

ナトリウム燃焼詳細解析コード SOLFASの開発

(パラメータ計算によるコード特性の把握)



1988年8月

技術資料コード	
開示区分	レポートNo.
T	N9410 88-104
<p>この資料は 図書室保存資料です 閲覧には技術資料閲覧票が必要です</p> <p>動力炉・核燃料開発事業団大洗工学センター技術管理室</p>	

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

ナトリウム燃焼詳細解析コード SOLFASの開発

(パラメータ計算によるコード特性の把握)

大野 修司* , 森井 正** ,
広井 博*** , 姫野 嘉昭*

要 旨

〔目的〕 ナトリウム燃焼時の雰囲気ガスや構造物への熱伝達特性及び消費される酸素などの物質伝達特性を詳細に解析するために開発しているナトリウム燃焼詳細解析コードSOLFAS (Sodium Leak Fire and Aerosol Analysis Code System) の Version-0.1について、その数値解析手法、計算アルゴリズムなどコードの基本的な特性を把握する。

〔方法〕 2次元長方形体系内の質量、運動量、エネルギーの各保存式を解くバージョンで、単成分流体の水平平板層流自然対流熱伝達問題のパラメータ計算を行ない、各パラメータが結果の精度・計算時間等に及ぼす影響を調べた。

〔結果〕 高精度の解を得るためには空間的な計算セルの分割法を検討することが必要であり、また計算時間節減のためにはタイムステップ、収束条件、緩和係数、加速係数等のパラメータが大きく影響することがわかった。また、これらのパラメータを適切に設定すると、層流の全範囲にわたる妥当な計算結果が得られることを確認した。

* 大洗工学センター，安全工学部，プラント安全工学室

** 現在，三菱原子力工業（株），制御安全設計部

*** 現在，科学技術庁

Development of Detailed Sodium Fire Analysis Code SOLFAS
(Investigation of Code Characteristics by Parametric Calculation)

S. Ohno*, T. Morii**,
H. Hiroi**, and Y. Himeno*

Abstract

<Objectives>

The detailed sodium fire analysis code, SOLFAS (Sodium Leak Fire and Aerosol Analysis Code System), is under development to make more accurate calculation for heat/mass transfer during a sodium fire. Objective of the present study is to investigate basic characteristics of version-0.1 of the code in regard to the solution scheme and the numerical algorithm.

<Methods>

Parametric calculations of single-phase one-component laminar natural convection heat transfer on a horizontal plane were conducted to investigate the dependence of some parameters on the calculated results as well as the CPU-time.

<Results>

Present study revealed that distribution of the calculational cells plays an important role to obtain results with high accuracy. The CPU-time strongly depended upon such parameters as time step, convergence condition, relaxation factors, over-relaxation factor, and so on. By selecting appropriate values for these parameters, reasonable results were obtained in the wide laminar flow region.

* Plant Safety Engineering Section, Safety Engineering Division, OEC.

** Present: Mitsubishi Atomic Power Industry

*** Present: Science and Technology Agency

目 次

1. 序 論	1
2. SOLFAS-Ver. 0.1の数値計算手法	3
2.1 保存式の一般形	3
2.2 コントロール・ボリューム (Control Volume)	3
2.3 差分式	4
2.3.1 非定常項	4
2.3.2 対流項	6
2.3.3 拡散項	8
2.3.4 発生項	9
2.3.5 一般的な差分式 (General Finite Difference Equation)	9
2.3.6 運動量保存式の差分表現	12
2.4 圧力方程式	12
2.5 数値計算アルゴリズム	13
2.6 マトリックスの解法	14
3. パラメータ計算	17
3.1 計算体系及び計算条件	17
3.1.1 計算体系	17
3.1.2 計算条件	18
3.2 パラメータ計算の結果	19
3.2.1 計算セル分割の影響	19
3.2.2 時間刻み幅 (タイムステップ) の影響	24
3.2.3 収束条件の影響	25
3.2.4 緩和係数の影響	27
3.2.5 計算の方向性	30
3.2.6 実験式との比較	30
4. 結 論	33

謝 辞	34
参考文献	35
Appendix A (SOLFAS-Ver. 0.1マニュアル)	80
Appendix B (理論解・実験解の導出)	87
Appendix C (インプットデータリスト)	93

List of Tables

Table 1. 1	Code Features of SOLFAS-Ver.0.1 in Comparison with SOFIRE	36
Table 2. 1	Source Terms in the Cartesian Coordinate System	37
Table 2. 2	Convention Used in SOLFAS to Define Adjacent Control Volumes ..	38
Table 2. 3	Convention Used in SOLFAS to Define Adjacent Control Volumes for i-direction Momentum Equation	38
Table 2. 4	Convective Fluxes for Main Control Volume	39
Table 2. 5	Convective Fluxes for x-momentum Control Volume	39
Table 2. 6	Diffusion Strengths for Main Control Volume	40
Table 2. 7	Diffusion Strengths for x-momentum Control Volume	40
Table 2. 8	Fully Implicit Finite-Difference Equation for the Main Control Volume(Eq.2.24) and Its Coefficients	41
Table 2. 9	Coefficients of Fully Implicit Finite-Difference Equation for x-momentum Control Volume	41
Table 2.10	Coefficients of Pressure Equation(Eq.2.32)	42
Table 2.11	Algorithm of the SIMPLE Solution Scheme	43
Table 2.12	Algorithm of the SIMPLER Solution Scheme	44
Table 3. 1	Effect of Cell Distribution (horizontal plane)	45
Table 3. 2	Effect of Cell Distribution (Benard cells)	45
Table 3. 3	Effect of Cell Size (horizontal plane)	46
Table 3. 4	Effect of Cell Size (Benard cells)	47
Table 3. 5	Effect of Time Step	48
Table 3. 6	Effect of Convergence Condition	49
Table 3. 7	Effect of Overall Convergence Condition	50
Table 3. 8	Effect of Relaxation Factors	51
Table 3. 9	Effect of Over-Relaxation Factor in SOR Routine (all factors varied)	52

Table 3.10	Effect of Over-Relaxation Factor in SOR Routine (one factor varied)	53
Table 3.11	Effect of Over-Relaxation Factor in SOR Routine (factor of pressure calculation varied)	54
Table 3.12	Effect of Computational Direction	55
Table 3.13	Effect of Rayleigh Number	56
Table A-1	Level of Debug and List of Variables to Debug	85
Table A-2	Sample Input Data	86
Table C-1	Input Parameters for Parametric Calculations (Benard cells)	94
Table C-2	Input Parameters for Parametric Calculations (horizontal plane)	96
Table C-3	Distribution of Computational Cells (Benard cells)	97
Table C-4	Distribution of Computational Cells (horizontal plane)	98

List of Figures

Fig. 1. 1	Milestones of SOLFAS Development	57
Fig. 2. 1	Construction of Control Volumes	58
Fig. 2. 2	Control Volumes around Point 0 in i, j Notation	58
Fig. 2. 3	Staggered Grid	59
Fig. 2. 4	Momentum Control Volumes	59
Fig. 2. 5	Control Volume for Scalar Variables	60
Fig. 2. 6	Control Volume for x-momentum	60
Fig. 2. 7	Control Volume Showing Convective Fluxes	61
Fig. 2. 8	Control Volume Showing Diffusion Strengths	61
Fig. 3. 1	Schematic Figure of Analytical Model (horizontal plane)	62
Fig. 3. 2	Schematic Figure of Analytical Model (Benard cells)	62
Fig. 3. 3	Variation of Cell Distribution (horizontal plane)	63
Fig. 3. 4	Time Variation of Velocity Profile (horizontal plane)	64
Fig. 3. 5	Time Variation of Temperature Contour Lines (horizontal plane)	65
Fig. 3. 6	Transition of Heat Transferred and Maximum Velocity (horizontal plane)	66
Fig. 3. 7	Cell Distribution at the Vicinity of Heated/Cooled Walls (horizontal plane)	67
Fig. 3. 8	Effect of Cell Size (horizontal plane)	68
Fig. 3. 9	Effect of Cell Size at the Vicinity of Heat Transferred Walls (horizontal plane)	69
Fig. 3.10	Time Variation of Velocity Profile (Benard cells)	70
Fig. 3.11	Time Variation of Temperature Contour Lines (Benard cells)	71
Fig. 3.12	Transition of Heat Transferred and Maximum Velocity (Benard cells)	72

Fig. 3.13	Cell Distribution at the Vicinity of Heated/Cooled Walls (Benard cells)	73
Fig. 3.14	Effect of Cell Size at the Vicinity of Heat Transferred Walls (Benard cells)	74
Fig. 3.15	Effect of Cell Distribution (Comparison between 12×17 cells and 14×39 cells)	75
Fig. 3.16	Effect of Cell Size (Benard cells)	76
Fig. 3.17	Variation of Computational Direction	77
Fig. 3.18	Comparison between calculational Results and Experimental Results at Various Ra Number	78
Fig. 3.19	Effect of Cell Distribution (Benard cells)	79
Fig. B-1	Empirical Formulae about Natural Convection Heat Transfer by Benard Cells	90
Fig. B-2	Comparison between Experimental Data and Empirical Formula of Benard Cells	91
Fig. B-3	Comparison between Two Empirical Formulae of Benard Cells	92

Nomenclature

A	: Cross Sectional Area of Control Volume (m^2)
a, b	: Coefficients of Finite-Difference Equation
C _p	: Specific Heat ($J/kg \cdot K$)
D	: Diffusion Strength
E	: Energy (J)
F	: Convective Flux (kg/sec)
g	: Gravitational Acceleration (m/sec^2)
G _r	: Grashof Number (-)
h	: Enthalpy (J/kg)
k	: Thermal Diffusivity (m^2/sec)
l	: Length (m)
M	: Molecular Weight (kg/mol)
Nu	: Nusselt Number (-)
P	: Pressure (Pa)
ΔP	: Pressure Difference (Pa)
Pr	: Prandtl Number (-)
R	: Gas Constant ($J/mol \cdot K$)
Ra	: Rayleigh Number (-)
Ra _{cr}	: Critical Rayleigh Number (-)
S	: Source Term
T	: Temperature ($^{\circ}C$)
ΔT	: Temperature Difference between Heat Transferred Wall and Fluid
t	: Time (sec)
u, v	: Velocity Component (m/sec)
V	: Volume of Control Volume (m^3)
x, y	: Cartesian Coordinate (m)

- $\Delta x, \Delta y$: Length of Computational Cell in x/y Direction (m)
- β : Thermal Expansion Coefficient ($1/^\circ\text{C}$)
- Γ : Effective Diffusion Coefficient
- δ : Error in Conservation Equation of Mass
- ϵ : Convergence Criterion Factor
- λ : Thermal Conductivity ($\text{J/m}\cdot\text{hr}\cdot\text{K}$)
- μ : Viscosity ($\text{kg/m}\cdot\text{sec}$)
- ν : Kinetic Viscosity (m^2/sec)
- ρ : Density of Gas (Fluid) (kg/m^3)
- ϕ : Physical Variables
- ω : Over-Relaxation Factor

Subscripts

- c : Cooled Wall
- h : Heated Wall

Superscripts

- n : Iteration Number

1. 序 論

高速増殖炉 (Fast Breeder Reactor; 以下FBRと呼ぶ) の冷却材であるナトリウム (以下Naと略す) は, 雰囲気中の酸素や水蒸気と接すると化学反応によって反応熱やエアロゾルを発生し, 各種構造物に対して熱的・化学的な影響を及ぼす。このため, Na漏洩燃焼の解析評価によって様々な設計上の配慮を行なうことが要求される。

現在FBRのNa漏洩事故評価で用いられている解析手法はガスを一点近似で扱っているため, 場合によってはガスの温度分布や酸素濃度分布の影響, 構造材の局所的な温度上昇を考慮した正確な評価ができなくなることがある。また熱伝達・物質伝達についても実験相関式を用いて一律に計算しているため, 相関式の適用範囲, 複雑な体系・形状への適用性などに自ずと限界がある。

このような在来の解析手法の持つ問題点を克服するために, 空間を細かい多数の計算セルに分割し, それぞれの計算セルに関して質量, 運動量, エネルギーの各保存式を詳細に解く乱流自然対流熱-物質伝達解析コードSOLFAS (Sodium Leak Fire and Aerosol Analysis Code System) を開発している。Table 1.1にこのSOLFASの特徴を, 在来コードの代表例としてのSOFIREと比較して示す。開発計画はFig. 1.1に示すとおりであるが, 本報告書では図中のPhase-1のバージョン (SOLFAS-Ver. 0.1) について述べる。このバージョンの概要は以下の通りである。

(1) 対象物理モデル

- ・ $x-y$ 2次元
- ・ 非圧縮性流体
- ・ コントロールボリュームの概念
- ・ 質量, 運動量, エネルギーの各保存式

(2) 差分法

- ・ スタッガード格子
- ・ 対流項は風上差分, 拡散項は中心差分
- ・ 時間に関して完全陰解法

(3) 数値計算手法

- ・ SIMPLER法¹⁾のアルゴリズム
- ・ 各線形連立一次方程式は点SOR法(Point Successive Over-Relaxation Method ; 以下P S O R法あるいは単にSOR法と略す)で解く。

また、本バージョンの入力マニュアルをAppendix-Aに添付する。

このバージョンは今後さらに拡張し、改良して行くため、その基本的な特性を把握しておく必要がある。そこで、計算を行なう上での各パラメータが結果の精度、計算時間等どのような影響を及ぼすかを調べた。

本報告書はこれらの結果について報告するもので、第2章で本バージョンの数値計算法について、第3章でパラメータ計算を、第4章で結論を述べる。

2. SOLFAS-Ver. 0.1の数値計算手法

2.1 保存式の一般形

SOLFAS-Ver. 0.1は、層流状態にある単成分流体の流れと温度を解くバージョンで、基礎式は質量(mass)、運動量(momentum)、エネルギー(energy)の3つの保存式から成る。

これらの保存式は一般形として次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi)}_{\text{(非定常項)}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi)}_{\text{(対流項)}} \\
 = & \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)}_{\text{(拡散項)}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{(発生項)}} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

上式で Γ_x , S_ϕ は従属変数について特有なものである。 Γ_x , S_ϕ の表をTable 2.1に示す。

2.2 コントロールボリューム (Control Volume)

離散化された空間の最小単位をコントロールボリューム、あるいは計算セルと呼ぶが、SOLFASではこのコントロールボリューム（以下C.Vと略す）によって差分方程式を解く方法をとっており、さらにスタッガード格子(Staggered Grid System)を採用している。計算セル寸法は一様でも非一様でもよい。Fig. 2.1に典型的な計算セル配置を、Table 2.2に隣接したコントロールボリュームの番号づけを示す。

(1) スカラー変数 (Scalar Variables) に対するコントロールボリューム

スタッガード格子はすべてのスカラー変数は計算セル中心で、流速は計算セル表面で定義される。Fig. 2.2にスカラー変数に対するC.Vを示す。この図でわかるように格子点0のまわりに1(i-1):西側、2(i+1):東側、3(j-1):南側、4(j+1):北側の格子点が配置される。このC.V全域で各保存式を積分して差分方程式を導く。以後はこの場変数を定義するC.Vのことを主コントロール・ボリュームあるいは主C.Vと呼ぶ。

(2) 流速に対するコントロールボリューム

流速は他のスカラー変数と異なり、ずらして(staggered)配置される。Fig. 2.3に流速(u, v)の定義される場所を短い矢で表示する。すなわちuに関してはi方向にのみ、vに関してはj方向にのみずらす(Fig. 2.4)。こうすることによって圧力勾配がそのまま圧力の格子点での値を使って表わされる利点がある。Table 2.3に隣接したC, Vの番号づけを示す。これ以後は流速を定義するC, Vのことを運動量コントロール・ボリュームあるいは運動量C, Vと呼ぶ。

2.3 差分式

2.3.1 非定常項

(1) 主C, Vでの非定常項の離散化

ρ_0, ϕ_0 がC, V全域で一定であると仮定すると、(2-1)式の非定常項は次のように離散化される(Fig. 2.5参照)。

$$\int_0 \frac{\partial (\rho \phi)^{n+1}}{\partial t} dx dy = \left(\frac{\partial (\rho \phi)^{n+1}}{\partial t} \right)_0 V_0$$

$$= \frac{(\rho \phi)_0^{n+1} - (\rho \phi)_0^n}{\Delta t} V_0 \quad (2.2)$$

上添字nは前タイムステップの値、n+1は新しいタイムステップの値であるが簡単のために以下では省略する。下添え字0はコントロールボリューム0を表わす。

(2) 運動量C, Vでの非定常項の離散化

モーメントC, Vはずれているため、差分式は少し異なる。Fig. 2.6にx方向の運動量C, Vを示す。非定常項を積分すると(2.2)式と同様の式を得るが、ここでは少し違った形で表わす。

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} dx dy \\
 &= \int \left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dx dy \\
 &= \left\{ \left(\frac{\bar{\rho} + \bar{\rho}^n}{2} \right) \left(\frac{\phi - \phi^n}{\Delta t} \right) + \left(\frac{\phi + \phi^n}{2} \right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right\}_{i+1/2} V_{i+1/2}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

ここで変数の上の $\bar{}$ は、変数が主C,Vではなくて運動量C,Vに対応することを示す。
 流体の体積及び密度の運動量C,Vでの値 $(\bar{V}, \bar{\rho})$ は次式によって求める。

$$\bar{V}_{i+1/2} = \frac{1}{2} (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \Delta y \tag{2.4}$$

$$\bar{\rho}_{i+1/2} = \frac{\Delta x_i \rho_i + \Delta x_{i+1} \rho_{i+1}}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \tag{2.5}$$

実際に運動量差分式を導くとき、(2.3)式の右辺を次のように少し変形する。

すなわち、

$$\frac{\bar{\rho} + \bar{\rho}^n}{2} \approx \bar{\rho}, \text{ and } \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right) \approx \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right)^n$$

