

電磁流量計の供用中較正法
に 関 す る 研 究

1985年7月

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせ下さい。

〒107 東京都港区赤坂1-9-13

動力炉・核燃料開発事業団

計画管理部技術情報室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to :

Technical Information Service

Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation

9-13, 1-chome, Akasaka, Minato-ku, Tokyo, Japan

電磁流量計の供用中較正法に関する研究

遠 藤 昭 *

要 旨

液体金属冷却型高速増殖炉においては、通常の計装センサが具備すべき条件を備えていることに加えて、耐放射線性や冷却材バウンダリの確保の面ですぐれていることから、電磁流量計が多用される。原子炉における流量計測の重要性や出力特性の経年変化等を考慮すると、電磁流量計においても他の計装品と同様に、定期的な較正検査が必要とされるが、電磁流量計の流動管は冷却材バウンダリを形成しているため、取りはずしが困難であり、試験施設での実流較正は不可能に近い。このため、電磁流量計を原子炉の冷却系統に設置したままで行える簡便かつ高精度な流量較正法の開発が望まれていた。

流量計を系統から取りはずすことなく供用中に較正が実施できる簡便な方法として、流れに沿って近接した2対の電極で観測される出力電圧のゆらぎの相関から、流体の電極間移行時間を求め、流量を算出する相関法の適用の可能性が従来から示唆されていた。しかしながら、相関法から得られる流量は真の流量より大きくなる傾向のあること、測定値のバラツキが大きいことなどの問題が解決されず、今日まで実用に供されるに至っていなかった。

本論文では最初に、円管内を流れる乱流のふるまいが出力電圧のゆらぎに変換される過程について考察し、相関法で得られるゆらぎの移行速度は断面平均流速よりは、円管の中心付近の流速を反映したものになることが示される。すなわち、電磁流量計の出力電圧は、流動管の断面における各点の流速に、それらの点に固有な重みをつけて全断面にわたって積分したものになるので、出力電圧のゆらぎの相関から得られるゆらぎの移行速度は、流速変動が電圧ゆらぎの相関に支配的に寄与する領域の局所的平均流速を反映したものとなる。従って、もし円管の中心付近で流速分布がゆるやかな変化を示す部分の速度変動の相関が、出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与するようであれば、ゆらぎの相関から求まる移行速度は円管の中心付近の平均流速に一致する。これは、流体力学の知識に基づいて断面平均流速に変換できるので、相関法の測定値の偏り、つまり系統誤差が補正できることになる。速度変動の周波数は、流速の大きい管の中心より流速の小さい管の壁際で大きく、

* 実験炉部高速増殖炉第2課

また速度変動が強い相関を示す上限周波数は局所的平均流速に比例し、電極対間距離に反比例するので、電極対間距離を加減することによって、流速変動が出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与する管断面上の領域を制御できる。電圧ゆらぎの相関に支配的に寄与する管断面上の領域は、速度変動の管内周波数分布を考慮するとゆらぎが強い相関を示す上限周波数から実験的に求めることができ、管径が12インチ、電極対間距離が150 mmの電磁流量計の場合、ゆらぎは中心から半径の0.76～0.8倍の領域の平均流速で移行することがわかった。このとき、ゆらぎの移行速度を断面平均流速に変換する修正係数の計算値は0.937となり、実測値とよく一致した。また、相関法により求まる、系統誤差を補正後の流量は、誤差1%の範囲で基準流量と一致した。

次に、相関法で測定されるゆらぎの電極間移行時間のバラツキ、すなわち統計誤差はゆらぎの統計的性質に依存し、ゆらぎの相関関数の導関数、又はパワースペクトル密度を用いて記述できることが示される。パワースペクトル密度を用いた表現は、誤差の性質に対する直観的洞察を得やすいという利点があり、ゆらぎのパワーが高周波領域で有勢になる程、2つの電極対で観測されるゆらぎの間のコヒレンスが大きくなる程、またゆらぎ信号の観測時間を長くとる程、移行時間の測定値の統計誤差が小さくなることが判った。ここで導出された統計誤差の評価式を用いると、所要の測定精度を得るために必要な信号処理法が合理的に決定でき、上記12インチ径流量計の場合、統計誤差を1%程度に押えるためには、観測時間を数10秒以上にとる必要のあることが明らかとなった。

これらの結果により、相関法の較正精度が大幅に改善され、系統誤差と統計誤差を合わせても、2%以内の誤差で電磁流量計の供用中較正を行うことが可能となった。

相関法は、これを適用しようとする、その原理上2対の電極を必要とする。電極を1対しかもたない流量計にも適用できる較正法として、平均周波数法が挙げられる。この方法は、出力電圧のゆらぎのパワースペクトル密度荷重平均周波数が、流量と一定の関係にあることを用いるもので、最初、藤野らによって提案された。彼等の実験では、平均周波数と流量の間に6～10%の誤差範囲で比例関係の成り立つことが確認されたが、精度に問題があり実用されるに至っていなかった。

本論文ではまた、出力電圧のゆらぎのパワースペクトル密度と流速変動のそれとの間の関係が論ぜられ、電圧ゆらぎのパワースペクトル加重平均周波数が、円管の

抵抗係数の平方根と流量の積に比例することが導かれる。円管の抵抗係数は流量に依存するので、この結果から、平均周波数と流量の関係は、これまで信じられていたような直線関係ではなく、非線形であることがわかる。円管の抵抗係数の平方根と流量の積から平均周波数を求める際の比例係数の実測値は、理論計算値より小さくなり、平均周波数の測定値から流量を求めるためには、この比例定数を予め実験的に求めておくことが必要であった。比例係数の実測値が計算値に比較して小さくなる原因は、比較的高周波の領域における実測パワースペクトル密度の減衰が理論値と比べて大きいためである。パワースペクトル密度の高域における減衰を考慮すると、平均周波数の算出には、加重関数としてパワースペクトル密度の平方根を用いるのが適当である。平方根をとる演算は、高周波領域におけるパワースペクトル密度の減衰を緩和し、結果として平均周波数法の感度を大きくする効果がある。12インチ径電磁流量計を対象に行った実験では、加重関数としてパワースペクトル密度の平方根を用いる場合、比例係数に差はあるものの実測値は理論計算値によく適合した。電磁流量計を原子炉の冷却系統に据え付けた初期の段階で比例定数を実験的に求めておけば、以後2%程度の誤差範囲で経年変化の較正が可能である。

以上の結果から、相関法または平均周波数法の適用により、液体金属冷却型高速増殖炉用電磁流量計の供用中に、試験施設における実流較正に匹敵する、誤差2%程度の精度で流量較正を行うことが可能となった。相関法は、電極を2対必要とするが、電圧ゆらぎの移行速度から直接流量を算出できるという特徴を有する。一方、平均周波数法の用途は、経年変化の較正に限定されるが、この方法は電極を1対しかもたない電磁流量計にも適用できる。

Study on In-Service Calibration Method for
Electromagnetic Flowmeter

Akira ENDOU *

Abstract

In liquid metal cooled fast breeder reactors (LMFBRs), electromagnetic flowmeters (EMFs) have been extensively used, because they have satisfactory properties as the instrumentation sensor including the radiation-resistance and it is easy to assure tightness of the coolant boundary.

In consideration of importance of the flowrate measurement and the EMFs degradation, it is necessary to calibrate them at appropriate time intervals as well as other instruments. However, it is difficult to remove the EMF from the cooling system and the calibration by real flow in a test loop is almost impossible, because the pipe of the EMF makes up the coolant boundary. Therefore, it has been desired to develop a simple and accurate calibration method without removing the EMF from the system.

The possibility to make use of the correlation method, which is simple and able to be applied in service condition, was suggested. In the method, the transit time of the fluid is obtained from the correlation between the output voltage fluctuations observed by two pairs of electrodes attached to the pipe along the fluid flow direction, and then the flow rate can be calculated. However, the correlation method has not been applied practically to EMF calibration, because there are problems that the flow rate measured by correlation method inclines to larger side than true one and shows too large scattering.

In this thesis, first the process in which the turbulent behavior of the flowing fluid is transformed into the voltage fluctuation is considered and it is shown that the transit velocity of the fluctuation obtained by the correlation method is affected by the flow velocity near the center of the pipe rather than cross-sectional mean flow

* JOYO Maintenance Engineering Section, Experimental Reactor Division.

velocity. That is, since the output voltage of EMF is expressed by an integral of the flow velocity multiplied by a weighting function depending on the location over the whole cross-section of the pipe, the transit velocity of the voltage fluctuation measured with correlation is affected by the average flow velocity over the area where the flow velocity fluctuations make dominant contribution to the correlation of the voltage fluctuations. Thus, if the correlation of the flow velocity fluctuations generated near the center of the pipe, where the flow velocity distribution shows a moderate variation, is able to contribute dominantly to the correlation of the voltage fluctuations, then the transit velocity of the voltage fluctuation coincides with the mean flow velocity near the pipe center. As this mean flow velocity can be transformed to that of whole cross section based on the hydrodynamics, the bias of the measured velocity i.e. the systematic error of the correlation method can be corrected. Since the frequency of the velocity fluctuation near the pipe wall is higher than near the center, and the maximum frequency of the velocity fluctuations showing a strong correlation is directly proportional to the local mean flow velocity and inversely proportional to the electrodes distance; the area on the pipe cross section where the velocity fluctuation makes dominant contribution to the correlation of the voltage fluctuation can be controlled by regulating the electrodes distance. By considering the frequency distribution on a pipe cross section, the area dominantly contributing the voltage correlation can be obtained experimentally from the maximum frequency showing the strong correlation and it was revealed that the fluctuation propagates with the average velocity in the region from the pipe center to the range of 0.79 to 0.8 times the inner radius for the EMF with 12 inches diameter and 150mm electrodes distance. Then, the calculated correction factor which transforms the transit velocity of the fluctuation to the whole cross sectional mean flow velocity is 0.937 and fairly well agreed with the measured data. The flow rate obtained by the correlation method agreed with the reference within 1% of the error after correcting the systematic error.

Next, it is indicated that the scattering or the statistical error of the transit time measured with the correlation method depends on the statistical behavior of the fluctuation signal and is expressed by using either the derivatives of the correlation functions or the power spectral

densities of the fluctuations. The spectral expression has a merit of giving an intuitive understanding of the nature of the error and it can be seen that the error becomes smaller as the higher frequency components of the spectra increase. The error also becomes smaller when the coherence function of the fluctuation signals observed at the two pairs of the electrodes has a larger value and/or the observation time extends for a longer period.

By using the derived representative equation of the statistical error, signal processing method needed for obtaining a certain required precision is determined reasonably. For the case of above mentioned 12 inches diameter EMF, it appears that the observation time from 20 to 30s is necessary to assure 1% of the statistical error. Based on these results, the precision of the correlation method is fairly improved, and in-service calibration of EMF with an error within 2%, which contains the statistical and systematic ones, was achieved.

For the application of the correlation method, two pairs of the electrodes are required due to the principle. The average frequency method is applicable to the calibration of EMF having only a single pair of electrodes. This is based on the fact that the average frequency weighted by a spectrum of the output voltage fluctuation has a certain relationship to the flow rate, and originally proposed by Fujino et al. Their experiment indicated a linear relationship between the average frequency and the flow rate within a derivation from ± 6 to 10%. However, EMF calibration using the average frequency method has not been realized so far because of the accuracy shortage.

In this dissertation, also, the relationship between the power spectral density of the voltage fluctuations and that of flow velocity ones is discussed, and it is derived that the average frequency weighted by the power spectral density of the voltage fluctuation is proportional to the product of the flow rate and the square root of the friction coefficient of the pipe. It is seen from this result that the relationship between the average frequency and the flow rate is not linear contrary to prior belief, because the friction coefficient depends on the flow rate. The measured proportional coefficient of the average frequency to the product of the flow rate and the square root of the friction coefficient was smaller than the calculated

one. Thus, in order to calibrate EMF with average frequency, it was necessary to experimentally obtain the proportional coefficient in advance. The comparatively small experimental value of the proportional coefficient is caused by the striking attenuation of the measured spectrum in the relatively high frequency region compared with theoretical one. In consideration of the attenuation of the power spectrum in the high frequency region, it is appropriate to employ the square root of the power spectrum as the weighting function for calculation of the average frequency. The square root operation has the effect of moderating the steep descent of the autopower spectrum, and as the result, it enlarges sensitivity of the average frequency method. In the experiment conducted with 12 inches diameter EMF, for the case where the square root of the spectrum was employed as the weighting function, the experimental values of the average frequency fitted to the calculated ones though there is a difference in the proportional coefficients. If the proportional coefficient is obtained experimentally at the initial stage after incorporating EMF into the cooling system, then it is possible to calibrate the performance degradation with an accuracy of 2% error.

From the above mentioned results, it is clear that the calibration of EMF using the correlation or the average frequency method becomes possible in service condition with an accuracy of 2% error, which ranks with that in test loop. The correlation method is characterized by being able to directly compute the flow rate from the transit velocity of the voltage fluctuation though it requires two pairs of electrodes. On the other hand, the average frequency method has a merit that is applicable to the calibration of EMF having only a single pair electrodes, but its application is limited to the trace of the performance degradation.

目 次

| | |
|-------------------------------------|----|
| 序 論 | 1 |
| 第 I 章 基礎理論 | 13 |
| 1.1 円管内の剪断乱流 | 13 |
| (1) 準 備 | 13 |
| (2) 流速分布 | 14 |
| (3) 断面的平均流速 | 15 |
| 1.2 速度変動の相関と出力電圧のゆらぎの相関 | 17 |
| (1) 出力電圧のゆらぎの発生機構 | 17 |
| (2) 速度変動の相関 | 18 |
| (3) 出力電圧のゆらぎの相関 | 19 |
| 1.3 速度変動のスペクトルと出力電圧のゆらぎのスペクトル | 20 |
| (1) 速度変動のスペクトル | 20 |
| (2) 出力電圧のゆらぎのスペクトル | 22 |
| 第 II 章 相 関 法 | 23 |
| 2.1 流量校正の方法 | 23 |
| 2.1.1 ゆらぎの移行速度の修正係数 | 23 |
| (1) 流速分布が一様である場合 | 23 |
| (2) 流速分布が一般的である場合 | 25 |
| (3) 数 値 例 | 26 |
| 2.1.2 流量の算出と誤差評価 | 29 |
| (1) 流量の算出 | 29 |
| (2) 誤差の表式 | 29 |
| (3) 誤差の評価 | 30 |
| 2.2 信号処理法に関する検討 | 31 |
| 2.2.1 ゆらぎの相関の信号論的意味 | 31 |
| (1) 相関関数 | 32 |
| (2) 相関係数 | 33 |
| (3) 複素位相関数の逆変換関数 | 33 |

| | |
|---------------------------|----|
| (4) インパルス応答関数 | 34 |
| (5) 複素コヒレンス関数の逆変換関数 | 35 |
| 2.2.2 信号の採取 | 36 |
| (1) 窓関数 | 36 |
| (2) サンプリングレート | 40 |
| (3) 量子化精度 | 41 |
| 2.2.3 最適信号処理法の探索 | 42 |
| (1) 相関関数法 | 43 |
| (2) 複素位相関数逆変換法 | 46 |
| (3) インパルス応答関数法 | 47 |
| (4) 複素コヒレンス関数逆変換法 | 48 |
| (5) ま と め | 50 |
| 2.3 実 験 | 53 |
| 2.3.1 方 法 | 53 |
| (1) 手 順 | 53 |
| (2) 電磁流量計の仕様と配置 | 53 |
| (3) 信号の収録および処理 | 53 |
| (4) ゆらぎ信号の性質の把握 | 56 |
| (5) 信号処理法の決定 | 56 |
| (6) ゆらぎの移行時間の測定 | 56 |
| 2.3.2 結 果 | 57 |
| (1) ゆらぎ信号の収録 | 57 |
| (2) ゆらぎ信号の性質 | 57 |
| (3) 信号処理法の決定 | 74 |
| (4) ゆらぎの電極間移行時間の測定 | 79 |
| 2.3.3 検 討 | 81 |
| (1) 系統誤差の補正 | 81 |
| (2) 統計誤差 | 82 |
| (3) 相関法の適用における留意事項 | 83 |
| 2.4 相関法のまとめ | 86 |

| | |
|--|-----|
| 第Ⅲ章 平均周波数法 | 89 |
| 3.1 平均周波数の表式の導出 | 89 |
| (1) パワースペクトル密度加重平均周波数 | 89 |
| (2) パワースペクトル密度の平方根加重平均周波数 | 90 |
| (3) パワースペクトル加重自乗平均周波数 | 91 |
| 3.2 実 験 | 95 |
| 3.2.1 方 法 | 95 |
| (1) 手 順 | 95 |
| (2) 電磁流量計の仕様と配置 | 95 |
| (3) 信号の収録および処理 | 95 |
| (4) ゆらぎ信号の性質の把握 | 95 |
| (5) 平均周波数の測定 | 95 |
| 3.2.2 結 果 | 95 |
| (1) ゆらぎ信号の収録 | 95 |
| (2) ゆらぎ信号の性質 | 97 |
| (3) 平均周波数の測定 | 100 |
| 3.2.3 検 討 | 103 |
| (1) 平均周波数定義式間の比較 | 103 |
| (2) $K_2(p_0)$ の実測値と計算値の比較 | 104 |
| (3) 平均周波数法の適用における留意事項 | 105 |
| 3.3 平均周波数法のまとめ | 106 |
| 第Ⅳ章 結 論 | 107 |
| 謝 辞 | 109 |
| 文 献 | 111 |
| 付 録 | |
| 付録1 $\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{ds}\right)^2$ の導出 | 115 |
| 付録2 $I(p_0)$ の導出 | 117 |
| 付録3 $\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta$ の導出 | 119 |
| 付録4 不規則信号論の要約 | 121 |
| 付録5 不規則信号解析における統計誤差 | 133 |

| | | |
|------|----------------------|-----|
| 付録6 | 移行時間の測定値の偏りに関する検討 | 145 |
| 付録7 | 移行時間の測定値の統計誤差の評価法 | 161 |
| 付録8 | Euler 相関, 微分特性距離について | 167 |
| 付録9 | 信号処理用計算プログラム | 169 |
| 付録10 | 本論文で用いられる主な記号 | 209 |

序 論

一般に、工業プロセスの計装に用いられる計測センサは精度と信頼性が高く、再現性、応答性、直線性などの良好なものでなければならない。また、それらの出力特性は、経時変化が小さく、使用温度などの環境条件に影響されないことが望ましい。原子炉プラントの計装に用いられるセンサには、これらに加えて、冷却材バウンダリの確保に対する信頼性、耐放射線性なども要求される。

液体金属冷却型高速増殖炉用の流量計測センサとしては、上述の要求を満たすものとして、電磁流量計が古くから用いられている。^{(1)~(5)} また、近年においては、渦電流式流量計や超音波流量計の研究開発が活発に行われている。^{(4)~(11)}

電磁流量計の原理は、Farady 電磁誘導則の応用であり、Fig.1 に示すように、流路に直角に磁界をかけて流体を流すと、流路と磁界に直角な方向に、流速に比例した電圧が発生するというものである。流路を形成する円管内の流速分布が軸対称で、管材の導電率が零であり、磁界の強さが一様かつ軸方向に無限の拡がりをもつ理想的な場合を考えると、出力電圧は、円管の内側直径と磁束密度および断面平均流速の積に一致する。

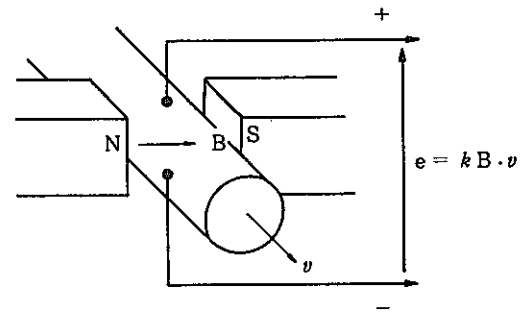


Fig. 1 Principle of E.M.F.

管材の導電率が零でない場合は、管壁を流れる電流のため出力電圧は上記の理想的な場合より小さくなる。これを防ぐため、流体の導電率よりも管材のそれの方が大きい水用の電磁流量計の場合には、管内面に絶縁物のライニングを施し、電流が管壁内を流れないようにする。液体金属用の電磁流量計では、液体金属の導電率は、流動管に用いられるステンレスの導電率の数倍程度以上であるので、管壁内を流れる電流が小さく、流動管の内面に絶縁物を張りつける必要がない。従って、流動管は通常の配管と同一にでき、冷却材バウンダリの確保は、冷却系統の他の部分と同等のグレードにすることができる。しかしながらこの場合には、十分な測定精度を得るため、管壁を流れる電流に起因する出力電圧の減少を補正することが必要となる。磁界が、流れ方向に有限である現実の場合には、磁場端部における短絡効果を考慮に入れなければならない。流れ方向の磁場の拡がり Fig.2 に示すよう

あるとすると、磁界が零となったところでは誘起起電力が零となるので、同図に示すような短絡電流が流れることになる。この磁場端部の短絡電流は、磁場の上流側で磁界の強さを減少させる方向に、下流側で磁界の強さを増加させる方向に作用し、結果として出力電圧を減少させる。

上述のように、現実の電磁流量計では、管壁を流れる電流や磁場端部の短絡電流のために、出力電圧が理想的な場合のそれよりも小さくなり、その減少量は流体や管材の導電率、従って流体温度に依存する。さらに、電磁流量計では、流速に起因する誘起起電力が、円管断面上でFig. 3(a)に示すように分布するため、同図(b)に示すような渦電流が電極を含む管断面上を循環している。流体の導電率、管径、流速に応じて大きさを変えるこの渦電流は、磁界の一様性を歪ませ、出力電圧に影響を及ぼす。

これまで述べたように、電磁流量計の出力特性は、流動管の材質や径、流体の種類や温度などに依存して少しずつ異なり、これを理論的に正確に予測することは容易でない。従って、現在のところ、新規に開発した電磁流量計に対しては、冷却系統に据付ける前に校正ループで実流校正を行い、流量と出力電圧の関係を実験的に求めることが一般的に行われている。

液体金属用の電磁流量計としては、液体が高い導電率をもつため顕著となる表皮効果の影響を避け、磁界が一様に流動管内まで入り込むようにするため、直流励磁型か、

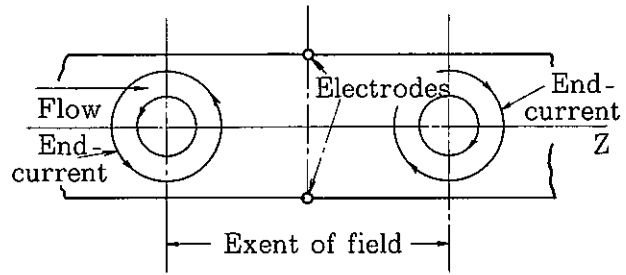


Fig.2 Explanation of end-current at the edges of the field.

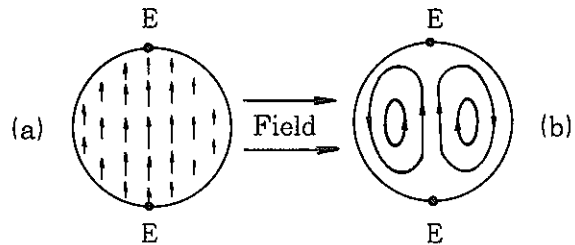


Fig.3 (a) Electromotive forces ;
(b) Currents induced in E.M.F.

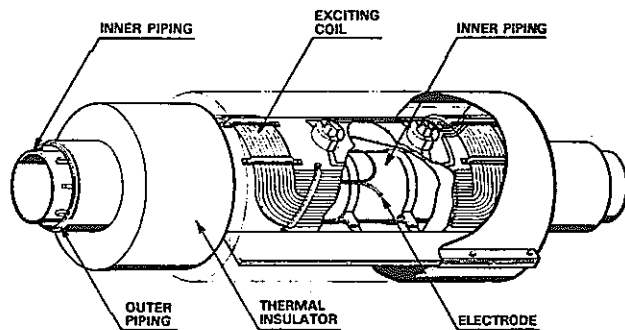


Fig.4 Saddle coil type E.M.F.

永久磁石型が採用される。従来、大口径配管用としては、磁界を比較的均一にでき、取り付けなどの取り扱いが容易なことから鞍型線輪式流量計が、小口径配管用としては、構造が簡単であることから、永求磁石型流量計が用いられた。

しかしながら、最近では、電源喪失時でも流体が流れさえすれば信号を出力するという性質が好まれ、大口径配管にも永久磁石型流量計が用いられる傾向がある。又、永久磁石型流量計は堅牢で小型化できることから、原子炉炉心に装荷する計装燃料用の流量計としても用いられる。Fig.4～Fig.6に鞍型流量計、配管装着用永久磁石型流量計および計装燃料用永久磁石型流量計の構造の概略を示す。Fig.4の鞍型電磁流量計は2重配管用のもの、Fig.5の永求磁石型電磁流量計は比較的小口径の配管に最も一般的に用いられているものである。Fig.6(a)は、計装燃料内における電磁流量計の据付の様子を示しており、同(b)は電磁流量計部分の詳細説明図である。

前述したように、磁場端部に生じる渦電流により、磁界は下流側に歪む。この歪量は流速に依存するので、これを積極的に利用して流速信号とすることを

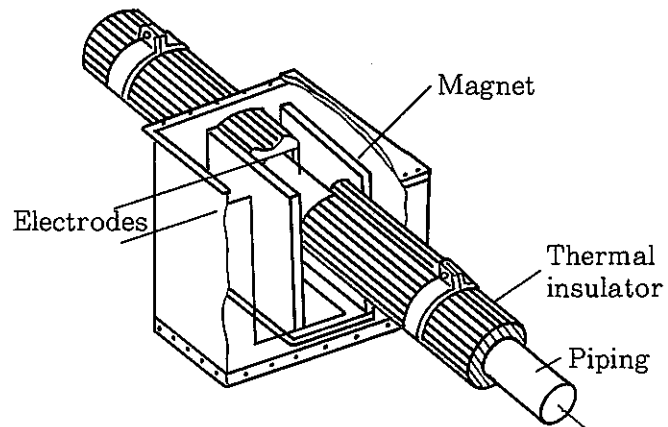
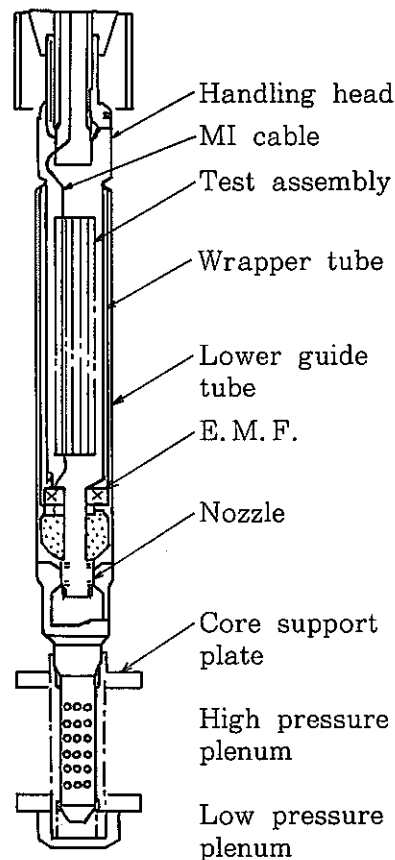
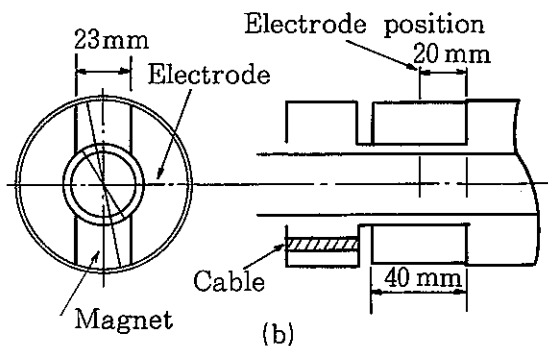


Fig. 5 Permanent magnet type E.M.F. Na



(a)



(b)

Fig. 6 E.M.F. for instrumented subassembly.

とができる。この原理に基づく流量計は、渦電流式流量計と呼ばれる。渦電流式流量計では、性能の等しい1次コイル、2次コイルをFig.7に示すように各々対称に配置し、1次コイルを交流で励磁する。このとき、もし流速が零であれば上流側と下流側の2次コイルに鎖交する磁束は等しく、従って両方の2次コイルに誘起する起電力は等しくなる。流速が増加するにつれて渦電流が磁界を下流側へ歪ませる程度が大きくなり、上流側および下流側の2次コイルに鎖交する磁束すなわち誘起電力は、それぞれ減少および増加する。従

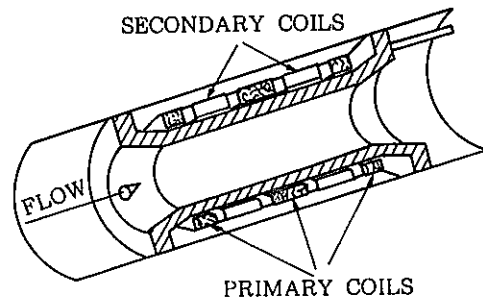


Fig.7 Eddy-current flow-through type flowmeter.

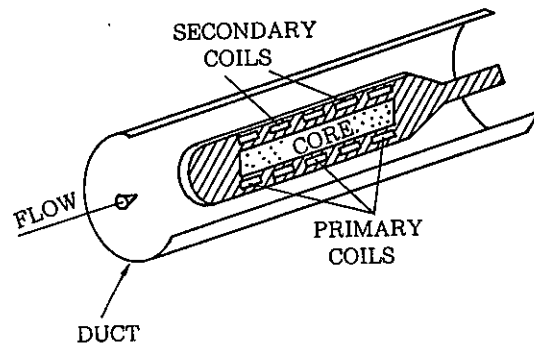


Fig.8 Eddy-current probe type flowmeter.

って、下流側コイルの誘起起電力から上流側コイルのそれを差し引いた電圧が流速を表わす信号となる。以上は、流体がコイルの内側を流れる型の流量計であるが、渦電流式流量計は最初、冷却材がコイルの外側を流れるいわゆる流速計として開発された。この場合は、Fig.8に示すように1次コイルと2次コイルを配置する。この型の流速計は小型に製作することが可能で、ステンレス鋼パイプへの挿脱が容易であるので、炉心流速分布の測定などに用いられる。これらの流量計では、渦電流の大きさすなわち1次コイルと2次コイルの結合係数は、流体の導電率つまり温度や、励振周波数に依存し、結果として出力特性もこれらに依存する。渦電流式流量計の出力に対する温度の影響は、上流側2次コイルに鎖交する磁束の減少分が下流側2次コイルに鎖交する磁束の増加分に等しくなるようにすると、両2次コイルに誘起する起電力の和から温度を求めて補正できる。これは、上流側と下流側の2次コイルに鎖交する磁束の和が一定になるようにすると、起電力の和は、流量に独立で温度のみに依存するという事実に基づいている。一方、励振周波数の方は、これを適当に設定すると、非常に良好な直線性の得られることが知られている。

超音波流量計は、流体中を伝播する超音波の速度が流体の流速に依存して変化す

ることを利用して流量を測定する。すなわち、Fig.9に示すように、一方のガイド棒の端から入射角 θ で流体の下流方向へ発射された超音波の相対するガイド棒の先端までの伝播時間と、同様に流体の上流方向に発射された超音波の伝播時間の差から流速を求め、流量を算出するものである。ここでガイド棒を用いるのは、超音波の送受信素子を熱から守るためであり、温度分布をできるだけ均一にするため4本のガイド棒は1つの保温箱に収納される。

その上に、ガイド棒の温度の不均一や製作誤差に起因する測定誤差を小さくするため、超音波を上流と下流へ同時に発射することや、送信端と受信端を交互に切替えて超音波の伝播時間差の平均を求める工夫がなされている。超音波の伝播速度は、物質の密度に依存し、密度は温度に依存するので、超音波流量計でも測定値の温度補正が必要となるが、これは超音波の伝播時間そのものの実測値を用いることにより可能である。超音波流量計の特徴の一つとして、広い計測範囲にわたって出力特性が非常に良好な直線性を示すことが挙げられ、この性質は配管径が相当大きくなっても不変であると考えられている。

以上述べたところの電磁流量計、渦電流式流量計および超音波流量計の特徴の比較をTable 1に示す。電磁流量計は、構造が簡単で堅牢であり、古くから多用されてきた流量センサであるが、これまでに出力特性の経年変化が問題となっている。又、近年、FBRプラントの大規模化に伴い、大口徑電磁流量計の高流量域における出力特性の非線形性や温度依存性が問題点として指摘されている。しかしながら、永久磁石型電磁流量計では、励磁電源などを一斉必要とせず、流体が流れさえすれば出力が得られるという性質は、高い信頼性を要求される安全保護計装用のセンサとして非常に好ましいものである。渦電流式流量計は、流体がコイルの外側を流れる方式のものが英国のPFR⁽⁷⁾や米国のFBR-IIにおいて実用に供されているが、この方式はセンサ近傍の流速しか測れないため、大口徑配管には適用できない難点がある。一方、流体がコイルの内側を流れるいわゆる貫流型の渦電流式流量計は、米

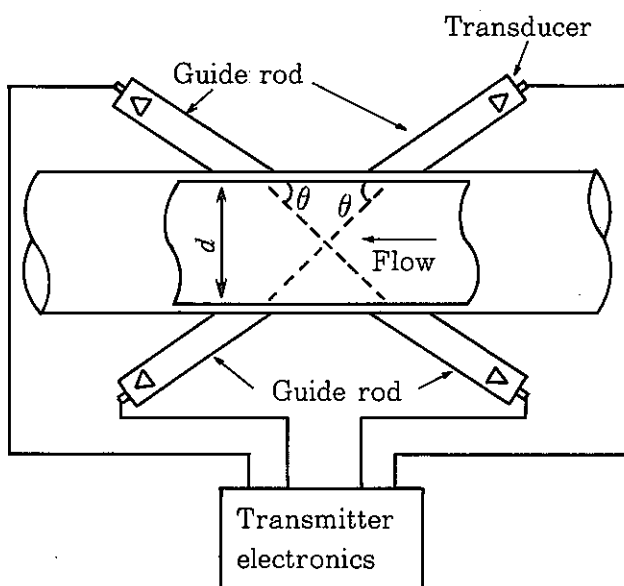


Fig.9 Schematic diagram of ultrasonic flowmeter

Table 1 Comparison of the characteristics among electromagnetic flowmeter, eddycurrent flowmeter and ultrasonic flowmeter

| 比較項目 | 電磁流量計 | 渦電流式流量計 | 超音波流量計 |
|-------------|--|---|--|
| 精 度 | 実用上問題なし。 | 同 左 | 同 左 |
| 信 頼 性 | 高 | 実用上問題なし。(過酷な条件で使用するときには、寿命を考慮し、取替可能な設計とする。) | 送受信器およびこれらとガイド棒の音響カップリングに難。プロセス計装に用いるまでに至らず。 |
| 再 現 性 | 良 | 同 左 | 同 左 |
| 応 答 性 | 大口徑で多少悪し。実用上問題になる程ではない。 | 同 左 | 良 |
| 直 線 性 | 大口徑，高流量域で問題小口徑ではさほど問題なし。 | 励振周波数を適当に選択した場合，良。 | 良 |
| 温 度 依 存 性 | 小口徑では問題少ない。大口徑，高流量域で問題。 | 大，但し演算により補正可。 | 大，但し演算により補正可。 |
| 経 時 変 化 | 管と流体の接触抵抗変化および磁石の劣化が問題。 | 実用上問題なし。 | 実プラントにおける長時間の使用実績なし。 |
| 冷却材バウンダリの確保 | 冷却系統の他の部分と同等にできる。 | 同 左 | 同 左 |
| 圧 損 | 無視できる位小。 | 同 左 | 無 |
| 耐 熱 性 | 実用上問題なし。 | 同 左 | 送受信素子は高温に弱い。 |
| 耐 放 射 線 性 | 実用上問題なし。 | 同 左 | 送受信素子は放射線に弱い。 |
| 実流較正の要否 | 理論計算で出力特性を，かなり予測できる。新規開発品に対しては実流較正が行われる。 | 必 要 | 理論計算で出力特性をかなりよく予測できるが，実流較正も併せて行われる。 |
| 使用実績等 | すべてのFBRで広く用いられている。 | Naがコイルの外側を流れるタイプは，PFR，EBR-IIで使用実績あり。 | EBR-IIの2次系で数年間の耐久試験が実施され，問題は生じていない。 |

国において試作され性能試験が実施されたが⁽⁶⁾、その後の進展については報告が見当らない。超音波流量計は、開発が一応完了したとされ⁽¹⁰⁾、FBR-IIの2次系主配管に取付けられて耐久試験が行われ良好な結果が得られている⁽¹¹⁾。しかしながら、超音波の送受信器およびこれらとガイド棒間の音響的カップリングのデリケートな特性を考慮すると、1次冷却系など高放射線量下、かつ立入りが制限される場所での使用には、信頼性の点で、尚問題が多い。

以上述べたように、電磁流量計に代わるべく良好な特性の新型センサの開発が精力的に進められてはいるが、信頼性や耐久性などの面でプロセス計装のセンサとして使用されるまでには至っていない。従って現状では、FBRプラント計装における電磁流量計の役割は今後尚当分の間不変であると考えられ、経年変化の較正法など、電磁流量計の短所を克服すべき技術の開発が望まれる所以である。

電磁流量計は、その流動管が冷却材バウンダリを形成していることや炉心内に装荷されることから、取りはづして試験検査を行うことが困難であり、長時間ドリフトすなわち経年変化に対して大きな関心が払われてきた。

1973年から1974にかけ、 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼を使用している動力炉核燃料開発事業団大洗工学センター1MW蒸気発生器試験施設で、6B永久磁石型電磁流量計の出力が20%~30%低下し問題となった⁽¹²⁾。原因は流動管の内壁面に酸化物等が沈着し、接触抵抗が増大したことによるものと考えられ、事実流動管の洗浄や交換により出力は回復している。ドイツKarlsruhe研究所でも同様の事象を経験し、流動管の洗浄により出力を初期の状態に回復できたことが確認されている⁽¹²⁾。又、同大洗工学センターナトリウム機器構造試験施設における8B電磁流量計の較正試験で、不純物で過飽和となったナトリウムの下では、出力の低下の起こることが確認されている⁽¹³⁾。さらに、同施設のフェライト鋼ループに設置された流量計をループから取りはずして空気中に放置し、較正装置に取り付けた後の試験で、試験開始直後40%程度の指示低下が生じ、高温のナトリウムでフラッシングすることにより指示が正常に復した。原因は、流動管内面に付着していたナトリウムが酸化し、液体と流動管の間の接触抵抗が増加したことによるものと考えられている⁽¹⁴⁾。これらの結果から、電磁流量計流動管内壁面に不純物が付着するような条件の下では、出力の低下が起こるものと考えられ、ナトリウムの純度を高めて、管壁に付着した不純物を溶解除去するのが望ましいとされている。

永久磁石型電磁流量計においては、磁石そのものの経年変化をも考慮しなければならない。大洗工学センターにおいては、前述の1 MW 蒸気発生器試験施設の6 B 永久磁石型電磁流量計で2年間に、8～9%の磁束の低下が見られた。⁽¹²⁾計装燃料用流量計のように高温条件下で使用される場合は、減磁作用が加速するとされている。⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾

一般に、原子炉プラントにおいては、冷却材流量は安全保護上最も重要なパラメータの一つでありプラントの監視および制御上も重要な役割を果たしている。また、冷却材流量の測定精度は熱出力の測定精度に直接影響を及ぼすので、経済的な観点からも重要である。

上述のような経年変化の事情を考慮し、冷却材流量計測の重要性を認識するならば、電磁流量計においても他の計装品と同様に定期的な較正検査が必要とされるが、前述したような取りはずしの困難さのために、較正ループでの実流較正は不可能に近い。たとえ取りはずしができたとしても、放射能の取扱いや冷却材バウンダリの確保のための手続きを含む取りはずし、較正から復元へ至る一連の作業は著しく繁雑であろうと考えられ、電磁流量計を原子炉冷却系統へ設置したままで行える簡便かつ高精度な較正法の開発が望まれる。

電磁流量計を冷却系統へ設置したままでの較正法の一つとして、原子炉運転中の熱バランス等に着目した方法が考えられるが、この方法は較正精度に問題がある。より精度の高い測定が期待できるもう一つの方法として、中性子パルス放射化法がある。⁽¹⁷⁾この方法は、流れの上流側で配管の外側から内へ中性子パルスを打ち込み、下流側で放射化された冷却材が流れてくるのを検出して、パルス打ち込み位置と検出器間の距離および到着時間から流速を求め、流量を算出するものである。この方法では、中性子パルスの打ち込み位置と検出器間の距離を比較的長くとれるので高精度な測定が可能であるが、1次冷却系統など既に冷却材が放射化されている系統への応用には困難が伴う。

パルス中性子放射化法に類似し、しかも原子炉運転中に実施できる方法として、冷却材を放射化する代りに乱流の乱れを利用する方法が考えられる。すなわち、この方法は乱流状態にある流体の流速は平均流速とわずかな速度変動の和で表わされ、しかもこの流速変動は、平均流速で移動することに着目し、流れに沿って近接した2個の検出器で速度変動に起因するところの検出器出力信号のゆらぎを検出し、ゆらぎの検出器間移行時間と検出器の間隔から流速を求めるものである。ゆらぎの移行時間は、2個の検出器で観測されるゆらぎ信号の間の相互相関関数を最大とする

遅れ時間として求まるので、この方法は、ゆらぎ相関法又は単に相関法とも呼ばれる。^{(18)~(21)}

電磁流量計は本質的に流速検出器であるので、出力電圧のゆらぎの相関を用いる方法は、近接して2対以上の電極を備えていれば、パルス中性子放射化法の様に特別な装置を必要とせず、流量計の供用中に較正が実施できる魅力的な方法である。

ゆらぎ相関法を電磁流量計の較正に応用しようという提案は、最初に米国においてなされ、⁽²²⁾ 過去に EBR-II 炉の2次系に据付けられた電磁流量計で実験が行われている。⁽²³⁾ しかしながら10%程度の精度しか得られず、その後は開発が中断されているようである。

我国においては、1974年に動力炉核燃料開発事業団大洗工学センターのナトリウム機器構造試験施設に据付けられた12B鞍型線輪式電磁流量計を用いて、はじめての実験が行われ、実用化の可能性が示唆された。⁽²⁴⁾ しかしながら、その後実用化試験が進展するにつれて、相関法から得られる流量は真の流量より大きくなる傾向のあること、⁽²⁵⁾ 測定値のバラツキが大きいことなどの問題が明らかとなり、ゆらぎ相関法の実用化にあたっては、これらを解決することが必要となった。

相関法から得られる流量が真の流量に一致しないこと、つまり系統誤差が存在することは、電磁流量計流動管内を流れる流体の流速分布を考慮すればむしろ当然のことである。すなわち、電磁流量計の出力電圧は流動管の断面における各点の流速に、それらの点に固有な重みをつけて全断面にわたって積分したものであるので、出力電圧のゆらぎの相関から得られるゆらぎの移行速度は、流速変動が電圧ゆらぎの相関に支配的に寄与する領域の局所的平均流速を反映したものとなる。従って、流動管断面上で、流速変動が出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与している領域がわかれば、流体力学の知識に基づいてゆらぎの移行速度を補正し、断面平均流速を得ることが可能になり、流量を求めることができる。

次に測定値のバラツキについては、確定現象を取り扱う実験における測定値のバラツキ、つまり統計誤差は主に測定バラツキによるが、ゆらぎ相関法のように不規則現象を取り扱う場合の統計誤差はその現象に固有の統計的性質によって支配される。従って、ゆらぎ信号の統計的性質が移行時間の測定値の統計誤差に及ぼす影響を究明できれば、出力電圧のゆらぎの統計的性質を知ることにより、所要の精度を得るために必要な信号処理法を見い出すことができる。

ゆらぎ相関法は、これを適用しようとするとその原理上2対の電極が必要となる。しかしながら既に設置済の流量計や配置上または経済的な理由などで電極を1対し

かもたない流量計も多く存在しよう。そのような場合にも適用できる電磁流量計の供用中較正法として、出力電圧のゆらぎの平均周波数を用いる方法が挙げられる。平均周波数法は、出力電圧のゆらぎのパワースペクトルの重みつき平均周波数が流量の関数として記述されることに着目し、平均周波数を知ることにより流量を知ろうとするものであり、藤野らによって最初に提案された。⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾ 彼等の実験では流量と出力電圧のゆらぎのパワースペクトル密度加重自乗平均周波数の間に±6%～10%の直線関係のあることが確認されている。しかしながら、これらの報告では、実験的に求めているのは出力電圧のゆらぎの平均周波数であるにもかかわらず、理論検討では速度変動の平均周波数を対象にしている。出力電圧のゆらぎのパワースペクトル密度と速度変動のそれとは一般に異なると考えられるところから、厳密には電圧ゆらぎの平均周波数を流量の関数として定式化しなければならない。このことは、速度変動が出力電圧のゆらぎに変換される過程を考慮に入れることによって可能になる。

本論文は、液体金属冷却型高速増殖炉用電磁流量計の供用中較正法としての、ゆらぎ相関法と平均周波数法の実用化研究に関するものである。

第Ⅰ章では、円管内を流れる剪断乱流論の基礎の上に、乱流のふるまいが出力電圧のゆらぎに変換される過程について考察し、電圧ゆらぎの相関関数を、流速変動の相関関数により表現する。次いで電磁流量計の流動管内を流れる流体の流速分布と速度変動の周波数分布を関連づけ、これに基づいて電圧ゆらぎのパワースペクトル密度を流速変動のパワースペクトル密度を用いて記述する。これらの結果は、ゆらぎ相関法や平均周波数法の基礎を与える。

第Ⅱ章では、第Ⅰ章の結果に基づいて、出力電圧のゆらぎの相関を用いる流量較正の実用的な方法が導かれる。最初に、流動管内の流速分布と速度変動の周波数分布の間の関係を考慮する立場から、電圧ゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲に着目すると、速度変動が電圧ゆらぎの相互相関に支配的に寄与する円管断面上の領域が求められ、相関法の系統誤差の補正ができることを示す。次に、ゆらぎの移行時間測定値の統計誤差を相関関数の導関数または電圧ゆらぎのパワースペクトル密度を用いて記述し、これに基づいて所要の測定精度を得るために必要な信号処理法を見出す。最後に、これらの結果は、動力炉核燃料開発事業団大洗工学センターに設置されている我国初の液体金属冷却型高速実験炉「常陽」の1次主冷却系12B鞍型線輪式電磁流量計を用いて実験的に検証され、その有効性が確かめられる。

第Ⅲ章では、平均周波数法について検討する。はじめに、第Ⅰ章の結果に基づい

て、出力電圧のゆらぎの平均周波数を流量の関数として定式化する。電圧ゆらぎの平均周波数は、円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することが示され、この結果は高速実験炉「常陽」1次主冷却系流量計を対象にした実験で確認される。

第Ⅳ章では本論文の結論を述べる。

第 I 章 基 礎 理 論

本章では、剪断乱流論と電磁気学の成果に基づいて、電磁流量計の出力電圧のゆらぎと乱流の速度変動とを関連づけ、出力電圧のゆらぎの相関関数やパワースペクトル密度を速動変動のそれらで記述する。

本章の結果は、出力電圧のゆらぎの相関や平均周波数を用いる流量較正法の基礎を与える。

1.1 円管内の剪断乱流

最初に、円管内を流れる剪断乱流について調べる。

(1) 準備

電磁流量計の流路を形成する円管内の位置を表わすための座標系を、Fig. 1-1 のように定める。すなわち、円管の軸に一致する様に Z 軸を選

び、流れの方向を正とする。次に Z 軸に直交するように X-Y 平面を選ぶ。X-Y 平面上の点は極形式で表示し、円管内の位置を (r, θ, z) のように表示する。以下では、変数 r の代わりに、これを円管の内半径 a で正規化した p が多く用いられる。

座標 (p, θ, z) の時刻 t における Z 軸に平行な流体の速度を $u(t, p, \theta, z)$ と表わす。このとき十分大きな T に対して、座標 (p, θ, z) における時間的平均流速 $\bar{u}(p, \theta, z)$ は

$$\bar{u}(p, \theta, z) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t, p, \theta, z) dt \quad (1-1)$$

となる。任意の z における $\bar{u}(p, \theta, z)$ の $p-\theta$ 平面上の分布を、流速分布と呼ぶ。乱流の速度 $u(t, p, \theta, z)$ は、時間的な平均速度 $\bar{u}(p, \theta, z)$ と時間的に不規則に変動する速度変動成分からなると考えることができ、Z 軸方向の速度変動 $u'(t, p, \theta, z)$ は、

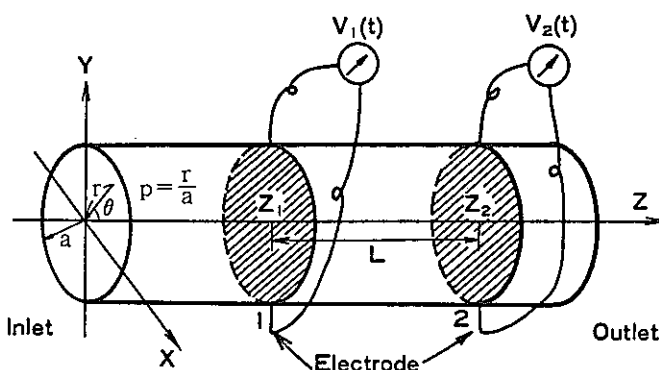


Fig. 1-1

$$u'(t, p, \theta, z) = u(t, p, \theta, z) - \bar{u}(p, \theta, z) \quad (1-2)$$

と表わせる。このとき (1-1) 式より

$$\frac{1}{T} \int_0^T u'(t, p, \theta, z) dt = 0 \quad (1-3)$$

となる。十分発達した流れの場合、 $\bar{u}(p, \theta, z)$ は z に依存しなくなる。以下では混乱のない限り、 p, θ, z, t 等の一部、又は全部を省略し、 $\bar{u}, u', u, \bar{u}(p, \theta), u'(p, \theta)$ や、 $\bar{u}(p)$ などの様に記述する。

時間的平均流速 $\bar{u}(p, \theta)$ に対して、全断面的平均流速 U は次式の様に表示される。

$$U = 2 \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} \bar{u}(p, \theta) \cdot p \, dp d\theta \quad (1-4)$$

今後、特にことわらない限り、単に平均流速といえば時間平均流速を表わし、断面的平均流速は面平均流速といい表わす。

(2) 流速分布

以下では、円管内剪断流の流速分布を求める。流速分布を導出するにあたって、基礎となるのは、Prandtlの運動量輸送理論から、付録1に示すようにして導かれるところの、剪断応力 τ を表わす次の式である。

$$\tau = \rho \ell^2 \left(\frac{d\bar{u}}{ds} \right)^2 \quad (1-5)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 ℓ は混合距離、 s は管壁からの距離を表わす。問題は、上式を変形して得られる

$$\frac{d\bar{u}}{ds} = \frac{1}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (1-6)$$

を、適当な ℓ , τ の下に解くことに帰着する。 τ は、直線的な剪断応力分布を仮定、つまり

$$\tau = \frac{r}{a} \tau_w \quad (1-7)$$

とし、 ℓ は一般の教科書によって与えられる次の実験式によるものとする。但し、 $r = a - s$, τ_w は壁面応力を表わす。

$$\begin{aligned} \frac{\ell}{a} &= 0.14 - 0.08 \left(\frac{r}{a} \right)^2 - 0.06 \left(\frac{r}{a} \right)^4 \\ &= -\frac{1}{50} (p-1)(p+1)(3p^2+7) \end{aligned} \quad (1-8)$$

(1-6), (1-7), (1-8) 式より

$$\frac{d\bar{u}}{dp} = 50 \cdot u^* \cdot \frac{p^{1.2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} \quad (1-9)$$

が得られる。ここに、 u^* は摩擦速度といい $u^* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ である。 $q = (3/7)^{1/4} \cdot \sqrt{p}$ に対して

$$\begin{aligned} F(p) &= -2.5 \cdot \ln \left(\frac{1 - \sqrt{p}}{1 + \sqrt{p}} \right) - 5 \tan^{-1}(\sqrt{p}) \\ &+ 10 \cdot \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(\frac{q^2 - \sqrt{2q+1}}{q^2 + \sqrt{2q+1}} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2q}}{1 - q^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (1-10)$$

とすると

$$\int d\bar{u} = -u^* \cdot F(p) + \text{const} \quad (1-11)$$

となり、中心軸における平均流速を \bar{u}_0 とすると

$$\int_{\bar{u}_0}^{\bar{u}} \frac{d\bar{u}}{u^*} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}}{u^*} = F(p) \quad (1-12)$$

が得られる。⁽³⁾従って、流速分布 $\bar{u}(p)$ は、次式の様に記述できる。

$$\bar{u}(p) = \bar{u}_0 - u^* \cdot F(p) \quad (1-13)$$

次に、 u_0 の代わりに U をもって上式を記述するため、断面的平均流速を導入しよう。

(3) 断面的平均流速

中心軸から、 p_0 までの断面的平均流速 $U(p_0)$ は、(1-13)式を用いて、次式の如く求まる。

$$U(p_0) = \frac{\int_0^{p_0} 2\pi p \cdot \bar{u}(p) dp}{\pi p_0^2} = \bar{u}_0 - 2 \cdot u^* \cdot \frac{1}{p_0} \cdot \int_0^{p_0} p \cdot F(p) \cdot dp \quad (1-14)$$

上式の最後の項の積分は、多少面倒であり、式が繁雑になるので、付録2に導出の過程と結果を示し、ここでは

$$I(p_0) = \frac{1}{2} \int_0^{p_0} p \cdot F(p) \cdot dp \quad (1-15)$$

とおく。すると(1-14)式は次の様に見える。

$$U(p_0) = \bar{u}_0 - 2 \cdot u^* \cdot I(p_0) \quad (1-16)$$

一方、真直な、断面一様な円管内の定常流について、長さLの間の圧力降下を Δp 、円管の抵抗係数を λ とすると、よく知られた次の実験式

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{L}{2a} \cdot \frac{\rho U^2}{2} \quad (1-17)$$

の関係が成立する。又、円管内に長さLの流体の柱状部を考えると、それに働く圧力降下による力 $\pi a^2 \Delta p$ と、柱状部の周辺に働く応力による力 $2 \pi a L \tau_w$ のつり合いから

$$\tau_w = \Delta p \cdot a / 2L \quad (1-18)$$

となり、これと(1-17)から

$$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho} = U \cdot \sqrt{\lambda / 8} \quad (1-19)$$

となる。

(1-16)式と、同式で $p_0 = 1$ とおいた式、つまり $U(p_0 = 1) = U$ から \bar{u}_0 を消去し、 u^* に(1-19)式を代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{U(p_0)}{U} = 1 + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \{ I(p_0 = 1) - I(p_0) \} \quad (1-20)$$

次に、 $u_0(p)$ の表式を求める。まず、(1-16)式で $p_0 = 1$ とおくと、付録2に示すように、 $I(p_0 = 1) = 2.0348$ となり、次式が得られる。

$$\bar{u}_0 = \left\{ 1 + 4.0696 \cdot \sqrt{\lambda / 8} \right\} \cdot U \quad (1-21)$$

これを(1-13)式に代入すると、求める次式が得られる。

$$\bar{u}(p) = [1 + \{4.0696 - F(p)\} \cdot \sqrt{\lambda/8}] \cdot U \quad (1-22)$$

ここで、 λ は Reynolds 数を Re として

$$1/\sqrt{\lambda} = 2.0 \times \log_{10}(Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (1-23)$$

より求まる。Reynolds 数の定義式 $Re = 2aU/\nu$ (ν は動粘性係数) には U が含まれるので (1-23) 式から求めた λ を (1-21) 式又は (1-22) 式に代入して、 U と \bar{u}_0 又は $u(p)$ の関係を求めようとする、一見矛盾を引き起こすように見えるが、 U の代りに $U(p_0)$ 又は \bar{u}_0 を用いても λ の値はそう大きく変わらない。これらの値をより正確に求めるためには、反復計算を行えばよい。

1.2 速度変動の相関と出力電圧のゆらぎの相関

本節では、乱流の乱れの速度変動が出力電圧のゆらぎに変換される過程について考察したのち、出力電圧のゆらぎの相関関数を流速変動の相関関数を用いて表現する。

(1) 出力電圧のゆらぎの発生機構

円管の導電率を零、磁束密度分布を $B(p, \theta)$ とし、電極が X 軸と平行であるとすると、電磁流量計の出力電圧 $V(t)$ は次式で与えられる。⁽³⁾

$$V(t) = \frac{2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} B(p, \theta) \cdot u(t, p, \theta) \cdot W(p, \theta) dp d\theta \quad (1-24)$$

ここに、 $W(p, \theta)$ は

$$W(p, \theta) = \frac{p(1+p^2 \cos 2\theta)}{1+2p^2 \cos 2\theta+p^4} \quad (1-25)$$

である。(1-24) 式は、電磁流量計の出力電圧は、円管の断面の各点における流速の出力電圧への寄与を表わす重み関数 $W(p, \theta)$ と、断面の対応する各点における速度 $u(t, p, \theta)$ および磁束密度 $B(p, \theta)$ の積の全断面にわたる積分として求められることを意味している。

$B(p, \theta)$ は p, θ によらず $B(p, \theta) = B$ で一定とし、 u を時間的に不変で軸対称な成分 \bar{u} と速度変動成分 u' の和として表わすならば、(1-24) 式は次式のようなになる。

$$V(t) = \frac{2B}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} \bar{u}(p, \theta) \cdot W(p, \theta) dp d\theta + \frac{2B}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} u'(t, p, \theta) \cdot W(p, \theta) dp d\theta \quad (1-26)$$

上式の右辺第1項を V_d 、第2項を $v(t)$ とおくと

$$V_d = \frac{2B}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} \bar{u}(p, \theta) \cdot W(p, \theta) dp d\theta \quad (1-27)$$

$$v(t) = \frac{2B}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} u'(t, p, \theta) \cdot W(p, \theta) dp d\theta \quad (1-28)$$

$$V(t) = V_d + v(t) \quad (1-29)$$

となる。 \bar{u} の軸対称性により(1-27)式は、比較的容易に解け、 V_d は次式³⁴⁾で与えられる。

$$V_d = 2aBU \quad (1-30)$$

電磁流量計による通常の流量測定は、 V_d が U に比例するという上式の性質を利用し、 V_d を測定することにより行う。

$v(t)$ は、 $u'(t, p, \theta)$ に依存し、かつ、例えば B の長時間ドリフトなどを除けば、さしあたって時間依存であるのは $u'(t, p, \theta)$ だけであるので、電磁流量計の出力電圧に重量しているゆらぎは、円管内を流れる流体の乱れの速度変動に起因するものであるといえる。事実 $u'(t, p, \theta)$ が零であれば $v(t)$ は零になる。

(2) 速度変動の相関

再び Fig. 1-1 の座標系を考え、 $z_2 - z_1 = L$ としよう。十分発達した流れを仮定し、速度変動の相互相関関数 $R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2)$ を次式の様に定義する。

$$R_L(\Delta T, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u'(t, p_1, \theta_1, z) \cdot u'(t + \Delta T, p_2, \theta_2, z + L) dt \quad (1-31)$$

今、特に $p = p_1 = p_2$ 、 $\theta = \theta_1 = \theta_2$ の場合を考えると、 τ を零から増加するにつれて、 $R_L(\tau, p, p, \theta, \theta)$ も増加し、ある $\tau = \tau_m$ において最大値に達

し、この後は次第に減少する。 τ_m は乱れ⁽³³⁾の速度変動 u' が平均流速 $\bar{u}(p, \theta)$ で、距離 L を走行するのに要する時間である。つまり、乱れの場合は平均流速 \bar{u} で移動するものと考えられる。 \bar{u} の周りの速度変動 u' が \bar{u} で移動することは、実験的にも確認されている。

(3) 出力電圧のゆらぎの相関

Fig. 1-1の電極1および電極2で観測される出力電圧のゆらぎの相互相関関数を R_L を用いて表現しよう。電極 i で観測される出力電圧のゆらぎ $v_i(t)$ は(1-28)式より

$$v_i(t) = \frac{2B}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} u'(t, p, \theta, z_i) \cdot W(p, \theta) dp d\theta \quad (1-32)$$

と表わされ、 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の相互相関関数 $\varphi_{12}(\tau)$ は、次式により定義される。

$$\varphi_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v_1(t) \cdot v_2(t + \tau) dt \quad (1-33)$$

上式に(1-32)式を代入し、積分の順序を変更して整理すると

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{4B^2}{\pi^2} \int_{p_1=0}^1 \int_{p_2=0}^1 \int_{\theta_1=0}^{2\pi} \int_{\theta_2=0}^{2\pi} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u'(t, p_1, \theta_1, z) \cdot u'(t + \tau, p_2, \theta_2, z + L) dt \right\} \cdot W(p_1, \theta_1) \cdot W(p_2, \theta_2) dp_1 d\theta_1 dp_2 d\theta_2 \quad (1-34)$$

となる。この式の $\{ \}$ 内は、速度変動の相互相関関数 $R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2)$ の定義式(1-31)と一致し、これを用いて(1-34)式を書き直すと

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{4B^2}{\pi^2} \int_{p_1=0}^1 \int_{p_2=0}^1 \int_{\theta_1=0}^{2\pi} \int_{\theta_2=0}^{2\pi} R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2) \cdot W(p_1, \theta_1) \cdot W(p_2, \theta_2) dp_1 d\theta_1 dp_2 d\theta_2 \quad (1-35)$$

となる。ここで理想的な場合として $R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2)$ は $p_1 = p_2$ かつ $\theta_1 = \theta_2$ のとき以外は零であると仮定しよう。すると(1-35)式から次式が得られる。

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{4B^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} R_L(\tau, p, p, \theta, \theta) \cdot W^2(p, \theta) dp d\theta \quad (1-36)$$

この式は、 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の相互相関関数は、Fig. 1-1に示した断面1と断面2の対応する各点の速度変動の相互相関関数に、断面の各点における出力電圧への寄与を表わす重み関数の2乗の重みをつけ、それを全断面にわたって積分したものに比例するということを意味している。

1.3 速度変動のスペクトルと出力電圧のゆらぎのスペクトル

本節では、乱流の速度変動のスペクトルと出力電圧のゆらぎのスペクトルについて考察する。

(1) 速度変動のスペクトル

乱流の乱れの速度変動を、周波数の異なる調波成分の和と考え、その周波数配分の様子、すなわちスペクトルを考える。乱れが大きい渦から成る場合と、小さい渦から成る場合を比較すると前者の方が速度変動が遅く、スペクトルは、周波数の小さいところへ相対的に大きな値を示す。

一方、円管内の流体の流れは、速度の勾配の大きな管壁付近では、乱れの渦は大きく成り得ず、比較的に大きな渦は、速度分布の勾配のゆるやかな管の中心付近に発生すると考えられる。従って、円管の中心付近の乱れの速度変動のスペクトルは、周波数の低い方に、管壁付近のそれは、周波数の高い方に、それぞれ大きな値をもつ。このことを、もう少し定量的に考えてみよう。

今、速度変動は、乱れの渦が生起し、混合距離 l だけ移動して消滅する過程の繰返しによって生ずると考えると、速度変動の周波数 f は、平均的に次式で与えられるであろう。⁽²⁷⁾

$$f = \frac{\sqrt{u'^2}}{l} \quad (1-37)$$

一方、円管内剪断乱流に対してPlandtlの混合距離 l は、半径方向の速度変動成分を v' とすると、付録1に示すところにより

$$l = \sqrt{u'v'} \cdot \frac{du}{ds} \quad (1-38)$$

と与えられるので

$$f = \frac{\sqrt{u'^2}}{\sqrt{u'v'}} \cdot \frac{du}{ds} \quad (1-39)$$

となる。 $\sqrt{u'^2}/\sqrt{u'v'}$ は Reynolds 数が大きければ円管のかなりの範囲にわたって一定値をとることが知られており⁽³¹⁾,

$$K = \frac{\sqrt{u'^2}}{\sqrt{u'v'}} \quad (1-40)$$

とおく。 $s = a - r$, $p = r/a$ であることを考慮し, (1-9), (1-19), (1-39) および (1-40) 式より f は次式の様に求まる。

$$f(p) = \frac{-25}{\sqrt{2}} \cdot K \cdot \frac{\sqrt{\lambda}}{a} \cdot \frac{p^{1/2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} \cdot U \quad (1-41)$$

(1-39), (1-41) 式は, ある周波数に対して, その周波数をもつ速度変動は管の中心から半径 r の円周上で発生しており, 周波数とこの半径位置が対応づくことを示している。又, 流速分布は管壁付近の方が大きな勾配をもつので, 管壁付近で発生する速度変動の方が相対的に高調波成分を有すると考えられる。

管壁付近の乱れの小さな渦による高周波の速度変動は, エネルギーの消散に寄与するが, それ自身は小さなエネルギーしか有さない⁽²⁹⁾。従って, 速度変動のスペクトルは, 周波数の大きいところでその値が小さくなるといえる。このことをもう少し定量的に見てみよう。流速変動 $u'(t, p)$ の自己相関関数を $R(\tau, p)$, パワースペクトルを $\Psi(\omega)$ と表わすとき, 付録4の (a4-47) 式に示す Parseval の定理⁽⁴¹⁾により, 次式が導かれる。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\omega) d\omega = \int_0^1 R(0, p) dp = \int_0^1 \overline{u'(t, p)} dp \quad (1-42)$$

ここで, (1-41) 式より得られる

$$\frac{d\omega}{dp} = 2\pi \frac{df}{dp} = \frac{25}{\sqrt{2}} \cdot \pi \cdot K \cdot \frac{\sqrt{\lambda}}{a} \cdot U \cdot \frac{21p^4 + 12p^2 + 7}{\sqrt{p} \cdot \{(p-1)(p+1)(3p^2+7)\}^2} \quad (1-43)$$

および (1-8), (1-37), (1-41) 式より得られる

$$\overline{u'^2(t, p)} = \frac{K^2}{8} \cdot \lambda \cdot U^2 \cdot p \quad (1-44)$$

を (1-42) 式に代入し, 整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \Psi(p) \cdot \left\{ \frac{25}{\sqrt{2}} \cdot \pi K \frac{\sqrt{\lambda}}{a} \cdot U \frac{21p^4 + 12p^2 + 7}{\sqrt{p} \cdot \{(p-1)(p+1)(3p^2+7)\}^2} \right\} dp \\ & = \int_0^1 \frac{K^2}{8} \cdot \lambda \cdot U^2 \cdot p dp \quad (1-45) \end{aligned}$$

上式より

$$\Psi(p) = \frac{\sqrt{2}}{100} \cdot K \cdot a \cdot \sqrt{\lambda} \cdot U \cdot \frac{p^{3/2} \{(p-1)(p+1)(3p^2+7)\}^2}{21p^4+12p^2+7} \quad (1-46)$$

となり、これは速度変動のパワースペクトルの p を媒介変数とした表示である。このときの p に対応する周波数は (1-41) で与えられ、上式より、 $p=0$ (すなわち $f=0$) と $p=1$ (すなわち $f=\infty$) で $\Psi(p)$ が零になることが確認できる。

(2) 出力電圧のゆらぎのスペクトル

これまでに、円管内を流れる乱流の乱れの速度変動はスペクトルをもつこと、電磁流量計の出力電圧のゆらぎは、乱れの速度変動に起因することなどについて述べてきた。それでは出力電圧のゆらぎのスペクトルはどの様になるであろうか。以下、出力電圧のゆらぎのパワースペクトルを求めてみる。

(1-36) 式を得たと同様にして、出力電圧のゆらぎの自己相関関数 $\varphi(\tau)$ は、

$$\varphi(\tau) = \frac{4B^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} R(\tau, p) \cdot W^2(p, \theta) dp d\theta \quad (1-47)$$

と表現できる。ゆらぎのパワースペクトル $\Phi(\omega)$ に対して

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega = \frac{4B^2}{\pi} \int_0^1 R(0, p) dp \cdot \int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta \\ &= \frac{4B^2}{\pi} \int_0^1 u^2(p) dp \cdot \int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta \end{aligned} \quad (1-48)$$

の関係が成り立つ。(1-43), (1-44) 式および付録3から得られる

$$\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta = \frac{\pi(p^{12}-3p^4+2)p^2}{(1-p^4)^3} \quad (1-49)$$

を (1-48) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \Phi(p) \left\{ \frac{25\pi}{\sqrt{2}} K \cdot \frac{\sqrt{\lambda}}{a} U \right\} \cdot \frac{21p^4+12p^2+7}{\sqrt{p} \{(1-p)(1+p)(3p^2+7)\}^2} dp \\ &= \int_0^1 B^2 \cdot \frac{K^2}{2} \cdot \lambda \cdot U^2 \cdot \frac{p^3(p^{12}-3p^4+2)}{(1-p^4)^3} dp \end{aligned} \quad (1-50)$$

となり、これより $\Phi(p)$ は次式のように表わせる。

$$\Phi(p) = \frac{\sqrt{2}}{25} B^2 \cdot K \cdot \sqrt{\lambda} \cdot a \cdot U \cdot \frac{p^{7/2} (p^{12}-3p^4+2) (3p^2+7)^2}{(21p^4+12p^2+7) (1+p^2)^3 (1+p) (1-p)} \quad (1-51)$$

この式の数値計算結果より、出力電圧のゆらぎのパワースペクトルは、 $p=0$ ($f=0$) と $p=1$ ($f=\infty$) のとき零となり、 $p=0.6$ 付近で最大値を示すことが確認できる。

第Ⅱ章 相 関 法 ^{(36) (37)}

本章では、出力電圧のゆらぎの相関を用いる流量較正法について論ずる。最初に、前章の結果に基づいて、流量較正の方法すなわち、ゆらぎの移行速度から断面平均流速を求めるための修正係数の求め方を導く。次いで、ゆらぎ信号の処理法について検討し、最適な方法を見出す。最後に、これらの結果を高速実験炉「常陽」1次主冷却系に設置された12B 鞍型線輪式電磁流量計に応用し、その有効性を実験的に確認する。

2.1 流量較正の方法

相関法による通常の流量測定では、ゆらぎの相互相関関数を最大とする遅れ時間を流体の電極間通過時間とし、これと電極間隔から求めた速度に流路の断面積を乗ずることにより流量を求める。しかしながら、電磁流量計の場合には、前章でみたように、流動管内の流れが流速分布をもつこと、出力電圧のゆらぎは流動管断面上の各点における速度変動に重み関数を乗じ、全断面にわたって積分したもので表わされることから、出力電圧のゆらぎの移行速度は必ずしも断面平均流速に等しくならない。以下本節では、円管内の流速分布と速度変動の周波数分布を考慮する立場から、出力電圧のゆらぎの移行速度と平均流速との間の関係を導き、相関法から真の流量を得るための修正係数を求める。

2.1.1 ゆらぎの移行速度の修正係数

$|u'|$ が \bar{u} に比して極く小さい場合、速度変動 u' は \bar{u} で移動すると考えられる。そこで、流れに沿って一定間隔で配置された、電磁流量計の2対の出力電極で観測されるゆらぎ波形からその移行速度を求め、断面平均流速を求めようとするのが、ゆらぎの相関を利用した流速測定である。以下、流速分布が一様分布をするという仮想的な場合から現実の場合へと順を追いながら、流速測定の方法を説明する。

(1) 流速分布が一様である場合

最初に、流速分布がFig. 2-1に示す様に流速 \bar{u} で一様でありかつFig. 1-1の断面1

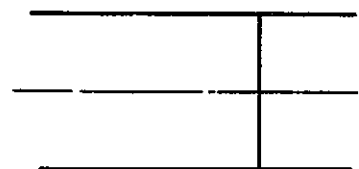


Fig. 2-1

における速度変動が保存されたまま断面2まで平均流速で移行すると仮定しよう。

この場合には任意の (t, p, θ) に対し,

$$u'(t, p, \theta, z_1) = u'(t + L/\bar{u}, p, \theta, z_2) \quad (2-1)$$

となり, 電極1, 電極2で観測されるゆらぎ波形 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の間には,

$$v_1(t) = v_2(t + \tau_0) \quad (2-2)$$

なる関係がある。そして遅れ時間 τ_0 と電極間隔 L から, 面平均流速 U は,

$$U = \bar{u} = L / \tau_0 \quad (2-3)$$

と求まる。

実際には, \bar{u} のまわりの速度変動は, 統計的な現象であり $u'(t, p, \theta, z_1) \neq u'(t + L/\bar{u}, p, \theta, z_2)$ となるような (t, p, θ) が存在する。従って, $v_1(t)$ と $v_2(t)$ が強い相関を示すこそすれ, 全く等しくなることはないであろう。(Fig. 2-3 参照)このような場合には, いかなる方法で移行時間 τ_0 を求めればよいであろうか。

