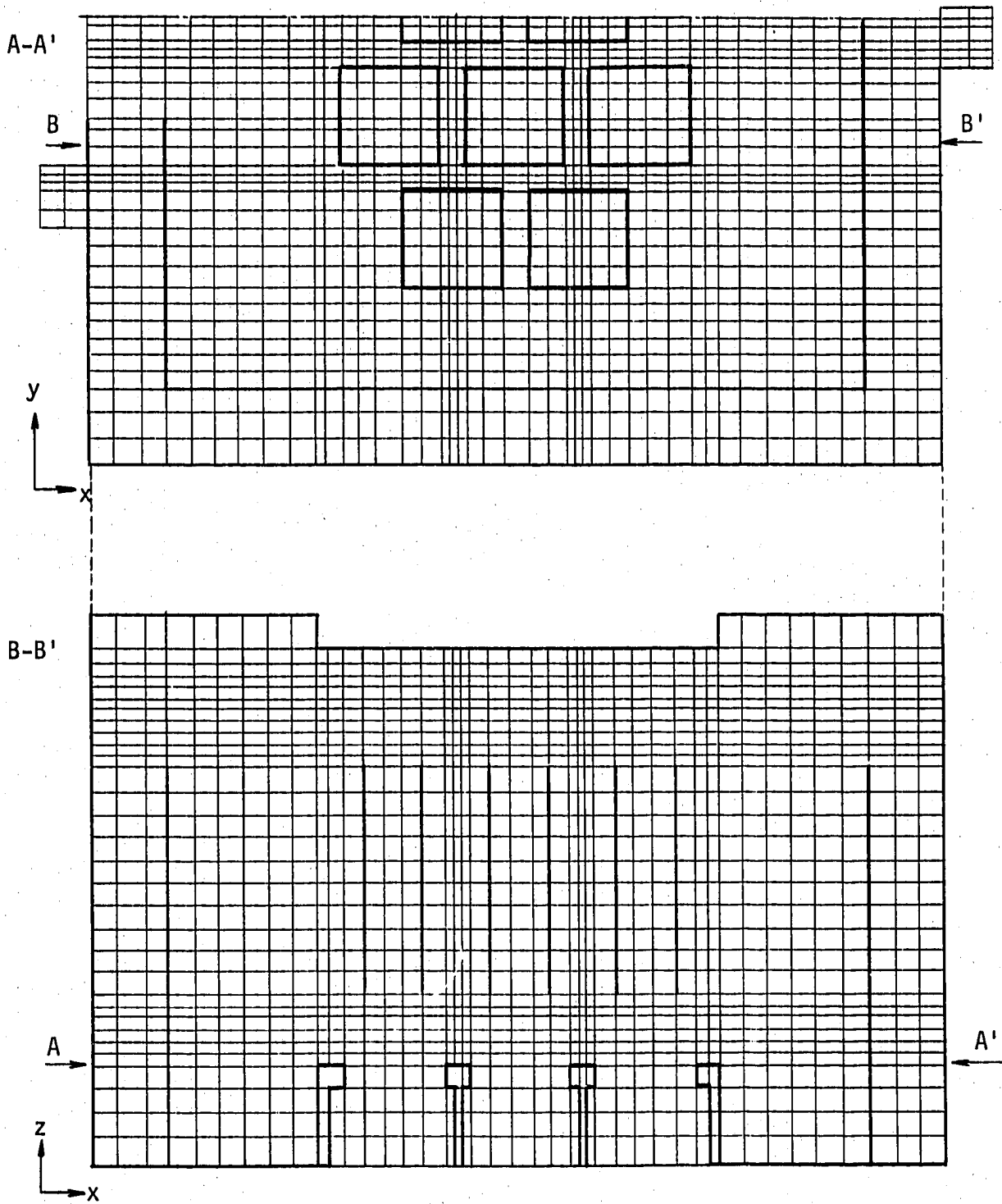


Figure 4.21 Mesh arrangement for mock-up assemblies model

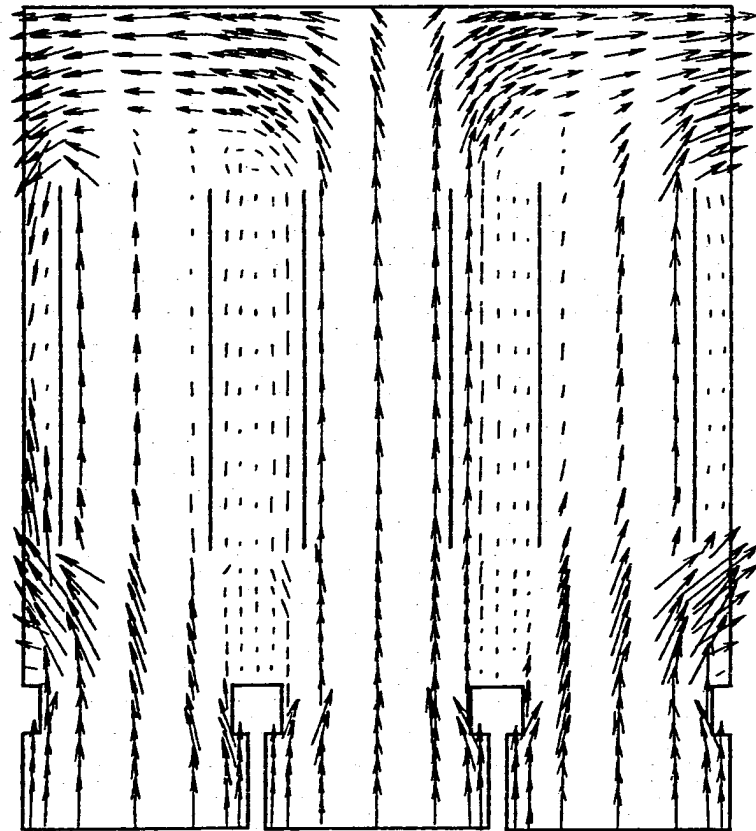


Figure 4.22 Flow pattern on $\beta=1.064$ condition