と仮定することにより、(2.3)式は

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dx dy \\
 &= \left\{ \bar{\rho} \left(\frac{\phi - \phi^n}{\Delta t} \right) + \left(\frac{\phi + \phi^n}{2} \right) \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right)^n \right\}_{i+1/2} \cdot \bar{V}_0 \\
 &= \left\{ \left[\frac{\bar{\rho}}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right)^n \right] \phi \right. \\
 & \quad \left. - \left[\frac{\bar{\rho}}{\Delta t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right)^n \right] \phi^n \right\}_{i+1/2} \cdot \bar{V}_0 \tag{2.6}
 \end{aligned}$$

となる。

2.3.2 対流項

(1) 主C.Vでの対流項の離散化

Fig. 2.7 (a) の (0) C.Vで対流項を積分すると,

$$\int \left[\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} \right] dx dy$$

$$= F_2 \langle \phi \rangle_2^0 - F_1 \langle \phi \rangle_1^0 - F_4 \langle \phi \rangle_4^0 - F_3 \langle \phi \rangle_3^0 \quad (2.7)$$

となる。ここでF (密度×速度×流れ断面積) は、対流によってC.Vの表面を通過する質量流束 (対流束; Convective Flux) である。添え字の4, 3, 1, 2はそれぞれFig. 2.7 (a)の上下左右を表わす。例えば,

$$F_2 \langle \rho \rangle_2^0 (u \Delta y)_2 = \langle \rho \rangle_2^0 (u A_x)_2 \quad (2.8)$$

は、Fig. 2.7 (a)にある右側表面での質量流束である。

ところで(2.7)式、(2.8)式で現われた記号 $\langle \phi \rangle$ を説明する。 $\langle \rangle$ についている添え字は、位置に対応して上下左右を表わし、上添え字は流れが正であるときの上流側、下添え字は流れが負であるときの上流側を示す。これはセル表面での従属変数の値を決定するために風上差分法を用いているためである。すなわち、

$$F_2 \langle \phi \rangle_2^0 = \begin{cases} F_2 \phi_0 & (\text{if } F_2 \text{ is positive}) \\ F_2 \phi_2 & (\text{if } F_2 \text{ is negative}) \end{cases} \quad (2.9.a)$$

$$(2.9.b)$$

書き換えると、

$$F_2 \langle \phi \rangle_2^0 = |0, F_2| \phi_0 - |0, -F_2| \phi_2 \quad (2.10)$$

但し、

$$|A, B| = \begin{cases} A & (A > B) \\ B & (A < B) \end{cases} \quad (2.11)$$

(2.10) 式を(2.7)式に代入して整理すると、

$$\int \left[\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} \right] dx dy$$

$$= (|0, F_2| + |0, F_4| + |0, -F_1| + |0, -F_3|) \phi_0$$

$$- (|0, -F_2| \phi_2 + |0, -F_4| \phi_4$$

$$+ |0, F_1| \phi_1 + |0, F_3| \phi_3) \quad (2.12)$$

主C.Vでの対流束をTable 2.4に示す。

(2) 運動量C.Vでの対流項の離散化

Fig. 2.7 (b)に示すx方向運動量C.Vを考える。運動量C.Vの上表面を通過するj方向への質量流束は、

$$\begin{aligned}\bar{F}_4 &= \frac{1}{2} (F_4 + F_{24}) \\ &= \frac{1}{2} \left[(A_y v)_{i, j+1/2} \langle \rho \rangle_{i, j+1}^{i, j} \right. \\ &\quad \left. + (A_y v)_{i+1, j+1/2} \langle \rho \rangle_{i+1, j+1}^{i+1, j} \right] \quad (2.13)\end{aligned}$$

となる。同様にi方向の質量流束は、

$$\bar{F}_1 = \frac{1}{2} \rho_0 [(A_x u)_{i-1/2, j} + (A_x u)_{i+1/2, j}] \quad (2.14)$$

となり、全対流束 $\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_4$ のx方向運動量C.Vでの値はTable 2.5のようになる。したがって対流項を運動量C.Vで積分すると式(2.12)と同じ形になる。ただし主C.Vでの流束F (Table 2.4)は運動量C.Vでの流束 \bar{F} (Table 2.5)に置き換える必要がある。

$$\begin{aligned}& \int \left[\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} \right] dx dy \\ &= (|0, \bar{F}_2| + |0, \bar{F}_4| + |0, -\bar{F}_1| + |0, -\bar{F}_3|) \phi_0 \\ &\quad - (|0, -\bar{F}_2| \phi_2 + |0, -\bar{F}_4| \phi_4 + |0, \bar{F}_1| \phi_1 \\ &\quad + |0, \bar{F}_3| \phi_3) \quad (2.15)\end{aligned}$$

2.3.3 拡散項

(1) 主C.Vでの拡散項の離散化

Fig. 2.8 (a) の主C.Vで拡散項を積分すると、次式になる。

$$\begin{aligned} & \int \left[\left(\frac{\partial(\Gamma, \frac{\partial \phi}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\Gamma, \frac{\partial \phi}{\partial y})}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ &= D_2(\phi_2 - \phi_0) - D_1(\phi_0 - \phi_1) + D_4(\phi_4 - \phi_0) - D_3(\phi_0 - \phi_3) \\ &= D_1\phi_1 + D_2\phi_2 + D_3\phi_3 + D_4\phi_4 - (D_1 + D_2 + D_3 + D_4)\phi_0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

但し、 $D = (\text{実効拡散係数}) \times (\text{流れ断面積}) \div (\text{C.V中心間の距離})$

D はC.V表面を通過する拡散強度(Diffusion Strength)、 Γ は従属変数 ϕ に対する実効拡散係数である。C.V表面での D は、拡散係数 Γ が両方の主C.V内でそれぞれ一様であると仮定すると、次に示すように調和平均補間(harmonic interpolation)で表わされる。

$$D_2 = (A_{K1+1/2}) \left[\left(\frac{\Delta x}{2\Gamma} \right)_0 + \left(\frac{\Delta x}{2\Gamma} \right)_2 \right]^{-1} \quad (2.17)$$

したがって主C.Vでの拡散強度はTable 2.6に示すようになる。

(2) 運動量C.Vでの拡散項の離散化

Fig. 2.8 (b) に示すようにx方向運動量C.Vでの積分は(2.16)式と同様の式になる。

$$\begin{aligned} & \int \left[\left(\frac{\partial(\Gamma, \frac{\partial \phi}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\Gamma, \frac{\partial \phi}{\partial y})}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ &= \bar{D}_1\phi_1 + \bar{D}_2\phi_2 + \bar{D}_3\phi_3 + \bar{D}_4\phi_4 - (\bar{D}_1 + \bar{D}_2 + \bar{D}_3 + \bar{D}_4)\phi_0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

主C.Vでの式(2.16)と異なるのは、拡散強度DがDに変わるだけである。

$$\bar{D}_2 = \frac{1}{2} \left[(A_{\kappa})_{i+1/2} + (A_{\kappa})_{i+3/2} \right] \left(\frac{\Gamma_{\kappa}}{\Delta x} \right)_2 \quad (2.19)$$

運動量C.Vでの拡散強度をTable 2.7に示す。

2.3.4 発生項

(2.1)式の発生項 S_{κ} の差分表現は次式で表現する。

$$S_{\kappa} = S_{c\kappa} + S_{p\kappa} \phi_0 \quad (2.20)$$

ここで S_{κ} , $S_{c\kappa}$, $S_{p\kappa}$ は0コントロール・ボリューム全体にわたって一様であると仮定する。この表現は、本計算手法が線形化された依存性しか受け付けないという体質を持つことから余儀なくされるものであり、 $S_{c\kappa}$, $S_{p\kappa}$ に物理的な意味付けをすることは困難である。

またこのように発生項を ϕ で線形化し、かつ $S_{p\kappa} < 0$ にすると全体として数値解が安定であることが知られている。C.Vでの積分は次のようになる。

$$\text{主C.V} \quad \int S_{\kappa} \, dx \, dy = S_{c\kappa} V_0 + S_{p\kappa} V_0 \phi_0 \quad (2.21)$$

$$\text{運動量C.V} \quad \int S_{\kappa} \, dx \, dy = S_{c\kappa} \bar{V}_0 + S_{p\kappa} \bar{V}_0 \phi_0 \quad (2.22)$$

2.3.5 一般的な差分式 (General Finite Difference Equation)

(1) 主C.Vにおける差分式

以上各項別に表わした差分式(2.2), (2.12), (2.16), (2.21)を全部集めると、主C.Vに対する差分式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int [(\text{unsteady}) + (\text{convection}) + (\text{diffusion}) + (\text{source})] \, dx \, dy \\ &= \frac{(\rho \phi)_0^n - (\rho \phi)_0^0}{\Delta t} \cdot V_0 \\ &+ \{ |0, -F_1| + |0, F_2| + |0, -F_3| + |0, F_4| \} \phi_0 \\ &- \{ |0, F_1| \phi_1 + |0, -F_2| \phi_2 + |0, F_3| \phi_3 \\ &\quad + |0, -F_4| \phi_4 \} + (D_1 + D_2 + D_3 + D_4) \phi_0 \\ &- (D_1 \phi_1 + D_2 \phi_2 + D_3 \phi_3 + D_4 \phi_4) - S_{c\kappa} V_0 - S_{p\kappa} V_0 \phi_0 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

整理すると,

$$a_0 \phi_0 = (a_1 \phi_1 + a_2 \phi_2 + a_3 \phi_3 + a_4 \phi_4) + b_0 \quad (2.24)$$

(2.24) 式に現われる係数 a , b の値を Table 2.8 にまとめる。

(2) 運動量 C, V における差分式

運動量 C, V についても式 (2.6), (2.15), (2.18), (2.22) の各項を集め, 同様に整理すると, 得られる式は主 C, V の場合と同じ (2.24) 式になるが, 各係数が少し相違する。各係数を Table 2.9 にまとめる。

Table 2.8 からわかるように, a_0 に対して 2 つの表わし方がある。最初の表現 $a_0(1)$ は通常の見方であり, 式 (2.2), (2.12), (2.16), (2.21) のすべての項を足し合わせるによって得られる。2 番目の表現 $a_0(2)$ は, 主 C, V だけでなく運動量 C, V でも質量が保存されるという仮定をおくことにより導かれる。すなわち最初の表現 $a_0(1)$ から連続の式を差し引いた次式で表わされる。

$$a_0(1) - (\text{連続の式の差分式}) = a_0(2)$$

実際に $a_0(2)$ を求めるのは以下の手順による。式 (2.1) で $\phi = 1$, $S = 0$, $\Gamma = 0$ とおくと連続の式になる。したがって連続の式の差分表現を得るには主 C, V の差分式 (2.23) で $\phi = 1$, $D = S = 0$ とおけばよい。その結果,

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_0 V_0}{\Delta t} + (|0, -F_1| + \dots + |0, F_4|) \\ & - (|0, F_1| + \dots + |0, -F_4|) - \frac{\rho_0^n V_0}{\Delta t} = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

となる。(2.27) 式で ρ_0 は新しい時刻での値, ρ_0^n は古い時刻での値であることに注意して, $a_0(1)$ から (2.27) 式を差し引くと $a_0(2)$ が得られる。

$$\begin{aligned}
 a_0^*(2) &= a_0^*(1) - \text{Continuity Equation (2.25)} \\
 &= (D_1 + \dots + D_4) - S_{p^*} V_0 \\
 &\quad + (|0, F_1| + \dots + |0, -F_4|) + \frac{\rho_0^n V_0}{\Delta t} \\
 &= [(|0, F_1| + D_1) + \dots + (|0, -F_4| + D_4)] \\
 &\quad + \left(\frac{\rho^n}{\Delta t} - S_{p^*} \right) V_0 \\
 &= (a_1^* + \dots + a_4^*) + \left(\frac{\rho^n}{\Delta t} - S_{p^*} \right) V_0 \tag{2.26}
 \end{aligned}$$

ここで係数 $a_0^*(1)$ を 2 通りの表現で表わすのは以下の理由によるものである。まず一般に保存方程式の離散化式をSOR法で解く場合の収束性に関する条件（スカーボローの判定条件）について述べる。本コード内で扱う離散化式は一般形として $a_0 \phi_0 = \sum a_i \phi_i + b_0$ と表記されるが、スカーボローの判定条件とは、このときの係数について次の条件を満たすことが離散化式の収束のための十分条件となるというものである¹⁾。

$$\sum_i a_i / a_0 \begin{cases} < 1 & (\text{すべての方程式に対して}) \\ < 1 & (\text{少なくとも1つの方程式に対して}) \end{cases}$$

さて上述した係数 $a_0^*(1)$ に関する 2 種類の表現のうち、前者 ($a_0^*(1)$) は必ずしもこの条件を満足させるとは限らないため、収束解を得るためにはスカーボローの判定条件を満たすように係数の値を修正する必要がある。したがって本来の値とは異なる係数を使用しなければならない。これに対して後者 ($a_0^*(2)$) は、運動量 C.V での質量保存を仮定する反面、係数の表示が簡単になるだけでなくこのスカーボローの判定条件を常に満たすという利点を持っている。

SOLFASコード内でこの 2 種類の係数をどの様に使い分けているかを述べると、運動量保存式に対しては $a_0^*(1)$ の形だけを使う。これは運動量 C.V では必ずしも連続の式が満足されないため、 $a_0^*(2)$ の形を使うのは矛盾があると考えられるからである。ただしオプションとして $a_0^*(2)$ を使用することもできる。それに対してエネルギー保存式を解く場合は、主 C.V に関して連続の式が満足されているので、 $a_0^*(2)$

の形を使うのは合理的である。

2.3.6 運動量保存式の差分表現

運動量差分式は前節の ϕ を u あるいは v に置き換えればよいが、ここで注意しなければならないのは運動量式には圧力の項が含まれているのに対して、圧力場は前もって知ることができないということである。言い換えればこの運動量式というのは、圧力場が何らかの方法でわかったと仮定することによって得られた式である。したがって、圧力場は未知数とし、速度場が連続の式を満足するという条件から間接的に求めることにする。

以上の理由から、運動量差分式において圧力を含む項は独立に扱い、発生項の中に入れてはしない。Fig. 2.7の運動量C.Vでの x 方向運動量差分式は次式のように表わす。

$$a_0^u u_0 = a_1^u u_1 + a_2^u u_2 + a_3^u u_3 + a_4^u u_4 + b_0^u - d_u (P_2 - P_0)$$

$$\text{但し, } d_u = \frac{1}{2} \cdot \Delta y \quad (2.27)$$

係数 a_1, \dots, a_4, b_0 についてはTable 2.9に示してある。

2.4 圧力方程式

Fig. 2.5の主C.V0まわりの連続の差分式は、式(2.23)で $\phi = 1$, $D = S = 0$ とにおいて、

$$\begin{aligned} V_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) &= (A_x u)_{i-1/2} \langle \rho \rangle_0^1 + (A_x u)_{i+1/2} \langle \rho \rangle_2^0 \\ &\quad - (A_y v)_{j-1/2} \langle \rho \rangle_0^3 + (A_y v)_{j+1/2} \langle \rho \rangle_4^0 = \delta_0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

となる。ここで、 δ は質量誤差、 $\langle \rho \rangle$ は風上密度(upwind density)、 A は流路断面積である。質量保存が完全に成立すれば δ は0になるが、収束計算をするので完全に0になることはない。連続の式から圧力に対する式を導くために(2.27)式を次のように変形する。

$$\hat{\phi} = \hat{\phi} - d^* \Delta P \quad (\phi = u \text{ or } v) \tag{2.29 a}$$

$$\text{ここで } \hat{\phi} = \frac{\sum_i (a_i \phi_i) + b_0}{a_0} \tag{2.29 b}$$

すなわち、主C.Vの東側表面での x 方向速度 u は次式で表わされる。

$$u_2 = \hat{u}_2 - d_2^u (P_2 - P_0) \tag{2.30 a}$$

$$\text{ここで } d_2^u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta y}{a_0} \tag{2.30 b}$$

同様に、他の速度は以下のように表わされる。

$$\begin{aligned} u_1 &= \hat{u}_1 - d_1^u (P_0 - P_1) \\ v_4 &= \hat{v}_4 - d_4^v (P_4 - P_0) \\ v_3 &= \hat{v}_3 - d_3^v (P_0 - P_3) \end{aligned} \tag{2.31}$$

(2.30) , (2.31) 式を (2.28) 式に代入すると次式になる。

$$a_0^p P_0 - \sum_i a_i^p P_i - b_0^p = \delta_0 \tag{2.32}$$

(2.32) 式中の各係数はTable 2.10に示す。

2.5 数値計算アルゴリズム

SOLFASの数値計算アルゴリズムはSIMPLER法 (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised) で、SIMPLE法のアルゴリズムを改善して収束性を良くしたものである。SIMPLEのアルゴリズムをTable 2.11に、SIMPLERのアルゴリズムをTable 2.12に示す¹⁾。

SIMPLER法の改良点は、圧力補正式を速度場補正のためだけに使用し、圧力場は別の方法 (圧力方程式) を使って求めるようにしたことである。このため1回の反復計算により多くの計算を要するが、反復回数は少なくて済み、全体として少ない計算で収束解が得られるようになる。SIMPLERのアルゴリズムをTable 2.12にしたがって次に述べる。

① 前回の反復計算結果 (推測値) から、運動量保存式の係数を求める。

(Table 2.12の1)

② この係数から圧力方程式の係数を求め、圧力方程式を解く。(Table 2.12の2,3)