結論を先に述べると, 相関関数が利用できる。 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の相互相関関数を計算し, これを最大とするような $\tau = \tau_m$ を求めればよい。このとき, τ_m は2乗誤差最小の意味で最良な移行時間の推定値となる。すなわち, $v_1(t)$ を時間軸の正の方向へ τ_m だけずらして, $v_2(t)$ の上へ重ねたときの2乗誤差が最

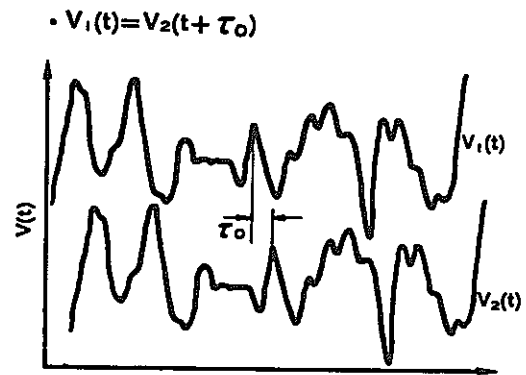


Fig. 2-2

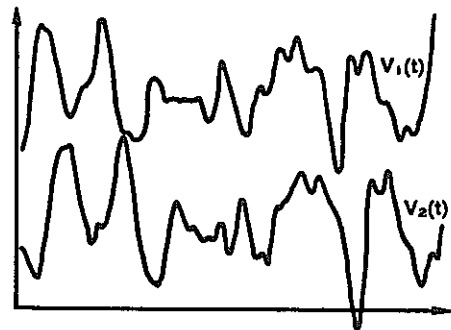


Fig. 2-3

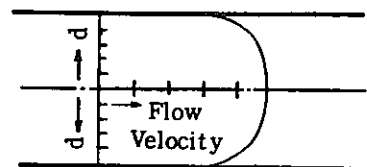


Fig. 2-4

小になるということである。以下に、このことを示そう。

今、 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の2乗平均誤差を $\varepsilon_{12}(\tau)$ とすると、 $\varepsilon_{12}(\tau)$ は

$$\begin{aligned}\varepsilon_{12}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left\{ v_1(t) - v_2(t+\tau) \right\}^2 dt \\ &= \varphi_{11}(0) + \varphi_{22}(0) - 2\varphi_{12}(\tau) \geq 0\end{aligned}\quad (2-4)$$

となり、従って相互相関関数 $\varphi_{12}(\tau)$ が最大のとき、 $\varepsilon_{12}(\tau)$ は最小になる。

このようにして、流速分布が一様の場合には、 $\tau_0 = \tau_m$ として(2-3)式からUが求まる。

一般には、流速は(1-13)式の様な分布をもつ。次に、この場合に τ_m から流速を求める方法について考えよう。

(2) 流速分布が一般的である場合

円管内を流れる流体の流速分布がFig. 2-4のような一般の場合、(1-36)式を見る限りにおいては、面平均流速Uと τ_m の間に、一様な流速分布のときのような、明確な一定の関係を見出すことはできない。しかしながら、さらに検討を進めると次のような理由でゆらぎの相関を用いた流量較正が可能であると考えられる

以下の議論を進める準備として、最初に、出力電圧のゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲について考察しておく。今、説明の便宜のために、 $u_1' = u'(t_1, p, \theta, z_1)$ 、 $u_2' = u'(t_2, p, \theta, z_2)$ とすると、 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ が最も強い相関を示すのは、 $v_1(t) = v_2(t+\tau)$ が成立するとき、すなわちすべての (p, θ) に対して、 u_1' の大きさ、方向共に保存されて u_2' になったときである。そして u_2' が u_1' からかけ離れるにつれて、 $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の相関は序々に弱まる。従ってもし u_1' と u_2' が異符号であれば、 u_1' が u_2' に移行する過程で符号が反転することなく u_1' と u_2' が同符号である場合より相関は弱まるであろうし、 u_1' が u_2' に移行する過程で符号が反転したのち再び同符号になる場合は、さらに相関が弱まるであろうと考えられる。一度の符号反転も起らずに u_1' と u_2' が同符号であるような上限の周波数は2点間の距離Lと平均流速 $\bar{u}(p)$ に依存し、 $\bar{u}(p)/2L$ で表わされる。従って、速度変動が強い相関を示す上限の周波数 $\nu(p)$ は次式で与えられる。

$$\nu(p) = k \cdot \bar{u}(p) / 2L \quad (2-5)$$

ここで、 k は定数であり、次節に述べるコヒレンス関数の測定値から実験的に求めることができる。以上の準備の下に、一般的な流速分布に対する U の表式を導く。

Reynolds が 10^5 以上の場合、軸対称な流速分布は、Fig. 2-4 に示すように中心軸からかなりの距離までゆるやかな変化をする。従って、この流速がゆるやかに変化する部分以外での R_L の寄与を、変化がゆるやかな部分の R_L の φ_{12} への寄与と比較して無視できる位に小さくできれば円管の中心付近の流速の測定が可能となる。都合のよいことに、速度変動 $u'(p)$ の周波数 $f(p)$ は前述したように管壁付近が中心付近より大きく、逆に強い相関を示す上限の周波数 $\nu(p)$ は、(2-5) 式からわかるように中心付近が管壁付近より大きくなるので、電極間隔を適当に選べば、管壁付近で $R_L(\vartheta)$ の $\varphi_{12}(\vartheta)$ への寄与を零に近づけることができる。すなわち、(1-22) 式と (2-5) 式および (1-41) 式から得られる

$$\eta(p) = \frac{f(p)}{\nu(p)} = -100 \cdot \frac{K}{k} \cdot \frac{L}{a} \cdot \frac{1}{\sqrt{8/\lambda + 4.0696 - F(p)}} \cdot \frac{p^{1/2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} \quad (2-6)$$

に対し、 $0 \leq p \leq p_0$ で流速分布が十分なだからである様な p_0 を選び、 $\eta(p_0) = 1$ となるように L を決める。このようにすると p_0 以上の領域の速度変動は、出力電圧のゆらぎの相関に寄与しなくなり、 $\varphi_{12}(\vartheta)$ を最大にする τ_m から $0 \leq p \leq p_0$ における断面平均流速 $U(p_0)$ が次のように求まる。

$$U(p_0) = L / \tau_m \quad (2-7)$$

上式と (1-20) 式より、全断面平均流速は次式で表わされる。

$$U = \frac{L}{\tau_m} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{\lambda/2(2.0348 - I(p_0))}} \quad (2-8)$$

ここで λ は円管の抵抗係数で (1-23) 式より求まる。

(3) 数 値 例

以下では、高速実験炉「常陽」の1次冷却系に設置されている12B鞍型線輪式電磁流量計を例にとり、ここまでの結果を実際の数値をもって確認してみる。

「常陽」1次系12B流量計は電極間隔が150mmとして製作され、既に据え付けられているので、この条件の下で逆に $\eta(p_0) = 1$ となる p_0 を求め、この範囲における流速分布の平坦さの程度を調べることにする。このためにはまず、円管の抵抗係数 λ を知らねばならない。 λ を求めるためには、Reynolds数 Re を知る必要があり、 Re を求めるためには、ナトリウムの物性値を知らねばならない。ナトリウムの粘性係数 μ [$\text{kg}^*/\text{m}\cdot\text{s}$]と密度 ρ [kg^*/m^3]は温度 t [$^{\circ}\text{C}$]に対して、

$$\log_{10}\mu = -2.4892 + \frac{220.65}{(t+273.15)} - 0.4925 \times \log_{10}(t+273.15) \quad (2-9)$$

$$\rho = 954.150 - 0.127352 \times t - 4.60048 \times 10^{-6} \times t^2 + 9.66709 \times 10^{-10} \times t^3 \quad (2-10)$$

で与えられる。⁽³⁵⁾ 原子炉の運転条件から $t = 370$ [$^{\circ}\text{C}$]であり、上式にこの値を代入すると、

$$\mu = 0.296 \times 10^{-3} \text{ [kg}^*/\text{m}\cdot\text{s}]$$

$$\rho = 0.906 \times 10^3 \text{ [kg}^*/\text{m}^3]$$

となる。一方、定格流量 1280 [m^3/h]に対して、面平均流速は、 $U = 4.851$ [m/s]となるので、Reynolds数 Re は

$$Re = \frac{2 \cdot a \cdot U \rho}{\mu} = 4.54 \times 10^6$$

と求められる。この Re を用いて、(1-23)式から求めた λ は次の如くである。

$$\lambda = 0.9115 \times 10^{-2}$$

λ が知れると(1-20)、(1-21)式を用いて $\bar{u}(p)$ 、 $U(p)$ が計算できる。この結果を次頁のTable 2-1に示す。表には併せて $\nu(p)$ 、 $f(p)$ 、 $\eta(p)$ も示されている。ここでの $\nu(p)$ は、 $k = 1$ として求めた。従って $k = k_0$ のとき $\eta(p) = 1$ とする p は、この表では、 $\eta(p) = k_0$ とする p として求まる。 $f(p)$ の算出に必要な K は、文献(31)によると $Re = 5.5 \times 10^4 \sim 10^5$ で1.8程度で、 Re によって変わらないとされており、この値を用いた。Table 2-1から、 $k = 1$ のとき $\eta(p) = 1$ を与える p は、 $p = 0.66$ であり、 $U(0.66)/U(0) = 0.953$ となることが確かめられる。 $k = 1.5$ に対して同様に $p = 0.78$ 、 $U(0.78)/U(0) = 0.937$ となる。

Table 2 - 1 Flow Velocity and Frequency Distribution

| P | $\bar{u}(p)/U$ | $U(p)/U$ | $\nu(p)/U$ | $f(p)/U$ | $\bar{u}(p)$ | $U(p)$ | $\nu(p)$ | $f(p)$ | $\eta(p)$ |
|------|----------------|----------|-------------|----------|--------------|--------|-------------|---------|-----------|
| 0.00 | 1.137 | 1.137 | 3.791 | 0.000 | 5.517 | 5.517 | 18.390 | 0.000 | 0.000 |
| 0.02 | 1.137 | 1.137 | 3.790 | 0.406 | 5.515 | 5.516 | 18.382 | 1.967 | 0.107 |
| 0.04 | 1.136 | 1.137 | 3.787 | 0.574 | 5.511 | 5.513 | 18.369 | 2.784 | 0.152 |
| 0.06 | 1.135 | 1.136 | 3.783 | 0.704 | 5.505 | 5.510 | 18.351 | 3.414 | 0.186 |
| 0.08 | 1.134 | 1.135 | 3.779 | 0.814 | 5.499 | 5.507 | 18.331 | 3.948 | 0.215 |
| 0.10 | 1.132 | 1.134 | 3.774 | 0.912 | 5.492 | 5.503 | 18.307 | 4.424 | 0.242 |
| 0.12 | 1.131 | 1.134 | 3.769 | 1.002 | 5.484 | 5.498 | 18.281 | 4.858 | 0.266 |
| 0.14 | 1.129 | 1.133 | 3.763 | 1.085 | 5.476 | 5.493 | 18.253 | 5.264 | 0.288 |
| 0.16 | 1.127 | 1.131 | 3.757 | 1.164 | 5.467 | 5.488 | 18.222 | 5.647 | 0.310 |
| 0.18 | 1.125 | 1.130 | 3.750 | 1.240 | 5.457 | 5.483 | 18.190 | 6.015 | 0.331 |
| 0.20 | 1.123 | 1.129 | 3.743 | 1.313 | 5.446 | 5.477 | 18.155 | 6.370 | 0.351 |
| 0.22 | 1.121 | 1.128 | 3.735 | 1.385 | 5.435 | 5.471 | 18.118 | 6.716 | 0.371 |
| 0.24 | 1.118 | 1.126 | 3.727 | 1.455 | 5.424 | 5.464 | 18.080 | 7.056 | 0.390 |
| 0.26 | 1.116 | 1.125 | 3.719 | 1.524 | 5.412 | 5.457 | 18.039 | 7.392 | 0.410 |
| 0.28 | 1.113 | 1.124 | 3.710 | 1.593 | 5.399 | 5.450 | 17.997 | 7.726 | 0.429 |
| 0.30 | 1.110 | 1.122 | 3.701 | 1.662 | 5.386 | 5.443 | 17.952 | 8.060 | 0.449 |
| 0.32 | 1.107 | 1.120 | 3.692 | 1.731 | 5.372 | 5.435 | 17.906 | 8.397 | 0.469 |
| 0.34 | 1.105 | 1.119 | 3.682 | 1.801 | 5.357 | 5.427 | 17.858 | 8.737 | 0.489 |
| 0.36 | 1.101 | 1.117 | 3.671 | 1.873 | 5.343 | 5.419 | 17.808 | 9.083 | 0.510 |
| 0.38 | 1.098 | 1.115 | 3.661 | 1.945 | 5.327 | 5.410 | 17.756 | 9.437 | 0.531 |
| 0.40 | 1.095 | 1.113 | 3.650 | 2.020 | 5.311 | 5.401 | 17.703 | 9.800 | 0.554 |
| 0.42 | 1.091 | 1.112 | 3.638 | 2.098 | 5.294 | 5.392 | 17.647 | 10.175 | 0.577 |
| 0.44 | 1.088 | 1.110 | 3.626 | 2.178 | 5.277 | 5.382 | 17.588 | 10.564 | 0.601 |
| 0.46 | 1.084 | 1.108 | 3.614 | 2.262 | 5.258 | 5.373 | 17.528 | 10.970 | 0.626 |
| 0.48 | 1.080 | 1.106 | 3.601 | 2.349 | 5.240 | 5.363 | 17.465 | 11.395 | 0.652 |
| 0.50 | 1.076 | 1.103 | 3.587 | 2.442 | 5.220 | 5.352 | 17.400 | 11.844 | 0.681 |
| 0.52 | 1.072 | 1.101 | 3.573 | 2.540 | 5.200 | 5.341 | 17.333 | 12.319 | 0.711 |
| 0.54 | 1.068 | 1.099 | 3.559 | 2.644 | 5.179 | 5.330 | 17.262 | 12.825 | 0.743 |
| 0.56 | 1.063 | 1.097 | 3.544 | 2.756 | 5.157 | 5.319 | 17.189 | 13.367 | 0.778 |
| 0.58 | 1.058 | 1.094 | 3.528 | 2.876 | 5.134 | 5.307 | 17.112 | 13.950 | 0.815 |
| 0.60 | 1.053 | 1.092 | 3.511 | 3.006 | 5.110 | 5.295 | 17.032 | 14.583 | 0.856 |
| 0.62 | 1.048 | 1.089 | 3.494 | 3.149 | 5.085 | 5.282 | 16.949 | 15.273 | 0.901 |
| 0.64 | 1.043 | 1.086 | 3.476 | 3.305 | 5.058 | 5.269 | 16.861 | 16.031 | 0.951 |
| 0.66 | 1.037 | 1.084 | 3.457 | 3.478 | 5.031 | 5.256 | 16.769 | 16.870 | 1.006 |
| 0.68 | 1.031 | 1.081 | 3.437 | 3.671 | 5.001 | 5.242 | 16.672 | 17.805 | 1.068 |
| 0.70 | 1.025 | 1.078 | 3.416 | 3.887 | 4.971 | 5.228 | 16.569 | 18.857 | 1.138 |
| 0.72 | 1.018 | 1.075 | 3.393 | 4.134 | 4.938 | 5.213 | 16.460 | 20.050 | 1.218 |
| 0.74 | 1.011 | 1.071 | 3.369 | 4.416 | 4.903 | 5.197 | 16.344 | 21.419 | 1.311 |
| 0.76 | 1.003 | 1.068 | 3.344 | 4.744 | 4.866 | 5.181 | 16.219 | 23.009 | 1.419 |
| 0.78 | 0.995 | 1.065 | 3.316 | 5.129 | 4.826 | 5.164 | 16.085 | 24.880 | 1.547 |
| 0.80 | 0.986 | 1.061 | 3.286 | 5.590 | 4.782 | 5.146 | 15.940 | 27.117 | 1.701 |
| 0.82 | 0.976 | 1.057 | 3.253 | 6.153 | 4.734 | 5.128 | 15.780 | 29.844 | 1.891 |
| 0.84 | 0.965 | 1.053 | 3.217 | 6.854 | 4.681 | 5.108 | 15.604 | 33.245 | 2.131 |
| 0.86 | 0.953 | 1.049 | 3.176 | 7.754 | 4.622 | 5.087 | 15.406 | 37.610 | 2.441 |
| 0.88 | 0.939 | 1.044 | 3.129 | 8.952 | 4.554 | 5.064 | 15.180 | 43.421 | 2.861 |
| 0.90 | 0.922 | 1.039 | 3.075 | 10.627 | 4.474 | 5.040 | 14.915 | 51.549 | 3.456 |
| 0.92 | 0.903 | 1.034 | 3.009 | 13.139 | 4.378 | 5.014 | 14.594 | 63.732 | 4.367 |
| 0.94 | 0.877 | 1.028 | 2.924 | 17.323 | 4.256 | 4.985 | 14.185 | 84.026 | 5.923 |
| 0.96 | 0.842 | 1.021 | 2.807 | 25.688 | 4.085 | 4.951 | 13.616 | 124.600 | 9.151 |
| 0.98 | 0.783 | 1.012 | 2.609 | 50.778 | 3.796 | 4.911 | 12.654 | 246.301 | 19.464 |
| 1.00 | -0.141 | 1.000 | -0.470***** | -0.683 | -0.683 | 4.851 | -2.278***** | | |

Condition : $2a = 30.55 \text{ cm}$, $L = 150 \text{ mm}$, $k = 1.0$

$Q = 1280 \text{ m}^3/\text{h}$, $t = 370^\circ\text{C}$, $U = 4.851 \text{ m/s}$

$\rho = 0.906 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0.296 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$

$Re = 4.54 \times 10^6$, $\lambda = 0.9115 \times 10^{-2}$

2.1.2 流量の算出と誤差評価

(1) 流量の算出

これまで述べたところにより、出力電圧のゆらぎの相関から面平均流速 U を求めることができる。面平均流速 U が求めれば、これに流動管の断面積を掛けることにより流量を求めることができる。すなわち、流量 Q は、(2-8)式を考慮すると、次式のように与えられる。

$$Q = \pi a^2 U$$

$$= \pi a^2 \cdot \frac{L}{\tau_m} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{\lambda/2}(2.0348 - I(p_0))} \quad (2-11)$$

(2) 誤差の表式

次に、 a 、 L 、 τ_m 、の測定誤差及び λ 、 p_0 の誤差が流量計測誤差に及ぼす影響について考えよう。今、 a 、 L 、 τ_m 、 λ 、 p_0 の各値に、 da 、 dL 、 $d\tau_m$ 、 $d\lambda$ 、 dp_0 の誤差があるとき Q に波及する誤差 dQ は、

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial a} da + \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial \tau_m} d\tau_m + \frac{\partial Q}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial Q}{\partial p_0} dp_0 \quad (2-12)$$

となり、従って

$$(dQ)^2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right)^2 (da)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)^2 (dL)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial \tau_m}\right)^2 (d\tau_m)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial \lambda}\right)^2 (d\lambda)^2$$

$$+ \left(\frac{\partial Q}{\partial p_0}\right)^2 (dp_0)^2 + 2 \cdot \frac{\partial Q}{\partial a} \cdot \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot da \cdot dL + 2 \cdot \frac{\partial Q}{\partial a} \cdot \frac{\partial Q}{\partial \tau_m} da d\tau_m + \dots \quad (2-13)$$

となる。ここで、誤差 da 、 $d\tau_m$ 、 $d\lambda$ 、 dp_0 の各生起確率が正規分布に従うものとすれば、各々が正值、負値をとる確率は等しいので、相乗積の項は正負相殺されて2乗項に比較して無視できる。故に相対誤差 dQ/Q は次式の如くなる。

$$\frac{dQ}{Q} = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial a} \cdot \frac{da}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{dL}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial \tau_m} \cdot \frac{d\tau_m}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial p_0} \cdot \frac{dp_0}{Q}\right)^2} \quad (2-14)$$

ここに上式の $\sqrt{\quad}$ 内各項は、(2-11)式から、次の様に表わされる。

$$\frac{\partial Q}{\partial a} \cdot \frac{da}{Q} = 2 \cdot \frac{da}{a} \quad (2-15)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{dL}{Q} = \frac{dL}{L} \quad (2-16)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_m} \cdot \frac{d\tau_m}{Q} = -\frac{d\tau_m}{\tau_m} \quad (2-17)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{Q} = \frac{-(2.0348 - I(p_0)) \cdot d\lambda}{4\sqrt{\lambda/2} \cdot \{1 + \sqrt{\lambda/2} \cdot (2.0348 - I(p_0))\}} \quad (2-18)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial p_0} \cdot \frac{dp_0}{Q} = \frac{\sqrt{\lambda/2}}{1 + \sqrt{\lambda/2} \cdot (2.0348 - I(p_0))} \cdot \left(\frac{dI(p_0)}{dp_0} \right) \cdot dp_0 \quad (2-19)$$

但し、(2-19)式の $dI(p_0)/dp_0$ は、(1-15)式から

$$\frac{dI(p_0)}{dp_0} = -\frac{2}{p_0^3} \cdot \int_0^{p_0} p \cdot F(p) dp + \frac{1}{p_0} F(p_0) \quad (2-20)$$

となる。上式右辺第1項の積分は、付録2から、 $I(p_0)$ を $-2/p_0$ 倍にすることにより求まる。

(3) 誤差の評価

以下では、2.1.1(3)に示した典型的な例の場合について、前項の結果に基づき誤差を評価してみる。今、円管の径および電極間隔が0.5mmの精度で測定可能とすると、

$$\frac{\partial Q}{\partial a} \cdot \frac{da}{Q} = \frac{d(2a)}{a} = \frac{0.5}{305.5} = 0.0016$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{dL}{Q} = \frac{dL}{L} = \frac{0.5}{150} = 0.0033$$

となる。a=305.5mm, L=150mm のとき、 $Q = 1280 \text{ m}^3/\text{h}$ とすると τ_m は 30ms 程度となる。信号処理法の検討に関連して後述するように τ_m の測定精度は 0.25ms が期待でき、

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_m} \cdot \frac{d\tau_m}{Q} = -\frac{d\tau_m}{\tau_m} = \frac{0.25}{30} = 0.0083$$

が得られる。次に $1/Q \cdot \partial Q/\partial \lambda$, $1/Q \cdot \partial Q/\partial p_0$ は λ が 2.1.1(3)の条件、すなわち

Table 2-2

| p_0 | $\frac{1}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial \lambda}$ | $\frac{1}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial p_0}$ |
|-------|---|---|
| 0.1 | -6.5 | 0.04 |
| 0.2 | -6.3 | 0.06 |
| 0.3 | -6.0 | 0.07 |
| 0.4 | -5.6 | 0.08 |
| 0.5 | -5.1 | 0.10 |
| 0.6 | -4.6 | 0.12 |
| 0.7 | -4.0 | 0.14 |
| 0.8 | -3.2 | 0.18 |
| 0.9 | -2.1 | 0.25 |

$\lambda = 0.9115 \times 10^{-2}$ の下で p_0 に依存し、Table 2-2 に示すようになる。 λ の精度として、流量が 10% 変化したときの变化幅を採用すると $d\lambda \approx 0.0001$ である。流れの乱れの速度変動が出力電圧のゆらぎの相関に寄与する範囲 p_0 は、後に述べるように出力電圧のゆらぎが強い相関を示す上限の周波数から (1-41) 式により求められるが、この上限周波数の不確かさを 2~3 Hz 程度に見込むと、Table 2-1 より、 $0.7 \leq p_0 \leq 0.8$ の範囲で $dp_0 \approx 0.04$ となる。これらの値を用いると、

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{Q} = 0.0005$$

$$\frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{dp}{Q} = 0.005$$

が得られる。これらを (2-14) 式に代入して dQ/Q を求めると、

$$Q/dQ = 0.0104$$

となり、1% 程度の測定精度が期待できることになる。

2.2 信号処理法に関する検討

流体の乱れを直接観測することは困難なので、これまで述べてきたことの検証は、主として電磁流量計の出力電極で観測されるゆらぎ信号を解析することにより行われる。また、流体の電極間通過時間は、ゆらぎの相互相関関数から求められる。

不規則信号の処理は多くの場合、関数値そのものを推定するために行われるのに対し、相関法による移行時間の測定では、関数値を最大とするような遅れ時間を見い出さねばならない。しかも、この遅れ時間は、ゆらぎ信号の帯域が比較的 low 周波の領域にある中で、強い相関を示す最大周波数の半周期以下のものを、高い精度で求めなければならないという特殊性がある。以下、本節では、ゆらぎの相関を用いる流速測定の種々の信号処理法について、主に移行時間の測定精度との関連から検討を行う。

2.2.1 ゆらぎの相関の信号論的意味

前節まで流体論的な見地から検討を行った出力電圧のゆらぎの相関、および移行時間について、本項では信号論の見地からこれを見直す。本項の記述は次

項以降の議論の基礎を与える。

(1) 相関関数

相互相関関数を最大とする遅れ時間は、2乗平均誤差最小の意味で最適な移行時間の推定値を与えることは、先に述べた通りである。ここでは、信号論の見地、特に相関関数の周波数領域表現であるパワースペクトル密度との関連から、相関関数の意味合いについて考える。

相互相関関数 $\varphi_{ij}(\tau)$ とパワースペクトル密度 $\Phi_{ij}(\omega)$ は互いに Fourier 変換と逆変換の関係にあり、

$$\varphi_{ij}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad \text{for } i, j = 1, 2 \quad (2-21)$$

$$\Phi_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \text{for } i, j = 1, 2 \quad (2-22)$$

が成り立つ。ここで $\varphi_{ij}(\tau)$ は $i=j$ のとき自己相関関数、 $i \neq j$ のとき相互相関関数と呼ばれる。また $\Phi_{ij}(\omega)$ は $i=j$ のときオートパワースペクトル密度、 $i \neq j$ のときクロスパワースペクトル密度と呼ばれる。付録4に示すように、自己相関関数 $\varphi_{ii}(\tau)$ は偶関数であり、従って $\Phi_{ii}(\omega)$ は位相情報をもたず、実数関数となる。一方、クロスパワースペクトル $\Phi_{ij}(\omega)$ は一般に複素数となり、絶対値と位相の情報をもつ。

クロスパワースペクトル $\Phi_{12}(\omega)$ の位相を $\phi(\omega)$ と表わすと

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} (\text{Im}(\Phi_{12}(\omega)) / \text{Re}(\Phi_{12}(\omega))) \quad (2-23)$$

となる。但し $\text{Re}(\cdot)$ 、 $\text{Im}(\cdot)$ はそれぞれ複素数 \cdot の実数部と虚数部を表わす。 $\phi(\omega)$ は、Fig. 1-1における $v_1(t)$ と $v_2(t)$ に含まれる成分調波毎の位相遅れを表わす関数であり、位相遅れは、時間遅れに換算することができるので、これから調波成分毎の電極間移行時間を知ることができる。

相互相関関数 $\varphi_{12}(\tau)$ は(2-21)式から

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_{12}(\omega)| e^{j\phi(\omega)} e^{j\omega\tau} d\omega \quad (2-24)$$

となる。この式は、相互相関関数より求まるゆらぎの電極間移行時間は、ゆらぎの各調波の移行時間に、クロスパワー（の絶対値）の重みのついた平均と考えられることを示している。この意味では、クロスパワースペクトルは、

いわば、ゆらぎの周波数成分毎の相互相関を表わしているということもできよう。

(2) 相関係数

相関関数をゆらぎの移行時間の測定に用いた場合、その関数を最大とする遅れ時間 τ が当面求める対象であり、相関関数の値そのものを余り問題としなかった。これは、この関数値が、相関を求めるべく不規則関数の形により異なり、相関関数がピークをとる点で相対的に相関が一番強いということはあるが、関数値そのものが相関の程度を示す指標とはなり得ないことによっている。関数値そのものを、相関の程度を示す指標とするためには、次に示すように規格化すればよい。

$$\rho_{12}(\tau) = \frac{\varphi_{12}(\tau)}{\sqrt{\varphi_{11}(0) \cdot \varphi_{22}(0)}} \quad (2-25)$$

$\rho_{12}(\tau)$ は相関係数と呼ばれ、完全相関すなわち $v_1(t) = v_2(t + \tau)$ のとき 1 となる。一方、 $v_1(t)$ と $v_2(t + \tau)$ が無相関、すなわち $\varphi_{12}(\tau) = 0$ のとき $\rho_{12}(\tau)$ は 0 となる。又、 $v_1(t) = -v_2(t + \tau)$ のとき $\rho_{12}(\tau) = -1$ である。

相関係数を用いると、信号増幅系の利得が異なるような場合でも、相関の程度の比較が可能である。

(3) 複素位相関数の逆変換関数

これは、クロスパワースペクトルを、その絶対値で正規化した関数、すなわち複素位相関数 $e^{j\phi(\omega)}$ の Fourier 逆変換として、次式の如く定義される関数である。

$$\begin{aligned} \phi_{12}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\phi(\omega)} \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{12}(\omega)}{|\Phi_{12}(\omega)|} \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (2-26)$$

2.1 節でみたように、電磁流量計の出力電圧のゆらぎは、比較的low周波の成分からなるため、クロスパワースペクトルは高周波側が低周波側に比較して小さくなる。この結果として、ゆらぎ信号の相互相関関数 φ_{12} はピークが鈍く、移行時間の分解能が悪くなる傾向があるが、上述の $\phi_{12}(\tau)$ は、パワーの絶対値を一様化して高周波側を相対的に大きくした関数 $e^{j\phi(\omega)}$ の逆変換であるため、 $\varphi_{12}(\tau)$ に比較してそのピークが尖鋭になるという特徴を有する。

もし、ゆらぎの各調波成分の電極間移行時間がすべて等しいならば、 $\phi_{12}(\tau)$ から求まる τ_m は $\phi_{12}(\tau)$ から求まる τ_m に一致する。

(4) インパルス応答関数

ゆらぎの伝播の様子を数学的にモデル化して示すと、Fig. 2-5 のようになる。すなわち、Fig. 1-1 の電極 1 で観測されるゆらぎ $v_1(t)$ を入力とする線形システムの出力に、ノイズ $n(t)$ が重畳したものを電極 2

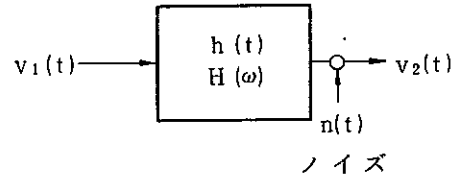


Fig. 2-5

で観測されるゆらぎ $v_2(t)$ と考える。ここで $h(t)$ 、 $H(\omega)$ はそれぞれ、システム関数の時間領域表現と周波数領域表現であり、 $h(t)$ はインパルス応答関数とも呼ばれる。 $h(t)$ と $H(\omega)$ の間には次の関係がある。

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad \omega \geq 0 \quad (2-27)$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (2-28)$$

$H(\omega)$ は又、ゆらぎ $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ のクロスパワーを用いて、次のように記述できる。

$$H(\omega) = \frac{\Phi_{12}(\omega)}{\Phi_{11}(\omega)} = \frac{|\Phi_{12}(\omega)|}{\Phi_{11}(\omega)} \cdot e^{j\phi(\omega)} \quad (2-29)$$

上式と (2-28) 式から、 $h(\tau)$ は次式の如くなる。

$$h(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Phi_{12}(\omega)|}{\Phi_{11}(\omega)} \cdot e^{j\phi(\omega)} \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \quad (2-30)$$

相互相関関数と前項の複素位相関数の逆変換関数では、Fourier逆変換の際に $e^{j\phi(\omega)}$ に乗じる重み関数が異なるだけであった。(2-30)式から明らかのように、インパルス応答関数も又、 $e^{j\phi(\omega)}$ にある重みをつけた関数のFourier逆変換であると解釈できる。

$h(\tau)$ を最大とする遅れ時間 $\tau = \tau_m$ をゆらぎの移行時間とすると、もしゆらぎの各調波成分の移行時間が全て等しいならば、 $h(\tau)$ から求まる τ_m は、相関関数 $\phi_{12}(\tau)$ 及び複素位相関数の逆変換関数 $\phi_{12}(\tau)$ から求まる τ_m に一致する。又、ゆらぎ波形が完全に保存された形で電極間を移行するとき、すなわち、 $v_1(t) = v_2(t + \tau)$ のときは、 $\Phi_{11}(\omega) = |\Phi_{12}(\omega)|$ となるので、 $h(\tau)$ は $\phi_{12}(\tau)$ に一

致する。

一般の場合、すなわち $v_1(t)$, $v_2(t)$ に雑音が混在するときや、伝達特性に線形関係からのずれが存在するときなどには、 $h(\tau)$ から求まる τ_m は $v_2(t)$ と線形な関係にある部分（2乗誤差最小な意味での線形予測値）の $v_1(t)$ からの遅れ時間を与える。

(5) 複素コヒレンス関数の逆変換関数

$$\Gamma_{12}(\omega) = \frac{\Phi_{12}(\omega)}{\sqrt{\Phi_{11}(\omega) \cdot \Phi_{22}(\omega)}} \quad (2-31)$$

に対して

$$\Gamma_{12}^2(\omega) \equiv |\Gamma_{12}(\omega)|^2 = \frac{|\Phi_{12}(\omega)|^2}{\Phi_{11}(\omega) \cdot \Phi_{22}(\omega)} \quad (2-32)$$

は、コヒレンス関数と呼ばれる。この関数は、Fig. 2-5に示すように、線形システムの入力 $v_1(t)$ に、 $v_1(t)$ に起因する以外の信号や雑音が混入しているとき、入力信号 $v_1(t)$ に起因するパワーが、出力信号の全体のパワーに占める比率を周波数毎に求めるものである。従って、コヒレンス関数は、周波数毎の相関の2乗値を表わし、速度変動が出力電圧のゆらぎの相関に寄与する範囲 p_0 を求めるときなどに用いられる。

コヒレンス関数を定義するのに用いられた関数 $\Gamma(\omega)$ は、複素コヒレンス関数と呼ばれ⁽²⁰⁾、その名が示す通り複素数である。この関数はクロスパワースペクトルと同一の位相情報をもっている上、任意の τ に対して $v_1(t) = v_2(t + \tau)$ のとき、その絶対値が1になるよう正規化されている。従って、クロスパワースペクトルを周波数毎の相関関数とするならば、複素コヒレンス関数の方は、周波数毎の相関係数とすることができる。

(2-31)式で与えられる複素コヒレンス関数は又、複素位相関数 $e^{j\phi(\omega)}$ を用いて次の様に記述できる。

$$\Gamma_{12}(\omega) = |\Gamma_{12}(\omega)| \cdot e^{j\phi(\omega)} = \frac{|\Phi_{12}(\omega)|}{\sqrt{\Phi_{11}(\omega) \cdot \Phi_{22}(\omega)}} \cdot e^{j\phi(\omega)} \quad (2-33)$$

従って $\Gamma_{12}(\omega)$ の Fourier 逆変換

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{12}(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \quad (2-34)$$

のピークを与える遅れ時間 τ_m は、ゆらぎの各調波成分の移行速度がすべて

等しいとき $\phi_{12}(\tau)$, $\phi_{12}(\tau)$ および $h(\tau)$ から求まる τ_m に一致する。又ゆらぎ波形が完全に保存された形で電極間を移行するときには, $\phi_{11}(\omega) = \phi_{22}(\omega) = |\phi_{12}(\omega)|$ となるので, $r_{12}(\tau) = \phi_{12}(\tau) = h(\tau)$ となる。 $v_1(t)$, $v_2(t)$ に雑音が混入しているときや伝達特性に線形関係からのずれが存在する場合, $r_{12}(\tau)$ から求まる τ_m は, 次の様に解釈できる。すなわち, $v_2(t)$ 中から 2 乗誤差最小の意味で $v_1(t)$ と線形な関係にある部分を抽出し, その部分と $v_1(t)$ の間の調波成分毎の移行時間に, $v_2(t)$ 中に占める $v_1(t)$ の線形変換された部分の比率 (パワーの $1/2$ 乗の比) の重みをつけて平均化したものと考えられる。

2.2.2 信号の採取

ゆらぎの移行時間の測定に用いられる相互相関関数やクロスパワースペクトル密度等は, 数学的には無限大の観測時間に対して定義されるが, 現実の測定ではこれを有限時間の観測で近似することになる。データ処理にデジタル装置を用いる場合には, さらに一定時間間隔で信号のサンプリングを行い, 離散値化, 量子化したデータに基づいて処理が行われる。本節では, ゆらぎ信号の採取の際に用いる窓, サンプリングレート, 量子化誤差などが移行時間の計測精度に及ぼす影響について検討する。

(1) 窓関数

ゆらぎ信号を採取する際に用いる窓の種類, すなわち窓の長さや関数形は, 移行時間の測定値に影響を及ぼし, これらが適当でない場合には, 測定値の偏りやバラツキが大きくなる。本項では窓が移行時間の測定値の偏りに及ぼす影響について検討する。窓の長さが測定値のばらつきに及ぼす影響については後に述べる。

窓が移行時間の測定値に及ぼす影響を調べるため, Fig. 2-5 に示すようなシステムで伝達特性を $H(\omega) = e^{-j\omega\tau_0}$ とし, これに単一角周波数 ω_0 の正弦波信号 $v_1(t) = \cos(\omega_0 t + \theta)$ を入力する場合を考える。 $n(t) = 0$ とすると出力は $v_2(t) = \cos(\omega_0 t - \omega_0 \tau_0 + \theta)$ となる。以下では, これら $v_1(t)$ と $v_2(t)$ をよく用いられる窓関数を一般化したところの

$$w(t) = P_\tau(t) \cdot \{ A + B \cos \omega_\tau t \} \quad (2-35)$$

但し

$$P_{\tau}(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{for else} \end{cases} \quad (2-36)$$

$$\omega_{\tau} = \pi/T \quad (2-37)$$

A, B は定数で $A + B = 1$

なる窓 $w(t)$ を通して観測し, ω_0, τ_0 を推定する場合の偏り誤差について考察する。 $w(t)$ をかけてみた $v_1(t), v_2(t)$ をそれぞれ $g_1(t), g_2(t)$ とすると

$$g_1(t) = P_{\tau}(t) \{ A + B \cos \omega_{\tau} t \} \cos (\omega_0 t + \theta) \quad (2-38)$$

$$g_2(t) = P_{\tau}(t) \{ A + B \cos \omega_{\tau} t \} \cos (\omega_0 t - \omega_0 \tau + \theta) \quad (2-39)$$

となる。 $g_1(t), g_2(t)$ の Fourier 変換 $G_1(\omega), G_2(\omega)$ は付録 6 に示すところにより, 次式の如くなる。

$$G_1(\omega) = S_1(\omega) \cdot \cos \theta + j \cdot S_2(\omega) \cdot \sin \theta \quad (2-40)$$

$$G_2(\omega) = S_1(\omega) \cdot \cos (\omega_0 \tau_0 - \theta) - j \cdot S_2(\omega) \cdot \sin (\omega_0 \tau_0 - \theta) \quad (2-41)$$

但し

$$S_1(\omega) = A \left\{ \frac{\sin (\omega - \omega_0) T}{\omega - \omega_0} + \frac{\sin (\omega + \omega_0) T}{\omega + \omega_0} \right\} \\ + \frac{B}{2} \left\{ \frac{\sin (\omega - \omega_0 - \omega_{\tau}) T}{\omega - \omega_0 - \omega_{\tau}} + \frac{\sin (\omega + \omega_0 - \omega_{\tau}) T}{\omega + \omega_0 - \omega_{\tau}} + \frac{\sin (\omega - \omega_0 + \omega_{\tau}) T}{\omega - \omega_0 + \omega_{\tau}} + \frac{\sin (\omega + \omega_0 + \omega_{\tau}) T}{\omega + \omega_0 + \omega_{\tau}} \right\} \quad (2-42)$$

$$S_2(\omega) = A \left\{ \frac{\sin (\omega - \omega_0) T}{\omega - \omega_0} - \frac{\sin (\omega + \omega_0) T}{\omega + \omega_0} \right\} \\ + \frac{B}{2} \left\{ \frac{\sin (\omega - \omega_0 - \omega_{\tau}) T}{\omega - \omega_0 - \omega_{\tau}} - \frac{\sin (\omega + \omega_0 - \omega_{\tau}) T}{\omega + \omega_0 - \omega_{\tau}} + \frac{\sin (\omega - \omega_0 + \omega_{\tau}) T}{\omega - \omega_0 + \omega_{\tau}} - \frac{\sin (\omega + \omega_0 + \omega_{\tau}) T}{\omega + \omega_0 + \omega_{\tau}} \right\} \quad (2-43)$$

(2-40), (2-41) 式から, $f_1(t), f_2(t)$ に比較して $g_1(t), g_2(t)$ はそれ自身においてもすでに, パワースペクトルが拡がりをもつようになることや位相に偏りを生じていることなどがわかる。

次に, $g_1(t)$ と $g_2(t)$ の相互相関関数より求まる移行時間の偏りについて考

えよう。この場合 $g_2(t)$ の $g_1(t)$ に対する時間遅れをより直接的に、しかも周波数毎に記述しているところの、 $g_1(t)$ と $g_2(t)$ のクロスパワースペクトル $\Phi_{12}(\omega)$ を用いるのが都合がよい。 $\Phi_{12}(\omega)$ は、付録 6 より、

$$R(\omega) = S_1^2(\omega) \cdot \cos \theta \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) - S_2^2(\omega) \cdot \sin \theta \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) \quad (2-44)$$

$$I(\omega) = S_1(\omega) \cdot S_2(\omega) \cdot \cos \theta \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) + S_1(\omega) \cdot S_2(\omega) \cdot \sin \theta \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) \quad (2-45)$$

とおくと $|\Phi_{12}(\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$, $\angle \Phi_{12}(\omega) = \tan^{-1}(I(\omega)/R(\omega))$ として

$$\begin{aligned} \Phi_{12}(\omega) &= R(\omega) + j I(\omega) \\ &= \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \cdot \exp \left\{ j \cdot \tan^{-1} \left(\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \right) \right\} = |\Phi_{12}(\omega)| \cdot e^{j \cdot (\angle \Phi_{12}(\omega))} \end{aligned} \quad (2-46)$$

と表わせる。

$R(\omega)$, $I(\omega)$ は $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$ の関数であるので、一般に $\tan^{-1}(I(\omega_0)/R(\omega_0)) \neq \omega_0 \tau_0$ となる。すなわち、単一角周波数 ω_0 をもつ正弦関数を $H(\omega) = e^{-j\omega\tau_0}$ の伝達特性をもつシステムに入力したときの位相遅れは $\omega_0 \tau_0$ になる筈であったが、窓の影響で、これにずれが生じたことになる。さらに、 $\sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$ をみると、これも又、 $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$ の関数であり、元々のスペクトルには ω_0 しか存在しなかったにもかかわらず、 ω_0 の周りに拡がりをもつようになる。以下、これらについて数値的に検討した結果の概要について述べる。数値計算の結果の詳細は付録 6 に示されている。

1) 窓の影響

(2-35) 式における A, B の値を適当に選択することにより、一般に知られている次の 3 つの窓関数を得られる。

| | | |
|----------|----------|-------|
| A = 1 | B = 0 | 矩形窓 |
| A = 0.54 | B = 0.46 | ハミング窓 |
| A = 0.5 | B = 0.5 | ハニング窓 |

T, $\omega_0 \tau_0$, θ 等の同一条件の下で、 $\angle \Phi_{12}(\omega_0)$ の $\omega_0 \tau_0$ からの偏りを、上記の 3 種類の窓に対して比較した結果、矩形窓の場合が一番偏りが小さかった。次に小さかったのはハミング窓であり、A の値が B に比較して相対的に大きい方が偏りが小さいといえる。

次に、窓をかけることによって生じたスペクトルの拡がり、 ω_0 の周辺の ω' の位相角 $\omega'\tau_0$ に及ぼす影響について考える。この影響の程度は、窓によって生じたスペクトルの拡がり $\Phi_{12}(\omega')$ と $\angle\Phi_{12}(\omega') - \omega'\tau_0$ の積に比例すると考えられる。従って、スペクトルの拡がり $|\Phi_{12}(\omega')|$ が小さい程、又 $\angle\Phi_{12}(\omega') - \omega'\tau_0$ の小さい程、信号中に元々存在する角周波数成分 ω' の移相角 $\omega'\tau_0$ の推定値への影響が小さくなる。数値解析の結果によると、窓によるパワースペクトルの拡がり、すなわち $|\Phi_{12}(\omega')|$ には窓関数の形に依存して顕著な差は観察されなかったが、 $\angle\Phi_{12}(\omega') - \omega'\tau_0$ は、AがBに比較して相対的に大きくなる程、小さくなった。従って、この結果からも、 τ_0 の推定には矩形窓が適しているといえる。

2) 窓の長さの影響

$\omega = \omega_0$ の場合の偏りは、 $2T/T_0$ ($2T$:窓の長さ、 $T_0 = 2\pi/\omega_0$)を増加するにつれて振動的に減衰する。振動の周期は $2T/T_0$ に関して1であり、整数 n に対して n および $n \pm 1/4$ でピーク値をとる。矩形窓の場合、 $2T/T_0 \approx 20$ とすれば $\omega = \omega_0$ における $\omega_0\tau_0$ の推定値の偏りは大きく見積っても $\pm 1\%$ を超えない。

窓の長さが ω_0 の周辺の角周波数成分に及ぼす影響については、 $\angle\Phi_{12}(\omega') - \omega'\tau_0$ は、窓の長さを変えてもほとんど変化しないが、 $2T/T_0$ を大きくすると、スペクトルの拡がり小さくなる。

3) 初期位相角の影響

初期位相角 θ が変化することにより、 $\omega = \omega_0$ における $\omega_0\tau_0$ の推定値の偏りは変化する。前述した、 $2T/T_0$ に対する偏りの振動は、 θ が変化しても、その節の点を変えないが、腹の振巾は、 θ とともに正負交互の値をとりながら変化する。偏り誤差が初期位相角に依存して、正負交互の値をとるという事実は注目値する。なぜならば、実際の測定においては、 θ がある値をとる確率は一様に分布していると考えられるので、測定を多数回繰り返し、その平均をとるとき、偏り誤差が相殺されてしまうからである。

初期位相角が ω_0 の周辺の角周波数成分に及ぼす影響については、 $|\Phi_{12}(\omega')|$ は θ が変化しても不変であるが、 $\angle\Phi_{12}(\omega') - \omega'\tau_0$ は θ によって付録6のFig. a6-8に示すように変化し、 π の周期で巡回する。 $\angle\Phi_{12}(\omega') - \omega'\tau_0$

は $\omega' = \omega_0$ で 0 を通り、 ω_0 の近傍では、 ω が ω_0 より大きいときに正值、小さいときに負値をとるような殆んど直線に近い関数となる。従って、 ω' が ω_0 からかけ離れるにつれて、 $\angle \Phi_{12}(\omega') - \omega' \tau_0$ は大きな値をもつようになるが、逆に $|\Phi_{12}(\omega')|$ は小さくなるので、スペクトルの拡がりによる偏りが問題となるのは、 ω' が ω_0 の近傍にあるときである。因みに、 $\theta = \pi/6$ の付近で、 $\angle \Phi_{12}(\omega') - \omega' \tau_0$ の傾斜は最大となり、矩形窓で $2T/T_0 = 20$ の場合、 $(\omega' - \omega_0)/\omega_0 \approx 0.06$ で、 $(\angle \Phi_{12}(\omega') - \omega' \tau_0)/\omega' \tau_0 \approx 0.05$ 、 $|\Phi_{12}(\omega')|/|\Phi_{12}(\omega_0)| \approx 0.1$ となる。上述のように、今着目しているより低い周波数成分の拡がりに起因する偏りと高い周波数成分からのそれは符号を異にするので、処理すべき信号が連続スペクトルをもつ場合には、低い方からの拡がりの影響と高い方からの拡がりの影響は互いに相殺され、偏り誤差はさらに小さくなる。

(2) サンプリグレート

ディジタル装置を用いる不規則信号の処理では、通常シャノンの定理に基づいて、信号に含まれる最大周波数成分の $1/2$ 周期に 1 回以上のサンプリングを行うように、サンプリングレートが決定される。ゆらぎの相関を用いて移行時間の測定を行う場合のサンプリングレートは、シャノンの条件の外、測定精度すなわち移行時間の分解能をも考慮して決定されなければならない。

2.1.1(3)に示した例に基づいてこのことを説明しよう。この例では、 $k=1.5$ のとき、 $\eta(p)=1$ となるような周波数は、約 25 [Hz] であるので、シャノンの定理によると 20 [ms] 間隔でサンプリングを行えばよいことになる。20 [ms] でサンプリングを行う場合の時間分解能は 10 [ms] 程度と考えられるのに対し、 $L=150$ [mm]、 $U=4.581$ [m/s] とすると、ゆらぎの電極間移行時間は、30 [ms] 程度になってしまい、これでは移行時間の測定ができないことになる。このことは、シャノンの定理では半周期に 1 回のサンプリングで良いのに対し、ゆらぎが強い相関を示すのは、半周期以内の移行であることを考慮すれば、当然のことであろう。

サンプリング間隔 $\Delta\tau$ に対して、移行時間を $\Delta\tau/2$ まで分解できるものとする、 $x\%$ の精度で移行時間での測定を行うためには、

$$\Delta\tau \leq \frac{x}{50} \cdot \tau \quad (2-47)$$

の様にしなければならない。

上述の例の場合、移行時間の1%程度の精度で時間分解を行うためには、シャノンの条件の30倍のレートでサンプリングを行わなければならない。これは、信号の周波数帯域が同じならば、通常の信号処理の場合の30倍のデータ量の取扱いを必要とすることを意味する。従って、移行時間の測定誤差を最小にするという条件の下で、処理装置の記憶容量や演算時間等、いかに効率の良い処理を行うかが問題となる。これらについては、後に検討する。

(3) 量子化精度

一般に、アナログ信号のデジタル変換には、量子化誤差を伴い、量子化幅以上に詳しい情報を得ることはできない。このため、A/D変換の精度を上げない限り、サンプリング周期を短くしただけでは、移行時間の分解能を高めるのに限界がある。以下、このことについて検討する。

今、正と負の両方の値をとる信号を、N bitsのA/D変換器で量子化する場合を考えると、片側振幅分解能は $2^{-(N-1)}$ となるが、これは、ゆらぎ信号のpeak to peak最大値が正確に 2^N に対応する場合の事であり、現実には実現できないので、多少余裕を見てゆらぎの振幅分解能を片側 $2^{-(N-2)}$ と考えることにする。この場合、相互相関関数はゆらぎ信号の相乗積の積分として求められるので、相互相関関数の振幅分解能は、 $2^{-2(N-2)}$ となる。従って、移行時間の分解能 $\Delta\tau_r$ は、相互相関関数 $\varphi_{12}(\tau)$ のピークを与える τ_m と、

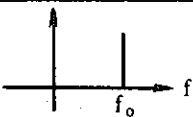
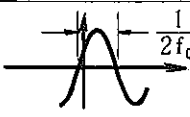
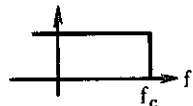

$$\frac{\varphi_{12}(\tau'_m)}{\varphi_{12}(\tau_m)} = \frac{2^{2(N-2)} - 1}{2^{2(N-2)}} = 1 - \frac{1}{2^{2(N-2)}} \quad (2-48)$$

より求まる τ'_m から次の如く求まる。

$$\Delta\tau_r = |\tau_m - \tau'_m| \quad (2-49)$$

信号が、単一周波数の正弦波、および帯域制限型白色雑音の場合、A/D変換器のbits数による振幅分解能、時間分解能 $\Delta\tau_r$ の比較を次表に示す。

Table 2 - 3

| A / D 変換 bits 数 | | 4 | 8 | 12 | | |
|----------------------|---------------|---|---|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 振巾分解能 | | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{4096}$ | $\frac{1}{1048576}$ | | |
| 時間分解能 $\Delta\tau_r$ | 正弦波 | スペクトル  f_0 | 相関関数  $\frac{1}{2f_0}$ | 0.0566 $\times \frac{1}{f_0}$ | 0.00352 $\times \frac{1}{f_0}$ | 0.00022 $\times \frac{1}{f_0}$ |
| | 帯域制限型 白色雑音 | スペクトル  f_c | 相関関数  $\frac{1}{f_c}$ | 0.0984 $\times \frac{1}{f_c}$ | 0.00609 $\times \frac{1}{f_c}$ | 0.00038 $\times \frac{1}{f_c}$ |

ここで注意すべきは、 f_0 又は f_c が大きい程、 $\Delta\tau_r$ が小さくなることである。

信号のスペクトルが一般の形をもつ場合はそう簡単でないが、今、パワースペクトルのピークを与える周波数成分の振幅分解能が、 $2^{-2(N-2)}$ になると仮定すると、その他の周波数成分の振幅分解能は、 $2^{-2(N-2)}$ に、パワースペクトルのピーク値に対するその周波数成分のパワーの値の比を乗じたものとして考えることができよう。すると、この場合の時間分解能 $\Delta\tau_r$ は、大雑把には、スペクトルのピーク値を与える周波数の正弦波の $\Delta\tau_r$ で近似できるものと考えられる。再び、2.1.1 (3) に示した例を考えよう。この例の場合の出力電圧のゆらぎのパワースペクトルを (1-51) 式に基づいて求めると、約 14 Hz にそのピークを有することが確認できる。従って 8 bits の A/D 変換では、移行時間の分解能が 0.27 ms と 1% 近くになってしまう。一方、12 bits の A/D 変換の場合は、移行時間の分解能は移行時間そのものの 0.1% 以下となり、量子化の影響はほとんど無視できる程度に小さい。

2.2.3 最適信号処理法の探索

ゆらぎの相関を用いる移行時間の測定では、移行時間の分解能を高めるため、サンプリング間隔をなるべく小さくすることが望ましい。一方、測定値のバラツキを小さくするためには、信号の観測時間を長くとらなければならない。デジタル装置を用いる処理において上記の要請を同時に満たすことは、一回の信号処理で扱うデータ点数が大きくなることを意味し、処理装置の記憶容量や

演算時間に影響を及ぼす。

以下では、2.2.1で述べた種々の関数を求めるための信号処理法に関し、測定値のバラツキ、必要とする記憶容量、演算数等の検討を行い、最適な方法を見出す。

(1) 相関関数法

相互相関関数 $\varphi_{12}(\tau)$ は、(1-33)式で定義されるが、現実の信号処理では

$$\hat{\varphi}_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T v_1(t) v_2(t+\tau) dt \quad (2-50)$$

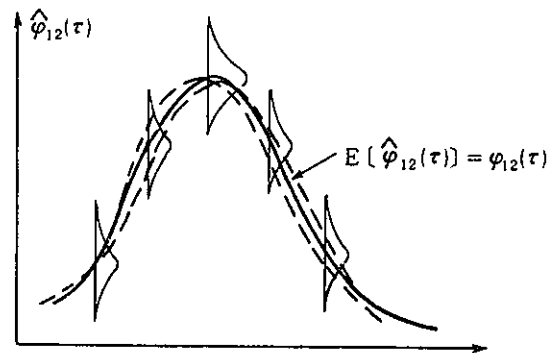


Fig. 2-6

により $\varphi_{12}(\tau)$ を推定することになる。

$\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ は、 $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ を有限時間で打ち切ることにより統計誤差を生じ、 $\varphi_{12}(\tau)$ からずれることはよく知られた事実である。すなわち、 $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ は、Fig. 2-6に示すように $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ の期待値 $E[\hat{\varphi}_{12}(\tau)] = \varphi_{12}(\tau)$ のまわりに分散 $\sigma^2[\hat{\varphi}_{12}(\tau)]$ をもった分布ではばらつく。この場合、実際に測定された $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ は、例えば Fig. 2-6 に点線で示したようになるであろう。図から明らかなように $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ の推定誤差は移行時間の測定値のバラツキを引き起こす。移行時間の測定値 τ_m のバラツキ、すなわち標準誤差 $\sigma[\tau_m]$ は、付録7に示すところにより

$$\sigma[\tau_m] = \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \{\varphi'_{11}(\zeta)\varphi'_{22}(\zeta) + \varphi'_{12}(\zeta+\tau_0)\varphi'_{12}(-\zeta+\tau_0)\} d\zeta}}{|\varphi''_{12}(\tau_0)|} \quad (2-51)$$

のように求まり、信号長 T の平方根に逆比例することがわかる。従って、移行時間測定値の統計誤差を小さくするためには、信号長をできるだけ長くすることが望ましいといえる。ゆらぎ信号の帯域が移行時間測定値のバラツキに及ぼす影響を調べるため、(2-51)式を周波数領域で表現する。すると付録7に示すようにして次式が得られる。

$$\sigma[\tau_m] = \sqrt{\frac{2\pi}{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \{\Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega) - \Phi_{12}^2(\omega)e^{j\omega(2\tau_0)}\} d\omega}}{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{12}(\omega)e^{j\omega\tau_0} d\omega}} \quad (2-52)$$

ここで、ゆらぎのすべての調波成分が同一速度で移行すると、

$$\Phi_{12}(\omega) = |\Phi_{12}(\omega)| \cdot e^{-j\omega\tau} \quad (2-53)$$

と記述でき、これを(2-52)式に代入して次式を得る。

$$\sigma[\tau_m] = \sqrt{\frac{\pi}{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_0^\infty \omega^2 \Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega) \{1 - \Gamma_{12}^2(\omega)\} d\omega}}{\int_0^\infty \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega)} \cdot \Gamma_{12}(\omega) d\omega} \quad (2-54)$$

上式から、 $\Gamma_{12}^2(\omega)$ が大きく、1に近い程 $\sigma[\tau_m]$ が小さくなることが確認できる。又、 $\Gamma_{12}^2(\omega)$ を一定とし、 $\Phi_{11}(\omega) = \Phi_{22}(\omega)$ と仮定すると、

$$\int_0^\infty \omega^2 \Phi_{11}^2(\omega) d\omega \leq \left\{ \int_0^\infty \omega \Phi_{11}(\omega) d\omega \right\}^2 \leq \left\{ \int_0^\infty \omega^2 \Phi_{11}(\omega) d\omega \right\}^2 \quad \text{for } \omega \geq 1 \quad (2-55)$$

が成り立つことから、ゆらぎの高調波成分が優勢になる程、 $\sigma[\tau_m]$ が小さくなることがわかる。特に、ゆらぎが帯域制限型白色の場合、 $\sigma[\tau_m]$ は、帯域幅の3/2乗に逆比例することが確められる。これらのことから、移行時間測定値の統計誤差を小さくするためには、外来雑音の影響など、他の条件が許す限り、ゆらぎの帯域を広くするのが有効である。

ゆらぎの相関関数を求める方法としては、時間領域でオーソドックスに計算を行う直接法と有限フーリエ変換による方法があげられる。

1) 直接法

相関関数の計算をデジタル装置を用いて時間領域で行う場合には、(2-50)式に対応して次式が用いられる。

$$\hat{\varphi}_{12}(m\Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_1(n\Delta t) \cdot v_2(n\Delta t + m\Delta\tau) \quad (2-56)$$

但し、 m は整数、 $\Delta\tau$ はサンプリング間隔で $\tau = m\Delta\tau$

上式により移行時間の推定を行うとき、 $0 \leq m \leq N$ なるすべての m に対して $\hat{\varphi}_{12}(m\Delta\tau)$ を計算する必要はなく、 m は $\hat{\varphi}_{12}(m\Delta\tau)$ のピーク付近の $m_1 \leq m \leq m_2$ なる $M = m_2 - m_1 + 1$ 個について計算を行うとすると、サンプリングしたデータの記憶のために $2(N + m_2)$ 、計算結果の記憶のために M 、合せて $2(N + m_2) + M$ の記憶容量が必要である。又、計算回数は、 m の1点当り、乗算を N 回、加算を $N - 1$ 回行わなければならない合計すると MN 回

の乗算と $M(N-1)$ 回の加算が必要である。

2) 有限Fourier 変換法

相互相関関数の推定量 $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ は又、標本関数の有限Fourier 変換の共役積 $\hat{\Phi}_{12}(\omega)$ のFourier 逆変換として次の様に定義される。

$$\hat{\phi}_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Phi}_{12}(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \quad (2-57)$$

ここに、 $\hat{\Phi}_{ij}(\omega)$ は、

$$\hat{\Phi}_{ij}(\omega) = \frac{1}{T} E_{nd} \{ V_{i,T}^*(\omega) \cdot V_{j,T}(\omega) \} \quad \text{for } i, j=1, 2 \quad (2-58)$$

$$V_{i,T}(\omega) = \int_0^T v_i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad \text{for } i=1, 2 \quad (2-59)$$

であり、 $V_{i,T}^*(\omega)$ は $V_{i,T}(\omega)$ の共役複素数、 $E_{nd}[A]$ は推定量 A の n_d 個の ensemble average を表わす。

データ数を N とするとき、(2-57) ~ (2-59) 式の離散値表現は、 $\Omega = 2\pi/\Delta\tau N$ に対して次式で与えられる。

$$\hat{\phi}_{12}(\ell \Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\Phi}_{12}(k\Omega) \cdot e^{j\Delta\tau k \ell \Omega} \quad (\ell = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (2-60)$$

ここに、

$$\hat{\Phi}_{ij}(k\Omega) = \frac{1}{N} E_{nd} \{ V_i^*(k\Omega) \cdot V_j(k\Omega) \} \quad \text{for } i, j=1, 2 \quad (2-61)$$

$$V_i(k\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} v_i(n\Delta\tau) \cdot e^{-j\Omega n \Delta\tau} \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (2-62)$$

(2-62) 式は複素数の演算であり、FFT では計算結果が被変換データを書き換えして得られることを考慮すると、 $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ のFourier 変換を求めるために必要な記憶容量は $4N$ となることがわかる。又、(2-61) 式に基づく n_d 回の測定の ensemble average を行うために、さらに $2N$ の容量が必要であるので、合せて $6N$ の記憶容量が必要となる。これは、直接法と比較して、その約3倍の容量となっている。

(2-62) 式のFourier 変換は、まともに計算を行うと N^2 回の複素数の乗算と $N(N-1)$ 回の加算を必要とするが、 N が2の巾乗の場合FFTを適用すると $(N \log_2 N)/2$ 回の乗算と $N \log_2 N$ 回の加算で済む。従って、

$V_{1, \tau}(k\Omega)$ と $V_{2, \tau}(k\Omega)$ を求めるのに、この2倍の演算数を要する。又、(2-61)式の〔 〕内の計算を行うためには、 N 回の乗算と $N-1$ 回の加算が必要であるので、合計してここまでに $N \log_2 N + N$ 回の乗算と $2N \log_2 N + N - 1$ 回の加算を必要とする。さらに、 n_d 個のデータの ensemble average をとるとすると、ここまでの演算の各々 n_d 倍の演算数と、それに加えて $(n_d - 1)N$ 回の加算が必要である。最後に(2-60)式で表わされるFourier 逆変換のために、 $(N \log_2 N)/2$ の乗算と $N \log_2 N$ の加算が必要である。これらを合計すると、 $n_d(N \log_2 N + N) + (N \log_2 N)/2$ の乗算と、 $2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N - n_d - N$ の加算が必要とされる。これらは複素数の演算であるので、前項の直接法の演算数と比較するときは、乗算数は4倍、加算数は2倍し、さらに複素数の乗算のため要する加算は、乗算の回数の2倍を加算数に加える必要がある。

(2) 複素位相関数逆変換法

複素位相関数の逆変換関数 $\phi_{12}(\tau)$ の推定量 $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ は、

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{12}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\Phi}_{12}(\omega)}{|\hat{\Phi}_{12}(\omega)|} \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\hat{\phi}(\omega)} e^{j\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (2-63)$$

の如く表わされる。ここで $\hat{\phi}(\omega)$ は $\hat{\Phi}_{12}(\omega)$ の位相特性を表わす。上式から $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ のピークを与える遅れ時間 τ_m は、

$$\tau(\omega) = \hat{\phi}(\omega) / \omega \quad (2-64)$$

の平均で与えられることがわかる。付録5の(a5-48)式より、位相の推定値 $\hat{\phi}(\omega)$ の不確かさ $\Delta \hat{\phi}(\omega)$ は、 $\hat{\Phi}_{12}(\omega)$ の測定において n_d 回の ensemble 平均を行うとき次式で与えられる。

$$\Delta \hat{\phi}(\omega) \approx \frac{1}{|\Gamma_{12}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d}} \quad (2-65)$$

従って、 τ_m のバラツキの範囲は、次式の如く表わされる。

$$\min \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} - \frac{1}{|\Gamma_{12}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d} \cdot \omega} \right] \leq \tau_m \leq \max \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} + \frac{1}{|\Gamma_{12}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d} \cdot \omega} \right] \quad (2-66)$$

次に、複素位相関数逆変換法によって、移行時間を求める場合に必要な記憶容量と演算回数について検討する。デジタル装置により $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ の推定を行う場合には、(2-61) 式の $\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)$ に続いて以下の演算が実行される。

$$\hat{\Psi}_{12}(k\Omega) = \frac{\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)}{|\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)|} \quad (2-67)$$

$$\hat{\phi}_{12}(\ell \Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\Psi}_{12}(k\Omega) \cdot e^{i4\pi k \ell \Delta\tau} \quad (2-68)$$

上記の演算を行う場合でも、 $\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)$ を $\hat{\Psi}_{12}(k\Omega)$ で書き換えれば、必要記憶容量は有限Fourier変換法によって相互相関関数を求める場合と変わらない。

演算回数については、(2-68) 式の演算回数は(2-60) 式のそれと等しいので(2-67) 式の計算に要する演算数が、有限Fourier変換法による相互相関関数の場合より増えることになる。(2-67) 式の計算に要する演算数は、実数の乗算と除算が各 $2N$ と加算および開平演算が各 N である。

(3) インパルス応答関数法

インパルス応答関数 $h(\tau)$ の推定量 $\hat{h}(\tau)$ は、

$$\hat{H}(\omega) = \frac{\hat{\Phi}_{12}(\omega)}{\hat{\Phi}_{11}(\omega)} \quad (2-69)$$

に対して、次式の如くなる。

$$\hat{h}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2-70)$$

付録5の(a5-84)式より、 $\hat{\Phi}_{12}(\omega)$ の測定で n_d 回のensemble平均を行うとき、 $H(\omega)$ の位相の推定値 $\hat{\phi}(\omega)$ の不確かさ $\Delta\hat{\phi}(\omega)$ は、次式で与えられる。

$$\Delta\hat{\phi}(\omega) \approx \frac{\left[1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2 \right]^{1/2}}{|\Gamma_{12}(\omega)| \cdot \sqrt{2n_d}} \quad (2-71)$$

従って、 $\hat{h}(\tau)$ のピークを与える $\tau = \tau_m$ のバラツキの範囲は、

$$\min \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} - \frac{\Delta \hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right] \leq \tau_m \leq \max \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} + \frac{\Delta \hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right] \quad (2-72)$$

となる。

ディジタル処理に対して、上式は次式の如く離散値表現される。

$$\hat{H}(k\Omega) = \frac{\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)}{\hat{\Phi}_{11}(k\Omega)} \quad (2-73)$$

$$\hat{h}(\ell \Delta\tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \hat{H}(k\Omega) \cdot e^{j2\pi k \ell \Delta\tau} \quad (2-74)$$

従って、インパルス応答関数を求めるために必要な記憶容量は、前項に述べた複素位相関数逆変換法に比して、 $\hat{\Phi}_{11}(k\Omega)$ を記憶する分の N が増え、全部で $7N$ となる。もし、近似的に、 $\hat{H}(k\Omega)$ として、

$$\hat{H}(k\Omega) \approx E \left[\frac{\frac{1}{T} \{V_{1,T}^*(k\Omega) \cdot V_{2,T}(k\Omega)\}}{\frac{1}{T} \|V_{1,T}(k\Omega)\|^2} \right] \quad (2-75)$$

を採用するならば、 $\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)$ を $\hat{H}(k\Omega)$ で書き換えることができるので、 $\hat{\Phi}_{11}(k\Omega)$ を記憶する分の容量 N が不要となる。

(2-73)、(2-74)式を用いて $\hat{h}(\ell \Delta\tau)$ を求める場合の演算数は、 $\hat{\Phi}_{11}(k\Omega)$ と(2-73)式の演算が、相関関数を有限Fourier変換法で求める場合より増える。 $\hat{\Phi}_{11}(k\Omega)$ の計算に要する演算は、実数で $2Nn_d$ 個の乗算と $Nn_d + N(n_d - 1)$ 個の加算である。又、(2-73)式では $2N$ 個の除算が必要である。(2-75)式の逆変換による場合は、複素数で $2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N - n_d - N$ の加算、 $n_d(N \log_2 N + N) + (N \log_2 N) / 2$ の乗算とこれに加えて、実数で $n_d N$ の加算、 $2Nn_d$ の乗算および除算が必要となる。

(4) 複素コヒレンス関数逆変換法

有限時間近似で、 $\Gamma_{12}(\omega)$ を求めるときの推定量 $\hat{\Gamma}_{12}(\omega)$ は、次式の様に表わされる。

$$\hat{\Gamma}_{12}(\omega) = \frac{\hat{\Phi}_{12}(\omega)}{\sqrt{\hat{\Phi}_{11}(\omega) \cdot \hat{\Phi}_{22}(\omega)}} = \frac{|\hat{\Phi}_{12}(\omega)|}{\sqrt{\hat{\Phi}_{11}(\omega) \cdot \hat{\Phi}_{22}(\omega)}} \cdot e^{j\hat{\theta}_{12}(\omega)} \quad (2-76)$$

$r_{12}(\tau)$ の推定量 $\hat{r}_{12}(\tau)$ は、 $\hat{\Gamma}_{12}(\omega)$ のFourier 逆変換として、次式により与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{r}_{12}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\Phi}_{12}(\omega)|}{\sqrt{\hat{\Phi}_{11}(\omega) \cdot \hat{\Phi}_{22}(\omega)}} \cdot e^{j\hat{\phi}(\omega)} \cdot e^{j\omega\tau} \cdot d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\Phi}_{12}(\omega)}{\sqrt{\hat{\Phi}_{11}(\omega) \cdot \hat{\Phi}_{22}(\omega)}} \cdot e^{j\omega\tau} \cdot d\omega\end{aligned}\quad (2-77)$$

$\hat{\Phi}_{12}(\omega)$ が n_d 個のensemble 平均に基づくとき、 $\hat{\Gamma}_{12}(\omega)$ の位相の推定値 $\hat{\phi}(\omega)$ の不確かさ $\Delta\hat{\phi}(\omega)$ は付録5の(a5-72)式より

$$\Delta\hat{\phi}(\omega) = \frac{1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2}{|\Gamma_{12}(\omega)| \cdot \sqrt{2n_d}}\quad (2-78)$$

となる。従って $\hat{r}_{12}(\tau)$ のピークを与える $\tau = \tau_m$ のバラツキは

$$\min \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} - \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right] \leq \tau_m \leq \max \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} + \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right]\quad (2-79)$$

と表わせる。

上式の離散値表現は次式の如くなる。

$$\hat{r}_{12}(\ell\Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\Gamma}_{12}(k\Omega) \cdot e^{j\ell\tau \cdot k\Omega} \quad (\ell = 0, 1, 2, \dots, N-1)\quad (2-80)$$

ここで

$$\hat{\Gamma}_{12}(k\Omega) = \frac{\hat{\Phi}_{12}(k\Omega)}{\sqrt{\hat{\Phi}_{11}(k\Omega) \cdot \hat{\Phi}_{22}(k\Omega)}} \quad (k=0, 1, 2, \dots, N-1)\quad (2-81)$$

(2-80)式に基づいて $\hat{r}_{12}(\ell\Delta\tau)$ を求めるためには、インパルス応答関数を求める場合に加えて、新たに $\hat{\Phi}_{22}(k\Omega)$ を記憶するための容量が必要となり、従って、必要記憶容量の合計は、 $8N$ となる。前項と同様に、(2-81)式を

$$\hat{\Gamma}_{12}(k\Omega) \approx E \left[\frac{\frac{1}{T} \{V_{1,T}^*(k\Omega) V_{2,T}(k\Omega)\}}{\frac{1}{T} \{|V_{1,T}(k\Omega)| \cdot |V_{2,T}(k\Omega)|\}} \right]\quad (2-82)$$

で近似することが考えられるが、これは、複素位相関数逆変換法に他ならない。

次に、 $\hat{\gamma}_{12}(\ell\Delta\tau)$ を計算するのに必要な演算回数について考えよう。この場合は、有限Fourier変換により相関関数を求める場合に比較して、 $\hat{\phi}_{11}(k\Omega)$ 、 $\hat{\phi}_{22}(k\Omega)$ と、(2-81)式の演算が増える。 $\hat{\phi}_{11}(k\Omega)$ 、 $\hat{\phi}_{22}(k\Omega)$ の計算にはそれぞれ、 $2Nn_d$ 個の乗算と Nn_d+N-1 個の加算が必要である。(2-81)式には、 N 個の乗算、開平方、除算を要する。