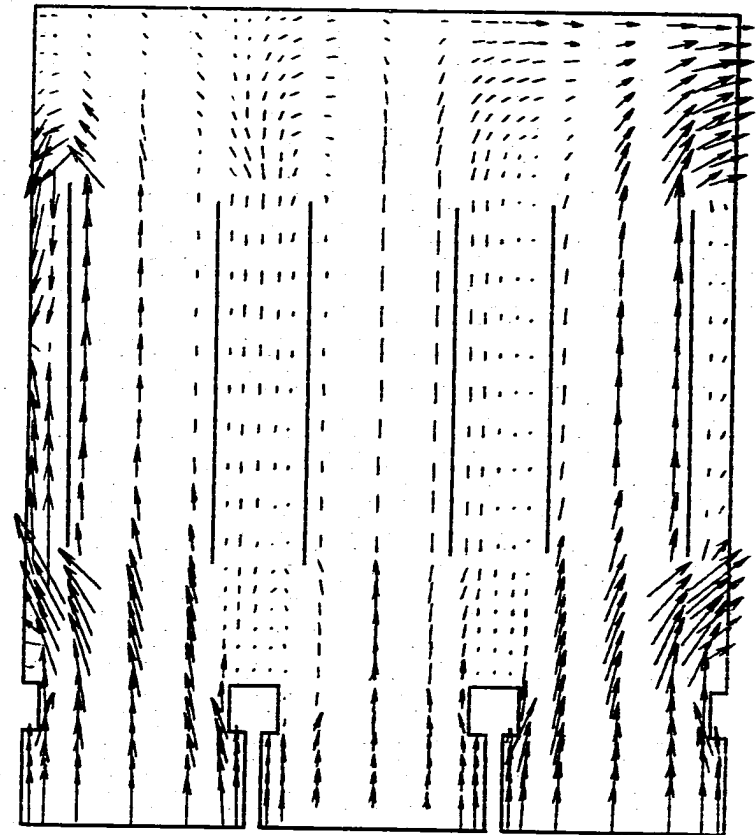


Figure 4.23 Flow pattern on $\beta=0.39$ condition

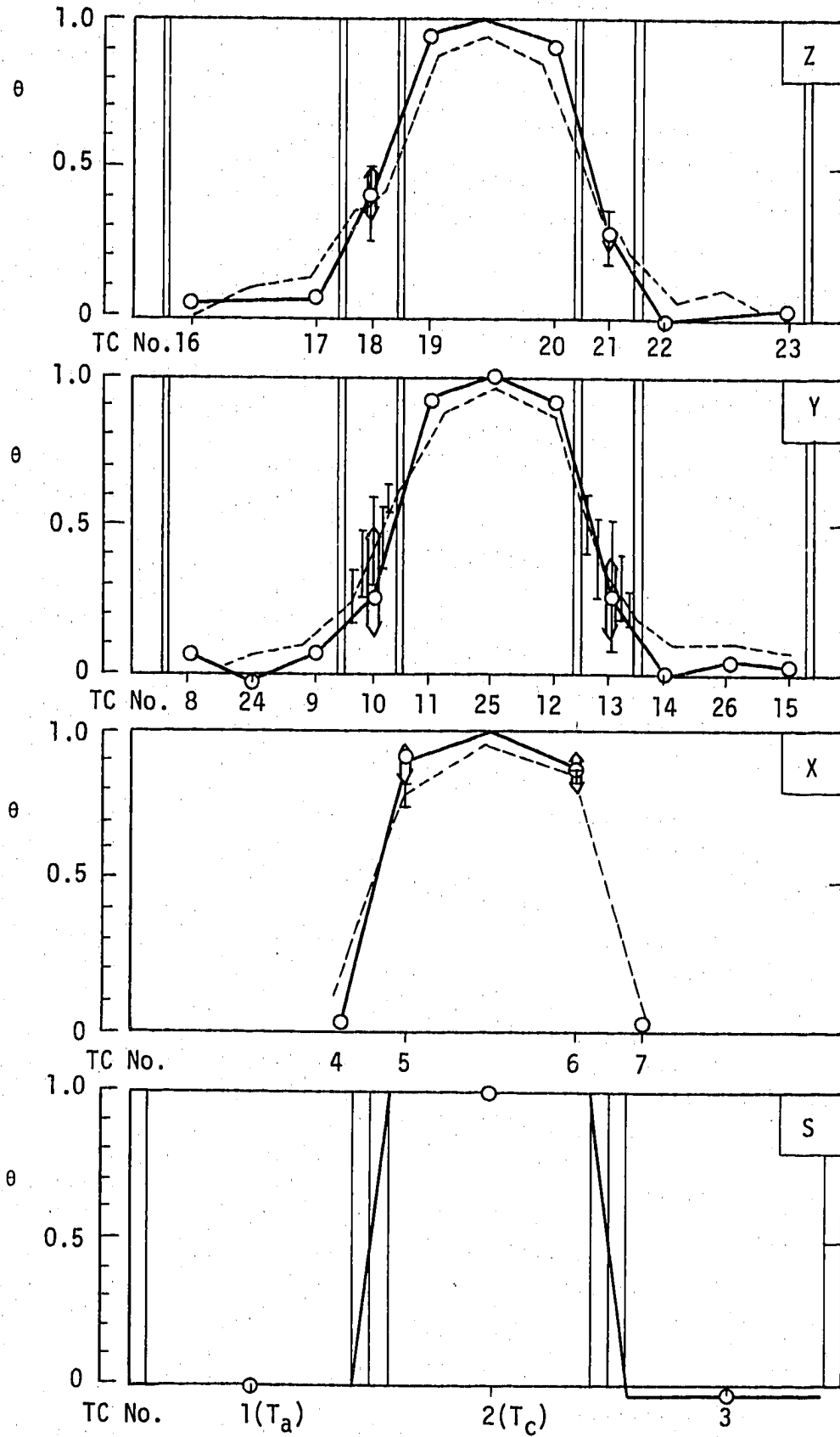


Figure 4.24 Comparison of measured data with calculated data ($\beta=1.06$)