- ③ 運動量保存式を解いて仮の速度を求める。 (Table 2.12の4)
- ④ 質量発生項を計算し、圧力補正值の値を求める。 (Table 2.12の5,6)
- ⑤ 速度場を補正する。 (Table 2.12の7)
- ⑥ エネルギー式を解いて温度場を求める。 (Table 2.12の8,9)
- ⑦ 収束の判定を行なう。収束条件はすべての計算セルについて次の6つの条件を満たすことである。この条件を満たさない場合は再び①に戻り、収束条件が満足されるまで反復計算が続行される。 (Table 2.12の10)

$$(\text{運動量保存式の誤差}) \leq \frac{\overline{\rho} u}{\Delta t} \cdot V \cdot \varepsilon_1 \quad : x \text{ 方向}$$

$$(\text{運動量保存式の誤差}) \leq \frac{\overline{\rho} v}{\Delta t} \cdot V \cdot \varepsilon_1 \quad : y \text{ 方向}$$

$$(\text{質量残差}) \leq \frac{u + v}{2} \cdot \rho \cdot \varepsilon_2$$

$$\frac{u - u^n}{u^n} \leq \varepsilon_3$$

$$\frac{v - v^n}{v^n} \leq \varepsilon_4$$

$$\frac{E - E^n}{E^n} \leq \varepsilon_5$$

但し、パラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$ は、インプットで指定する BPSMOM, EPSMAS, EPSU, EPSV, EPSE に対応する。

2.6 マトリックスの解法^{2) 3) 4)}

SOLFASコードでは各保存式から従属変数の値を求めるために、点一逐次過緩和法 (PSOR法: Point Successive Over Relaxation Method) を使用している。以下にその概要を述べる。

連立一次方程式を次のように表わす。

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}\phi_1 + a_{12}\phi_2 + \dots + a_{1n}\phi_n = b_1 \\ a_{21}\phi_1 + a_{22}\phi_2 + \dots + a_{2n}\phi_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{i1}\phi_1 + a_{i2}\phi_2 + \dots + a_{in}\phi_n = b_i \\ \vdots \\ a_{n1}\phi_1 + a_{n2}\phi_2 + \dots + a_{nn}\phi_n = b_n \end{array} \right. \quad (2.23)$$

これを反復解法で解くために、第 i 番目の式の ϕ_i 以外の未知数に近似値を代入することによって ϕ_i を正確な値に近づけていく方法をとる。すなわち第 i 番目の式より、

$$\phi_i = (b_i - a_{i1}\phi_1 - \dots - a_{i,i-1}\phi_{i-1} - a_{i,i+1}\phi_{i+1} - \dots - a_{in}\phi_n) / a_{ii} \quad (2.34)$$

となり、書き換えると次式になる。

$$\phi_i^{k+1} = \{b_i - (a_{i1}\phi_1^k + a_{i2}\phi_2^k + \dots + a_{in}\phi_n^k)\} / a_{ii} \quad (2.35)$$

ただし、第 $k+1$ 回目の反復で ϕ_i を求めようとするときは、反復計算の結果すでに新しい値が求められているため、次のようにした方が早く収束解が得られる。

$$\phi_i^{k+1} = \{b_i - (a_{i1}\phi_1^{k+1} + \dots + a_{i,i-1}\phi_{i-1}^{k+1} + a_{i,i+1}\phi_{i+1}^k + \dots + a_{in}\phi_n^k)\} / a_{ii} \quad (2.36)$$

すなわち、新しく求められている値に対してはその値を使うようにする。(2.36) 式の右辺を ϕ_i として書き換えれば次のようになる。

$$\phi_i^{k+1} = \phi_i^k + (\tilde{\phi}_i^{k+1} - \phi_i^k) \quad (2.37)$$

この () の値が十分小さくなるまで計算を反復するのがガウス・ザイデル法 (Point Gauss Seidel Method) で、PSOR法ではさらに () の値を ω 倍 ($1 < \omega < 2$) することによって収束を加速する手法である。すなわち、

$$\begin{aligned}
 \tilde{\phi}_1^{k+1} &= \{ b_1 - (a_{12}\phi_2^k + \dots + a_{1n}\phi_n^k) \} / a_{11} \\
 \phi_1^{k+1} &= \phi_1^k + \omega(\tilde{\phi}_1^{k+1} - \phi_1^k) \\
 \tilde{\phi}_2^{k+1} &= \{ b_2 - (a_{21}\phi_1^{k+1} + a_{23}\phi_3^k + \dots + a_{2n}\phi_n^k) \} / a_{22} \\
 \phi_2^{k+1} &= \phi_2^k + \omega(\tilde{\phi}_2^{k+1} - \phi_2^k) \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 \tilde{\phi}_i^{k+1} &= \{ b_i - (a_{i1}\phi_1^{k+1} + \dots + a_{ii-1}\phi_{i-1}^{k+1} + a_{ii+1}\phi_{i+1}^k + \dots \\
 &\quad + a_{in}\phi_n^k) \} / a_{ii} \\
 \phi_i^{k+1} &= \phi_i^k + \omega(\tilde{\phi}_i^{k+1} - \phi_i^k) \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 \tilde{\phi}_n^{k+1} &= \{ b_n - (a_{n1}\phi_1^{k+1} + \dots + a_{nn-1}\phi_{n-1}^{k+1}) \} / a_{nn} \\
 \phi_n^{k+1} &= \phi_n^k + \omega(\tilde{\phi}_n^{k+1} - \phi_n^k)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

と表わされる。

3. パラメータ計算

第2章においてSOLFASコードの数値計算手法について述べたが、ここでは本コードを用いて行なった計算結果について述べる。

計算は次の2つの目的で行なった。

- ・ 空間メッシュ分割，タイムステップ，その他のパラメータを変化させた場合の解の挙動，計算結果の精度，計算時間の変化を把握する。さらにその結果を，以後の計算，コードの拡張，改良に反映させる。
- ・ 計算結果を，理論解や実験解と比較し，その妥当性を確認する。

3.1 計算体系及び計算条件

3.1.1 計算体系

計算体系は，実際のナトリウム燃焼に近い水平平板による自然対流熱伝達問題を選択した。この体系に関する研究は数多く行なわれているが^{5), 6), 7), 8)}，その中でも理論解や実験式のある下記の2体系を選んだ。体系図をFig. 3.1～3.2に示す。なお，理論解・実験式からの解の導出法はAppendix-Bに示す。

① 矩形セル内水平平板層流自然対流熱伝達問題

上向き水平加熱平板では，加熱平板近くの流体は温められて，周囲流体との密度差を生じる。この密度差が浮力として流体に働き，流れが生じるが，ここでは矩形セル内において，底面の一部を加熱し，熱的バランスを取るために側壁面を冷却した場合について計算する。

② 水平矩形流体層の層流自然対流熱伝達問題（ベナールのセル）

流体を入れた浅い容器の底面を加熱すると，いくつかの流動の塊が生ずる。この塊をベナールのセル(Benard cells)と呼び，高温流体はその中心を上昇し冷却されて周縁を下降するが，ここでは底面を加熱し天井面を冷却した矩形流体層について計算する。

3.1.2 計算条件

自然対流熱伝達問題の場合，壁面からの伝熱量は，計算体系，幾何学的条件や，無次元数であるPr数及びGr数の関数として決定される¹²⁾。ここでは簡単のため，Prが1の流体を仮定するとともに，水平平板に関してはGr数が層流の範囲内になるよう以下のように設定し，これを基本条件とした。

- ・ 物性値(括弧内は40℃の空気の物性値)

比熱 : $C_p = 1000 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ (1009)

粘性係数 : $\mu = 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{sec}$ (1.9×10^{-5})

熱伝導率 : $\lambda = 0.1 \text{ J/m} \cdot \text{sec} \cdot \text{K}$ (2.7×10^{-2})

分子量 : $M = 28.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$ (28.8×10^{-3})

- ・ 水平平板自然対流熱伝達

体系 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$

境界条件

流速：壁面と平行な成分が0 (Non-Slip)

壁面と鉛直な成分が0

温度：底面(加熱面)温度 $T_h = 3 \text{ }^\circ\text{C}$ 等温(但し0.8m幅)

天井面(冷却面)温度 $T_c = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ 等温

側面は断熱

計算時間(範囲)

定常状態が得られるまで，すなわち加熱面からの熱流束と冷却面での熱流束が等しくなり，かつ体系内の状態量の変化がなくなるまで。

$Pr = 1$

$Gr = 6.20 \times 10^6$

$Ra = Pr \cdot Gr = 6.20 \times 10^6$

- ・ 水平流体層(ベナールのセル)自然対流熱伝達

体系 $1 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$

境界条件

流速：壁面と平行な成分が0 (Non-Slip)

壁面と鉛直な成分が 0

温度：底面（加熱面）温度 $T_h = 0.3^\circ\text{C}$ 等温

天井面（冷却面）温度 $T_c = 0^\circ\text{C}$ 等温

側面は断熱

計算時間（範囲）

定常状態が得られるまで、すなわち加熱面からの熱流束と冷却面での熱流束が等しくなり、かつ体系内の状態量の変化がなくなるまで。

$$Pr = 1$$

$$Gr = 1.34 \times 10^4$$

$$Ra = 1.34 \times 10^4$$

文献5), 6)によると、層流の範囲は、水平平板自然対流熱伝達の場合Ra数が 10^9 以下、水平流体層（ベナールのセル）の場合はRa数が $1700 \sim 5 \times 10^4$ である。よって上記の基本ケースはいずれも層流の範囲内にある。

計算で変化させたパラメータは次のものである。

- ・ 計算セル分割
- ・ タイムステップ
- ・ 収束判定条件
- ・ SIMPLER法の緩和係数
- ・ SOR法の緩和係数

計算を実施した全ケースに対するこれらのパラメータの値をAppendix-Cに示す。

3.2 パラメータ計算の結果

3.2.1 計算セル分割の影響

ここでは計算セルの分割法あるいは計算セル数を変化させた場合の計算結果について述べる。計算結果の比較では次の点に着目した。

- ・ 計算時間
- ・ 収束安定性
- ・ 計算精度

- ・ 流動状況（流速分布）
- ・ 温度分布
- ・ 壁面からの伝熱量

このうち計算精度については質量，運動量，エネルギーについて計算終了時における次に示す値が十分小さいことを確認することによって評価した。

$$\text{質 量} : \text{各計算セルにおける質量残差の総和 (表中の TEMASS)} \quad (3.1)$$

$$\text{運 動 量} : \frac{\text{計算終了時の流体全運動量}}{(\text{流体の質量}) (\text{計算終了時の最高速度})} \quad (3.2)$$

$$\text{エネルギー} : \frac{(\text{計算終了時の全エネルギー}) - (\text{系に出入りしたエネルギー})}{(\text{系に出入りしたエネルギー})} \quad (3.3)$$

また壁面からの伝熱量は，壁面と壁面に接する計算セルの温度差から熱流束を求め，これによって評価した。

(1) 計算セル分割法について

まず粗い計算セル分割を使って計算を行なったが，体系の中心軸上に計算セルを切った場合 (Fig. 3.3 (a)) とそうでない場合 (Fig. 3.3 (b)) とでは，計算時間に大きな違いが現われたことについて述べる。Table 3.1, 3.2 にその結果を示す。表から，セルの中心軸上に計算セルの境界を取った場合の計算時間は長い，結果には大きな違いが無い。これは水平平板，ベナールのセルの両体系に関して程度差はあるが共通して言えることで，原因は次の3つである。

- ① 第2章で述べたように，SOLFASコードはスタガード格子による計算手法を採用しており，流速と他のスカラー量の定義されるC, Vは半分ずれている。このため，Fig. 3.3 (b) のように体系の中心軸上に計算セル境界が来ると，運動量C, Vは体系の中心軸上に位置することになる。
- ② ここで対象としている問題は体系の中心軸に対して左右対称になり，体系の中心軸上では速度（運動量）の水平成分はゼロ（実際には非常に小さい値）になるものと考えられる。
- ③ SOLFASコードでは各タイムステップ内で反復計算した結果，その時刻において全ての計算セルにおける保存式の残差がある値以下になることを収束条件の1つ

としている。運動量に関しては、運動量保存式の残差がその点での質量流束の何パーセント下になったかで収束を判定している。

これらの3つの原因から推察できるように、体系の中心軸上に計算セル境界を取ると、体系の中心軸上に運動量C.Vが位置するため、非常に小さい水平方向質量流束に対して運動量保存式の残差が十分小さくなるまで計算を続けることになる。これは、運動量保存式に関する収束判定の条件として、各計算セルにおける質量収束を参照値としたことが大きな原因となっている。すなわち参照値として使用する値を、例えば体系全体の平均質量流束のような一定値にすればこの問題は解消されるわけであり、今後検討すべき点の一つと言えるであろう。

(2) 伝熱面近傍の計算セル分割法（壁面からの伝熱量に及ぼす影響）

一般に自然対流熱伝達の計算では壁面からの伝熱量の評価が重要であり、その精度良い計算には境界層をできるだけ細かい計算セルで分割する必要がある。そこで、伝熱面に隣接する計算セルを半分ずつ次第に細かくしていき、そのときの壁面からの伝熱量を実験解と比較した。

(a) 水平平板の場合

i) 時間変化

まず最も精度良く計算されていると考えた代表ケース（14×39セル）に対する流速と温度の時間変化をFig. 3.4, Fig. 3.5に、壁面からの伝熱量及び最高流速の時間変化をFig. 3.6に示す。

流速・温度の時間変化を見ると、計算開始初期に加熱面の両端からブルームが発生している。これは初期条件として流体温度と加熱面温度にのみ温度差をつけたためであり、もし流体温度と冷却面温度に温度差があればこの側壁冷却面から流れが発生するであろう。

対流は、計算開始後60秒ですでに安定性がうかがわれ、この状況は計算終了時（500秒後）まで大きな変化はみられなかった。しかし、温度分布では60秒後と500秒後とではかなり差があり、壁面からの伝熱量も60秒ではまだ定常には達していない。すなわち、自然対流場は形成されているが、温度場はまだ変化しており、このためこの状態を準定常状態と呼ぶことができる⁶⁾。

計算開始後500秒後になると最高流速，伝熱量とも変化は緩やかになり，加熱面からの伝熱量と冷却面からの伝熱量も相互に接近していることから，ほぼ定常状態に達したと判断できる。

またこのような流速分布及び温度分布をみると，対称性が非常に良く保存されている。このような体系を計算する場合，通常は問題の対称性を考慮し，対称条件を課して計算するが，ここではあえてそのような方法を取らず左右独立の計算を行なった。それにもかかわらず対称性のよい結果が得られていることから，コードが妥当な計算機能を持っているといえる。

ii) 計算セル分割が計算結果に及ぼす影響

ここでは，伝熱面に隣接する計算セルの大きさ，すなわち境界層内の分割数を変えることによる計算結果の違いについて述べる。Fig. 3.7は，伝熱面（底面と側面）に接する計算セルの幅を半分ずつ次第に小さくしていった場合の計算セル分割の様子を示した図であり，Fig. 3.8はこのときの壁面からの伝熱量の変化及び最高流速の変化を示したものである。また最終結果をまとめた図及び表をFig. 3.9 Table 3.3に示す。これらの図表から次のことがわかる。

- ① 計算セル数が増す（計算セルの幅が小さくなる）と，伝熱量の時間変化状況は類似しているが定常値は大きく異なっている。また壁からの伝熱量は増加し，次第に実験解に近づくが，途中でピークが生じる。
- ② 誤差はメッシュ分割の影響を受けない。

前者に関しては，コードによる計算での計算セル分割が不十分なためと推定する。Fig. 3.9中のピークについては，垂直境界の熱流束の計算を行なう際の温度勾配を求める方法として，1次あるいは2次の中心差分法が良いことを示した例があり⁹⁾，そこでは熱流束は徐々に正解へ近づいておりピークを生じていないことから，原因は明らかでない。

(b) ベナールのセルの場合

水平流体層（ベナールのセル）の場合について(a)と同じ要領で伝熱面近傍の計算セルを小さくして行った（ベナールのセルの場合，天井面と底面が伝熱面である）。

i) 時間変化

最も精度よい結果が得られていると考えられた 14×39 セルの場合の流速分布及び温度分布の時間変化をそれぞれFig. 3.10, Fig. 3.11に、伝熱量及び最高流速の時間変化をそれぞれFig. 3.12に示す。

Fig. 3.10の流速分布については、(a)の場合と同様に非常に対象性のよい結果が得られている。流速分布は(a)とは異なり、流動の塊が複数個形成されている。これはMalkusらの実験結果と合致する⁵⁾。この流動の塊はセルの両端から発生し、時間とともに中心部でも流れが生じている。流速分布及び最高流速の時間変化 (Fig. 3.10, Fig. 3.12) から、初期の端部での塊は極低流速であることがわかる。

温度分布の時間変化 (Fig. 3.11) については、60秒における等温線が水平であることから、体系内では対流が生じておらず、熱伝導だけによる温度分布となっていることがわかる。

熱的な平衡は、一旦平衡に近付いて、その後急激に熱流束が増加する特異な傾向を見せているが (Fig. 3.12) , 定常状態には比較的早い時刻に到達している。

ii) 計算セル分割が計算結果に及ぼす影響

計算セルを次第に小さくしていった場合の計算セル分割をFig. 3.13に、壁面からの伝熱量及び最高流速の時間変化に関する結果をFig. 3.14~3.16, Table 3.4に示す。

これらの図表からは、(a)の場合と同じ傾向がみられ、伝熱面に接する計算セルの幅が小さくなるにつれて定常値が変化しており、一旦極大となった後にある値に漸近している。

またFig. 3.15には、伝熱面に接する計算セルの幅は同じで他の部分の計算セル分割が異なる場合の結果も示した。これは 12×17 セルと 14×39 セルの比較であるが、伝熱面からの熱流束と最高流速はともに異なった値に収束し、その時間変化状況も異なっている。計算セルの分割法は、伝熱面近傍以外も細かく分割した後者 (14×39 セル) の方がより妥当な結果を与えるはずで、伝熱量の収

束値をプロットしたFig. 3.16でもその通りで、 14×39 セルの場合の方が実験解に近い。いずれにしる伝熱面に接する計算セルの幅が十分小さくないと正確な結果は得られない。