(5) ま と め

本項におけるこれまでの結果をまとめると、Table 2-4の如くなる。

表によると、必要記憶容量の比較では、相関関数を時間領域で直接計算する方法の他はすべて、その約6倍以上の容量を必要とし、周波数領域を経ないで直接相関関数を計算する方法が圧倒的に有利である。

各算法における計算時間を演算数により比較すると、 $N=4096$ で既に直接法が一番小さく、その他の一番小さいものでも直接法の5倍以上の時間を要することが確められる。

従って、上記のような記憶容量、計算時間の不利を考慮しても尚、移行時間の分解能や測定値のバラツキにおいて、相関関数以外の関数を用いる方法が有利と判断される場合を除いては、相関関数を時間領域で直接計算する方法が、ゆらぎの移行時間の測定のために最も適当であると結論される。

Table 2-4 Summary of Signal Processing Method for Transit Time Estimation

| 処理法 | 推定式 | 統計誤差 | 必要記憶容量 | 演算回数(実数換算) |
|-------------------|---|---|--|--|
| 相関関数法 (直接法) | $\hat{\phi}_{12}(m \cdot \Delta\tau) = E_{nd} \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N v_1(n \cdot \Delta t) \cdot v_2(n \cdot \Delta t + m \Delta\tau) \right\}$ を最大とする $\tau_m = m \cdot \Delta\tau$ を求める。 | $\sigma[\tau_m] = \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \{ \phi_{11}(\xi) \phi_{22}(\xi) + \phi_{12}(\xi + \tau_0) \phi_{12}(-\xi + \tau_0) \} d\xi}}{ \phi_{12}(\tau_0) }$ | $2(N + m_2) + M$ 但し $m_1 \leq m \leq m_2$ $M = m_2 - m_1 + 1$ 個の m について計算のとき | 乗算 MNn_d 加算 $MNn_d - M$ |
| 相関関数法 (有限FFT法) | $\hat{\phi}_{12}(\ell \cdot \Delta\tau) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\phi}_{12}(k\Omega) \cdot e^{j\Delta\tau k\ell\Omega}$ を最大とする $\tau_m = \ell \cdot \Delta\tau$ を求める 但し $\hat{\phi}_{ij}(k\Omega) = \frac{1}{T} \cdot E_{nd} \{ V_i^*(k\Omega) \cdot V_j(k\Omega) \}$ $V_i(k\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} v_i(n \cdot \Delta\tau) \cdot e^{-j\Omega n k}$ | 又は $\sigma[\tau_m] = \sqrt{\frac{\pi}{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega) 1 - \Gamma_{12}^2(\omega) d\omega}}{\int_0^{\infty} \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega)} \cdot \Gamma_{12}(\omega) d\omega}$ | $6N$ | 乗算 $2(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N)$ 加算 $3(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N) - 2(n_d + N)$ |
| 複素位相関数 逆変換法 | $\hat{\phi}_{12}(\ell \cdot \Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\psi}_{12}(k\Omega) \cdot e^{j\Delta\tau k\ell\Omega}$ を最大とする $\tau_m = \ell \cdot \Delta\tau$ を求める。 但し $\hat{\psi}_{12}(k\Omega) = \frac{\hat{\phi}_{12}(k\Omega)}{ \hat{\phi}_{12}(k\Omega) }$ | $\min \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} - \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right] \leq \tau_m \leq \max \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} + \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right]$ 但し $\hat{\phi}(\omega) = \angle \hat{\phi}_{12}(\omega)$ $\Delta\hat{\phi}(\omega) = 1 / \left \Gamma_{12}(\omega) \right \cdot \sqrt{n_d}$ | 同上 | 乗算 $2(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N) + N$ 加算 $3(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N) - 2n_d - N$ 除算 $2N$ 開平方 N |
| インパルス 応答関数法 | $\hat{h}(\ell \cdot \Delta\tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \hat{H}(k\Omega) \cdot e^{j\Delta\tau k\ell\Omega}$ を最大とする $\tau_m = \ell \cdot \Delta\tau$ を求める。 但し $\hat{H}(k\Omega) = \frac{\hat{\phi}_{12}(k\Omega)}{\hat{\phi}_{11}(k\Omega)}$ | $\min \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} - \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right] \leq \tau_m \leq \max \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} + \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right]$ 但し $\hat{\phi}(\omega) = \angle \hat{H}(\omega)$ $\Delta\hat{\phi}(\omega) = [1 - \Gamma_{12}(\omega) ^2]^{1/2} / \Gamma_{12}(\omega) \cdot \sqrt{2n_d}$ | $7N$ | 乗算 $2(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N) + 2Nn_d$ 加算 $3(2n_d N(\log_2 N + \frac{8}{3}) + N \log_2 N) - 2n_d - 3N$ 除算 $2N$ |
| 複素コヒレンス 関数逆変換法 | $\hat{r}_{12}(\ell \cdot \Delta\tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \hat{r}_{12}(k\Omega) \cdot e^{j\Delta\tau k\ell\Omega}$ を最大とする $\tau_m = \ell \cdot \Delta\tau$ を求める。 但し $\hat{r}_{12}(k\Omega) = \frac{\hat{\phi}_{12}(k\Omega)}{\sqrt{\hat{\phi}_{11}(k\Omega) \cdot \hat{\phi}_{22}(k\Omega)}}$ | $\min \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} - \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right] \leq \tau_m \leq \max \left[\frac{\hat{\phi}(\omega)}{\omega} + \frac{\Delta\hat{\phi}(\omega)}{\omega} \right]$ 但し $\hat{\phi}(\omega) = \angle \hat{r}_{12}(\omega)$ $\Delta\hat{\phi}(\omega) = [1 - \Gamma_{12}(\omega) ^2]^{1/2} / \Gamma_{12}(\omega) \cdot \sqrt{2 \cdot n_d}$ | $8N$ | 乗算 $2(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N) + 4Nn_d + N$ 加算 $3(2n_d N(\log_2 N + 1) + N \log_2 N) + 2Nn_d - 2N - 2$ 除算 N 開平方 N |

$E_{nd}(\cdot)$ は n_d 個の ensemble average を表わす。

2.3 実 験

本節では前節までの理論的検討の結果を、高速実験炉「常陽」1次主冷却系に設置された12B鞍型電磁流量計に応用し、出力電圧のゆらぎの相関を用いる電磁流量計の較正法について実験的に検討する。

2.3.1 方 法

(1) 手 順

高速実験炉「常陽」は既に稼動している原子炉であるので、実験に必要な流量条件の実現には種々の制約を受ける。このため、特殊試験などで1次主冷却系の流量を変化させたときに、電磁流量計の出力電圧のゆらぎ成分を抽出して磁気テープに収録しておき、後日必要に応じてデータレコーダで再成し、信号解析を実施するものとする。

(2) 電磁流量計の仕様と配置

実験対象である「常陽」1次主冷却系電磁流量計の仕様は、Table 2-5に示す如くであり、Fig. 2-7に示されるように流体の流れが下方から鉛直上方に押し上げられるように配置されている。

(3) 信号の収録および処理

実験対象の電磁流量計の出力は、Fig. 2-8に示すように収録系に接続される。収録系では、最初に出力電圧の直流成分が除去されたのち、ゆらぎ成分が増幅されてデータレコードに入力され、磁気テープ上に記録される。

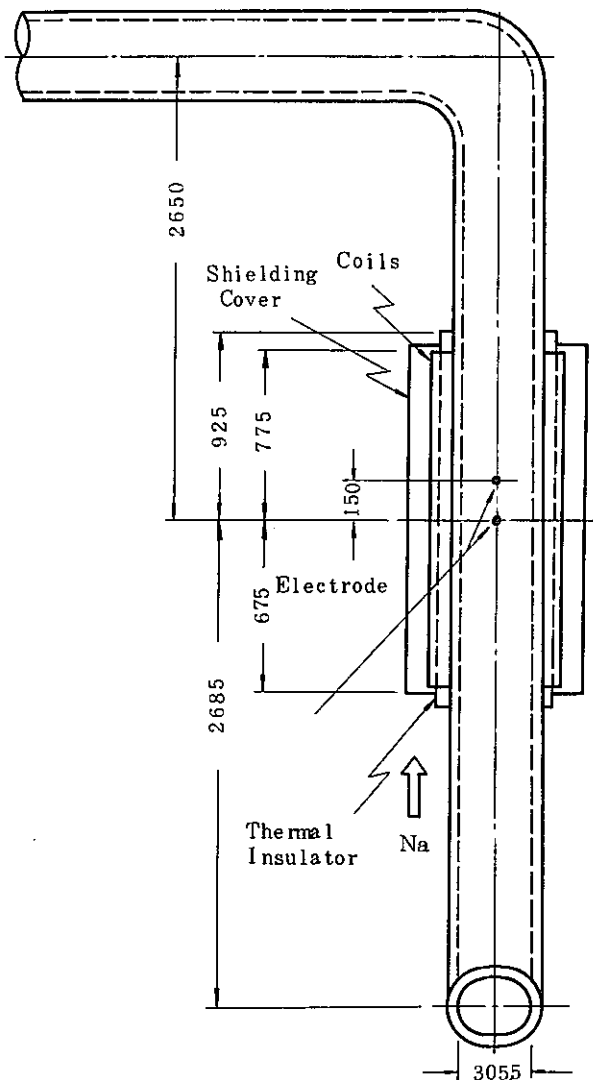
ここで、電磁流量計出力電圧のゆらぎは微弱信号であることから、収録系の初段の直流成分消去用フィルタとしては、雑音発生の少ないRC受動フィルタを用いている。ゆらぎ信号が一度増幅されたのちは、能動フィルタを用いても、その内部発生雑音の影響は無視できる。

ゆらぎ信号の処理はFig. 2-9に示すような処理系により行う。データレコーダで再生されたゆらぎ信号はフィルタ、増幅器、フィルタの縦続接続回路を通過したのち、高速波形記憶装置でA/D変換され、一旦これに記憶される。次いで高速波形記憶装置に記憶されたゆらぎ信号は、MNC-11/23計算機にデジタルデータとして転送され、そこで処理される。ここで、A/D変換の分解能は12 bitsである。尚、信号処理に用いるMNC-11/23計算機用プログラムを付録9にまとめて示す。

ゆらぎ信号の収録は、ほぼ1年の間隔で2度実施し、処理結果を比較する。

Table 2-5 Specification of EMF in JOYO Primary cooling system

| | | | |
|-------------------------------|---|----------------------------|----------------------------------|
| Fluid | Liquid sodium | Maximum operating pressure | 7.2 kg/cm ² G |
| Maximum operating temperature | 450 °C | Output voltage | 10 mV/1400 m ³ /h |
| Normal operating temperature | 370 °C | Pipe size | 12B Sch 20S |
| Maximum flow rate | 1400 m ³ /h | Type | Saddle coil type D.C. excited |
| Measuring range | 150 m ³ /h ~ 1400 m ³ /h | Electrodes interval | 150 mm |



All dimensions are expressed in mm

Fig. 2-7 Configuration of EMF in JOYO Primary cooling system

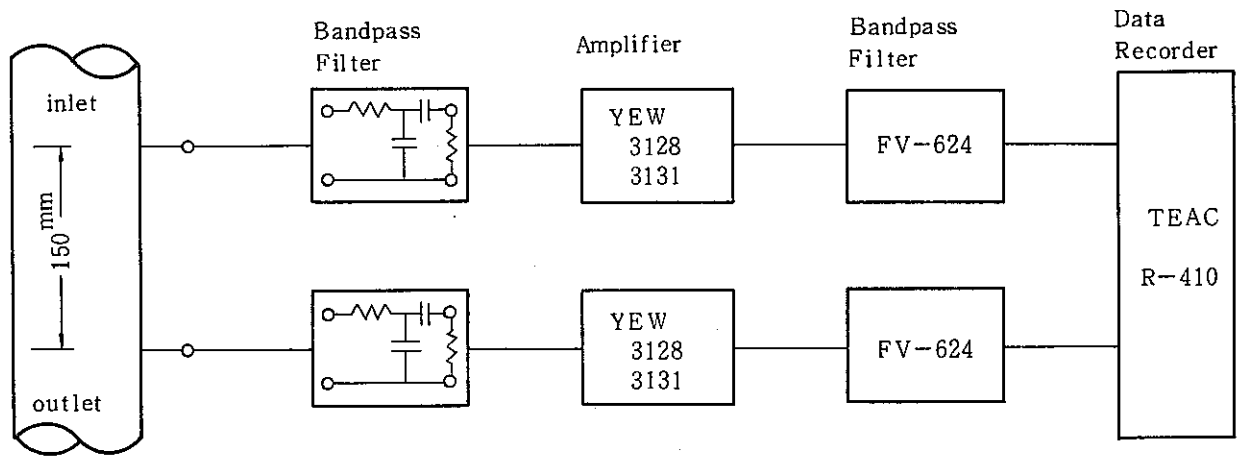


Fig. 2 - 8 Recording System of Fluctuation Signal

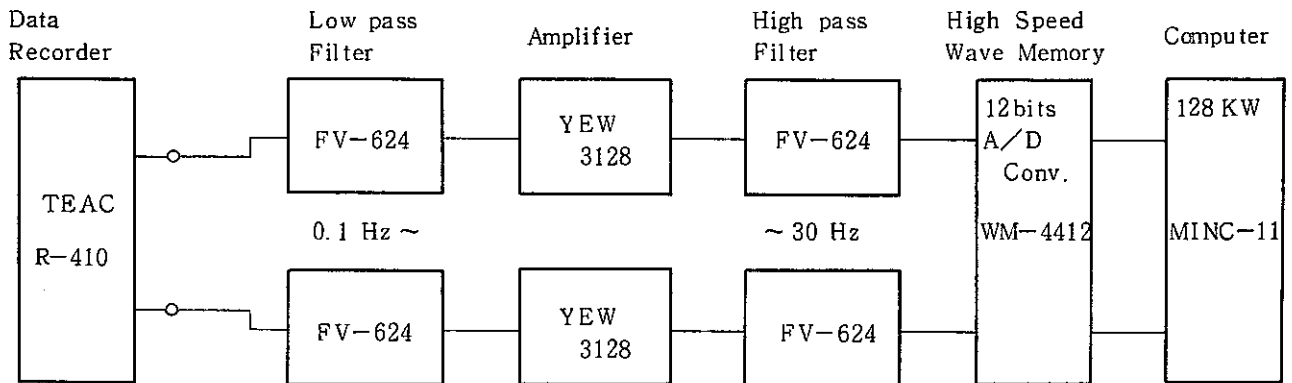


Fig. 2 - 9 Processing System of Fluctuation Signal

(4) ゆらぎ信号の性質の把握

ゆらぎ信号の性質を把握し理論的検討の結果を実験的に確認すること、および移行時間測定のための相互相関関数の測定法を決定するための基礎データを得ることを目的として、以下に示す項目の測定を行う。

1) ゆらぎ波形の観測

ゆらぎの波形が流量に依存して変化する様子を観察する。

2) 相互相関関数の概形観測

有限フーリエ変換法により、ゆらぎの相互相関関数を求め、流量に依存してその概形が変化する様子を観察する。

3) ゆらぎの振幅分布の測定

種々の流量におけるゆらぎの振幅分布を測定し、移行時間の統計誤差の評価式を導いた際の仮定を満たしているかどうか調べる。

4) パワースペクトルの測定

種々の流量におけるゆらぎのオートパワースペクトルを測定し、ゆらぎの周波数成分が流量に依存して変化する様子を調べる。ここで測定されるオートパワースペクトルは又、移行時間の測定値の精度評価を行う際の基礎データとして供される。

同様にゆらぎのクロスパワースペクトルを測定し、その位相特性から、ゆらぎの周波数成分毎の電極間移行時間を調べる。

5) コヒレンス関数の測定

種々の流量において、ゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲を調べ、ゆらぎの移行速度を断面平均流速に変換する係数を求めるため、コヒレンス関数の測定を行う。コヒレンス関数の実測値は又、移行時間の測定値の誤差評価のための基礎データとして使用される。

(5) 信号処理法の決定

2.2.3における議論の結果を実験的に確認し、移行時間の測定に用いるべき信号処理法を決定する。又、パワースペクトル密度、コヒレンス関数の測定結果を用いて、移行時間の測定値の統計誤差の評価を行い、処理すべき信号の長さを決める。

(6) ゆらぎの移行時間の測定

上で決定された測定法により、各種流量条件において、ゆらぎの移行時間

の測定を行う。

2.3.2 結 果

(1) ゆらぎ信号の収録

ゆらぎ信号の収録はTable 2-6に示す期日に、同表に示すような流動条件で行われた。

収録データには、識別の便宜のために、データの収録の期日毎のブロックを示すData Block NO. が、又、同一データブロックの中で、流量の大きい方から順に、Data NO. が付されている。Table 2-6における μ と ρ の値は、それぞれ(2-9)、(2-10)式によっている。

(2) ゆらぎ信号の性質

1) ゆらぎの波形

実際に観測されたゆらぎ信号の波形の例をFig. 2-10に示す。これらの図から、各々の電極で観測されたゆらぎ信号の間には強い相関のあること、下流側波形は上流側波形と比して時間遅れがあり、流量が減少するに従って時間遅れが大きくなることなどが目視にて確認できる。また、流量が減少するに従って、ゆらぎの周波数が低くなっていくこともわかる。

図からは直接読みとれないが、ゆらぎの振幅は最大流量でも数 $10\mu V_{PP}$ 程度で、流量が減少するに従って小さくなり、高流量の場合と比較して相対的に増幅器の利得を大きくしなければならなかった。従って、Fig. 2-10に示されるゆらぎの振幅は、任意スケールで記述されている。

2) 相関関数

実測された相互相関関数の例をFig. 2-11に示す。ここで、バンドパスフィルタの帯域は $0.1\sim 30\text{ Hz}$ 、サンプリング間隔は 1 ms 、およびサンプルサイズはチャンネル当り 4096 である。有限フーリエ変換の算法を用い、相互相関関数はクロスパワースペクトルの5回の測定値の平均のFourier逆変換として求めている。

これらの図から、相互相関関数は、流量が増加する程、そのピークが尖鋭になっていることが確認できる。高い周波数成分の優勢な程、相関関数は尖鋭になるので、この結果からも、高流量のゆらぎ程高周波成分を含んでいるだろうことが推察できる。

Table 2-6 Hydrodynamics Conditions at Signal Recording

| Data Block | Data NO. | Flow Rate [m ³ /h] | Mean Flow Velocity [m/s] | Coolant Temperature [°C] | ρ $\times 10^3$ [kg/m ³] | μ $\times 10^{-3}$ [kg/ms] | ν $\times 10^{-6}$ [m ² /s] | Re $\times 10^6$ | λ $\times 10^{-2}$ | τ_w $\times 10^2$ [kg/ms ²] | u* [m/s] | Date of Data Aquisition |
|------------|----------|----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|--------------------------------------|--|---------------------|-------------------------------|--|-------------|-------------------------|
| I | 1 | 1298.5 | 4.921 | 239.7 | 0.923 | 0.404 | 0.438 | 3.44 | 0.952 | 0.266 | 0.170 | 1/10, '83 |
| | 2 | 1132.3 | 4.291 | 238.4 | 0.924 | 0.406 | 0.439 | 2.99 | 0.973 | 0.207 | 0.150 | |
| | 3 | 1001.8 | 3.796 | 237.3 | 0.924 | 0.407 | 0.440 | 2.63 | 0.993 | 0.165 | 0.134 | |
| | 4 | 874.2 | 3.313 | 236.6 | 0.924 | 0.408 | 0.441 | 2.29 | 1.015 | 0.129 | 0.118 | |
| | 5 | 749.0 | 2.838 | 236.1 | 0.924 | 0.408 | 0.442 | 1.96 | 1.041 | 0.097 | 0.102 | |
| | 6 | 618.8 | 2.345 | 235.8 | 0.924 | 0.409 | 0.442 | 1.62 | 1.074 | 0.068 | 0.086 | |
| | 7 | 494.4 | 1.874 | 235.8 | 0.924 | 0.409 | 0.442 | 1.29 | 1.115 | 0.045 | 0.070 | |
| | 8 | 362.1 | 1.372 | 236.8 | 0.924 | 0.407 | 0.441 | 0.95 | 1.175 | 0.026 | 0.053 | |
| II | 11 | 1289.8 | 4.888 | 257.2 | 0.921 | 0.385 | 0.418 | 3.58 | 0.946 | 0.260 | 0.168 | 3/16, '84 |
| | 12 | 1134.6 | 4.300 | 252.3 | 0.922 | 0.390 | 0.423 | 3.11 | 0.967 | 0.206 | 0.149 | |
| | 13 | 738.9 | 2.800 | 250.9 | 0.922 | 0.391 | 0.424 | 2.02 | 1.036 | 0.094 | 0.101 | |
| | 14 | 486.6 | 1.844 | 250.3 | 0.922 | 0.392 | 0.425 | 1.33 | 1.110 | 0.044 | 0.069 | |

3) ゆらぎの振幅分布

実測されたゆらぎの振幅分布の例を Fig. 2-12 に示す。ここで、バンドパスフィルタの帯域は 0.1~30 Hz, サンプルング間隔は 1 ms およびサンプルサイズは 32766 であった。又、流量が減少するにつれてゆらぎの振幅も減衰するので、流量を変更した都度収録系の増幅器の利得を変更している。従って、流量の異なる間での振幅の比較はできない。

図中には、実測値から計算されたと同一の平均値と分散をもつ正規分布関数も併せて示した。実測値は、正規分布関数のまわりにばらついていることが確認できる。

4) パワースペクトル密度

実測されたオートパワースペクトルの例を Fig. 2-13, クロスパワースペクトルの位相特性の例を Fig. 2-14 に示す。オートパワースペクトル, クロスパワースペクトルの解析を通じて、バンドパスフィルタの帯域は 0.1~30 Hz, サンプルング間隔は 2 ms, サンプルサイズはチャンネル当り 4096 であった。

Fig. 2-13 のオートパワースペクトルは、その 5 回の測定の平均に、さらに周波数方向 5 点の平滑化を施して求めたものである。同図によると、オートパワースペクトルが最大パワーをもつ点の周波数は定格流量で約 3 Hz であり、流量の減少とともに、1 Hz まで減少している。周波数が高くなるにつれてパワーの減衰も大きく、-30 dB 周波数は高々 25 Hz 程度であり、0 dB 周波数同様流量と共に減少する。この傾向は、速度変動のゆらぎの周波数は平均流速に比例するという、(1-41) 式の結果と一致し、相関関数のピークは、比較的高い周波数成分をより多く含む高流量の場合程尖鋭になるという前項の結果を裏づけている。

オートパワースペクトルの実測値は、(1-51) 式に基づく計算値と比較すると、その周波数範囲はほぼ一致するが、大きさは周波数の高い方での減衰が大きく、出力電圧のゆらぎのパワーの大部分は、円管の中心付近の速度変動に起因する比較的低周波の調波成分により占められていることがわかる。比較的高い周波数の領域での実測パワースペクトルの減衰は、実際の電磁流量計において存在するところの、流速変化に対する出力電圧の応答遅れに起因するものと考えられている。

Fig. 2-14の位相特性は、クロスパワースペクトルの5回の測定の平均から求めたものである。この図には基準流量から算出したところの流体の電極間通過時間に対応する直線も併せて示した。この図から、周波数を固定した場合の位相遅れは、流量が減少する程大きくなることが確認できる。又、流量を固定した場合の位相遅れは、周波数が高くなるにつれて非線形に増大していることがわかる。この傾向は、速度変動の低周波成分は比較的流速の大きな円管の中心付近、高周波成分は流速の小さな管壁付近で発生し、それぞれの流速で移行するとして前章の議論を裏づけるものである。Fig. 2-14から、周波数が大きくなると、位相遅れのバラツキが大きくなる傾向が観察されるが、これは比較的高周波の領域で、成分調波のパワーが相対的に減少し、 S/N が悪化することによるものと考えられている。このことは、次に述べるコヒレンス関数の測定結果からも確認でき、コヒレンスが急激に小さくなる付近からバラツキの大きくなることがわかる。

5) コヒレンス関数

実測されたコヒレンス関数の例を Fig. 2-15に示す。ここで、バンドパスフィルタの帯域は0.1 ~ 30 Hz、サンプリング間隔は2 msおよびサンプルサイズは、チャンネル当り4096とした。又、コヒレンス関数の計算に用いるパワースペクトルは、5回の測定のensemble averageから求めている。Fig. 2-15に示された図は、最終的に計算されたコヒレンス関数を周波数方向5点の平滑化を行って得られたものである。

これらの図から、テピカルなコヒレンス値は約0.9 ~ 0.95であり、強い相関を示す上限の周波数は流量とともに増減することがわかる。

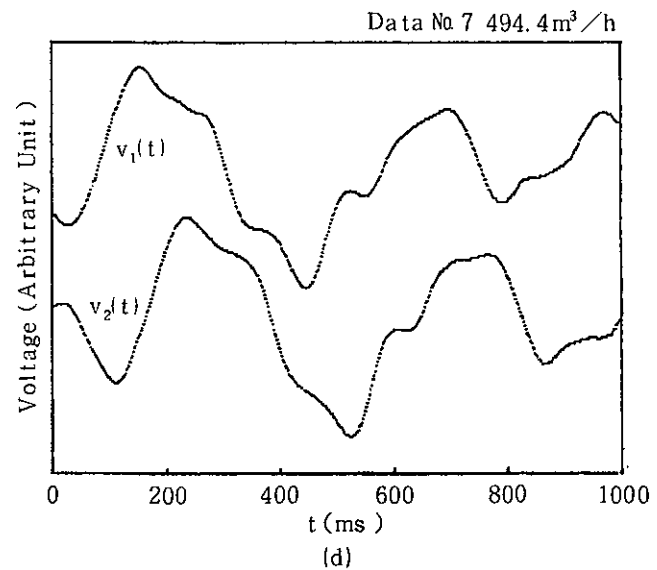
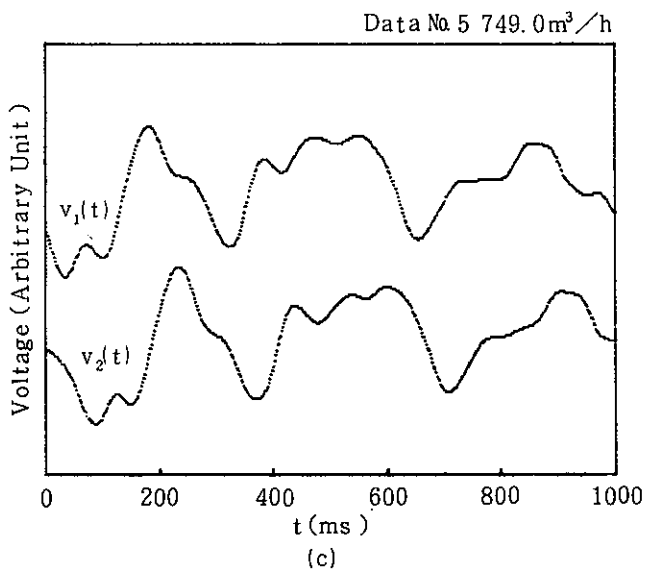
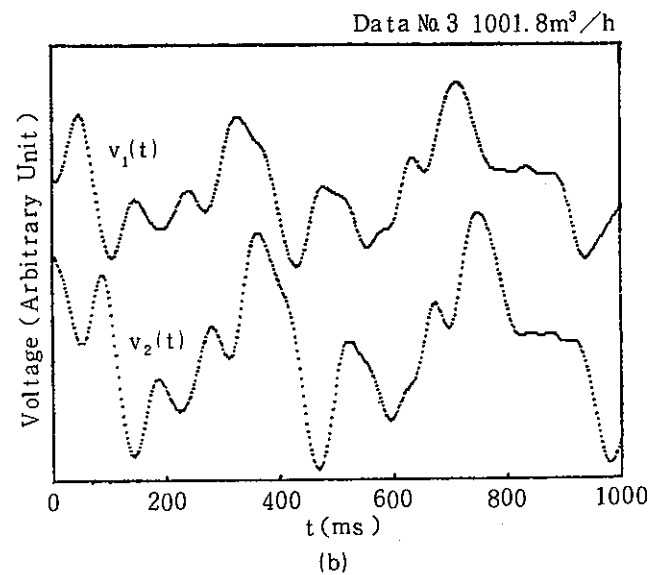
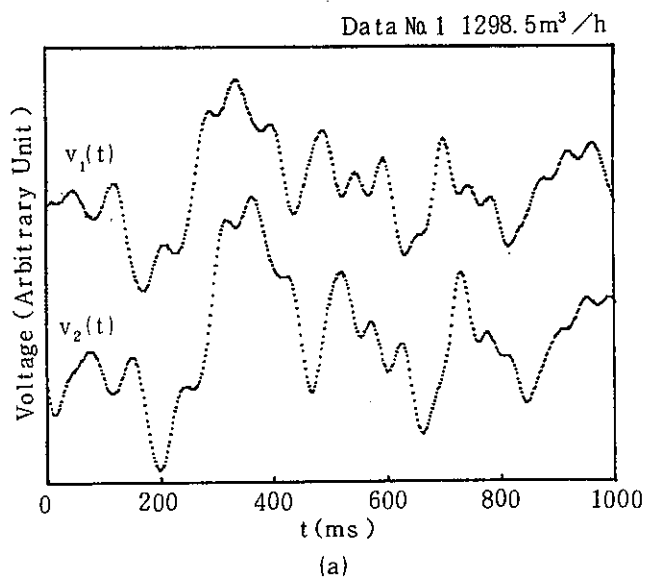


Fig. 2 - 10 Examples of Wave Form of Voltage Fluctuation

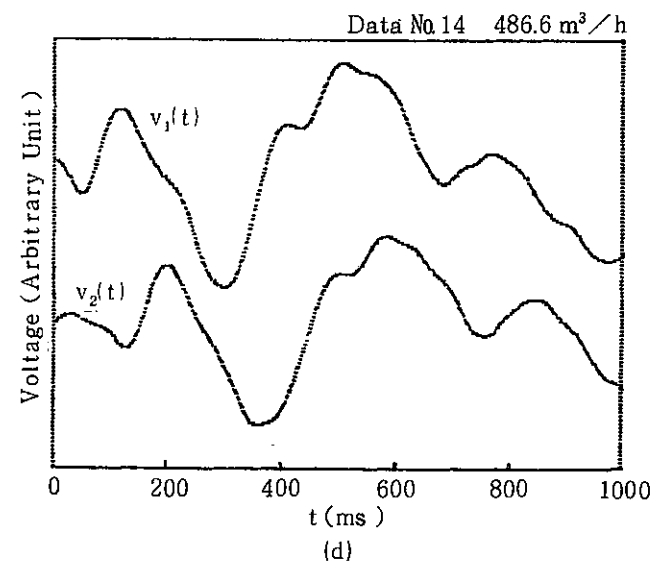
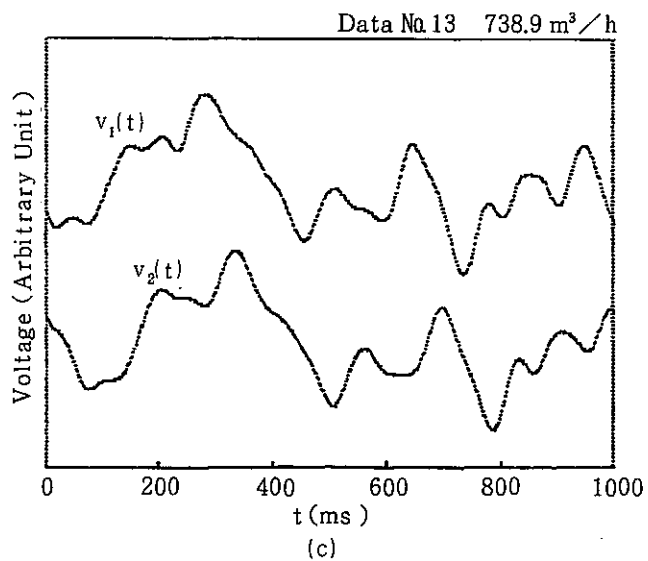
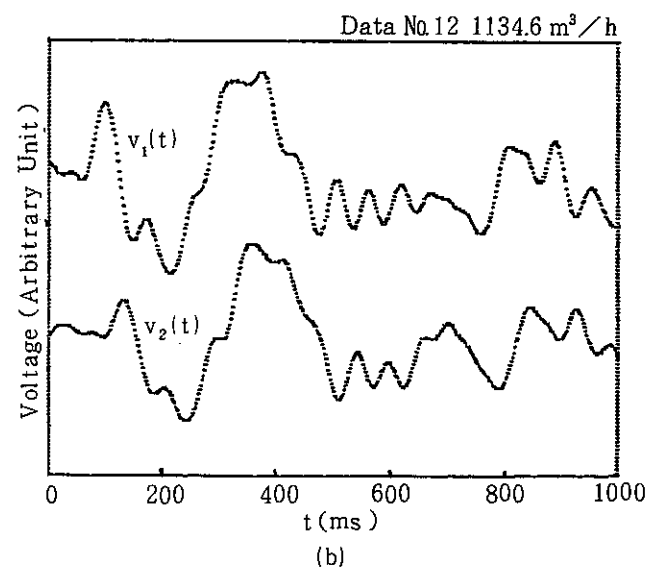
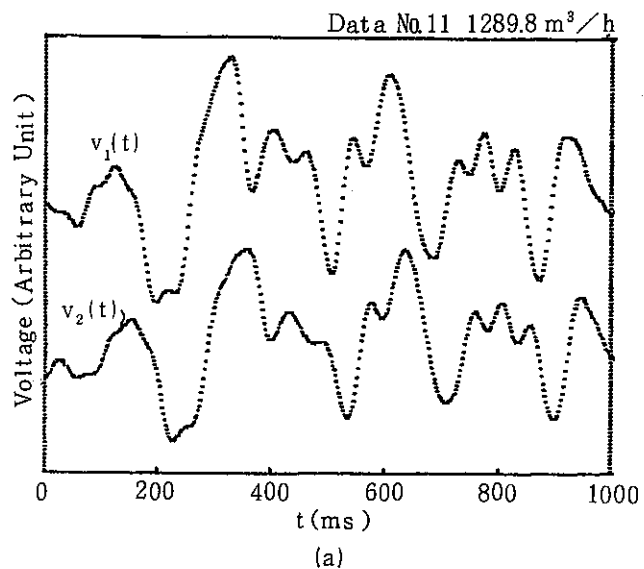


Fig. 2 - 10 (Cont.) Examples of Wave Form of Voltage Fluctuation

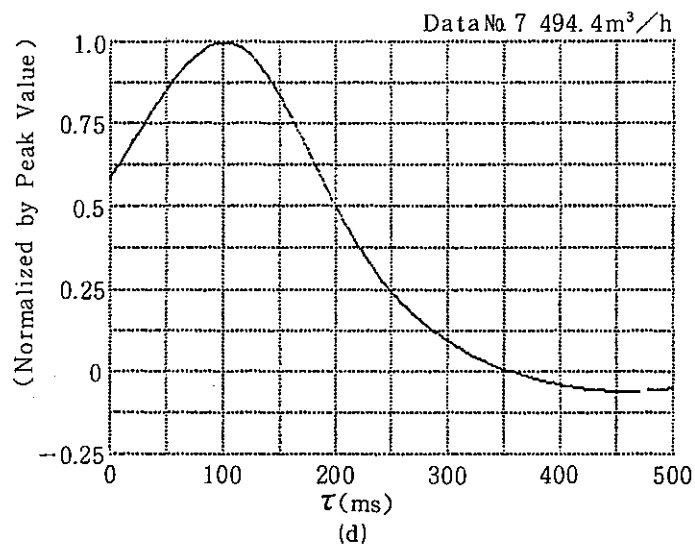
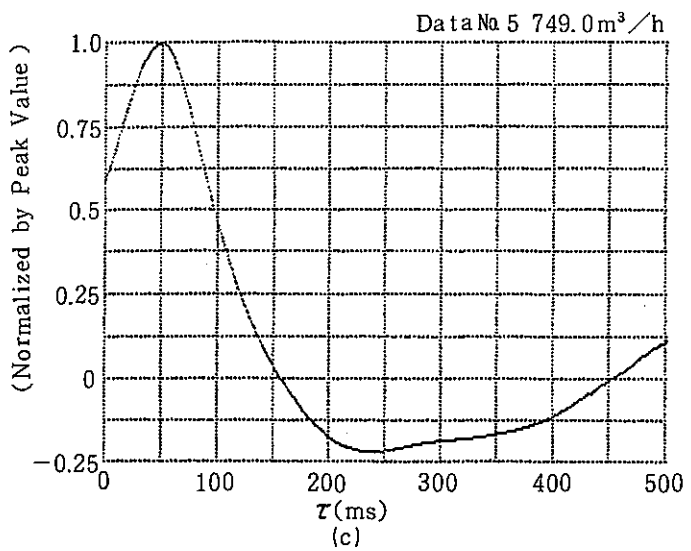
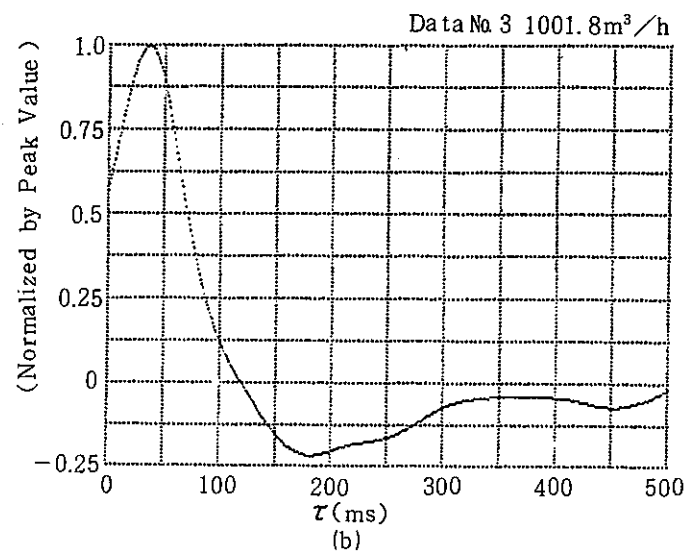
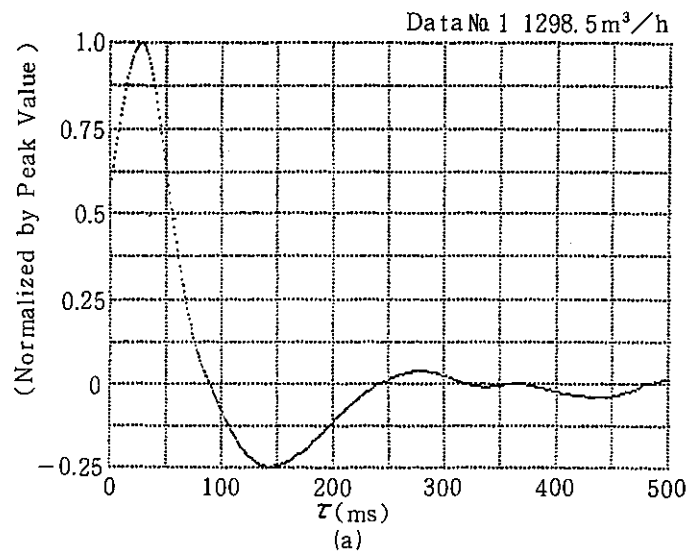


Fig. 2 - 11 Examples of Measured Cross-correlation Function

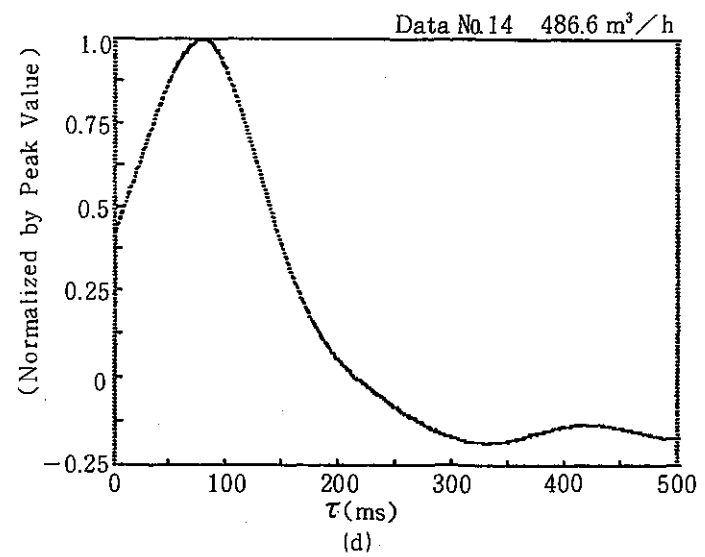
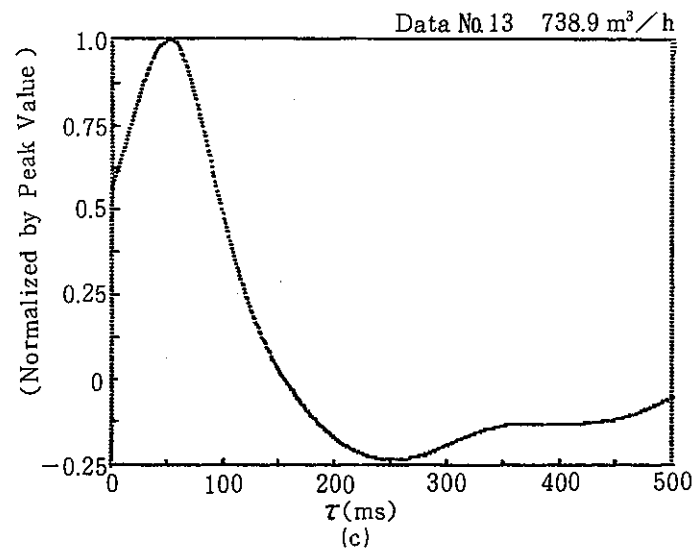
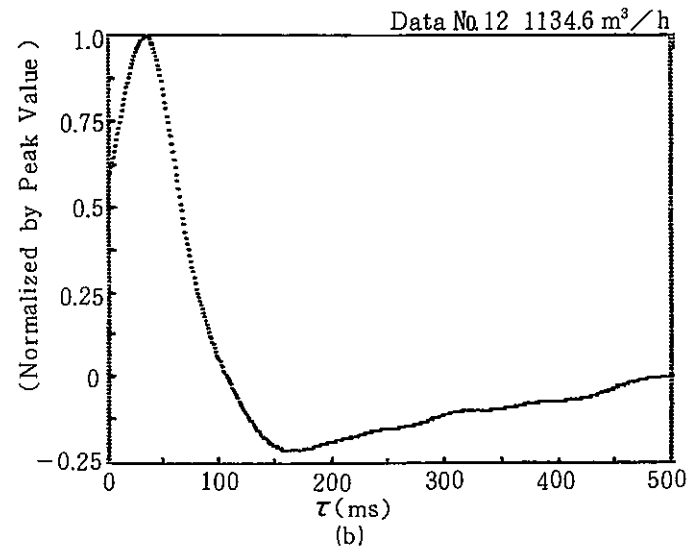
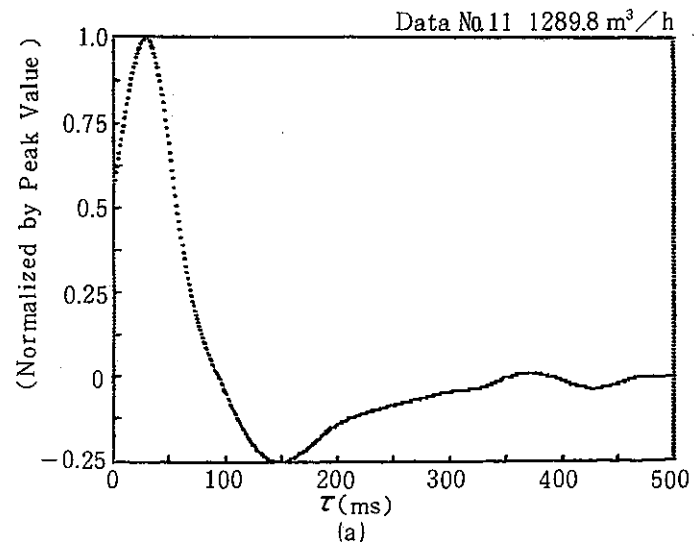
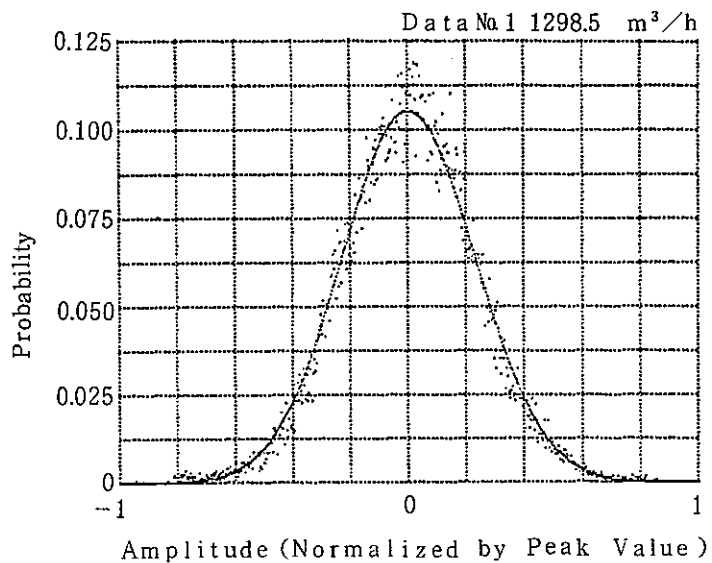
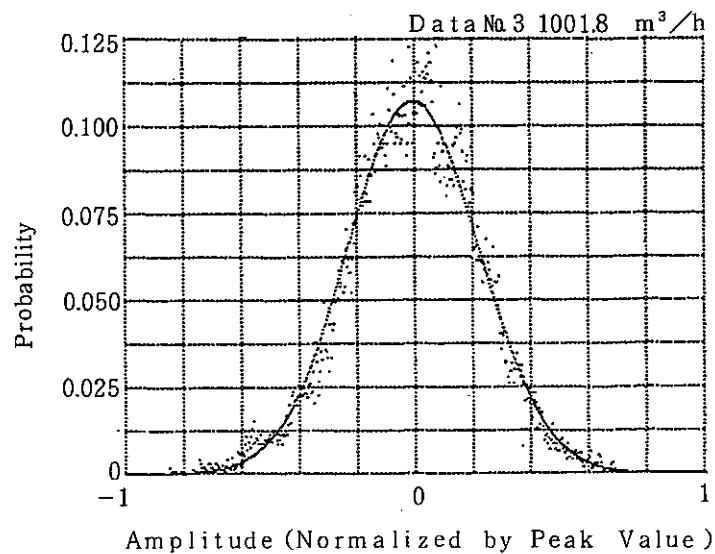


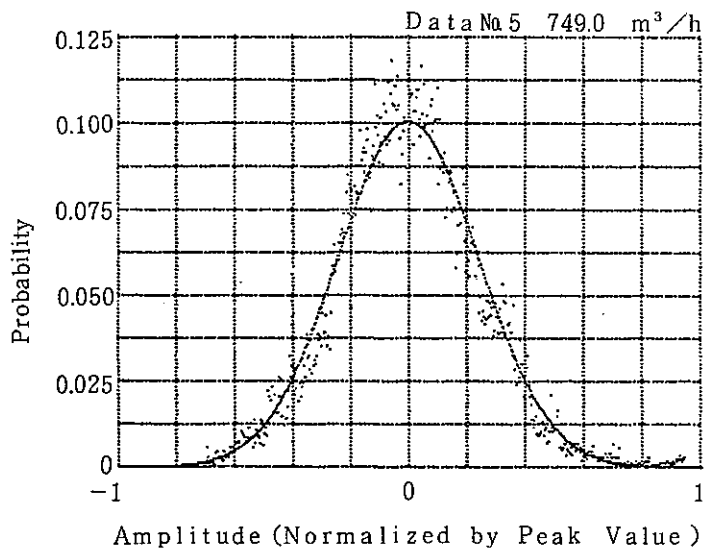
Fig. 2 - 11(Cont.) Examples of Measured Cross-correlation Function



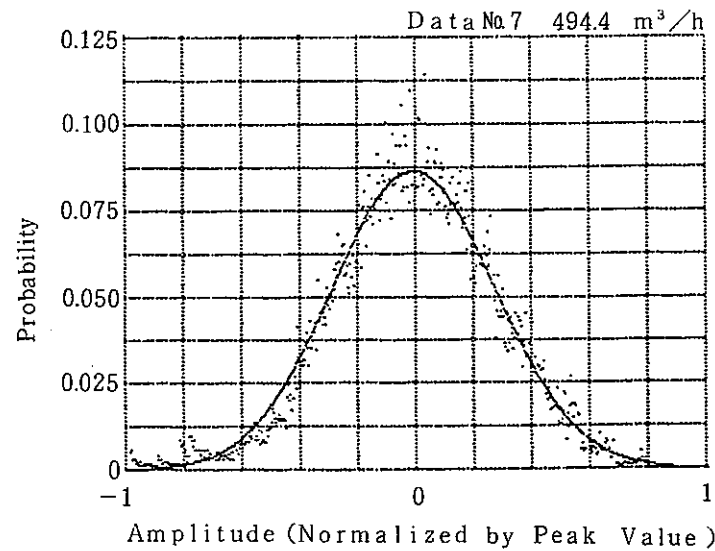
(a)



(b)

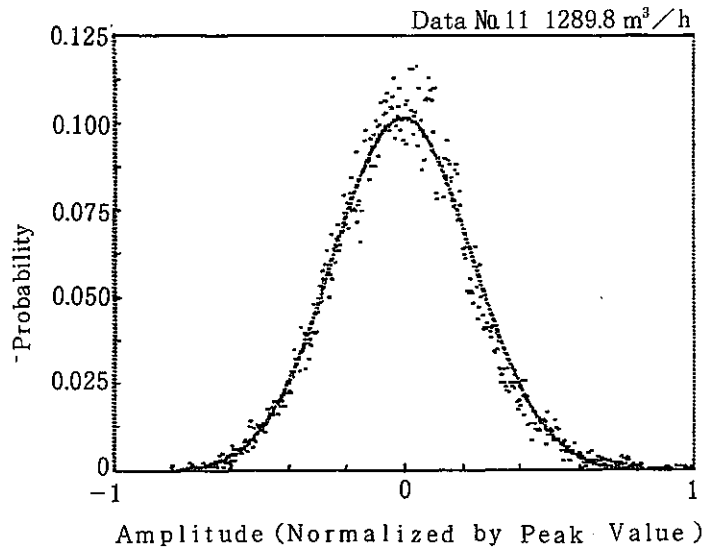


(c)

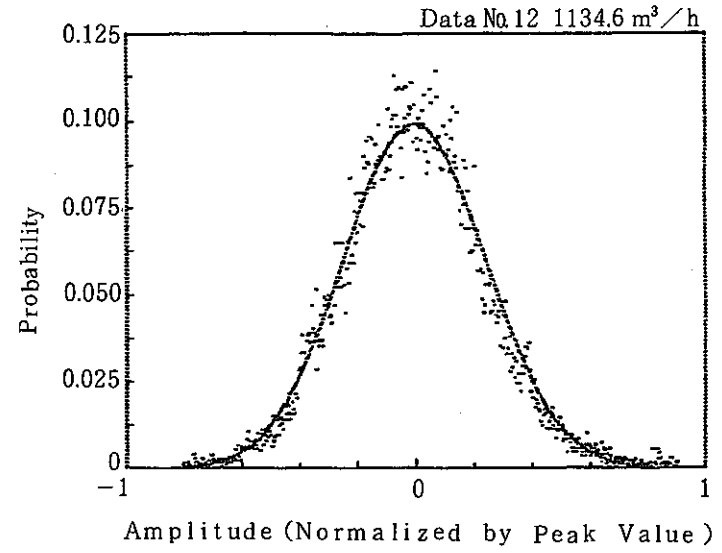


(d)

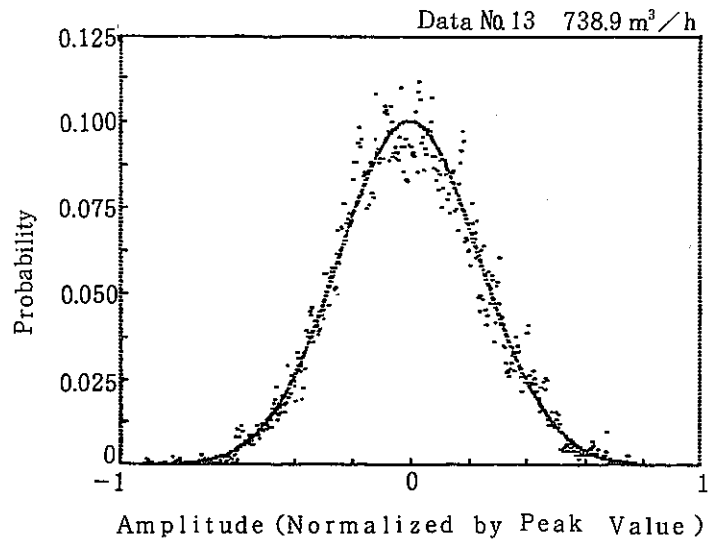
Fig. 2 - 12 Examples of Amplitude Distribution



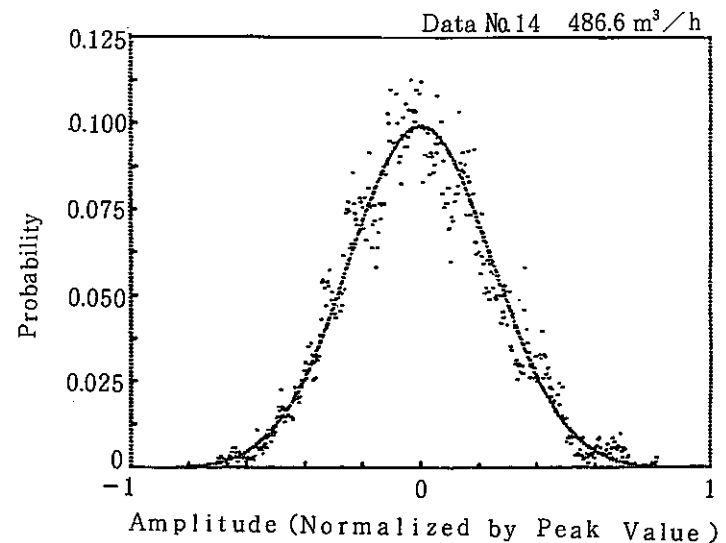
(a)



(b)

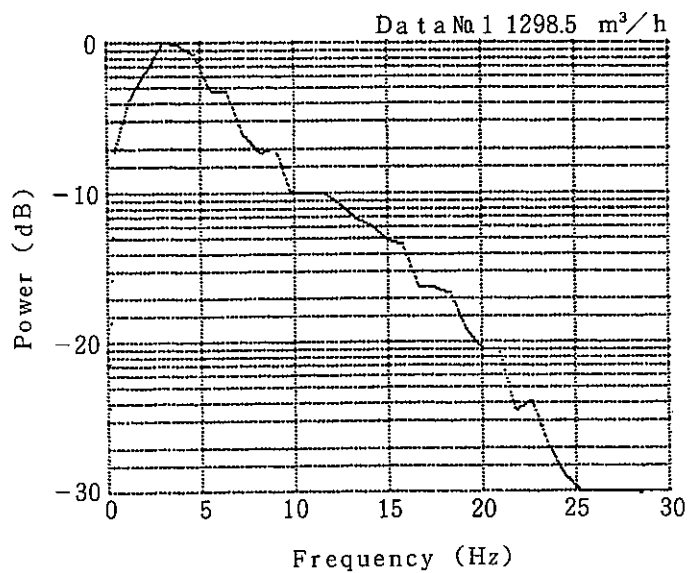


(c)

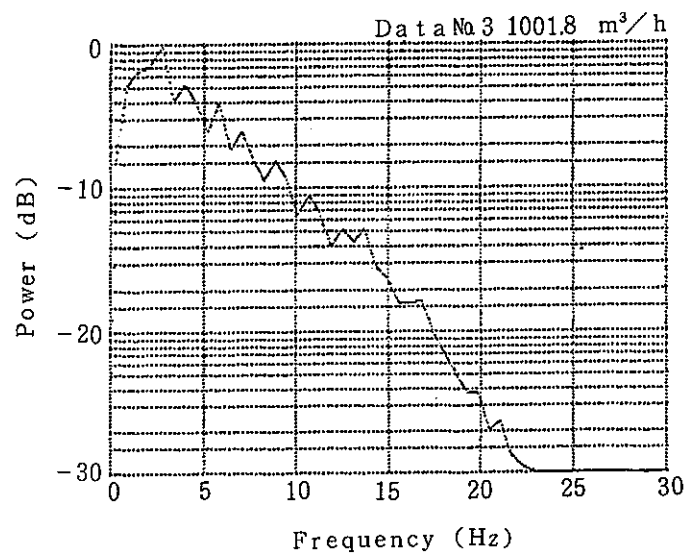


(d)

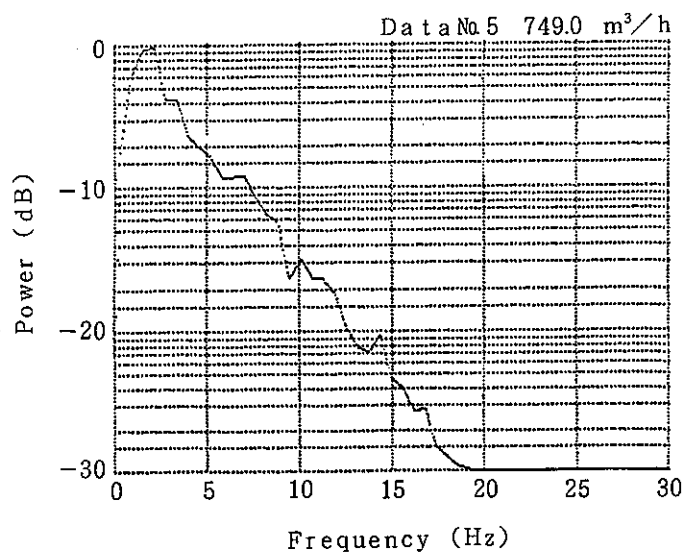
Fig. 2 - 12 (Cont.) Examples of Amplitude Distribution



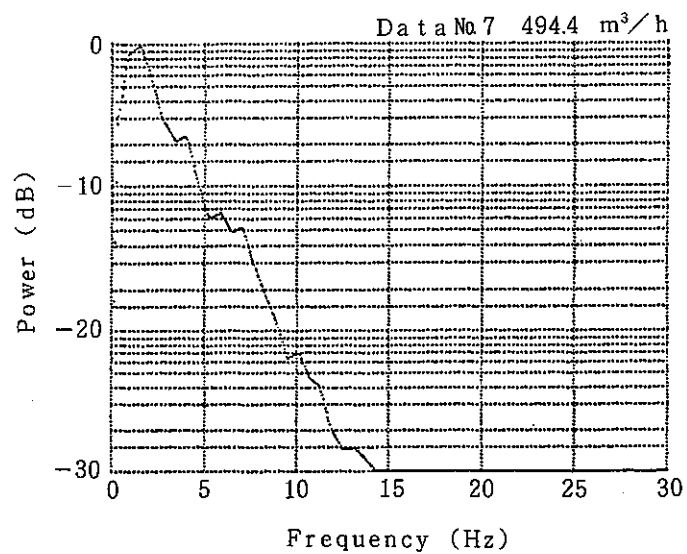
(a)



(b)

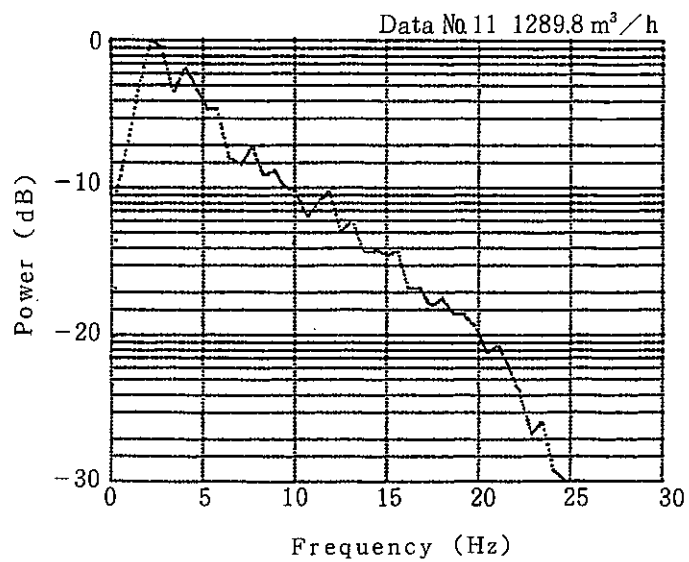


(c)

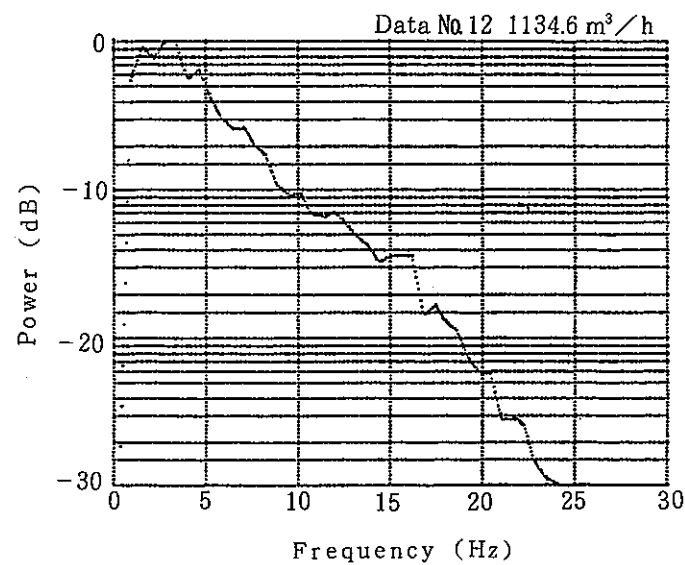


(d)

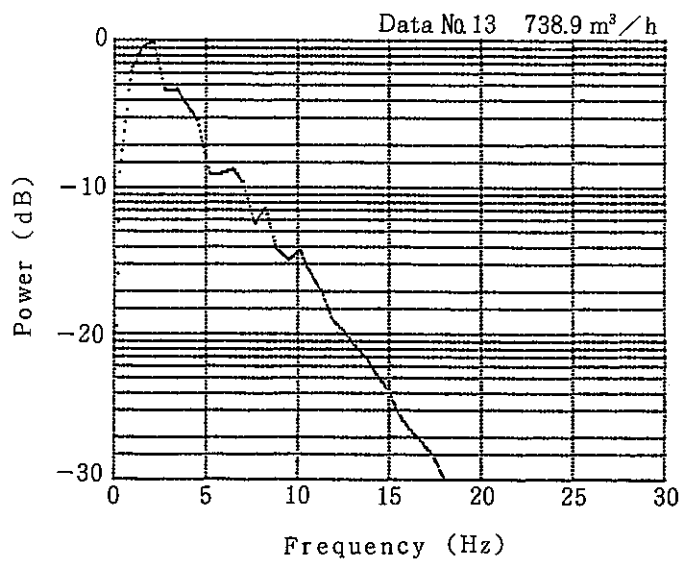
Fig. 2 - 13 Examples of Autopower Spectrum



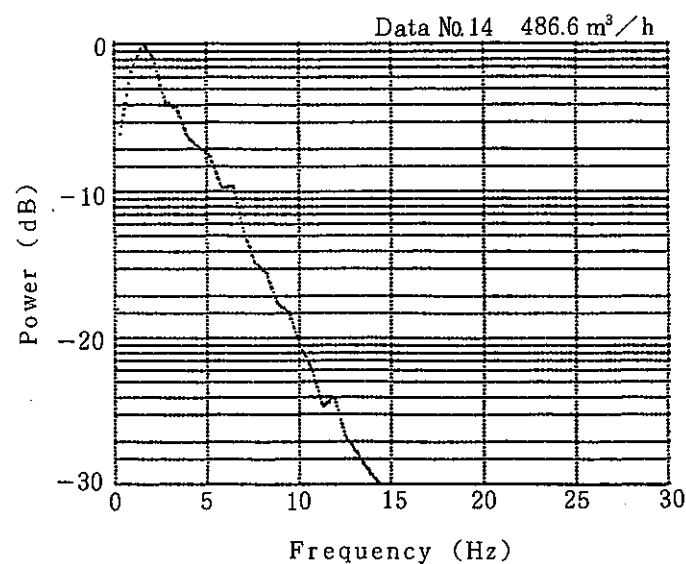
(a)



(b)

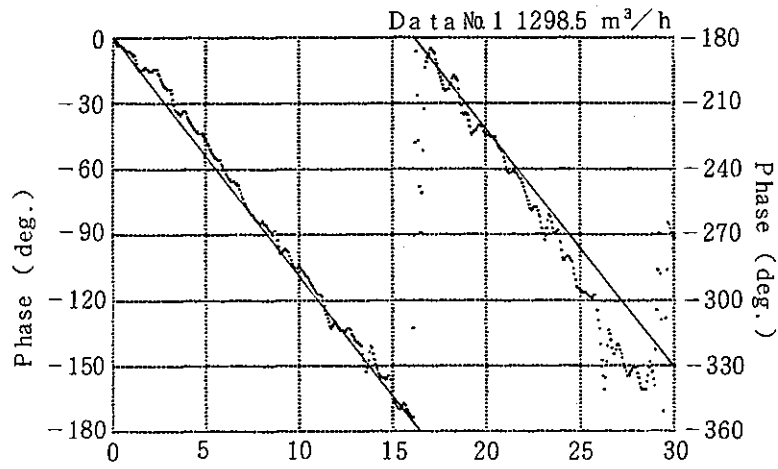


(c)



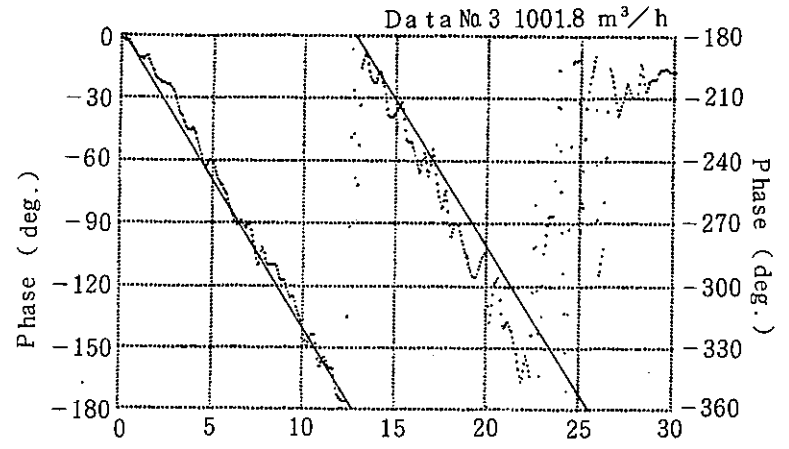
(d)

Fig. 2 - 13(Cont.) Examples of Autopower Spectrum



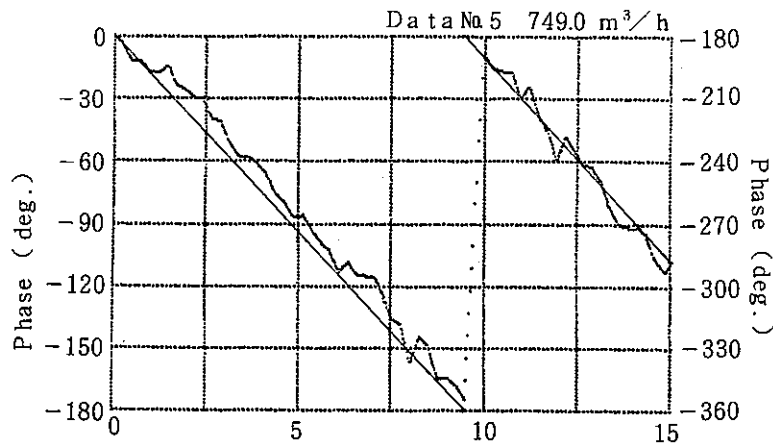
Frequency (Hz)

(a)



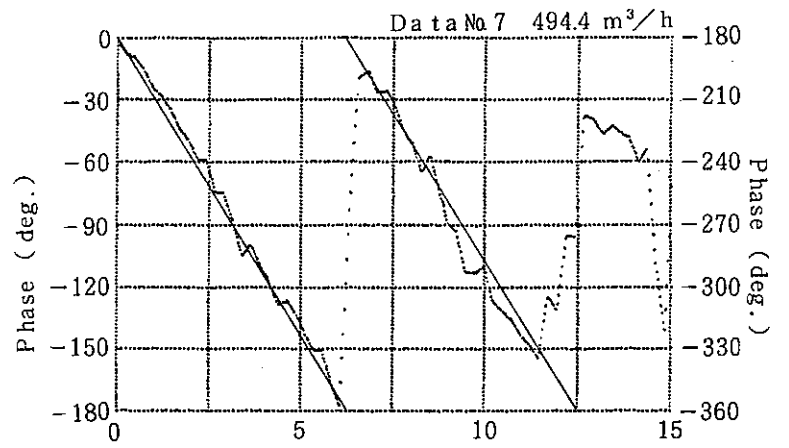
Frequency (Hz)

(b)



Frequency (Hz)

(c)



Frequency (Hz)

(d)

Fig. 2 - 14 Examples of Measured Phase Angle of Cross-power Spectrum

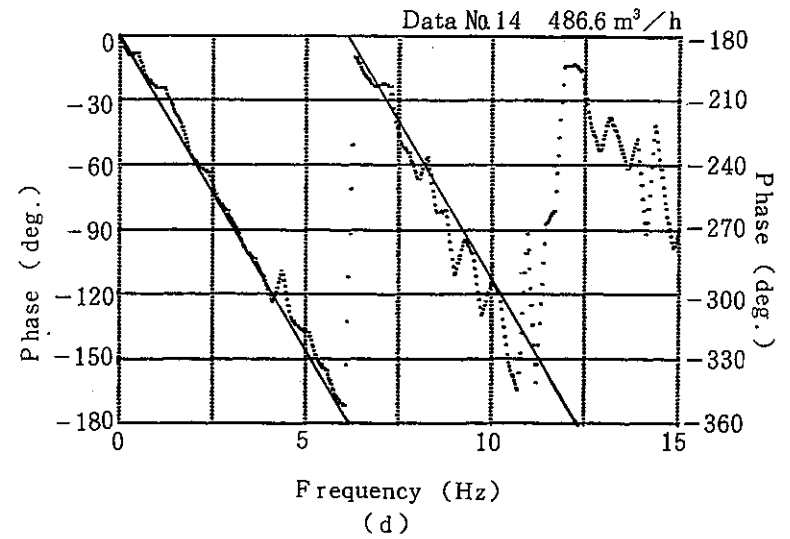
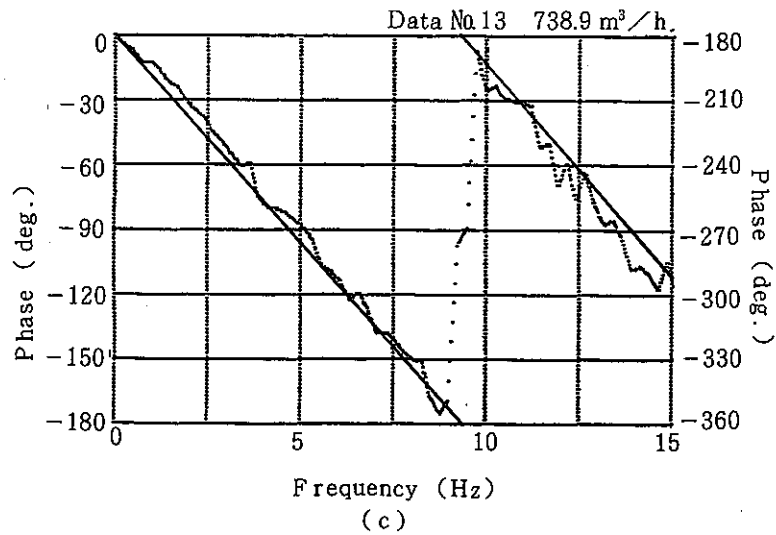
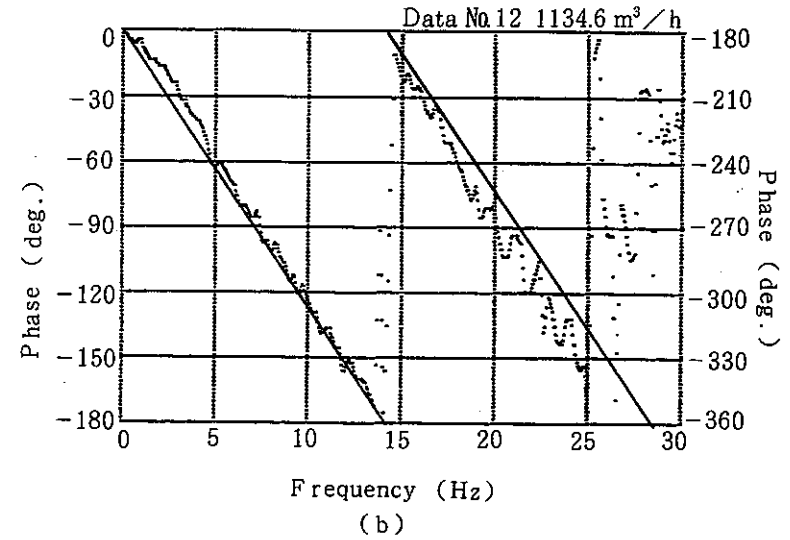
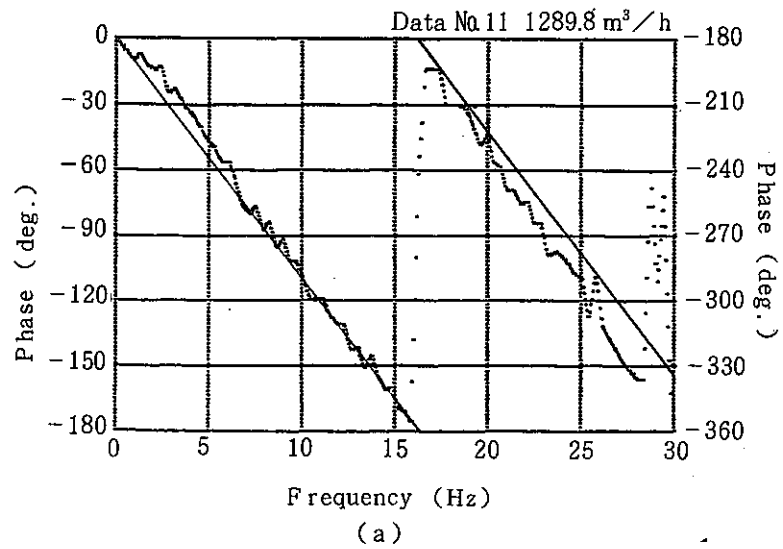