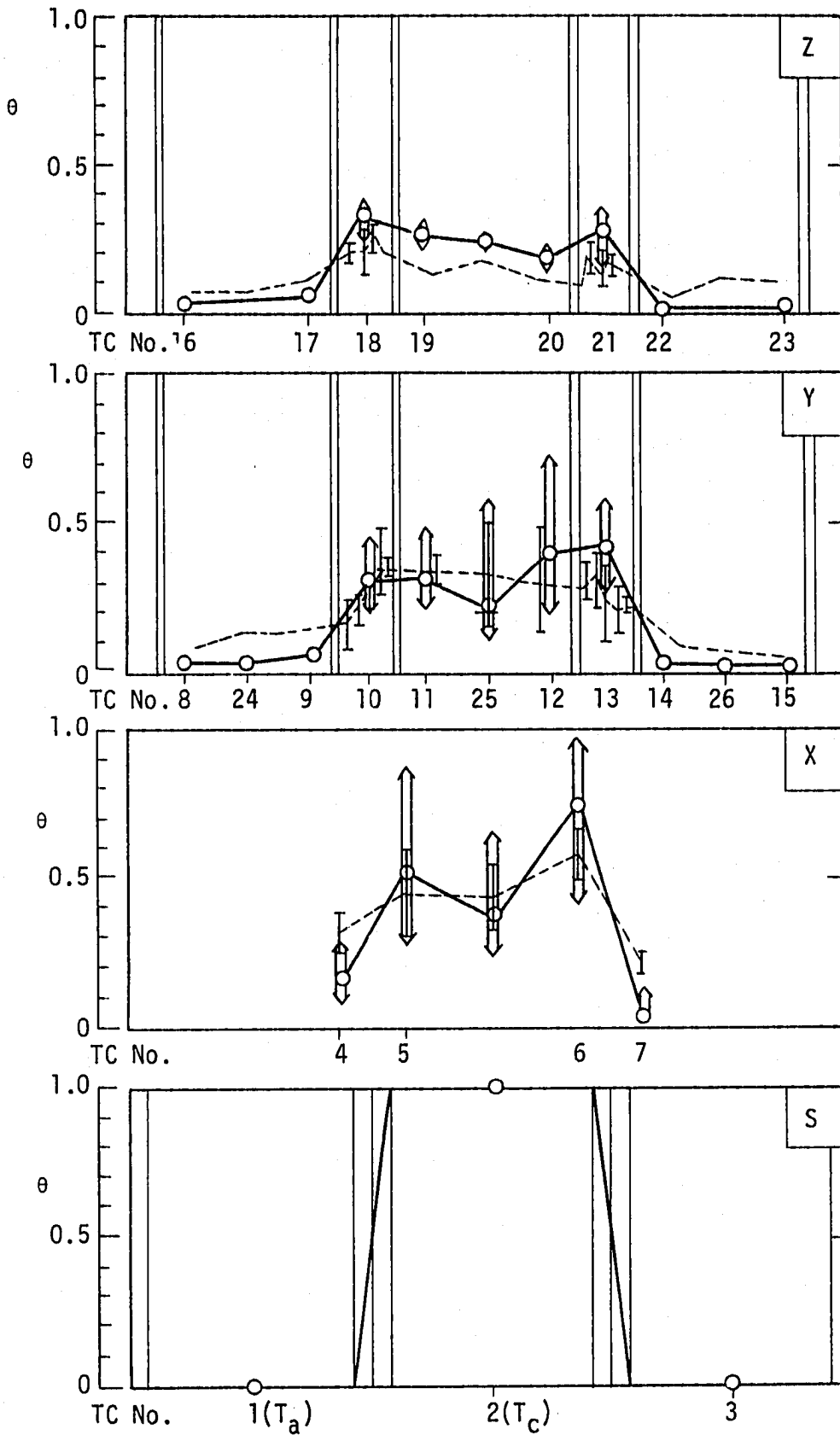


Figure 4.25 Comparison of measured data with calculated data ($\beta=0.385$)

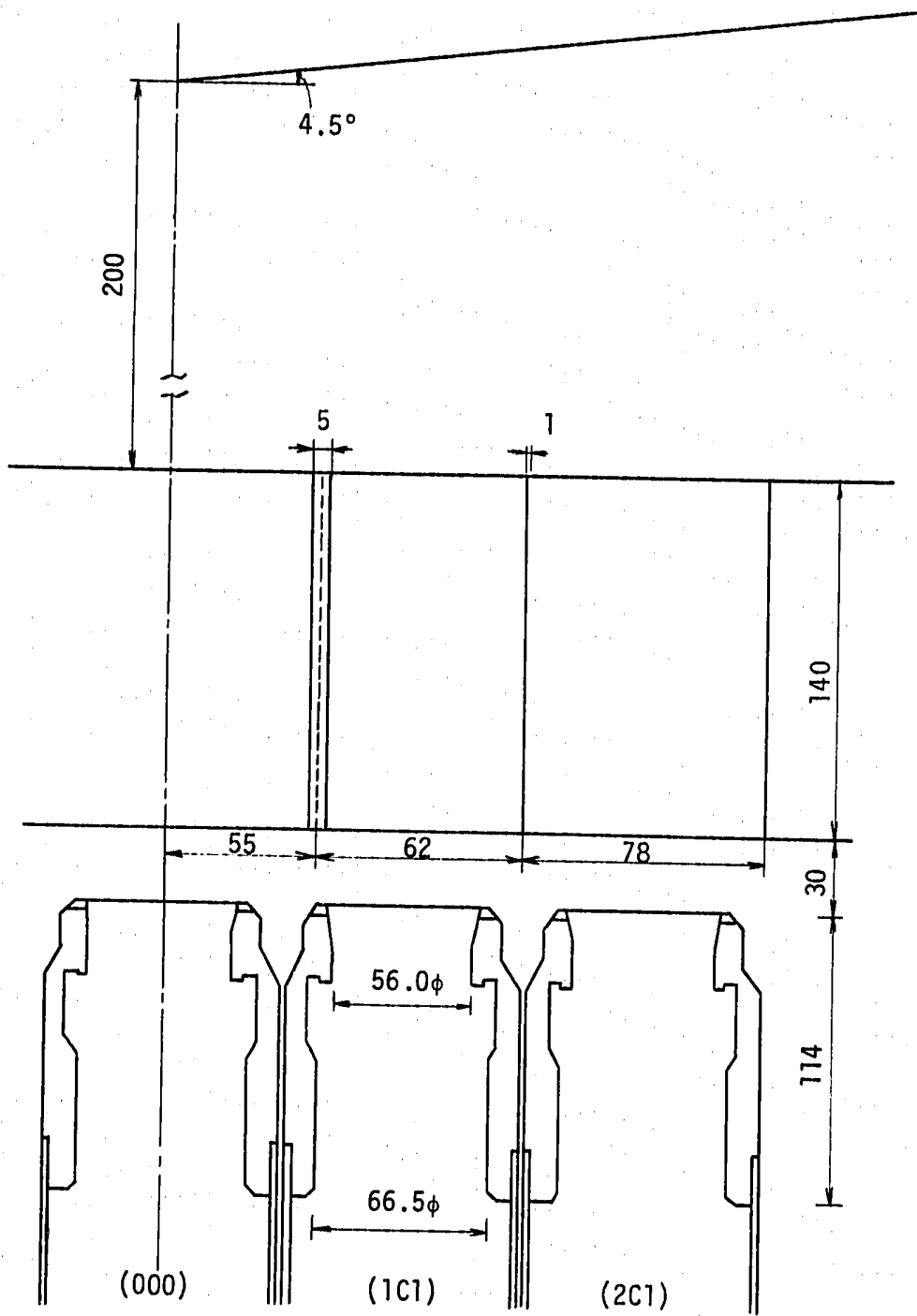


Figure 5.1 The region of heat and flow analysis for outlet sodium of (1C1) assembly