以上計算セルの分割に関するパラメータ計算の結果として次のことが明らかになった。

- ・ 本計算コードで左右対称な結果が得られる問題を計算する場合、対称条件を課さなくても対称性のある計算結果が得られる。このことは本コードの基本的な解法が妥当であることを示している。
- ・ 本体系のように左右対称な結果が得られる問題では、収束判定の都合上、体系の中心軸上に計算セルをとるようにすべきであるが、そのような工夫なしでも効率よく計算ができるように収束判定法を検討する必要がある。
- ・ 計算セルの分割法によって伝熱量の定常値が異なる。精度の良い計算値を得るためには 計算セル、特に伝熱面に近い計算セルを細かく分割する必要がある。

3.2.2 時間刻み幅（タイムステップ）の影響

計算セルの分割法に関する知見を前節で得た。そこで次にタイムステップをパラメータとして計算した結果を述べる。

SIMPLER法が半陰解法を使っていることはその名からわかるが、これは速度の補正に隣接セルにおける速度補正分を考慮していないことから名付けられたもので、時間に関しては完全陰解法である。すなわち新しい時刻の物理量を求めるのに、前タイムステップの値から直接求めるのではなくその時刻における計算結果を使った反復計算により求めている。このため、タイムステップに対する厳しい条件（例えば Coulant Condition）はないため、できるだけ安定かつ効率のよい計算を進めるようにタイムステップを選択することが望まれる。一般にタイムステップと計算時間(CPU time)は逆比例の関係にあるが、収束条件の設定によっても変わり、総合的な判断が要求される。ここではとりあえず、タイムステップだけを変えた場合の計算精度、計算時間等を比較検討した結果について述べる。

計算体系としてはベナルのセルの基本ケースを、計算セル分割は前節の結果を参

考に伝熱面近傍をかなり細かく分割した場合（ 12×17 セル）を選択した。実際にはより細かい計算セル分割（例えば前節で計算した 14×39 セル）で計算することが望ましいが、計算時間の都合上このケースを基本とした。

タイムステップを $0.1 \sim 10.0$ (sec)と変えた場合の結果をTable 3.5に示す。表からわかるようにタイムステップが変わっても伝熱量、最高流速とも変化はなく、同じ結果が得られている。

次に計算精度・計算時間について比較する。計算精度についてはTable 3.5からは、ほとんど同じである。あえて言えば10secの場合の誤差が比較的大きいが、結果に影響を与えるほどではない。計算時間については、タイムステップが大きくなるほど1タイムステップ当りの計算時間が増える傾向がみられるが、これは1ステップ当りのSIMPLERのアルゴリズムの反復回数が増加するためである。しかし全CPU timeは逆に減少する傾向が強い。すなわちタイムステップが小さいほどその時刻での収束解が早く得られるが、それだけ計算すべき時刻点数が増加し、全体の計算時間は増加する傾向にある。表から、この体系では $0.5 \sim 4.0$ (sec)が適当なタイムステップといえるが、計算体系等の依存性も考えられるため、体系毎に適切なタイムステップを設定するためのパラメータ計算が必要である。

3.2.3 収束条件の影響

本コードのように非線形性を有する問題を解く場合は、各タイムステップごとに反復計算を行うことが必要である。仮の値からスタートして徐々に支配方程式を満足するように収束させるわけであるが、どの時点で反復を打ち切るかという問題が生じる。その方法としてしばしば使われるのは、すべての計算セルにおける物理量の相対変化がある基準値以下になったときを収束とする方法であるが、これには次のような欠点がある。つまり、強い不足緩和を行った場合、連続する2回の反復における物理量の変化が緩やかになるため、収束していない時点で反復を終えてしまう懸念がある¹⁾。その対策として、着目する物理量が十分に離散化方程式を満足するまで計算を反復させることが挙げられる。すなわち各計算セルにおける保存式の残差の最大値がある値以下になることを収束条件とする。

本コードでもこの考え方にしがっている。具体的には各計算セルにおける残差

(質量残差, 運動量残差)がある参照値以下になるまで反復計算を続ける。ただこの参照値をどのような値にするかという問題があるが, SOLFASでは1つの値にするのではなく各計算セルにおける物理量に比例した値を使う。そうすることで, 強い流れ場での誤差を無為に小さくするという効率の悪い事態の発生を防ぐことができる。ただし逆を考えると例えば流速が小さい計算セルでの残差を無理に小さくしようとして収束が遅くなることもある。これは3.2.1でも問題にしたように, 本コードを工学体系に適用する際の非効率さを避けるためにも, 今後の検討が必要である。

この項ではSOR法及びSIMPLER法での収束判定のためのパラメータの影響について述べる。パラメータとして次の5つのものがある。

SOR法の収束判定のための許容最大相対誤差	: EPSSOR
許容最大相対誤差 (質量)	: EPSMAS*
許容最大相対誤差 (運動量)	: EPSMOM*
SIMPLER法の許容最大相対誤差 (エンタルピー)	: EPSE*
収束判定のための許容変動相対誤差 (速度 u)	: EPSU*
許容変動相対誤差 (速度 v)	: EPSV*

* 上記パラメータEPSMAS, EPSMOM, EPSE, EPSU, EPSVはそれぞれ第2章で述べた ϵ_2 , ϵ_1 , ϵ_5 , ϵ_3 , ϵ_4 に相当する。

(1) SOR法のパラメータと他のパラメータの関係

収束判定に関するパラメータとしてはさきに述べたように5種類あるが, SOR法に関するパラメータEPSSORとその他4種類のパラメータは相互依存性を持っているものと思われる。例えばEPSSORだけを大きく(緩い収束条件)して他を小さく(厳しい収束条件)した場合, SORで比較的精度の悪い収束度となるため全体の反復計算が収束しにくいことが考えられる。

その様な影響を調べるためにEPSSORと他の値の関係を変えた計算を行った。Table 3.6にその結果を示す。計算は全ての収束条件を 10^{-2} としたケースを基本とし, EPSSORのみを1桁ずつ厳しくして行った。この表にはSIMPLER1回当りのCPU time (各物理量の値を求めるのに要したSOR反復回数と同じ意味を持つ)を示してあるが, その値を比較することによって次のようなことがわかる。

- ・ SORの収束条件を厳しくすると当然SORの反復回数は増えるが、全体の反復回数（SIMPLERの反復回数）は減少するため計算時間は同じ位に（あるいは少し短く）なるとともに計算精度も向上する。

(2) 全体の収束条件の影響

(1)においてSORの収束条件を比較的厳しくした方が計算精度・計算時間の点で効率良く計算できることが明らかになった。そこでこの結果を踏まえてさらに全体の条件の厳しさを変えた計算を行った。計算ケースを次に示す。

- ・ ケース A : EPSSOR = 10^{-5} 他 = 10^{-4}
- ・ ケース B : EPSSOR = 10^{-4} 他 = 10^{-3}
- ・ ケース C : EPSSOR = 10^{-3} 他 = 10^{-2}
- ・ ケース D : EPSSOR = 10^{-2} 他 = 10^{-1}

この4ケースについてベナールのセルの計算結果をTable 3.7に示す。条件が緩いほど、すなわちケースDが最も短い計算時間で済むと予想されがちだが、実際にはケースCが最も短い。これはケースDが余りにも緩すぎる条件であるため、保存則を満足する解がなかなか得られないためと考える。一方、計算誤差についてはそれほど違いはない（ただしケースDについては結果の対称性がやや失われた）。この理由は次のように考えられる。収束条件が厳しいほどSOR内での計算に時間が費やされ精度の良い値が得られる。そのため、SIMPLERの反復回数は減少する（SIMPLERの収束条件も厳しくはなっているがSOR程ではない）。従って収束条件が厳しいほど精度の良い結果が得られるとは限らず、結局計算精度は反復計算をどの程度まで続けるか（反復計算の打ち切り回数）に依存する。Table 3.7からはこの傾向を明確に認めることはできないが、いずれにしてもこの4ケースについてはどれも十分な精度を持った結果が得られている（ただしケースDについては結果の対称性がやや失われた）。つまり精度の良い結果を得るために収束条件だけを厳しくするのは必ずしも妥当な手段ではないと結論付けられる。

3.2.4 緩和係数の影響

代数方程式を反復法で解く場合や非線形問題を解くための反復計算を行う場合、反復のたびに得られる物理量の変化を早くしたり遅くしたりすることが望ましい場合が

ある。本コードでもマトリックスを解くSOR法に加緩和（変数の変化を加速すること）、全体のアルゴリズムを支配するSIMPLER法に不足緩和（変数の変化を減速すること）を行っており、現段階ではこれらの緩和の度合をパラメータとして入力時に指定するようになっている。

ここではこの緩和係数を変化させた場合の解の挙動について述べる。計算体系は前項と同じベナルのセルを選択し、SIMPLER法の緩和係数を0.5～1.0、SOR法の加速緩和係数を1.0～1.9と変化させた。いずれの場合も、緩和係数の値が1.0の時は緩和しないことを示す。

(1) SIMPLER法の緩和係数の影響

SIMPLER法の不足緩和係数を変化させて計算した結果をTable 3.8に示す。この緩和係数は流速に対する係数、圧力に対する係数、エネルギーに対する係数、というように解く物理量に応じて緩和の度合を別個に与えるようになっており、コードの特性を完全に把握したおりにこれら値を最適に設定することが理想である。しかし今回の計算ではとりあえず0.5から1.0まで一律に変えた場合及びPatankerの推奨値（流速に対して0.5、圧力に対して0.8）¹⁾を使用した場合についての計算を行なった。

表から明らかなように、緩和係数が変わっても計算結果には違いはみられない。このことは、本計算コードが適切な計算をしていることの裏付けにもなる。また緩和の度合によって計算時間が異なっていることもわかる。この体系の場合、0.8が最も短い計算時間を示しているが、計算体系及び計算条件にも左右されると考えられ、体系ごとにパラメータ計算が必要であろう。

(2) SOR法の加速緩和係数(ω)の影響

2.6で述べたように、本コードではどの保存式でもすべて次に示す一次方程式に帰着させて反復解法により解を求める。

$$\phi_i^{k+1} = \phi_i^k + \omega (\tilde{\phi}_i^{k+1} - \phi_i^k)$$

$$\text{ここで } \tilde{\phi}_i^{k+1} = b_i - \left(\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \phi_j^{k+1} + \sum_{j=i+1}^h a_{ij} \phi_j^k \right) / a_{ii}$$

この式の括弧内は前回の反復における残差である。 $\omega = 1$ の場合、ガウス・ザイデル法 (Point Gauss Seidel Method) に相当する。

SOR法の加速緩和係数の最適値は体系，境界条件，計算セル幅等に依存し，特別な場合のみに与えられる²⁾。逆に言えば最適値を与えることは非常に難しい。したがって，ここでは ω の値を大まかに変えた場合の結果を検討する。

ω の値は解く物理量ごとに，すなわち流速，圧力，エンタルピーについてそれぞれ指定するようになっている。まず加速させない場合と加速させた場合の違いをTable 3.9に示す。加速係数と計算時間の関係については，影響があるのは間違いないが一概に傾向を述べることはできない。加速を行わない場合のSORの反復回数平均値から，反復計算のほとんどが p' すなわち圧力補正值の計算に費やされていることがわかる。この p' の計算に要する計算時間は，加速を強めるほど減少する傾向にある。しかし，あまり加速し過ぎると今度は流速 v_1 及び v_2 の計算に多くが費やされ，全体の計算時間も増してしまう。すなわち加速することにより収束が早められる物理量がある一方，逆に安定性を失って収束しにくくなる物理量もある。この理由の一つとして，異なる物理量はそれぞれ完全に独立しているわけではなく互いに影響を及ぼし合っていることが挙げられる。例えば圧力の仮定値 p^* の計算には，差分式の係数を設定する上で流速 v_1 及び v_2 の結果が反映される。したがって少なくともこの体系の計算ではSORの加速緩和をすべての物理量に対して一様に行なうのは適切でない可能性もある。

次に3種類の物理量のうち1つだけを加速した場合について述べる。結果をTable 3.10に示す。上述の議論から推測すると，反復計算を多く要する圧力補正值 p' に対して加速を行なうのが最も効果的であると考えられるが，結果もその通りになっている。全く加速を行わない場合を基本にして考えると，圧力のみに関して加速した場合は圧力計算に要する反復回数平均値が減少し，全体の計算時間も短くなっている。しかし流速のみ，及びエネルギーのみ加速した場合はほとんど変化がない。

さらに，圧力のみについて様々な加速係数を与えた場合の結果をTable 3.11に示す。計算時間に着目すると1.5~1.7の加速係数を与えた場合が最も良く，圧力の計算が効率的に行なわれていることがわかる。

3.2.5 計算の方向性

SOLFASコードである時刻の物理量を求めるためには、まずSOR法で各連立一次方程式を解き、その解が各保存式を満足するまでさらに反復計算を行なう。そしてこのときのSOR法による反復計算は、各計算セルを (x, y) で表わしたとき、 $(x, y) = (1, 1)$ から計算を始め、 $(1, 2)$ 、 $(1, 3)$ という順に進んで行くが、同じ計算体系でも一次方程式を解く順番がいろいろ考えられる。ベナールのセルを例にとると、Fig. 3.17 (a)～(d)に示すように $x - y$ 軸の原点の位置を変えるだけで計算の順番は4種類ある。そこでベナールのセルの問題でこの4通りの計算方向に対する計算を行い、結果を比較した。Table 3.12に結果を示す。

4ケースを比較すると計算時間以外の違いはほとんどない。計算時間はケース(a)が最も短く、ついで(b)(c)(d)の順であるが、特に(a)、(b)と(c)、(d)の違いは大きい。理由は明確にすることはできなかったが、今後別の体系を計算する際に留意しておくべき点である。

3.2.6 実験式との比較

本章ではこれまでにSOLFASコードを使用して、水平平板からの自然対流熱伝達問題、ベナールのセルの問題のパラメータ計算を行ない、計算結果が妥当であることを明らかにし、また計算に関わる各種のパラメータが結果の精度、及び計算時間に及ぼす影響を定量的に把握した。しかしこれまでの計算は上記2種類の体系に関してそれぞれ1ケース、すなわち同じGr数、Pr数のもとでの計算しか行っていない。

そこで本節では、層流範囲内における本コードの妥当性を検証する目的で、これまでとは異なるGr数、Pr数に対する計算を行なった。すなわち、体系の大きさ、伝熱面の温度などを変えることによりRa数の値を変えた計算結果を、壁面からの伝熱量に着目して実験解と比較したわけである。計算体系はベナールのセルを使用した。

本来、本コードのように非圧縮性流体のナビエ・ストークス方程式を解く熱流動解析コードの検証には典型的な検証用問題が存在するが¹⁵⁾、SOLFASコードはまだ開発中であるため暫定的な検証で十分であること、最終的な解析目標がナトリウムの漏洩燃焼事故であること、などを考慮してこのベナールのセルの体系を選択した。

様々なRa数に関してSOLFASコードで計算を行なった結果をTable 3.13に示す。こ

の表には同じRa数について2通りの計算セル分割で計算した結果を示した。1つは本章のパラメータ計算で主に使用した12×17セル、もう1つは計算体系全体にわたってより細かく分割した14×39セルであり、伝熱面近傍のセル分割は両者とも同じである。そしてこれをNu数に関して表示した図がFig. 3.18である。この図には参考のために、Silvestonらの実験結果及び実験式も示す。

(1) 層流域について

Malkusその他の実験によれば、 $1700 < Ra < 5 \times 10^4$ では規則的な上下方向のセル運動が発生する⁵⁾。Fig. 3.18でこのRa数の領域に注目すると、コードによる計算結果と実験式は一部分を除いてよく一致する。一致の悪い点は、比較的Ra数の低い領域であるが、実験式との誤差は3割以下であり、ナトリウム燃焼解析に対しては十分許容される範囲にある。全体としてこの層流の範囲内では自然対流熱伝達の現象が非常によく解析されている。

(2) 乱流域について

Malkusの実験等によると、Ra数が 5×10^4 以上の領域は流れに乱れが生じ始める、いわゆる乱流遷移領域である。そこでは、5種類の異なるセル運動が観察されている⁵⁾が、今回使用した層流用バージョンではこれらの運動を正確に解析できない可能性がある。Fig. 3.18のコード計算値のうちRa数の大きい場合 ($Ra > 5 \times 10^4$) を見ると、予想通りコード計算値は実験式による値を大きく下回っている。したがって、乱流領域については、乱流解析モデルを付加したコードを使って再計算し評価する必要がある。

(3) 計算セル分割について

Fig. 3.19は、伝熱面近傍のセル分割は同じだが他の部分のそれが異なる場合について、伝熱量及び最高流速の時間変化を比較したものである。実線が14×39セル、破線が12×17セルの場合である。3.2.1でも示したように、ベナールのセルのこの体系で十分な結果を得るためには14×39程度のセル分割が必要である。図を見ればわかるように計算セル分割が異なる場合、伝熱量、最高流速ともに傾向は似ているが変曲点の位置や絶対値に違いがみられる。1.0℃の場合を例にすると、伝熱量や最高流速が急激に変化する部分に着目すると12×17セルの方が変化が遅れている。

また約200秒以後は定常状態とみなすことができるが、そのときの熱流束、最高流速の値も異なっており、不十分なセル分割では、伝熱量と流速はともに過小評価される。ナトリウム燃焼を解析する観点では特に伝熱量を正確に評価する必要があるため、計算前のセル分割法の検討が不可欠だと結論付けられる。

4. 結 論

ナトリウム漏洩燃焼時のガス熱流動解析コードSOLPASの開発の一環として、層流状態での質量、運動量、エネルギーの保存式を解くパイロットコードを用いた計算により、種々の計算パラメータを変化させた場合の挙動を調査した。その結果、次に示す結論が得られた。