Fig. 2 - 14(Cont.) Examples of Measured Phase Angle of Cross-power Spectrum

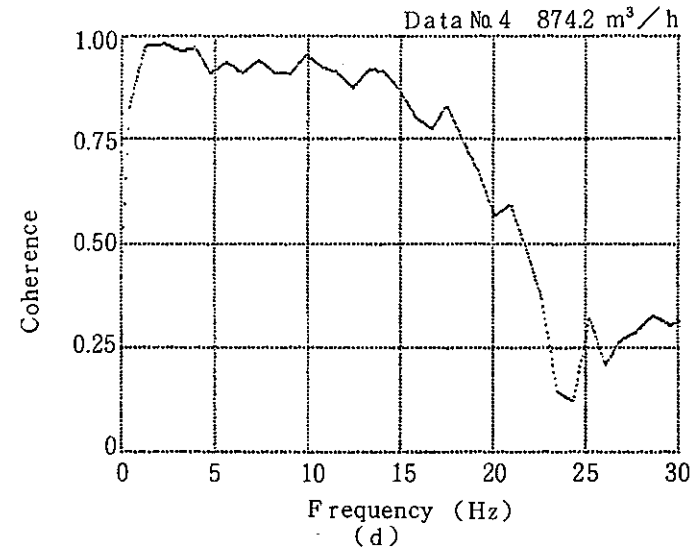
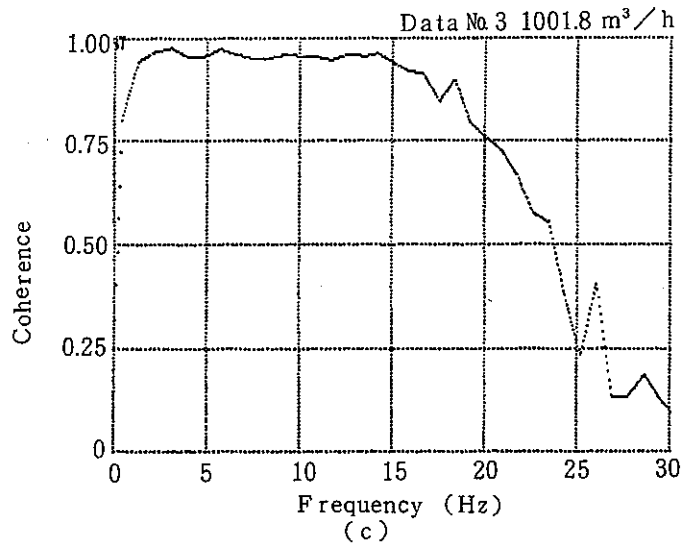
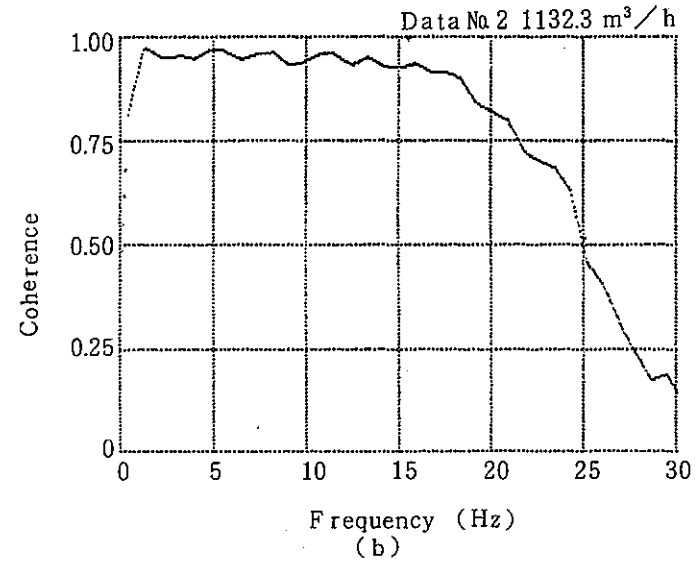
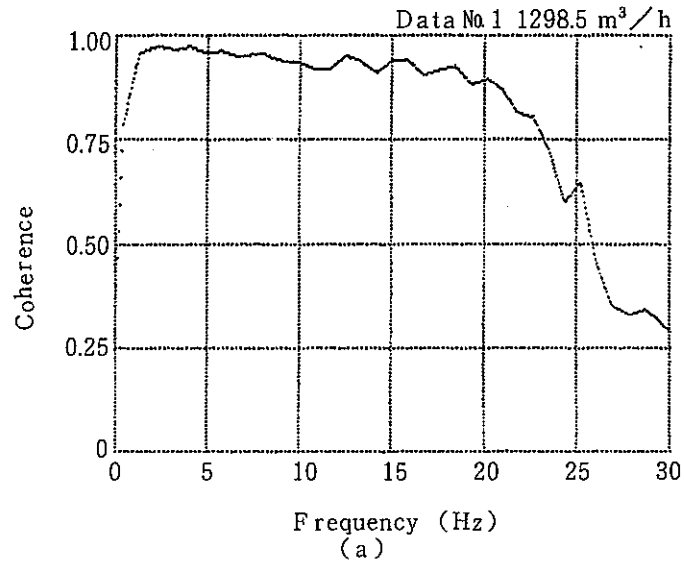


Fig. 2 - 15 Examples of Measured Coherence Function

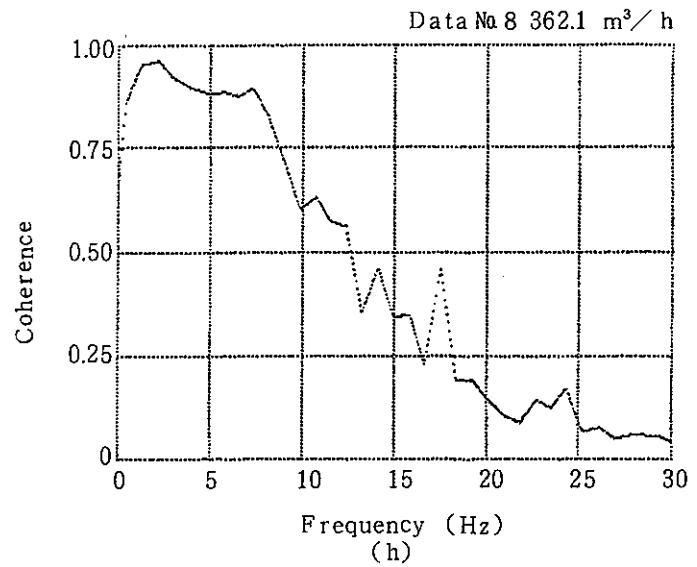
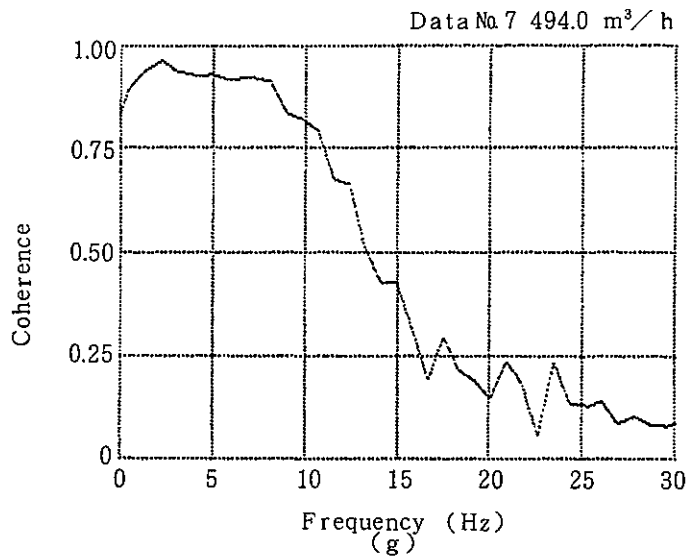
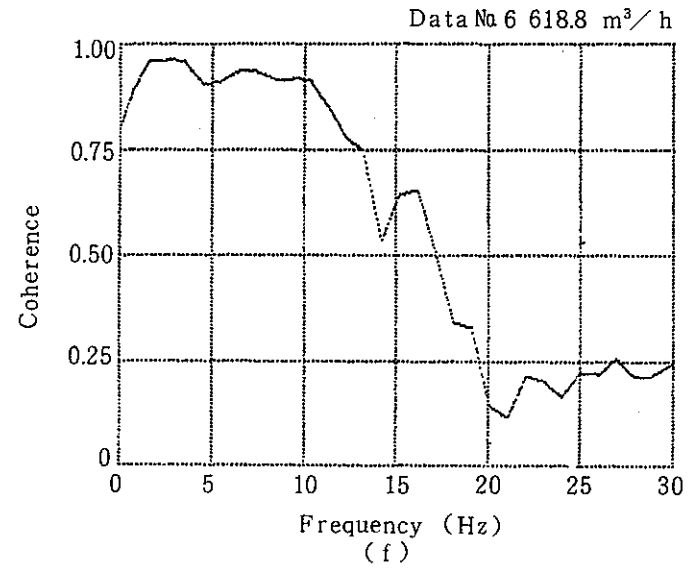
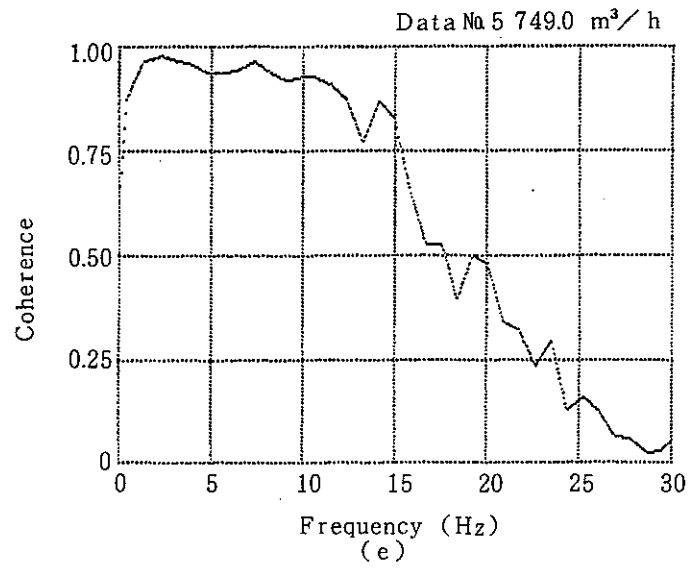


Fig. 2 - 15 (Cont.) Examples of Measured Coherence Function

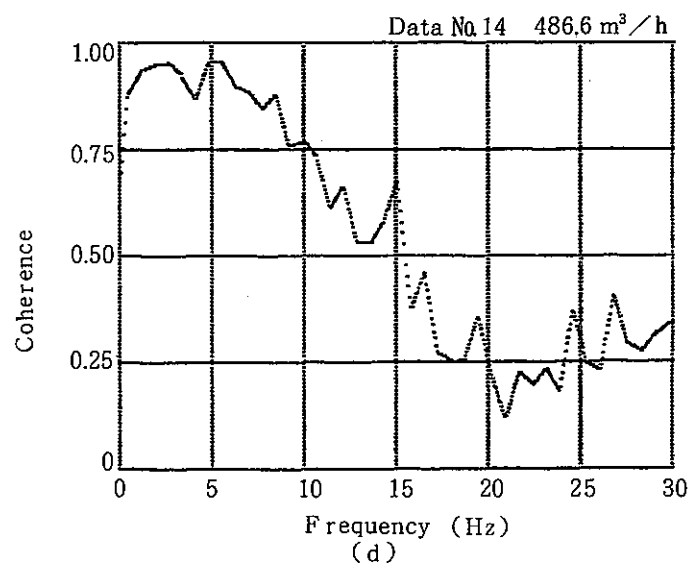
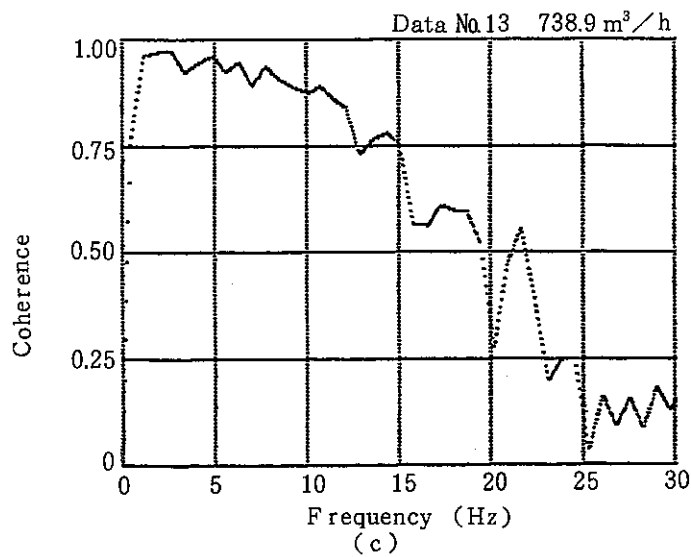
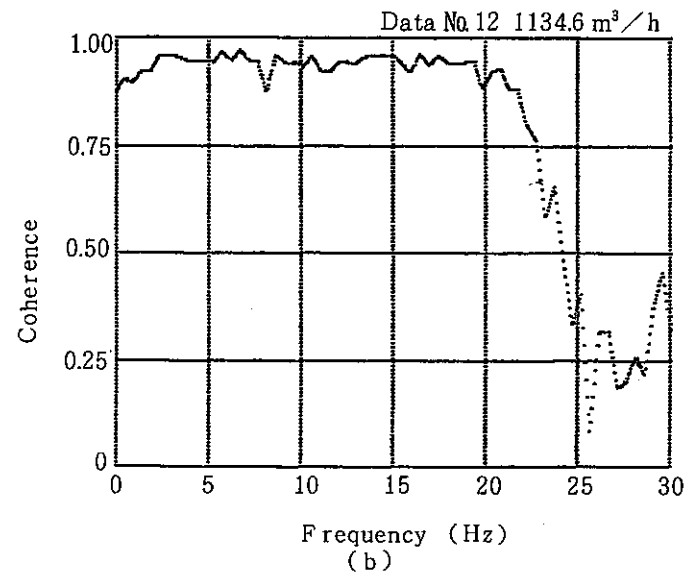
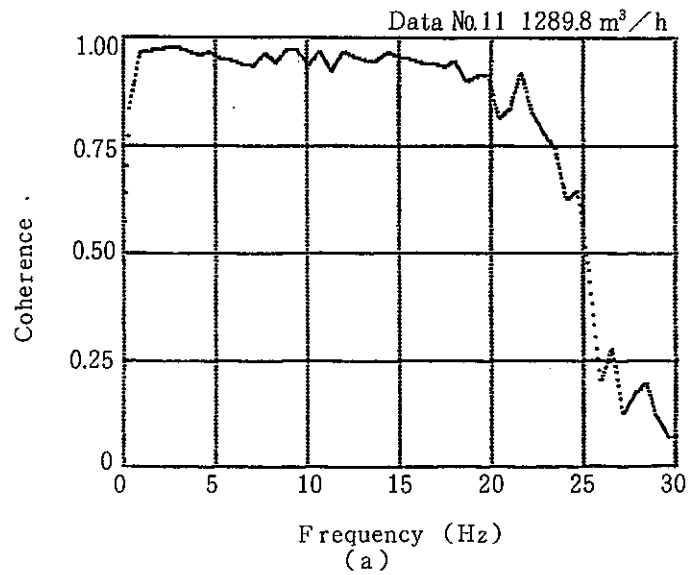


Fig. 2 - 15 (Cont.) Examples of Measured Coherence Function

(3) 信号処理法の決定

本項では、2.2.3における結果を実験的に確認し、ゆらぎの移行時間を決定するために用いる最適な信号処理法を見出す。最初に、相互相関関数法、複素位相関数逆変換法、インパルス応答関数法、複素コヒレンス関数逆変換法による移行時間の測定結果を比較検討する。Table 2-7に、Data No. 1の場合の各信号処理法による移行時間の測定値 τ_m と標準誤差 σ_r を示す。ここで、サンプルサイズはチャンネル当り4096、サンプリング間隔は1ms、関数値を求める際のensemble平均の回数は3であった。また、信号を採取する場合の窓は、2.2.2における検討の結果に基づいて短形窓を採用した。Table 2-7には又、 τ_m の統計誤差の理論計算値も併せて示した。相関関数法による τ_m の統計誤差の計算には後述する(2-88)式を用い、その他はそれぞれ(2-65)、(2-71)、(2-78)式に拠っている。これらの計算では、 $I_{12}(\omega) = 0.9$ と仮定し、 $n_d = 3$ 、 $\omega = 6\pi$ を用いた。 $\omega = 6\pi$ としたのは、今比較を行おうとしているゆらぎ信号の最大パワーを与える周波数が約3Hzであるからである。

Table 2-7によると移行時間の測定値は、相互相関関数による場合が28.5msで最小であり、その他の処理法による場合は30ms程度と大きくなっている。これは、相関関数以外の信号処理法では比較的遅い速度で伝播する高い方の調波成分の重みを相対的に大きくしたのちに、各調波の移行時間の平均化が行われることに拠っている。また、複素位相関数逆変換法、インパルス応答関数法、コヒレンス逆変換法のいずれの処理法においても、実測統計誤差が理論値より小さくなっているが、これは理論値が、3Hzの調波成分の統計誤差を示しているのに対し、実測値では各調波成分のバラツキが平均化され、正負相殺されてしまうためと考えられる。Table 2-7から複素位相関数逆変換法、インパルス応答関数法、コヒレンス逆変換法による実測値の統計誤差がいずれも相関関数法によるそれより大きくなっていることもわかるが、これは、これら3つの方法ではS/Nの悪い比較的高い周波数の調波成分のパワーを相対的に大きくしたことによる影響を受けたためと考えられている。

因みにFig. 2-16には、上述の処理法による比較の際に観察された相関関数、複素位相関数の逆変換関数、インパルス応答関数および複素コヒレンス関数の逆変換関数を示す。この図から、相関関数を除く他の3つの関数は

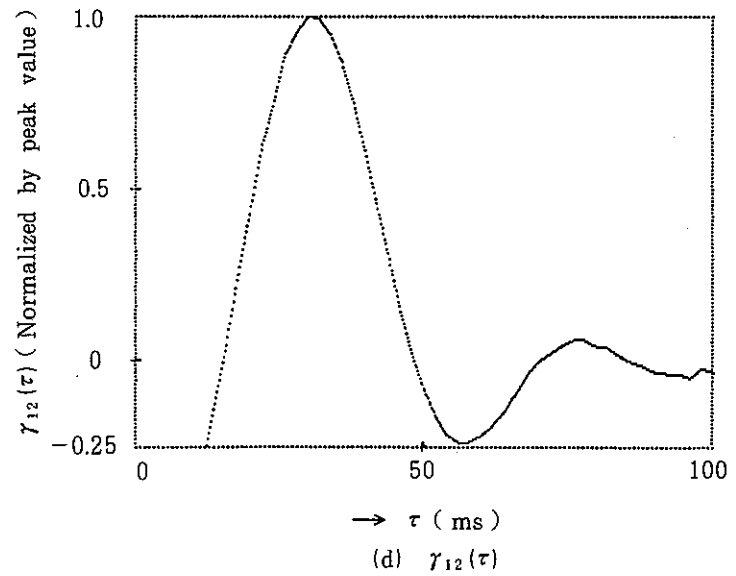
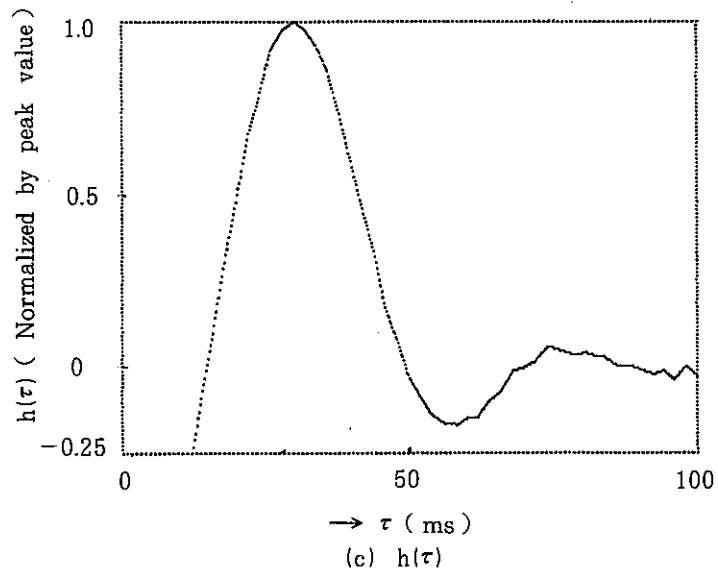
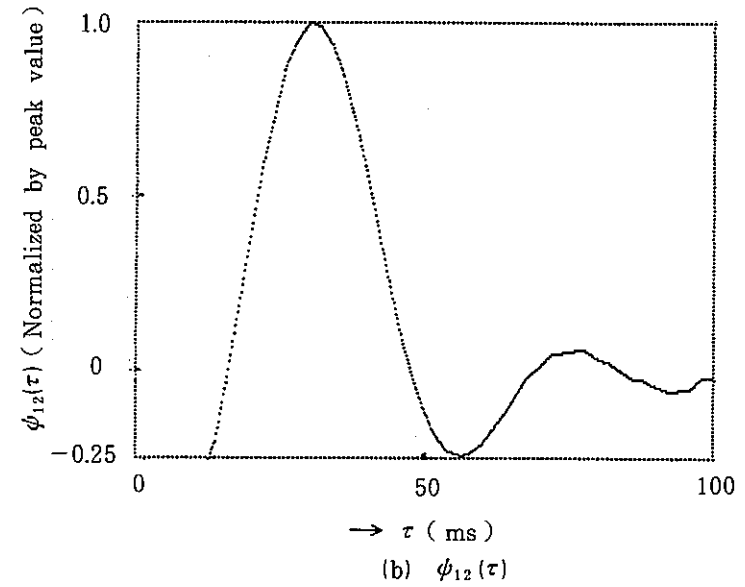
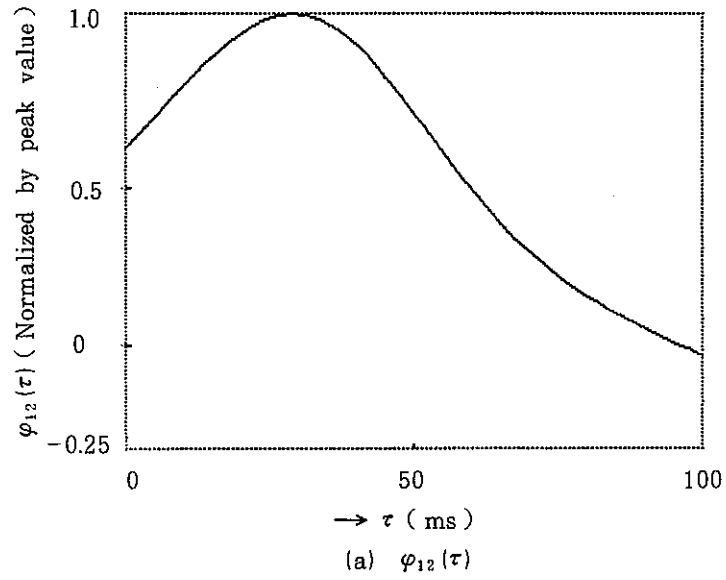


Fig.2 - 16 Comparison of function form among $\phi_{12}(\tau)$, $\phi_{12}(\tau)$, $h(\tau)$ and $\gamma_{12}(\tau)$

ピークが尖鋭化されており，殆んど同じ形をしていることが確認できる。

上述の結果と 2.2.3 に述べたことを総合すると，ゆらぎの移行時間の測定には，予測される遅れ時間の付近だけ相互相関関数の値を時間領域で計算するのが，計算時間，記憶容量，精度等の面で有利であるといえ，以下の信号処理では，この方法を採用する。

Table 2 - 7 Comparison of τ_m and σ_r among Signal Processing Methods

| | measured | | calculated |
|---|---------------|-----------------|-----------------|
| | τ_m (ms) | σ_r (ms) | σ_r (ms) |
| Correlation Function | 28.5 | 0.52 | 0.40 |
| Inverse FFT of Complex Phase Function | 30.0 | 1.24 | 37.8 |
| Impulse Response Function | 30.1 | 1.60 | 8.5 |
| Inverse FFT of Complex Coherence Function | 29.9 | 1.20 | 2.7 |

次に，オートパワースペクトルおよびコヒレンス関数の実測値を (2-54) 式に適用して所要の精度を満たすに必要な，ゆらぎ信号の観測時間を求め，これに基づいて相互相関関数の測定法を決定する。

移行時間の測定にあたっては，統計誤差の許容値を測定値の 1% 程度に設定する。このようにすると，移行時間の最も小さくなる最大流量で，条件が最も厳しくなるので，以下では最大流量の場合について考察する。

最初に，出力電圧のゆらぎの性質が (2-54) 式を導いた際の仮定を満たすか否かを確認する。(2-54) 式は，ゆらぎの振幅分布は正規分布であること，各調波成分は等速度で移行することを仮定しているが，前者については，Fig. 2-12 から，振幅分布の実測値は正規分布の周りにばらついていることが確認できる。調波成分の等速性は，前述のように低周波成分の方が高周波成分より速く移行することが確認されているが，これも (2-54) 式の結果を直ちに無効にする程のものではないと判断される。また $\Phi_{11}(\omega)$ と $\Phi_{22}(\omega)$ の実測値は殆んど等しいことが実験的に確認され，オートパワースペクトルが有意な値をもつ周波数の範囲ではコヒレンス関数がほぼ一定の値をとることから，以下では $\Phi_{11}(\omega) = \Phi_{22}(\omega)$ ， $\Gamma_{12}^2(\omega) = r^2$ (r : 一定値) と考え，付録 7 に示す簡易評価法を適用する。このとき $\phi_{11}(\omega)$ を Fig. 2-17 に示すよう

なやり方で台形近似すると次式が得られる。

$$\Phi_{11}(\omega) \approx \sum A_k T_k(\omega) \tag{2-83}$$

ここで、 A_k は対応する振幅係数であり、 $T_k(\omega)$ は次式で表わされる台形である。

$$T_k(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq \omega \leq \omega_{kL} \\ \frac{1}{\omega_{kL} - \omega_{kH}} (\omega - \omega_{kH}) & \text{for } \omega_{kL} \leq \omega \leq \omega_{kH} \\ 0 & \text{for } \omega_{kH} \leq \omega \end{cases} \tag{2-84}$$

このとき、(2-54)式は、

$$\sigma(\tau_m) \approx \sqrt{\frac{\pi}{T} \cdot \frac{1-\gamma^2}{\gamma^2}} \cdot \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_k A_l \int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) T_l(\omega) d\omega}}{\sum_{k=1}^K A_k \int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) d\omega}} \tag{2-85}$$

に変換でき、上式の分子、分母における積分はそれぞれ次のようになる。

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) d\omega = \frac{1}{12} (\omega_{kL}^3 + \omega_{kL}^2 \omega_{kH} + \omega_{kL} \omega_{kH}^2 + \omega_{kH}^3) \tag{2-86}$$

for $\omega_{kH} \leq \omega_{1L}$

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k^2(\omega) d\omega = \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{(\omega_{kL} - \omega_{kH})^2} (\omega_{kH}^5 + 4\omega_{kL}^5 - 5\omega_{kL}^4 \omega_{kH}) \tag{2-87}$$

for $\omega_{1L} = \omega_{kL}, \omega_{1H} = \omega_{kH}$

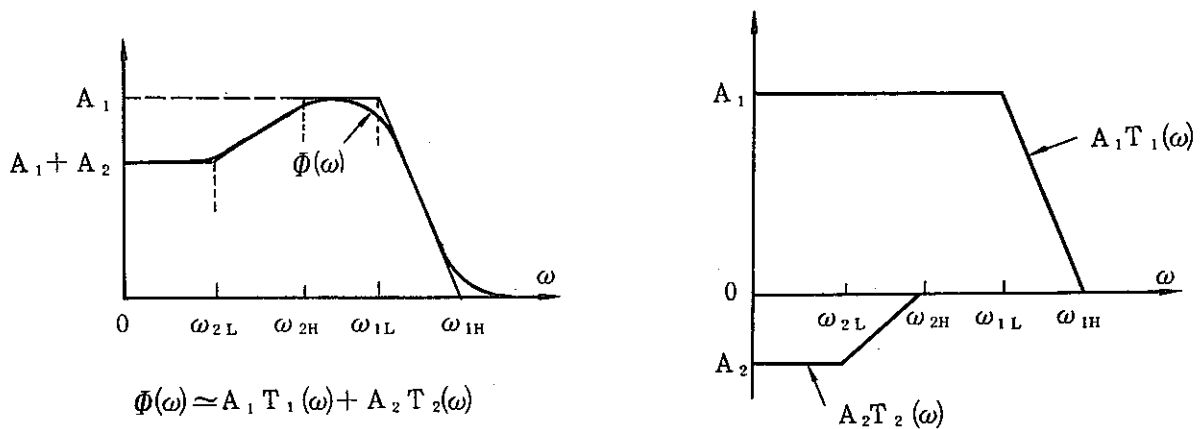


Fig.2 - 17 Trapezoidal approximation scheme of power spectrum

実測パワースペクトルに基づいて $\sigma[\tau_m]$ を評価するため、Fig.2-13(a) のパワースペクトルをリニアスケールで書き直すと、Fig.2-18 の如くなる。Fig.2-18 のスペクトルを12個の台形の和で近似すると、 $A_k, \omega_{kH}, \omega_{kL}$ は Table 2-8 に示すようになる。Fig.2-15(a) から $r^2 = 0.90$ とすると (2-85) 式は

$$\sigma[\tau_m] = 1.389 \times 10^{-3} / \sqrt{T} \quad (2-88)$$

となる。ここで、相互相関関数のピークを与える遅れ時間は、サンプリング間隔の1/2まで分解できるものと考え、この最小分解時間が流体の電極間通過時間の1%を超えず、かつ高速波形記憶装置で設定可能なサンプリング間隔 $\Delta\tau$ は、0.5 ms となる。 $\Delta\tau$ を 0.5 ms と定めると、(2-88) の $\sigma[\tau_m]$ を流体の電極間通過時間の1%すなわち 0.3 ms に押えるためには、 $T \geq 22$ s としなければならない。直接法によって時間領域で相互相関関数を計算する場合、MNC-11 計算機にとり込めるデータ数はチャンネル当り 24576 個であるの

で、0.5 ms のサンプリング間隔に対して見掛上の信号の長さを 22 s 以上にするためには、移行時間の測定における相互相関関数は2回以上の処理の平均として求める必要がある。ここでは、若干の余裕をとり、3回の処理の平

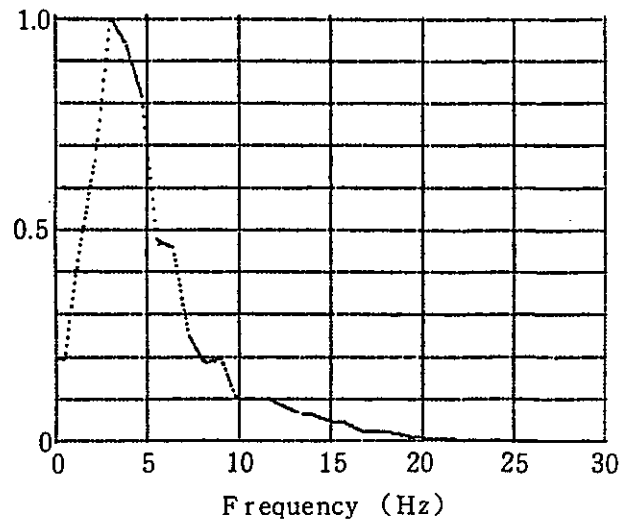


Fig.2-18 Linear Expression of Fig.2-13(a)

Table 2-8 Parameters in Trapezoidal Approximation of $\phi_{11}(\omega)$

| k | A_k | ω_{kH} | ω_{kL} |
|----|--------|---------------|---------------|
| 1 | 0.023 | 132.1 | 115.6 |
| 2 | 0.023 | 104.9 | 99.3 |
| 3 | 0.019 | 94.3 | 89.8 |
| 4 | 0.035 | 84.1 | 74.1 |
| 5 | 0.092 | 61.7 | 57.2 |
| 6 | 0.054 | 51.1 | 46.6 |
| 7 | 0.215 | 46.6 | 40.4 |
| 8 | 0.019 | 40.4 | 34.8 |
| 9 | 0.319 | 34.8 | 30.3 |
| 10 | 0.142 | 30.3 | 24.7 |
| 11 | 0.058 | 24.7 | 20.2 |
| 12 | -0.808 | 20.2 | 3.4 |

均として、相互相関関数を求めるものとする。

(4) ゆらぎの電極間移行時間の測定

上述の結果に基づいてゆらぎの相互相関関数を測定し、これから求めたゆらぎの電極間移行時間を Table 2-9 に示す。表で Q_r は基準流量であり、電磁流量計の平均出力電圧から求められた流量の値である。また、 τ_m は相互相関関数から求めた電極間移行時間の 11 回の測定の平均値を表わし、± に続く数値は τ_m の 11 回の測定における標準誤差を表わしている。 Q_c は、 $\pi a^2 L / \tau_m$ から求めた、つまり修正なしの流量である。Fig. 2-19 には Q_c と Q_r の比較を示す。

Fig. 2-19 または Table 2-9 より、 Q_c にある係数を乗じると、 Q_r が得られるだろうことが、容易に推察される。この係数の実測値とも言うべき Q_r / Q_c は、Data Block I および II に対し、それぞれ 0.928 ~ 0.943 および 0.935 ~ 0.938 の範囲にあり、平均値は共に 0.936 であった。Data Block I および II では、測定時期に 1 年以上のずれがあるが、Fig. 2-19 また Table 2-9 からわかるように、測定結果は互いによく一致し、統計誤差も ± 1% 程度であることから再現性は、非常に良好であるといえる。流速分布に起因する系統誤差の補正法や統計誤差の低減法など、以下では主に較正精度との関連から、実験結果をもう少し詳しく検討する。

Table 2-9 Comparison of Flow Rate by Correlation Method without Correction with Reference

| Data Block | Data No. | Reference Flow Rate Q_r [m ³ /h] | Transit Time τ_m [ms] | Flow Rate Q_c [m ³ /h] | Statistical Error [%] | Q_r / Q_c |
|------------|----------|---|----------------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------|
| I | 1 | 1298.5 | 28.27 ± 0.26 | 1400.0 ± 13.1 | 0.9 | 0.928 |
| | 2 | 1132.3 | 32.75 ± 0.29 | 1208.6 ± 10.8 | 0.9 | 0.937 |
| | 3 | 1001.8 | 37.05 ± 0.42 | 1068.5 ± 12.1 | 1.1 | 0.938 |
| | 4 | 874.2 | 42.50 ± 0.45 | 931.4 ± 9.9 | 1.1 | 0.939 |
| | 5 | 749.0 | 49.36 ± 0.50 | 801.9 ± 8.2 | 1.0 | 0.934 |
| | 6 | 618.8 | 59.82 ± 0.56 | 661.7 ± 6.3 | 1.0 | 0.935 |
| | 7 | 494.4 | 75.00 ± 0.45 | 527.8 ± 3.2 | 0.6 | 0.937 |
| | 8 | 362.1 | 103.1 ± 1.10 | 383.9 ± 4.2 | 1.1 | 0.943 |
| II | 11 | 1289.8 | 28.68 ± 0.25 | 1380.1 ± 12.2 | 0.9 | 0.935 |
| | 12 | 1134.6 | 32.77 ± 0.26 | 1207.8 ± 9.7 | 0.8 | 0.939 |
| | 13 | 738.9 | 50.09 ± 0.44 | 790.2 ± 7.0 | 0.9 | 0.935 |
| | 14 | 486.6 | 76.18 ± 0.87 | 519.6 ± 6.0 | 1.2 | 0.936 |

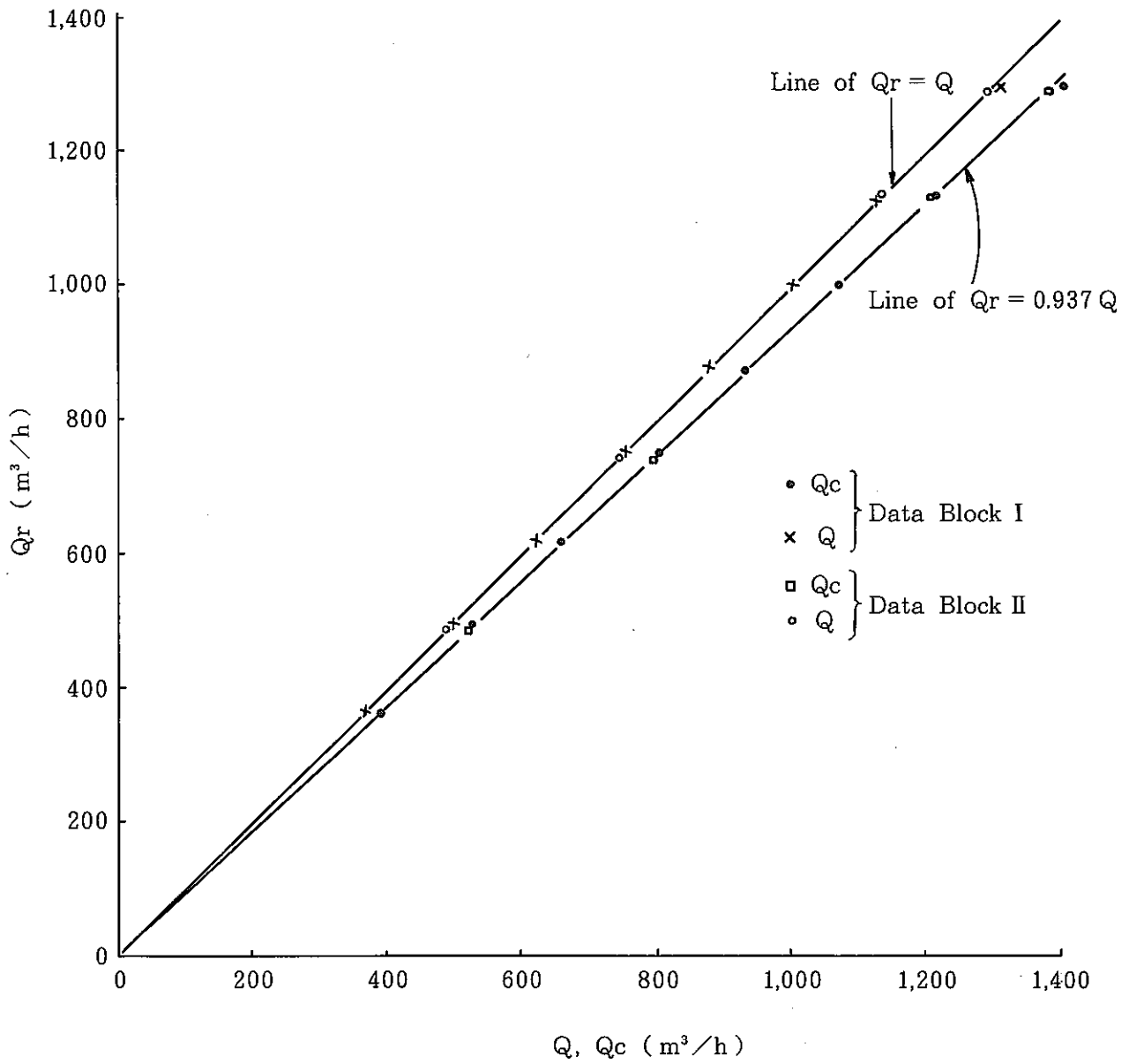


Fig.2 - 19 Comparison of Flow Rate by Correlation Method with Reference

2.3.3 検 討

実験によっても確認されたように、ゆらぎの調波成分の移行速度は、比較的
低周波成分の方が、比較的高周波成分のそれより速い。これは、流速変動が局
所的な平均流速で移行することを意味しており、ゆらぎの移行速度から平均流
速を得るためには、管内流速分布を考慮した補正が必要であることを示してい
る。以下では、2.1の議論に基づいて Q_c を補正し、これを基準流量と比較検
討する。

(1) 系統誤差の補正

$Q_c = \pi a^2 L / \tau_m$ から(2-11)式に基づいて真の流量 Q を求めるために
は、 λ 、 p_0 、 $I(p_0)$ を知らねばならない。このうち、 λ は既にTable 2-6
に求められている。 p_0 は強い相関を示す上限の周波数から(1-41)式を
用いて求まるが、議論を先に進めるに当り、強い相関の定義をしておかなけ
ればならない。そこで、今仮に $\Gamma_{12}(f) \geq 0.7$ を強い相関と考えることにする。
そうすると、 $f(p_0)$ は $\Gamma_{12}(f) = 0.7$ を与える周波数としてFig.2-15に示
したコヒレンス関数の実測値から求まる。 p_0 が得られると $I(p_0)$ は付録2
に示す式により求められる。

Table 2-10 Corrected Flow Rate and Parameters
used in the Correction

| Data Block | Data No. | Reference Flow Rate Q_r (m^3/h) | Flow Rate Q Corrected from Q_c (m^3/h) | Systematic Error (%) | Corretion Factor κ | | $I(p_0)$ | p_0 | $f(p_0)$ |
|------------|----------|---------------------------------------|--|----------------------|---------------------------|-------|----------|-------|----------|
| | | | | | Individual | Mean | | | |
| I | 1 | 1298.5 | 1311.8 | 1.0 | 0.935 | 0.937 | 1.023 | 0.759 | 23.8 |
| | 2 | 1132.3 | 1132.4 | 0.0 | 0.938 | | 1.080 | 0.781 | 22.9 |
| | 3 | 1001.8 | 1001.2 | -0.1 | 0.938 | | 1.107 | 0.791 | 21.3 |
| | 4 | 874.2 | 872.7 | -0.2 | 0.938 | | 1.113 | 0.793 | 19.0 |
| | 5 | 749.0 | 751.4 | 0.3 | 0.936 | | 1.080 | 0.781 | 15.6 |
| | 6 | 618.8 | 620.0 | 0.2 | 0.935 | | 1.091 | 0.785 | 13.4 |
| | 7 | 494.4 | 494.5 | 0.0 | 0.936 | | 1.118 | 0.795 | 11.3 |
| | 8 | 362.1 | 359.7 | -0.7 | 0.937 | | 1.160 | 0.810 | 9.1 |
| II | 11 | 1289.8 | 1291.8 | 0.2 | 0.935 | 0.936 | 1.031 | 0.761 | 23.7 |
| | 12 | 1134.6 | 1130.5 | -0.4 | 0.938 | | 1.086 | 0.782 | 22.9 |
| | 13 | 738.9 | 739.6 | 0.1 | 0.935 | | 1.076 | 0.780 | 15.3 |
| | 14 | 486.6 | 486.3 | -0.1 | 0.935 | | 1.095 | 0.788 | 10.8 |

こうして、Table 2-6 に示した実験条件に対して、 $f(p_0)$ 、 p_0 、 $I(p_0)$ および Q_c を真の流量 Q に変換する修正係数 κ は Table 2-10 に示すようになる。Data Block I の場合、修正係数の実験値ともいうべき Q_r/Q_c が 0.928 ~ 0.943 であったのに対し、修正係数 κ は 0.935 ~ 0.938 の範囲にあることが Table 2-10 からわかる。 Q_r/Q_c と κ の平均値は、それぞれ 0.936 および 0.937 であった。一方、Data Block II の場合の κ の範囲は 0.935 ~ 0.938、平均値は 0.936 となり、Data Block I の場合とよく一致している。Table 2-9 に示す流量 Q は、 Q_c に各データブロックにおける κ の平均値 0.937 と 0.936 をそれぞれ乗じて得られた値である。 $\kappa = 0.936 \sim 0.937$ とすると、大雑把にいて p_0 は 0.79 程度になる。これは、相関法によって求まるゆらぎの移行速度は、円管の中心から半径 0.79 a の範囲の平均流速に一致することを示している。換言すれば、中心から半径 0.79 a の範囲の平均流速を全断面平均流速に変換するために $\kappa = 0.936 \sim 0.937$ を乗じることが必要となるのである。Fig. 2-19 には、 Q と Q_r の比較も併せて示した。Table 2-10 に示す Systematic Error は Q の Q_r に対する誤差であり、全計測範囲において $\pm 1\%$ 以内にあることが認められる。

ここまでは、修正係数 κ を得るため、強い相関の下限を $\Gamma_{12}(f) = 0.7$ と仮定して議論を進めてきたが、 $\Gamma_{12}(f)$ が少し位変化しても得られる κ の値は余り変わらないことが次の様に確かめられる。Data No. 1, 1298.5 m³/h の場合を例にとると、 $0.6 \leq \Gamma_{12}(f) \leq 0.8$ の範囲で $0.78 \geq p_0 \geq 0.74$ および $0.932 \leq \kappa \leq 0.938$ となり、 κ の値は高々 0.6% 程度しか変化しない。従って 12B 程度の規模の流量計では、強い相関の下限を $\Gamma_{12}(f) \approx 0.7$ として修正係数 κ を求めることができるといえよう。

(2) 統計誤差

Data No. 1, 流量が 1298.5 m³/h のとき、 $T \approx 37$ s であるので (2-88) 式に基づく統計誤差評価値は 0.23 ms であるのに対し、移行時間の測定値の標準誤差は 0.26 ms であった。ゆらぎ信号のサンプリングに伴うバラツキの効果を補正するシェパードの補正⁽⁴⁹⁾を考慮すると τ_m の測定値の統計誤差 $\sigma[\tau_m]$ は、

$$\sigma[\tau_m] = \sqrt{\sigma^2[\tau_m] + \frac{1}{12} \Delta \tau^2} \quad (2-89)$$

と書ける。ここで $\Delta\tau$ はサンプリング間隔である。このとき (2-88) 式は、

$$\sigma'(\tau_m) = \sqrt{\left(\frac{1.93}{T} + 0.0208\right) \times 10^{-6}} \quad (2-90)$$

と補正される。この式による流量 $1298.5 \text{ m}^3/\text{h}$ の場合の移行時間の統計誤差の評価値は 0.27 ms となり、実測値と非常によく一致する。相互相関関数を1回の処理から求めたとき、すなわち $T = 13.3 \text{ s}$ のとき移行時間の測定値の標準誤差は 0.39 ms であり、実測標準誤差を s と表わすと、

$$s \equiv \sqrt{s'^2 - \frac{1}{12}\Delta\tau^2} \sim \frac{1}{\sqrt{T}} \quad (2-91)$$

となることが確かめられた。

Table 2-9 から Q_c の規格化標準誤差すなわち Q の規格化標準誤差は約 1% となっているが、相互相関関数を求める際の平均化の回数を増して、 T を見掛上大きくすれば、統計誤差をさらに小さくできる。しかしながら、シェパードの補正を考慮に入れた (2-89) 式からわかるように統計誤差を $\Delta\tau^2/12$ より小さくすることはできない。しかも $\sigma(\tau_m)$ の方も $1/n$ に小さくしようとする n^2 に比例して処理回数が増えることに注意すべきである。従って、相互相関関数を求める場合の信号長は、所要の精度とコストの兼ね合いから決定されるべきである。ここでの場合は、系統誤差を補正後の誤差と統計誤差を加えた全誤差は、全計測範囲において 1~2% になるようにした。これは「常陽」1次主冷却系用電磁流量計の据付前に行われた試験施設における校正精度に匹敵する値である。

(3) 相関法の適用における留意事項

1) 流動条件

相関法に関するこれまでの議論では、管壁が滑らかな流動管内の充分発達した定常な流れが軸対称な流速分布をもつことを前提としている。従って、相関法の適用にあたっては、これらの条件の成立に配慮を要する。

管内面が滑らかでない場合には、管内流速分布や速度変動の周波数分布に、ずれを来たす虞れがある。高速炉の冷却系に用いられる配管の内面は滑らかであると考えられるが、管内壁に不純物が沈着するときには滑らかさが失われる。不純物の沈着を防ぐためには、Naの純度を高めることが有効で、Na中の不純物濃度が 10 ppm 以下になるように純度管理を行えば、

沈着に関する問題の生じないことが知られている。

流れの定常性はゆらぎ信号の定常性と密接に関連し、測定値の統計誤差に影響を与えるし、流速分布の軸対称からのずれは速度変動の周波数の管内分布にもずれを引きおこし、この結果として系統誤差を正しく補正することができなくなる。従って、流れの定常性や流速分布の軸対称性は、高精度な較正を行うために必須の条件であり、対象電磁流量計の上下流に十分な直管長をとり、流動管内の流れが相関法的前提条件を満たすようにしなければならない。直管部分は長い程よいが、水用の電磁流量計に対して JIS が規定する基準などが一応の目安となろう。

2) 電極間距離

2.1.2 の議論から、流量 Q の測定誤差を小さくするためには、移行時間の測定値や電極間距離の測定値の相対誤差を小さくすることが特に有効であり、このためには電極間距離を大きくとればよいことが判る。電極間距離を大きくするに当っては、ゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲つまりゆらぎの相関に支配的に寄与する円管断面上の領域、およびそこにおけるゆらぎの相関の度合いが極端に小さくならないようにしなければならない。2.3.2 に示した $L = 150 \text{ mm}$ の場合の実験では、ゆらぎの相関に寄与する円管断面上の領域は、 p_0 が $0.76 \sim 0.8$ の程度であり、そこにおけるゆらぎのコヒレンス値は 0.9 程度と非常に強い相関の度合いを示している。従って、この場合には、電極間距離をもう少し大きくした方が、測定精度の面で有利であるといえる。ここでは $L = 150 \text{ mm}$ として製作され、既に原子炉の冷却系に設置された電磁流量計を対象にしたが、因みに電極間距離を 2 倍の $L = 300 \text{ mm}$ としても、2.1.1(3) に示した数値計算の結果から $p_0 = 0.55$ 程度になることが確認でき、コヒレンス値さえ極端に小さくならなければ、電極間距離を今よりも相当程度大きくとれるといえる。

3) 流動管径

2.1 では、速度変動が電圧ゆらぎの相関に支配的に寄与する円管断面上の領域を、速度変動の周波数の管内分布とゆらぎが強い相関を示す上限周波数とから求め、これと管内流速分布から相関法の系統誤差を補正する方法を示した。この方法の有用性は 12 B 電磁流量計を対象に実験的にも確認され、ゆらぎが強い相関を示す上限周波数は、コヒレンス関数が $I_{1/2}^2(f)$

≈ 0.7 となる f として求めればよいことを示した。Table 2-10から $\Gamma_{12}^2(f) = 0.7$ は、流量の広い範囲に対して強い相関の目安と考えることができ、これから求まる相関法の系統誤差の補正係数 k は、広範囲の流量に対してほぼ一定で、その平均値は0.937となることが確められる。このことと、円管内の流れは管径が異っても良好な相似性を示すことを併せ考えると、相関法に関する本論文の結果は、管径の異なる流量計にもかなりの精度で外挿できるものと考えることができよう。しかしながら、通常の流動実験と異なり、流量校正では特別高い精度が要求されることも事実であり、相関法を12B径以外の流量計に適用するに当っては、強い相関の目安として $\Gamma_{12}^2(f) = 0.7$ が尚有効かどうか実験的に確認してみることが望ましい。

4) 磁束密度分布

磁束密度の不均一は、円管断面上の各点における速度変動の、出力電圧のゆらぎに対する寄与の仕方に影響する。これは、磁束密度が均一と考えて、重み関数 $W(p, \theta)$ が変化したとも解釈できる。2.1.1の議論から、流速分布が一様な場合を考えると、 $W(p, \theta)$ が変化しても、相関法の測定値は影響を受けないことがわかる。従って、流速分布が比較的一様に近い円管の中心付近では、極端な変動のない限り、磁場の不均一の影響は小さいといえる。ゆらぎの調波のうち、流動管の壁付近で発生する成分は、相関法の測定値に寄与しないので、管壁付近における磁場の不均一は余り問題とならない。

5) 外来雑音

相関法は元来雑音に強い技法であり、相関をとるべき2つのゆらぎ信号に混入してくる雑音が互いに独立であれば、外来雑音の影響は無視できると考えられる。しかしながら、電磁流量計の出力電圧のゆらぎは、 $100 \mu V_{pp}$ に満たないため、 $10^4 \sim 10^5$ 倍程度増巾しなければならず、源を同一にするような強い相関を有する雑音が、相関をとるべき2つのゆらぎ信号に同時に混入したときには、例えそれが微小であっても、ゆらぎの移行時間の測定値に偏りを生じる虞れがある。このため、まず第1には、電磁シールドなどを施して外来雑音がゆらぎ信号に混入しないようにしなければならない。ゆらぎ信号の帯域は比較的低周波の領域にあるのに対し、外来雑音のそれは、通常高周波領域にあるので、一度混入した雑音は低域ろ

波により除去するのが有効である。

2.4 相関法のまとめ

本章では電磁流量計の供用中較正法の一つとして、管内流速分布を考慮する立場から、円管内を流れる流体のふるまいと出力電圧のゆらぎの関係について考察し、出力電圧のゆらぎの相関を用いる流量較正法について検討した。ここでの結果に基づくと、所要の精度を達成するための信号の処理法が合理的に決められ、管内流速分布に起因する相関法の系統誤差の補正が可能となる。「常陽」1次主冷却系12B電磁流量計を対象に行った流量較正実験でも1～2%の較正精度が得られ、ここで示した方法の有効性が実証された。

ここでの検討結果の概要は以下の如くまとめられる。

- 1) 電磁流量計の出力電圧のゆらぎは、円管内を流れる流体の乱れに起因し、ゆらぎの大きさは、円管断面上の各点における重みを表わす関数と、断面上の対応する各点の乱れの速度変動の大きさの積の、全断面積にわたる積分として表わせる。
- 2) 円管内を流れる流体の流速分布を考慮すると、乱流の渦は流速の変化のゆるやかな円管の中心付近で大きく、速度勾配の急な壁付近で小さくなる。大きな渦と小さな渦を比較した場合、小さな渦の方が速度変動の周波数が大きい。従って、出力電圧のゆらぎは、流速の大きな円管の中心軸付近の速度変動に起因する比較的低周波の成分が、高周波の成分より移行速度が大きくなる。
- 3) 乱れの速度変動の相関が電極を含む2つの円管断面の同一座標以外で零となる理想的な場合を考えると、出力電圧のゆらぎの相関関数は、断面の対応する各点の速度変動の相関関数に、その点における出力電圧への寄与を表わす重みの2乗の重みをつけて、それを全断面にわたって積分したものに比例する。
- 4) 相関関数より求まるゆらぎの電極間移行時間は、ゆらぎの各調波成分の移行時間にクロスパワースペクトル密度の重みをつけた平均と考えられる。
- 5) 以上の結果から、出力電圧のゆらぎの移行速度は一般に、断面平均流速に一致しない。しかしながら、もし円管の中心付近で流速分布がゆるやかに変化する部分の速度変動の相関が、出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与するようであれば、ゆらぎの相関から求まる移行速度は中心付近の平均流速に一致し、流体力学に基づいて、これを断面平均流速に変換できるので、流量が求まる。

速度変動の周波数は、流速の大きい管の中心より流速の小さい管の壁付近で大きく、また、速度変動が強い相関を示す上限周波数は流速に比例し、電極対間距離に反比例するので、2対の電極の電極対間の距離を適当に選ぶことによってこのことは可能である。速度変動が出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与する円管断面上の領域は、管内における速度変動の周波数分布と、ゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲から知ることができる。

- 6) 相関法における信号処理では、比較的低周波の信号の位相のずれを半周期の数十分の一の精度で分解しなければならないという特殊性がある。このため、信号のサンプリングレートはシャノンのサンプリング定理から導かれるその数十倍程度が必要である。移行時間の分解能を高めるためにはサンプリングレートを高めることの外、量子化分解能を高めることも必要であり、12 bits 程度の A/D 変換を必要とする。
- 7) 相関法の精度を支配するもう一つの要因である移行時間測定値の統計誤差は、相関関数の導関数の積の積分、又はパワースペクトル密度を用いて記述できる。パワースペクトル密度を用いた表現は、誤差の性質に対する直観的洞察を得やすいという利点があり、パワースペクトル密度が高周波領域で優勢なほど誤差が小さくなる。また、2つの電極で観測されるゆらぎの間のコヒレンレンが大きい程、観測時間が長い程誤差が小さくなる。パワースペクトル密度を台形の和で近似することは比較的容易であり、このようにすると移行時間の測定値の統計誤差の評価は系統的な代数計算に帰着する。パワースペクトル密度の台形和近似を用いた誤差評価結果によると、1%程度の較正精度を達成するためには、相互相関関数の測定におけるゆらぎ信号の観測時間を数十秒程度にとることが必要である。
- 8) 前記6)、7)の結果から、通常の不規則信号の処理に比べて、サンプルサイズが数10倍以上になることが予想され、相関関数の計算は Fourier 変換を用いずに、時間領域で直接計算するのが処理装置の記憶容量の面で有利である。直接法による場合、相関関数の値は全点数を計算せずに、予測されるピーク付近の値の計算だけで済ますことができる。
- 9) 高速実験炉「常陽」1次主冷却系12B鞍型電磁流量計を用いた実験では、電極対間隔150 mm、強い相関を示す周波数の範囲をコヒレンス関数の測定値から求めた場合、ゆらぎの移行速度を断面平均流速に変換する修正係数の計算

値は 0.937 であり，実測値の 0.936 と非常によく一致した。このとき，相関法から求めた系統誤差を補正後の流量と基準流量は 1% 以内で一致した。因みに，大雑把には，出力電圧のゆらぎは，円管の中心から半径の 0.79 倍の領域の平均流速で移行するといえる。

- 10) 前記「常陽」流量計における実験では，量子化分解能 12 bits，サンプリング間隔 0.5 ms，チャンネル当りのサンプルサイズ 24576，相互相関関数は 3 回の処理の平均から求めるという条件の下で，流量測定値のバラツキは最大で 1% 程度であった。

第Ⅲ章 平均周波数法⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾

本章では、出力電圧のゆらぎの平均周波数を用いる流量較正法について論ずる。最初に第Ⅰ章の結果に基づいて、出力電圧のゆらぎのスペクトル加重平均周波数を断面平均流速の関数として表現する。平均周波数の表式は、周波数を平均する際の加重関数の異なる3通りが導かれる。次いで、この3通りの中から、流量較正に用いる場合に最も適当な方法を見出す。最後に、これらの結果を高速実験炉「常陽」1次主冷却系電磁流量計に適用し、その有効性を実験的に確認する。

3.1 平均周波数の表式の導出

円管内を流れる流体の速度変動は、電磁流量計の出力電圧の発生機構を経て電圧ゆらぎに変換される。この節では、出力電圧のゆらぎの平均周波数が断面平均流速 U と円管の抵抗係数 λ の平方根の積に比例することを示す。

(1) パワースペクトル密度加重平均周波数

本項では、最初に、平均周波数をパワースペクトル密度 $\Phi(\omega)$ の重みつき平均として、次式により定義する。

$$\bar{f}_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_0^{\omega_0} \omega \Phi(\omega) d\omega}{\int_0^{\omega_0} \Phi(\omega) d\omega} \quad (3-1)$$

ここで ω_0 は、円管断面上で、中心からの規格化距離 $p_0 (=r_0/a)$ に対して、 $\omega_0 = 2\pi f(p_0)$ によって求まる角周波数である。以下では \bar{f}_1 が円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することを示し、その比例係数を求める。

(3-1)式の分子の積分は、(1-41)、(1-43)、(1-51)式と $\omega = 2\pi f$ の関係から、次式の様に求まる。

$$\int_0^{\omega_0} \omega \Phi(\omega) d\omega = \pi^2 \left\{ \frac{25}{\sqrt{2}} \cdot \frac{K}{a} \sqrt{\lambda} U \right\} \left\{ B^2 K^2 \lambda U^2 \right\} \cdot \int_0^{p_0} \frac{p^{7/2} \cdot (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^2)^4 (1+p^2)^3 (3p^2 + 7)} dp \quad (3-2)$$

(3-1)式の分母は、(1-50)式を導いたと同様にして、

$$\int_0^{\omega_0} \Phi(\omega) d\omega = \frac{1}{2} \pi B^2 K^2 \lambda \cdot U^2 \int_0^{p_0} \frac{p^3 (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^4)^3} dp \quad (3-3)$$

となる。(3-2)と(3-3)式より \bar{f}_1 は次式の如く得られる。

$$\bar{f}_1 = \frac{25}{\sqrt{2}} \frac{K}{a} \cdot \frac{\int_0^{p_0} \frac{p^{7/2} (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^2)^4 (1+p^2)^3 (3p^2 + 7)} dp}{\int_0^{p_0} \frac{p^3 (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^4)^3} dp} \cdot \sqrt{\lambda} \cdot U \quad (3-4)$$

Kとして $Re = 5 \times 10^5$ に対する $\sqrt{3.3}$ を採用し、 $Q = \pi a^2 U$ であることに注意すると次式が得られる。

$$\bar{f}_1 = K_1(p_0) \cdot \sqrt{\lambda} \cdot Q \quad (3-5)$$

但し

$$K_1(p_0) = \frac{25 \times \sqrt{1.65}}{a^3 \pi} \cdot \frac{\int_0^{p_0} \frac{p^{7/2} (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^2)^4 (1+p^2)^3 (3p^2 + 7)} dp}{\int_0^{p_0} \frac{p^3 (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^4)^3} dp} \quad (3-6)$$

λ は、 Q の関数であるので、(3-5)式から \bar{f}_1 は Q の非線形な関数となることがわかる。

(2) パワースペクトル密度の平方根加重平均周波数

本項では、加重関数として、ゆらぎのパワースペクトル密度の平方根を用いたとき、すなわち

$$\bar{f}_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\int_0^{\omega_0} \omega \sqrt{\Phi(\omega)} d\omega}{\int_0^{\omega_0} \sqrt{\Phi(\omega)} d\omega} \quad (3-7)$$

が、やはり $\sqrt{\lambda} \cdot Q$ に比例することを示し、その比例定数を求める。

(3-7)式の分母、分子の積分は、(1-41)、(1-43)、(1-51)式と $\omega = 2\pi f$ の関係から、それぞれ次に示すように求まる。

$$\int_0^{\omega_0} \sqrt{\Phi(\omega)} d\omega = \int_0^{p_0} \sqrt{\Phi(p)} \cdot \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{K}{a} \cdot \sqrt{\lambda U} \cdot \frac{21p^4 + 12p^2 + 7}{\sqrt{p} \{(1+p)(1-p)(3p^2+7)\}^2} dp$$

$$= \left\{ \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{K}{a} \cdot \sqrt{\lambda U} \right\} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{25} \cdot B^2 K a \sqrt{\lambda U} \right\}^{1/2} \cdot \int_0^{p_0} \frac{p^{5/4} (p^{12} - 3p^4 + 2)^{1/2} (21p^4 + 12p^2 + 7)^{1/2}}{(1-p^4)^{3/2} (1-p)(1+p)(3p^2+7)} dp \quad (3-8)$$

$$\int_0^{\omega_0} \omega \sqrt{\Phi(\omega)} d\omega = 2 \cdot \left\{ \frac{25\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{K}{a} \cdot \sqrt{\lambda} \cdot U \right\}^2 \left\{ \frac{\sqrt{2}}{25} B^2 K a \sqrt{\lambda U} \right\}^{1/2} \cdot \int_0^{p_0} \frac{p^{7/4} (p^{12} - 3p^4 + 2)^{1/2} (21p^4 + 12p^2 + 7)^{1/2}}{(1-p^4)^{3/2} \{(1+p)(1-p)(3p^2+7)\}^2} dp \quad (3-9)$$

故に前項同様に $K = \sqrt{3.3}$ とすると \bar{f}_2 は次式の如く得られる。

$$\bar{f}_2 = K_2(p_0) \cdot \sqrt{\lambda} \cdot Q \quad (3-10)$$

但し

$$K_2(p_0) = \frac{25 \times \sqrt{1.65}}{a^3 \pi} \cdot \frac{\int_0^{p_0} \frac{p^{7/4} (p^{12} - 3p^4 + 2)^{1/2} (21p^4 + 12p^2 + 7)^{1/2}}{(1-p^4)^{3/2} \{(1+p)(1-p)(3p^2+7)\}^2} dp}{\int_0^{p_0} \frac{p^{5/4} (p^{12} - 3p^4 + 2)^{1/2} (21p^4 + 12p^2 + 7)^{1/2}}{(1-p^4)^{3/2} (1-p)(1+p)(3p^2+7)} dp} \quad (3-11)$$

(3) パワースペクトル加重自乗平均周波数

本項では，出力電圧のゆらぎの平均周波数 \bar{f}_3 を

$$\bar{f}_3 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\int_0^{\omega_0} \omega^2 \Phi(\omega) d\omega}{\int_0^{\omega_0} \Phi(\omega) d\omega} \quad (3-12)$$

の如く定義する。以下 \bar{f}_3 が \bar{f}_1 , \bar{f}_2 と同様に $\sqrt{\lambda} Q$ に比例することを示し，比例定数を求める。

(3-12) 式の分母の積分は、(3-3) 式そのものであり、分子の積分は次の様に求められる。すなわち、(1-47) 式の Fourier 変換から $\Phi(\omega)$ は

$$\Phi(\omega) = \frac{4B^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} \Psi(\omega) W^2(p, \theta) dp d\theta \quad (3-13)$$

と記述でき、これより次式が得られる。

$$\int_0^\infty \omega^2 \Phi(\omega) d\omega = \frac{4B^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \omega^2 \Psi(\omega) d\omega \right\} W^2(p, \theta) dp d\theta \quad (3-14)$$

上式の { } 内の積分は、

$$R(\tau, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \Psi(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3-15)$$

の τ に関する 2 次微分より

$$\int_0^\infty \omega^2 \Psi(\omega) d\omega = -\pi \left. \frac{d^2 R(\tau, p)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} \quad (3-16)$$

と記述できる。 $R(\tau, p)$ と流体力学で一般に定義されている Euler 相関 $R_E(\tau, p)$ の間には、付録 8 に示すように

$$R(\tau, p) = \overline{u'^2(p)} \cdot R_E(\tau, p) \quad (3-17)$$

なる関係があり、

$$-\frac{d^2 R_E(\tau, p)}{d\tau^2} = \frac{\overline{u(p)}^2}{\lambda^2(p)} \quad (3-18)$$

と書けることが知られている。⁽³⁰⁾ここで p の関数としての $\lambda(p)$ は微分特性距離を表わし、円管の抵抗係数を表わす λ とは別のものである。(3-14),

(3-16), (3-17), (3-18) より次式が得られる。

$$\int_0^\infty \omega^2 \Phi(\omega) d\omega = 8B^2 \int_{p=0}^1 \overline{u'^2(p)} \cdot \left\{ \frac{\overline{u(p)}}{\lambda(p)} \right\}^2 \left\{ \int_{\theta=0}^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta \right\} dp \quad (3-19)$$

付録 8 に示される

$$\left\{ \frac{\overline{u(p)}}{\lambda(p)} \right\}^2 = 2\pi^2 f^2(p) \quad (3-20)$$

なる関係を用いて (3-19) 式は、

$$\int_0^\infty \omega^2 \Phi(\omega) d\omega = 4B^2 \cdot (2\pi)^2 \cdot \int_{p=0}^1 \overline{u^2(p)} \cdot f^2(p) \cdot \left\{ \int_{\theta=0}^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta \right\} dp \quad (3-21)$$

と書ける。上式に(1-41), (1-44), (1-49)式を代入すると次式が得られる。

$$\int_0^\infty \omega^2 \Phi(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} B^2 K^2 \lambda U^2 \cdot \left\{ 2\pi \frac{25}{\sqrt{2}} \cdot \frac{K}{a} \right\}^2 \lambda U^2 \cdot \int_0^1 \frac{p^4(p^{12}-3p^4+2)}{(1-p^4)^3 \{(1+p)(1-p)(3p^2+7)\}^2} dp \quad (3-22)$$

\bar{f}_1, \bar{f}_2 を得たときと同様に $K = \sqrt{3.3}$ とし, $f(p_0)$ 以上のゆらぎの周波数成分が無視できる位に小さいとすると(3-3), (3-12), (3-22)から \bar{f}_3 は次式の様になる。

$$\bar{f}_3 = K_3(p_0) \cdot \sqrt{\lambda} \cdot Q \quad (3-23)$$

但し,

$$K_3(p_0) = \frac{25 \times \sqrt{1.65}}{a^3 \pi} \times \sqrt{\frac{\int_0^{p_0} \frac{p^4(p^{12}-3p^4+2)}{(1-p^4)^3 \{(1+p)(1-p)(3p^2+7)\}^2} dp}{\int_0^{p_0} \frac{p^3(p^{12}-3p^4+2)}{(1-p^4)^3} dp}} \quad (3-24)$$