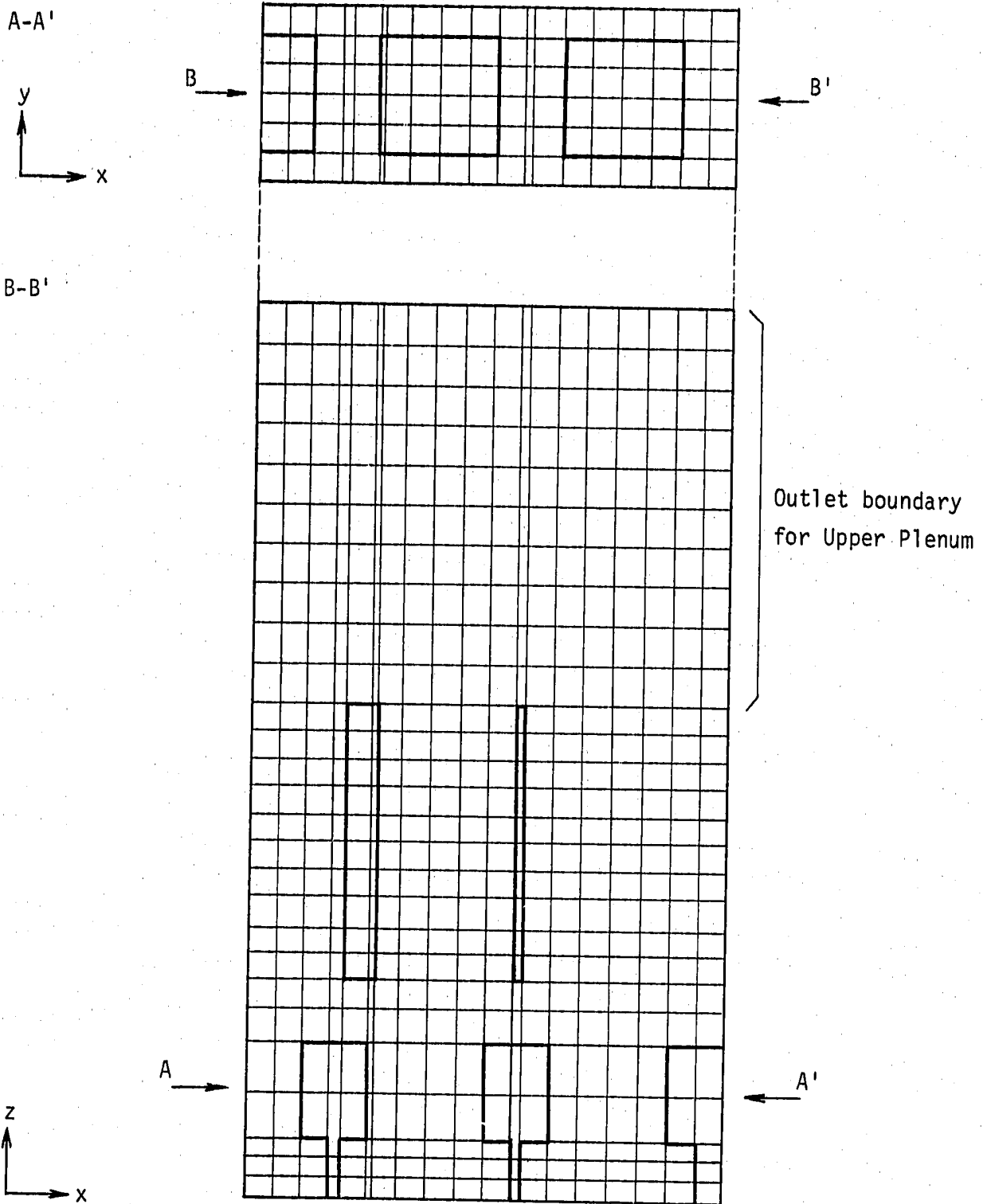


Figure 5.2 Mesh arrangement for CMIR upper region

FLOW PATTERN AT CMIR REGION (K-E MODEL)

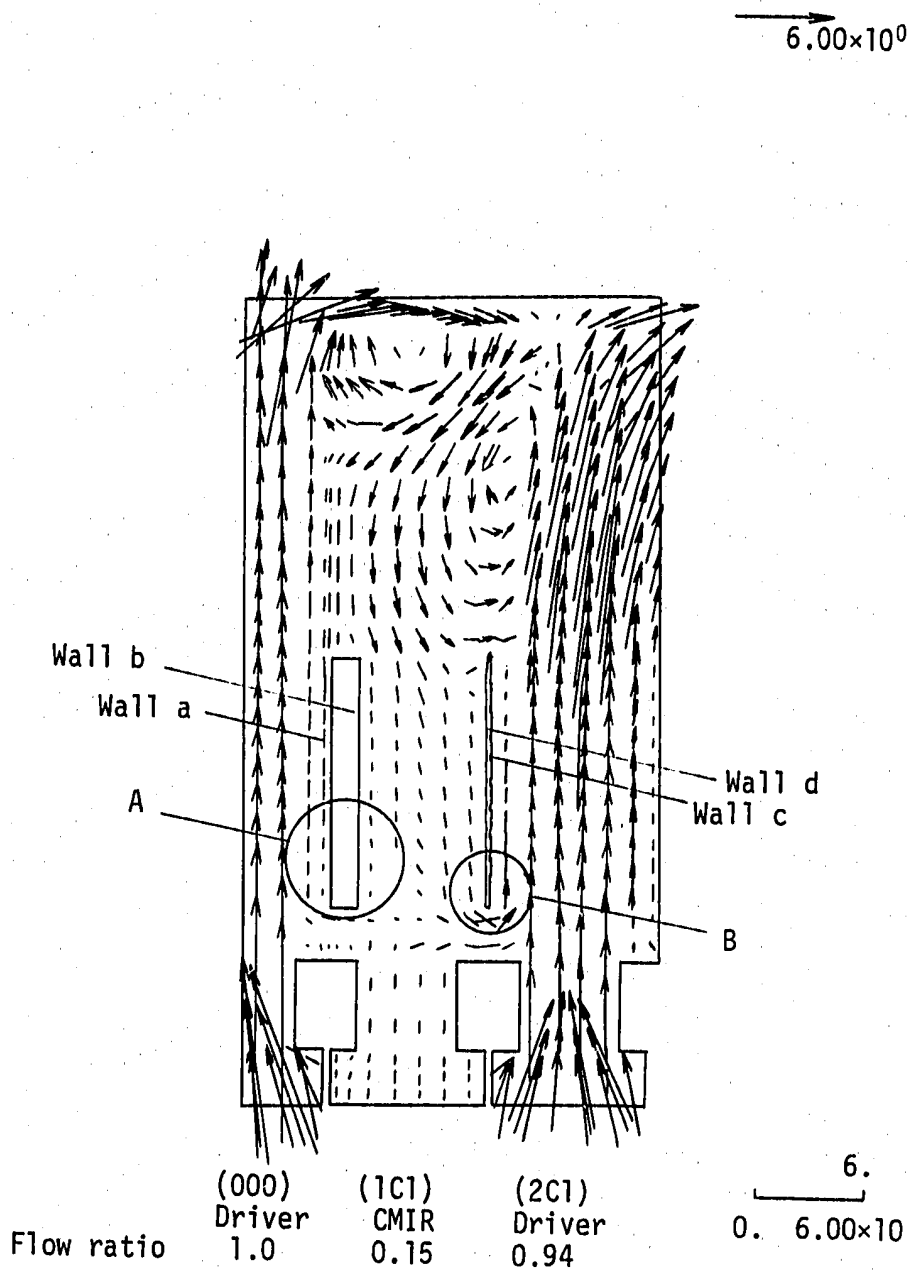


Figure 5.3 Velocity Pattern at CMIR Upper Region
[Calculated by k-ε ebulant model]