- ・ 本コードを使って自然対流熱伝達問題を解く場合、伝熱面からの伝熱量を高精度で評価するためには計算領域内の計算セルを細かく分割しなければならない、中でも特に伝熱面近傍の計算セルの幅を小さくする必要がある。
- ・ 解析する問題が対称性を有する場合について計算した結果、非常に対称性のある解が得られた。このことは本計算コードが妥当な計算をしていることを示している。しかし一方では計算セルの配置方法が計算時間に影響を及ぼす可能性があるため、計算を行なう前に検討が必要である。またこのことは収束判定条件の設定法に関連するため、収束判定法の再検討の必要性も感じられる。
- ・ ベナールのセルの問題に対して、タイムステップ、収束条件、緩和係数、SOR法の加速係数等、計算セル分割以外の計算条件が計算結果の精度、計算時間に及ぼす影響について定量的に把握した。これは今後このコードの開発を進める上での知見として役立たせることができる。

また、ベナールのセルの問題に対してRa数をパラメータとした計算を行い、実験解と比較した。その結果、本解析コードが妥当な計算結果を与えることが示された。

謝 辞

本研究を進めるに当たり、有益なコメントを頂いたプラント安全工学室の三宅収副主研に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) S. V. Patanker, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版
- 2) G. D. Smith, 電算機による偏微分方程式の解法, サイエンス社
- 3) P. J. Roache, コンピュータによる流体力学(上), 構造計画研究所
- 4) P. J. Roache, コンピュータによる流体力学(演習), 構造計画研究所
- 5) 甲藤, 伝熱概論, 養賢堂, 第8章
- 6) 伝熱工学資料 改訂第4版, 日本機械学会, 第2章
- 7) K. E. Torrance, 'Natural Convection in Thermally Stratified Enclosures with Localized Heating from Below,' J. Fluid Mech. (1979), vol. 95, part 3, pp477~495
- 8) C. D. Upson et. al. 'A Thermal Convection Simulation in Three Dimensions by a Modified Finite Element Method,' Univ. of California
- 9) G. De Vahl Davis, 'Natural Convection of Air in a Square Cavity : A Bench Mark Numerical Solution,'
Int. J. for Numerical Methods in Fluids, vol. 3, pp249~264 (1983)
- 10) W. H. McAdams, 'Heat Transmission,' McGraw-Hill (1954), 180
- 11) T. Fujii and H. Imura, 'Int. J. Heat & Mass Transfer,' 15 (1972), 755
- 12) S. W. Churchill, 'Heat Exchanger Design Handbook,' 2.5.8 (1983)
- 13) I. Catton, 'Int. J. Heat & Mass Transfer,' 15 (1972), 665
- 14) I. Catton, 'Trans. ASME, Ser. C, 92-1 (1970), 186
- 15) 日本原子力学会, FBR熱流動数値解析技術の向上に関する調査・研究(Ⅲ),
1988年3月

Table 1.1 Code Features of SOLFAS-Ver.0.1 in Comparison with SOFIRE

	SOFIRE	SOLFAS
Convective heat transfer	Based on empirical formula	Heat transfer is calculated as convective flux in the basic equation
Radiative heat transfer	Experimentally determined emissivities	not yet considered
Thermal conductions in heat structures	considered	
Temperature and pressure of gas	Lumped parameter	Spacial distribution is considered
Oxygen transfer to burning area	Based on mass transfer analogy	not yet considered
Concentration of oxygen	Lumped parameter	
Concentration of hydrogen	not considered	
Aerosol transfer		
Cell geometry	Cylindrical/Rectangular	Rectangular

Table 2.1 Source Terms in the Cartesian Coordinate System

Equation	Variable (ϕ)	Direction	Diffusion Coefficient (Γ_ϕ)	Source Term (S_ϕ)
Mass	1	Scalar	0	0
Momentum	u	x-direction	μ	$\rho g_x - \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)$
Momentum	v	y-direction	μ	$\rho g_y - \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)$
Energy	h	Scalar	k	$\frac{dP}{dt} + Q_s + Q + \psi$

Q_s : Rate of heat liberated from solid structures per unit fluid volume

Q : Rate of internal heat generation per unit fluid volume

ψ : Dissipation function

Table 2.2 Convention Used in SOLFAS to Define Adjacent Control Volumes

Subscript	Control Volume Centers	Control Volume Face Centers
0	i, j	
1	$i - 1, j$	$i - 1/2, j$
2	$i + 1, j$	$i + 1/2, j$
3	$i, j - 1$	$i, j - 1/2$
4	$i, j + 1$	$i, j + 1/2$

Table 2.3 Convention used in SOLFAS to Define Adjacent Control Volumes for i-direction Momentum Equations

Subscript	Momentum Control Volume Centers	Momentum Control Volume Face Centers
0	$i + 1/2, j$	
1	$i - 1/2, j$	i, j
2	$i + 3/2, j$	$i + 1, j$
3	$i + 1/2, j - 1$	$i + 1/2, j - 1/2$
4	$i + 1/2, j + 1$	$i + 1/2, j + 1/2$

Table 2.4 Convective Fluxes for Main Control Volume

$$\begin{aligned}
 F_1 & : (A_x u)_{i-1/2} \langle \rho \rangle_0^1 \\
 F_2 & : (A_x u)_{i+1/2} \langle \rho \rangle_2^0 \\
 F_3 & : (A_y v)_{j-1/2} \langle \rho \rangle_0^3 \\
 F_4 & : (A_y v)_{j+1/2} \langle \rho \rangle_4^0
 \end{aligned}$$

Table 2.5 Convective Fluxes for x-momentum Control Volume

$$\begin{aligned}
 \bar{F}_1 & : \rho_0 \frac{1}{2} [(u A_x)_{i-1/2} + (u A_x)_{i+1/2}] \\
 \bar{F}_2 & : \rho_2 \frac{1}{2} [(u A_x)_{i+1/2} + (u A_x)_{i+3/2}] \\
 \bar{F}_3 & : \frac{1}{2} [\langle \rho \rangle_0^3 (v A_y)_{i, j-1/2} + \langle \rho \rangle_2^{23} (v A_y)_{i+1, j-1/2}] \\
 \bar{F}_4 & : \frac{1}{2} [\langle \rho \rangle_4^0 (v A_y)_{i, j+1/2} + \langle \rho \rangle_{24}^2 (v A_y)_{i+1, j+1/2}]
 \end{aligned}$$

Table 2.6 Diffusion Strengths for Main Control Volume

$$\begin{aligned}
 D_1 & : (A_x)_{i-1/2} \left[\left(\frac{\Delta x}{2\Gamma} \right)_0 + \left(\frac{\Delta x}{2\Gamma} \right)_1 \right]^{-1} \\
 D_2 & : (A_x)_{i+1/2} \left[\left(\frac{\Delta x}{2\Gamma} \right)_0 + \left(\frac{\Delta x}{2\Gamma} \right)_2 \right]^{-1} \\
 D_3 & : (A_y)_{j-1/2} \left[\left(\frac{\Delta y}{2\Gamma} \right)_0 + \left(\frac{\Delta y}{2\Gamma} \right)_3 \right]^{-1} \\
 D_4 & : (A_y)_{j+1/2} \left[\left(\frac{\Delta y}{2\Gamma} \right)_0 + \left(\frac{\Delta y}{2\Gamma} \right)_4 \right]^{-1}
 \end{aligned}$$

Table 2.7 Diffusion Strengths for x-momentum Control Volume

$$\begin{aligned}
 D_1 & : \frac{1}{2} \left[(A_x)_{i-1/2} + (A_x)_{i+1/2} \right] \left(\frac{\Gamma}{\Delta x} \right)_0 \\
 D_2 & : \frac{1}{2} \left[(A_x)_{i+1/2} + (A_x)_{i+3/2} \right] \left(\frac{\Gamma}{\Delta x} \right)_2 \\
 D_3 & : \frac{1}{2} \left[(A_y)_{i,j-1/2} + (A_y)_{i+1,j-1/2} \right] \\
 & \quad \left[\frac{\Delta y_{j-1}}{(\Gamma_3 + \Gamma_{23})} + \frac{\Delta y_j}{(\Gamma_0 + \Gamma_2)} \right]^{-1} \\
 D_4 & : \frac{1}{2} \left[(A_y)_{i,j+1/2} + (A_y)_{i+1,j+1/2} \right] \\
 & \quad \left[\frac{\Delta y_{j+1}}{(\Gamma_4 + \Gamma_{24})} + \frac{\Delta y_j}{(\Gamma_0 + \Gamma_2)} \right]^{-1}
 \end{aligned}$$

Table 2.8 Fully Implicit Finite-Difference Equation for the Main Control Volume (Eq. 2.24) and Its Coefficients

$$a_0^* \phi_0 = a_1^* \phi_1 + a_2^* \phi_2 + a_3^* \phi_3 + a_4^* \phi_4 + b_0^*$$

$a_1^* : (0, F_1 + D_1)$	$a_2^* : (0, -F_2 + D_2)$
$a_3^* : (0, F_3 + D_3)$	$a_4^* : (0, -F_4 + D_4)$
$b_0^* : (\frac{\rho^n \phi^n}{\Delta t} + S_{c^*})_0 V_0$	
$a_0^* (1) : \frac{\rho_0 V_0}{\Delta t} + [(0, -F_1 + \dots + 0, F_4) + (D_1 + \dots + D_4) - S_{p^*} V_0]$	
$a_0^* (2) : (a_1^* + \dots + a_4^*) + (\frac{\rho^n}{\Delta t} - S_{p^*}) V_0$	

Table 2.9 Coefficients of Fully Implicit Finite-Difference Equation for x-Momentum Control Volume

$a_1^* : (0, \bar{F}_1 + \bar{D}_1)$	$a_2^* : (0, -\bar{F}_2 + \bar{D}_2)$
$a_3^* : (0, \bar{F}_3 + \bar{D}_3)$	$a_4^* : (0, -\bar{F}_4 + \bar{D}_4)$
$b_0^* : \left\{ \phi^n \left[\frac{\bar{\rho}_0}{\Delta t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right)_0^n \right] + S_{c^*} \right\} \bar{V}_0$	
$a_0^* : \left[\frac{\bar{\rho}_0}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} \right)_0^n \right] \bar{V}_0$ $+ [0, -\bar{F}_1 + \dots + 0, \bar{F}_4 + (\bar{D}_1 + \dots + \bar{D}_4) - S_{p^*} V_0]$	

Table 2.10 Coefficients of Pressure Equation (Eq. 2.32)

$$a_1^P : \left[\frac{A_x}{a_0} \right]_{i-1/2} \langle \rho \rangle_0^1 \Delta y$$

$$a_2^P : \left[\frac{A_x}{a_0} \right]_{i+1/2} \langle \rho \rangle_2^0 \Delta y$$

$$a_3^P : \left[\frac{A_y}{a_0} \right]_{j-1/2} \langle \rho \rangle_0^3 \Delta x$$

$$a_4^P : \left[\frac{A_y}{a_0} \right]_{j+1/2} \langle \rho \rangle_4^0 \Delta x$$

$$a_0^P : a_1^P + a_2^P + a_3^P + a_4^P$$

$$b_0^P : -V_0 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right]_0 + (A_x \widehat{u})_{i-1/2} \langle \rho \rangle_0^1 - (A_x \widehat{u})_{i+1/2} \langle \rho \rangle_2^0 \\ + (A_y \widehat{v})_{j-1/2} \langle \rho \rangle_0^3 - (A_y \widehat{v})_{j+1/2} \langle \rho \rangle_4^0$$

Table 2.11 Algorithm of the SIMPLE Solution Scheme

<p>1. <u>Calculate</u> coefficients in the momentum equations using previous iterate values of u, v:</p> $a_0, a_1, b_0, d; (l = 1, \dots, 4; \phi = u, v).$
<p>2. <u>Solve</u> for velocities using these coefficients and pressure field P:</p> $a_0 \phi_0 - \sum_l a_l \phi_l - b_0 + a_0 d \Delta P = 0; (\phi = u, v).$
<p>3. <u>Calculate</u> coefficients in the pressure correction (P') equation:</p> $a_0, a_1, b_0.$
<p>4. <u>Solve</u> for pressure correction field P':</p> $a_0 P'_0 - \sum_l a_l P'_l - b_0 = 0.$
<p>5. <u>Update</u> pressure and velocity fields:</p> $P = P + P'$ $\phi = \phi - d \Delta P; (\phi = u, v).$
<p>6. <u>Calculate</u> coefficients in the energy equation:</p> $a_0, a_1, b_0.$
<p>7. <u>Solve</u> for h:</p> $a_0 h_0 - \sum_l a_l h_l - b_0 = 0.$
<p>8. <u>Check</u> velocities u, v, and energy h for convergence; if not converged, return to Step 1.</p>

Table 2.12 Algorithm of the SIMPLER Solution Scheme

1. Calculate momentum coefficients in using

previous iterate values of u, v :

$$a_0, a_l, b_0, d; (l = 1, \dots, 4; \phi = u, v).$$

2. Calculate coefficients in the pressure:

$$a_0, a_l, b_0.$$

3. Solve pressure correction for P :

$$a_0 P_0 - \sum_l a_l P_l - b_0 = 0.$$

4. Using this pressure and the momentum coefficients,

solve the momentum equation for u, v :

$$a_0 \phi_0 - \sum_l a_l \phi_l - b_0 + a_0 d \Delta P = 0; (\phi = u, v).$$

5. Calculate the b_0 coefficients in the pressure

correction equation.

6. Using the a_0 and a_l coefficients of the pressure equation

$$a_0 = a_0; a_l = a_l \text{ and } b_0, \text{ solve for the}$$

pressure correction P' :

$$a_0 P'_0 - \sum_l a_l P'_l - b_0 = 0.$$

7. Updated velocities:

$$\phi = \phi - d \Delta P; (\phi = u, v).$$

8. Calculate energy equation coefficients:

$$a_0, a_l, b_0.$$

9. Solve for h :

$$a_0 h_0 - \sum_l a_l h_l - b_0 = 0.$$

0. Check for convergence of u, v, h ;

if not converged, return to Step 1.

Table 3.1 Effect of Cell Distribution
(horizontal plane)

Case		A' - 1	A' - 2
Calc. Cells		10×11	10×11
Error	x ^{a)}	1.88E-06	1.67E-06
	y ^{a)}	5.23E-07	9.41E-10
	E ^{b)}	5.37E-06	1.37E-05
Heat ^{c)} (W)		35.2	35.2
CPU time (sec)		175	73

- a) defined by equation (3.2)
- b) defined by equation (3.3)
- c) Heat transferred from heated surface

Table 3.2 Effect of Cell Distribution
(Benard cells)

Case		A - 1	A - 2
Calc. Cells		4×10	4×11
Error	x	1.45E-07	9.72E-09
	y	2.08E-09	1.52E-08
	E	6.14E-09	4.93E-05
Heat (W)		0.356	0.365
CPU time (sec)		53.4	13.5

Table 3.3 Effect of Cell Size (horizontal plane)

Case		A' - 3	A' - 4	A' - 5	A' - 6	A' - 7	A' - 8	A' - 9
Calc. Cells		10×11	11×13	12×15	13×17	14×19	15×21	16×23
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.69E-02	8.96E-02	9.41E-02	8.91E-02	8.88E-02	8.93E-02	8.93E-02
	Y	3.88E-02	5.93E-02	6.07E-02	5.84E-02	6.10E-02	5.80E-02	5.80E-02
Error	X	1.31E-06	8.27E-07	2.45E-06	1.86E-07	2.06E-06	2.21E-06	2.16E-06
	Y	1.15E-09	1.71E-10	4.16E-10	2.65E-10	3.58E-11	1.16E-11	1.04E-07
	E	3.81E-06	8.73E-06	7.02E-06	4.69E-06	4.85E-07	4.19E-11	9.12E-09
Heat (W)		3.44	6.03	7.97	6.96	6.58	6.53	6.52
CPU time (sec)		76.2	110	185	334	601	1897	2935
CPU/cell cycle (msec) ^{*)}		0.693	0.769	1.03	1.51	2.26	6.02	7.98

*) CPU time per calculational cell per time step

Table 3.4 Effect of Cell Size (Benard cells)

Case		A - 3	A - 4	A - 5	A - 6	A - 7	A - 8	A - 9
Calc. cells		3×17	4×17	6×17	8×17	10×17	12×17	14×39
Cell Size(m) ^a		0.07	0.05	0.025	0.0125	0.00625	0.003125	0.003125
Maximum Velocity (m/sec)	X	8.63E-03	9.07E-03	9.10E-03	8.12E-03	7.94E-03	7.91E-03	1.06E-02
	Y	6.08E-03	6.89E-03	4.88E-03	4.78E-03	4.78E-03	4.79E-03	6.64E-03
Error	X	2.16E-09	1.11E-06	2.54E-09	1.16E-08	2.62E-08	3.05E-08	1.30E-08
	Y	3.05E-08	2.16E-09	6.32E-09	8.00E-08	4.07E-08	2.56E-09	2.09E-09
	E	1.47E-04	1.40E-06	3.80E-04	6.23E-05	3.53E-05	4.14E-06	9.04E-06
Heat (W)		0.338	0.373	0.388	0.338	0.328	0.327	0.357
CPU time (sec)		24.7	30.3	47.2	88.1	120	245	850
CPU/mesh cycle (msec)		1.61	1.49	1.54	2.16	2.35	4.00	5.19

a) Cell size at the vicinity of heat transferred wall

Table 3.5 Effect of Time Step

Case		B - 1	B - 2	B - 3	B - 4	B - 5	B - 6	B - 7	B - 8
Time Step(sec)		0.1	0.3	0.5	0.8	1.0	2.0	4.0	10.0
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
Error	X	6.68E-10	3.69E-08	3.59E-08	3.26E-08	3.05E-08	2.18E-08	9.18E-09	1.39E-08
	Y	1.87E-10	1.07E-08	1.70E-09	1.78E-09	2.56E-09	1.73E-09	6.49E-09	1.76E-06
	E	6.34E-05	9.73E-06	7.89E-08	3.74E-06	4.14E-06	2.01E-06	2.56E-07	5.13E-06
Heat (W)		0.326	0.327	0.327	0.328	0.327	0.328	0.329	0.329
CPU time (sec)		1550	585	383	262	245	329	228	101
CPU/cycle(sec)		0.517	0.585	0.638	0.699	0.733	2.19	3.04	3.37
Iterations ^{a)}		17751	8270	6394	5445	4947	6531	3750	1500
iter / cycle ^{b)}		5.92	8.27	10.7	14.5	16.5	43.5	50.0	50.0
CPU/iteration ^{c)}		87.3	70.7	59.9	48.1	49.5	50.4	60.8	67.3

a) The number of total SIMPLER's iteration

b) SIMPLER's iteration per time step

c) CPU time per SIMPLER's iteration

Table 3.6 Effect of Convergence Condition

Case		C - 1	C - 2	C - 3	C - 4
EPSSOR		10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Other EPS**)		10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
Error	X	2.72E-08	3.05E-08	3.09E-08	3.10E-08
	Y	2.19E-08	2.56E-09	3.58E-10	7.23E-11
	E	8.37E-08	4.14E-06	3.32E-06	3.64E-07
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327
CPU time (sec)		533	232	364	446
Iterations		14930	4947	3449	2834
CPU/iteration		35.7	46.9	106	157