$a = 0.3055/2$ mとしたとき, p_0 の種々の値に対する $K_i(p_0)$ ($i=1, 2, 3$)をTable 3-1に示す。

Table 3 - 1 Calculated Coefficient $K_i(p_0)$

| p_0 | $K_1(p_0)$ (Hz/m ³ /h) | $K_2(p_0)$ (Hz/m ³ /h) | $K_3(p_0)$ (Hz/m ³ /h) |
|-------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 0.00 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.02 | 52.3 | 47.3 | 52.9 |
| 0.04 | 73.0 | 67.0 | 73.4 |
| 0.06 | 89.4 | 82.2 | 89.9 |
| 0.08 | 103.3 | 95.0 | 103.9 |
| 0.10 | 115.6 | 106.4 | 116.4 |
| 0.12 | 126.9 | 116.8 | 127.7 |
| 0.14 | 137.4 | 126.4 | 138.2 |
| 0.16 | 147.2 | 135.5 | 148.2 |
| 0.18 | 156.6 | 144.1 | 157.6 |
| 0.20 | 165.6 | 152.4 | 166.7 |
| 0.22 | 174.3 | 160.5 | 175.5 |
| 0.24 | 182.8 | 168.3 | 184.0 |
| 0.26 | 191.1 | 176.0 | 192.4 |
| 0.28 | 199.3 | 183.5 | 200.7 |
| 0.30 | 207.4 | 191.0 | 208.9 |
| 0.32 | 215.4 | 198.5 | 217.1 |
| 0.34 | 223.5 | 205.9 | 225.3 |
| 0.36 | 231.5 | 213.4 | 233.5 |
| 0.38 | 239.7 | 221.0 | 241.7 |
| 0.40 | 247.9 | 228.7 | 250.1 |
| 0.42 | 256.3 | 236.5 | 258.7 |
| 0.44 | 264.9 | 244.5 | 267.4 |
| 0.46 | 273.7 | 252.7 | 276.4 |
| 0.48 | 282.7 | 261.2 | 285.7 |
| 0.50 | 292.1 | 269.9 | 295.3 |
| 0.52 | 301.8 | 279.1 | 305.3 |
| 0.54 | 312.0 | 288.7 | 315.8 |
| 0.56 | 322.6 | 298.8 | 326.9 |
| 0.58 | 333.9 | 309.5 | 338.6 |
| 0.60 | 345.9 | 320.9 | 351.0 |
| 0.62 | 358.6 | 333.2 | 364.4 |
| 0.64 | 372.4 | 346.3 | 378.8 |
| 0.66 | 387.2 | 360.7 | 394.4 |
| 0.68 | 403.4 | 376.4 | 411.5 |
| 0.70 | 421.1 | 393.7 | 430.4 |
| 0.72 | 440.7 | 413.0 | 451.4 |
| 0.74 | 462.7 | 434.7 | 475.0 |
| 0.76 | 487.5 | 459.5 | 501.9 |
| 0.78 | 515.9 | 488.1 | 532.9 |
| 0.80 | 548.9 | 521.7 | 569.1 |
| 0.82 | 587.8 | 561.7 | 612.3 |
| 0.84 | 634.7 | 610.7 | 665.0 |
| 0.86 | 692.7 | 672.2 | 730.8 |
| 0.88 | 766.8 | 752.1 | 816.1 |
| 0.90 | 865.5 | 861.3 | 931.7 |
| 0.92 | 1005.4 | 1020.5 | 1099.1 |
| 0.94 | 1223.1 | 1277.6 | 1366.4 |
| 0.96 | 1621.2 | 1774.1 | 1874.1 |
| 0.98 | 2671.9 | 3215.7 | 3307.3 |
| 1.00 | 6980.3 | 9434.8 | 9039.5 |

3.2 実 験

本節では、相関法の実験を実施した高速実験炉「常陽」1次主冷却系12B鞍型流量計を対象に、平均周波数法の有効性を実験的に検討する。

3.2.1 方 法

(1) 手 順

相関法の場合と同様に、特殊試験で1次主冷却系の流量を変化させたときに、電磁流量計の出力電圧のゆらぎ成分を抽出して磁気テープに収録しておく、後日必要に応じてデータレコーダで再生し信号処理を実施するものとする。

(2) 電磁流量計の仕様と配置

実験対象の電磁流量計は相関法の場合のそれと同一である。従って、仕様は、Table 2-5、配置はFig. 2-7に示す如くである。

(3) 信号の収録および処理

収録系、処理系ともに、それぞれFig. 2-8、Fig. 2-9に示す相関法のそれらの1チャンネル分を転用する。平均周波数の計算に用いるMNC-11/23用プログラムは、付録9に示されている。

ゆらぎ信号の収録は、ほぼ1年の間隔で2度実施し、処理結果を比較する。

(4) ゆらぎ信号の性質の把握

ゆらぎ信号の性質を把握するため、平均周波数の測定に先立ち、ゆらぎ波形の観測、ゆらぎの振幅分布の測定およびパワースペクトル密度の測定を実施する。

(5) 平均周波数の測定

各種流量条件において、3.1で導出した3通りの定義式に基づいて平均周波数を測定し、理論検討の結果を実験的に検証する。また、これらの結果に基づき、3通りの平均周波数定義式間の比較検討を行い、最適なものを見出す。

3.2.2 結 果

(1) ゆらぎ信号の収録

ゆらぎ信号の収録は、Table 3-2に示す期日に、同表に示すような流動

Table 3 - 2 Hydrodynamics Conditions at Signal Recording

| Data Block | Data NO. | Flow Rate [m ³ /h] | Coolant Temperature [°C] | ρ $\times 10^3$ [kg/m ³] | μ $\times 10^{-3}$ [kg/ms] | ν $\times 10^{-6}$ [m ² /s] | Re $\times 10^6$ | λ $\times 10^{-2}$ | τ_w $\times 10^2$ [kg/ms ²] | u^* [m/s] | Data of Data Aquisition |
|------------|----------|----------------------------------|-------------------------------|---|--------------------------------------|--|---------------------|-------------------------------|--|----------------|-------------------------|
| I | 21 | 1265.5 | 252.0 | 0.922 | 0.390 | 0.423 | 3.46 | 0.950 | 0.252 | 0.165 | 6/13, '81 |
| | 22 | 1161.0 | 257.9 | 0.921 | 0.384 | 0.417 | 3.23 | 0.961 | 0.214 | 0.153 | |
| | 23 | 1000.1 | 257.7 | 0.921 | 0.384 | 0.417 | 2.78 | 0.984 | 0.163 | 0.133 | |
| | 24 | 874.2 | 257.2 | 0.921 | 0.385 | 0.418 | 2.42 | 1.006 | 0.127 | 0.117 | |
| | 25 | 739.8 | 256.7 | 0.921 | 0.385 | 0.418 | 2.05 | 1.033 | 0.094 | 0.101 | |
| | 26 | 616.2 | 255.7 | 0.921 | 0.386 | 0.419 | 1.70 | 1.065 | 0.067 | 0.085 | |
| | 27 | 487.2 | 254.9 | 0.921 | 0.387 | 0.420 | 1.34 | 1.108 | 0.044 | 0.069 | |
| | 28 | 342.3 | 254.0 | 0.922 | 0.388 | 0.421 | 0.94 | 1.177 | 0.023 | 0.050 | |
| II | 31 | 1282.5 | 257.6 | 0.921 | 0.384 | 0.417 | 3.56 | 0.946 | 0.257 | 0.167 | 12/26, '82 |
| | 32 | 1023.1 | 245.6 | 0.923 | 0.397 | 0.431 | 2.75 | 0.986 | 0.171 | 0.136 | |
| | 33 | 735.9 | 248.8 | 0.922 | 0.394 | 0.427 | 2.00 | 1.038 | 0.093 | 0.100 | |
| | 34 | 493.1 | 250.2 | 0.922 | 0.392 | 0.425 | 1.34 | 1.108 | 0.045 | 0.070 | |

条件で行われた。収録データには、識別の便宜のために収録期日毎のデータブロックを示す Data Block NO.が、又同一 Data Block の中で流量の大きい方から順に Data NO. が付されている。表における ρ の値は、それぞれ (2-9) および (2-10) 式による。

(2) ゆらぎ信号の性質

実測されたゆらぎ信号の波形の例を Fig. 3-1 に示す。この図から、ゆらぎの周波数は流量に依存し、流量が増大するに従って高くなっていることがわかる。

次に、実測されたゆらぎの振幅の例を Fig. 3-1 に示す。ここでバンドパスフィルタの帯域は 0.1 ~ 30 Hz, サンプリング間隔は 1 ms およびサンプルサイズは 32766 であった。図には、実測値から計算されたと同じ値の平均値と分散をもつ正規分布関数も併せて示した。この図から実測値は正規分布関数のまわりにばらついていることが確認できる。正規分布のまわりにばらつく傾向は、流量を変えても不変である。

最後に、パワースペクトル密度の実測例を Fig 3-3 に示す。この図から、パワースペクトル密度は、流量が増加する程、そのピークを与える周波数および -30 dB 周波数は高域へシフトし、高周波成分を多く含むようになることが認められる。

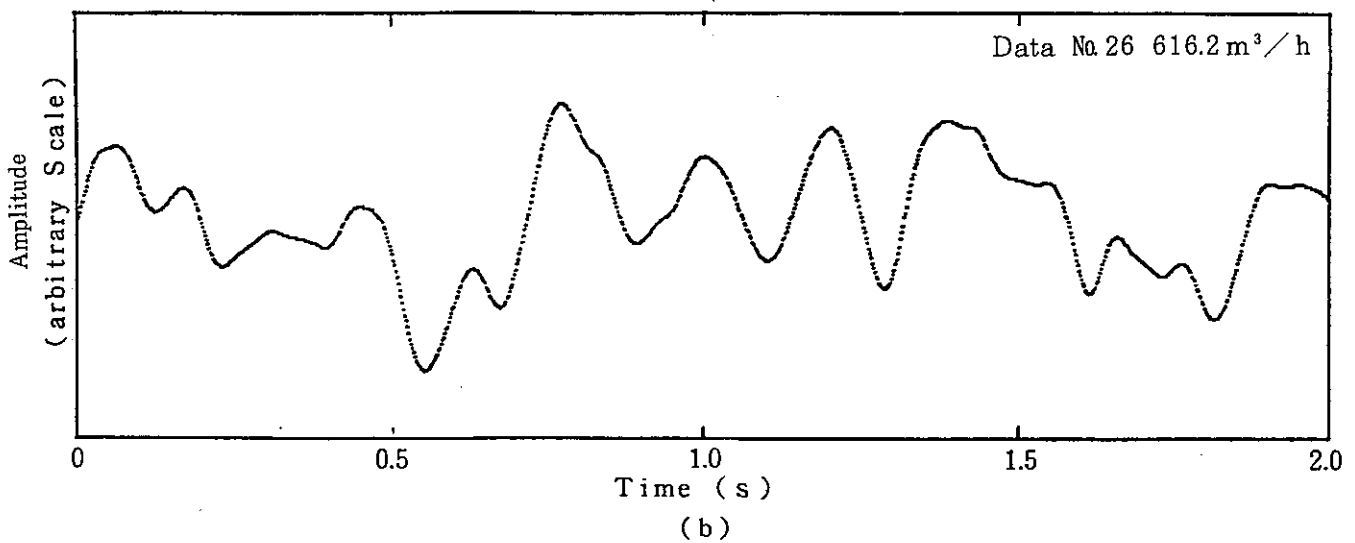
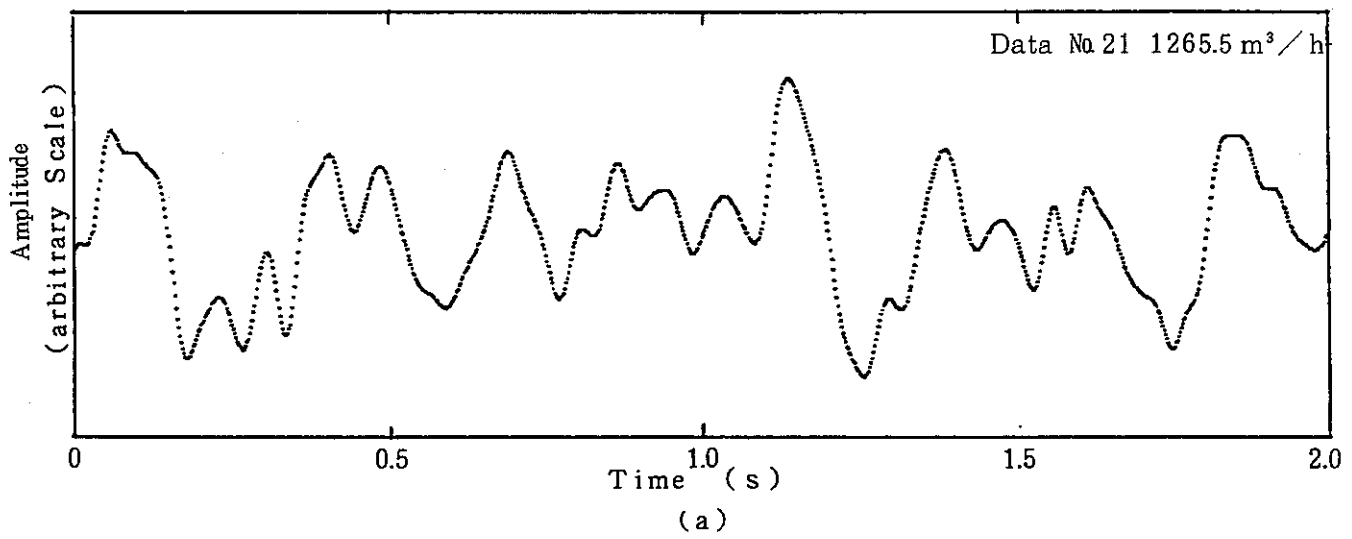


Fig. 3 - 1 Wave Form of Fluctuation Signal

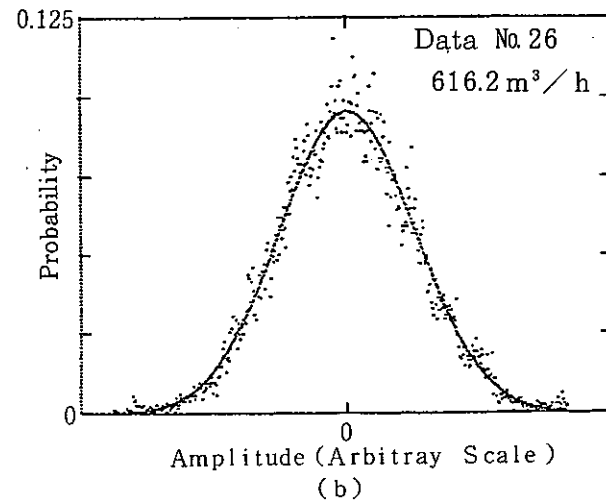
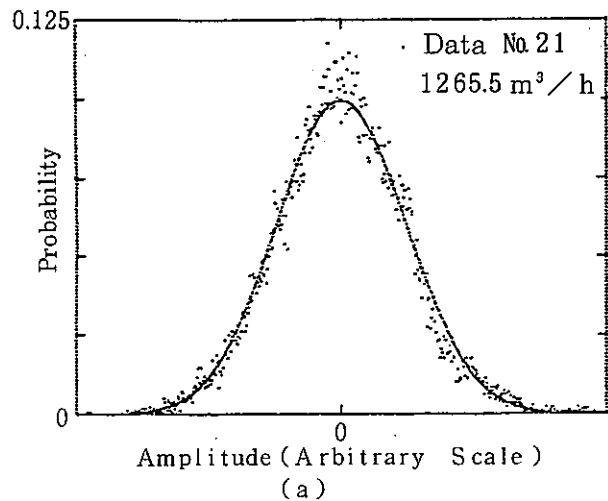


Fig. 3 - 2 Amplitude Distribution

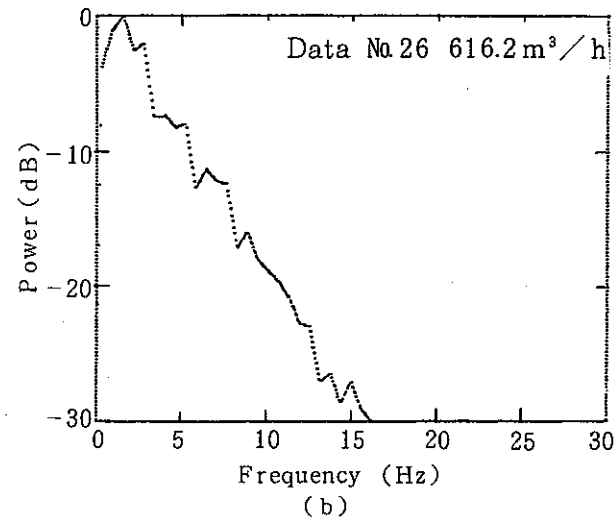
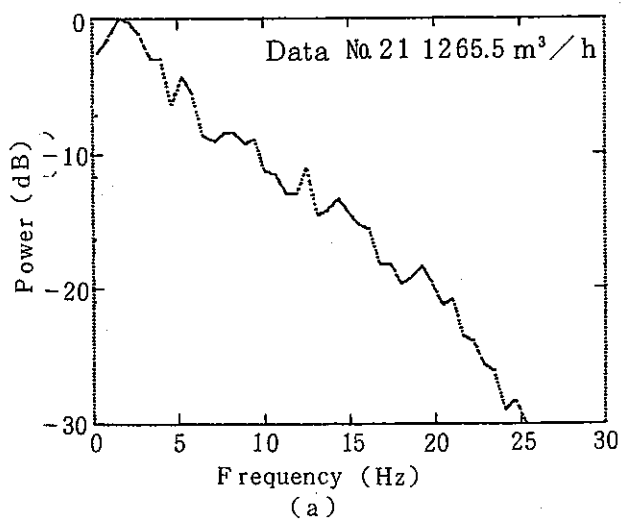


Fig. 3 - 3 Autopower Spectrum

(3) 平均周波数の測定

3.1節では、出力電圧のゆらぎの平均周波数を流量の関数として定式化し、平均周波数を知ることにより流量を知ることができることを示した。実際、パワースペクトル密度の測定値は流量が増加するにつれて高い周波数の領域へシフトし、理論検討の結果が妥当であることを示唆している。以下では、各種流量条件で3.1節で定義した3通りの算出式に基づいて平均周波数を測定し、流量との関係を実験的に検討する。

平均周波数の測定を通じて、ゆらぎ信号は0.1～25 Hzの周波数範囲でバンドパスフィルタリングされ、処理装置に入力される。ゆらぎ信号のサンプリング間隔と1回の処理当りのサンプル数は、それぞれ、20 msと4096である。平均周波数の算定のために用いるパワースペクトル密度は、3回の処理のアンサンブル平均から求められる。周波数を平均化する際の上限周波数 $f(p_0) = (\omega_0 / 2\pi)$ は、すべての流量条件に対して p_0 が一定の値をとるように定められなければならない。従って p_0 は平均周波数の測定を実施する最大流量において $f(p_0)$ が25 Hzを超えないような区切りのよい値として $p_0 = 0.76$ を採用した。各流量における $f(p_0)$ は $K = \sqrt{3.3}$ として(1-41)式から求められる。このようにして求めた $f(p_0)$ の値をTable 3-3に示す。

上述のような条件の下、各流量において、 \bar{f}_1 、 \bar{f}_2 、 \bar{f}_3 は、それぞれ5回測定され、その平均値と標準偏差が算出された。この結果をTable 3-3に示す。ここで、 \bar{f}_1 、 \bar{f}_2 、 \bar{f}_3 を算出するにあたって用いたパワースペクトル密度の測定値は全く同一のものである。従って、 \bar{f}_1 、 \bar{f}_2 、 \bar{f}_3 の間の差異は平均周波数の算出式だけに依存するものであり、パワースペクトルの測定値のバラツキを反映したものではない。Table 3-3から、 \bar{f}_1 、 \bar{f}_2 、 \bar{f}_3 の測定値の標準偏差は、それぞれ最大平均周波数の±3.4%、±1.3%、±2.4%以内にあることがわかる。Fig. 3-4は、Table 3-3に示す測定値のプロットと、Block Iデータの最小自乗法による $\bar{f}_i = K_i \sqrt{\lambda} Q$ への適合曲線を表す。 \bar{f}_1 、 \bar{f}_2 、 \bar{f}_3 の最小自乗曲線とそれぞれの実測値との差は最大で、それぞれ最大平均周波数の1.4%、0.4%、1.6%であった。次に最小自乗法により得られた K_i をTable 3-4に示す。この表は、実験によって得られた K_i は、 $K_2 > K_3 > K_1$ であることを示している。これらの結果から、 \bar{f}_2 すなわち、パワースペクトル密度の平方根加重平均周波数が測定値の利得(K_i)が一番大きく、標準偏差お

Table 3 - 3 Result of Average Frequency Measurement

| Data Block | Data NO. | Flow Rate [m ³ /h] | Measured Average Frequency[Hz] | | | Least Square Fitting | | | Relative Error for Maximum Frequency[%] | | | | | | f(p ₀) [Hz] |
|------------|----------|----------------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------|-------------|-------------|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------------------|
| | | | $\bar{f}_1 \pm \sigma_1$ | $\bar{f}_2 \pm \sigma_2$ | $\bar{f}_3 \pm \sigma_3$ | \bar{F}_1 | \bar{f}_2 | \bar{f}_3 | \bar{f}_1 | | \bar{f}_2 | | \bar{f}_3 | | |
| | | | | | | | | | Systematic | Statistical | Systematic | Statistical | Systematic | Statistical | |
| I | 21 | 1265.5 | 4.40±0.10 | 6.95±0.05 | 5.77±0.08 | 4.43 | 6.98 | 5.75 | -0.2 | 2.3 | -0.4 | 0.7 | 0.3 | 1.4 | 23.23 |
| | 22 | 1161.0 | 4.05±0.11 | 6.46±0.09 | 5.23±0.14 | 4.09 | 6.44 | 5.30 | -0.9 | 2.5 | 0.3 | 1.3 | -1.2 | 2.4 | 21.43 |
| | 23 | 1000.1 | 3.61±0.12 | 5.59±0.06 | 4.62±0.09 | 3.57 | 5.61 | 4.62 | 0.9 | 2.7 | -0.3 | 0.9 | 0.0 | 1.6 | 18.68 |
| | 24 | 874.2 | 3.11±0.13 | 4.96±0.04 | 4.10±0.06 | 3.15 | 4.96 | 4.09 | -0.9 | 2.9 | 0.0 | 0.6 | 0.2 | 1.0 | 16.51 |
| | 25 | 739.8 | 2.73±0.15 | 4.26±0.05 | 3.49±0.06 | 2.70 | 4.25 | 3.50 | 0.7 | 3.4 | 0.1 | 0.7 | -0.2 | 1.0 | 14.16 |
| | 26 | 616.2 | 2.32±0.10 | 3.61±0.04 | 2.97±0.06 | 2.29 | 3.59 | 2.96 | 0.7 | 2.3 | 0.3 | 0.6 | 0.2 | 1.0 | 11.97 |
| | 27 | 487.2 | 1.90±0.06 | 2.97±0.05 | 2.48±0.08 | 1.84 | 2.90 | 2.39 | 1.4 | 1.4 | 1.0 | 0.7 | 1.6 | 1.4 | 9.66 |
| | 28 | 342.3 | 1.37±0.08 | 2.12±0.03 | 1.76±0.04 | 1.33 | 2.10 | 1.73 | 0.7 | 0.7 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.7 | 6.99 |
| II | 31 | 1282.5 | 4.60±0.11 | 7.13±0.06 | 5.80±0.12 | 4.60 | 7.05 | 5.82 | 0.0 | 2.4 | 1.1 | 0.9 | -0.3 | 2.1 | 23.49 |
| | 32 | 1023.1 | 3.73±0.06 | 5.65±0.06 | 4.74±0.06 | 3.74 | 5.74 | 4.74 | -0.2 | 1.3 | -1.3 | 0.9 | 0.0 | 1.0 | 19.12 |
| | 33 | 735.9 | 2.76±0.06 | 4.22±0.05 | 3.52±0.08 | 2.76 | 4.23 | 3.49 | 0.0 | 1.3 | -0.1 | 0.7 | 0.5 | 1.4 | 14.11 |
| | 34 | 493.1 | 1.93±0.03 | 2.91±0.03 | 2.44±0.03 | 1.91 | 2.93 | 2.42 | 0.4 | 0.7 | 0.3 | 0.4 | 0.3 | 0.5 | 9.77 |

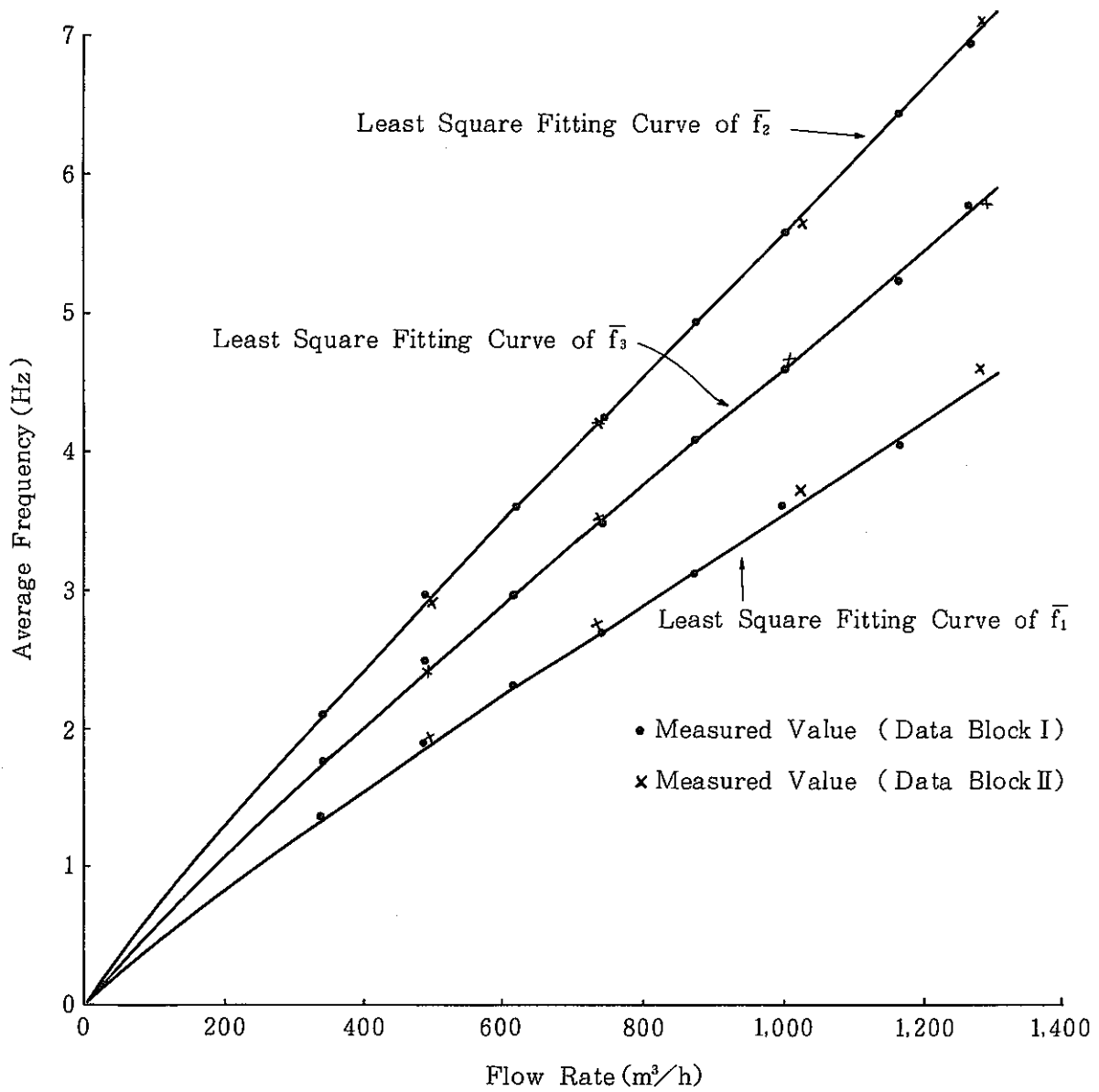


Fig. 3 - 4 Least Square Fitting of Measured Value to $K\sqrt{\lambda} Q$

よび実測値の最小自乗曲線からのずれ共に最も小さいことがわかる。結果として f_2 の測定誤差が一番小さくなり、平均周波数の定義式として (3-7) 式を用いるのが最も適当であると判断される。さらに、Data Block I と Data Block II では、測定時期が1年以上離れているが、Table 3-3 又は Fig. 3-4 からわかるように、測定結果は非常によく一致している。このことは、Table 3-4 に示した K_i の実験値の比較によっても確認でき、再現性が非常に良好であることを示している。

Table 3-4 Comparison of Measured Proportional Coefficient with Calculation for $p_0 = 0.76$

| | Measured | | Calculated ($p_0 = 0.76$) | Ratio |
|------------|--------------|---------------|--------------------------------|-------|
| | Data Block I | Data Block II | | |
| $K_1(p_0)$ | 129.4 | 132.6 | 487.5 | 0.27 |
| $K_2(p_0)$ | 203.7 | 203.3 | 459.5 | 0.44 |
| $K_3(p_0)$ | 167.5 | 168.0 | 501.9 | 0.33 |

3.2.3 検 討

(1) 平均周波数定義式間の比較

3.1 節では、加重関数が異なる3通りのやり方で平均周波数を定義し、それらのいずれもが、円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することを示した。実際の流量校正にあたっていずれの算式を採用するかは、各算式の比例定数の大きさすなわち利得と、測定値のバラツキすなわち統計誤差を勘案しなければならないことは3.2.2(3)に述べた通りである。

平均周波数測定のリ得が大きいということは、感度がよいということの意味するので、相対誤差を小さくする効果のみならず、リ得が大きくなるにつれて、小さな経年変化でも検出が容易になるという効果がある。通常の測定では、感度が大きくなると測定値のバラツキも大きくなる傾向を示すが、(3-7) 式によるパワースペクトル密度の平方根加重平均周波数は他に比較して感度が大であるにもかかわらず、測定値のバラツキは小さいという好ましい性質をもっている。

Table 3-4には又、 $K_i(p_0)$ ($i = 1, 2, 3$) の測定値と計算値の比較を示す。

ここで p_0 は $p_0 = 0.76$ としている。この表から比例係数の計算値は、 $K_2(p_0) < K_1(p_0) < K_3(p_0)$ であるのに対し測定値の方は、 $K_1(p_0) < K_3(p_0) < K_2(p_0)$ となっていることがわかる。実測値と計算値のくい違いの最も小さいのは $K_2(p_0)$ であり、最も大きいのは $K_1(p_0)$ である。 $K_i(p_0) (i=1, 2, 3)$ がこのようなふるまいを示すのは、パワースペクトル密度の実測値が、計算値に比べて周波数の比較的高い領域で急激に減衰するためである。すなわち、パワースペクトルの平方根をとる演算は、高い周波数領域における実測パワースペクトルの急な傾斜をゆるやかにして高周波成分の重みを相対的に大きくする効果がある。この結果、 $K_2(p_0)$ の実測値は他に比較して大きく、計算値との差が小さくなる。 $K_1(p_0)$ は、パワースペクトル密度そのものの重みつき平均から求めているため、パワースペクトル密度における計算値と実測値のくい違いの影響を一番大きく受けている。 $K_3(p_0)$ では、周波数の2乗にパワースペクトル密度の重みをつけた平均を $1/2$ 乗するため、 $K_2(p_0)$ 程ではないが、高い方の周波数成分の重みが増し、計算値との差が小さくなると考えられる。

(2) $K_2(p_0)$ の実測値と計算値の比較

平均周波数の測定結果から、ゆらぎの平均周波数は、円管の抵抗係数 λ の平方根と流量 Q の積に比例する曲線によく適合することが確かめられた。しかしながら、比例定数 $K_1(p_0)$ の実測値は計算値の数分の1以下となっている。平均周波数の定義式として最も適当と考えられる \bar{f}_2 の場合でも、Table 3-4 に示すように、この比例定数の実測値は $203.7 \text{ Hz/m}^3/\text{s}$ であったのに対し、その計算値は $p_0 = 0.76$ の場合、 $459.5 \text{ Hz/m}^3/\text{s}$ と実測値の2倍以上になっている。これは、流体論に基づくパワースペクトル密度の計算値が比較的高周波の領域に至っても少ししか減衰しないのに対し、実測パワースペクトルは、ピーク周波数が高々 $2 \sim 3 \text{ Hz}$ 程度であり、 $f(p_0)$ の周波数では -30 dB 付近まで極端に減衰してしまうことに起因している。実測スペクトルが計算値に比較し、高域で極端に小さくなる原因は、速度変動が出力電圧のゆらぎに変換される過程に応答遅れが存在するためと考えられている。

このように、平均周波数法を用いて電磁流量計の出力特性の経年変化を較正するためには、比例定数 $K_2(p_0)$ を実験的に求めることが必要である。しかしながら、一度 $K_2(p_0)$ が求まると、平均周波数の実測値の最小自乗適合曲線、 $\bar{f}_2 = K_2 \sqrt{\lambda} Q$ からのずれ、すなわち系統誤差は非常に小さく、再現性も良好で

あるところから、平均周波数法は電磁流量計の経年変化の較正に適用可能であると判断される。

(3) 平均周波数法の適用における留意事項

1) 流動条件

3.1 では、出力電圧のゆらぎのパワースペクトル密度荷重平均周波数が流動管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することが導かれた。ゆらぎの平均周波数の表式を導出するに当っては、相関法の場合と同様に、管壁の滑らかな流動管内の十分発達した定常な流れが軸対称な流速分布をもつことを仮定している。従って、平均周波数法の適用にあたっては、相関法のとおり同様に、冷却材の純度管理を十分に行い、管内面に不純物が沈着して流動管の抵抗係数に変化を来すことのないようにしなければならない。管内壁の滑らかさが失われた場合には又、管壁付近で発生する速度変動の周波数スペクトルにずれを生じ、平均周波数の測定値に偏りを生じる虞れがある。軸対称な流速分布を得るには、前述したように、電磁流量計の上下流に十分な直管長をとらなければならない。

2) 熱雑起電力

3.2.2 に示した平均周波数法に関する実験の結果では、熱雑起電力の顕著な影響は観測されていないが、過去にNa用電磁流量計の電極において直流成分で0.1 mV程度の熱雑起電力が観測された例があり、もしこれが交流成分をもつとすれば、平均周波数の測定値に偏りをもたらす虞れがある。従って電磁流量計の電極の製作にあたっては、配管材から切り出したいわゆる共材の使用や、電極を多少太目にするなどしてできるだけ熱雑起電力が生じないようにするのがよいと考えられる。

3) 外来雑音

相関法と比較して、平均周波数法の最大の欠点は外来雑音の影響を諸に受けることである。従って、平均周波数法においては外来雑音の排除が必須の条件であり、測定器具を雑音の少ない環境に設置し、電磁シールドを施すことが最小限必要である。それでも尚混入してくる雑音は、相関法のところで述べたと同様に、低域ろ波器によりできるだけ除去すべきである。

3.3 平均周波数法のまとめ

本章では、電磁流量計の供用中較正法の一つとして、電極を1対しかもたない流量計にも適用可能な、平均周波数法について検討した。出力電圧のゆらぎのスペクトル加重平均周波数は、円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することが示され、この比例係数を予め求めておけば、ゆらぎの平均周波数を測定することにより、流量を知ることができる。

本章における検討の結果は以下の如くまとめられる。

- 1) 電磁流量計の出力電圧のゆらぎの平均周波数としては、パワースペクトル密度加重平均、パワースペクトル密度の平方根加重平均、パワースペクトル密度加重自乗平均周波数の3種類が定義でき、これらの平均周波数はいずれも円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例する。円管の抵抗係数は流量の関数であるので、平均周波数と流量の関係は、これまで信じられていたように線形ではなく、非線形となる。
- 2) 円管の抵抗係数の平方根と流量の積から平均周波数を求めるときの比例係数の実測値はいずれも理論計算値より小さくなり、平均周波数法を流量計の較正に適用するためには、この比例係数を予め実験的に求めておくことが必要である。
- 3) 上述の比例係数の実測値が計算値に比較して小さくなる原因は、比較的高周波の領域における実測パワースペクトル密度の減衰が、理論値と比べて大きいためである。パワースペクトル密度の高域における減衰を考慮すると平均周波数の算出には、加重関数としてパワースペクトル密度の平方根を用いるのが適当である。平方根をとる演算はパワースペクトル密度の高周波領域における減衰の大きな部分の加重を相対的に大きくし、結果として平均周波数の測定感度を大きくする効果がある。
- 4) 平均周波数測定値の統計的バラツキも、パワースペクトル密度の平方根加重平均周波数を用いる場合が最も小さく、計測精度の観点からも、加重関数として、パワースペクトル密度の平方根を用いるのが適当であることがわかった。
- 5) 高速実験炉「常陽」1次主冷却系12B鞍型線輪式電磁流量計を対象に実施した実験では、サンプリング間隔20ms、処理当りのサンプル数4096で、パワースペクトル密度は3回の処理の平均から求め、加重関数としてパワースペクトル密度の平方根を採用した場合、1～2%の較正精度が得られた。

第Ⅳ章 結 論

本論文では、液体金属冷却型高速増殖炉用電磁流量計の供用中較正法を確立するため、電圧ゆらぎの相関を用いる方法と平均周波数を用いる方法の二つを研究の対象とした。

相関法に関する研究ではまず、ゆらぎの移行速度が断面平均流速より速くなる傾向は、円管内の流速分布を考慮すると合理的に説明でき、次のように相関法の系統誤差が補正できることを示した。1) 電圧ゆらぎのコヒレンス関数から、ゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲を求める。2) 流動管断面上における速度変動の周波数分布とゆらぎが強い相関を示す周波数の範囲から、速度変動が電圧ゆらぎの相関に支配的に寄与する管断面上の領域を決める。3) この領域における平均流速の、全断面平均流速に対する比の値で、ゆらぎの移行速度を除することにより、断面平均流速が求まる。

12 B電磁流量計の場合、電極対間隔が150 mmで、電圧ゆらぎは中心から半径のおよそ0.79倍の領域の平均流速で移行する。このとき、ゆらぎの移行速度から求まる流量を真の流量に換算する修正係数の計算値は0.937となり、実測値と非常によく一致した。

一方、相関法の較正精度の向上には、系統誤差の補正に加えて統計誤差をできるだけ小さくすることが要請され、このための信号処理法を合理的に決定するため、電圧ゆらぎの電極間移行時間の統計誤差の評価法を導出した。移行時間の統計誤差は相関関数の導関数の積の積分で表わされ、これからパワースペクトルによる表式が導かれた。スペクトルを用いた表現は、誤差の性質に対する直観的洞察を得やすいという利点があり、パワースペクトル密度が高周波領域で優勢になる程、信号の観測時間の長い程、誤差が小さくなることが判った。さらにパワースペクトル密度を台形の和で近似することにより簡易評価法が導かれ、これを用いた統計誤差の評価から、12 B流量計で電極間隔が150 mmの場合、統計誤差を1%程度に押えるためには、30秒程度の信号の長さが必要であることが明らかとなった。

高速実験炉「常陽」1次冷却系12 B鞍型線輪式電磁流量計を用いた実験では、電極間隔150 mm、量子化分解能12 bits、サンプリング間隔0.5 ms、チャンネル当

りのサンプルサイズ 24576, 相互相関関数は 3 回の処理のアンサンブル平均から求めるとい条件の下で, 統計誤差は 1% 以内であり, 基準流量と 1~2% の誤差範囲で一致した。1~2% の較正精度は, 「常陽」の流量計の据え付け前に, 試験施設で行った実流較正の精度に匹敵する。

平均周波数法の研究では, 最初に 1) 電圧ゆらぎのパワースペクトル密度加重平均周波数, 2) 電圧ゆらぎのパワースペクトル密度の平方根加重平均周波数, 3) 電圧ゆらぎのパワースペクトル密度加重自乗平均周波数がいずれも円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することを示した。円管の抵抗係数は流量に依存するので, この結果より平均周波数と流量の関係は, これまで信じられていたように線形ではなく, 非線形となることを指摘した。

電磁流量計の出力電圧のゆらぎのパワースペクトル密度のように, 比較的高周波の領域におけるパワーの減衰が大きい場合には, 平均周波数の定義式として, 減衰の大きな部分のパワーの重みを相対的に大きくする, パワースペクトル密度の平方根加重平均周波数を用いるのが適当である。

「常陽」1次主冷却系 12B 鞍型線輪式流量計による実験では, パワースペクトル密度の平方根加重平均周波数を用いる場合, 比例係数の計算値と実験値の間に 2 倍程度の差があるものの, 測定値は計算値によく適合した。最初の段階で比例定数を実験的に求めておけば, 以後 1~2% の精度で経年変化の較正が可能である。

以上述べたように, 本論文の研究では, 相関法および平均周波数法を電磁流量計の較正に適用するに当たって大きな障害となっていた誤差について系統的な分析を加え, これを補正または低減する方策を示すことにより, 実用化のための基礎を確立した。供用中に較正が実施でき, 信号処理装置以外に特別な仕掛を必要としないこれらの方法において, 試験施設での実流較正に匹敵する較正精度が得られたことは意義が深い。特に相関法では, 流体力学に基づいて電圧ゆらぎの移行速度を修正することにより直接に流量を算出することができるので, 流量計を原子炉プラントへ据え付ける前の実流較正を省くことができると考えられる。

高速実験炉「常陽」では, 電磁流量計の経年変化の追跡に, 出力電圧のゆらぎを用いるこれらの方法の応用が計画され, 既にデータの採取がはじめられている。

謝 辞

動力炉・核燃料開発事業団大洗工学センター，野本昭二副所長には，本研究の遂行にあたり，終始御指導戴いた。松野義明動力炉開発推進調整部次長および古橋晃技術情報室長には，技術報告書等の査読を通じて有益な助言を戴いた。福田達研究管理グループ主幹には，本研究に従事する契機を与えて戴いた。又，動力炉開発推進調整部朝倉文雄主任研究員，もんじゅ建設準備事務所遠藤順一調査役，安全工学部宮口公秀高速炉工学室長，実験炉部佐藤勲雄高速増殖炉第2課長，同砂押博課長代理には種々の支援と激励を戴いた。東京大学名誉教授安成弘先生には，学位論文をまとめるにあたり，種々御指導を賜わった。東京大学工学部，秋山守教授をはじめ関口晃教授，山崎弘郎教授，近藤駿介教授，長谷川賢一助教授には学位論文の審査を通じて多くの貴重な御教示を賜わった。又，筑波大学物質工学系，斎藤慶一教授には研究を進める上で有益な示唆を戴いた。日立製作所エネルギー研究所佐野建治氏には種々討論戴いた。

以上の方々に深遠なる謝意を表します。

文 献

- (1) 小林清志, 工藤昭雄: 液体ナトリウム用永久磁石型電磁流量計の研究(I), 日本原子力学会誌, Vol.11, No.11, 669~675, 1969.
- (2) 小林清志他: 液体ナトリウム用永久磁石型電磁流量計の研究(II), 日本原子力学会誌, Vol.11, No.12, 716~720, 1969.
- (3) 小森詳弘他: 液体ナトリウム用電磁流量計, 島津評論, Vol.31, No.4, 163, 1974.
- (4) R.C.Baker: Electromagnetic Flowmeters for Fast Reactors, Progress in Nuclear Energy, Vol.1, 41~61, 1977.
- (5) 三本保秀: ナトリウム流量計測について, 計測と制御, Vol.18, No.8, 25~30, 1979.
- (6) D.E.Wiegand, et al.: Performance Test on an Eddy-Current Flowmeter, IEEE Transaction on Nuclear Science, NS-16-1, 192~195, 1969.
- (7) S.A.Dean, et al.: Sodium Flow Monitoring, Nuclear Engineering International, Vol.15, No.174, 1003~1007, 1970.
- (8) 中本香一郎他: 渦電流式温度流速計の試作および試験(III), 日本原子力学会年会予稿集, F36, 1977.
- (9) J.Knaak and J.Barzantny: Ultrasonic and Flux Distortion Flowmeters -two likely Method of Sodium Flow Measurement in Ducts of Large Nominal Bore, Proceedings of the Specialist Meeting on Sodium Flow Measurements in Large LMFBR Pipes, 115~128, 1980.
- (10) O.Uno, et al.: Research and Development of the Ultrasonic Flowmeter for LMFBR, *ibid.*, 96~104, 1980.
- (11) G.A.Forster, and H.B.Karplus: Ultrasonic Flowmeter for LMFBR Applications, *ibid.*, 105~114, 1980.
- (12) 土屋毎雄: 1 MW 蒸気発生器試験施設電磁流量計の流量異状について, 1974. (私 信)
- (13) 宇野修: ナトリウム流量計較正試験 (その4), 1975. (私 信)
- (14) 宇野修: 「常陽」ナトリウム冷却系機器耐久試験装置 (XI), 1976. (私 信)

- (15) G.A.Forster : Long-Term Stability of Alnico 5 and 8 Magnets at 700 - 1200 °F, ANL-CT-73-16, 1973.
- (16) A.C.Raptis : Survey of Permanent Magnet Materials for Flowmeters in Sodium above 1000 °F, ANL-CT-75-10, 1974.
- (17) C.C.Price, et al. : Application of the Pulsed-Neutron-Activation Technique for Flow Measurement at EBR-II, ANL-77-52, 1977.
- (18) 小宮勤一 : みだれの相関を利用した流速測定, 計測自動制御学会論文集, Vol.6, No.1, 54 ~ 58.
- (19) M.S. Beck, et al. : Flow Velocity and Mass Flow Measurement using Natural Turbulence Signals, Proceedings of the International Conference on Modern Development in Flow Measurement, PPL Conference Publication 10, 292 - 304, 1971.
- (20) H.Nishihara and H.Konishi : A New Correlation Method for Transit Time-Estimation, Progress in Nuclear Energy. Vol.1, 219 ~ 229, 1977.
- (21) H.Bazerghi and K.J.Serdula : Estimation and Reduction of Errors in Flow Measurements which use Cross-Correlation Techniques, Progress in Nuclear Energy, Vol.1, 629 ~ 648, 1977.
- (22) LMFBR Program Plan, Element 4 Instrumentation and Control, WASH1104 2nd Edition, 1972.
- (23) A.C.Raptis and G.A.Forster : A Signal Analysis Method using Cross-Correlation of Turbulence Flow Signals to determine Calibration of Permanent Magnet Sodium Flowmeters, Prepared for IEEE Nuclear Science Symposium, San Francisco CA, October 19 - 21, 1977.
- (24) T.Nihei and Y.Mimoto : Electromagnetic Flowmeters for Large Scale Pipings, Proceedings of the Specialists Meeting on the In-core and Primary Circuit Instrumentation of LMFB Reactors, 513 ~ 532, 1976.
- (25) A.Endou, et al. : Calibration Method for Electromagnetic-flowmeter using Cross-Correlation of Voltage Fluctuations, Progress in Nuclear Energy, Vol.9, 95 ~ 105, 1982.
- (26) M.Fujino, et al. : Calibration of Electromagnetic Flowmeters by Average

- Frequency Method, ANS Transactions, Vol.30, 510 ~ 511, 1978.
- (27) M.Fujino, et al. : Development of Calibration Method of Electro-magnetic Flowmeters by Average Frequency Technique, Poceedings of the Specialists Meeting on Sodium Flow Measurements in Large LMFBR Pipes, 129 ~ 138, 1980.
- (28) 岡本哲史 : 応用流体力学, 誠文堂新光社, 東京, 288 P, 1953.
- (29) 藤本武助 : 流体力学, 養賢堂, 東京, 320 P, 1965.
- (30) J.O.Hinze : Turbulence (2nd Ed), McGRAW-Hill, New York, 790 P, 1975.
- (31) J.C.Rotta (大路訳) : 乱流, 岩波書店, 東京, 277 P, 1975.
- (32) J.Laufer : The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow, NACA TN2954, June 1953.
- (33) A.J.Faver : Review on Space-Time Correlation in Turbulent Fluids, Trans ASME J.App Mechanics, June, 241 ~ 257, 1956.
- (34) J.A.Shercliff : Electromagntic Flow-Measurement, University Press, Cambridge, pp. 23 - 31, 1962.
- (35) G.H.Golden and J.V.Tokar : Thermophysical Property of Sodium, ANL-7323, August 1967.
- (36) A.Endou : In-Service Calibration Method of Electromagnetic-Flowmeter for LMFBR utilizing Cross-correlation of Output Voltage Fluctuations, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.21, No.7, 501~514, 1984.
- (37) A.Endou : Evaluation Method of Statistical Error in Transit Time Measured with Cross-Correlation of two Detetor Signals, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.20, No.8, 658 ~ 667, 1983.
- (38) A.Endou : Method of In-service Calibration of Electromagnetic-Flowmeter for LMFBR utilizing Average Frequency of Output Voltage Flucluation, Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.21, No.10, 744 ~ 752, 1984.
- (39) A.Endou, et al : Calibration Method of Electromagnetic Flowmeter for LMFBR using Root Mean Square Frequency weighted by Autopower Spectral Density of Output Voltage Fluctuation, Prepared for Specialists

Meeting on Reactor Noise IV.

- (40) 一瀬正巳：誤差論，培風館，136 P.
- (41) A.Papoulis：The Fourier Integral and its Application, McGRAW-HILL, New York, 318 P, 1962.
- (42) A.Papoulis：Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, McGRAW-HILL, New York, 583 P, 1965.
- (43) Y.W.Lee (宮川他訳)：不規則信号論 (上)，(下)，東京大学出版会，東京，576 P, 1973.
- (44) E.O.Brigham (宮川他訳)：高速フーリエ変換，科学技術出版社，東京，262 P, 1978.
- (45) 宮川洋他：デジタル信号処理，電子通信学会，東京，270 P, 1975.
- (46) B.Gold and C.M.Rader (石田訳)：電子計算機による信号処理，共立出版，東京，288 P, 1972.
- (47) J.S.Bendat and A.G.Piersol (得丸他訳)：ランダムデータの統計的処理，培風館，東京，401 P, 1976.
- (48) 須田信英：原子炉の動特性と制御，同文書院，386 P, 1969.
- (49) S.S.Wilks：Mathematical Statistics, John Wiley and Sons, New York, 644 P, 1962.
- (50) W.B.Davenport and W.L.Root：An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise, McGRAW-HILL, New York, 393 P, 1958.
- (51) J.S.Bendat and A.G.Piersol：Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, JOHN WILEY & SONS, New York, 302 P, 1980.
- (52) J.H.Laning and R.H.Battin：Random Process in Automatic Control, Robert E.Krieger Publi, New York, 434 P, 1977.

付 録

付録1 $\tau = \rho \ell^2 \left(\frac{d\bar{u}}{ds} \right)^2$ の導出

以下の結果は主に、本文の文献(28), (29)による。

最初に、乱流における剪断応力 τ は、次式の様に表わされることを説明しよう。

$$\tau = \mu \frac{d\bar{u}}{ds} - \rho \overline{u'v'} \tag{a1-1}$$

ここで、 μ は流体の粘性係数、 ρ は密度、 s は壁面からの距離、 v' は s 方向の速度変動であり

$$\overline{u'v'} \equiv \frac{1}{T} \int_0^T u' \cdot v' dt \tag{a1-2}$$

である。(a1-1)式の右辺第1項は層流における摩擦応力を表わす式であり、これは流体の分子運動に起因する粘性の応力を表わす。流れが層流から乱流になるとき、同式の第2項が付加される。この第2項は、速度変動によって流体が入り混る時に起る運動量の変化に起因する応力であることが、以下の様に示される。流れは z 方向へ向う定常流とし、 \bar{u} は s のみに依存するとしよう。乱流の場合には、流体は s の方向にも移動する。

今、流体の部分が、 z 軸に平行な s_1 の層から s_2 の層に移動したとし、Fig. a1-1 (a) に示すように、 s_1 の層の平均流速を \bar{u}_1 、 s_2 の層の平均流速を \bar{u}_2 とする。ここで $\bar{u}_2 > \bar{u}_1$ とする。 s_1 から s_2 へきた流体の速度を \bar{u}_1 とすると \bar{u}_2 よりも遅く、このため速度変動 u' が生じ、 $u' \propto \bar{u}_1 - \bar{u}_2 < 0$ である。反対に s_2 から s_1 へ移る場合は $u' \propto \bar{u}_2 - \bar{u}_1 > 0$ である。前者の場合は $v' > 0$ 、後者の場合は $v' < 0$ であるので、 $v' > 0$ と $u' < 0$ および $v' < 0$ と $u' > 0$ の組み合わせが多く $u'v' < 0$ となる。さらに、Fig. a1-1 (b) に示すように、 z 軸に平行な単位面積 A_0 を通して単位時間に流れる流体の質量は $\rho v'$ であり、それが s_1 より s_2 へ、あるいは s_2 より s_1 へ運ぶ z 方向の運動量の大きさは $\rho u'v'$ であるから、運動量の法則によって剪断応力の時間的平均値は $-\rho \overline{u'v'}$ となる。

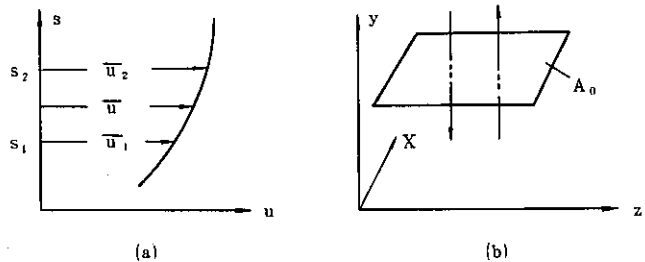


Fig. a1-1

物体表面の極く近くを除くと分子運動による剪断応力は、乱れによるそれに比べて小さく、完全に乱流の部分では、(a1-1)式の右辺第1項は、第2項に比べて無視できる。従って (a1-1) 式は次式の様になる。

$$\tau = -\rho \overline{u'v'} \tag{a1-3}$$

次に、本文 (1 - 5) 式すなわち

$$\tau = \rho \ell^2 \left(\frac{d\bar{u}}{ds} \right)^2 \quad (a1-4)$$

が成立することを示そう。Fig. a1-2 に示すように、 s の平均速度を \bar{u} とすると $s + \delta s$ では平均速度が $\bar{u} + (d\bar{u}/ds) \cdot \delta s$ 、 $s - \delta s$ では $\bar{u} - (d\bar{u}/ds) \cdot \delta s$ となる。今、 v' の速度によって $s + \delta s$ より s へ単位体積について、 $\rho \{ \bar{u} + (d\bar{u}/ds) \cdot \delta s \}$ の運動量を保持したまま移動し、反対に s から $s + \delta s$ へ $\rho \bar{u}$ の運動量をもって移動したとすると (a1-3) 式より τ は

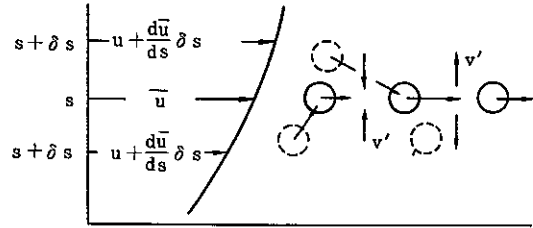


Fig. a1-2

$$\tau = \rho \cdot v' \left(\bar{u} - \bar{u} - \frac{d\bar{u}}{ds} \cdot \delta s \right) = -\rho \overline{v' \delta s} \frac{d\bar{u}}{ds} \quad (a1-5)$$

となる。 s のところで考えると、 $s + \delta s$ から来た流体の集団は $\bar{u} + (d\bar{u}/ds) \delta s$ で動き、 $s - \delta s$ より来たものは、 $\bar{u} - (d\bar{u}/ds) \cdot \delta s$ で動くから、それによって速度変動 $|\bar{u}| \propto (d\bar{u}/ds) \cdot \delta s$ が生ずる。又、このような速度の異なる流体の集団の間にある流体は s 方向に押し出され、あるいは集団の間を埋めるために、Fig. a1-2 のように s 方向にも流れる。従って $|v'| \propto (d\bar{u}/ds) \cdot \delta s$ である。 δs の大きさは不規則な運動であるので区々であるが、今、仮りに比例の定数も含めて ℓ で代表させると (a1-5) 式から (a1-4) 式が導かれる。

付録2 I(p₀)の導出

本文(1-10), (1-15)式より I(p₀)は次のように書ける。

$$I(p_0) = \frac{1}{p_0^2} \int_0^{p_0} p \left\{ -2.5 \ln \left(\frac{1-\sqrt{p}}{1+\sqrt{p}} \right) - 5 \tan^{-1} \sqrt{p} \right. \\ \left. + 10 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(\frac{q^2 - \sqrt{2}q + 1}{q^2 + \sqrt{2}q + 1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) \right\} \right\} dp \quad (a2-1)$$

但し

$$q = (3/7)^{1/4} \sqrt{p}$$

I(p₀)を求めるため、(a2-1)の右辺の各項の不定積分を求めると次の様になる。

$$I_1(p) \equiv \int p \cdot \ln \left(\frac{1-\sqrt{p}}{1+\sqrt{p}} \right) dp = \left(\frac{\alpha^2}{2} - \alpha \right) \cdot \ln \alpha - \frac{\alpha^2}{4} + \alpha \\ - (\beta-1)^4 \cdot \ln \beta + \frac{\beta^4}{4} - \frac{4}{3} \beta^3 + 3\beta^2 - 4\beta + \ln \beta \quad (a2-2)$$

$$I_2(p) \equiv \int p \tan^{-1} \sqrt{p} dp = \frac{1}{2} \left\{ (p^2-1) \tan^{-1} \sqrt{p} - \frac{p^{3/2}}{3} + \sqrt{p} \right\} \quad (a2-3)$$

$$I_3(p) \equiv \int p \cdot \ln \left(\frac{q^2 - \sqrt{2}q + 1}{q^2 + \sqrt{2}q + 1} \right) dp \\ = \frac{7}{6} (\gamma \cdot \ln \gamma - \gamma) - \frac{7}{3} \{ \delta^2 + 2\delta - (2\delta-1)^{3/2} - (2\delta-1)^{1/2} \} \ln \delta \\ + \frac{7}{3} \left\{ \frac{\delta^2}{2} + 2\delta - \frac{2}{3} (2\delta-1)^{3/2} \right\} \quad (a2-4)$$

$$I_4(p) \equiv \int p \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) dp = \frac{7}{6} \left\{ (q^4+1) \cdot \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) - \frac{\sqrt{2}}{3} q^3 - \sqrt{2}q \right\} \quad (a2-5)$$

ここで

$$\alpha = 1 - p$$

$$\beta = 1 + \sqrt{p}$$

$$\gamma = q^4 + 1$$

$$\delta = q^2 + \sqrt{2}q + 1$$

故に、次式が得られる。

$$I(p_0) = \frac{1}{p_0^2} \left\{ -2.5I_1(p_0) - 5I_2(p_0) + 5 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} I_3(p_0) + 10 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} I_4(p_0) - 7.783 \right\} \quad (\text{a2-6})$$

上式より、

$$I(P_0) \Big|_{p_0=1} = 2.0348 \quad (\text{a2-7})$$

となる。

付録3 $\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta$ の算出

以下で必要となる積分公式を最初に掲げておく。(岩波全書, 数学公式 I, P247, P248 より)

$$\int_0^{n\pi} \frac{dx}{(a+b\cos x)^2} = \begin{cases} \frac{n\pi a}{(a^2-b^2)^{3/2}} & \text{for } a > |b| \\ 0 & \text{for } |a| < |b| \end{cases} \quad (\text{a3-1})$$

$$\int_0^{n\pi} \frac{\cos x}{(a+b\cos x)^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{b^2-a^2} \cdot \frac{n\pi b}{\sqrt{a^2-b^2}} & \text{for } a > |b| \\ 0 & \text{for } |a| < |b| \end{cases} \quad (\text{a3-2})$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{1-2a\cos x+a^2} dx = \frac{\pi a}{1-a^2} \quad \text{for } |a| < 1 \quad (\text{a3-3})$$

さて, 本文(1-25)式より

$$\frac{1}{p^2} \cdot W^2(p, \theta) = \frac{1+p^4}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} + \frac{2p^2\cos 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} - \frac{p^4\sin^2 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} \quad (\text{a3-4})$$

となり, これを項別に積分することにする。第1項の積分は

$$\int_0^{2\pi} \frac{1+p^4}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta = \frac{1+p^4}{2} \int_0^{4\pi} \frac{dx}{(1+p^4+2p^2\cos x)^2} \quad (\text{a3-5})$$

となる。上左右辺の定積分は(a3-1)の積分公式を適用することにより求まり

$$\int_0^{2\pi} \frac{1+p^4}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta = 2\pi \cdot \frac{(1+p^4)^2}{(1-p^4)^3} \quad (\text{a3-6})$$

が得られる。第2項の積分は(a3-2)式を適用することにより次式の如くなる。

$$\int_0^{2\pi} \frac{2p^2\cos 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta = p^2 \cdot \int_0^{4\pi} \frac{\cos x}{(1+2p^2\cos x+p^4)} dx = \frac{-8\pi p^4}{(1-p^4)^3} \quad (\text{a3-7})$$

(a3-4)式右辺第3項の積分は

$$\begin{aligned} -\int_0^{2\pi} \frac{p^4\sin^2 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta &= -\frac{p^2}{4} \int_0^{4\pi} \sin x \cdot \left\{ \frac{2p^2\sin x}{(1+2p^2\cos x+p^4)^2} \right\} dx \\ &= -\frac{p^2}{4} \int_0^{4\pi} \sin x \cdot \left\{ \frac{1}{1+2p^2\cos x+p^4} \right\} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{p^2}{4} \int_0^{4\pi} \frac{\cos x}{1+2p^2 \cos x + p^4} dx \\
&= -p^2 \int_0^\pi \frac{\cos x}{1+2p^2 \cos x + p^4} dx \tag{a3-8}
\end{aligned}$$

となり，積分公式 (a3-3) を適用することにより

$$-\int_0^{2\pi} \frac{p^4 \sin 2\theta}{(1+2p^2 \cos 2\theta + p^4)^2} d\theta = \frac{\pi p^4}{1-p^4} \tag{a3-9}$$

が得られる。(a3-6)，(a3-7)，(a3-9) を加算することにより

$$\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta = \pi \cdot \frac{(p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^4)^3} p^2 \tag{a3-10}$$

を得る。

付録4 不規則信号論の要約

以下は主に本文の参考文献(41), (43), (48)などによる。

1. 不規則関数

(1) 不規則現象

本論文で扱っている、流速や温度のゆらぎを例にとろう。全く同一のプラント条件で運転されている冷却系に設置された、全く同一のゆらぎ検出器にあっても、その出力を時間の関数として厳密に予測することは困難である。

このように、実験が全く同一の条件で行われても、同一の結果が生じないとき、これを不規則現象という。すなわち、不規則現象とは、現象の複雑さや、原因の解明の不十分さのために、ふるまいを厳密に記述することが出来ず、原因と結果を一意に関連づけることが、数学的に不可能であるような現象である。

不規則現象の観測量の変動を、時間の関数として考えるとき、これを不規則関数という。

(2) 確率集合

不規則現象論では、無限の継続時間をもつ、同じような源からの不規則関数の集合が研究の対象となる。本質的に同一の条件の元で、無限の過去から無限の未来まで、運転が継続されるいくつかのゆらぎ検出器を仮想すると、これらの検出器の出力波形の集合は、無限の継続時間をもつ不規則関数の集合を形成する。概念的には、同一条件で運転される無限個の検出器を考慮ことができ、この場合、上述の不規則関数の集合は無限集合となる。

上述のような不規則関数の無限集合を確率集合と呼ぶ。

確率集合の中の唯一つの不規則関数を問題とするときは、これを標本関数と呼ぶことにする。

不規則現象から生じたすべて可能な標本関数の集まりを不規則過程と呼ぶ。

(3) 不規則現象の記述

確率集合には、種々のゆらぎ波形が無数含まれている。従って、波形を示すことにより確率集合の特徴を記述することは、確率集合の本質的な性質と相容れない。確率集合を記述するには、標本関数の全てに共通する平均的な性質をその特徴として用いる。この確率集合を記述する平均的な性質の代表的なものが、不規則関数の振巾の確率密度であり、また相関関数である。相関関数は、2次元の確率密度関数より導かれ、パワー密度スペクトルは相関関数より導かれることがのちに述べられる。従って、相関関数やパワー密度スペクトルは、確率集合の性質を記述する重要な関数である。

(4) 定常性

不規則現象の性質は、いかなる瞬間においても標本関数の集り(ensemble)について求めた平均値によって記述することができる。ある時刻 t_1 における不規則関数の平均値は、時刻 t_1 のensembleについての各々の標本関数の瞬時の値をとり、それを足し合せて、標本関数の

数で割ることによって計算できる。同様に、二つの異なる時刻における標本関数の値の間の相関は、二つの時刻 t_1 と $t_1 + \tau$ における瞬時の値の積の集合平均をとることによって計算できる。

上述の平均値や相関などの不規則関数の確率的性質が、時間に関して不変である。つまり t_1 に依存しないとき、定常であるという。

(5) エルゴード性

前項では、ある瞬間の集合平均を計算することによって、不規則関数の性質が定められることについて述べた。しかし、多くの場合、集合の中の特定の標本関数について、時間平均を計算することによっても又、定常な不規則関数の性質を記述することができる。

もし不規則関数が定常であって、異なる任意の標本関数について計算した平均や、相関が全て等しい時、エルゴード的であるという。

エルゴード的である場合においては、不規則関数の平均や相関の時間平均と、集合平均は等しい。

2. 確率論の基礎

(1) 確率変動, 密度関数, 分布関数

$\{x(t)\}$ を定常確率過程とするとき、ある時刻 t において $x(t)$ のとる値 X のことを確率変数という。時刻 t で X が x と $x+dx$ の間にある確率を $p(x) dx$ とおき、関数 $p(x)$ を確率密度関数という。確率密度関数 $P(x)$ は

$$p(x) \geq 0 \tag{a4-1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \tag{a4-2}$$

なる性質を有し、 $x(t)$ がある値 x より小さい確率 $P(x)$ は $p(x)$ を用いて

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \tag{a4-3}$$

と表わせる。この $P(x)$ は確率分布関数と呼ばれる。

$x(t)$ が時刻 t_1 において x_1 と $x_1 + dx_1$ の間にあり、かつ時刻 t_2 において x_2 と $x_2 + dx_2$ の間にある確率を $p(x_1, x_2) dx_1 dx_2$ とするとき、同様にして2次の確率密度関数 $p(x_1, x_2)$ を定義することができ、定常な過程では $p(x_1, x_2)$ は $\tau = t_2 - t_1$ の関数となるので $p(x_1, x_2; \tau)$ のように書き表わすこともある。同様の操作でさらに高次の確率密度関数が定義できる。

次に、ある確率過程 $x(t)$ が t_1 で x_1 と $x_1 + dx_1$ の間の値をとり、別の確率過程が t_2 で x_2 と $x_2 + dx_2$ の間の値をとる確率を $p(x_1, x_2) dx_1 dx_2$ とするとき、 $p(x_1, x_2)$ を結合確率密度関数という。同様の操作でより多変数の間の結合確率密度関数を定義できる。

(2) 期待値, 特性関数, モーメント

確率変数 X に $g(X)$ の重みつき平均を期待値といい

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot p(x) dx \tag{a4-4}$$

と表わす。e^{jωx} の期待値、すなわち p(x) の Fourier 変換

$$E[e^{j\omega x}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} \cdot p(x) dx \tag{a4-5}$$

は特性関数と呼ばれる。又、

$$\mu_n = E[x^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n p(x) dx \tag{a4-6}$$

は n 次のモーメントと呼ばれ、1 次のモーメントは平均値(μ)である。(X-μ) のモーメント

$$\lambda_n = E[(x-\mu)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^n p(x) dx \tag{a4-7}$$

を平均値のまわりのモーメントといい、平均値のまわりの 2 次モーメントを分散 (σ²) という。分散の平方根 σ は標準偏差と呼ばれる。σ², E[X²], μ の間には、

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2 \tag{a4-8}$$

の関係のあることが容易に確認できる。

多変数の場合の結合モーメントと特性関数は各々

$$E[X_1^{n_1} X_2^{n_2} \dots X_m^{n_m}] = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_m x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_m^{n_m} p(x_1, x_2, \dots, x_m) \tag{a4-9}$$

$$E[e^{j\omega_1 x_1} e^{j\omega_2 x_2} \dots e^{j\omega_m x_m}] = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_m e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \dots + \omega_m x_m)} \cdot p(x_1, x_2, \dots, x_m) \tag{a4-10}$$

で与えられ、両者の間には

$$E[X_1^{n_1} X_2^{n_2} \dots X_m^{n_m}] = j^{-(n_1+n_2+\dots+n_m)} \left[\frac{\partial^{n_1+n_2+\dots+n_m}}{\partial \omega_1^{n_1} \partial \omega_2^{n_2} \dots \partial \omega_m^{n_m}} \cdot E\{e^{j\omega_1 x_1} e^{j\omega_2 x_2} \dots e^{j\omega_m x_m}\} \right]_{\omega_1=\omega_2=\dots=\omega_m=0} \tag{a4-11}$$

の関係があることが確認できる。

(3) ガウス過程

平均値 m, 標準偏差を σ とするとき

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right] \tag{a4-12}$$

で表わされるガウス分布は応用上、特に重要である。x₁, x₂, …, x_m がガウス分布する場合の結合確率密度関数 p(x₁, x₂, …, x_m) は、次式で与えられる。

$$p(x_1, x_2, \dots, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sqrt{|M|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \frac{M_{rs}}{|M|} x_r x_s \right\} \tag{a4-13}$$

ここで、|M| は x₁, x₂, …, x_m の 2 次モーメント m_{rs} = E[X_r X_s] を要素とする行列式、

M_{rs} は行列 M の m_{rs} についての余因子である。 $p(x_1, x_2, \dots, x_m)$ の特性関数は

$$E[e^{j\omega_1 x_1} e^{j\omega_2 x_2} \dots e^{j\omega_m x_m}] = \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m m_{rs} \omega_r \omega_s\right] \quad (\text{a4-14})$$

で与えられることがわかる。

3. 相関関数

(1) 相関関数の定義

不規則関数 $f_i(t)$, $f_j(t)$ に対して, f_i と f_j の相互相関関数, $\varphi_{ij}(\tau)$ は, 次の様に定義される。

$$\varphi_{ij}(\tau) = E[x_i \cdot x_j] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot x_j \cdot p(x_i, x_j; \tau) dx_i \cdot dx_j \quad (\text{a4-15})$$

但し, $x_i = f_i(t)$, $x_j = f_j(t + \tau)$

$p(x_i, x_j; \tau)$ は x_i, x_j の同時確率密度関数

エルゴード性の仮定が成り立つ場合には, 上式の集合平均は, 時間平均に等しくなり, 次式の如く表わされる。

$$\varphi_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot f_j(t + \tau) dt \quad (\text{a4-16})$$

ここで, $i = j$ のとき, 特に $\varphi_{ii}(\tau)$ を $f_i(t)$ の自己相関関数と呼ぶ。

(2) 相関関数の基本的性質

相関関数には, 次に示すような, 基本的な性質がある。

$$1) \varphi_{ij}(\tau) = \varphi_{ji}(-\tau) \quad (\text{a4-17})$$

$$\begin{aligned} \because \varphi_{ij}(-\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot f_j(t - \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T-\tau}^{T-\tau} f_j(x) \cdot f_i(x + \tau) dx = \varphi_{ij}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{a4-18})$$

$$2) \varphi_{ii}(\tau) = \varphi_{ii}(-\tau) \quad (\text{a4-19})$$

\because 1)の性質より明らか。

$$3) \varphi_{ii}(0) \geq \pm \varphi_{ii}(\tau)$$

$$\because \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f_i(t) \pm f_i(t + \tau)]^2 dt \geq 0$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t + \tau) dt \pm 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot f_i(t + \tau) dt \geq 0$$

$$(\text{a4-20})$$

4) $\varphi_{ii}(0) \geq 0$ (a4-22)

∵ 3) の性質より明らか。

次に、 $\varphi_{ij}(\tau)$ が最大のとき、2乗誤差 $\varepsilon_{ij}(\tau)$:

$$\varepsilon_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f_i(t) - f_j(t+\tau)]^2 dt \quad (\text{a4-23})$$

が最小になることを示そう。上式を分解すると

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_j^2(t+\tau) dt - 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot f_j(t+\tau) dt \\ &= \varphi_{ii}(0) + \varphi_{jj}(0) - 2\varphi_{ij}(\tau) \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{a4-24})$$

となり、 $\varphi_{ij}(\tau)$ が最大のとき $\varepsilon_{ij}(\tau)$ が最小となる。

4. Fourier 変換

(1) Fourier 変換の定義

関数 $f(t)$ に対し、

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (\text{a4-25})$$

のとき、 $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (\text{a4-26})$$

が存在し、これを $f(t)$ の Fourier 変換と呼ぶ。 $F(\omega)$ に対して、次式に示すように Fourier 逆変換が定義され、これは $f(t)$ に一致する。すなわち

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{a4-27})$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot e^{-j\omega \tau} d\tau \right] e^{j\omega t} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\tau-t)\omega} d\omega \right] d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot \delta(\tau-t) d\tau = f(t) \end{aligned} \quad (\text{a4-28})$$

$f(t)$ と $F(\omega)$ は、Fourier 変換対といい、 \longleftrightarrow の記号で表わすことにする。すなわち

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \quad (\text{a4-29})$$

信号を Fourier 変換することは、その信号のもつ特性を、周波数領域で記述することである。すなわち、その信号のもつ各周波数成分の相対的大きさと、位相に関する情報が得られる。

(2) Fourier 変換の基本的性質

Fourier 変換に関して、次に示すような基本的性質がある。

1) 線形性

$$\left. \begin{aligned} f_i(t) &\longleftrightarrow F_i(\omega) \\ f_j(t) &\longleftrightarrow F_j(\omega) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_i f_i(t) + a_j f_j(t) \longleftrightarrow a_i F_i(\omega) + a_j F_j(\omega) \quad (\text{a4-30})$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} [a_i f_i(t) + a_j f_j(t)] e^{-j\omega t} dt = a_i \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) e^{-j\omega t} dt + a_j \int_{-\infty}^{\infty} f_j(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{a4-31})$$