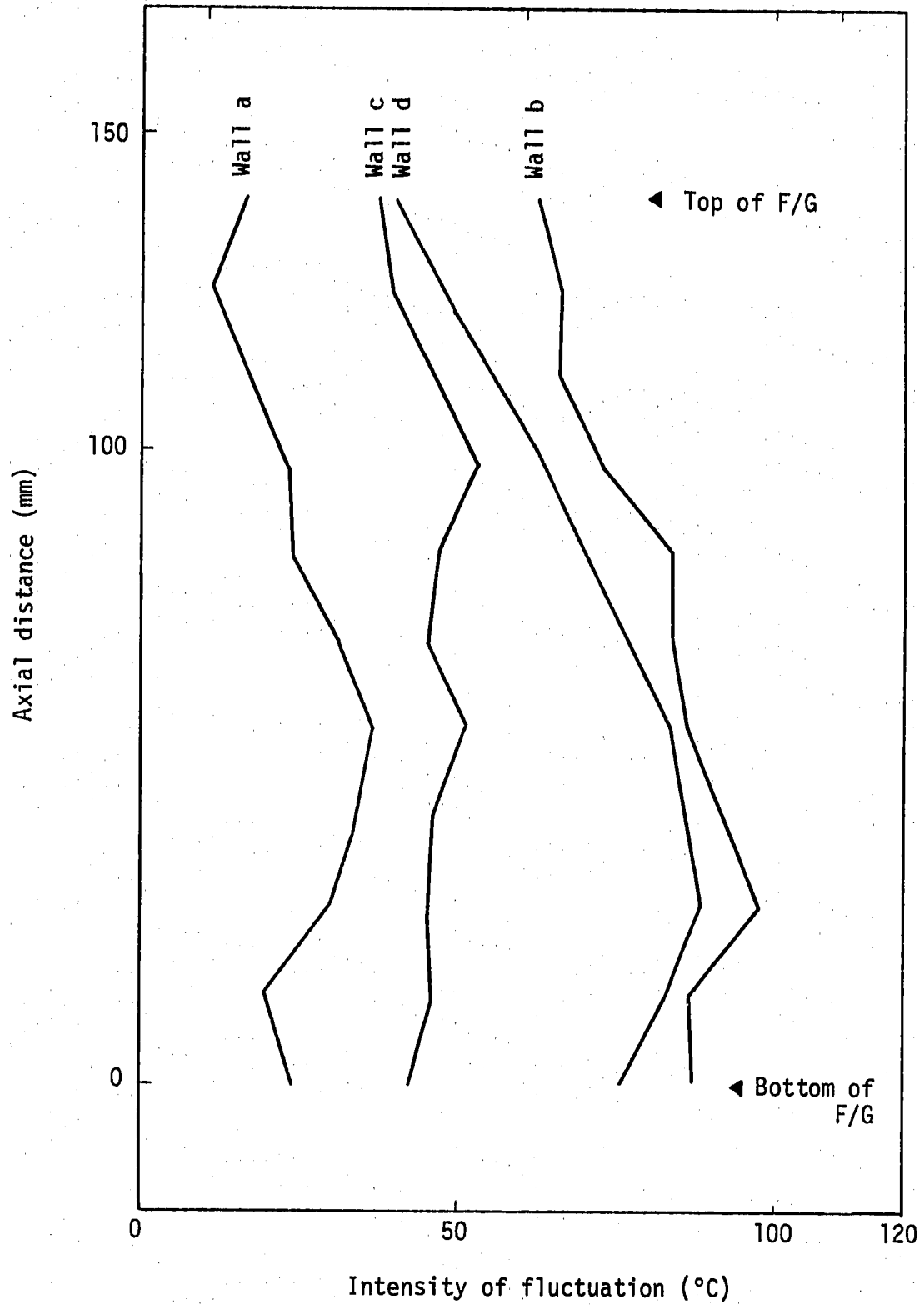


Figure 5.4 Axial distribution of temperature fluctuation

付 録

付録 A

NJS3D 内で使用している方程式の差分表示式を以下に示す。

A.1 連続の式

$$\begin{aligned}
 & (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RB_i) \cdot U_{i,j,k} \cdot \Delta y_i \cdot \Delta z_k - (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RB_{i-1}) \cdot U_{i-1,j,k} \Delta y_i \Delta z_k \\
 & + (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i) \cdot (V_{i,j,k}) \cdot \Delta z_k \cdot \Delta x_i \\
 & + (W_{i,j,k} - W_{i,j,k-1}) \cdot \Delta y_i \cdot \Delta x_i \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

Here, COORD : Flag for coordinate system

= 0 for Cartesian

= 1 for Cylindrical

RB_i : Distance from origin to mesh i

RC_i : Distance from origin to center of mesh i

A.2 Navier - Stokes 方程式

$$u_{i,j,k}^{n+1} = u_{i,j,k}^n + \Delta t \left\{ \frac{2(P_{i,j,k} - P_{i+1,j,k})}{(\Delta x_i - \Delta x_{i+1})} + g_x - U_u - V_u - \frac{B^2}{RB_i} \cdot \text{COORD} + \phi_u \right\}$$

Here,

$$\left\{ \begin{array}{l} u_u = u_{i,j,k}^n \left(\frac{u_{i,j,k}^n - U_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_i} \right) \quad U_{i,j,k}^n \geq 0.0 \\ u_u = u_{i,j,k}^n \left(\frac{u_{i+1,j,k}^n - u_{i,j,k}^n}{\Delta x_{i+1}} \right) \quad u_{i,j,k}^n < 0.0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_u = A \left(2 \cdot \frac{U_{i,j,k}^n - U_{i,j-1,k}^n}{\Delta z_j - \Delta z_{j-1}} \right) \quad A \geq 0.0 \\ V_u = A \left(2 \cdot \frac{U_{i,j+1,k}^n - U_{i,j,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} \right) \quad A < 0.0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_u = A \left(2 \cdot \frac{U_{i,j+1,k}^n - U_{i,j,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} \right) \quad A < 0.0 \end{array} \right.$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x_{i+1} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) + \Delta x_i (V_{i+1,j,k}^n + V_{i+1,j-1,k}^n)}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_u = \left(\frac{B}{1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RB_i} \right) \left(2 \cdot \frac{u_{i,j,k}^n - U_{i,j,k-1}^n}{\Delta y_k + \Delta y_{k-1}} \right) \quad B \geq 0.0 \\ W_u = \left(\frac{B}{1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RB_i} \right) \left(2 \cdot \frac{U_{i,j,k+1}^n - u_{i,j,k}^n}{\Delta y_k + \Delta y_{k+1}} \right) \quad B < 0.0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_u = \left(\frac{B}{1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RB_i} \right) \left(2 \cdot \frac{U_{i,j,k+1}^n - u_{i,j,k}^n}{\Delta y_k + \Delta y_{k+1}} \right) \quad B < 0.0 \end{array} \right.$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x_{i+1} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) + \Delta x_i (W_{i+1,j,k}^n + W_{i+1,j,k-1}^n)}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_u = \nu \cdot \left\{ 2 \cdot \left(\frac{\Delta x_i (U_{i+1,j,k}^n - U_{i,j,k}^n) - \Delta x_{i+1} (U_{i,j,k}^n - U_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x_i \cdot \Delta x_{i+1} \cdot (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \right) \right. \\ \quad - \left(\frac{u_{i+1,j,k}^n - u_{i-1,j,k}^n}{RB_i \cdot (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \right) \cdot \text{COORD} \\ \quad + 8 \cdot \left(\frac{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot U_{i,j,k-1} - (\Delta y_{k+1} + 2 \cdot \Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot U_{i,j,k} + (\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) \cdot U_{i,j,k-1}}{(\Delta y_{k+1} + 2 \cdot \Delta y_k + \Delta y_{k-1})(\Delta y_{k+1} + \Delta y_k)(\Delta y_k + \Delta y_{k-1})(1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RB_i^2)} \right) \\ \quad + 8 \cdot \left(\frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot U_{i,j+1,k} (\Delta z_{i+1} + 2 \cdot \Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot U_{i,j-k} + (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) \cdot U_{i,j-1,k}}{(\Delta z_{j+1} + 2 \cdot \Delta z_j + \Delta z_{j-1})(\Delta z_{j+1} + \Delta z_j)(\Delta z_j + \Delta z_{j-1})} \right) \\ \quad \left. - \left(\frac{U_{i,j,k}}{RB_i^2} \right) \cdot \text{COORD} - 2 \cdot \left(\frac{(W_{i,j,k+1}^n - W_{i,j,k-1}^n)}{RB_i^2 \cdot (\Delta y_k + \Delta y_{k+1})} \right) \cdot \text{COORD} \right\} \end{array} \right.$$