*) EPSMAS, EPSMOM, EPSU, EPSV, EPSE

Table 3.7 Effect of Overall Convergence Condition

Case		C - 5	C - 6	C - 7	C - 8
EPSSOR		10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Other EPS		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
Error	X	2.72E-08	3.05E-08	3.09E-08	3.10E-08
	Y	2.19E-08	2.56E-09	3.64E-10	1.29E-11
	E	8.37E-08	4.14E-06	2.94E-06	5.09E-07
TEMASS*)		2.89E-09	5.61E-11	1.40E-11	5.15E-12
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327
CPU time (sec)		511	245	369	518
Iterations		14930	4947	3511	3280
CPU/iteration		34.2	46.9	105	158

*) defined by equation (3.1)

Table 3.8 Effect of Relaxation Factors

Case		D - 1	D - 2	D - 3	D - 4	D - 5	D - 6	D - 7
Relax. Factor		1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.5 0.8
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
Error	X	6.21E-09	3.11E-08	3.05E-08	3.10E-08	3.09E-08	3.10E-08	3.09E-08
	Y	8.55E-10	6.82E-09	2.56E-09	8.08E-10	7.99E-09	1.09E-08	4.50E-09
	E	8.19E-09	1.91E-07	4.14E-06	1.04E-05	5.13E-06	1.84E-06	1.75E-06
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327	0.327	0.327	0.327
TEMASS		2.84E-11	5.15E-12	5.61E-11	4.20E-11	6.87E-11	7.25E-11	5.28E-11
CPU time (sec)		1056	459	245	277	346	426	314
CPU/iteration (msec)		70.8	56.0	46.9	67.0	73.9	76.3	66.2

Table 3.9 Effect of Over-Relaxation Factor in SOR Routine
(all factors varied)

Case		E - 1	E - 2	E - 3	E - 4
Over-relax.		1.0	1.2	1.5	1.8
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
	X	3.04E-08	3.08E-08	3.14E-08	3.10E-08
Error	Y	2.96E-09	7.75E-09	4.90E-09	4.11E-09
	E	5.09E-06	3.26E-07	4.37E-07	2.51E-05
TEMASS		1.10E-10	8.09E-11	3.03E-10	7.48E-10
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327
CPU time (sec)		434	315	274	912
Iterations		4694	4057	4616	8870
CPU/iteration		92.5	77.6	59.4	103
SOR iteration	P	2.6	2.5	2.5	2.4
	V ₁	21.9	12.7	27.2	109.0
	V ₂	12.4	8.8	18.1	61.9
SIMPLER iteration	P'	95.8	79.0	43.7	44.0
	E	1.2	1.2	1.6	2.3

a) Mean iteration number in SOR routine per SIMPLER's iteration

Table 3.10 Effect of Over-Relaxation Factor in SOR Routine
(one factor varied)

Case		E - 5	E - 6	E - 7	E - 8
Over-relax	V	1.0	1.3	1.0	1.0
	P	1.0	1.0	1.3	1.0
	E	1.0	1.0	1.0	1.3
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
Error	X	3.04E-08	3.05E-08	2.96E-08	3.04E-08
	Y	2.96E-09	1.35E-08	6.16E-10	4.26E-09
	E	5.09E-06	6.50E-06	1.63E-05	9.46E-07
TEMASS		1.10E-10	1.01E-10	1.69E-10	8.29E-11
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327
CPU time (sec)		434	412	301	439
Iteration		4694	4502	4405	4698
CPU/iteration		92.5	91.5	68.3	93.4
SOR iteration	P	2.6	2.6	2.4	2.6
	V ₁	21.9	16.2	21.8	21.9
	V ₂	12.4	11.1	12.3	12.4
SIMPLER iteration	P'	95.8	99.7	63.2	95.4
	E	1.2	1.3	1.3	1.3

Table 3.11 Effect of Over-Relaxation Factor in SOR Routine
(factor of pressure calculation varied)

Case		E - 9	E - 10	E - 11	E - 12	E - 13	E - 14	E - 15
Over-relax.		1.0	1.3	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03	7.91E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03	4.79E-03
Error	X	3.04E-08	2.96E-08	3.05E-08	3.04E-08	3.05E-08	3.10E-08	3.11E-08
	Y	2.96E-09	6.16E-10	2.65E-10	3.71E-10	2.56E-09	2.19E-09	2.07E-10
	E	5.09E-06	1.63E-05	4.96E-06	4.18E-06	4.14E-06	1.63E-06	2.14E-07
TEMASS		1.10E-10	1.69E-10	4.72E-11	5.22E-11	5.61E-11	2.55E-11	4.96E-11
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327	0.327	0.327	0.327
CPU time (sec)		434	301	253	239	245	332	491
Iteration		4694	4405	4235	4569	4947	5676	7142
CPU/iteration		92.5	68.3	59.7	52.3	49.5	58.5	68.7
SOR iteration SIMPLER iteration	P	2.6	2.4	2.5	2.5	2.5	2.6	2.7
	V ₁	21.9	21.8	22.0	21.8	21.7	21.6	21.4
	V ₂	12.4	12.3	12.4	12.4	12.4	12.4	12.4
	P'	95.8	63.2	46.1	35.6	31.0	44.9	60.6
	E	1.2	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2

Table 3.12 Effect of Computational Direction

Case		F - 1	F - 2	F - 3	F - 4
Maximum Velocity (m/sec)	X	7.91E-03	7.91E-03	4.79E-03	4.79E-03
	Y	4.79E-03	4.79E-03	7.91E-03	7.91E-03
Error	X	3.05E-08	3.08E-08	1.29E-09	1.63E-09
	Y	2.56E-09	2.23E-09	3.11E-08	3.11E-08
	E	4.14E-06	1.04E-05	8.74E-10	1.78E-10
TEMASS		5.61E-11	3.65E-11	2.37E-11	2.90E-11
Heat (W)		0.327	0.327	0.327	0.327
CPU time (sec)		245	261	628	643
Iteration		4947	5110	15000	15000
CPU/iteration		49.5	51.1	41.9	42.9
SOR iteration	P	2.5	2.4	2.2	2.2
	V ₁	21.7	21.5	11.8	11.7
SIMPLER iteration	V ₂	12.4	12.3	19.4	19.9
	P'	31.0	34.4	26.4	27.7
	E	1.2	1.4	1.1	1.1

Table 3.13 Effect of Rayleigh Number

Case	G - 1	G - 2	G - 3	G - 4	G - 5	G - 6	G - 7	G - 8	G - 9	G - 10	G - 11	
Temp. T_h	1.0		0.3		0.12		0.05		3.0		30	
Calc. Cells	12×17	14×39	12×17	14×39	12×17	14×39	12×17	14×39	12×17	14×39	12×17	
Ra Number	4.47E+04		1.34E+04		5.38E+03		2.24E+03		4.51E+05		4.30E+06	
Error	X	2.92E-07	1.15E-07	3.05E-08	1.30E-08	1.10E-07	2.51E-09	2.25E-07	8.67E-09	1.81E-10	2.05E-08	1.90E-10
	Y	9.73E-09	1.90E-09	2.56E-09	2.09E-09	7.61E-10	1.77E-10	3.68E-10	5.09E-10	1.62E-09	1.79E-07	1.41E-09
	E	3.30E-07	4.56E-06	4.14E-06	9.04E-06	1.63E-06	1.22E-06	1.52E-08	7.19E-06	5.63E-06	1.63E-07	3.51E-05
Heat (W)	1.597	1.74	0.327	0.357	0.0924	0.109	0.0250	0.0280	6.35	6.90	98.3	
Nusselt number	3.194	3.48	2.18	2.38	1.54	1.82	1.00	1.12	4.23	4.60	6.55	
TEMASS	3.04E-10	2.24E-10	5.61E-11	5.25E-11	6.94E-12	9.67E-12	5.30E-15	1.64E-12	1.02E-10	2.76E-10	6.02E-10	
CPU time (sec)	222	1047	245	850	442	1802	3685	10208	393	1545	499	
Calc. time(sec)	300	300	300	300	500	500	3600	3600	300	300	300	
CPU/cycle(sec)	0.740	3.49	0.773	2.83	0.88	3.60	1.02	2.84	1.31	5.15	1.66	
Experimental	3.12		2.315		1.99		1.36		6.41		13.0	
C/E	1.02	1.12	0.94	1.03	0.77	0.91	0.74	0.82	0.66	0.72	0.50	