2) 対称性

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow F(t) \longleftrightarrow 2\pi f(-\omega) \quad (\text{a4-32})$$

$\therefore 2\pi f(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$ で t と ω を入れ替えれば得られる。

3) 時間軸の伸縮

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow f(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (\text{a4-33})$$

$$\therefore a > 0 \text{ の場合, } \int_{-\infty}^{\infty} f(at) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j(\omega/a)x} dx = \frac{1}{a} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$a < 0$ の場合は、積分の上限と下限が交換され、最終結果の符号が変わる。

4) 時間軸の推移

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow f(t-t_0) \longleftrightarrow F(\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (\text{a4-34})$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j\omega(t_0+x)} dx = F(\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (\text{a4-35})$$

5) 周波数軸の推移

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow e^{j\omega_0 t} \cdot f(t) \longleftrightarrow F(\omega - \omega_0) \quad (\text{a4-36})$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = F(\omega - \omega_0) \quad (\text{a4-37})$$

6) 時間微分

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow \frac{d^n f(t)}{dt^n} \longleftrightarrow (j\omega)^n F(\omega) \quad (\text{a4-38})$$

$\therefore f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ の両辺を t に関して n 回微分することにより得られる。

7) 周波数微分

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow (-jt)^n \cdot f(t) \longleftrightarrow \frac{d^n F(\omega)}{d\omega^n} \quad (\text{a4-39})$$

∴ $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$ の両辺 ω に関して n 回微分することにより得られる。

8) 共役関数

$f(t)$, $F(\omega)$ の共役関数を, それぞれ $\overline{f(t)}$, $\overline{F(\omega)}$ とするとき

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) \Rightarrow \overline{f(t)} \longleftrightarrow \overline{F(-\omega)} \tag{a4-40}$$

∴ $f(t) = f_1(t) + jf_2(t)$ とすると, $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (f_1 + jf_2)e^{-j\omega t} dt$,

$$\overline{F(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} (f_1 - jf_2)e^{j\omega t} dt \text{ および } \overline{F(-\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} (f_1 - jf_2)e^{-j\omega t} dt \text{ より得られる。}$$

9) 重畳積分定理

$$f_1(t) \longleftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \longleftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) d\tau \longleftrightarrow F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) d\tau \right] dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \tag{a4-41}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega(t-\tau)} f_2(t-\tau) dt = F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$$

10) 周波数領域の重畳積分定理

$$f_1(t) \longleftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \longleftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow f_1(t) \cdot f_2(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(y) F_2(\omega-y) dy \tag{a4-42}$$

∴ 重畳積分定理に対称性の定理を適用すれば得られる。

11) Parseval の等式

$$f_1(t) \longleftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \longleftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(-\omega) \cdot F_2(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) dt \tag{a4-43}$$

∴ (a4-42) 式の関係で $\omega = 0$ とおけば得られる。

5. パワースペクトル

(1) パワースペクトルの定義と物理的意味

不規則関数の自己相関関数に対しては, 一般に

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_{ii}(\tau)| d\tau < \infty \tag{a4-44}$$

が成立し, パワースペクトルは, 自己相関関数の Fourier 変換として, 次の様に定義される。

$$\Phi_{ii}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ii}(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \tag{a4-45}$$

$\Phi_{ii}(\omega)$ の物理的意味を考えてみよう。上式の逆変換

$$\varphi_{ii}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(\omega) e^{j\omega \tau} d\omega \tag{a4-46}$$

で, $\tau = 0$ とすると

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(\omega) d\omega \tag{a4-47}$$

となり、この式は $f_i(t)$ が $1[\Omega]$ の負荷に対する電流又は、電圧であるとする、左辺は負荷で吸収される吸収電力であるので、 $\Phi_{ii}(\omega)$ を ω の全範囲にわたって積分すれば、 $f_i(t)$ の平均電力が得られることを示している。 $\Phi_{ii}(\omega)$ は ω の連続スペクトルであるので、 $d\omega$ なる無限小の周波数帯の電力は $\Phi_{ii}(\omega) d\omega$ で与えられる。すなわち、ある範囲の周波数帯を考えたときに、はじめて有限の電力が得られる。この意味で $\Phi_{ii}(\omega)$ は、 $f_i(t)$ のパワー密度スペクトルである。

相互相関関数の Fourier 変換に関しては、上述の様な物理的意味を与えることは、困難であるが、自己相関関数と同様に、クロスパワースペクトルが、次式の様に定義される。

$$\Phi_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{a4-48})$$

$f_i(t)$ が実数関数であり、 $f_i(t)$ 、 $f_j(t)$ の Fourier 変換が存在するときには、次式が成立する。

$$\Phi_{ij}(\omega) = \overline{F_i(\omega)} \cdot F_j(\omega) \quad (\text{a4-49})$$

$$\begin{aligned} \because \Phi_{ij}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) \cdot f_j(t+\tau) dt \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) e^{j\omega t} dt \right\} \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_j(t+\tau) e^{-j\omega(t+\tau)} d\tau \right\} \\ &= \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) e^{j\omega t} dt \right\} \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_j(x) e^{-j\omega x} dx \right\} = \overline{F_i(\omega)} \cdot F_j(\omega) \end{aligned} \quad (\text{a4-50})$$

(2) パワー密度スペクトルの基本的性質

パワースペクトルに関する基本的性質を以下に示す。

1) $\Phi_{ii}(\omega)$ は正の実関数である。

$$\begin{aligned} \because \Phi_{ii}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ii}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{a4-51}) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T \left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) f_j(t+\tau) dt \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left\{ \int_{-T}^T f_i(t) e^{j\omega t} dt \right\} \cdot \left\{ \int_{-T+\tau}^{T+\tau} f_i(x) e^{-j\omega x} dx \right\} \end{aligned} \quad (\text{a4-52})$$

$f_i(t)$ が実数関数、 $T \rightarrow \infty$ のとき $\int_{-T}^T f_i(t) e^{j\omega t} dt$ と $\int_{-T}^T f_i(t) e^{-j\omega x} dx$ は互に共役な複素数である。

2) $\Phi_{ii}(\omega) = \Phi_{ii}(-\omega)$ (a4-53)

(a4-45) 式で $\varphi_{ii}(\tau)$ が偶関数であることに注意すると $\Phi_{ii}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ii}(\tau) \cos \omega \tau d\tau$

$$3) \phi_{ij}(-\omega) = \overline{\phi_{ij}(\omega)} = \phi_{ji}(\omega) \quad (a4-54)$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi_{ij}(-\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \overline{\phi_{ij}(\omega)} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(-\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ji}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \phi_{ji}(\omega) \end{aligned} \quad (a4-55)$$

$$4) \phi_{ij}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\omega) d\omega \quad (a4-56)$$

∴ (a4-47) 式そのもの。

6. 信号の線形変換

(1) 線形系

ある系が線形であるとは次の性質が同時に成り立つときをいう。

- 1) 入力 $f_1(t)$, $f_2(t)$ に対する系の応答を各々 $g_1(t)$, $g_2(t)$ とすると, 入力 $f_1(t) + f_2(t)$ に対する系の応答は $g_1(t) + g_2(t)$ である。
- 2) 入力 $f_1(t)$ に対する系の応答を $g_1(t)$ とすると, 入力 $af_1(t)$ [a は実数] に対する系の応答は $ag_1(t)$ である。
- 3) 入力 $f_1(t)$ に対する系の応答を $g_1(t)$ とすると, 入力 $f_1(t + \tau)$ に対する系の応答は $g_1(t + \tau)$ である。

以下に取り扱う系は線形であるとする。

(2) インパルス応答と伝達関数

インパルスとはデルタ関数の別名であり, 単位インパルスとはインパルスの大きさが1なるものをいう。すなわ

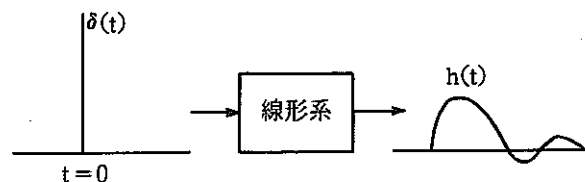


Fig. a4-1

巾 w , 高さ $1/w$ の矩形波で $w \rightarrow 0$ となった極限で得られる信号である。ある系に単位インパルスを入力したとき系が出力する関数をインパルス応答といい $h(t)$ で表わす。(Fig. a4-1 参照)

系が安定であれば $t \rightarrow \infty$ のとき $h(t) \rightarrow 0$ となり,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \quad (a4-57)$$

となるので

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \quad \omega \geq 0 \quad (a4-58)$$

は存在する。 $H(\omega)$ を系の伝達関数という。

(3) 任意任入力関数に対する線形系の応答

インパルス応答 $h(t)$ をもつ系に入力 $f_i(t)$ を加えたときの系の出力 $f_o(t)$ を求めよう。Fig. a 4-2 に示すように入力 $f_i(\tau)$ を巾 $\Delta\tau$ の矩形波に分解する。Fig. a 4-2 でハッチした部分は近似的に $f_i(\tau) \cdot \Delta\tau$ の大きさのインパルスと考えることができるから、ハッチで示したパルスが時刻 t でもつ応答は

$$f_i(\tau) \cdot \Delta\tau \cdot h(t-\tau) \quad (a4-59)$$

と考えられる。線形系の性質より入力 $f_i(\tau)$ に対する時刻 t において系のもつ応答は t より以前のこれらのパルスの影響を全部重ね合わせたものである。従って次式のように表わされる。

$$f_o(t) \doteq \sum_{\tau} f_i(\tau) \cdot \Delta\tau \cdot h(t-\tau) \quad (a4-60)$$

ここで $\Delta\tau \rightarrow 0$ とすると上式の近似は正確になり和は積分に移行する。

$$f_o(t) = \int_{-\infty}^t f_i(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (a4-61)$$

この式は変数変換により、現在時刻を t として過去にさかのぼる時間 σ を考えると次式のようにになる。

$$f_o(t) = \int_0^{\infty} f_i(t-\sigma) h(\sigma) d\sigma \quad (a4-62)$$

$f_i(t)$ が $(-\infty, \infty)$ で絶対可積分であるとし、 $h(\sigma)$ が $\sigma < 0$ で零であることに注意すると、(a4-41) 式を参照し、上式を Fourier 変換することにより周波数領域において線形系の応答を表わす次式が得られる。

$$F_o(\omega) = H(\omega) \cdot F_i(\omega) \quad (a4-63)$$

ここで $F_i(\omega)$, $F_o(\omega)$, $H(\omega)$ はそれぞれ $f_i(t)$, $f_o(t)$, $h(t)$ の Fourier 変換である。

(4) 入力-出力相互相関定理

線形システムの入力と出力の相互相関関数は単位インパルス応答と入力の自己相関関数のたたみ込み積分で与えられる。すなわち

$$\varphi_{io}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) \varphi_{ii}(\tau-\nu) d\nu \quad (a4-64)$$

である。これを示そう。

$$\varphi_{io}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot f_o(t+\tau) dt \quad (a4-65)$$

$f_o(t+\tau)$ を (a4-62) 式で置きかえると

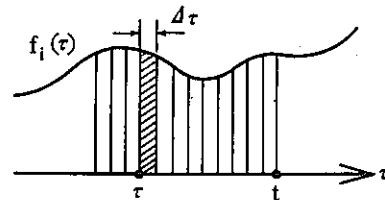


Fig. a4-2

$$\begin{aligned} \varphi_{i0}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) \cdot f_i(t+\tau-\nu) d\nu dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) d\nu \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \cdot f_i(t+\tau-\nu) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) \varphi_{ii}(\tau-\nu) dt \end{aligned} \tag{a4-66}$$

これで (a4-64) 式が得られた。不規則関数の自己相関関数は一般に過渡関数になると考えることができ、(a4-41) 式を適用すると (a4-66) 式の Fourier 変換が次式のように得られる。

$$\Phi_{i0}(\omega) = H(\omega) \cdot \Phi_{ii}(\omega) \tag{a4-67}$$

これより $H(\omega)$ は

$$H(\omega) = \frac{\Phi_{i0}(\omega)}{\Phi_{ii}(\omega)} \quad \omega \geq 0 \tag{a4-68}$$

(5) $\Phi_{ii}(\omega)$ と $\Phi_{00}(\omega)$ の関係

入力信号 $f_i(t)$ のパワー密度スペクトル $\Phi_{ii}(\omega)$ と、出力信号 $f_0(t)$ のパワー密度スペクトルの間の関係は、次式で表わされる。

$$\Phi_{00}(\omega) = \Phi_{ii}(\omega) \cdot |H(\omega)|^2 \tag{a4-69}$$

以下に、これを示そう。 $f_0(t)$ の自己相関関数は

$$\begin{aligned} \varphi_{00}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_0(t) \cdot f_0(t+\tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) f_i(t-\nu) d\nu \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) f_i(t+\tau-\sigma) d\sigma \end{aligned} \tag{a4-70}$$

となり、ここで $t-\nu = x$ なる変数変換を行うと

$$\begin{aligned} \varphi_{00}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(x) \cdot f_i(x+\tau+\nu-\sigma) dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) d\nu \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) d\sigma \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ii}(\tau+\nu-\sigma) \cdot h(\nu) d\nu \cdot h(\sigma) d\sigma \end{aligned} \tag{a4-71}$$

両辺を Fourier 変換すると

$$\begin{aligned} \Phi_{00}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ii}(\tau+\nu-\sigma) e^{-j\omega(\tau+\nu-\sigma)} d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) e^{j\omega\nu} d\nu \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) e^{-j\omega\sigma} d\sigma \\ &= \Phi_{ii}(\omega) \cdot \overline{H(\omega)} \cdot H(\omega) \end{aligned} \tag{a4-72}$$

7. コヒレンス関数

複素コヒレンス関数 $\Gamma(\omega)$ 、及びコヒレンス関数

$|\Gamma(\omega)|^2$ は、各々次の様に定義される。

$$\Gamma_{i0}(\omega) = \frac{\Phi_{i0}(\omega)}{\sqrt{\Phi_{ii}(\omega) \cdot \Phi_{00}(\omega)}} \tag{a4-73}$$

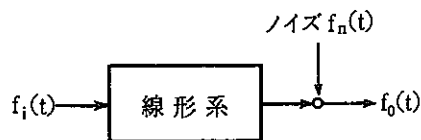


Fig. a4-3

$$|\Gamma_{i0}(\omega)|^2 = \frac{|\Phi_{i0}(\omega)|^2}{\Phi_{ii}(\omega) \cdot \Phi_{00}(\omega)} \quad (\text{a4-74})$$

コヒレンス関数は、線形システムの出力信号 $f_0(t)$ に、考えている入力信号とは別の信号源からの信号又は、雑音 $f_n(t)$ が混入しているときやシステムの特徴が線形関係からずれている場合など、入力信号 $f_i(t)$ の線形変換に起因するパワーが出力信号の全体のパワーに占める比率を周波数毎に求めるものである。従って、コヒレンス関数は又、不規則関数の調波成分毎の線形相関の度合を表わしているものといえる。複素コヒレンス関数は、コヒレンス関数の $1/2$ 乗の単位をもち、その名の通り複素数であるので、位相情報をもっていることが、その大きな特徴である。

$|\Gamma_{i0}(\omega)|^2$ が、出力信号中の、入力信号に起因するパワーの比率を表わすことを以下に示そう。(a4-67)式を用いて、(a4-74)式を変形すると、

$$|\Gamma_{i0}(\omega)|^2 = \frac{\bar{\Phi}_{i0}(\omega) \cdot \Phi_{i0}(\omega)}{\Phi_{00}(\omega) \cdot \Phi_{ii}(\omega)} = \frac{\bar{H}(\omega) \cdot \Phi_{ii}(\omega) \cdot H(\omega)}{\Phi_{00}(\omega)} = \frac{\Phi_{ii}(\omega) |H(\omega)|^2}{\Phi_{00}(\omega)} \quad (\text{a4-75})$$

(a4-72)式における $\Phi_{00}(\omega)$ は、入力が線形変換された信号にのみ依存し、(a4-73)式以降の $\Phi_{00}(\omega)$ には入力信号とノイズ及び系の非線形性が寄与していることに注意すれば、 $|\Gamma_{i0}(\omega)|^2$ は出力信号の全体のパワーに占める入力信号の線形変換に起因するパワーの割合であるといえる。

付録5 不規則信号解析における統計的誤差

以下に述べることは、主に本文の参考文献 (47), (50), (51) および (52) による。

付録4では、不規則信号の基礎概念について述べた。実際の不規則信号の処理にあたっては、これらに加えて推定値の精度を評価する必要がある。以下では、望ましい推定値の性質と、不規則信号の解析における統計的な誤差について考察する。

1. パラメータ推定

一般に、不規則信号の解析においては、有限個の観測値から、その不規則信号のもつ性質を推定することになる。本節では、推定値のもつべき望ましい性質について述べたのち、以下の議論に必要な、誤差の定義を述べる。

標本値に基づいてパラメータの推定を行う場合の推定値は、ある程度任意に選択できるので、どれが正しくて、どれが間違っているということはない。しかしながら、推定値としてもつべき望ましい性質というものはある。推定量の質や、“良さ”の指標として、次の3つがあげられる。

(1) 不偏性

まず第1に、推定値の期待値がそのパラメータに等しいことが望ましい。すなわち、

$$E[\hat{\phi}] = \phi \quad (\text{a5-1})$$

ただし、 $E[\]$ は $[]$ 内の項の期待値をとる操作を表わし、 $\hat{\phi}$ は ϕ の推定量である。このとき、 ϕ の推定量は不偏であるという。

(2) 有効性

第2に、推定値の2乗平均誤差が、他のすべての推定量のそれよりも小さいことが望ましい。すなわち

$$E[(\hat{\phi} - \phi)^2] \leq E[(\hat{\phi}' - \phi)^2] \quad (\text{a5-2})$$

ただし、 $\hat{\phi}$ は考慮している推定量であり、 $\hat{\phi}'$ は任意の他の推定量である。もしこのことがいえるとき、その推定量は他のすべての推定量より有効な値であるという。

(3) 一致性

第3に、標本の大きさが大きくなるにつれて、推定量は確率1で推定されるべきパラメータに近づくことが望ましい。すなわち、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{p}_{\text{rob}} \{ |\hat{\phi} - \phi| \geq \varepsilon \} = 0 \quad (\text{a5-3})$$

もし、このことがいえれば、 $\hat{\phi}$ は ϕ の推定値として一致性をもつという。上式が成立するための十分条件は、チェビシェフの不等式から

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[(\hat{\phi} - \phi)^2] = 0 \quad (\text{a5-4})$$

によって与えられることがわかる。

2. 誤差の定義

標本値に基づいてパラメータの推定を行うときの推定精度は、次式で規定される。

$$e_{ms} = E[(\hat{\phi} - \phi)^2] \quad (\text{a5-5})$$

ここで $\hat{\phi}$ は ϕ の推定量である。上式を展開すると、

$$\begin{aligned} E[(\hat{\phi} - \phi)^2] &= E[(\hat{\phi} - E[\hat{\phi}] + E[\hat{\phi}] - \phi)^2] \\ &= E[(\hat{\phi} - E[\hat{\phi}])^2] + 2E[(\hat{\phi} - E[\hat{\phi}])(E[\hat{\phi}] - \phi)] \\ &\quad + E[(E[\hat{\phi}] - \phi)^2] \end{aligned} \quad (\text{a5-6})$$

となる。この式の右辺第2項は、零となる。何故なら

$$E[\hat{\phi} - E[\hat{\phi}]] = E[\hat{\phi}] - E[\hat{\phi}] = 0 \quad (\text{a5-7})$$

であるからである。これ故に2乗平均誤差は

$$e_{ms} = E[(\hat{\phi} - E[\hat{\phi}])^2] + E[(E[\hat{\phi}] - \phi)^2] \quad (\text{a5-8})$$

となる。この式から2乗平均誤差は、誤差の不規則な部分を表わす項と、誤差の系統的な部分を表わす項から成っていることがわかる。すなわち(a5-8)式の右辺第1項は、誤差の分散を表わす項であり、これを $\sigma^2[\hat{\phi}]$ と記述すれば、

$$\sigma^2[\hat{\phi}] = E[(\hat{\phi} - E[\hat{\phi}])^2] = E[\hat{\phi}^2] - E^2[\hat{\phi}] \quad (\text{a5-9})$$

となる。第2項は、誤差の偏りの2乗を表わす項であり、これを $b^2[\hat{\phi}]$ とすると

$$b^2[\hat{\phi}] = E[b^2[\hat{\phi}]] = E[(E[\hat{\phi}] - \phi)^2] \quad (\text{a5-10})$$

であって、2乗平均誤差 e_{ms} は推定量の分散と、推定量の偏りの2乗との和

$$e_{ms} = V_{ar}[\hat{\phi}] + b^2[\hat{\phi}] \quad (\text{a5-11})$$

となる。

(a5-9)から(a5-10)に示される量は、いずれも推定値の2乗の次元をもつ量である。これらの平方根をとると、丁度推定値と同じ単位をもつ量となる。式(a5-9)の平方根は推定量の標準偏差であり、これは標準誤差又は、不規則誤差と呼ばれる。不規則誤差を $\sigma[\hat{\phi}]$ で表わすと

$$\sigma[\hat{\phi}] = \sqrt{E[\hat{\phi}^2] - E^2[\hat{\phi}]} \quad (\text{a5-12})$$

である。式(a5-10)の平方根は偏り誤差 $b[\hat{\phi}]$ そのものであり、すなわち、

$$b[\hat{\phi}] = E[\hat{\phi}] - \phi$$

である。2乗平均誤差の平方根は rms 誤差と呼ばれ、これを e_{rms} で表わすと、

$$e_{rms} = \sqrt{E[(\hat{\phi} - \phi)^2]} = \sqrt{\sigma^2[\hat{\phi}] + b^2[\hat{\phi}]} \quad (\text{a5-13})$$

である。

さらに、上述の推定量の誤差と推定されるべき真の値との比をとったものを規準化誤差といい、 $\phi \neq 0$ のとき、規準化標準誤差 ϵ_r 、規準化偏り誤差 ϵ_b 、規準化 rms 誤差 ϵ は次の様に定義される。

$$\epsilon_r = \frac{\sigma[\hat{\phi}]}{\phi} = \frac{\sqrt{E[\hat{\phi}^2] - E^2[\hat{\phi}]}}{\phi} \quad (\text{a5-14})$$

$$\epsilon_b = \frac{b[\hat{\phi}]}{\phi} = \frac{E[\hat{\phi}] - \phi}{\phi} \quad (\text{a5-15})$$

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\sigma^2[\hat{\phi}] + b^2[\hat{\phi}]}}{\phi} = \frac{\sqrt{E[(\hat{\phi} - \phi)^2]}}{\phi} \quad (\text{a5-16})$$

ϵ_r が極く小さいとすると、2乗推定量 $\hat{\phi}^2 = \phi^2 \cdot (1 \pm 2\epsilon_r)$ とすると $\hat{\phi}$ は、 $\hat{\phi} = \phi \cdot (1 \pm 2\epsilon_r)^{1/2} \approx \phi \cdot (1 \pm \epsilon_r)$ となるので

$$\epsilon_r[\hat{\phi}^2] \approx 2\epsilon_r[\hat{\phi}] \quad (\text{a5-17})$$

なる関係がある。

3. 相関関数の推定誤差

(1) 推定量の不偏性

不規則関数 $f_i(t)$, $f_j(t)$ の相互相関関数 $\varphi_{ij}(\tau)$ について考えよう。簡単のため、以下の議論では $f_i(t)$ と $f_j(t)$ の平均値は零と仮定する。 φ_{ij} の標本推定量

$$\hat{\varphi}_{ij}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f_i(t) \cdot f_j(t + \tau) dt \quad 0 \leq t < T \quad (\text{a5-18})$$

は、 T に関係なく不偏推定量となる。何故ならば、 $\hat{\varphi}_{ij}(\tau)$ の期待値は、

$$\begin{aligned} E[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)] &= \frac{1}{T} \int_0^T E[f_i(t) \cdot f_j(t + \tau)] dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_{ij}(\tau) \cdot dt = \varphi_{ij}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{a5-19})$$

となるからである。

(2) 推定誤差と推定量の一致性

$\hat{\varphi}_{ij}(\tau)$ の 2 乗平均誤差は、分散 $\sigma^2[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)]$ で与えられ、

$$\begin{aligned} \sigma^2[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)] &= E\{[\hat{\varphi}_{ij}(\tau) - \varphi_{ij}(\tau)]^2\} = E\{[\hat{\varphi}_{ij}^2(\tau)] - \varphi_{ij}^2(\tau)\} \\ &= \frac{1}{T^2} \cdot \int_0^T \int_0^T \left\{ E[f_i(\xi) \cdot f_j(\xi + \tau) \cdot f_i(\eta) \cdot f_j(\eta + \tau)] - \varphi_{ij}^2(\tau) \right\} d\xi \cdot d\eta \end{aligned} \tag{a5-20}$$

となる。

上式の { } 内の 4 次の結合モーメントを求めるため、確率変数 X_1, X_2, X_3, X_4 を導入し、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= f_i(\xi) \\ X_2 &= f_j(\xi + \tau) \\ X_3 &= f_i(\eta) \\ X_4 &= f_j(\eta + \tau) \end{aligned} \right\} \tag{a5-21}$$

とする。 $E[X_1 X_2 X_3 X_4]$ を具体的に求めるためには、 X_1, X_2, X_3, X_4 の分布関数を知る必要があり、 $\{f_i(t)\}, \{f_j(t)\}$ をガウス性過程と仮定する。また計算の便宜のため、これらの平均値は零と仮定しよう。すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} E[X_1 X_2 X_3 X_4] &= \left\{ \frac{\partial^4}{\partial \omega_1 \partial \omega_2 \partial \omega_3 \partial \omega_4} E[e^{i\omega_1 X_1} e^{i\omega_2 X_2} e^{i\omega_3 X_3} e^{i\omega_4 X_4}] \right\}_{\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 0} \\ &= \left[\frac{\partial^4}{\partial \omega_1 \partial \omega_2 \partial \omega_3 \partial \omega_4} \left\{ \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{r=1}^4 \sum_{s=1}^4 m_{rs} \omega_r \omega_s\right) \right\} \right]_{\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 0} \\ &= m_{12} m_{34} + m_{13} m_{24} + m_{14} m_{23} \end{aligned} \tag{a5-22}$$

ここで、各 m_{rs} は (a5-21) 式の関係から

$$\left. \begin{aligned} m_{12} &= E[X_1 X_2] = \varphi_{ij}(\tau) \\ m_{34} &= E[X_3 X_4] = \varphi_{ij}(\tau) \\ m_{13} &= E[X_1 X_3] = \varphi_{ii}(\eta - \xi) \\ m_{24} &= E[X_2 X_4] = \varphi_{jj}(\eta - \xi) \\ m_{14} &= E[X_1 X_4] = \varphi_{ij}(\eta - \xi + \tau) \\ m_{23} &= E[X_2 X_3] = \varphi_{ji}(\eta - \xi - \tau) \end{aligned} \right\} \tag{a5-23}$$

となる。(a5-20) ~ (a5-23) 式の関係から

$$\sigma^2[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)] = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \left\{ \varphi_{ii}(\eta - \xi) \cdot \varphi_{jj}(\eta - \xi) + \varphi_{ij}(\eta - \xi + \tau) \cdot \varphi_{ji}(\eta - \xi - \tau) \right\} d\eta d\xi \quad (\text{a5-24})$$

となる。上式で $\zeta = \eta - \xi$ とおいて積分領域を (ξ, η) から (ξ, τ) に変換すると積分の上下限は Fig. a5-1 のように変化する。 (ξ, η) の代りに、 (ξ, τ) の順序で積分を行うとき、次式が成立する。

$$\int_0^T \int_0^T d\xi d\eta = \int_{-T}^0 \int_{-\zeta}^T d\xi d\zeta + \int_0^T \int_0^{T-\zeta} d\xi d\zeta \quad (\text{a5-25})$$

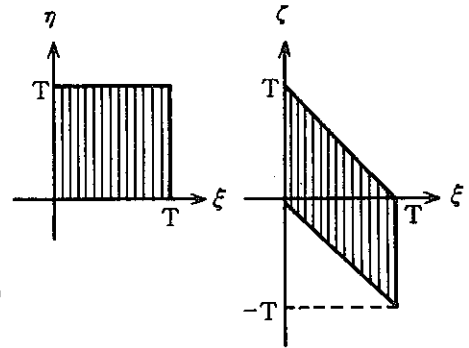


Fig. a5-1

従って、このような積分領域の変換を行えば、
(a5-24) 式は、

$$\sigma^2[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\zeta|}{T}\right) \left\{ \varphi_{ii}(\zeta) \cdot \varphi_{jj}(\zeta) + \varphi_{ij}(\zeta + \tau) \cdot \varphi_{ji}(\zeta - \tau) \right\} d\zeta \quad (\text{a5-26})$$

となる。ここで、 $\varphi_{ii}(\zeta) \cdot \varphi_{jj}(\zeta)$ 、 $\zeta \varphi_{ij}(\zeta) \varphi_{ji}(\zeta)$ および $\zeta \varphi_{ii}(\zeta) \varphi_{jj}(\zeta)$ が $(-\infty, \infty)$ で絶対可積分であることを仮定すると

$$\lim_{T \rightarrow \infty} T \cdot \sigma^2[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \varphi_{ii}(\zeta) \cdot \varphi_{jj}(\zeta) + \varphi_{ij}(\zeta + \tau) \cdot \varphi_{ji}(\zeta - \tau) \right\} d\zeta < \infty \quad (\text{a5-27})$$

となり、これは $\hat{\varphi}_{ij}(\tau)$ が $\varphi_{ij}(\tau)$ の一致推定量となることを示している。 T が十分大きいとき

$$\sigma^2[\hat{\varphi}_{ij}(\tau)] \approx \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \varphi_{ii}(\zeta) \cdot \varphi_{jj}(\zeta) + \varphi_{ij}(\zeta + \tau) \cdot \varphi_{ji}(\zeta - \tau) \right\} d\zeta \quad (\text{a5-28})$$

が得られる。

4. パワースペクトルの推定誤差

(1) 推定量の一致性

有限 Fourier 変換を用いてパワー密度スペクトルを定義するため、定常不規則関数 $f_i(t)$ 、 $f_j(t)$ に対し、有限区間 $(0 \leq t \leq T)$ で

$$\hat{\varphi}_{ij}(\omega) = \frac{1}{T} F_{i,T}^*(\omega) \cdot F_{j,T}(\omega) \quad (\text{a5-29})$$

を定義する。ここに

$$F_{i,T}(\omega) = \int_0^T f_i(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (\text{a5-30})$$

$$F_{j,T}(\omega) = \int_0^T f_j(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (\text{a5-31})$$

で、 $F_{i,T}(\omega)$ 、 $F_{j,T}(\omega)$ は $f_i(t)$ 、 $f_j(t)$ の有限 Fourier 変換を表わし、 $F_{i,T}^*(\omega)$ は $F_{i,T}(\omega)$ の共役複素数である。さて、

$$\phi_{ij}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \{ \hat{\phi}_{ij}(\omega) \} \quad (\text{a5-32})$$

となることを示そう。(a5-29)、(a5-30) および (a5-31) 式より

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{ij}(\omega) &= \frac{1}{T} \int_0^T f_i(\eta) e^{j\omega\eta} d\eta \cdot \int_0^T f_j(\xi) \cdot e^{-j\omega\xi} d\xi \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T f_i(\eta) f_j(\xi) e^{-j\omega(\xi-\eta)} d\eta d\xi \end{aligned} \quad (\text{a5-33})$$

と書ける。ここで $\tau = \xi - \eta$ とおいて、(a5-25) 式で行ったと同様に、積分領域を (η, ξ) から (η, τ) に変換すると (a5-33) 式は、

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{ij}(\omega) &= \int_{-T}^0 \left[\frac{1}{T} \int_{-\tau}^T f_i(\eta) f_j(\eta+\tau) d\eta \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &\quad + \int_0^T \left[\frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} f_i(\eta) f_j(\eta+\tau) d\eta \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (\text{a5-34})$$

となる。付録4の(a4-15)式から、相互相関関数 $\varphi_{ij}(\tau) = E \{ f_i(t) \cdot f_j(t+\tau) \}$ で与えられることを考慮して、両辺の期待値をとれば、

$$\begin{aligned} E \{ \hat{\phi}_{ij}(\omega) \} &= \int_{-T}^0 \left[\frac{1}{T} \int_{-\tau}^T \varphi_{ij}(\tau) d\eta \right] e^{-j\omega\tau} d\tau + \int_0^T \left[\frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} \varphi_{ij}(\tau) d\eta \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right) \cdot \varphi_{ij}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (\text{a5-35})$$

となる。 $T \rightarrow \infty$ の極限をとれば、求める (a5-32) 式が得られる。

ここで重要なのは、期待値をとる操作である。もし、これを行わない場合は、 $T \rightarrow \infty$ としても一致推定量が得られない。

(2) パワー密度スペクトルの推定誤差

不規則関数 $f_i(t)$ の振巾確率分布がガウス分布すると仮定する。最初にスペクトルの絶対値 $|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|$ について考えよう。この分散 $\sigma^2[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|]$ は、(a5-9) 式より次式の如くなる。

$$\sigma^2[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] = E\{\hat{\phi}_{ij}(\omega) \cdot \hat{\phi}_{ij}^*(\omega)\} - E^2[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] \quad (a5-36)$$

この式の右辺第1項は、

$$\begin{aligned} E\{\hat{\phi}_{ij}(\omega) \cdot \hat{\phi}_{ij}^*(\omega)\} &= E\left\{\frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \int_0^T \int_0^T f_i(\eta) \cdot f_j(\xi) \cdot f_i(\zeta) \cdot f_j(\theta) \cdot e^{-j\omega(\xi-\eta+\zeta-\theta)} d\eta \cdot d\xi \cdot d\zeta \cdot d\theta\right\} \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \int_0^T \int_0^T \left\{ E\{f_i(\eta) \cdot f_j(\xi) \cdot f_i(\zeta) \cdot f_j(\theta)\} e^{-j\omega(\xi-\eta+\zeta-\theta)} d\eta \cdot d\xi \cdot d\zeta \cdot d\theta \right\} \end{aligned} \quad (a5-37)$$

となり、上式の $E(\quad)$ は (a5-21), (a5-22), (a5-23) 式より

$$E\{f_i(\eta) f_j(\xi) f_i(\zeta) f_j(\theta)\} = \varphi_{ij}(\xi-\eta) \varphi_{ij}(\theta-\zeta) + \varphi_{ii}(\zeta-\eta) \varphi_{jj}(\theta-\xi) + \varphi_{ii}(\theta-\eta) \varphi_{jj}(\zeta-\xi) \quad (a5-38)$$

となる。(a5-37) 式に上式を代入し、(a5-25) 式に示したような積分領域の変換を行えば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} E\{\hat{\phi}_{ij}(\omega) \cdot \hat{\phi}_{ij}^*(\omega)\} &= \left[\int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \varphi_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right] \cdot \left[\int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \varphi_{ij}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right] \\ &+ \left[\int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \varphi_{ii}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right] \cdot \left[\int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \varphi_{jj}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right] \\ &+ \left[\int_{-T}^0 \varphi_{ij}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \cdot \frac{1}{T} \int_{-\tau}^T e^{j\omega(2\eta)} d\eta + \int_0^T \varphi_{ij}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \cdot \frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} e^{j\omega(2\eta)} d\eta \right] \\ &\times \left[\int_{-T}^0 \varphi_{ji}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \cdot \frac{1}{T} \int_{-\tau}^T e^{j\omega(2\xi)} d\xi + \int_0^T \varphi_{ji}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \cdot \frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} e^{j\omega(2\xi)} d\xi \right] \end{aligned} \quad (a5-39)$$

上式の最後の項の $\frac{1}{T} \int e^{j\omega(2\alpha)} d\alpha$ の形の積分は、 T が十分大きいときには、零に近づくので

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E\{\hat{\phi}_{ij}(\omega) \cdot \hat{\phi}_{ij}^*(\omega)\} = \varphi_{ij}(\omega) \cdot \varphi_{ij}^*(\omega) + \varphi_{ii}(\omega) \cdot \varphi_{jj}(\omega) \quad (a5-40)$$

となる。 $E^2[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|]$ は、 T を十分大きくとった場合、(a5-32) 式から $|\varphi_{ij}(\omega)|^2$ に等しくなり、これは $\varphi_{ij}(\omega) \cdot \varphi_{ij}^*(\omega)$ に等しいので、(a5-36) 式と (a5-40) 式から、 T が十分大きいという条件の下で次式が成立する。

$$\sigma^2[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] = \phi_{ii}(\omega) \cdot \phi_{jj}(\omega) \tag{a5-41}$$

オートパワースペクトルに対しては、上式は

$$\sigma^2[\hat{\phi}_{ii}(\omega)] = \phi_{ii}^2(\omega) \tag{a5-42}$$

となり、よって

$$\sigma[\hat{\phi}_{ii}(\omega)] = \phi_{ii} \tag{a5-43}$$

が得られる。この式は、Tを如何に長くとっても、唯1度の処理で得られるパワースペクトルには、100%の統計誤差が存在することを意味し、通常このように大きい誤差は受け入れ難い。

パワースペクトル測定の統計誤差を小さくするためには、測定を多数回繰り返し、そのアンサンブル・アヴェレージをとればよい。n_d回の測定を行った場合の誤差の分散は、コヒーレンス関数を|Γ_{ij}(ω)|²とすると、

$$\sigma^2[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] = \frac{\phi_{ii}(\omega) \cdot \phi_{jj}(\omega)}{n_d} = \frac{|\phi_{ij}(\omega)|^2}{|\Gamma_{ij}(\omega)|^2 n_d} \tag{a5-44}$$

となる。従って

$$\sigma[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] = \frac{|\phi_{ij}(\omega)|}{|\Gamma_{ij}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d}} \tag{a5-45}$$

$$\epsilon_r[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] = \frac{1}{|\Gamma_{ij}(\omega)| \sqrt{n_d}} \tag{a5-46}$$

が得られる。上式でi=jつまりオートパワースペクトルに対しては、|Γ₁₂(ω)|を1とおけばよい。

次に、クロスパワースペクトルの位相の推定誤差について考えよう。位相の推定値 $\hat{\phi}_{ij}(\omega)$ の不確かさを、ラジアン単位で $\Delta\hat{\phi}_{ij}(\omega)$ とすると、Fig.a5-2に示すように、

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\phi}_{ij}(\omega) &\approx \sin \Delta\hat{\phi}_{ij}(\omega) \\ &= \frac{\sigma[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|]}{|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|} \\ &\approx \epsilon_r[|\hat{\phi}_{ij}(\omega)|] \end{aligned} \tag{a5-47}$$

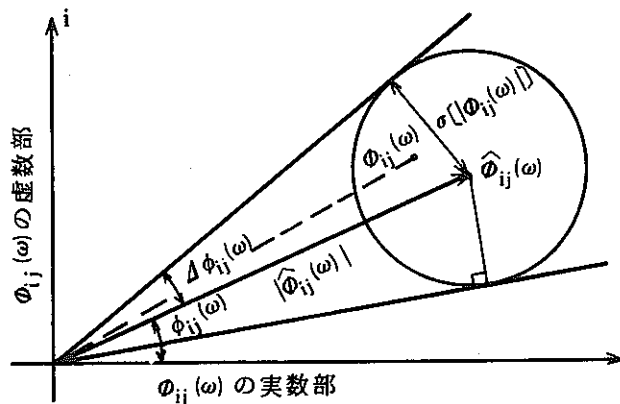


Fig. a5-2

となり、故に次式が得られる。

$$\Delta \hat{\phi}_{ij}(\omega) \approx \frac{1}{|\Gamma_{ij}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d}} \quad (\text{a5-48})$$

5. コヒレンス関数の推定誤差

コヒレンス関数の推定誤差について調べるため、Fig. a5-3のようなモデルを考える。ここで、入力 $f_i(t)$ には雑音が含まれず、 $f_v(t)$ は、 $f_i(t)$ に依存するシステム $h(t)$ の出力、 $f_o(t)$ は $f_v(t)$ に雑音 $f_n(t)$ が重畳したもので、実際に観測される出力とし、 $f_i(t)$ 、 $f_o(t)$ の平均値は零としよう。

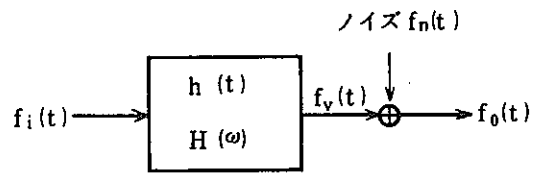


Fig. a5-3

(a4-69) 式、(a4-75) 式から

$$\hat{\phi}_{vv}(\omega) = |\hat{H}(\omega)|^2 \cdot \hat{\phi}_{ii}(\omega) = |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot \hat{\phi}_{00}(\omega) \quad (\text{a5-49})$$

が得られ、 $f_v(t)$ と $f_n(t)$ が無相関であるとする

$$\hat{\phi}_{00}(\omega) = \hat{\phi}_{vv}(\omega) + \hat{\phi}_{nn}(\omega) \quad (\text{a5-50})$$

となり、次式が得られる。

$$\hat{\phi}_{nn}(\omega) = [1 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2] \cdot \hat{\phi}_{00}(\omega) \quad (\text{a5-51})$$

ここで、上式は単なる計算上の値であり実測できないものである。 $f_v(t)$ と $f_n(t)$ が無相関の場合には、又

$$\phi_{vn}(\omega) = E[\hat{\phi}_{vn}(\omega)] = 0 \quad (\text{a5-52})$$

であるので、これと(a5-50)式から

$$\sigma^2[\phi_{00}(\omega)] = \sigma^2[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] + \sigma^2[\hat{\phi}_{nn}(\omega)] \quad (\text{a5-53})$$

となる。上式に(a5-44)式の関係を用いると

$$\sigma^2[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] \approx [\phi_{00}^2(\omega) - \phi_{nn}^2(\omega)] / n_d \quad (\text{a5-54})$$

となり、これに $\phi_{nn}(\omega) = [1 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2] / n_d$ 、 $\phi_{vv}(\omega) = |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot \phi_{00}(\omega)$ なる関係を代入すると、次式が得られる。

$$\sigma^2[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] \approx \frac{[2 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2] \cdot \phi_{vv}^2(\omega)}{|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot n_d} \quad (\text{a5-55})$$

$$\varepsilon_r[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] \approx \frac{[2 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2]^{1/2}}{|\Gamma_{i_0}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d}} \quad (\text{a5-56})$$

次に

$$\Delta\phi_{vv}(\omega) = \hat{\phi}_{vv}(\omega) - \phi_{vv}(\omega) \quad (\text{a5-57})$$

$$\Delta\phi_{00}(\omega) = \hat{\phi}_{00}(\omega) - \phi_{00}(\omega) \quad (\text{a5-58})$$

$$\Delta|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 = |\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \quad (\text{a5-59})$$

とすると (a5-49) 式より

$$\Delta\phi_{vv}(\omega) \approx |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot \Delta\phi_{00}(\omega) + \phi_{00}(\omega) \cdot \Delta|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \quad (\text{a5-60})$$

となる。一方、 $\hat{\phi}_{vv}(\omega)$, $\hat{\phi}_{00}(\omega)$, $|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|$ の分散は

$$V_{ar}[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] = E[\Delta\phi_{vv}(\omega) \cdot \Delta\phi_{vv}(\omega)] \quad (\text{a5-61})$$

$$V_{ar}[\hat{\phi}_{00}(\omega)] = E[\Delta\phi_{00}(\omega) \cdot \Delta\phi_{00}(\omega)] \quad (\text{a5-62})$$

$$V_{ar}[|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2] = E[\Delta|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot \Delta|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2] \quad (\text{a5-63})$$

と書くことができる。又、

$$\Delta\phi_{00}(\omega) = \phi_{vv}(\omega) + \Delta\phi_{nn}(\omega) \quad (\text{a5-64})$$

$$E[\Delta\phi_{vv}(\omega) \cdot \Delta\phi_{nn}(\omega)] = 0 \quad (\text{a5-65})$$

であるので、 $\hat{\phi}_{vv}(\omega)$ と $\hat{\phi}_{00}(\omega)$ の共分散は

$$C_{ov}[\hat{\phi}_{vv}(\omega), \hat{\phi}_{00}(\omega)] = E[\Delta\phi_{vv}(\omega) \cdot \Delta\phi_{00}(\omega)] = V_{ar}[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] \quad (\text{a5-66})$$

となる。(a5-60) 式から

$$\phi_{00} \cdot \Delta|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \approx \Delta\phi_{vv} - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot \Delta\phi_{00} \quad (\text{a5-67})$$

となり、この両辺を2乗して、その期待値をとると

$$\begin{aligned} \phi_{00}^2(\omega) \cdot V_{ar}[|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2] \approx V_{ar}[\hat{\phi}_{vv}(\omega)] - 2|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot C_{ov}[\hat{\phi}_{vv}(\omega), \hat{\phi}_{00}(\omega)] \\ + |\Gamma_{i_0}(\omega)|^4 \cdot V_{ar}[\hat{\phi}_{00}(\omega)] \end{aligned} \quad (\text{a5-68})$$

となる。(a5-44) 式、(a5-56) 式および (a5-66) 式を考慮すると、

$$V_{ar} [|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2] \approx \frac{2 |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2 \cdot [1 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2]}{n_d} \quad (\text{a5-69})$$

$$\epsilon_r [|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2] = \frac{\sqrt{V_{ar} [|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2]}}{|\Gamma_{i_0}(\omega)|^2} \approx \frac{\sqrt{2} [1 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2]}{|\Gamma_{i_0}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d}} \quad (\text{a5-70})$$

が得られる。

次に、(a5-17)式および(a5-70)式より

$$\epsilon_r [|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|] = \frac{\epsilon_r [|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|^2]}{2} = \frac{1 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2}{|\Gamma_{i_0}(\omega)| \cdot \sqrt{2n_d}} \quad (\text{a5-71})$$

となるので、(a5-48)式を得たと同様にして、 $\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)$ の位相 $\hat{\phi}_{i_0}(\omega)$ の不確かさ $\Delta \hat{\phi}_{i_0}(\omega)$ は

$$\Delta \hat{\phi}_{i_0}(\omega) \approx \epsilon_r [|\hat{\Gamma}_{i_0}(\omega)|] = \frac{1 - |\Gamma_{i_0}(\omega)|^2}{|\Gamma_{i_0}(\omega)| \cdot \sqrt{2n_d}} \quad (\text{a5-72})$$

となる。

6. 伝達関数の推定誤差

(a5-49)式から(a5-60)式を得たと同様にして、

$$\Delta \phi_{vv}(\omega) \approx |H(\omega)|^2 \cdot \Delta \phi_{ii}(\omega) + \phi_{ii}(\omega) \cdot \Delta |H(\omega)|^2 \quad (\text{a5-73})$$

を得る。ここで $\Delta \phi_{ii}(\omega)$ および $\Delta |H(\omega)|^2$ は次式の様に定義される。

$$\Delta \phi_{ii}(\omega) = \hat{\phi}_{ii}(\omega) - \phi_{ii}(\omega) \quad (\text{a5-74})$$

$$\Delta |H(\omega)|^2 = |\hat{H}(\omega)|^2 - |H(\omega)|^2 \quad (\text{a5-75})$$

$\hat{\phi}_{ii}(\omega)$ および $|\hat{H}(\omega)|^2$ の分散は

$$V_{ar} [\hat{\phi}_{ii}(\omega)] = E [\Delta \phi_{ii}(\omega) \cdot \Delta \phi_{ii}(\omega)] \quad (\text{a5-76})$$

$$V_{ar} [|H(\omega)|^2] = E [\Delta |H(\omega)|^2 \cdot \Delta |H(\omega)|^2] \quad (\text{a5-77})$$

と表わされ、又 $|\phi_{iv}(\omega)|^2 = \phi_{ii}(\omega) \cdot \phi_{vv}(\omega)$ であるので、 $\hat{\phi}_{ii}(\omega)$ と $\hat{\phi}_{vv}(\omega)$ の共分散は

$$C_{ov} [\hat{\phi}_{ii}(\omega), \hat{\phi}_{vv}(\omega)] = E [\Delta \phi_{ii}(\omega) \cdot \Delta \phi_{vv}(\omega)] = \phi_{ii}(\omega) \cdot \phi_{vv}(\omega) / n_d \quad (\text{a5-78})$$

となる。(a5-73)式から

$$\phi_{ii}(\omega) \cdot \Delta |H(\omega)|^2 \approx \Delta \phi_{vv}(\omega) - |H(\omega)|^2 \cdot \Delta \phi_{ii}(\omega) \quad (\text{a5-79})$$

が得られ、この式の両辺を2乗して、その期待値をとると

$$\phi_{ii}^2(\omega) \cdot V_{ar} [|\hat{H}(\omega)|^2] \approx V_{ar} [\hat{\phi}_{vv}(\omega)] - 2|H(\omega)|^2 \cdot C_{ov} [\hat{\phi}_{ii}(\omega) \cdot \hat{\phi}_{vv}(\omega)] + |H(\omega)|^4 \cdot V_{ar} [\hat{\phi}_{ii}(\omega)] \quad (a5-80)$$

となる。(a5-49)式, (a5-55)式および(a5-78)式から

$$V_{ar} [|\hat{H}(\omega)|^2] \approx \frac{2[1-|\Gamma_{i0}(\omega)|^2] \cdot |H(\omega)|^4}{|\Gamma_{i0}(\omega)|^2 \cdot n_d} \quad (a5-81)$$

$$\epsilon_r [|\hat{H}(\omega)|^2] \approx \frac{\sqrt{V_{ar} [|\hat{H}(\omega)|^2]}}{|H(\omega)|^2} = \frac{\sqrt{2}[1-|\Gamma_{i0}(\omega)|^2]^{1/2}}{|\Gamma_{i0}(\omega)| \cdot \sqrt{n_d}} \quad (a5-82)$$

を得る。従って(a5-17)式を適用すると

$$\epsilon_r [|\hat{H}(\omega)|] \approx \frac{\epsilon_r [|\hat{H}(\omega)|^2]}{2} = \frac{[1-|\Gamma_{i0}(\omega)|^2]^{1/2}}{|\Gamma_{i0}(\omega)| \cdot \sqrt{2n_d}} \quad (a5-83)$$

が得られる。 $H(\omega)$ の位相 $\hat{\phi}(\omega)$ の不確かさ $\Delta \hat{\phi}(\omega)$ は, (a5-48)式を得たと同様にして,

$$\Delta \hat{\phi}(\omega) \approx \epsilon_r [|\hat{H}(\omega)|] = \frac{[1-|\Gamma_{i0}(\omega)|^2]^{1/2}}{|\Gamma_{i0}(\omega)| \cdot \sqrt{2n_d}} \quad (a5-84)$$

となる。

付録6 移行時間の測定値の偏りに関する検討

相互相関関数は、その定義式から明らかなように、無限長の不規則関数に対して定義される。しかしながら、現実の信号処理においては、有限長のデータしか取り扱うことができないので、ゆらぎ信号の相互相関関数を求める際には、適当な窓を通して、信号の採取を行うことになる。

信号の採取に用いる窓の長さや形は、移行時間の測定値に影響を及ぼし、これらが不適当な場合には測定値のバラツキや偏りが大きくなる。以下では、窓が移行時間の測定値に及ぼす影響について考察する。

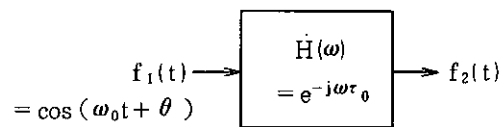


Fig. a 6 - 1

1. 準備

伝達特性 $H(\omega) = e^{-j\omega\tau_0}$ を有する Fig.a 6 - 1 のシステムにおいて、単一周波数 ω_0 の信号 $f_1(t) = \cos(\omega_0 t + \theta)$ を入力し、この入力 $f_1(t)$ と出力 $f_2(t)$ を、よく用いられる窓関数を一般化したところの

$$w(t) = P_T(t) \cdot \{ A + B \cos \omega_1 t \} \tag{a 6 - 1}$$

$$\text{ここで, } P_T(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{for else} \end{cases}$$

$$\omega_1 = \pi / T, \quad A, B \text{ は定数で } A + B = 1$$

なる窓 $w(t)$ からみて、 $H(\omega)$ を推定する場合を考えよう。 $w(t)$ をかけてみた、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ を、それぞれ $g_1(t)$ 、 $g_2(t)$ とすると、

$$g_1(t) = P_T(t) \cdot \{ A + B \cos \omega_1 t \} \cos(\omega_0 t + \theta) \tag{a 6 - 2}$$

$$g_2(t) = P_T(t) \cdot \{ A + B \cos \omega_1 t \} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \tau_0 + \theta) \tag{a 6 - 3}$$

となる。 $g_1(t)$ を展開して整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} g_1(t) = & P_T(t) A \{ \cos \omega_0 t \cdot \cos \theta - \sin \omega_0 t \cdot \sin \theta \} \\ & + P_T(t) \frac{B}{2} [\{ \cos(\omega_1 + \omega_0)t + \cos(\omega_1 - \omega_0)t \} \cos \theta \\ & - \{ \sin(\omega_1 + \omega_0)t + \sin(\omega_1 - \omega_0)t \} \sin \theta] \end{aligned} \tag{a 6 - 4}$$

ここで、 $P_T(t)$ の Fourier 変換 $P_T(\omega)$ は

$$P_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_T(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^T e^{-j\omega t} dt = \frac{2 \sin \omega T}{\omega} \tag{a 6 - 5}$$

となり、かつ付録4の(a 4 - 36)式より

$$f(t) \cos \omega_0 t \longleftrightarrow \frac{F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0)}{2} \tag{a 6 - 6}$$

$$f(t) \sin \omega_0 t \longleftrightarrow \frac{F(\omega - \omega_0) - F(\omega + \omega_0)}{2j} \tag{a 6 - 7}$$

となるので、 $g_1(t)$ の Fourier 変換 $G_1(\omega)$ は次式の様に得られる。

$$G_1(\omega) = S_1(\omega) \cdot \cos \theta + j \cdot S_2(\omega) \cdot \sin \theta \quad (a6-8)$$

但し、

$$S_1(\omega) = A \left\{ \frac{\sin(\omega - \omega_0)T}{\omega - \omega_0} + \frac{\sin(\omega + \omega_0)T}{\omega + \omega_0} \right\} + \frac{B}{2} \left\{ \frac{\sin(\omega - \omega_0 - \omega_1)T}{\omega - \omega_0 - \omega_1} + \frac{\sin(\omega + \omega_0 - \omega_1)T}{\omega + \omega_0 - \omega_1} + \frac{\sin(\omega - \omega_0 + \omega_1)T}{\omega - \omega_0 + \omega_1} + \frac{\sin(\omega + \omega_0 + \omega_1)T}{\omega + \omega_0 + \omega_1} \right\} \quad (a6-9)$$

$$S_2(\omega) = A \left\{ \frac{\sin(\omega - \omega_0)T}{\omega - \omega_0} - \frac{\sin(\omega + \omega_0)T}{\omega + \omega_0} \right\} + \frac{B}{2} \left\{ \frac{\sin(\omega - \omega_0 - \omega_1)T}{\omega - \omega_0 - \omega_1} - \frac{\sin(\omega + \omega_0 - \omega_1)T}{\omega + \omega_0 - \omega_1} + \frac{\sin(\omega - \omega_0 + \omega_1)T}{\omega - \omega_0 + \omega_1} - \frac{\sin(\omega + \omega_0 + \omega_1)T}{\omega + \omega_0 + \omega_1} \right\} \quad (a6-10)$$

全く同様にして、 $g_2(t)$ の Fourier 変換 $G_2(\omega)$ は次式の様になる。

$$G_2(\omega) = S_1(\omega) \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) - j \cdot S_2(\omega) \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) \quad (a6-11)$$

(a6-8), (a6-11)式から、 $f_1(t)$, $f_2(t)$ に比較して $g_1(t)$, $g_2(t)$ はそれ自身においてもすでに、パワースペクトルが拡がりをもつようになることや位相に偏りを生じていることなどがわかる。

次に、 $g_1(t)$ と $g_2(t)$ の相互相関関数より求まる移行時間の偏りについて考えよう。この場合 $g_2(t)$ の $g_1(t)$ に対する時間遅れをより直接的に、しかも周波数毎に記述しているところの、 $g_1(t)$ と $g_2(t)$ のクロスパワースペクトル $\Phi_{12}(\omega)$ を用いるのが都合がよい。 $\Phi_{12}(\omega)$ は

$$\Phi_{12}(\omega) = \left\{ S_1^2(\omega) \cdot \cos \theta \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) - S_2^2(\omega) \cdot \sin \theta \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) \right\} - j \left\{ S_1(\omega) \cdot S_2(\omega) \cdot \cos \theta \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) + S_1(\omega) \cdot S_2(\omega) \cdot \sin \theta \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) \right\} \quad (a6-12)$$

となる。ここで

$$R(\omega) = S_1^2(\omega) \cdot \cos \theta \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) - S_2^2(\omega) \cdot \sin \theta \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) \quad (a6-13)$$

$$I(\omega) = S_1(\omega) \cdot S_2(\omega) \cdot \cos \theta \cdot \sin(\omega_0 \tau_0 - \theta) + S_1(\omega) \cdot S_2(\omega) \cdot \sin \theta \cdot \cos(\omega_0 \tau_0 - \theta) \quad (a6-14)$$

とおくと $|\Phi_{12}(\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$, $\angle \Phi_{12}(\omega) = \tan^{-1}(I(\omega)/R(\omega))$ として

$$\begin{aligned} \Phi_{12}(\omega) &= R(\omega) + j I(\omega) \\ &= \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \cdot \exp \left\{ j \cdot \tan^{-1} \left(\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \right) \right\} = |\Phi_{12}(\omega)| \cdot e^{j \cdot \angle \Phi_{12}(\omega)} \end{aligned} \quad (a6-15)$$

と表わせる。

$R(\omega)$, $I(\omega)$ は $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$ の関数であるので、一般に $\tan^{-1}(I(\omega_0)/R(\omega_0)) \neq \omega_0 \tau_0$ となる。すなわち、単一角周波数 ω_0 をもつ正弦関数を $H(\omega) = e^{-j\omega\tau_0}$ の伝達特性をもつシステムに入力したときの位相遅れは $\omega_0 \tau_0$ になる筈であったが、窓の影響で、これにずれが生じたことになる。さらに、 $\sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$ をみると、これも又、 $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$ の関数であり、元々のスペクトルは ω_0 しか存在

しなかったにもかかわらず、 ω_0 の周りに拡がりをもつようになる。以下、これらについて、数値的に検討してみよう。

2. $\omega = \omega_0$ における移相角の偏り

以下本節では $\omega = \omega_0$ ，すなわち，本来入力信号中に存在していた角周波数成分の位相が窓をかけることにより，どの様に変化するかを調べてみよう。

(1) 窓の形の影響

(a6-1)式において，A，Bの値を適当に選択することにより，一般的に的られている次の3つの窓関数が得られる。

| | | |
|------------|------------|-------|
| $A = 1$ | $B = 0$ | 矩形窓 |
| $A = 0.54$ | $B = 0.46$ | ハミング窓 |
| $A = 0.5$ | $B = 0.5$ | ハニング窓 |

Fig. a6-2は $\angle\phi_{12}(\omega_0)$ の推定値の偏りに対するこれらの3つの窓の間の影響の相違を調べるために， $\angle\phi_{12}(\omega_0)$ の $\omega_0\tau_0$ に対する誤差，すなわち

$$E\left(\angle\phi_{12}(\omega_0)\right) = \frac{\angle\phi_{12}(\omega_0) - \omega_0\tau_0}{\omega_0\tau_0} \quad (\text{a6-16})$$

を， $\theta = 0$ ， $\tau_0/T_0 = 0.005$ （ここで $T_0 = 2\pi/\omega_0$ ）に対し， $2T/T_0$ （ $2T$ は窓の長さ）の関数として求めたものである。Fig. a6-2-1は，矩形窓とハミング窓，Fig. a6-2-2は矩形窓とハニング窓の比較をそれぞれ示すが，これらから，矩形窓の場合が最も偏りの小さいことがわかる。次に，小さいのは，ハミング窓であり，Aの値が，Bと比較して，相対的に大きい方が，良い結果となっている。ここでは， $\theta = 0$ ， $\tau_0/T_0 = 0.005$ の場合のみの比較であるが， θ ， τ_0/T_0 を変化させても，この傾向は不変である。

(2) 窓の長さの影響

Fig. a6-2から又，偏りは $2T/T_0$ （ $2T$ は窓の長さ）を増加するにつれて振動的に減衰していくことがわかる。 $2T/T_0$ に関して，振動の周期は1であり，整数 n に対して， n および $n \pm 1/4$ の点でピーク値をとる。Fig. a6-3，Fig. a6-4から明らかなように，振動の周期，零交叉点，ピーク値をとる点は， θ ， τ_0/T_0 が変化しても不変である。

(3) 初期位相角の影響

初期位相角 θ が変化することによる $\omega_0\tau_0$ の推定値の誤差の変化の様子をFig. a6-3に示す。Fig. a6-3は，矩形窓， $\tau_0/T_0 = 0.005$ に対して， θ を種々変化させ，これと $\theta = 0$ の場合の比較を示す。この図は， θ の変化と共に，振動の節の点は変化せず，腹の振巾が，正負交互の値をとりながら変化していく様子を示している。 θ を0から増加するにつれて振巾は，徐々に小さくなり，あるところで最小となる。さらに θ を増加させると，今度は符号が反対で増加していく。振巾を最大や最小とする θ は， τ_0/T_0 に依存し（Fig. a6-4参照）， $2T_0/T_0$ を固定したと

きの振動は、 θ に関して、周期 π の周期関数となる。

誤差が初期位相角に依存して、正負交互の値をとるという事実は、注目に値する。なぜならばそれは、 θ が一様に分布しているとするならば、測定を多数回繰り返し、その平均をとるとき、誤差が相殺されてしまうという効果をもつからである。

(4) 移行時間自身の影響

$\omega_0 \tau_0$ の推定値に及ぼす τ_0 自身の大きさの影響はどうであろうか。この議論は τ_0 そのよりも、 τ_0/T_0 の影響として考えるならば、その意味がより一そう明確になる。

Fig. a 6 - 4(a) は矩形窓、 $\theta = 0$ に対して、 $\tau_0/T_0 = 0.001$ と $\tau_0/T_0 = 0.01$ の場合を比較したもので、これらの間には、判別できる程の差が認められない。Fig. a 6 - 4(b) 以降は、矩形窓に対して、 θ を種々変化させながら、 $\tau_0/T_0 = 0.1$ と $\tau_0/T_0 = 0.01$ の場合を比較したものである。 τ_0/T_0 によって、振巾を最大とする θ は異なるが、 τ_0/T_0 が大きくなる程、振巾の最大値は小さくなる傾向がある。

上述の結果より、矩形窓を用いた場合、 $2T/T_0$ を 20 程度にとれば、推定値の偏りは大きく見積っても、 $\pm 1\%$ 程度であるといえる。この偏りは、測定回数を増し、平均化操作を行うことによって、さらに減少できる。

3. $\omega = \omega_0$ の周りのスペクトルの拡がり

窓をかけることによって、実際には存在しない周波数成分が、 ω_0 の周りに現われる。次に、これが、 ω_0 付近の角周波数 ω の移相角 $\angle \phi_{12}(\omega)$ に及ぼす影響について考えてみよう。

角周波数 ω_0 の成分が窓をかけたことによって拡がった結果としての ω 成分に対する誤差を、前節と同様に次式のように定める。

$$E(\angle \phi_{12}(\omega)) = \frac{\angle \phi_{12}(\omega) - \omega \tau_0}{\omega \tau_0} \quad (\text{a 6 - 17})$$

処理すべき信号中に、 ω なる角周波数成分が存在するときに、 ω_0 の拡がりとしての ω 成分が、元々存在していた成分に影響を及ぼすことになる。この影響の程度は、(a 6 - 17) 式の値に拡がりスペクトル $|\phi_{12}(\omega)|$ の重みのついたものに比例すると考えられ、従って $E(\angle \phi_{12}(\omega))$ が小さい程又、スペクトルの拡がりが小さい程、影響を及ぼす度合いが小さいといえる。

(1) 窓の形の影響

矩形、ハミング、ハンニングの各窓形に対し、 $2T/T_0 = 10$ 、 $\tau_0/T_0 = 0.1$ 、 $\theta = 0$ および、 $2T/T_0 = 20$ 、 $\tau_0/T_0 = 0.2$ 、 $\theta = 0$ の条件での $|\phi_{12}(\omega)|$ 、 $E(\angle \phi_{12}(\omega))$ の数値計算結果を Fig. a 6 - 5 に示す。これによると、各窓形間のパワーの拡がり、すなわち、 $|\phi_{12}(\omega)|$ の差は小さいが、 $E(\angle \phi_{12}(\omega))$ は、A が B と比較して相対的に大きくなる程、小さくなっている。従って、この結果からも、 τ_0 の推定には、矩形窓が適しているといえることができる。

(2) 窓の長さの影響

Fig. a 6-6 に、 $\tau_0/T_0 = 0.01$ 、 $\theta = \pi/6$ で一定とし、 $2T/T_0$ を、5, 10, 20 と変化させたときの $|\Phi_{12}(\omega)|$ 及び $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ を示す。これらによると、 $2T/T_0$ が大きくなるにつれて、スペクトルの拡がり小さくなるが、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ はほとんど変化しないことがわかる。Fig. a 6-9 には、 $\tau_0/T_0 = 0.2$ 、 $\theta = 0$ に対して、前節での検討の結果から、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega_0))$ の正負それぞれの最大値を与えると考えられる $2T/T_0 = 10.25$ 、 9.75 及び 20.25 、 19.75 の場合の $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ と $|\Phi_{12}(\omega)|$ を示しておく。 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ は $\omega = \omega_0$ の付近で、右上り、左下りの特性を示し、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega_0))$ の値にもよるが、 ω が ω_0 より大きい方で正值、小さい方では負値をとる傾向がある。

(3) 初期位相角の影響

$|\Phi_{12}(\omega)|$ 、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ が初期位相角 θ に依存してどのように変化するかを調べるため、 $2T/T_0 = 20$ 、 $\tau_0/T_0 = 0.2$ に対し、 θ を種々変化させて数値計算を実施した。この結果を Fig. a 6-8 に示す。Fig. a 6-5(d) と併せてみると、 $|\Phi_{12}(\omega)|$ は θ が変化しても不変であること、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ は θ と共に変化し、 π の周期で巡回していることなどがわかる。

(4) 移行時間それ自身の影響

$E(\angle\Phi_{12}(\omega_0))$ 同様、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ も又、 τ_0/T_0 に依存するだろうことが予想される。Fig. a 6-7 には、 $2T/T_0 = 10$ 、 $\theta = \pi/2$ で τ_0/T_0 を変化させたときの、 $|\Phi_{12}(\omega)|$ 、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ の変化の様子を示す。この例は、これまで示したいくつかの例と同様に τ_0/T_0 を変化させてもスペクトルの拡がり方は不変であるが、 $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ は、 τ_0/T_0 がある程度以上大きくなれば、これと共に変化することを示している。

以上述べたところにより、スペクトルの拡がり τ_0 の推定値の誤差に及ぼす影響を考慮した場合にも、矩形窓を用いるのが適当であり、 $2T/T_0$ をできるだけ大きくするのが望ましいと結論できる。パワーの拡がり起因する周波数成分が、元々存在していた成分に及ぼす影響は、処理すべき信号が連続スペクトルをもつ場合には、今着目している周波数成分に対する低い方からの拡がりの影響と高い方からの拡がりの影響が相殺されるので、実際には、ここでの議論の結果よりも大巾に改善される筈である。従って $2T/T_0 = 20$ 、すなわち、処理すべき信号に含まれる下限周波数成分を、最低でも 20 波程度採取してくるような、信号処理を行えば、まず問題はないであろう。

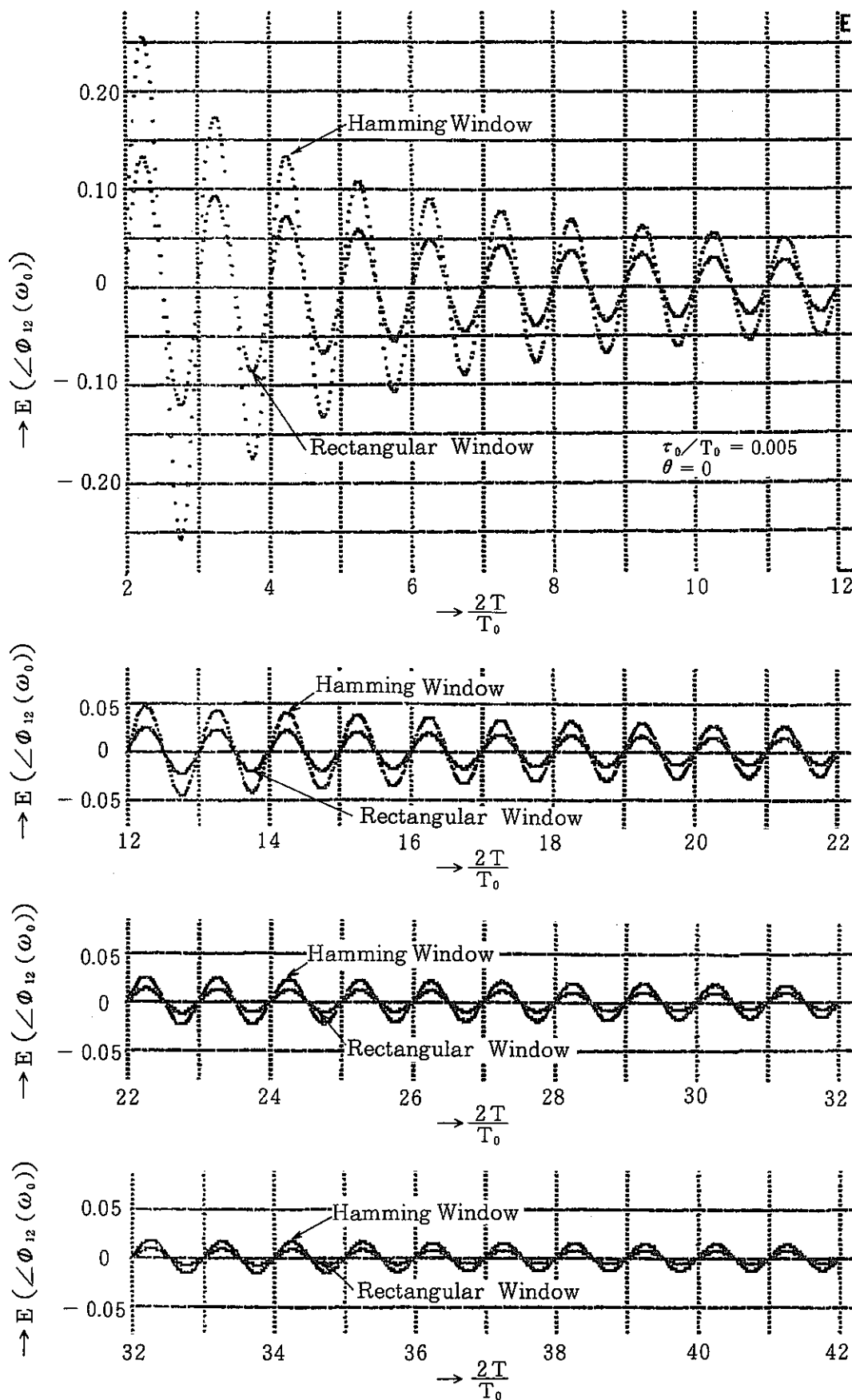


Fig. a6 - 2 - 1 Comparison of $E(\angle \phi_{12}(\omega_0))$ between Rectangular and Hamming Window