$$V_{i,j,k}^{n+1} = V_{i,j,k}^n + \Delta t \left\{ \frac{2 \cdot (P_{i,j,k} - P_{i,j+1,k})}{(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} + q_e \cdot (1 - \eta \cdot \beta \cdot \Delta T) - U_V - W_V - V_V + \phi_V \right\}$$

Here,

$$\begin{cases} V_V = V_{i,j,k}^n \left(\frac{V_{i,j,k}^n - V_{i,j,k}^{n-1}}{\Delta z_j} \right) & V_{i,j,k}^n \geq 0.0 \\ V_V = V_{i,j,k}^n \left(\frac{V_{i,j+1,k}^n - V_{i,j,k}^n}{\Delta z_{j+1}} \right) & V_{i,j,k}^n < 0.0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_V = A \left(2 \cdot \frac{V_{i,j,k}^n - V_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \right) & A \geq 0.0 \\ U_V = A \left(2 \cdot \frac{V_{i+1,j,k}^n - V_{i,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \right) & A < 0.0 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z_j \cdot (U_{i-1,j+1,k}^n + U_{i,j+1,k}^n) + \Delta z_{j+1} \cdot (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} \right)$$

$$\begin{cases} W_V = \left(\frac{B}{1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i} \right) \left(2 \cdot \frac{V_{i,j,k}^n - V_{i,j,k-1}^n}{\Delta y_k + \Delta y_{k-1}} \right) & B \geq 0.0 \\ W_V = \left(\frac{B}{1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i} \right) \left(2 \cdot \frac{V_{i,j,k+1}^n - V_{i,j,k}^n}{\Delta y_{k+1} + \Delta y_k} \right) & B < 0.0 \end{cases}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta z_j \cdot (W_{i,j+1,k}^n + W_{i,j+1,k+1}^n) + \Delta z_{j+1} \cdot (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} \right)$$

$$\begin{cases} \phi_V = \nu \cdot \left\{ 8 \cdot \left(\frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \cdot V_{i-1,j,k}^n - (\Delta x_{i+1} + 2 \cdot \Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot V_{i,j,k}^n + (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot V_{i+1,j,k}^n}{(\Delta x_{i+1} + 2 \cdot \Delta x_i + \Delta x_{i-1})(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \right) \right. \\ + 2 \cdot \left(\frac{(V_{i+1,j,k}^n - V_{i-1,j,k}^n)}{RC_i \cdot (\Delta x_{i+1} + 2 \cdot \Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \right) \cdot \text{COORD} \\ + 8 \cdot \left(\frac{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) \cdot V_{i,j,k-1}^n - (\Delta y_{k+1} + 2 \cdot \Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot V_{i,j,k}^n + (\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot V_{i,j,k+1}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1})(\Delta y_k + \Delta y_{k-1})(1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2)} \right) \\ \left. + 2 \cdot \left(\frac{(\Delta z_j \cdot (V_{i,j+1,k}^n - V_{i,j,k}^n) - \Delta z_{j+1} \cdot (V_{i,j,k}^n - V_{i,j-1,k}^n))}{\Delta z_j \cdot \Delta z_{j+1} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} \right) \right\} \end{cases}$$

$$W_{i,j,k}^{n+1} = W_{i,j,k}^n + \Delta t \left\{ \frac{2 \cdot (P_{i,j,k} - P_{i,j,k+1})}{(1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i) \cdot (\Delta y_{k+1} + \Delta y_k)} + g_s - U_w - W_w - V_w - U_{w2} + \phi_w \right\}$$

Here,

$$\left\{ \begin{aligned} W_w &= \left(\frac{W_{i,j,k}^n}{(1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \right) \cdot \left(\frac{W_{i,j,k}^n - W_{i,j,k-1}^n}{\Delta y_k} \right) & W_{i,j,k}^n \geq 0.0 \\ W_w &= \left(\frac{W_{i,j,k}^n}{(1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \right) \cdot \left(\frac{W_{i,j,k+1}^n - W_{i,j,k}^n}{\Delta y_{k+1}} \right) & W_{i,j,k}^n < 0.0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} U_w &= A \cdot \left(2 \cdot \frac{(W_{i,j,k}^n - W_{i-1,j,k}^n)}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \right) & A \geq 0.0 \\ U_w &= A \cdot \left(2 \cdot \frac{(W_{i+1,j,k}^n - W_{i,j,k}^n)}{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \right) & A < 0.0 \\ A &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_k \cdot (U_{i,j,k+1}^n + U_{i-1,j,k+1}^n) + \Delta y_{k+1} \cdot (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1})} \right) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_w &= B \cdot \left(2 \cdot \frac{(W_{i,j,k}^n - W_{i,j-1,k}^n)}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} \right) & B \geq 0.0 \\ V_w &= B \cdot \left(2 \cdot \frac{(W_{i,j+1,k}^n - W_{i,j,k}^n)}{\Delta z_{j+1} + \Delta z_j} \right) & B < 0.0 \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_k \cdot (V_{i,j,k+1}^n + V_{i,j-1,k+1}^n) + \Delta y_{k+1} \cdot (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n)}{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1})} \right) \end{aligned} \right.$$