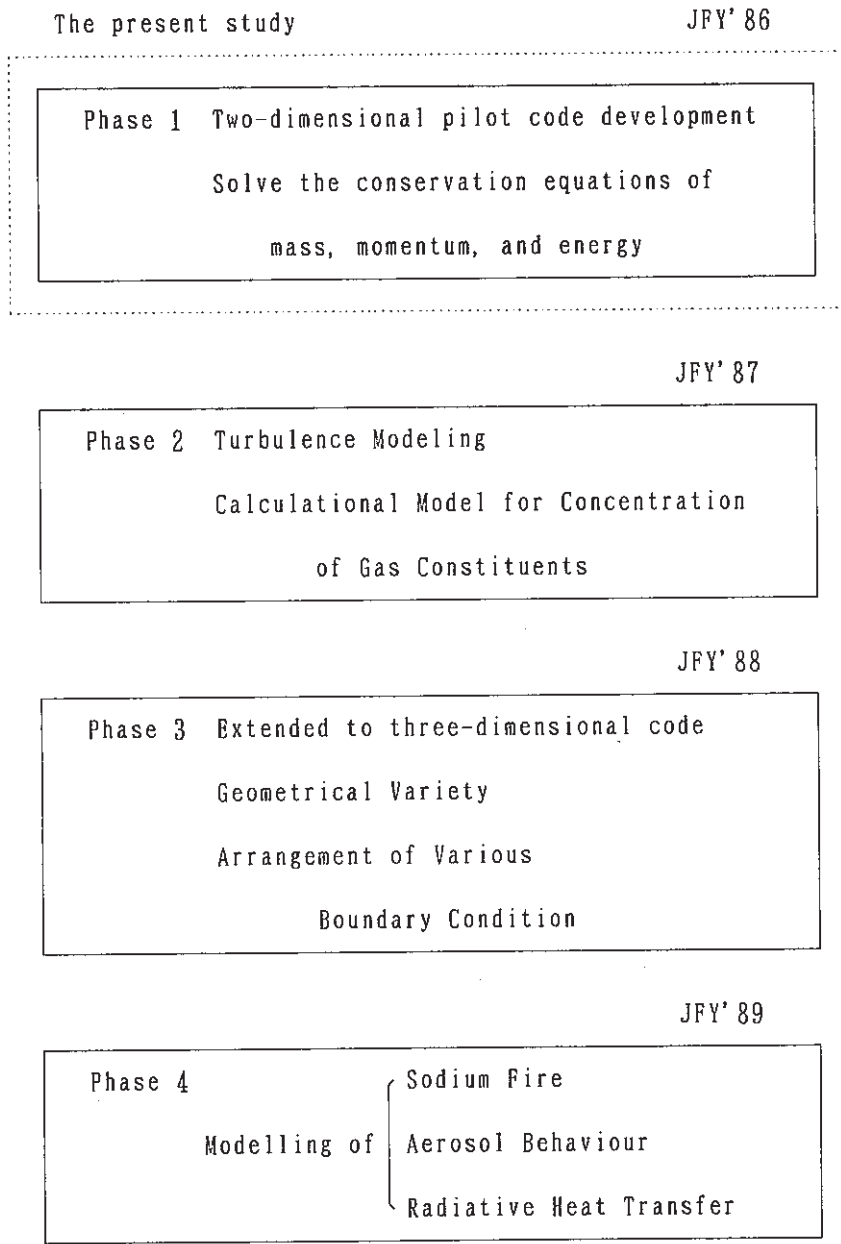


Fig. 1.1 Milestones of SOLFAS Development

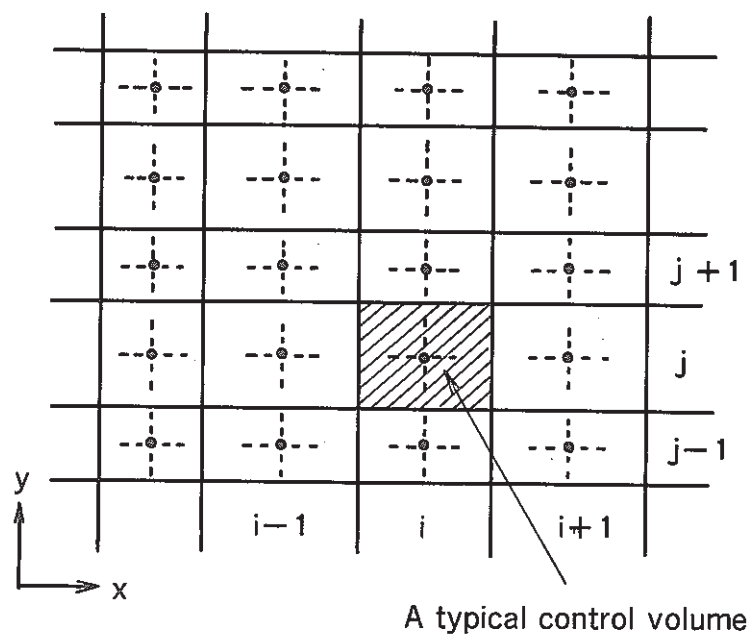


Fig. 2. 1 Construction of Control Volumes

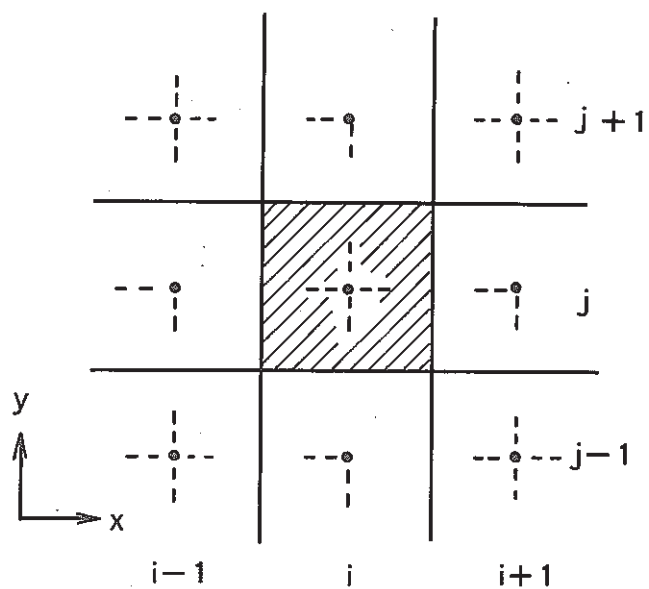


Fig. 2. 2 Control Volumes around Point 0 in i, j Notation

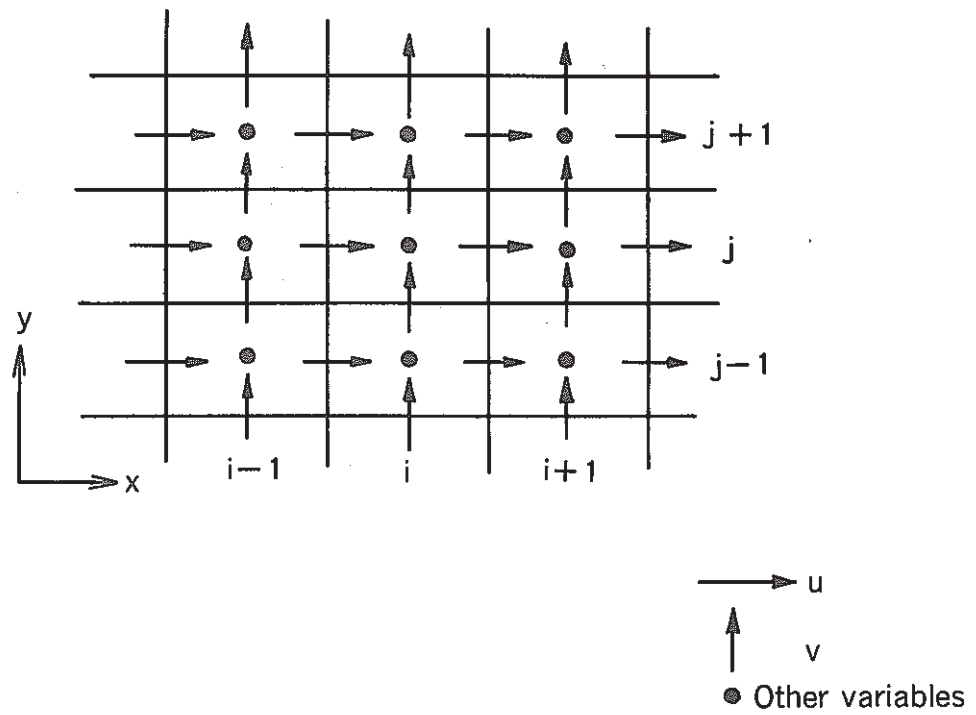


Fig. 2. 3 Staggered Grid

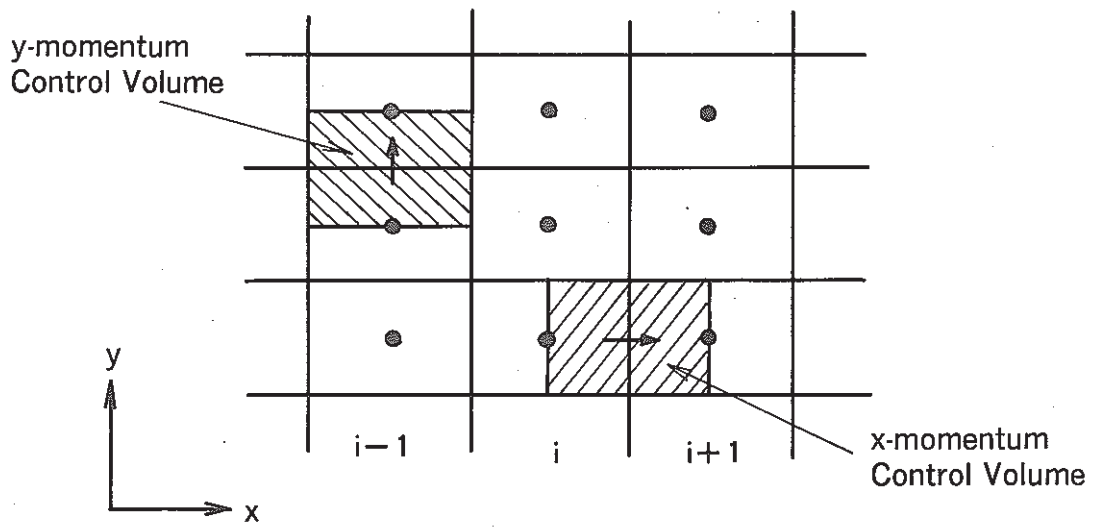


Fig. 2. 4 Momentum Control Volumes

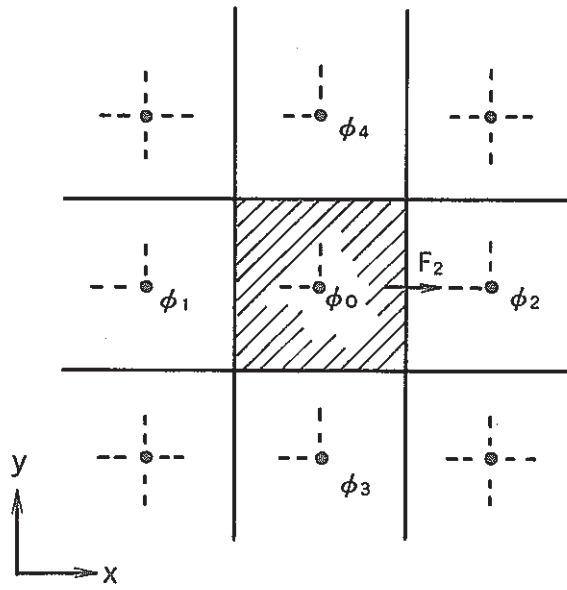


Fig. 2. 5 Control Volume for Scalar Variables

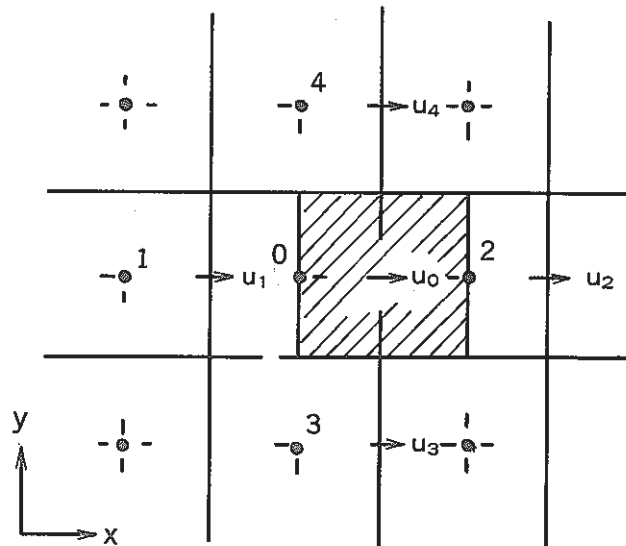


Fig. 2. 6 Control Volume for x-momentum

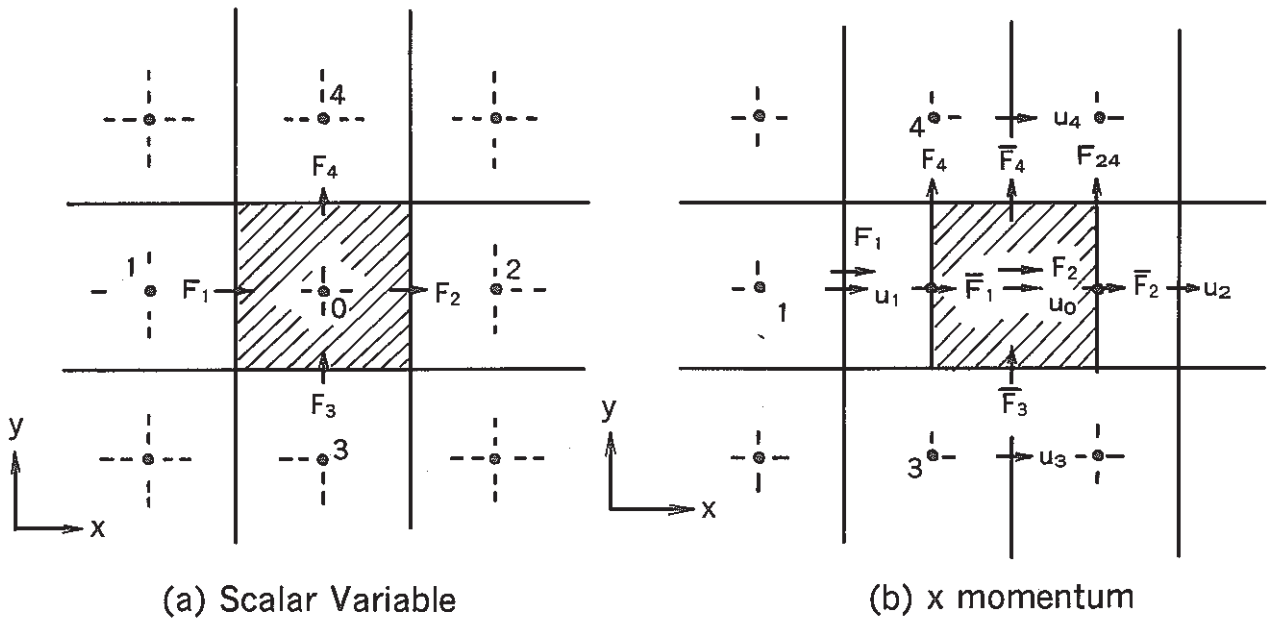


Fig. 2. 7 Control Volume Showing Convective Fluxes

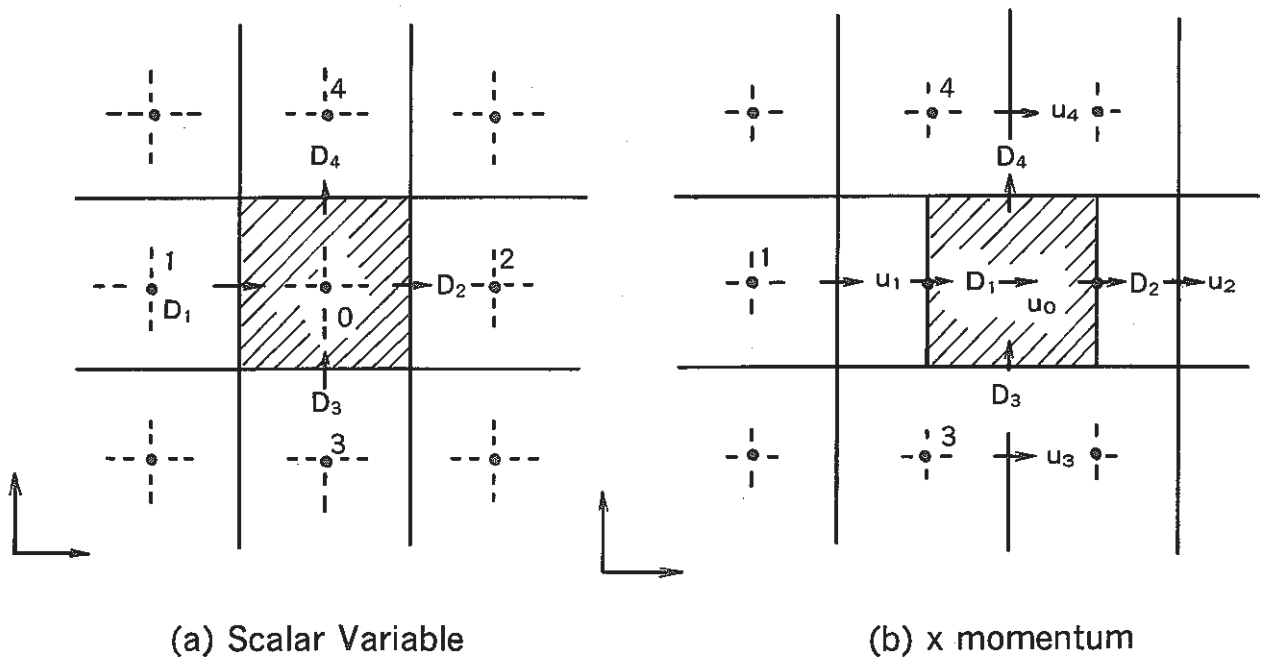


Fig. 2. 8 Control Volume Showing Diffusion Strengths

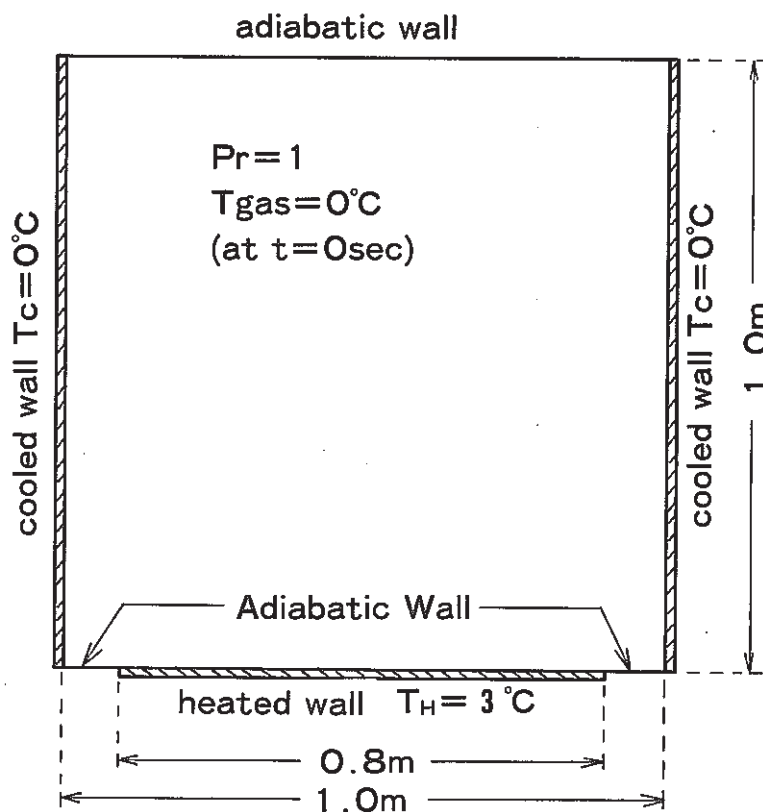


Fig. 3. 1 Schematic Figure of Analytical Model (horizontal plane)

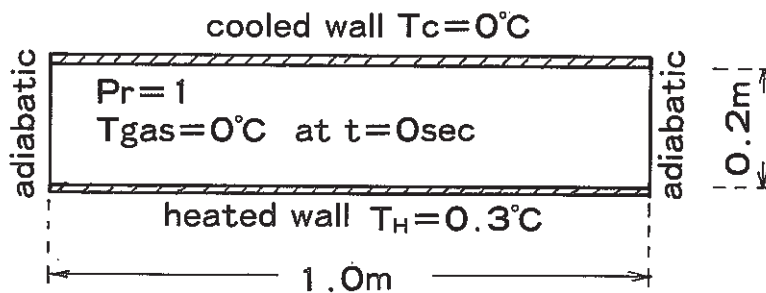
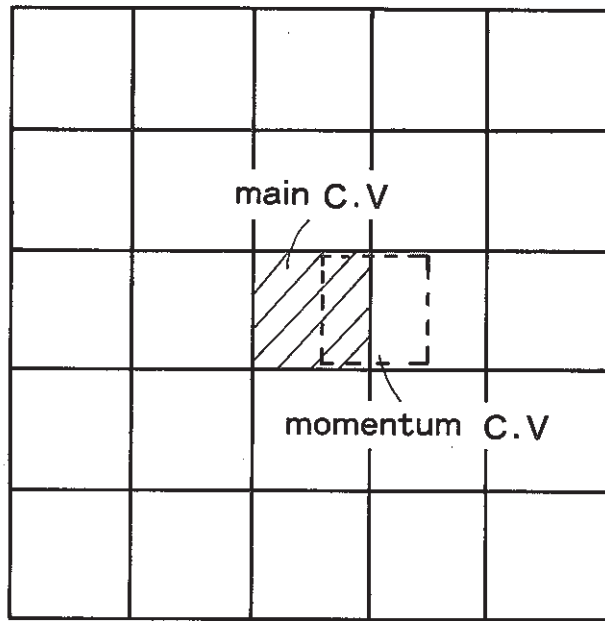
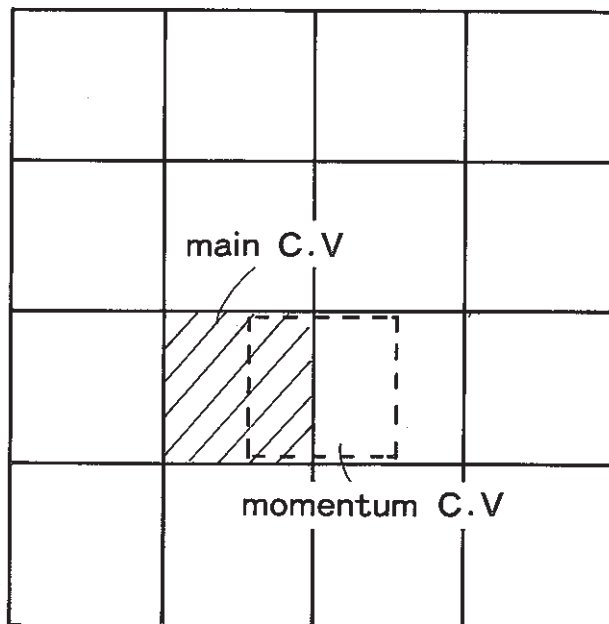


Fig. 3. 2 Schematic Figure of Analytical Model (Benard cells)

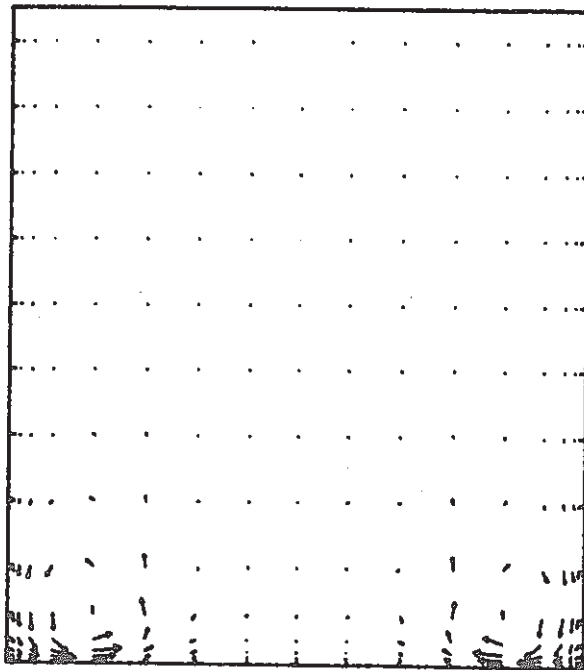


(a) main C.V located on the center

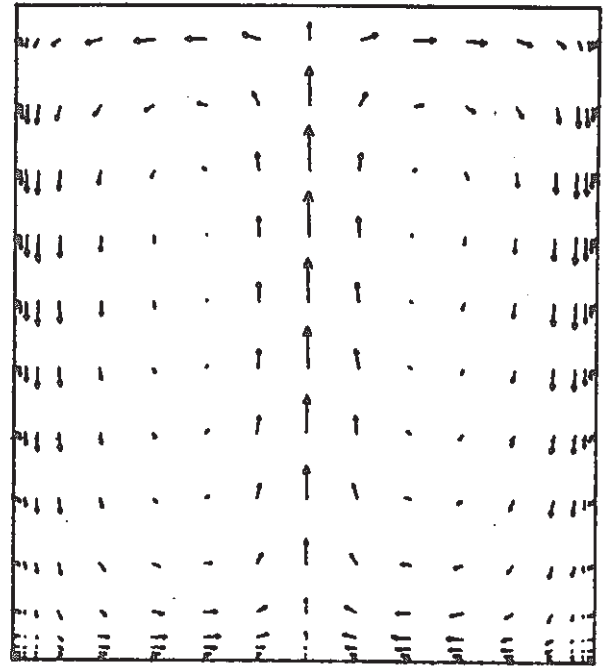


(b) momentum C.V located on the center

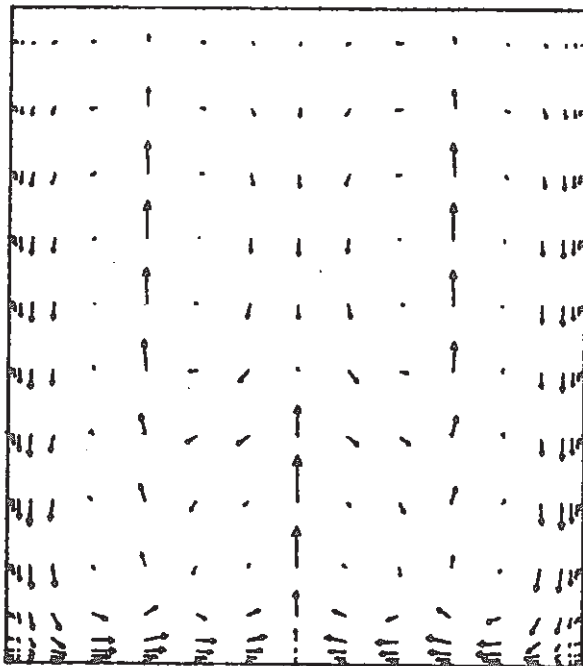
**Fig. 3. 3 Variation of Cell Distribution
(horizontal plane)**