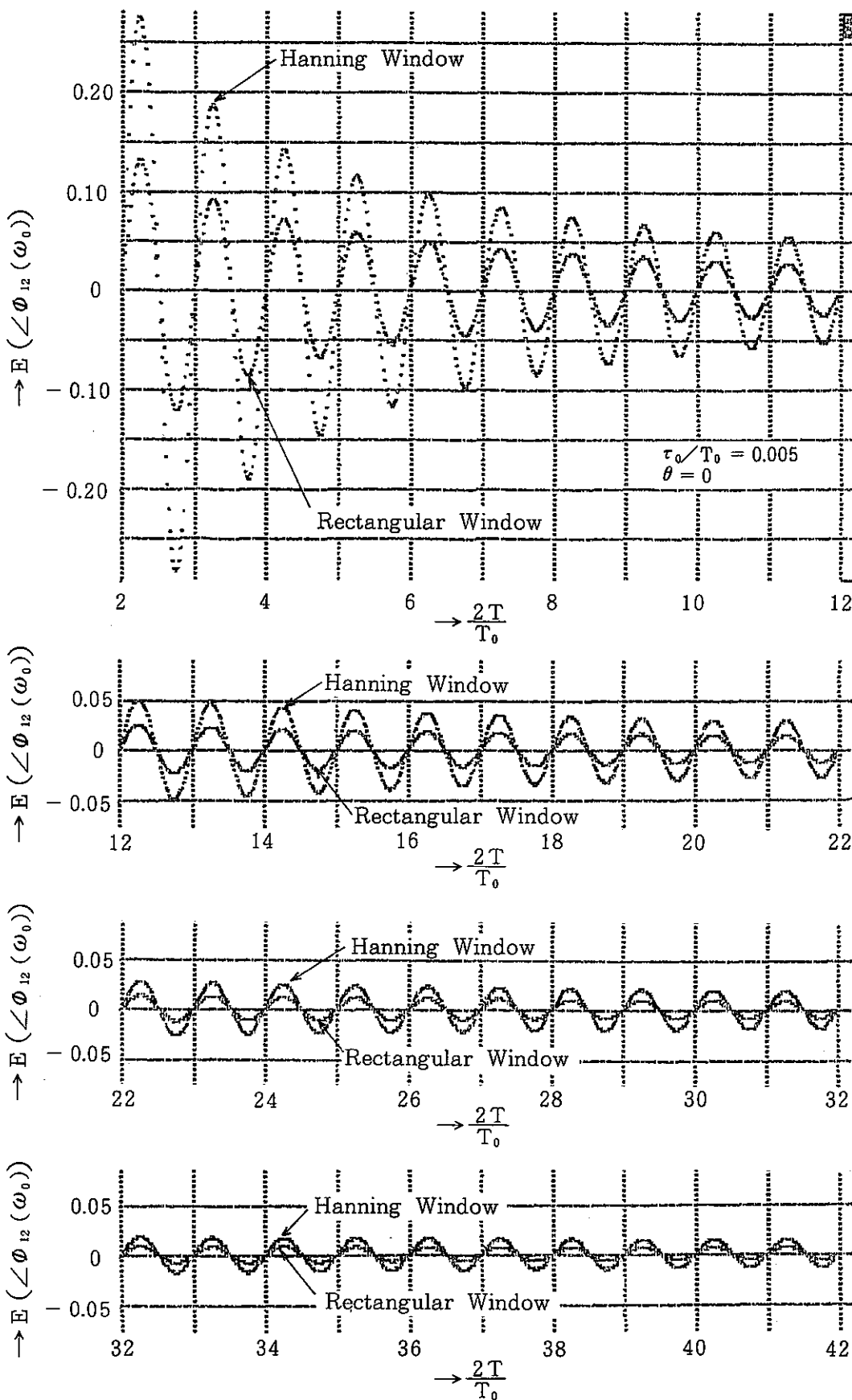


Fig. a6 - 2 - 2 Comparison of $E(\angle \phi_{12}(\omega_0))$ between Rectangular and Hanning Window

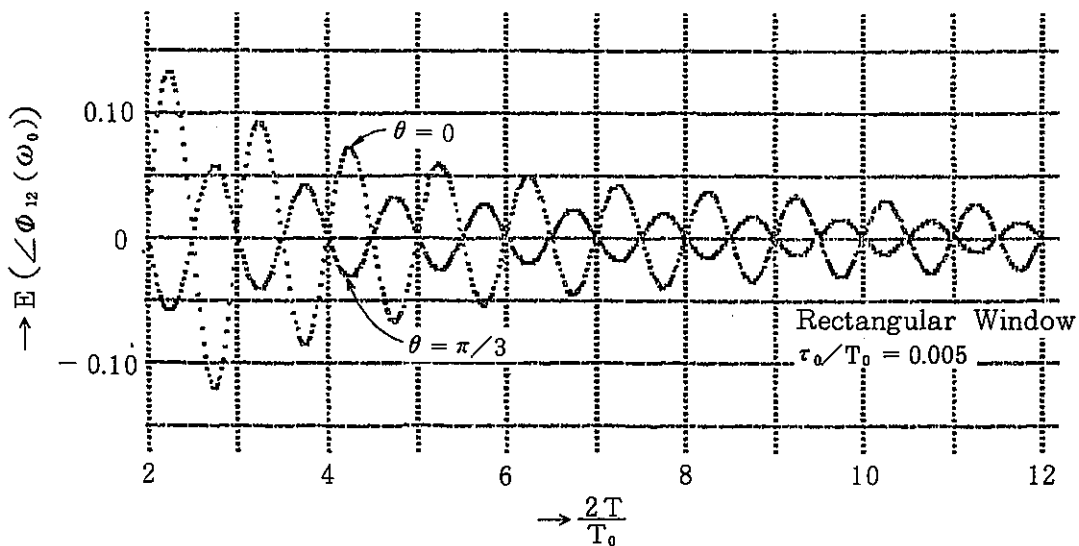
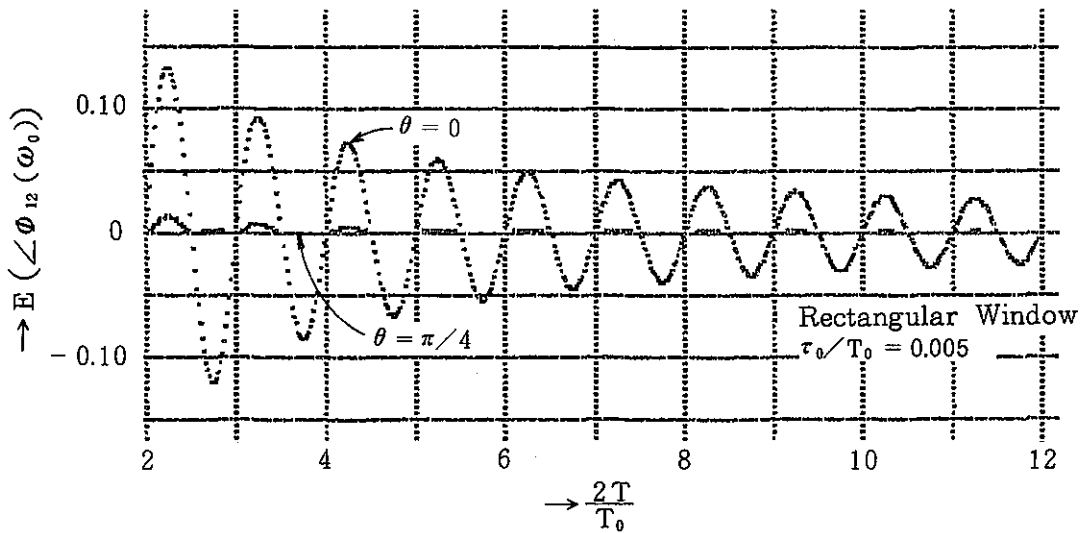
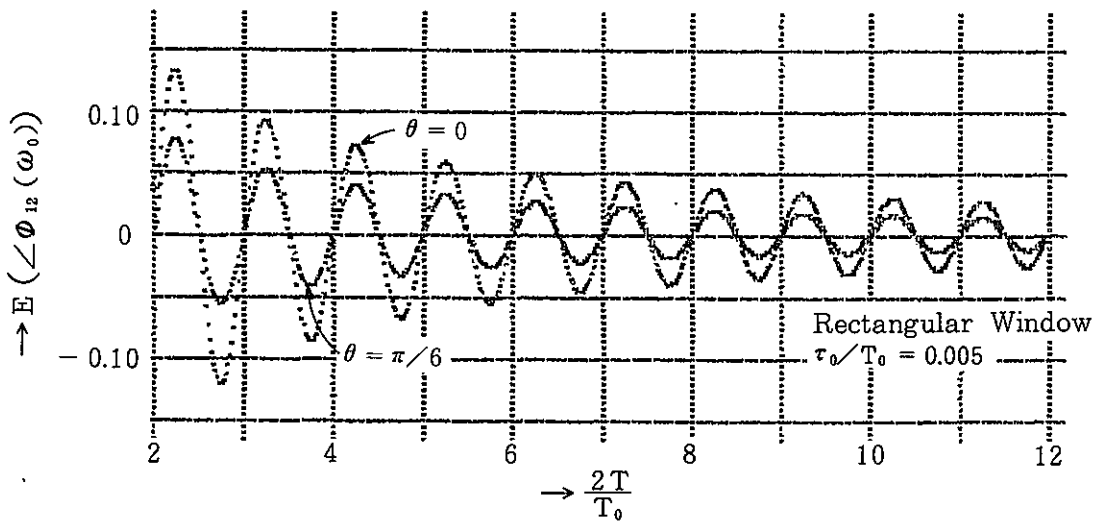


Fig. a6 - 3 - 1 Dependence of $E(\angle\phi_{12}(\omega_0))$ on initial phase angle

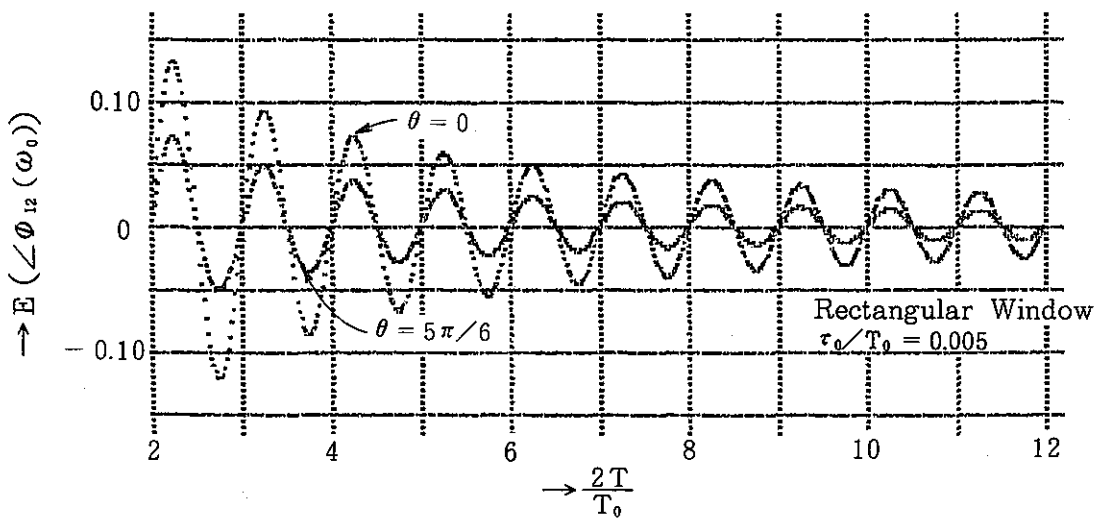
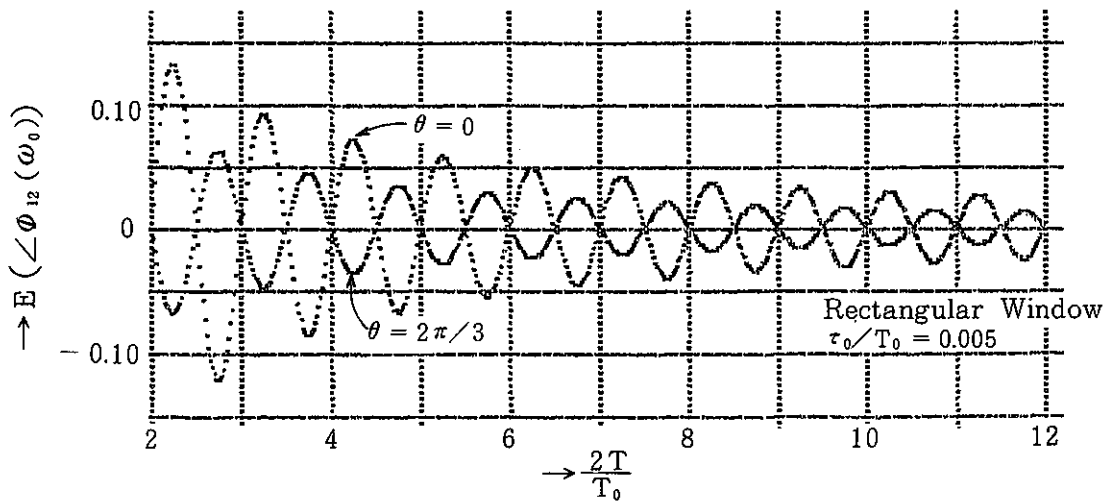
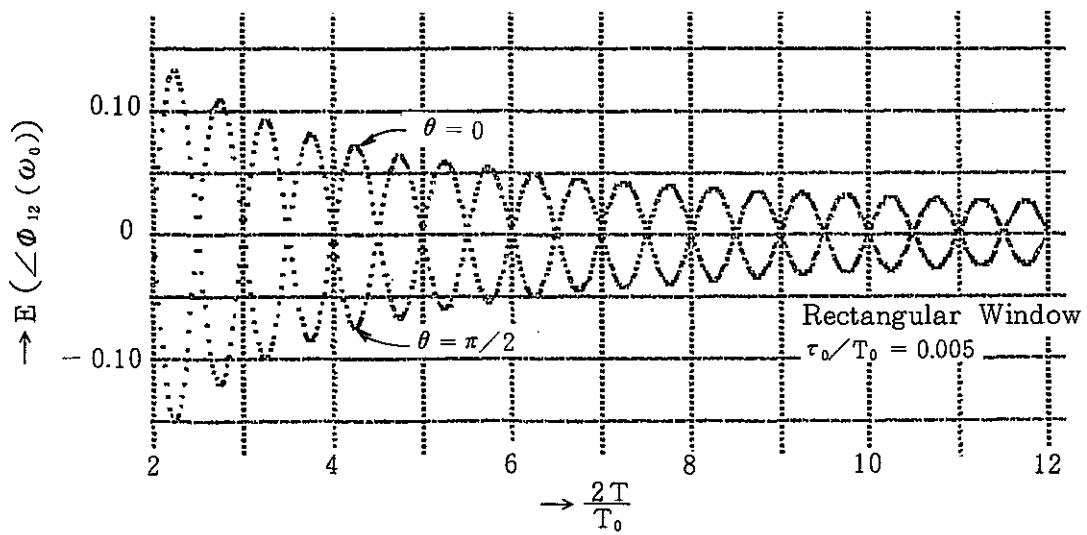


Fig. a6 - 3 - 2 Dependence of $E(\angle\phi_{12}(\omega_0))$ on initial phase angle

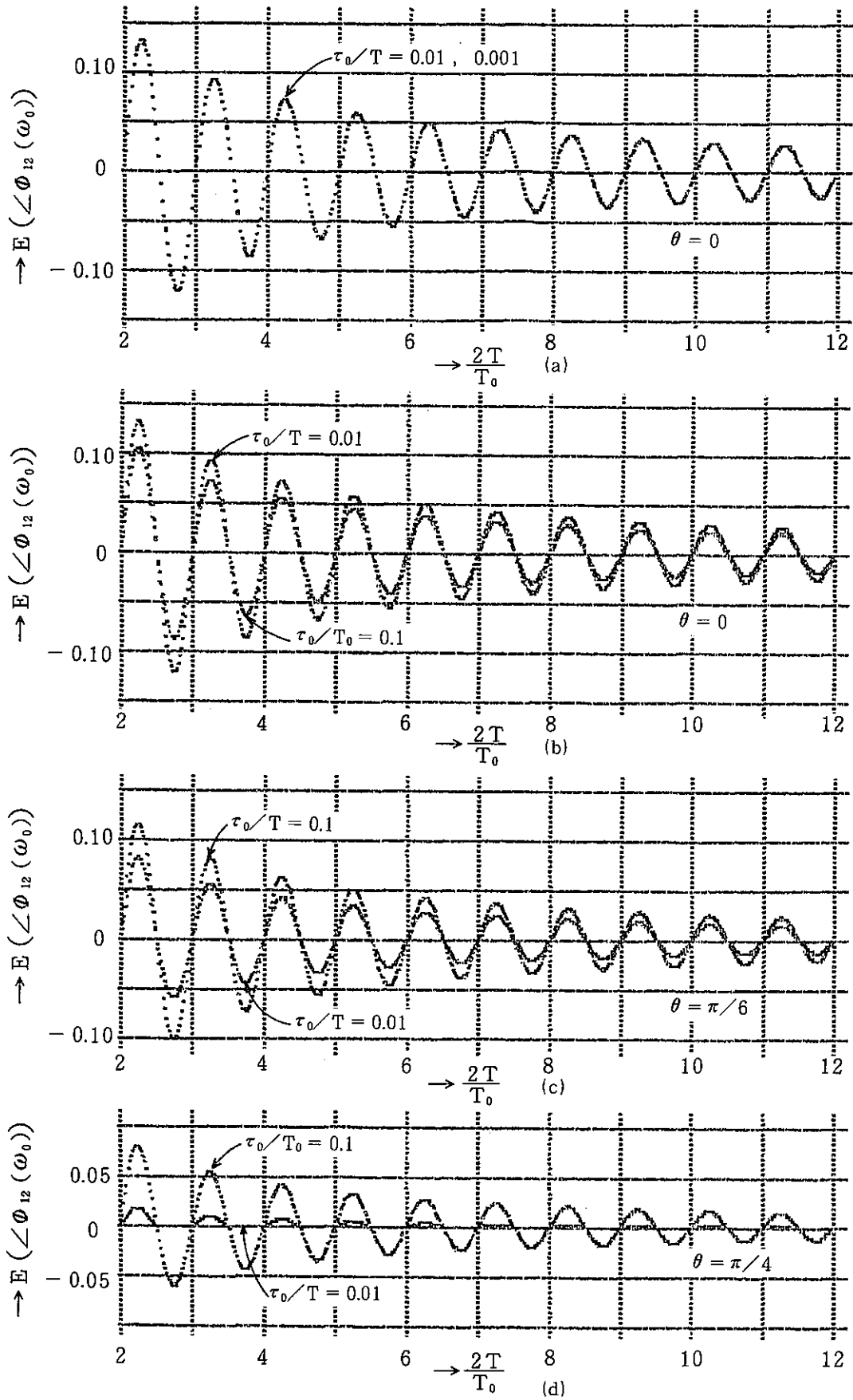


Fig. a6-4-1 Dependence of $E(\angle\phi_{12}(\omega_0))$ on τ_0/T_0

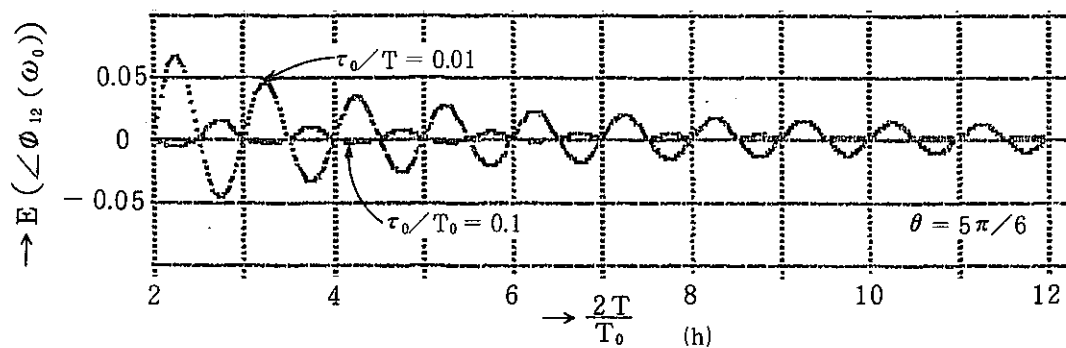
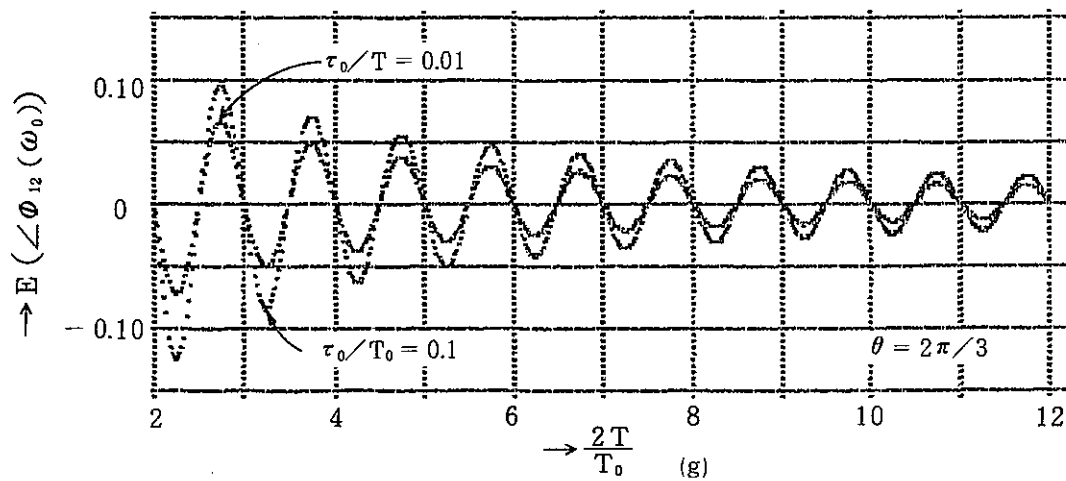
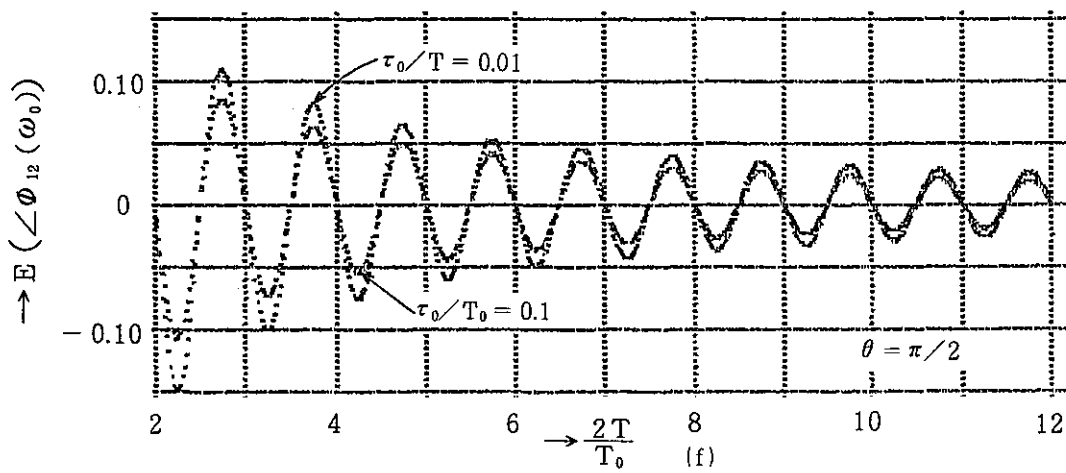
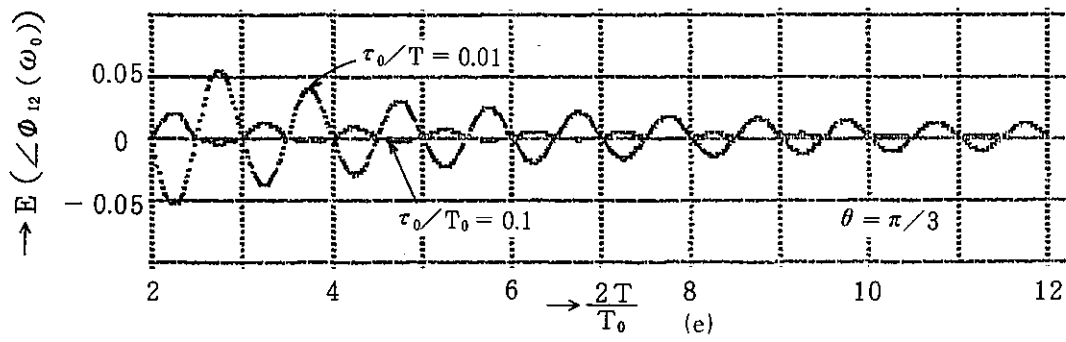


Fig. a6 - 4 - 2 Dependence of $E(\angle\phi_{12}(\omega_0))$ on τ_0/T_0

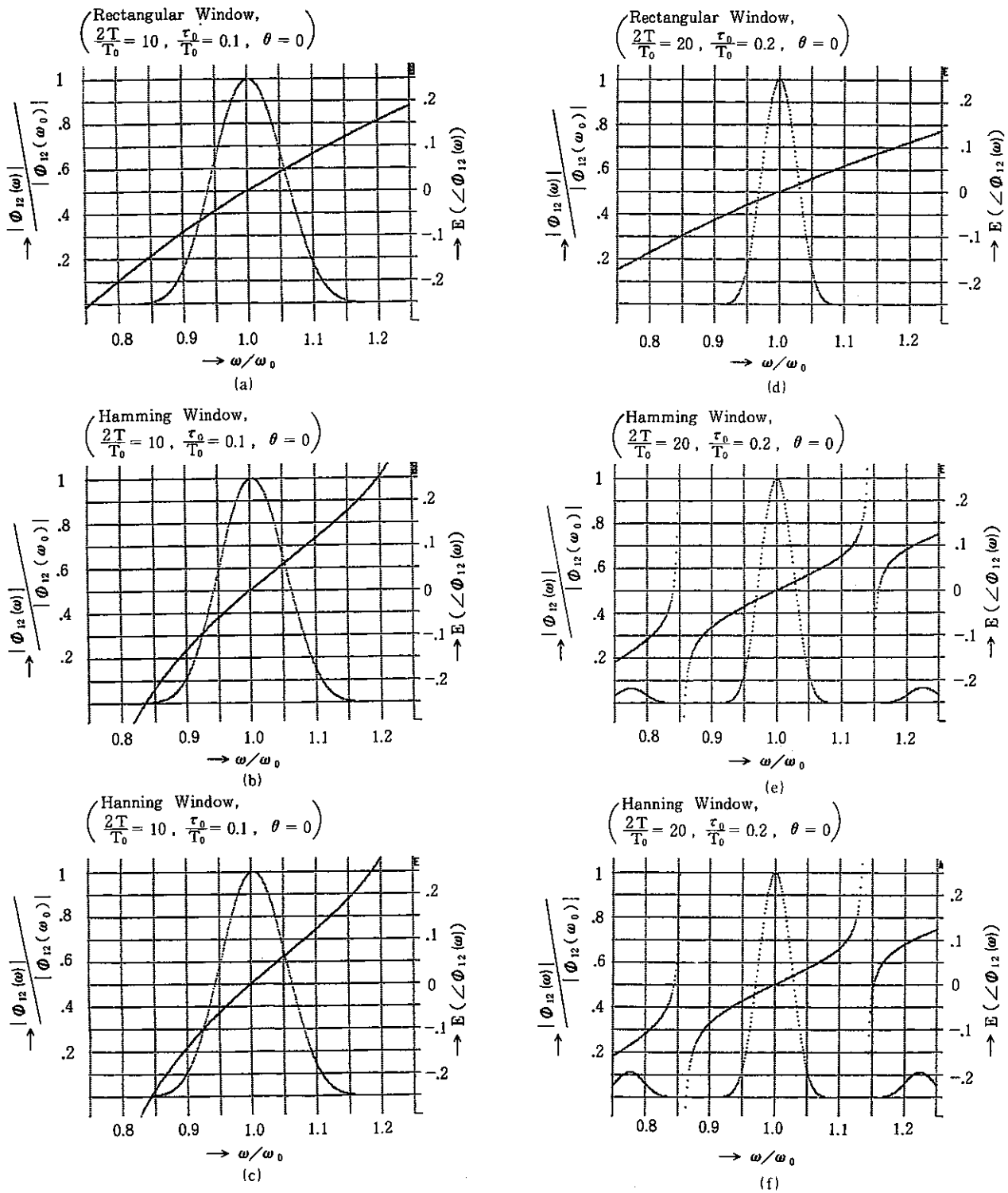


Fig. a6 - 5 Comparison of $|\Phi_{12}(\omega)|$ and $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ among window shapes

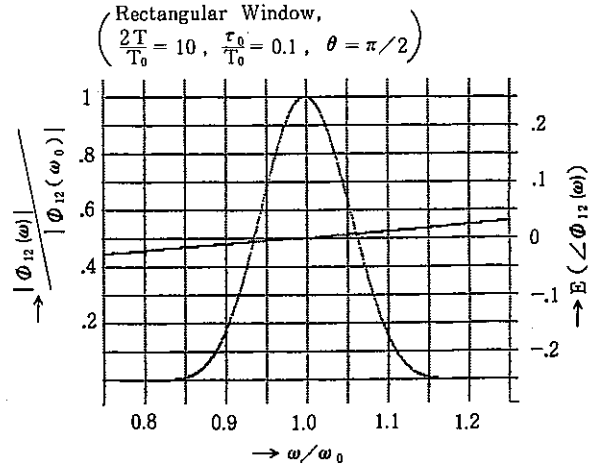
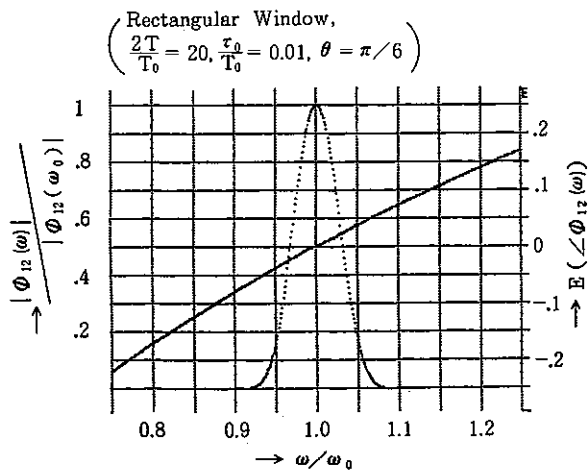
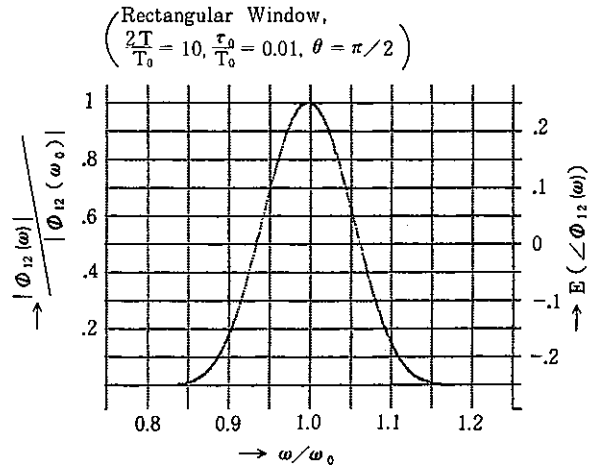
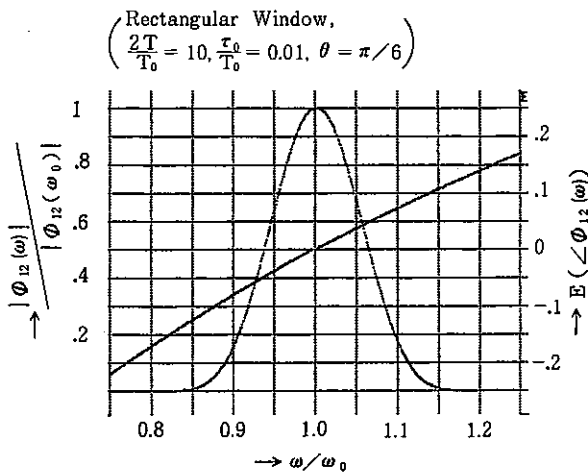
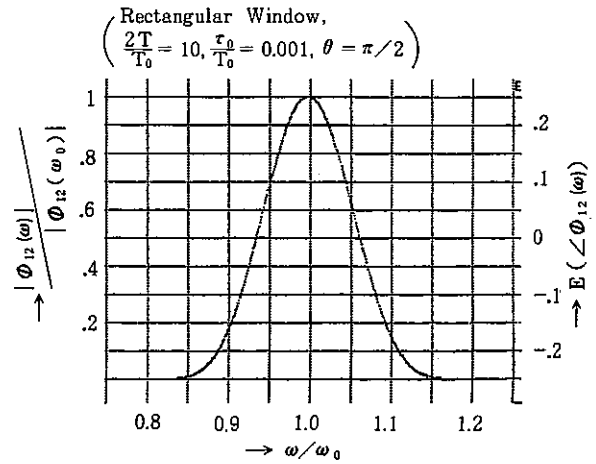
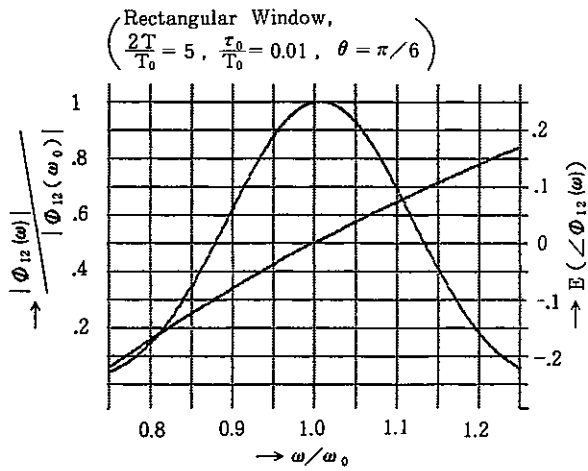


Fig.a6 - 6 Comparison of $|\Phi_{12}(\omega)|$ and $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ among window durations

Fig.a6 - 7 Comparison of $|\Phi_{12}(\omega)|$ and $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ among transit times themselves

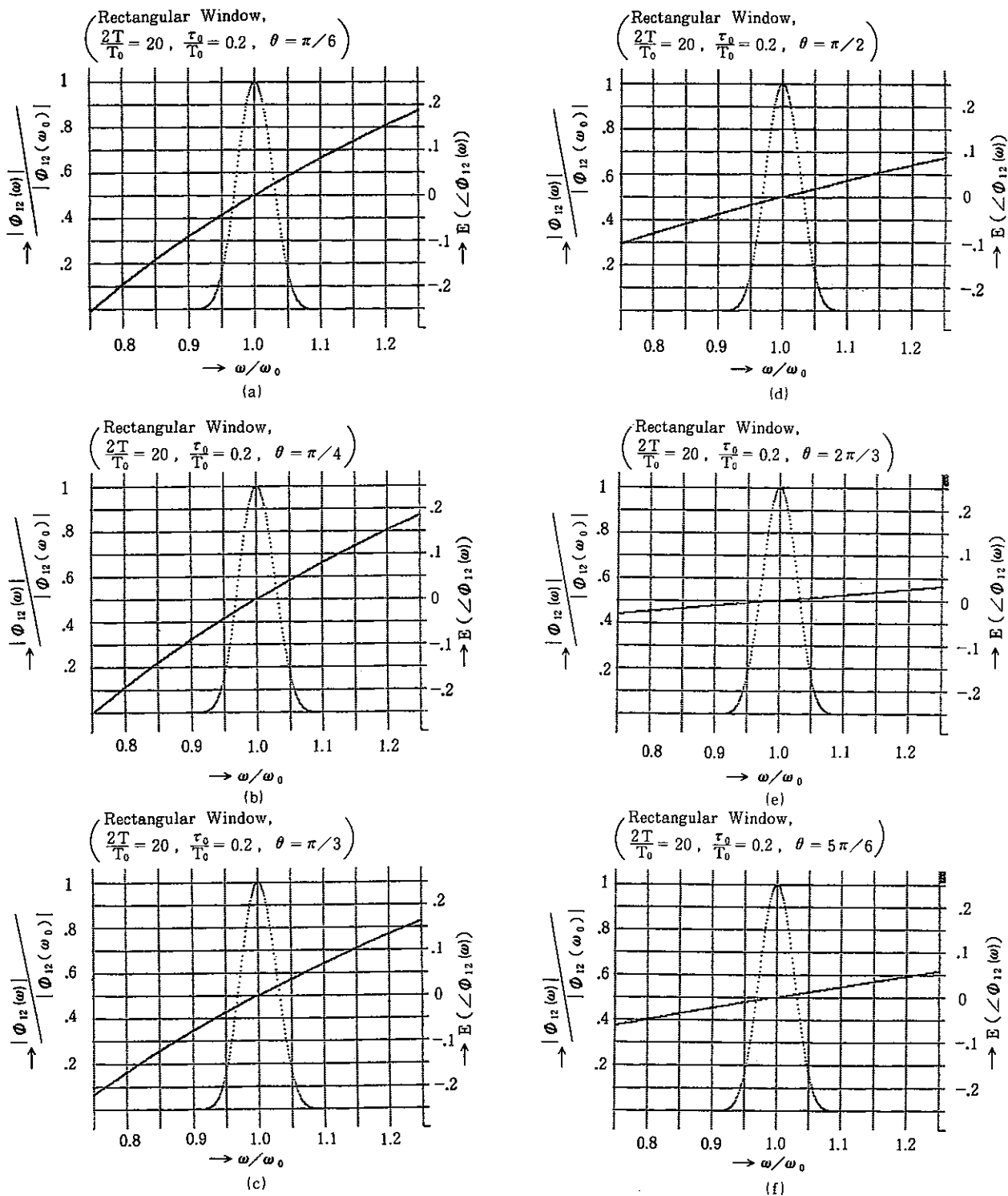


Fig. a6 - 8 Comparison of $|\Phi_{12}(\omega)|$ and $E(\angle\Phi_{12}(\omega))$ among initial phase angles

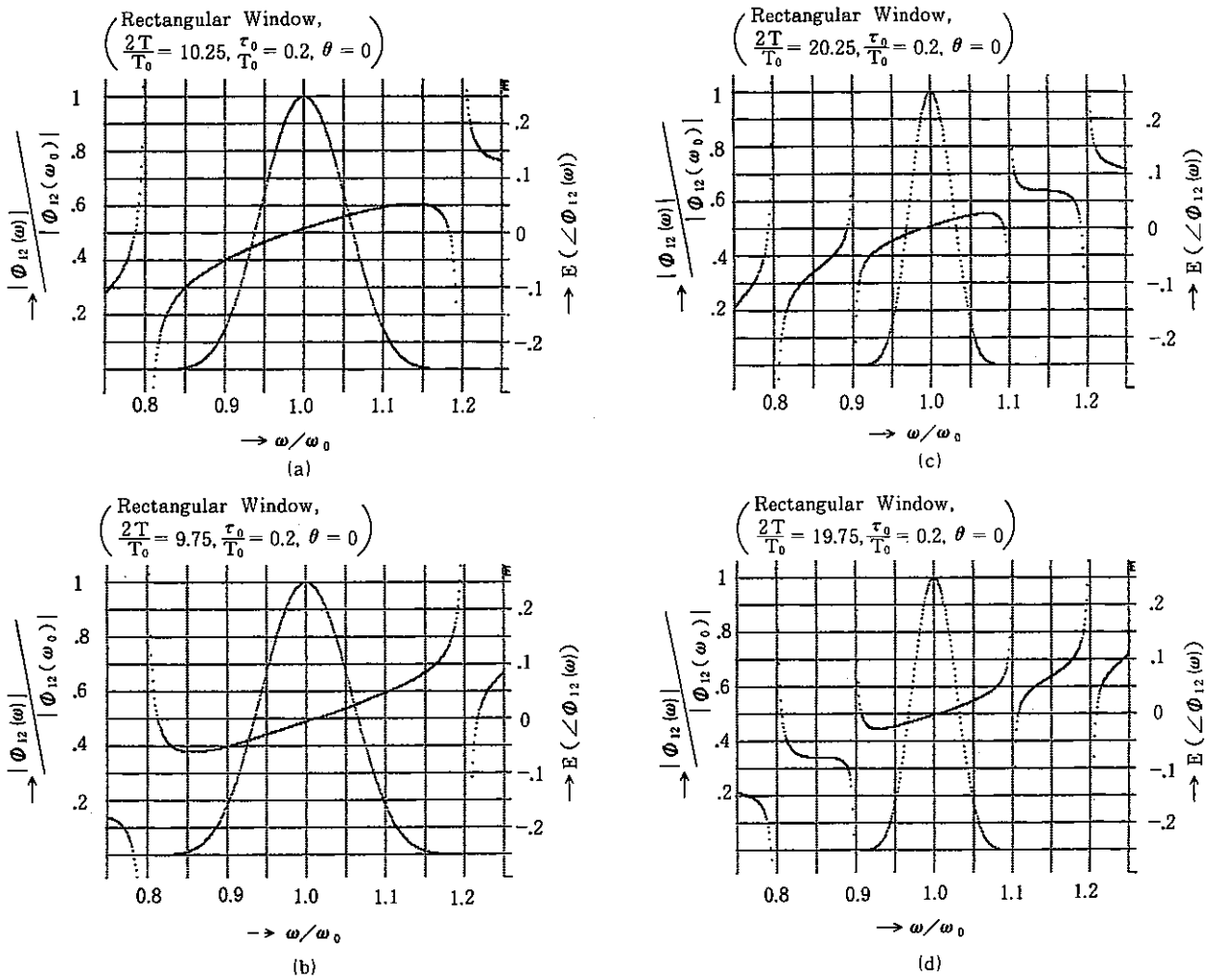


Fig. a6 - 9 Some examples of $|\Phi_{12}(\omega)|$ and $E(\angle\Phi(\omega))$ for ω_0 giving peak value of $E(\angle\Phi_{12}(\omega_0))$

付録7 移行時間の測定値の統計誤差の評価法

以下では最初に、移行時間の統計誤差の相関関数による表式を導く。次いでこれをパワースペクトルで記述し、誤差の性質について検討する。また、パワースペクトルを台形の和で近似することにより、誤差の簡易評価法を導く。

1. 統計誤差の相関関数による表現

ゆらぎの移行時間すなわち相互相関関数の測定値 $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ の最大値を与える $\tau = \tau_m$ を確率変数と考え、その平均値を τ_0 としよう。今、任意の τ_m に対して、 $\varphi_{12}(\tau_m)$ を τ_0 のまわりで Taylor 級数に展開すると

$$\varphi_{12}(\tau_m) = \varphi_{12}(\tau_0) + (\tau_m - \tau_0) \cdot \varphi'_{12}(\tau_0) + \frac{(\tau_m - \tau_0)^2}{2!} \cdot \varphi''_{12}(\tau_0) + \dots \quad (\text{a7-1})$$

となり、 τ_0 の近傍で、

$$\varphi_{12}(\tau'_0) = E[\varphi_{12}(\tau_m)] = \varphi_{12}(\tau_0) + \frac{\varphi''_{12}(\tau_0)}{2!} \cdot E[(\tau_m - \tau_0)^2] + \dots \quad (\text{a7-2})$$

なる τ'_0 が存在する。上式で $\varphi''_{12}(\tau_0)$ は負の値をとり、 $E[(\tau_m - \tau_0)^2]$ は正の値をとるので、

$$\varphi_{12}(\tau_0) \geq \varphi_{12}(\tau'_0) \quad \text{for any } \tau'_0 \quad (\text{a7-3})$$

となり、 τ_m の平均値 τ_0 は真の相関関数 $\varphi_{12}(\tau_0)$ を最大にすることがわかる。

$\varphi_{12}(\tau)$ の導関数 $\varphi'_{12}(\tau)$ を τ_0 のまわりで級数展開すると

$$\varphi'_{12}(\tau_m) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\tau_m - \tau_0)^k}{k!} \cdot \varphi^{(k+1)}_{12}(\tau_0) \quad (\text{a7-4})$$

となり、これを用いて

$$\begin{aligned} \sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)] &= E[\{\varphi'_{12}(\tau_m)\}^2] - E^2[\varphi'_{12}(\tau_m)] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=0}^k \frac{\mu_n}{(k-\ell)! \cdot \ell!} \varphi^{(\ell+1)}_{12}(\tau_0) \cdot \varphi^{(k-\ell+1)}_{12}(\tau_0) - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\mu_k}{k!} \cdot \frac{\mu_\ell}{\ell!} \cdot \varphi^{(k+1)}_{12}(\tau_0) \cdot \varphi^{(\ell+1)}_{12}(\tau_0) \end{aligned} \quad (\text{a7-5})$$

が得られる。ここで、 $\varphi^{(n)}_{12}(\tau_0)$ は、 $\tau = \tau_0$ における $\varphi_{12}(\tau)$ の n 次導関数であり、 μ_n は τ_m の n 次中心モーメントである。(a7-5) 式の右辺は、次の様に近似できる。

$$\sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)] \approx \{\varphi''_{12}(\tau_0)\}^2 \cdot \sigma^2[\tau_m] \quad (\text{a7-6})$$

ここで $\sigma^2[\tau_m]$ は τ_m の分散であり、(a7-6) 式から $\sigma^2[\tau_m]$ は次のように得られる。

$$\sigma^2[\tau_m] \approx \sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)] / \{\varphi''_{12}(\tau_0)\}^2 \quad (\text{a7-7})$$

ここで、 $\sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)]$ を $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ のバラツキで記述するため、 $\hat{\varphi}_{12}$ の関数形を φ_{12} で代表させ $\hat{\varphi}_{12}(\tau)$ のバラツキは、 $\varphi_{12}(\tau_m)$ における τ_m のバラツキによって生起すると仮定する。又、 $\varphi_{12}(\tau)$

は $\tau = \tau_0$ に関して対称とする。すなわち

$$\hat{\varphi}'_{12}(\tau) = \varphi'_{12}(\tau - (\tau_m - \tau_0)) \quad (a7-8)$$

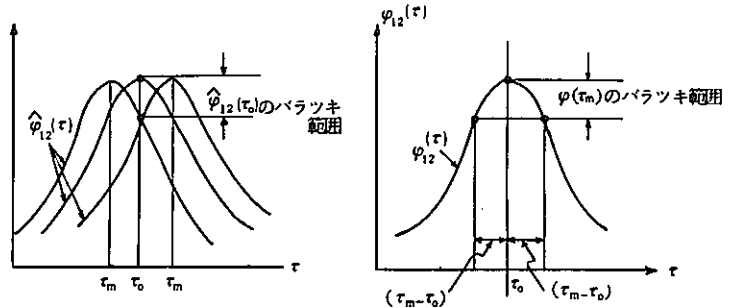
$$\varphi_{12}(\tau_0 + \tau) = \varphi_{12}(\tau_0 - \tau) \quad (a7-9)$$

が成り立つとする。そうすると

$$\hat{\varphi}_{12}(\tau_0) = -\varphi_{12}(\tau_m) \quad (a7-10)$$

が成り立ち、次式が得られる。

$$\sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)] = \sigma^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau_0)] \quad (a7-11)$$



この様子を図示すると Fig. a7-1

Fig. a7-1

のようになる。

次に $\sigma^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau_0)]$ を求めよう。 $\sigma^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau)]$ は次のように定義される。

$$\begin{aligned} \sigma^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau)] &= E[\{\hat{\varphi}'_{12}(\tau)\}^2] - E^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau)] \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \{E[f_1(\xi) \cdot f'_2(\xi + \tau) \cdot f_1(\eta) \cdot f'_2(\eta + \tau)] - [\varphi'_{12}(\tau)]^2\} d\xi d\eta \quad (a7-12) \end{aligned}$$

$\{f_1(t)\}$, $\{f_2(t)\}$ がガウス性過程であるとする。その微分過程 $\{f'_1(t)\}$, $\{f'_2(t)\}$ も又、ガウス性になるので、付録5で (a5-20) 式から (a5-28) 式を得るのに行ったと全く同様の演算で、

$$\varphi''_{12}(\tau) = E[f_1(t) \cdot f'_2(t + \tau)] = -E[f'_1(t) f_2(t + \tau)] \quad (a7-13)$$

であることに注意すると次式が得られる。

$$\sigma^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \{-\varphi_{11}(\zeta) \varphi''_{22}(\zeta) + \varphi'_{12}(\zeta + \tau) \varphi'_{12}(-\zeta + \tau)\} d\zeta \quad \text{for sufficiently long} \quad (a7-14)$$

上式の右辺 { } 内第1項を部分積分し、 $\varphi_{11}(-\infty) = \varphi_{11}(\infty) = 0$ とすると (a7-14) 式は次の様になる。

$$\sigma^2[\hat{\varphi}'_{12}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \{\varphi'_{11}(\zeta) \varphi'_{22}(\zeta) + \varphi'_{12}(\zeta + \tau) \varphi'_{12}(-\zeta + \tau)\} d\zeta \quad (a7-15)$$

(a7-7), (a7-11) および (a7-15) 式より、次式を得る。

$$\sigma^2[\tau_m] = \frac{1}{T} \cdot \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \{\varphi'_{11}(\zeta) \varphi'_{22}(\zeta) + \varphi'_{12}(\zeta + \tau_0) \cdot \varphi'_{12}(-\zeta + \tau_0)\} d\zeta}{\{\varphi'_{12}(\tau_0)\}^2} \quad (a7-16)$$

上式を用いて、規格化標準誤差 $\epsilon_r[\tau_m]$ は、

$$\epsilon_r[\tau_m] = \frac{\sigma[\tau_m]}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_0} \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \{\varphi'_{11}(\zeta) \varphi'_{22}(\zeta) + \varphi'_{12}(\zeta + \tau_0) \varphi'_{12}(-\zeta + \tau_0)\} d\zeta}}{|\varphi'_{12}(\tau_0)|} \quad (a7-17)$$

となる。これで、相関関数による統計誤差の表式が導かれたが、(a7-16)又は(a7-17)式では誤差の性質に対する直観的洞察が得にくく、誤差の数値評価において、こみ入った計算を要するなどの不都合がある。次節では(a7-16)、(a7-17)式を、パワースペクトル密度を用いた周波数領域の表現に変換し、誤差の性質に関する直観が得やすく、数値計算を容易ならしめる様にする。

2. 統計誤差のパワースペクトルによる表現

付録4の(a4-38)式から $\varphi'_{11}(\zeta)$ 、 $\varphi'_{22}(\zeta)$ のフーリエ変換が $j\omega\Phi_{11}(\omega)$ 、 $j\omega\Phi_{22}(\omega)$ で与えられることに注意し、(a4-43)式の関係を採用すると(a7-14)式の右辺第1項の積分は

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \varphi'_{11}(\zeta)\varphi'_{22}(\zeta)d\zeta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega) d\omega \quad (\text{a7-18})$$

となる。同様に、(a7-14)式右辺第2項の積分は、(a4-41)式の関係から

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'_{12}(\zeta+\tau_0)\varphi'_{12}(-\zeta+\tau_0)d\zeta &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'_{12}(z)\varphi'_{12}(2\tau_0-z)dz \\ &= \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{12}(\omega) \cdot \Phi_{12}(\omega) e^{j\omega(2\tau_0)} d\omega \end{aligned} \quad (\text{a7-19})$$

となる。従って、

$$\sigma^2[\hat{\varphi}_{12}(\tau_0)] = \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \{ \Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega) - \Phi_{12}(\omega) \Phi_{12}(\omega) e^{j\omega(2\tau_0)} \} d\omega \quad (\text{a7-20})$$

が得られる。ゆらぎのすべての調波成分が等速度で移行するとき

$$\Phi_{12}(\omega) = |\Phi_{12}(\omega)| \cdot e^{-j\omega\tau_0} \quad (\text{a7-21})$$

となるので、(a7-20)式は次の様になる。

$$\begin{aligned} \sigma^2[\hat{\varphi}_{12}(\tau_0)] &= \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \{ \Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega) - |\Phi_{12}(\omega)|^2 \} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega) \{ 1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2 \} d\omega \end{aligned} \quad (\text{a7-22})$$

一方、(a7-16)式の名母の $\{\varphi''_{12}(\tau_0)\}^2$ は、付録4の(a4-38)式と(a7-21)式の関係から、

$$\begin{aligned} \varphi''_{12}(\tau_0) &= \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \cdot \Phi_{12}(\omega) e^{j\omega\tau_0} d\omega = \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\Phi_{12}(\omega)| d\omega \\ &= \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega)} \cdot |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega \end{aligned} \quad (\text{a7-23})$$

となる。従って、

$$\sigma^2[\tau_m] = \frac{\pi}{T} \cdot \frac{\int_0^\infty \omega^2 \cdot \Phi_{11}(\omega) \cdot \Phi_{22}(\omega) \{1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2\} d\omega}{\left\{ \int_0^\infty \omega^2 \cdot \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega)} \cdot |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega \right\}^2} \quad (a7-24)$$

$$\epsilon_r[\tau_m] = \frac{1}{\tau_0} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{T}} \cdot \frac{\sqrt{\int_0^\infty \omega^2 \Phi_{11}(\omega) \cdot \Phi_{22}(\omega) \cdot \{1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2\} d\omega}}{\left\{ \int_0^\infty \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega)} \cdot |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega \right\}} \quad (a7-25)$$

となり、 $\sigma^2[\tau_m]$ 、 $\epsilon_r[\tau_m]$ のパワースペクトルによる表現が得られた。(a7-24)、(a7-25)式から、 $\Gamma_{12}^2(\omega)$ 、 T が大きくなる程、誤差が小さくなることがわかる。又、パワースペクトルの高周波成分が優勢になるにつれて誤差が小さくなるといえる。このことは $\Gamma_{12}^2(\omega)$ を一定、 $\Phi_{11}(\omega) = \Phi_{22}(\omega)$ とした上で、不等式

$$\int_0^\infty \omega^2 \Phi_{11}(\omega) d\omega \leq \left\{ \int_0^\infty \omega \Phi_{11}(\omega) d\omega \right\}^2 \leq \left\{ \int_0^\infty \omega^2 \Phi_{11}(\omega) d\omega \right\}^2 \quad (a7-26)$$

for $\Phi_{11}(\omega) \geq 0, \omega \geq 1$

が成り立つことにより確認できる。その上もし、 $\Phi_{11}(\omega)$ が 0 からある周波数まで一定、すなわち帯域制限型白色の場合は、誤差は帯域巾の 3/2 に逆比例することが確められる。

(a7-24)、(a7-25)式による誤差の評価では又、各パワースペクトルをそれぞれ独立のスケールで記述できるという利点がある。

3. 統計誤差評価式の不確さに関する検討

以下本節では、(a7-5)、式を(a7-6)で近似することすなわち、(a7-5)式の高次の項を無視することによって引き起こされる $\sigma[\tau_m]$ 又は $\epsilon_r[\tau_m]$ への影響を調べる。

(a7-21)、(a4-38)および(a4-54)式から

$$\varphi_{12}^{(2n+1)}(\tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega)^{2n+1} |\Phi_{12}(\omega)| d\omega = 0 \quad \text{for odd numbered } (2n+1) \quad (a7-27)$$

が成立する。

又、ここで τ_m は τ_0 の周りに対称に分布すると仮定すると

$$\mu_{2n+1} = 0 \quad \text{for odd numbered } (2n+1) \quad (a7-28)$$

が得られ、(a7-27)、(a7-28)式を(a7-5)式に代入すると

$$\sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)] = \sigma^2[\tau_m] \cdot \{\varphi''_{12}(\tau_0)\}^2 + \sum_{k=2}^{\infty} \sum_{\ell=1}^k \frac{\varphi_{12}^{(2k)}(\tau_0) \cdot \varphi_{12}^{(2k-2\ell+2)}(\tau_0)}{\{2(k+\ell)+1\}!(2\ell-1)!} \cdot \mu_{2k} \quad (a7-29)$$

が得られる。(a7-29)式より $\sigma[\tau_m]$ は次の様になる。

$$\sigma[\tau_m] = \frac{\sigma^2[\varphi'_{12}(\tau_m)]}{|\varphi''_{12}(\tau_0)|} \cdot \{1+R\}^{\frac{1}{2}} \quad (a7-30)$$

ここでRは

$$R = \frac{-1}{\sigma^2[\varphi_{12}'(\tau_m)]} \cdot \sum_{k=2}^{\infty} \sum_{\ell=1}^k \frac{\varphi_{12}^{(2\ell)}(\tau_0) \cdot \varphi_{12}^{(2k-2\ell+2)}(\tau_0)}{[2(k+\ell)+1]! (2\ell-1)!} \cdot \mu_{2k} \quad (a7-31)$$

である。Rが1と比較して十分小さいとすると次式が成り立つ。

$$[1+R]^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}R \approx 1 - \frac{1}{3!} \cdot \frac{\varphi_{12}''(\tau_0) \cdot \varphi_{12}^{(4)}(\tau_0)}{\sigma^2[\varphi_{12}'(\tau_m)]} \cdot \mu_4 \quad (a7-32)$$

今、Rの大体の大きさを知るため、 τ_m が τ_0 の周りにガウス分布すると仮定すると、

$$\mu_4 = 3\sigma^2[\tau_m] \quad (a7-33)$$

となり、

$$\frac{R}{2} \approx -\frac{1}{2} \frac{\varphi_{12}^{(4)}(\tau_0)}{\varphi_{12}''(\tau_0)} \cdot \sigma^2[\tau_m] = \frac{1}{2} \frac{\int_0^{\infty} \omega^4 \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \cdot \Phi_{22}(\omega)} \cdot |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega}{\int_0^{\infty} \omega^2 \cdot \sqrt{\Phi_{11}(\omega) \Phi_{22}(\omega)} \cdot |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega} \quad (a7-34)$$

が得られる。(a7-32)式から(a7-34)式を導くに当っては、(a7-6)式の関係を用いている。

(a7-34)式から、 $R/2$ は正值であり、(a7-24)式又は(a7-25)式を小さくする方向に作用することがわかる。式では、分子における ω の次数が分母のそれよりも大きいため、パワースペクトルが高周波領域で優勢になるにつれて、 $R/2$ が大きくなるといえる。

もし、 τ_m が τ_0 に関して対称に分布しないとすると、 μ_4 よりは大きい μ_3 の項が残り、 $\sigma[\tau_m]$ 、 $\varepsilon_r[\tau_m]$ の不確かさはもう少し大きくなるであろう。又、ここでは、 $\sigma[\tau_m]$ 、 $\varepsilon_r[\tau_m]$ が(1)ゆらぎの振巾分布はガウス性、(2)ゆらぎのすべての調波成分は同一速度で伝播、(3) $\varphi_{12}(\tau_0)$ のパラツキは $\varphi_{12}(\tau - \tau_m + \tau_0)$ における τ_m のパラツキによって生起し、 $\varphi_{12}(\tau)$ は $\tau = \tau_0$ に関し対称、ということ仮定して導かれているため、もし、これらの仮定のあるものが成立しなくなったときは統計誤差の推定量の不確かさはさらに大きくなるものと考えられる。

4. 統計誤差の簡易評価法

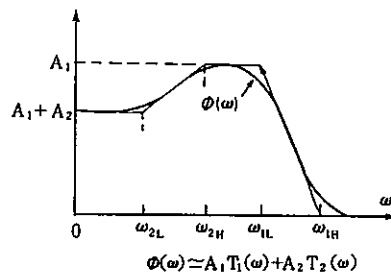
本節では、パワースペクトルを台形成分の和で近似して、 $\sigma^2[\tau_m]$ 、 $\varepsilon_r[\tau_m]$ を評価する方法について検討する。

ゆらぎの移行時間の測定においては、 $\Phi_{11}(\omega)$ と $\Phi_{22}(\omega)$ の形はほぼ等しく、コヒレンス関係 $|\Gamma_{12}(\omega)|^2$ も $\Phi_{11}(\omega)$ 、 $\Phi_{22}(\omega)$ が(a7-24)、(a7-25)式の積分に大きく寄与する範囲で一定とみなせる場合が多い。そこで、 $\Phi_{11}(\omega) = \Phi_{22}(\omega)$ 、 $|\Gamma_{12}(\omega)|^2 = \gamma^2$ (γ は定数)とおき $\Phi_{11}(\omega)$ を Fig. a7-2に示すように台形の和で近似すると、

$$\Phi_{ii}(\omega) = \sum_{N=1}^N A_n T_n(\omega) \quad \text{for } i = 1, 2 \quad (a7-35)$$

が得られる。ここで A_n は振巾係数であり、 $T_n(\omega)$ は次式で表わされる。

$$T_n(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq \omega < \omega_{nL} \\ \frac{1}{\omega_{nL} - \omega_{nH}} (\omega - \omega_{nH}) & \text{for } \omega_{nL} \leq \omega < \omega_{nH} \\ 0 & \text{for } \omega_{nH} \leq \omega \end{cases} \quad (a7-36)$$



このとき、(a7-23)、(a7-24)式は

$$\sigma^2[\tau_m] = \frac{\pi}{T} \cdot \frac{(1-r^2) \sum_{k=1}^N \sum_{\ell=1}^N A_k A_\ell \int_0^\infty \omega^2 T_k(\omega) T_\ell(\omega) d\omega}{r^2 \left\{ \sum_{k=1}^N A_k \int_0^\infty \omega^2 T_k(\omega) d\omega \right\}^2} \quad (a7-37)$$

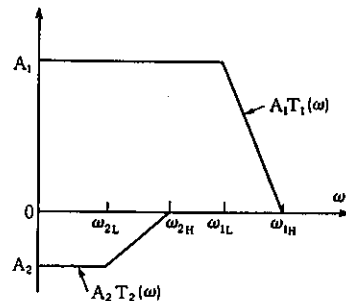


Fig. a7-2

$$\epsilon_r[\tau_m] = \frac{1}{\tau_0} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\pi}{T}} \cdot \frac{\sqrt{1-r^2}}{r} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^N \sum_{\ell=1}^N A_k A_\ell \int_0^\infty \omega^2 T_k(\omega) \cdot T_\ell(\omega) d\omega}}{\sum_{k=1}^N A_k \int_0^\infty \omega^2 T_k(\omega) d\omega} \quad (a7-38)$$

のように表わされ、これらの式の分子の積分は、次の2つの式のいずれかを用いて求めることができる。

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) \cdot T_\ell(\omega) d\omega = \int_0^\infty \omega^2 T_k(\omega) d\omega = \frac{1}{12} (\omega_{kL}^3 + \omega_{kL}^2 \omega_{kH} + \omega_{kL} \omega_{kH}^2 + \omega_{kH}^3) \quad (a7-39)$$

for $\omega_{kH} \leq \omega_{\ell L}$

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k^2(\omega) d\omega = \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{(\omega_{kL} - \omega_{kH})^2} \cdot (\omega_{kH}^5 + 4\omega_{kL}^4 \omega_{kH} - 5\omega_{kL}^3 \omega_{kH}^2) \quad (a7-40)$$

for $\omega_{\ell L} = \omega_{kL}, \omega_{\ell H} = \omega_{kH}$

(a7-37)式、(a7-38)式の分母の積分は、(a7-39)式に一致し、(a7-24)、(a7-25)式の計算は、系統的な代数計算に帰着する。

又、(a7-34)式は

$$\frac{R}{2} \simeq \frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1}^K A_k \int_0^{\omega_{kH}} \omega^4 T_k(\omega) d\omega}{\sum_{k=1}^K A_k \int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) d\omega} \cdot \sigma^2[\tau_m] \quad (a7-41)$$

で近似され、上式の分母は(a7-38)式の分母と等しく、分子の積分は次式を用いて計算される。

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^4 T_k(\omega) d\omega = \frac{1}{30} (\omega_{kH}^5 + \omega_{kH}^4 \omega_{kL} + \omega_{kH}^3 \omega_{kL}^2 + \omega_{kH}^2 \omega_{kL}^3 + \omega_{kH} \omega_{kL}^4 + \omega_{kL}^5) \quad (a7-42)$$

$\sigma^2[\tau_m]$ は(a7-37)式の結果を用いればよい。

付録8 Euler相関, 微分特性距離

本文の参考文献(30)より, Euler相関 R_E は次式の如く定義される。

$$R_E(\tau, p) = \frac{\overline{u'(t, p) \cdot u'(t + \tau, p)}}{u'^2(t, p)} \quad (\text{a8-1})$$

上式の分子は $R(\tau, p)$ の定義そのものである。よって

$$R(\tau, p) = \overline{u'^2(p)} \cdot R_E(\tau, p) \quad (\text{a8-2})$$

となる。一方微分特性距離 $\lambda(p)$ は

$$\frac{1}{\lambda^2(p)} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\overline{u'^2(p)}} \cdot \left[\frac{\partial^2 R_E}{\partial \tau^2} \right]_{\tau=0} \quad (\text{a8-3})$$

により定義される。(a8-1)式の両辺を τ で2回微分すると

$$\frac{\partial^2 R_E}{\partial \tau^2} = \frac{1}{\overline{u'^2}} \cdot \overline{u' \cdot \frac{\partial^2 u'}{\partial \tau^2}} = \frac{1}{\overline{u'^2}} \left(\frac{\partial u'}{\partial \tau} \right)^2 \quad (\text{a8-4})$$

となり, これを(a8-3)式に代入すると

$$\frac{1}{\lambda^2(p)} = \frac{1}{2} \frac{1}{\overline{u'^2(p)}} \cdot \frac{1}{\overline{u'(p)^2}} \cdot \left[\frac{\partial u'}{\partial \tau} \right]_{\tau=0}^2 \quad (\text{a8-5})$$

が得られる。以下 u' が正弦状に変動するとして

$$\left\{ \frac{\overline{u(p)}}{\lambda(p)} \right\}^2 = 2\pi^2 f^2(p) \quad (\text{a8-6})$$

となることを示そう。今 u' が

$$u' = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\overline{u'^2}} \sin 2\pi f(p)t \quad (\text{a8-7})$$

と表わされるとすると

$$\sqrt{\left(\frac{du'}{d\tau} \right)^2} = 2\pi f(p) \cdot \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (\text{a8-8})$$

となる。(a8-5)と(a8-8)式から(a8-6)式が得られる。

付録9 信号処理用計算プログラム

本文2.3節および3.2節の実験で、ゆらぎ信号の処理に用いたMNC-11/23計算機用プログラムは以下のものから成る。

- (1) 相関とスペクトル解析用プログラム(HSCOSP)
- (2) 振巾分布解析用プログラム(HSDIST)
- (3) 移行時間測定用プログラム(HSCR RV)
- (4) 平均周波数測定用プログラム(AVEFRQ)
- (5) 上記プログラムで共通的に用いられるサブルーチンおよびファンクション

上記(5)には、共通的に用いられるサブルーチンをまとめて示したが、(1)~(4)の各項に示したプログラム中で、そのプログラムだけに用いられるサブルーチンは、それぞれの後に添付した。これら(1)~(5)に添付したサブルーチンには、名称の同じものが含まれているが、内容が少しずつ異っていることに注意すべきである。

これらのプログラムでは、起動すると先ずゆらぎ信号採取時の流動条件、解析条件を問うてくるので、それに答えなければならない。これらの入力が終わると、高速波形処理装置からの信号転送が可能かどうか聞いてくる。転送可能ならば、その旨入力したのち、高速波形記憶装置の信号転送ボタンを押す。処理結果は、プリンタに印字又はCRTにプロットされる。処理が一通り終了すると、同じ処理をくり返すか否か問うてくるので、これに答えなければならない。以下、処理を継続する場合はこれをくり返す。

以下、各プログラム毎に、機能の概要とリストを示す。

1. HSCOSP

このプログラムは、1ch当り最大4096点のゆらぎ信号を採取し、

- (1) 相関関数
- (2) パワースペクトル密度
- (3) 複素位相関数の逆変換関数
- (4) 伝達関数
- (5) インパルス応答関数
- (6) コヒレンス関数
- (7) 複素コヒレンス関数の逆変換関数
- (8) 位相関数

を計算してCRTに表示する機能および上記(1)、(3)、(5)、(7)のピークを与える遅れ時間を求める機能を有する。

HSCOSPのプログラムリストを次頁以降に示す。

```

C      CORRERATION AND SPECTRUM ANALYSIS PROGRAM (HSCOSP) BY ENDOU A.
C
0001      COMMON SAINT,RINTVL,FLVELO
0002      DIMENSION FAI(30),NI(30),IF1(512),IF2(512),F1(512),F2(512)
0003      VIRTUAL F1R(4096),F1I(4096),F2R(4096),F2I(4096),
----- 1FAI11(4096),FAI22(4096),FAI12R(4096),FAI12I(4096),
      2FHR(4096),FHI(4096),FGAMR(4096),FGAMI(4096)
0004      LOGICAL*1 YN
C
0005      TYPE 4250
0006      4250 FORMAT(' DATA NO.? '*)
0007      ACCEPT 4440,IDNO
-----
0008      3500 TYPE 3700
0009      3700 FORMAT(' ELECTRODE INTERVAL? (MM) '*)
0010      ACCEPT 3800,RINTVL
0011      3800 FORMAT(F10.3)
0012      TYPE 4400
0013      4400 FORMAT(' FLOW RATE? (M**3/H) '*)
0014      ACCEPT 3800,Q
0015      FLVELO=Q/263.885065          !(M/S)
0016      TRTIME=RINTVL/FLVELO        !(MS)
0017      TYPE 4420
0018      4420 FORMAT(' SAMPLING NUMBERS(POWER)? '*)
0019      ACCEPT 4440,NU
-----
0020      4440 FORMAT(I10)
0021      NO=2**NU
0022      TYPE 4460
0023      4460 FORMAT(' SAMPLING INTERVAL? (MS) '*)
0024      ACCEPT 3800,SAINT
0025      TYPE 4465
0026      4465 FORMAT(' UPPER & LOWER BOUND OF TAU? '*)
0027      ACCEPT 4467,TRL,TRU
0028      4467 FORMAT(2F10.3)
0029      TYPE 4468
0030      4468 FORMAT(' NO. OF ENSEMBLE AVERAGE? '*)
0031      ACCEPT 4440,NEREF
-----
0032      TYPE 4470
0033      4470 FORMAT(' LOWER & UPPER CUT OFF FREQUENCY? '*)
0034      ACCEPT 4467,FL,FH
0035      NLOWER=INT((TRTIME+TRL)/SAINT)
0036      NUPPER=INT((TRTIME+TRU)/SAINT)
0037      PRINT 4500,IDNO,RINTVL,TRL,TRU,NEREF,Q,FLVELO,TRTIME,NO,SAINT,
----- 1NLOWER,NUPPER,FL,FH
0038      4500 FORMAT(' *** DATA NO.=',I3,' ** ELECTRODE INTERVAL=',F6.1,
      1' (MM)', ' *TAUL=',F5.1, ' *TAUU=',F4.1, ' *ENSEM. AVE. NO.=',
      2I2,' ** FLOW RATE=',F7.1, ' (M**3/H)', ' ** VELOCITY=',
      3F5.3, '(M/S)', ' ** TIME=',F5.2, '(MS)'' ** SAMPLING NO.=',
----- 4I5, ' ** SAMPLING INTERVAL=',F4.1, '(MS)', ' **NL=',I2,
      5' **NU=',I2,' ** FREQUENCY RANGE=',F6.2, ' ---',F6.2, '(HZ)')
C
0039      FNO=FLOAT(NO)
0040      DOMEGA=6283.185307/(SAINT*FNO)
0041      DO 4550 I=1,30
0042      4550 NI(I)=0

```

```

0043 5790 NF=0
0044      DO 5795 I=1,30
0045 5795 FAI(I)=0.
0046      DO 5798 I=1,NO
0047      FAI11(I)=0.
0048      FAI22(I)=0.
0049      FAI12R(I)=0.
0050 5798 FAI12I(I)=0.
0051 5800 TYPE 5796
0052 5796 FORMAT(' TRANSFER OK? (Y-N) (*')
0053      ACCEPT 3200,YN
0054      IF(YN.EQ.'N') GO TO 5800
C
0056      CALL FVCIN(1,F1R,4096,NO,IER)
0057      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0059      CALL FVCIN(2,F2R,4096,NO,IER)
0060      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0062      TYPE 8005
0063 8005 FORMAT(' INPUT SIGNAL (*')
0064      TYPE 8100
0065 8100 FORMAT(' PLOT? (Y-N) (*')
0066      ACCEPT 3200,YN
0067      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0069      J=0
0070 8000 DO 8200 I=1,512
0071      WA=F1R(I+J)*11.
0072      IF1(I)=INT(WA)+110
0073      WA=F2R(I+J)*11.
0074 8200 IF2(I)=INT(WA)+110
0075      CALL PLOT(IF1,IF2)
0076 8275 IF(J.GE.4096) GO TO 4755
0078      TYPE 8300
0079 8300 FORMAT(' PLOT CONTINUE? (Y-N) (*')
0080      ACCEPT 3200,YN
0081      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0083      J=J+512
0084      GO TO 8000
0085 7000 IF(IER.NE.8) GO TO 7100
0087 5850 TYPE 4610
0088 4610 FORMAT(' FAILURE (*')
0089      GO TO 5800
0090 7100 TYPE 4440,IER
0091      STOP
C
0092 4755 N=NLOWER
0093      NF=NF+1
0094 5400 FAIN=0.
0095      DO 5000 I=1,NO-NUPPER
0096 5000 FAIN=FAIN+F1R(I)*F2R(I+N)
0097      FAI(N-NLOWER+1)=FAIN+FAI(N-NLOWER+1)
0098 5100 N=N+1
0099      IF(N.LE.NUPPER) GO TO 5400
0101      DO 7700 I=1,NO
0102      F1I(I)=0.