$$U_{w2} = A \cdot \text{COORD} \cdot \left(\frac{W_{i,j,k}^n}{RC_i} \right)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_w &= \nu \cdot \left\{ 8 \cdot \left(\frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot W_{i+1,j,k}^n - (\Delta x_{i+1} + 2 \cdot \Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot W_{i,j,k}^n + (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \cdot W_{i-1,j,k}^n}{(\Delta x_{i+1} + 2 \cdot \Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot (\Delta x_{i+1} + \Delta x_i) (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \right) \right. \\ &+ 2 \cdot \left(\frac{(W_{i+1,j,k}^n - W_{i-1,j,k}^n)}{(\Delta x_{i+1} + 2 \cdot \Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \right) \cdot \text{COORD} \\ &+ 2 \cdot \left(\frac{(\Delta y_k \cdot (W_{i,j,k+1}^n - W_{i,j,k}^n) - \Delta y_{k+1} \cdot (W_{i,j,k}^n - W_{i,j,k-1}^n))}{\Delta y_k \cdot \Delta y_{k+1} \cdot (\Delta y_k + \Delta y_{k+1})} \cdot (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2) \right) \\ &+ 8 \cdot \left(\frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot W_{i,j+1,k}^n - (\Delta z_{j+1} + 2 \cdot \Delta z_j + \Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot W_{i,j,k}^n + (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) \cdot W_{i,j-1,k}^n}{(\Delta z_{j+1} + 2 \cdot \Delta z_j + \Delta z_{j-1}) (\Delta z_{j+1} + \Delta z_j) (\Delta z_j + \Delta z_{j-1})} \right) \\ &\left. + 2 \times 2 \left(\frac{U_{i,j,k+1}^n - U_{i,j,k-1}^n}{RC_i^2 \cdot (\Delta y_{k+1} + 2 \cdot \Delta y_k + \Delta y_{k-1})} \right) \cdot \text{COORD} - \left(\frac{W_{i,j,k}^n}{RC_i} \right) \cdot \text{COORD} \right\} \end{aligned} \right.$$

A.3 エネルギー方程式

$$T_{i,j,k}^{n+1} = T_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x_i \cdot \Delta y_k \cdot \Delta z_j} \cdot \left(DT - GT + \frac{Q}{\rho \cdot C_p} \right)$$

Here,

$$\begin{aligned} DT = & U_{i-1,j,k}^n \cdot T_{i-1,j,k}^n \cdot S1 - U_{i,j,k}^n \cdot T_{i,j,k}^n \cdot S1 \\ & + V_{i,j-1,k}^n \cdot T_{i,j-1,k}^n \cdot S2 - V_{i,j,k}^n \cdot T_{i,j,k}^n \cdot S2 \\ & + W_{i,j,k-1}^n \cdot T_{i,j,k-1}^n \cdot S3 - W_{i,j,k}^n \cdot T_{i,j,k}^n \cdot S3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GT = & \left(\epsilon_H + \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \right) \cdot 2.0 \cdot \left(\frac{T_{i,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \right) \\ & - \left(\epsilon_H + \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \right) \cdot 2.0 \cdot \left(\frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \right) \\ & + \left(\epsilon_H + \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \right) \cdot 2.0 \cdot \left(\frac{T_{i,j,k}^n - T_{i,j-1,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} \right) \\ & - \left(\epsilon_H + \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \right) \cdot 2.0 \cdot \left(\frac{T_{i,j+1,k}^n - T_{i,j,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} \right) \\ & + \left(\epsilon_H + \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \right) \cdot 2.0 \cdot \left(\frac{T_{i,j,k}^n - T_{i,j,k-1}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot RC_i} \right) \\ & - \left(\epsilon_H + \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \right) \cdot 2.0 \cdot \left(\frac{T_{i,j,k+1}^n - T_{i,j,k}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) \cdot RC_i} \right) \end{aligned}$$

A.4 $k-\epsilon$ 方程式

$$k_{i,j,k}^n = k_{i,j,k}^n + \Delta t \left\{ UK + VK + WK + \frac{\mu_{i,j,k}^n}{\sigma k} \cdot (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) + \mu_{i,j,k}^n \cdot G - \epsilon_{i,j,k}^n \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} UK &= -\frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{k_{i,j,k}^n - k_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} : \frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) \geq 0 \\ UK &= -\frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{k_{i+1,j,k}^n - k_{i,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} : \frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} VK &= -\frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{k_{i,j,k}^n - k_{i,j-1,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} : \frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) \geq 0 \\ VK &= -\frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{k_{i,j+1,k}^n - k_{i,j,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} : \frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} WK &= -\frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) \cdot 2 \cdot \frac{k_{i,j,k}^n - k_{i,j,k-1}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ &: \frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) \geq 0 \\ WK &= -\frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) \cdot 2 \cdot \frac{k_{i,j,k+1}^n - k_{i,j,k}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ &: \frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_1 &= 8 \cdot \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot k_{i+1,j,k}^n - (\Delta x_{i+1} + 2\Delta x_i) \cdot k_{i,j,k}^n - (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \cdot k_{i-1,j,k}^n}{(\Delta x_{i+1} + 2\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) (\Delta x_{i+1} + \Delta x_i) (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i)} \\ k_2 &= 2 \cdot \frac{k_{i+1,j,k} - k_{i-1,j,k}}{(\Delta x_{i+1} + 2\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ k_3 &= 8 \cdot \frac{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot k_{i,j,k+1}^n - (\Delta y_{k+1} + 2\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) k_{i,j,k}^n - (\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) k_{i,j,k-1}^n}{(\Delta y_{k+1} + 2\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) (\Delta y_{k+1} + \Delta y_k) (\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ k_4 &= 8 \cdot \frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot k_{i,j+1,k}^n - (\Delta z_{j+1} + 2\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) k_{i,j,k}^n - (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) k_{i,j-1,k}^n}{(\Delta z_{j+1} + 2\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) (\Delta z_{j+1} + \Delta z_j) (\Delta z_j + \Delta z_{j-1})} \end{aligned} \right.$$

$$G = WR(WR + US) + VR(VR + UZ) + WZ(WZ + VS) + UZ(UZ + VR) + US(US + WR) + VS(VS + WZ)$$

$$\left\{ \begin{aligned} WR &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\Delta x_i (W_{i+1,j,k}^n + W_{i+1,j,k+1}^n) + \Delta x_{i+1} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n)}{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \Delta x_i} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta x_i (W_{i-1,j,k}^n + W_{i-1,j,k-1}^n) + \Delta x_{i-1} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n)}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_i (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2)} \right\} \\ US &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\Delta y_k (U_{i,j,k+1}^n + U_{i-1,j,k+1}^n) + \Delta y_{k+1} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{(\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) \Delta y_k} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta y_{k-1} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) + \Delta y_k (U_{i,j,k-1}^n + U_{i-1,j,k-1}^n)}{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \Delta y_k (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2)} \right\} \end{aligned} \right.$$

$$VR = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta x_i (V_{i+1,j,k}^n + V_{i-1,j,k}^n) + \Delta x_{i+1} (V_{i,j,k+1}^n + V_{i,j,k-1}^n)}{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \cdot \Delta x_i} \right. \\ \left. - \frac{\Delta x_i (V_{i-1,j,k}^n + V_{i-1,j-1,k}^n) + \Delta x_{i-1} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n)}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot \Delta x_i} \right\}$$

$$UZ = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta z_{j+1} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) + \Delta z_j (U_{i,j+1,k}^n + U_{i-1,j+1,k}^n)}{(\Delta z_{j+1} + \Delta z_j) \cdot \Delta z_j} \right. \\ \left. - \frac{\Delta z_j (U_{i,j-1,k}^n + U_{i-1,j-1,k}^n) + \Delta z_{j-1} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{(\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot \Delta z_j} \right\}$$

$$WZ = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta z_{j+1} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) + \Delta z_j (W_{i,j+1,k}^n + W_{i,j+1,k-1}^n)}{(\Delta z_{j+1} + \Delta z_j) \cdot \Delta z_j} \right. \\ \left. - \frac{\Delta z_j (W_{i,j-1,k}^n + W_{i,j-1,k-1}^n) + \Delta z_{j-1} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n)}{(\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot \Delta z_j} \right\}$$

$$VS = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\Delta y_{k+1} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) + \Delta y_k (V_{i,j,k+1}^n + V_{i,j-1,k+1}^n)}{(\Delta y_{k+1} + \Delta y_k) \cdot \Delta y_k \cdot (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2)} \right. \\ \left. - \frac{\Delta y_k (V_{i,j,k-1}^n + V_{i,j-1,k-1}^n) + \Delta y_{k-1} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j+1,k}^n)}{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot \Delta y_k \cdot (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2)} \right\}$$

$$\epsilon_{i,j,k}^{n+1} = \epsilon_{i,j,k}^n + \Delta t \left\{ UE + VE + WE + \frac{\mu_{i,j,k}}{U_\epsilon} \cdot (E1 + E2 + E3 + E4) + C1 \cdot f_1 \cdot k_{i,j,k}^n \cdot G - \frac{C2}{k_{i,j,k}^n} \cdot \epsilon_{i,j,k}^{n,2} \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} UE &= -\frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{\epsilon_{i,j,k}^n - \epsilon_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} : \frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) \leq 0 \\ UE &= -\frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{\epsilon_{i+1,j,k}^n - \epsilon_{i,j,k}^n}{\Delta x_{i+1} + \Delta x_i} : \frac{1}{2} (U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n) < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} VE &= -\frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{\epsilon_{i,j,k}^n - \epsilon_{i,j-1,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} : \frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) \geq 0 \\ VE &= -\frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) \cdot 2 \cdot \frac{\epsilon_{i,j+1,k}^n - \epsilon_{i,j,k}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j+1}} : \frac{1}{2} (V_{i,j,k}^n + V_{i,j-1,k}^n) < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} WE &= -\frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) \cdot 2 \cdot \frac{\epsilon_{i,j,k}^n - \epsilon_{i,j,k-1}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ &: \frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) \geq 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} WE &= -\frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) \cdot 2 \cdot \frac{\epsilon_{i,j,k+1}^n - \epsilon_{i,j,k}^n}{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ &: \frac{1}{2} (W_{i,j,k}^n + W_{i,j,k-1}^n) > 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} E1 &= 8 \cdot \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot \epsilon_{i+1,j,k}^n - (\Delta x_{i+1} + 2\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot \epsilon_{i,j,k}^n + (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \cdot \epsilon_{i-1,j,k}^n}{(\Delta x_{i+1} + 2\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) (\Delta x_{i+1} + \Delta x_i) (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i)} \\ E2 &= 2 \cdot \frac{\epsilon_{i+1,j,k}^n - \epsilon_{i-1,j,k}^n}{(\Delta x_{i+1} + 2\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i)} \\ E3 &= 8 \cdot \frac{(\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot \epsilon_{i,j,k+1}^n - (\Delta y_{k+1} + 2\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) \cdot \epsilon_{i,j,k}^n + (\Delta y_k + \Delta y_{k+1}) \cdot \epsilon_{i,j,k-1}^n}{(\Delta y_{k+1} + 2\Delta y_k + \Delta y_{k-1}) (\Delta y_{k+1} + \Delta y_k) (\Delta y_{k-1} + \Delta y_k) (1 - \text{COORD} + \text{COORD} \cdot RC_i^2)} \\ E4 &= 8 \cdot \frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot \epsilon_{i,j+1,k}^n - (\Delta z_{j+1} + 2\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \cdot \epsilon_{i,j,k}^n + (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) \cdot \epsilon_{i,j-1,k}^n}{(\Delta z_{j+1} + 2\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) (\Delta z_{j+1} + \Delta z_j) (\Delta z_{j-1} + \Delta z_j)} \end{aligned} \right.$$

付録 B

ゆらぎ量輸送方程式の導出

方程式導出において、流れは定常であり、乱流挙動はエルゴード性を持つとし、

$$\overline{u'_i} = 0, \quad \overline{\varphi} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\overline{\frac{\partial \varphi}{\partial x}} = \frac{\partial}{\partial x} \overline{\varphi}, \quad \overline{\int \varphi dx} = \int \overline{\varphi} dx \quad (\text{B.2})$$

が成り立つと仮定する。

被輸送量の保存式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \varphi) + \frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i \cdot \varphi) \\ = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \phi \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \varphi \right) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

で表わされる。これに φ を掛けて平均操作を行なうと、

$$\begin{aligned} \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \phi)} + \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i \cdot \phi)} + \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \varphi)} + \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i \cdot \varphi)} \\ = \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \phi \right)} + \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \varphi \right)} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

となる。このうち、3次のモーメントを無視し、(B.1)の仮定を用いると、

$$\begin{aligned} \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \varphi \right)} - \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i \cdot \phi)} - \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \varphi)} \\ = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

となる。(B.5)式の左辺第1項は、

$$\overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \varphi \right)} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\varphi^2} \right) - \overline{\Gamma \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2} \quad (\text{B.6})$$

で表現できる。また、左辺第2項は $\overline{\phi \cdot \varphi \frac{\partial}{\partial x_i} u'_i} = 0$ の関係を用いると、

$$\begin{aligned} \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (u'_i \cdot \phi)} \\ = \overline{\varphi \cdot u'_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}} + \overline{\phi \cdot \varphi \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} \\ = \overline{\varphi \cdot u'_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

で表現される。

左辺第3項は、 $\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$ を用いて、

$$\begin{aligned} & \overline{\varphi \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \varphi)} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \overline{\varphi^2}) - \frac{1}{2} \overline{\varphi^2} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \overline{\varphi^2}) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

以上をまとめて整理すると、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (U_i \cdot \overline{\varphi^2}) = -2 \overline{\varphi u_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + \Gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\varphi^2} \right) - 2\Gamma \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^2 \quad (\text{B.9})$$

(B.9)式は、ゆらぎ量の生成、伝播のバランスを表わす方程式であり、左辺は平均流速 U_i による $\overline{\varphi^2}$ の対流を表わし、右辺第1項は平均被輸送量勾配 $\partial\phi/\partial x_i$ による $\overline{\varphi^2}$ の生成、第2項は拡散、第3項は $\overline{\varphi^2}$ の散逸を表わしている。