```

```

0103 7700 F2I(I)=0.
0104      CALL RFFT(F1R,F1I,NU,1)
0105      CALL RFFT(F2R,F2I,NU,1)
0106      DO 7200 I=1,NO
0107          FAI11(I)=FAI11(I)+F1R(I)**2+F1I(I)**2
0108          FAI22(I)=FAI22(I)+F2R(I)**2+F2I(I)**2
0109          FAI12R(I)=FAI12R(I)+F1R(I)*F2R(I)+F1I(I)*F2I(I)
0110 7200  FAI12I(I)=FAI12I(I)+F1R(I)*F2I(I)-F2R(I)*F1I(I)
0111          IF(NF.EQ.NFREF) GO TO 5150
0113          TYPE 5710,NF
0114 5710  FORMAT(' NF= ',I2)
0115      GO TO 5800
C
0116 5150  TYPE 5160
0117 5160  FORMAT(' DIRECT CORRELATION COMPUTE? (Y-N) (#)
0118      ACCEPT 3200,YN
0119      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7910
0121      FAIMAX=0.
0122      DO 5720 N=NLOWER,NUPPER
0123          IF(FAI(N-NLOWER+1).LT.FAIMAX) GO TO 5720
0125          FAIMAX=FAI(N-NLOWER+1)
0126          NMAX=N
0127 5720  CONTINUE
0128      ESTIME=SAINT*FLOAT(NMAX)
0129      ESVELO=RINTVL/ESTIME
0130      EQ=ESVELO*263.885065
0131      RATIO=ESVELO/FLVELO
0132      PRINT 7805
0133 7805  FORMAT(' ** CROSS-CORRELATION (DIRECT CALCULATION) **')
0134      PRINT 5600,ESTIME,ESVELO,EQ,RATIO,
0135      1(N,FAI(N-NLOWER+1)),N=NMAX-2,NMAX+2)
0135 5600  FORMAT(' ** TRANSTIME =',F6.2,'(MS)',2X,'**VELO.=',F5.3,
0136      1'(M/S)', ' **Q=',F6.1,'(M**3/H)', ' **RATIO=',F5.3/5(I4,E12.5)/)
C
0136 7910  DO 7350 I=1,NO
0137      F1R(I)=FAI12R(I)
0138      F1I(I)=FAI12I(I)
0139      WA=SQRT(FAI12R(I)**2+FAI12I(I)**2)
0140      F2R(I)=FAI12R(I)/WA
0141      F2I(I)=FAI12I(I)/WA
0142      FHR(I)=FAI12R(I)/FAI11(I)
0143      FHI(I)=FAI12I(I)/FAI11(I)
0144      WA=SQRT(FAI11(I)*FAI22(I))
0145      FGAMR(I)=FAI12R(I)/WA
0146      FGAMI(I)=FAI12I(I)/WA
0147      IF(FAI12R(I).NE.0) GO TO 7345
0149      FAI11(I)=0.
0150      GO TO 7350
0151 7345  FAI11(I)=ATAN(FAI12I(I)/FAI12R(I))
0152 7350  CONTINUE
C
0153      TYPE 8010
0154 8010  FORMAT(' AUTO SPECTRUM PLOT? (Y-N) (#)
0155      ACCEPT 3200,YN

```

```

0156      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1245
0158      INTVL=1
0159      ISF=1
0160      1006 K=0
0161      1005 FWA=0.
0162      DO 1000 I=1,INTVL
0163      1000 FWA=FWA+FAI22(K+I)
0164      DO 1003 I=1,INTVL
0165      1003 F1(K+I)=FWA
0166      K=K+INTVL
0167      IF(K.LE.512) GO TO 1005
0169      FWA=0.
0170      DO 1007 I=1,512
0171      1007 IF(F1(I).GT.FWA) FWA=F1(I)
0173      DO 1100 I=1,512
0174      FWB=F1(I)*1000./FWA
0175      FWB=ALOG10(FWB)*76.
0176      IF1(I)=INT(FWB)
0177      IF(IF1(I).LT.0) IF1(I)=0
0179      1100 IF2(I)=INT(FWB)
0180      1200 CALL LOGPLT(IF1,IF2,INTVL,ISF)
0181      TYPE 8300
0182      ACCEPT 3200,YN
0183      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1245
0185      TYPE 1270
0186      1270 FORMAT(' SCALING FACTOR? (INTEGER) (#)
0187      ACCEPT 1280,ISF
0188      1280 FORMAT(I2)
0189      TYPE 1275
0190      1275 FORMAT(' SMOOTHING POINTS NUMBER? (INTEGER) (#)
0191      ACCEPT 1280,INTVL
0192      GO TO 1006

C
0193      1245 TYPE 8020
0194      8020 FORMAT(' CROSS-SPECTRUM PLOT? (Y-N) (#)
0195      ACCEPT 3200,YN
0196      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1332
0198      DO 1300 I=1,512
0199      FWA=F1R(I)**2+F1I(I)**2
0200      FWA=SQRT(FWA)
0201      1300 FAI22(I)=FWA
0202      INTVL=1
0203      ISF=1
0204      1305 K=0
0205      1306 FWA=0.
0206      DO 1310 I=1,INTVL
0207      1310 FWA=FWA+FAI22(K+I)
0208      DO 1315 I=1,INTVL
0209      1315 F1(K+I)=FWA
0210      K=K+INTVL
0211      IF(K.LE.512) GO TO 1306
0213      FWA=0.
0214      DO 1325 I=1,512
0215      1325 IF(F1(I).GT.FWA) FWA=F1(I)

```

```

0217      DO 1320 I=1,512
0218      FWB=F1(I)*1000./FWA
0219      FWB=ALOG10(FWB)*76.
0220      IF1(I)=INT(FWB)
0221      IF(IF1(I).LT.0) IF1(I)=0
0223 1320  IF2(I)=INT(FWB)
0224 1330  CALL LOGPLT(IF1,IF2,INTVL,ISF)
0225      TYPE 8300
0226      ACCEPT 3200,YN
0227      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1332
0229      TYPE 1270
0230      ACCEPT 1280,ISF
0231      TYPE 1275
0232      ACCEPT 1280,INTVL
0233      GO TO 1305

C
0234 1332  TYPE 8030
0235 8030  FORMAT(' FFT CORRELATION COMPUTE? (Y-N) (#)
0236      ACCEPT 3200,YN
0237      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7920
0239      CALL RFFT(F1R,F1I,NU,-1)
0240      NC=NMAX
0241      CALL SEMAX(F1R,NC)
0242      PRINT 7820
0243 7820  FORMAT(' ** CROSS-CORRELATION (FINITE FFT METHOD) **' )
0244      CALL PRT(F1R,NC)
0245      TYPE 8100
0246      ACCEPT 3200,YN
0247      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7920
0249 7825  DO 7823 I=1,512
0250      F1(I)=F1R(I)
0251 7823  F2(I)=F1(I)
0252      CALL PLOTV(F1,F2,0.8)
0253      TYPE 8300
0254      ACCEPT 3200,YN
0255      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 7825

C
0257 7920  TYPE 1450
0258 1450  FORMAT(' IFFT OF COMPLEX PHASE F. COMPUTE? (Y-N) (#)
0259      ACCEPT 3200,YN
0260      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7930
0262      CALL RFET(F2R,F2I,NU,-1)
0263      NC=NMAX
0264      CALL SEMAX(F2R,NC)
0265      PRINT 7830
0266 7830  FORMAT(' ** INVERSE FFT OF COMPLEX PHASE FUNCTION **' )
0267      CALL PRT(F2R,NC)
0268      TYPE 8100
0269      ACCEPT 3200,YN
0270      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7930
0272 7835  DO 7833 I=1,512
0273      F1(I)=F2R(I)
0274 7833  F2(I)=F1(I)
0275      F1(I)=0.

```

```

0276      F2(1)=0.
0277      CALL PLOTV(F1,F2,0.8)
0278      TYPE 8300
0279      ACCEPT 3200,YN
0280      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 7835
-----C-----
0282      7930 TYPE 1750
0283      1750 FORMAT(' TRANSFER FUNCTION PLOT? (Y-N) (#)
0284      ACCEPT 3200,YN
0285      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1650
0287      1700 DO 1600 I=1,512
0288      FWA=FHR(I)**2+FHI(I)**2
0289      F1(I)=SQRT(FWA)
0290      1600 F2(I)=F1(I)
0291      F1(512)=1.
0292      F2(512)=1.
0293      CALL PLOTV(F1,F2,1.)
0294      TYPE 8300
0295      ACCEPT 3200,YN
0296      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 1700
-----C-----
0298      1650 TYPE 1675
0299      1675 FORMAT(' IMPULSE RESPONSE FUNCTION COMPUTE? (Y-N) (#)
0300      ACCEPT 3200,YN
0301      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1850
0303      CALL RFFT(FHR,FHI,NU,-1)
0304      NC=NMAX
0305      CALL SEMAX(FHR,NC)
0306      PRINT 7840
0307      7840 FORMAT(' ** INPULSE RESPONSE FUNCTION **')
0308      CALL PRT(FHR,NC)
0309      TYPE 8100
0310      ACCEPT 3200,YN
0311      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1850
0313      7845 DO 7843 I=1,512
0314      F1(I)=FHR(I)
0315      7843 F2(I)=F1(I)
0316      F1(I)=0.
0317      F2(I)=0.
0318      CALL PLOTV(F1,F2,0.8)
0319      TYPE 8300
0320      ACCEPT 3200,YN
0321      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 7845
-----C-----
0323      1850 TYPE 1950
0324      1950 FORMAT(' COHERENCE FUNCTION PLOT? (Y-N) (#)
0325      ACCEPT 3200,YN
0326      IF(YN.NE.'Y') GO TO 1975
0328      1900 DO 1800 I=1,512
0329      FWA=FGAMR(I)**2+FGAMI(I)**2
0330      F1(I)=FWA
0331      1800 F2(I)=F1(I)
0332      F1(512)=1.
0333      F2(512)=1.

```



```

0334      CALL PLOTV(F1,F2,1.)
0335      TYPE 8300
0336      ACCEPT 3200,YN
0337      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 1900
      C
0339      1975 TYPE 2000
0340      2000 FORMAT(' IFFT OF COMPLEX COHERENCE F. COMPUTE? (Y-N)'#)
0341      ACCEPT 3200,YN
0342      IF(YN.NE.'Y') GO TO 2100
0344      CALL RFFT(FGAMR,FGAMI,NU,-1)
0345      NC=NMAX
0346      CALL SEMAX(FGAMR,NC)
0347      PRINT 7850
0348      7850 FORMAT(' ** INVERSE FFT OF COMPLEX COHERENCE FUNCTION **')
0349      CALL PRT(FGAMR,NC)
0350      TYPE 8100
0351      ACCEPT 3200,YN
0352      IF(YN.NE.'Y') GO TO 2100
0354      7945 DO 7853 I=1,512
0355          F1(I)=FGAMR(I)
0356      7853 F2(I)=F1(I)
0357          F1(I)=0.
0358          F2(I)=0.
0359      CALL PLOTV(F1,F2,0.8)
0360      TYPE 8300
0361      ACCEPT 3200,YN
0362      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 7945
      C
0364      2100 TYPE 2200
0365      2200 FORMAT(' PHASE FUNCTION COMPUTE? (Y-N)'#)
0366      ACCEPT 3200,YN
0367      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7960
0369      WA=0.
0370      WREF=1000.*ESVELO/(2.*RINTVL)
0371      DF=DOMEQA/6.2832
0372      DO 7400 I=1,NQ
0373          FI=FLOAT(I)
0374          FREQ=FI*DF
0375          II=I
0376          IF(FREQ.GE.WREF) GO TO 7450
0378          ATN=FAI11(I)
0379          IF(ATN.GT.0.) ATN=ATN-3.141592
0381          ATN=ATN/(FI*DOMEQA)
0382      7400 WA=WA+ATN
0383      7450 III=II-1
0384          FIII=FLOAT(III)
0385          WTAU=-1000.*WA/FIII
0386          PRINT 7860,WTAU,III
0387      7860 FORMAT(' **TAU FROM PHASE FUNCTION **/' ** TAU=',F7.3,
1'(MS)',5X,'AVERAGE NO.',15//)
0388      TYPE 8100
0389      ACCEPT 3200,YN
0390      IF(YN.NE.'Y') GO TO 7960
0392      7550 DO 7500 I=1,511

```

```
0393      ATN=FAI11(I)
0394      IF(ATN.GT.0) ATN=ATN-3.1416
0396      ATN=ATN*180./3.1416
0397      F1(I)=ATN+180.
0398      7500 F2(I)=F1(I)
0399      F1(512)=180.
0400      F2(512)=180.
0401      CALL PLOTV(F1,F2,0.9)
0402      TYPE 8300
0403      ACCEPT 3200,YN
0404      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 7550
0406      7960 TYPE 5700
0407      5700 FORMAT(' CONTINUE? (Y-N) ')
0408      ACCEPT 3200,YN
0409      3200 FORMAT(A1)
0410      IF(YN.NE.'N') GO TO 5790
0412      STOP
0413      END
```

```

      C      HARMONIC ANALYSIS SUBROUTINE PAKAGE
      C
0001      SUBROUTINE RFFT(XREAL,XIMAG,NU,ISIGN)
      C      REAL FAST FOURIER TRANSFORMATION
      C
0002      VIRTUAL XREAL(8192),XIMAG(8192)
      C
0003      SIGN=FLOAT(ISIGN)
0004      N=2**NU
0005      N2=N/2
0006      NU1=NU-1
0007      FN=FLOAT(N)
0008      P2N=6.283185307/FN          ! P2N=2*PAI/N
0009      K=0
0010      DO 100 L=1,NU
0011      102 DO 101 I=1,N2
0012      IP=IBITR(K/N2,NU)          ! N2=2**NU1
0013      P=FLOAT(IP)
0014      ARG=P*P2N
0015      C=COS(ARG)
0016      S=SIGN*SIN(ARG)
0017      K1=K+1
0018      K1N2=K1+N2
0019      TREAL=XREAL(K1N2)*C+XIMAG(K1N2)*S
0020      TIMAG=XIMAG(K1N2)*C-XREAL(K1N2)*S
0021      XREAL(K1N2)=XREAL(K1)-TREAL
0022      XIMAG(K1N2)=XIMAG(K1)-TIMAG
0023      XREAL(K1)=XREAL(K1)+TREAL
0024      XIMAG(K1)=XIMAG(K1)+TIMAG
0025      101 K=K+1
0026      K=K+N2
0027      IF(K.LT.N) GO TO 102
0029      K=0
0030      NU1=NU1-1
0031      100 N2=N2/2
0032      DO 103 K=1,N
0033      I=IBITR(K-1,NU)+1
0034      IF(I.LE.K) GO TO 103
0036      TREAL=XREAL(K)
0037      TIMAG=XIMAG(K)
0038      XREAL(K)=XREAL(I)
0039      XIMAG(K)=XIMAG(I)
0040      XREAL(I)=TREAL
0041      XIMAG(I)=TIMAG
0042      103 CONTINUE
0043      RETURN
0044      END

```

```

      C
      C
0001      SUBROUTINE LOGPLT(IF1,IF2,INTVL,ISF)
      C
0002      DIMENSION IF1(512),IF2(512)
0003      LOGICAL*1 YN,IALPHA(81)
      C
0004      CALL PLOT55(9,0,0)
0005      CALL PLOT55(10,,)
0006      CALL PLOT55(2,1+32+64+512,)
0007      TYPE 750
0008      750 FORMAT(' HORIZONTAL DIV. SCALE? (DOT NO. OF 1 SEC.) '*)
0009      ACCEPT 760,NHDS
0010      760 FORMAT(15)
0011      DO 1500 I=1,512,NHDS
0012      1500 CALL PLOT55(5,I-1,1)
0013      CALL PLOT55(4,1,0)
0014      TYPE 770
0015      770 FORMAT(' FINE LOG SCALE NEED? (Y-N) '*)
0016      ACCEPT 2000,YN
0017      IF(YN.EQ.'N') GO TO 1800
0019      DO 1600 I=1,3
0020      DO 1650 J=1,9
0021      WA=FLOAT(J*10**(I-1))
0022      WA=ALOG10(WA)*76.
0023      K=INT(WA)
0024      1650 CALL PLOT55(4,1,K)
0025      WA=1.5*10.***(I-1)
0026      WA=ALOG10(WA)*76.
0027      K=INT(WA)
0028      1600 CALL PLOT55(4,1,K)
0029      1800 CALL PLOT55(4,1,228)
0030      CALL PLOT55(2,2+4,)
0031      CALL PLOT55(1,0,)
0032      INTV2=INTVL/2
0033      IE=512/ISF
0034      CALL PLOT55(7,0,0)
0035      DO 1900 I=1,IE,INTV2
0036      III=I+INTV2
0037      II=III*ISF
0038      IF(II.GT.511) GO TO 1930
0040      1900 CALL PLOT55(8,II,IF1(III))
0041      1930 IF(III.GE.511) GO TO 1950
0043      ID=IF1(III+ISP)-IF1(III)
0044      IC=ISP*ISF
0045      IFY=IF1(III)+ID*(511-II)/IC
0046      CALL PLOT55(8,511,IFY)
0047      1950 CALL PLOT55(12,, 'ANOTHER PLOT? (Y-N)')
0048      ACCEPT 2000,YN
0049      2000 FORMAT(A1)
0050      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 2100
0052      CALL PLOT55(2,,4)
0053      GO TO 2400
0054      2100 CALL PLOT55(1,1,)

```

FORTRAN IV V02.5 SUN 10-JUL-83 19:22:16 PAGE 002

```
0055      CALL PLOT55(7,0,0)
0056      DO 2200 I=1,IE,INTVL
0057          III=I+INTV2
0058          II=III*ISF
0059      IF(II.GT.511) GO TO 2300
0061  2200  CALL PLOT55(8,II,IF2(III))
0062  2300  IF(III.GE.511) GO TO 2400
0064      ID=IF2(III+ISP)-IF2(III)
0065      IC=ISF*ISP
0066      IFY=IF2(III)+ID*(511-II)/IC
0067      CALL PLOT55(8,511,IFY)
0068  2400  CALL PLOT55(9,0,0)
0069      CALL PLOT55(10,,)
0070      CALL PLOT55(12,, 'ENTER INFORMATION')
0071      ACCEPT 1700,(IALPHA(I),I=1,80)
0072  1700  FORMAT(80A1)
0073      CALL PLOT55(9,0,0)
0074      CALL PLOT55(10,,)
0075      CALL PLOT55(9,0,0)
0076      CALL PLOT55(12,,IALPHA)
0077      ACCEPT 2000,YN
0078      CALL PLOT55(9,0,0)
0079      CALL PLOT55(10,,)
0080      CALL PLOT55(2,512,2+4)
0081      RETURN
0082      END
```

```

C
C
0001      SUBROUTINE PLOTV(F1,F2,SF)
C
0002      DIMENSION IF1(512),IF2(512),F1(512),F2(512)
0003      LOGICAL*1 IALPHA(81),YN
C
0004      FW1=F1(1)
0005      FW2=F2(1)
0006      500 TYPE 550
0007      550 FORMAT(' SCALING FACTOR? (INTEGER) (#)
0008      ACCEPT 575,ISF
0009      575 FORMAT(I3)
0010      IF(ISF.LE.0) GO TO 500
0012      600 TYPE 625
0013      625 FORMAT(' SMOOTHING POINTS NUMBER? (INTEGER) (#)
0014      ACCEPT 575,ISP
0015      IF(ISP.LE.0) GO TO 600
0017      FISP=FLOAT(ISP)
0018      IE=510-ISP
0019      DO 700 I=1,IE,ISP
0020      WA1=0.
0021      WA2=0.
0022      I1=I-1
0023      DO 710 J=1,ISP
0024      WA1=WA1+F1(I1+J)
0025      710 WA2=WA2+F2(I1+J)
0026      DO 700 J=1,ISP
0027      F1(I1+J)=WA1/FISP
0028      700 F2(I1+J)=WA2/FISP
0029      F1(1)=FW1
0030      F2(1)=FW2
0031      WA1=0.
0032      WA2=0.
0033      DO 720 I=1,512
0034      IF(F1(I).GT.WA1) WA1=F1(I)
0036      720 IF(F2(I).GT.WA2) WA2=F2(I)
0038      DO 730 I=1,512
0039      F1(I)=F1(I)/WA1*220.*SF
0040      F2(I)=F2(I)/WA2*220.*SF
0041      IF1(I)=INT(F1(I))+7
0042      IF(SF.EQ.0.8) IF1(I)=IF1(I)+44
0044      IF2(I)=INT(F2(I))+7
0045      IF(SF.EQ.0.8) IF2(I)=IF2(I)+44
0047      730 CONTINUE
0048      IY1=IF1(1)
0049      IF(SF.EQ.0.9) IF1(1)=205
0051      IY2=IF2(1)
0052      IF(SF.EQ.0.9) IF2(1)=205
0054      DO 740 I=1,511
0055      IF1(I)=IF1(I+1)
0056      IF(IF1(I).LT.0) IF1(I)=0
0058      IF2(I)=IF2(I+1)
0059      740 IF(IF2(I).LT.0) IF2(I)=0

```

```

0061      TYPE 750
0062-----750  FORMAT(' HORIZONTAL AXIS SCALE? (DOT NO. OF ONE SECTION) (#)
0063      ACCEPT 575,NHAS
0064      TYPE 760
0065      760  FORMAT(' VERTICAL AXIS SCALE? (DOT NO. OF ONE SECTION) (#)
0066      ACCEPT 575,NVAS
0067      CALL PLOT55(9,0,0)
0068-----      CALL PLOT55(10,,)
0069      CALL PLOT55(2,1+32+64+512,)
0070      DO 1500 I=1,512,NHAS
0071      1500  CALL PLOT55(5,I-1,1)
0072      DO 1600 I=1,221,NVAS
0073      1600  CALL PLOT55(4,1,I+6)
0074-----      CALL PLOT55(2,2+4,)
0075      CALL PLOT55(1,0,)
0076      CALL PLOT55(7,0,IY1)
0077      IE=511/ISF
0078      DO 1900 I=1,IE,ISP
0079      III=I+ISP/2
0080-----      II=ISF*III
0081      IF(II.GT.511) GO TO 1950
0083      1900  CALL PLOT55(8,II,IF1(III))
0084      1950  IF(III.GE.511) GO TO 1970
0086      ID=IF1(III+ISP)-IF1(III)
0087      IC=ISF*ISP
0088      IFY=IF1(III)+ID*(511-II)/IC
0089      CALL PLOT55(8,511,IFY)
0090      1970  CALL PLOT55(12,, ' ANOTHER PLOT? (Y-N)')
0091      ACCEPT 2000,YN
0092      2000  FORMAT(A1)
0093      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 2100
0095-----      CALL PLOT55(2,,4)
0096      GO TO 2400
0097      2100  CALL PLOT55(1,1,)
0098      CALL PLOT55(7,0,IY2)
0099      DO 2200,I=1,IE,ISP
0100      III=I+ISP/2
0101-----      II=ISF*III
0102      IF(II.GT.511) GO TO 2250
0104      2200  CALL PLOT55(8,II,IF2(III))
0105      2250  IF(III.GE.511) GO TO 2400
0107      ID=IF2(III+ISP)-IF2(III)
0108      IC=ISP*ISF
0109-----      IFY=IF2(III)+ID*(511-II)/IC
0110      CALL PLOT55(8,511,IFY)
0111      2400  CALL PLOT55(9,0,0)
0112      CALL PLOT55(10,,)
0113      CALL PLOT55(12,, 'ENTER INFORMATION')
0114      ACCEPT 1700,(IALPHA(I),I=1,80)
0115-----      1700  FORMAT(80A1)
0116      CALL PLOT55(9,0,0)
0117      CALL PLOT55(10,,)
0118      CALL PLOT55(9,0,0)
0119      CALL PLOT55(12,,IALPHA)

```

```
0120 ACCEPT 2000,YN
0121 CALL PLOT55(9,0,0)
0122 CALL PLOT55(10,,)
0123 CALL PLOT55(2,512,2+4)
0124 RETURN
0125 END
```



```
-----  
      C  
      C  
0001      SUBROUTINE PRT(DATA,NC)  
      C  
0002      COMMON SAINT,RINTVL,FLVELO  
0003      VIRTUAL DATA(4096)  
      C  
0004      ESTIME=SAINT*FLOAT(NC-1)  
0005      ESVELO=RINTVL/ESTIME  
0006      RATIO=ESVELO/FLVELO  
0007      EQ=ESVELO*263.885065  
0008      PRINT 1,ESTIME,ESVELO,EQ,RATIO,((N-1,DATA(N)),N=NC-2,NC+2)  
0009      1 FORMAT(' ** TRANSTIME =',F6.2,'(MS)',2X,'**VELO.=',F5.3,  
1'(M/S)', ' **Q=',F6.1,'(M**3/H)', ' **RATIO=',F5.3/5(I3,E13.6)/)  
0010      RETURN  
0011      END
```

```
      C
      C
0001      SUBROUTINE SEMAX(DATA,NC)
      C
0002      COMMON SAINT,RINTVL,FLVELO
0003      VIRTUAL DATA(4096)
      C
0004      FMAX=0.
0005      DO 100 N=2,NC+50
0006      IF(DATA(N).LT.FMAX) GO TO 100
0008      FMAX=DATA(N)
0009      NW=N
0010      100 CONTINUE
0011      NC=NW
0012      RETURN
0013      END
```

2. HSDIST

このプログラムは、1回当たり最大32766点のデータをサンプリングし、振巾がある値をとるデータの点数を求め、これをCRT上にプロットする。また、サンプリングしたデータの平均値と標準偏差を計算し、これらの値と同一のパラメータをもつ正規分布関数をCRT上に表示する機能を有する。

HSDISTのリストを次頁以降に示す。

```

C      AMPLITUDE DISTRIBUTION ANALYSIS PROGRAM (HSDIST) BY ENDOU A.
C
0001      DIMENSION IF1(512),IF2(512)
0002      VIRTUAL F1R(32766),COUNT1(512),COUNT2(512)
0003      LOGICAL*1 YN
C
0004      TYPE 4420
0005      4420 FORMAT(' SAMPLING NUMBERS(INTEGER)? '*)
0006      ACCEPT 4440,NO
0007      4440 FORMAT(I10)
0008      TYPE 4468
0009      4468 FORMAT(' NO. OF ITERATION? '*)
0010      ACCEPT 4440,IT
0011      DO 5790 I=1,512
0012      COUNT1(I)=0.
0013      5790 CONTINUE
0014      NF=0
0015      5800 TYPE 5796
0016      5796 FORMAT(' TRANSFER OK? (Y-N) '*)
0017      ACCEPT 3200,YN
0018      3200 FORMAT(A1)
0019      IF(YN.EQ.'N') GO TO 5800
0021      CALL FVCIN(1,F1R,32766,NO,IER)
0022      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0024      TYPE 8100
0025      8100 FORMAT(' PLOT? (Y-N) '*)
0026      ACCEPT 3200,YN
0027      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0029      J=0
0030      8000 DO 8200 I=1,512
0031      WA=F1R(I+J)*11.
0032      IF1(I)=INT(WA)+110
0033      8200 IF2(I)=INT(WA)+110
0034      CALL PLOT(IF1,IF2)
0035      8275 IF(J.GE.32766) GO TO 4755
0037      TYPE 8300
0038      8300 FORMAT(' PLOT CONTINUE? (Y-N) '*)
0039      ACCEPT 3200,YN
0040      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0042      J=J+512
0043      GO TO 8000
0044      7000 IF(IER.NE.8) GO TO 7100
0046      5850 TYPE 4610
0047      4610 FORMAT(' FAILURE '*)
0048      GO TO 5800
0049      7100 TYPE 4440,IER
0050      STOP
C
0051      4755 DO 6000 I=1,NO
0052      CT=F1R(I)*2048./80.
0053      IC=INT(CT)+255
0054      COUNT1(IC)=COUNT1(IC)+1.
0055      6000 CONTINUE
0056      NF=NF+1

```

```

0057      IF(NF.NE.IT) GO TO 5800
0059      FNN=FLOAT(NO*IT)
0060      DO 6100 I=1,512
0061      COUNT1(I)=COUNT1(I)/FNN
0062      6100 CONTINUE
0063      DO 6200 I=1,512
0064      6200 IF1(I)=INT(COUNT1(I)*220.)
C
0065      XBAR=0.
0066      DO 6300 I=1,512
0067      WA=FLOAT(I-255)*COUNT1(I)
0068      XBAR=WA+XBAR
0069      6300 CONTINUE
0070      SIGMA2=0.
0071      DO 6400 I=1,512
0072      WA=FLOAT(I-255)-XBAR
0073      WA=WA*WA*COUNT1(I)
0074      6400 SIGMA2=WA+SIGMA2
0075      SIGMA=SQRT(SIGMA2)
0076      PAI2=6.2831853
0077      WORK1=PAI2*SIGMA2
0078      WORK1=1./SQRT(WORK1)
0079      DO 6500 I=1,512
0080      WORK2=FLOAT(I-255)-XBAR
0081      WORK2=WORK2**2/(2.*SIGMA2)
0082      WORK2=EXP(-WORK2)
0083      COUNT2(I)=WORK1*WORK2
0084      6500 CONTINUE
0085      DO 6600 I=1,512
0086      6600 IF2(I)=INT(COUNT2(I)*220.)
C
0087      6800 CALL PLOT(IF1,IF2)
0088      TYPE 6700
0089      6700 FORMAT(' PLOT CONTINUE? (Y-N) (#)
0090      ACCEPT 3200,YN
0091      IF(YN.EQ.'N') GO TO 9000
0093      TYPE 6900
0094      6900 FORMAT(' SCALING FACTOR? (FLOATING) (#)
0095      ACCEPT 6910,SF
0096      6910 FORMAT(F10.4)
0097      DO 6920 I=1,512
0098      IF1(I)=INT(COUNT1(I)*220.*SF)
0099      6920 IF2(I)=INT(COUNT2(I)*220.*SF)
0100      GO TO 6800
0101      9000 TYPE 8900,XBAR,SIGMA
0102      8900 FORMAT(' **XBAR= ',F10.3,' **SIGMA= ',F10.3)
0103      STOP
0104      END

```

3. HSCRRV

このプログラムは、ch 当り最大 24576 点のデータを入力し、相互関関数のピーク付近の値を最大 30 点まで計算できるよう設計されている。ピーク付近の値の計算を行う範囲は、基準流量から算出されるゆらぎの電極間移行時間を基準にし、計算すべき点数は、基準点から負側の点数を負値、正側の点数を正值でそれぞれ入力する。関数値の計算は、時間領域でオーソドクスな方法により、直接行われる。

ゆらぎの移行時間すなわち、相関関数のピークを与える遅れ時間は、上述のように計算される相関関数値の予め指定した回数の ensemble 平均から求められ、ゆらぎの移行時間が 1 個求まる毎に処理を継続すべきか否か問うてくる。処理の継続を中止するよう指示した場合は、移行時間の測定値の分布の様子、平均値、標準偏差をプリンタに印字する。

次頁以降に HSCRRV のリストを示す。

```

C      CORRELATION ANALYSIS PROGRAM2 (HSCRRV) BY ENDOU A.
C
0001      DIMENSION FAI(30),NI(30),IF1(500),IF2(500)
0002      VIRTUAL F1(24576),F2(24576)
0003      LOGICAL*1 YN
C
0004      TYPE 4250
0005      4250 FORMAT(' DATA NO.? '*)
0006      ACCEPT 4440, IDNO
0007      3500 TYPE 3700
0008      3700 FORMAT(' ELECTRODE INTERVAL? (MM) '*)
0009      ACCEPT 3800, RINTVL
0010      3800 FORMAT(F10.3)
0011      TYPE 4400
0012      4400 FORMAT(' FLOW RATE? (M**3/H) '*)
0013      ACCEPT 3800, Q
0014      FLVELO=Q/263.885065          !(M/S)
0015      TRTIME=RINTVL/FLVELO      !(MS)
0016      TYPE 4420
0017      4420 FORMAT(' SAMPLING NUMBERS? '*)
0018      ACCEPT 4440, NO
0019      4440 FORMAT(I10)
0020      TYPE 4460
0021      4460 FORMAT(' SAMPLING INTERVAL? (MSEC) '*)
0022      ACCEPT 3800, SAINT
0023      TYPE 4465
0024      4465 FORMAT(' UPPER AND LOWER BOUND OF TAU? '*)
0025      ACCEPT 4467, TRL, TRU
0026      4467 FORMAT(2F10.3)
0027      TYPE 4468
0028      4468 FORMAT(' ITERATION NO.? '*)
0029      ACCEPT 4440, NFREF
0030      NLOWER=INT((TRTIME+TRL)/SAINT)
0031      NUPPER=INT((TRTIME+TRU)/SAINT)
0032      PRINT 4500, IDNO, RINTVL, TRL, TRU, NFREF, Q, FLVELO, TRTIME, NO, SAINT,
      INLOWER, NUPPER
0033      4500 FORMAT(' *** DATA NO.=', I3, ' ** ELECTRODE INTERVAL=', F6.1,
      1, ' (MM)', ' *TAUL=', F5.1, ' *TAUR=', F4.1, ' *ITERATION NO.=',
      2, I2, ' ** FLOW RATE=', F7.1, ' (M**3/H)', ' ** VELOCITY=',
      3, F5.3, ' (M/S)', ' ** TIME=', F5.2, ' (MS)' ' ** SAMPLING NO.=',
      4, I5, ' ** SAMPLING INTERVAL=', F4.1, ' (MS)', ' *NL=', I2,
      5, ' **NU=', I2, ')
C
0034      DO 4550 I=1,30
0035      4550 NI(I)=0
C
0036      5790 NF=0
0037      DO 5795 I=1,30
0038      5795 FAI(I)=0.
0039      5800 TYPE 5796
0040      5796 FORMAT(' TRANSFER OK? (Y-N) '*)
0041      ACCEPT 3200, YN
0042      IF(YN.EQ.'N') GO TO 5800
C

```

```

0044      CALL FVCIN(1,F1,24576,NO,IER)
0045      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0047      CALL FVCIN(2,F2,24576,NO,IER)
0048      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0050      TYPE 8100
0051      8100  FORMAT(' PLOT? (Y-N)')
0052      ACCEPT 3200,YN
0053      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0055      J=0
0056      8000  DO 8200 I=1,500
0057          WA=F1(I+J)*10.
0058          IF1(I)=INT(WA)+100
0059          WA=F2(I+J)*10.
0060      8200  IF2(I)=INT(WA)+100
0061      CALL PLOT(IF1,IF2)
          C      TYPE 8250
          C8250  FORMAT(' PRINT (Y-N)')
          C      ACCEPT 3200,YN
          C      IF(YN.NE.'Y') GO TO 8275
          C      PRINT 8280,((F1(I+J),F2(I+J)),I=1,500)
          C8280  FORMAT(10F8.3)
0062      8275  IF(J.GE.24000) GO TO 4755
0064      TYPE 8300
0065      8300  FORMAT(' PLOT CONTINUE? (Y-N)')
0066      ACCEPT 3200,YN
0067      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0069      J=J+500
0070      GO TO 8000
0071      7000  IF(IER.NE.8) GO TO 7100
0073      5850  TYPE 4610
0074      4610  FORMAT(' FAILURE')
0075      GO TO 5800
0076      7100  TYPE 4440,IER
0077      STOP
0078      4755  N=NLOWER
0079          NF=NF+1
0080      5400  FAIN=0
0081          DO 5000 I=1,NO-NUPPER
0082      5000  FAIN=FAIN+F1(I)*F2(I+N)
0083          FAI(N-NLOWER+1)=FAIN+FAI(N-NLOWER+1)
0084      5100  N=N+1
0085          IF(N.LE.NUPPER) GO TO 5400
0087          IF(NF.EQ.NFREF) GO TO 5150
0089          TYPE 5710,NF
0090      5710  FORMAT(' NF= ',I2)
0091          GO TO 5800
0092      5150  FAIMAX=0
0093          DO 5720 N=NLOWER,NUPPER
0094          IF(FAI(N-NLOWER+1).LT.FAIMAX) GO TO 5720
0096          FAIMAX=FAI(N-NLOWER+1)
0097          NMAX=N
0098      5720  CONTINUE
0099          ESTIME=SAINT*FLOAT(NMAX)
0100          ESVELO=RINTVL/ESTIME

```


FORTRAN IV V02.5 FRI 24-DEC-82 14:01:03 PAGE 003

```

0101      EQ=ESVELO*263.885065
0102      RATIO=ESVELO/FLVELO
0103      PRINT 5600,ESTIME,ESVELO,EQ,RATIO,
          1((N,FAI(N-NLOWER+1)),N=NMAX-2,NMAX+2)
0104      5600  FORMAT(' ** TRANSTIME =',F6.2,'(MS)',2X,'**VELO.=',F5.3,
          1'(M/S)', ' **Q=',F6.1,'(M**3/H)', ' **RATIO=',F5.3/5(I4,E12.5)/)
          C
0105      NI(NMAX-NLOWER+1)=NI(NMAX-NLOWER+1)+1
0106      TYPE 5700
0107      5700  FORMAT(' CONTINUE? (Y-N) ')
0108      ACCEPT 3200,YN
0109      3200  FORMAT(A1)
0110      IF(YN.NE.'N') GO TO 5790
0111      WORK2=0.
0112      WORK3=0.
0113      NT=0
0114      DO 6000 I=NLOWER+1,NUPPER-1
0115      N=I-NLOWER+1
0116      WORK1=FLOAT(I)*SAINT
0117      WORK2=FLOAT(NI(N))*WORK1+WORK2
0118      WORK3=FLOAT(NI(N))*WORK1**2+WORK3
0119      NT=NI(N)+NT
0120      6000  PRINT 6100,WORK1,NI(N)
0121      6100  FORMAT(F15.2,I4)
0122      WORK2=WORK2/FLOAT(NT)
0123      WORK1=WORK3-FLOAT(NT)*WORK2**2
0124      WORK1=SQRT(WORK1/FLOAT(NT-1))
0125      ESVELO=RINTVL/WORK2
0126      EQ=ESVELO*263.885065
0127      RATIO=ESVELO/FLVELO
0128      PRINT 6200,WORK2,NT,WORK1,ESVELO,EQ,RATIO
0129      6200  FORMAT(/F15.2,I4,F7.2,F7.3,'(M/S)',F7.1,'(M**3/H)',F7.3/)
0130      WORK3=WORK2+WORK1
0131      WORK2=WORK2-WORK1
0132      ESVELO=RINTVL/WORK3
0133      FLVELO=RINTVL/WORK2
0134      EQ=ESVELO*263.885065
0135      Q=FLVELO*263.885065
0136      WORK1=TRTIME/WORK3
0137      RATIO=TRTIME/WORK2
0138      PRINT 6300,WORK3,WORK2,ESVELO,FLVELO,EQ,Q,WORK1,RATIO
0139      6300  FORMAT(/4(3X,F8.3,F9.3))
0140      STOP
0141      END
0142

```

4. AVEFRQ

このプログラムは1 ch 当り最大4096点の信号を同時に2 ch 取り込み、各々の ch の信号のパワースペクトル加重平均周波数、パワースペクトルの平方根加重平均周波数およびパワースペクトル加重自乗平均周波数を計算する。平均周波数の計算に用いるパワースペクトルを求めるにあたっては4096点の Fourier 変換の何回の ensemble 平均をとるか指定できるようになっている。このようにして求めたパワースペクトルに基づいて平均周波数が1回求められる毎に、測定値をプリンタに印字し、処理を継続すべきか否か聞いてくる。処理の打ち切りを指示した場合には測定値の平均値および標準偏差を計算し、プリンタに印字する。

AVEFRQ のリストを次頁以降に示す。

FORTRAN IV V02.5 THU 19-MAY-83 16:58:27 PAGE 001

```

      C      AVERAGE FREQUENCY CALCULATION PROGRAM (AVEFRQ) BY ENDOU A.
      C
0001      COMMON SI(4096),IFLAG
0002      DIMENSION FAI(6,30),IF1(512),IF2(512),F1(512),F2(512)
0003      VIRTUAL F1R(4096),F1I(4096),F2R(4096),F2I(4096),
-----1FAI11R(4096),FAI11I(4096),FAI22R(4096),FAI22I(4096),
      2FWW(6),FWWI(6)
0004      LOGICAL*1 YN
      C
0005      TYPE 4250
0006      4250 FORMAT(' DATA NO.? '#)
0007      ACCEPT 4440, IDNO
0008      3800 FORMAT(F10.3)
0009      TYPE 4400
0010      4400 FORMAT(' FLOW RATE? (M**3/H) '#)
0011      ACCEPT 3800, Q
0012      TYPE 4420
0013      4420 FORMAT(' SAMPLING NUMBERS(POWER)? '#)
0014      ACCEPT 4440, NU
0015      4440 FORMAT(I10)
0016      NO=2**NU
0017      TYPE 4460
0018      4460 FORMAT(' SAMPLING INTERVAL? (MS) '#)
0019      ACCEPT 3800, SAINT
0020      TYPE 4468
0021      4468 FORMAT(' NO. OF ENSEMBLE AVERAGE? '#)
0022      ACCEPT 4440, NFREF
0023      TYPE 4470
0024      4470 FORMAT(' LOWER & UPPER CUT OFF FREQUENCY? (HZ) '#)
0025      ACCEPT 4467, FL, FH
0026      4467 FORMAT(2F10.3)
0027      PRINT 4500, IDNO, NFREF, Q, NO, SAINT, FL, FH
0028      4500 FORMAT(' ** DATA NO.=', I3, ' ** ENSEM. AVE. NO.=', I2,
-----1' ** FLOW RATE=', F7.1, ' (M**3/H)', ' ** SAMPLING NO.=',
      2I5, ' ** SAMPLING INTERVAL=', F4.1, '(MS)'
-----3' ** FREQUENCY RANGE=', F6.2, ' ---', F6.2, '(HZ)')
      C
0029      FNO=FLOAT(NO)
0030      DF=1000./((SAINT*FNO)
0031      DO 4490 I=1, NO
0032      FREQ= FLOAT(I)*DF
0033      IF(FREQ.GT.FH) GO TO 4495
0035      4490 NEND=I
0036      4495 IFLAG=0
0037      IN=1
0038      PRINT 4600
0039      4600 FORMAT('/' *** AVERAGE FREQUENCY (HZ) *** '//1X, 'N* ',
-----1' * WEIGHT OF POWER *', 1X, ' *WEIGHT OF SQRRT(POWER)* ',
      22X, ' * HITACH METHOD *', ' *MAXF*')
      C
0040      5790 NF=0
0041      DO 5798 I=1, NO
0042      FAI11R(I)=0.
-----1
0043      FAI11I(I)=0.

```

FORTRAN IV

V02.5

THU 19-MAY-83 16:58:27

PAGE 002

```

0044      FAI22R(I)=0.
0045      5798 FAI22I(I)=0.
0046      5800 TYPE 5796
0047      5796 FORMAT(' TRANSFER OK? (Y-N) ')
0048      ACCEPT 3200,YN
0049      IF(YN.EQ.'N') GO TO 5800
      C
0051      CALL FVCIN(1,F1R,4096,NO,IER)
0052      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0054      CALL FVCIN(2,F2R,4096,NO,IER)
0055      IF(IER.NE.0) GO TO 7000
0057      TYPE 8005
0058      8005 FORMAT(' INPUT SIGNAL ')
0059      TYPE 8100
0060      8100 FORMAT(' PLOT? (Y-N) ')
0061      ACCEPT 3200,YN
0062      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0064      J=0
0065      8000 DO 8200 I=1,512
0066          WA=F1R(I+J)*11.
0067          IF1(I)=INT(WA)+110
0068          WA=F2R(I+J)*11.
0069      8200 IF2(I)=INT(WA)+110
0070      CALL PLOT(IF1,IF2)
0071      8275 IF(J.GE.3584) GO TO 4755
0073      TYPE 8300
0074      8300 FORMAT(' PLOT CONTINUE? (Y-N) ')
0075      ACCEPT 3200,YN
0076      IF(YN.NE.'Y') GO TO 4755
0078      J=J+512
0079      GO TO 8000
0080      7000 IF(IER.NE.0) GO TO 7100
0082      5850 TYPE 4610
0083      4610 FORMAT(' FAILURE ')
0084      GO TO 5800
0085      7100 TYPE 4440,IER
0086      STOP
      C
0087      4755 NF=NF+1
0088      DO 7700 I=1,NO
0089          F1I(I)=0.
0090      7700 F2I(I)=0.
0091      CALL RFFT(F1R,F1I,NU,1)
0092      CALL RFFT(F2R,F2I,NU,1)
0093      DO 7200 I=1,NO
0094          FAI11R(I)=FAI11R(I)+F1R(I)
0095          FAI11I(I)=FAI11I(I)+F1I(I)
0096          FAI22R(I)=FAI22R(I)+F2R(I)
0097      7200 FAI22I(I)=FAI22I(I)+F2I(I)
0098          IF(NF.EQ.NFREF) GO TO 5150
0100      TYPE 5710,NF
0101      5710 FORMAT(' NF= ',I2)
0102      GO TO 5800

```

```

FORTRAN IV          V02.5          THU 19-MAY-83 16:58:27          PAGE 003
0103   5150  DO 5200 I=1,NO
0104          FIR(I)=FAI11R(I)**2+FAI11I(I)**2
0105   5200  F2R(I)=FAI22R(I)**2+FAI22I(I)**2
0106          TYPE 8010
0107   8010  FORMAT(' AUTO SPECTRUM PLOT? (Y-N) ')
0108          ACCEPT 3200,YN
0109          IF(YN.NE.'Y') GO TO 1245
0111   1005  TYPE 1270
0112   1270  FORMAT(' SCALING FACTOR? (INTEGER) ')
0113          ACCEPT 1280,ISF
0114   1280  FORMAT(I2)
0115          K=0
0116          KK=0
0117   1005  FWA=0.
0118          FWB=0.
0119          DO 1000 I=1,ISF
0120          FWA=FWA+F1R(KK+I)
0121   1000  FWB=FWB+F2R(KK+I)
0122          F1(K+1)=FWA
0123          F2(K+1)=FWB
0124          K=K+1
0125          KK=K*ISF
0126          IF(K.GE.511) GO TO 1003
0128          KKK=KK+ISF
0129          IF(KKK.GT.NO) GO TO 1110
0131          GO TO 1005
0132   1110  TYPE 1120
0133   1120  FORMAT(' INVALID SCALING FACTOR ')
0134          GO TO 1006
0135   1003  FWA=0.
0136          FWB=0.
0137          DO 1007 I=1,511
0138          IF(F2(I).GT.FWB) FWB=F2(I)
0140   1007  IF(F1(I).GT.FWA) FWA=F1(I)
0142          DO 1100 I=1,511
0143          FWAA=F1(I)*1000./FWA
0144          IF(FWAA.LE.0.) FWAA=1000.
0146          FWBB=F2(I)*1000./FWB
0147          IF(FWBB.LE.0.) FWBB=1000.
0149          FWAA=ALOG10(FWAA)*76.
0150          FWBB=ALOG10(FWBB)*76.
0151          IF1(I)=INT(FWAA)
0152          IF(IF1(I).LT.0) IF1(I)=0
0154          IF2(I)=INT(FWBB)
0155   1100  IF(IF2(I).LT.0) IF2(I)=0
0157   1200  CALL LOGPLT(IF1,IF2,1,1)
0158          TYPE 8300
0159          ACCEPT 3200,YN
0160          IF(YN.EQ.'Y') GO TO 1006
0162          TYPE 1210
0163   1210  FORMAT(' TYPE IN MAX F. OF AVERAGE IF NECESSRY ')
0164          ACCEPT 3800,FRQM
0165          IF(FRQM.EQ.0.) GO TO 1245
0167          DO 1220,I=1,NO

```

```

0168      FREQ=FLOAT(I)*DF
0169      IF(FREQ.GT.FRQM) GO TO 1245
0171      1220 NEND=I
      C
0172      1245 FWA=0.
0173      FWB=0.
0174      FWAA=0.
0175      FWBB=0.
0176      FWAS=0.
0177      FWBS=0.
0178      FWAAS=0.
0179      FWBBS=0.
0180      FWAH=0.
0181      FWBH=0.
0182      DO 1315 I=1,NEND
0183      FLI=FLOAT(I)*DF
0184      FWA=FWA+F1R(I)
0185      FWB=FWB+F2R(I)
0186      FWAA=FWAA+F1R(I)*FLI
0187      FWBB=FWBB+F2R(I)*FLI
0188      FWAH=FWAH+F1R(I)*FLI**2
0189      FWBH=FWBH+F2R(I)*FLI**2
0190      FWAS=FWAS+SQRT(F1R(I))
0191      FWBS=FWBS+SQRT(F2R(I))
0192      FWAAS=FWAAS+SQRT(F1R(I))*FLI
0193      1315 FWBBS=FWBBS+SQRT(F2R(I))*FLI
      C
0194      FAI(1,IN)=FWAA/FWA
0195      FAI(2,IN)=FWBB/FWB
0196      FAI(3,IN)=FWAAS/FWAS
0197      FAI(4,IN)=FWBBS/FWBS
0198      FAI(5,IN)=SQRT(FWAH/FWA)
0199      FAI(6,IN)=SQRT(FWBH/FWB)
0200      FLI=FLOAT(NEND)*DF
0201      PRINT 1320,IN,(FAI(I,IN),I=1,6),FLI
0202      1320 FORMAT(1X,I2,2X,5(F7.3,5X),F7.3,F6.1)
0203      IN=IN+1
0204      TYPE 1325
0205      1325 FORMAT(' CONTINUE? ')
0206      ACCEPT 3200,YN
0207      3200 FORMAT(A1)
0208      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 5790
      C
0210      FN=FLOAT(IN-1)
0211      DO 9000 I=1,6
0212      FWW(I)=0.
0213      9000 FWWW(I)=0.
0214      DO 9010 I=1,6
0215      DO 9010 J=1,IN-1
0216      9010 FWW(I)=FWW(I)+FAI(I,J)/FN
0217      FN=FN-1.
0218      DO 9025 I=1,6
0219      DO 9020 J=1,IN-1
0220      9020 FWWW(I)=FWWW(I)+(FAI(I,J)-FWW(I))**2/FN

```

```
FORTRAN IV      V02.5      THU 19-MAY-83 16:58:27      PAGE 005
0221      9025 FWWW(I)=SQRT(FWWW(I))
0222      PRINT 9030,(FWWW(I),I=1,6)
0223      9030 FORMAT(/' *MEAN VALUE*'/5X,6(F7.3,5X))
0224      PRINT 9040,(FWWW(I),I=1,6)
0225      9040 FORMAT(/' *STANDARD DEVIATION*'/5X,6(F7.3,5X))
0226      DO 9050 I=1,6
0227      9050 FWWW(I)=FWWW(I)*100./FWWW(I)
0228      PRINT 9060,(FWWW(I),I=1,6)
0229      9060 FORMAT(/' *NORMALIZED STANDARD ERROR*'/5X,6(F7.3,5X))
0230      STOP
0231      END
```

```

C      HARMONIC ANALYSIS SUBROUTINE PACKAGE (REVISED)----HARIVI
C
0001      SUBROUTINE RFFT(XREAL,XIMAG,NU,ISIGN)
C      REAL FAST FOURIER TRANSFORMATION
C
0002      COMMON SI(4096),IFLAG
0003      VIRTUAL XREAL(4096),XIMAG(4096)
C
0004      SIGN=FLOAT(ISIGN)
0005      N=2**NU
0006      N2=N/2
0007      NU1=NU-1
0008      FN=FLOAT(N)
0009      P2N=6.283185307/FN          !P2N=2*PI/N
0010      IF(IFLAG.EQ.1) GO TO 99
0011      DO 109 I=1,N
0012      P=FLOAT(I-1)
0013      ARG=P*P2N
0014      SI(I)=SIN(ARG)
0015      IFLAG=1
0016      99 K=0
0017      DO 100 L=1,NU
0018      102 DO 101 I=1,N2
0019      IP=IBITR(K/N2,NU)          !N2=2**NU1
0020      S=SIGN*SI(IP+1)
0021      IPC=IP+N/4
0022      IF(IPC.GE.N) IPC=IPC-N
0023      C=SI(IPC+1)
0024      K1=K+1
0025      K1N2=K1+N2
0026      TREAL=XREAL(K1N2)*C+XIMAG(K1N2)*S
0027      TIMAG=XIMAG(K1N2)*C-XREAL(K1N2)*S
0028      XREAL(K1N2)=XREAL(K1)-TREAL
0029      XIMAG(K1N2)=XIMAG(K1)-TIMAG
0030      XREAL(K1)=XREAL(K1)+TREAL
0031      XIMAG(K1)=XIMAG(K1)+TIMAG
0032      101 K=K+1
0033      K=K+N2
0034      IF(K.LT.N) GO TO 102
0035      K=0
0036      NU1=NU1-1
0037      100 N2=N2/2
0038      DO 103 K=1,N
0039      I=IBITR(K-1,NU)+1
0040      IF(I.LE.K) GO TO 103
0041      TREAL=XREAL(K)
0042      TIMAG=XIMAG(K)
0043      XREAL(K)=XREAL(I)
0044      XIMAG(K)=XIMAG(I)
0045      XREAL(I)=TREAL
0046      XIMAG(I)=TIMAG
0047      103 CONTINUE
0048      RETURN
0049      END

```



```

C
C
0001      SUBROUTINE LOGPLT(IF1,IF2,INTVL,ISF)
C
0002      COMMON SI(4096),IFLAG
0003      DIMENSION IF1(512),IF2(512)
0004      LOGICAL*1 YN,IALPHA(81)
C
0005      DO 1000 I=1,511
0006          IF1(I)=IF1(I+1)
0007      1000 IF2(I)=IF2(I+1)
0008          CALL PLOT55(9,0,0)
0009          CALL PLOT55(10,,)
0010          CALL PLOT55(2,1+32+64+512,)
0011          DO 1500 I=1,512,51
0012      1500 CALL PLOT55(5,I-1,1)
0013          DO 1600 I=1,3
0014          DO 1650 J=1,9
0015          WA=FLOAT(J*10**(I-1))
0016          WA=ALOG10(WA)*76.
0017          K=INT(WA)
0018      1650 CALL PLOT55(4,1,K)
0019          WA=1.5*10.**(I-1)
0020          WA=ALOG10(WA)*76.
0021          K=INT(WA)
0022      1600 CALL PLOT55(4,1,K)
0023          CALL PLOT55(4,1,228)
0024          CALL PLOT55(2,2+4,)
0025          CALL PLOT55(1,0,)
0026          INTV2=INTVL/2
0027          IE=512/ISF
0028          CALL PLOT55(7,0,IY1)
0029          DO 1900 I=1,IE,INTVL
0030          III=I+INTV2
0031          II=III*ISF
0032          IF(II.GT.511) GO TO 1930
0034      1900 CALL PLOT55(8,II,IF1(III))
0035      1930 IF(III.GE.511) GO TO 1950
0037          ID=IF1(III+ISP)-IF1(III)
0038          IC=ISP*ISF
0039          IFY=IF1(III)+ID*(511-II)/IC
0040          CALL PLOT55(8,511,IFY)
0041      1950 CALL PLOT55(12,, 'ANOTHER PLOT? (Y-N)')
0042          ACCEPT 2000,YN
0043      2000 FORMAT(A1)
0044          IF(YN.EQ.'Y') GO TO 2100
0046          CALL PLOT55(2,,4)
0047          GO TO 2400
0048      2100 CALL PLOT55(1,1,)
0049          CALL PLOT55(7,0,IY2)
0050          DO 2200 I=1,IE,INTVL
0051          III=I+INTV2
0052          II=III*ISF
0053          IF(II.GT.511) GO TO 2300

```

```
0055 2200 CALL PLOT55(8,II,IF2(III))
0056 2300 IF(III.GE.511) GO TO 2400
0058     ID=IF2(III+ISP)-IF2(III)
0059     IC=ISF*ISP
0060     IFY=IF2(III)+ID*(511-II)/IC
0061     CALL PLOT55(8,511,IFY)
0062 2400 CALL PLOT55(9,0,0)
0063     CALL PLOT55(10,,)
0064     CALL PLOT55(12,, 'ENTER INFORMATION')
0065     ACCEPT 1700,(IALPHA(I),I=1,80)
0066 1700 FORMAT(80A1)
0067     CALL PLOT55(9,0,0)
0068     CALL PLOT55(10,,)
0069     CALL PLOT55(9,0,0)
0070     CALL PLOT55(12,,IALPHA)
0071     ACCEPT 2000,YN
0072     CALL PLOT55(9,0,0)
0073     CALL PLOT55(10,,)
0074     CALL PLOT55(2,512,2+4)
0075     RETURN
0076     END
```

5. 共通サブルーチン, ファンクション

これまで示したプログラムの2つ以上で共通に用いられているサブルーチンは,

- (1) FVCIN
- (2) PLOT
- (3) IBITR

である。このうち FVCIN は高速波形記憶装置から転送されてくるデータを取り込むために用いられる。IBITR は, 前述 1. と 4. に示されている高速 Fourier 変換プログラム RFFT に用いられている FUNCTION である。

FVCIN では, MACRO (MNC-11/23 用アセンブラ言語) で書かれているサブルーチン VCIN 1 および VCIN 2 をコーリングしており, 次葉以降には上記(1), (2), (3)に加えてこれらのリストも示す。

1.~4.に添付されているサブルーチンおよび本節に示されるサブルーチン以外に各プログラムからコーリングされているサブルーチン, ファンクション等は, MNC-11/23 システムがもっているそれらである。これらの詳細は MNC-11/23 システムマニュアルに記載されている。

```
0001 SUBROUTINE FVCIN (NCH,FBUF,MAX,KOUNT,IER)
      C
      C RS232C READ DATA
      C
      C NCH - THE CHANNEL NUMBER TO READ (1-4)
      C FBUF - THE VIRTUAL BUFFER TO STORE THE DATA
      C RESULT:VOLT(FLOATING)
      C MAX - VIRTUAL MAX
      C KOUNT - READ COUNTER
      C IER - ERR STATUS
      C 8:OVERFLOW DATA
      C
0002 VIRTUAL FBUF(MAX)
      C
0003 NDATA=0
0004 CALL VCIN1(NCH,IER)
0005 IF(IER.NE.0) RETURN
0007 DO 100 I=1,KOUNT
0008 CALL VCIN2(NDATA,IER)
0009 IF(IER.NE.0) RETURN
0011 IF(NDATA.GE.2048) NDATA=NDATA-4096
0013 IF(NDATA.EQ.-2048.OR.NDATA.EQ.2047) GOTO 200
0015 100 FBUF(I)=FLOAT(NDATA)/204.8 ! 1/204.8=10/2048
0016 RETURN
      C
0017 200 IER=8
0018 RETURN
      C
0019 END
```

```

1
2 ; RS232C READ ASCII & SKIP PRE-TRIGGER
3 ; DATA
4 ;
5 ; CALL VCIN1(NCH,IER)
6 ;
7 ; NCH - THE CHANNEL NUMBER TO READ (1-
8 ; 4)
9 ; IER - ERROR STATUS
10 ; 1:PARITY
11 ; 2:FRAMING
12 ; 4:OVERRUN
13 ;
14 000000 005725 VCIN1:: TST (R5)+
15 ;SKIP ARG. COUNT WORD
16 000002 013504 MOV @ (R5)+,R4
17 ;CH. TO SAMPLE
18 000004 062704 000060 ADD #60,R4
19 ;BIN.-> ASCII
20 000010 010437 000106' MOV R4,@CH
21 ;
22 000014 012701 000012 HDS: MOV #D10,R1
23 000020 012703 000074' MOV #HEAD,R3
24 000024 004767 000070 HDS1: JSR PC,CHR
25 000030 022302 CMP (R3)+,R2
26 ;CHECK HEADER
27 000032 001370 BNE HDS
28 000034 077105 SOB R1,HDS1
29 ;
30 000036 012701 010000 MOV #D4096,R1
31 ;SKIP TRIG. BEFORE DATA
32 000042 004767 000052 LOOP: JSR PC,CHR
33 000046 077103 SOB R1,LOOP
34 ;
35 000050 000207 RTS PC
36 ;
37 ;
38 ; RS232C DATA READ & SET
39 ;
40 ; CALL VCIN2(NDATA,IER)
41 ;
42 ; NDATA - READ INTEGER DATA
43 ; IER - ERROR STATUS
44 000052 005725 VCIN2:: TST (R5)+
45 000054 012500 MOV (R5)+,R0
46 ;SET ADDR. OF BUFFER
47 000056 004767 000036 JSR PC,CHR
48 000062 110220 MOVB R2,(R0)+ ; LOW
49 000064 004767 000030 JSR PC,CHR
50 000070 110220 MOVB R2,(R0)+ ; HIGH
51 ;
52 000072 000207 RTS PC
53 ;
54 000074 000377 000377 000103 HEAD: .WORD 377,377,'C','H','.'
55 000102 000110 000056
56 000106 000000 000104 000101 CH: .WORD 0,'D','A','T','A'
57 000114 000124 000101

```

```

56                                     ;
57                                     ;
58                                     ; 1 CHR. READ SUBROUTINE
59                                     ; R2 RESULT
60 -----                             ; IF ERROR POP SP & IER(R5) SET RETURN
61                                     ;
62          176500                       RCSR = 176500
63          176502                       RBUF = 176502
64                                     ;
65 000120 052737 000001 176500  CHR:   BIS      #1,@#RCSR
66                                     ;READER ENABLE
67 000126 012775 000000 000000      MOV      #0,@(R5)
68                                     ;IER CLEAR
69 000134 105737 176500      CHR1:  TSTB    @#RCSR
70                                     ;CONVERSION DONE ?
71 000140 100375                       BPL      CHR1
72                                     ;DONE FLAG NOT SET
73 000142 005737 176502      TST      @#RBUF
74                                     ;CHECK ERROR
75 000146 100403                       BMI      ERR
76                                     ;IF ERROR
77 000150 013702 176502      MOV      @#RBUF,R2
78                                     ;MOV DATA
79 000154 000207                       RTS      PC
80                                     ;
81 000156 013702 176502      ERR:   MOV      @#RBUF,R2
82 000162 006102                       ROL      R2
83 000164 006102                       ROL      R2
84 000166 006102 -----         ROL      R2
85 000170 006102                       ROL      R2
86 000172 006102                       ROL      R2
87 000174 042702 177770      BIC      #177770,R2      ; AND 07
88 000200 010235      MOV      R2,@(R5)+
89                                     ;SET IER
90 000202 005726      TST      (SP)+
91 000204 000207      RTS      PC
92                                     ;
93                                     ;
94          000001                       .END

```

```

      C
      C
0001      SUBROUTINE PLOT(IF1,IF2)
      C
0002      DIMENSION IF1(512),IF2(512)
0003      LOGICAL*1 YN,IALPHA(81)
      C
0004      CALL PLOT55(9,0,0)
0005      CALL PLOT55(10,,)
0006      CALL PLOT55(2,1+32+64+512,)
0007      TYPE 750
0008      750 FORMAT(' HORIZONTAL DIV. SCALE? (DOT NO. OF 1 SEC.) '*)
0009      ACCEPT 760,NHDS
0010      DO 1500 I=1,512,NHDS
0011      1500 CALL PLOT55(5,I-1,1)
0012      TYPE 770
0013      770 FORMAT(' VERTICAL DIV.SCALE? (DOT NO. OF 1 SEC.) '*)
0014      ACCEPT 760,NVDS
0015      DO 1600 I=1,235,NVDS
0016      760 FORMAT(I5)
0017      1600 CALL PLOT55(4,1,I-1)
0018      CALL PLOT55(2,2+4,)
0019      CALL PLOT55(7,1,0)
0020      CALL PLOT55(1,0,)
0021      CALL PLOT55(3,-511,IF1)
0022      CALL PLOT55(12,, ' ANOTHER PLOT? (Y-N)')
0023      ACCEPT 1900,YN
0024      1900 FORMAT(A1)
0025      IF(YN.EQ.'Y') GO TO 2000
0027      CALL PLOT55(2,,4)
0028      GO TO 2200
0029      2000 CALL PLOT55(9,0,0)
0030      CALL PLOT55(10,,)
0031      CALL PLOT55(7,1,0)
0032      CALL PLOT55(1,1,)
0033      CALL PLOT55(3,-511,IF2)
0034      2200 CALL PLOT55(9,0,0)
0035      CALL PLOT55(10,,)
0036      CALL PLOT55(12,, 'ENTER INFORMATION')
0037      ACCEPT 1700,(IALPHA(I),I=1,80)
0038      1700 FORMAT(80A1)
0039      CALL PLOT55(9,0,0)
0040      CALL PLOT55(10,,)
0041      CALL PLOT55(9,0,0)
0042      CALL PLOT55(12,,IALPHA)
0043      ACCEPT 1900,YN
0044      CALL PLOT55(9,0,0)
0045      CALL PLOT55(10,,)
0046      CALL PLOT55(2,512,2+4)
0047      RETURN
0048      END

```

```
      C
0001      FUNCTION IBITR(J,NU)
0002          J1=J
0003          IBITR=0
0004      DO 200 I=1,NU
0005          J2=J1/2
0006          IBITR=IBITR*2+(J1-2*J2)
0007      200 J1=J2
0008          RETURN
0009          END
```


付録 10 本論文で用いられる主な記号

| | |
|-------------------|--|
| a | 円管の内半径 |
| A | 窓関数の表現に用いられる定数 |
| A_k | パワースペクトル密度の台形近似に用いられる振幅係数 |
| B | 磁束密度, 窓関数の表現に用いられる定数 |
| $B(p, \theta)$ | (p, θ) における磁束密度 |
| f | ゆらぎの周波数 |
| $f(p)$ | 円管の中心から p の距離における流速ゆらぎの周波数 |
| $f_i(t)$ | i で観測される不規則関数 |
| \bar{f}_i | i の方法で求めたゆらぎの平均周波数 |
| $F(p)$ | $\bar{u}(p)$ の表現に用いられる関数で (1-10) 式で定義される |
| $g_i(t)$ | 窓 $w(t)$ を通じてみた $f_i(t)$ |
| $G_i(\omega)$ | $g(t)$ の Fourier 変換 |
| $h(\tau)$ | インパルス応答関数 |
| $\hat{h}(\tau)$ | インパルス応答関数の測定値 |
| $H(\omega)$ | システム伝達関数 |
| $\hat{H}(\omega)$ | システム伝達関数の測定値 |
| $I(p_0)$ | $U(p_0)$ の表現に用いられる関数で (1-15) 式で定義される |
| $I(\omega)$ | $\Phi_{ij}(\omega)$ の虚数部分 |
| k | $\nu(P)$ の表現に用いられる定数 |
| K | $\sqrt{u'^2} / \sqrt{u'v'}$ |
| $K_i(p_0)$ | \bar{f}_i の表現に用いられる関数 |
| ℓ | 混合距離 |
| L | 電極対間距離 |
| n_d | ensemble 平均の回数 |
| N | サンプル数 |
| p | r/a |
| p_0 | 断面的平均流速を求める際の p の上限 |
| $P_T(t)$ | 窓関数の表現に用いられる関数 |
| q | $(3/7)^{1/4} \sqrt{p}$ |
| Q | 流量, Q_c から修正された流量 |
| Q_c | 相関法によって求まる修正なしの流量 |

| | |
|---|---|
| Q_r | 基準流量 |
| r | 円管の中心までの距離を表わす変数 |
| $R(\omega)$ | $\phi_{ij}(\omega)$ の実数部分 |
| $R(\tau, p)$ | $u'(t, p, \theta, z)$ の自己相関関数 |
| Re | Reynolds 数 |
| $R_E(\tau, p)$ | $u'(t, p, \theta, z)$ の Euler 相関 |
| $R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2)$ | $u'(t, p_1, \theta_1, z)$ と $u'(t, p_2, \theta_2, z + L)$ の相互相関関数 |
| s | 円管壁までの距離を表わす変数, ゆらぎの移行時間の実測標準誤差 |
| $S_i(\omega)$ | $G_j(\omega)$ の表現に用いられる関数(2-42), (2-43)式 |
| t | 時間を表わす変数 |
| T | 平均化を行う時間, 信号の観測時間 |
| $T_k(\omega)$ | 台形を表わす関数で(2-84)式で定義される |
| $u(t, p, \theta, z)$ | (p, θ, z) におけるZ軸方向の局所的瞬時流速 |
| $u'(t, p, \theta, z)$ | (p, θ, z) におけるZ軸方向の流速変動 |
| $\bar{u}(p, \theta, z)$ | (p, θ, z) におけるZ軸方向の時間的な平均流速 |
| u^* | 摩擦速度 |
| \bar{u}_0 | 円管中心におけるZ軸方向の時間的な平均流速 |
| U | Z軸方向の全断面的平均流速 |
| $U(p_0)$ | 円管の中心から p_0 までのZ軸方向の断面的平均流速 |
| $v(t)$ | $V(t)$ のゆらぎ成分 |
| $v_i(t)$ | 電極 i で観測される電圧ゆらぎ |
| v' | r 方向の流速変動 |
| $V(t)$ | 電磁流量計の出力電圧 |
| V_d | $V_i(t)$ の直流成分 |
| $V_{i,\tau}(\omega)$ | $v_i(t)$ の T にわたる有限 Fourier 変換 |
| $V_{i,\tau}^*(\omega)$ | $V_{i,\tau}(\omega)$ の共役複素数 |
| $w(t)$ | 信号採取の際に用いる窓関数 |
| $W(p, \theta)$ | 電磁流量計出力への流速の寄与を表わす重み関数 |
| X | 円管断面上の位置を表わすための座標軸 |
| Y | 同上 |
| z | Z軸上の位置を表わす座標 |
| z_i | 電極 i のZ座標 |
| Z | 円管軸に一致する座標軸 |

| | |
|----------------------------|--|
| $r_{12}(\tau)$ | 複素コヒレンス関数の逆変換関数 |
| $\hat{r}_{12}(\tau)$ | 複素コヒレンス関数の逆変換関数の測定値 |
| $F_{12}(\omega)$ | 複素コヒレンス関数 |
| $F_{12}^c(\omega)$ | コヒレンス関数 |
| $\hat{F}_{12}(\omega)$ | 複素コヒレンス関数の測定値 |
| $\Delta\tau$ | サンプリング間隔 |
| $\Delta\tau_r$ | 移行時間の分解能 |
| $\Delta\hat{\phi}(\omega)$ | $\hat{\phi}(\omega)$ の不確かさ |
| $\varepsilon_{12}(\tau)$ | $v_1(t)$ と $v_2(t+\tau)$ の自乗平均誤差 |
| $\eta(p)$ | $f(p)/\nu(p)$ |
| θ | 円管断面上の位置を表わす極座標の角度 |
| κ | Q_c を Q に変換する修正係数 |
| λ | 円管の抵抗係数 |
| $\lambda(p)$ | p における微分特性距離 |
| μ | 粘性係数 |
| ν | 動粘性係数 |
| $\nu(p)$ | p において強い相関を示すゆらぎの最大周波数 |
| ρ | 密度 |
| $\rho_{ij}(\tau)$ | $v_i(t)$ と $v_j(t+\tau)$ の相関係数 |
| $\sigma(\tau_m)$ | τ_m の標準誤差 |
| σ_i | \bar{f}_i の測定値の標準偏差 |
| τ | 時間遅れを表わす変数, 剪断応力 |
| τ_m | $\phi_{12}(\tau)$, $\phi_{12}(\tau)$, $h(\tau)$, $r_{12}(\tau)$ などのピークを与える τ の値, ゆらぎの電極間移行時間 |
| τ_0 | ゆらぎの電極間移行時間 |
| τ_w | 円管の壁面剪断応力 |
| $\phi(\omega)$ | $\Phi_{ij}(\omega)$ の位相 |
| $\hat{\phi}(\omega)$ | $\phi(\omega)$ の測定値 |
| $\varphi(\tau)$ | 電圧ゆらぎの自己相関関数 |
| $\varphi_{ij}(\tau)$ | $v_i(t)$ と $v_j(t)$ の相互相関関数 |
| $\hat{\varphi}_{ij}(\tau)$ | $\varphi_{ij}(\tau)$ の測定値 |
| $\Phi_{ij}(\omega)$ | $v_i(t)$ と $v_j(t)$ のクロスパワースペクトル密度 |
| $\hat{\Phi}_{ij}(\omega)$ | $\Phi_{ij}(\omega)$ の測定値 |
| $\angle\Phi_{ij}(\omega)$ | $\Phi_{ij}(\omega)$ の位相角 |
| $\phi_{12}(\tau)$ | 複素位相関数の逆変換関数 |

| | |
|-------------------------|---------------------------|
| $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ | $\phi_{12}(\tau)$ の測定値 |
| $\Psi(\omega)$ | $u'(t, p)$ のオートパワースペクトル密度 |
| ω | 角周波数を表わす変数 |
| Ω | $2\pi / \Delta\tau N$ |