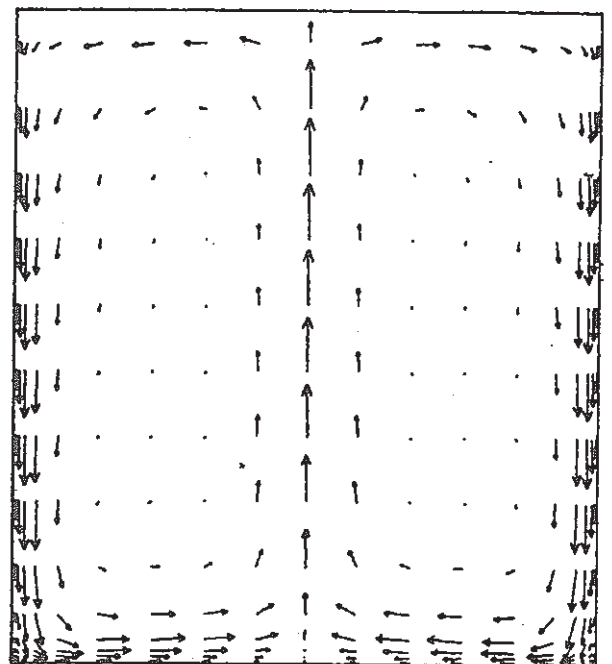
t = 10sec



t = 60sec

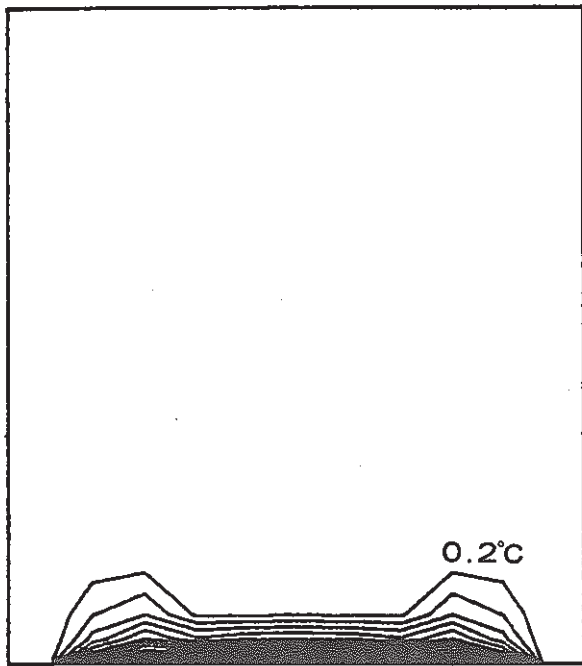


t = 30sec

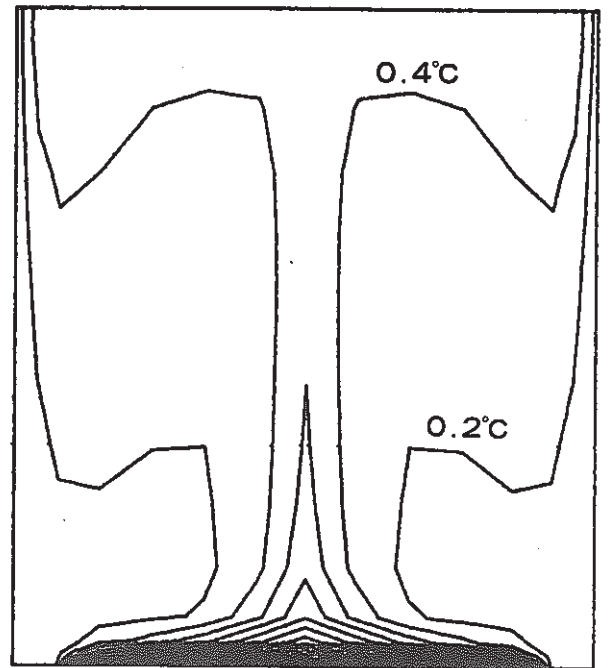


t = 500sec

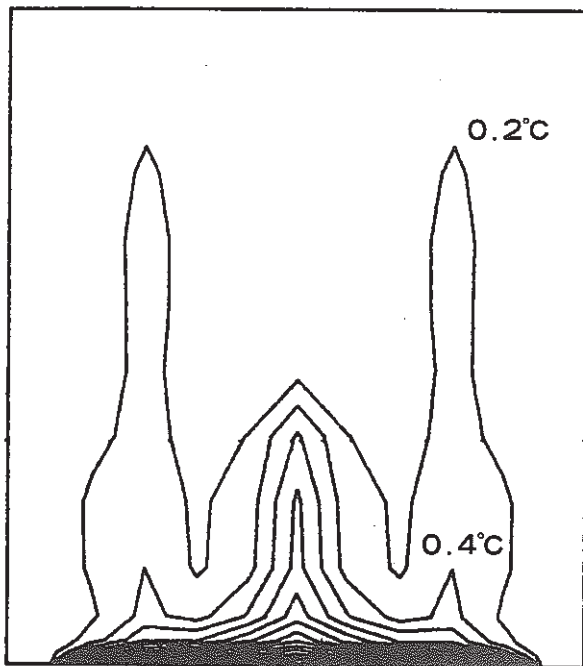
Fig. 3. 4 Time Variation of Velocity Profile
(horizontal plane)



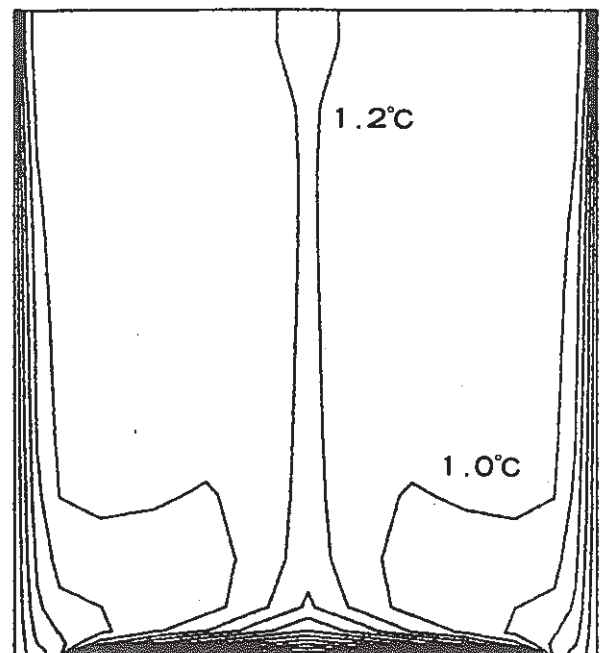
$t = 10\text{sec}$



$t = 60\text{sec}$



$t = 30\text{sec}$



$t = 500\text{sec}$

Fig. 3. 5 Time Variation of Temperature Contour Lines (horizontal plane)

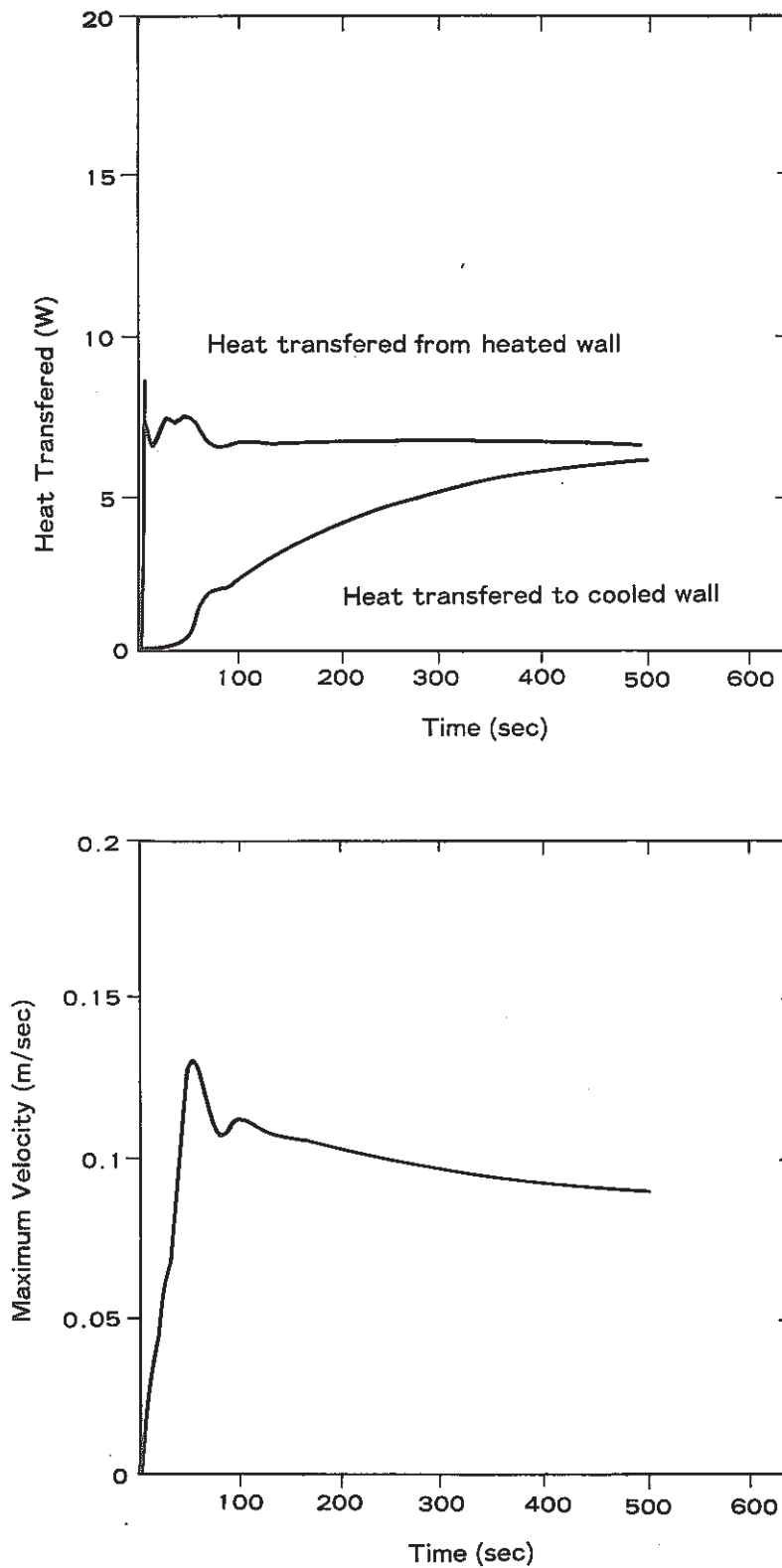
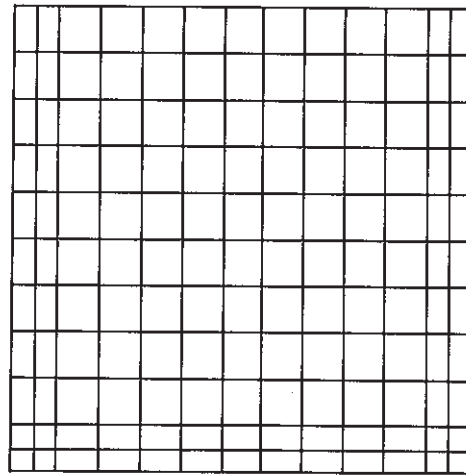
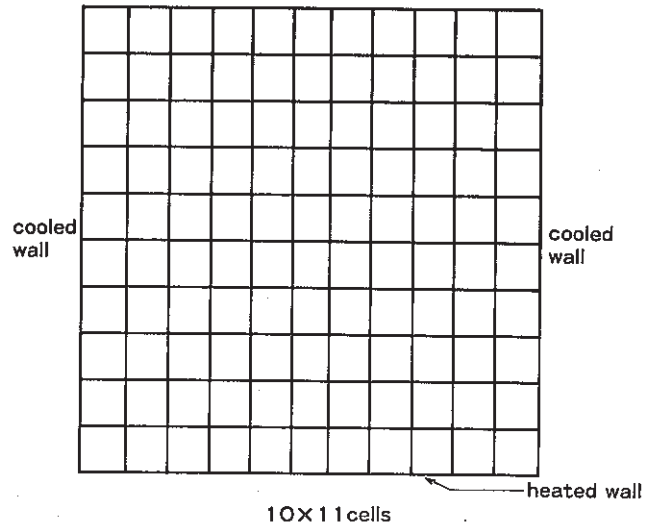
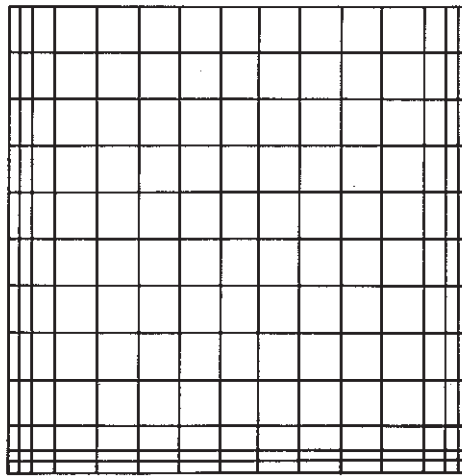


Fig. 3. 6 Transition of Heat Transferred and Maximum Velocity (horizontal plane)

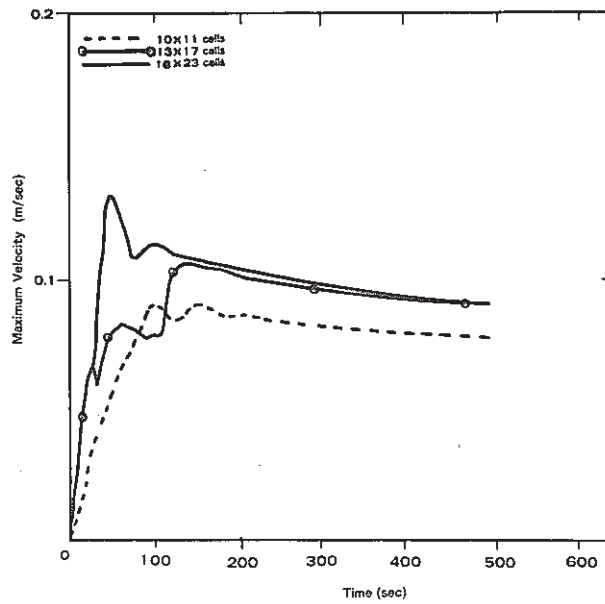


11 X 13 cells

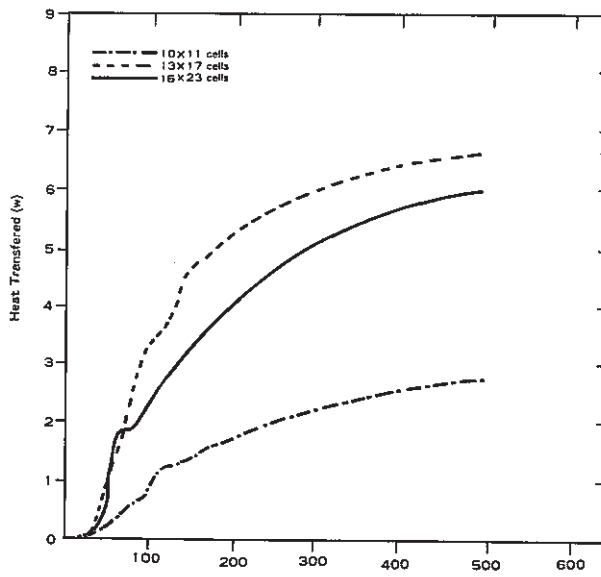


12X15 cells

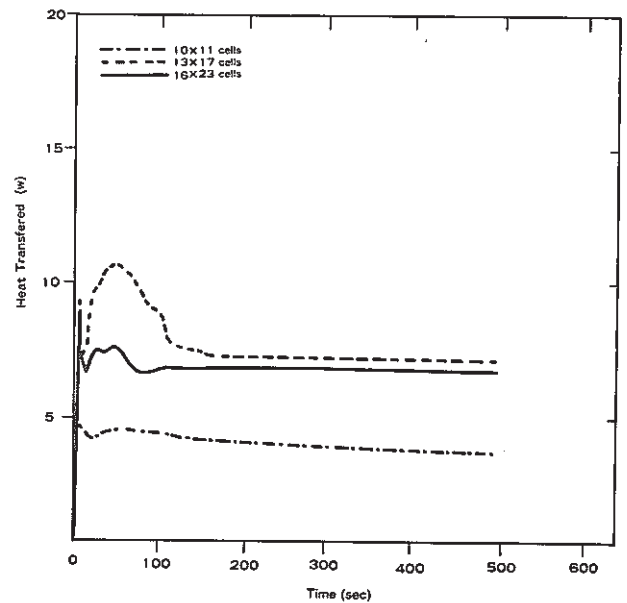
Fig. 3.7 Cell Distribution at the Vicinity of Heated/Colled Walls (horizontal plane)



Maximum Velocity



Heat Transferred to Cooled Wall



Heat Transferred from Heated Wall

Fig. 3.8 Effect of Cell Size (horizontal plane)

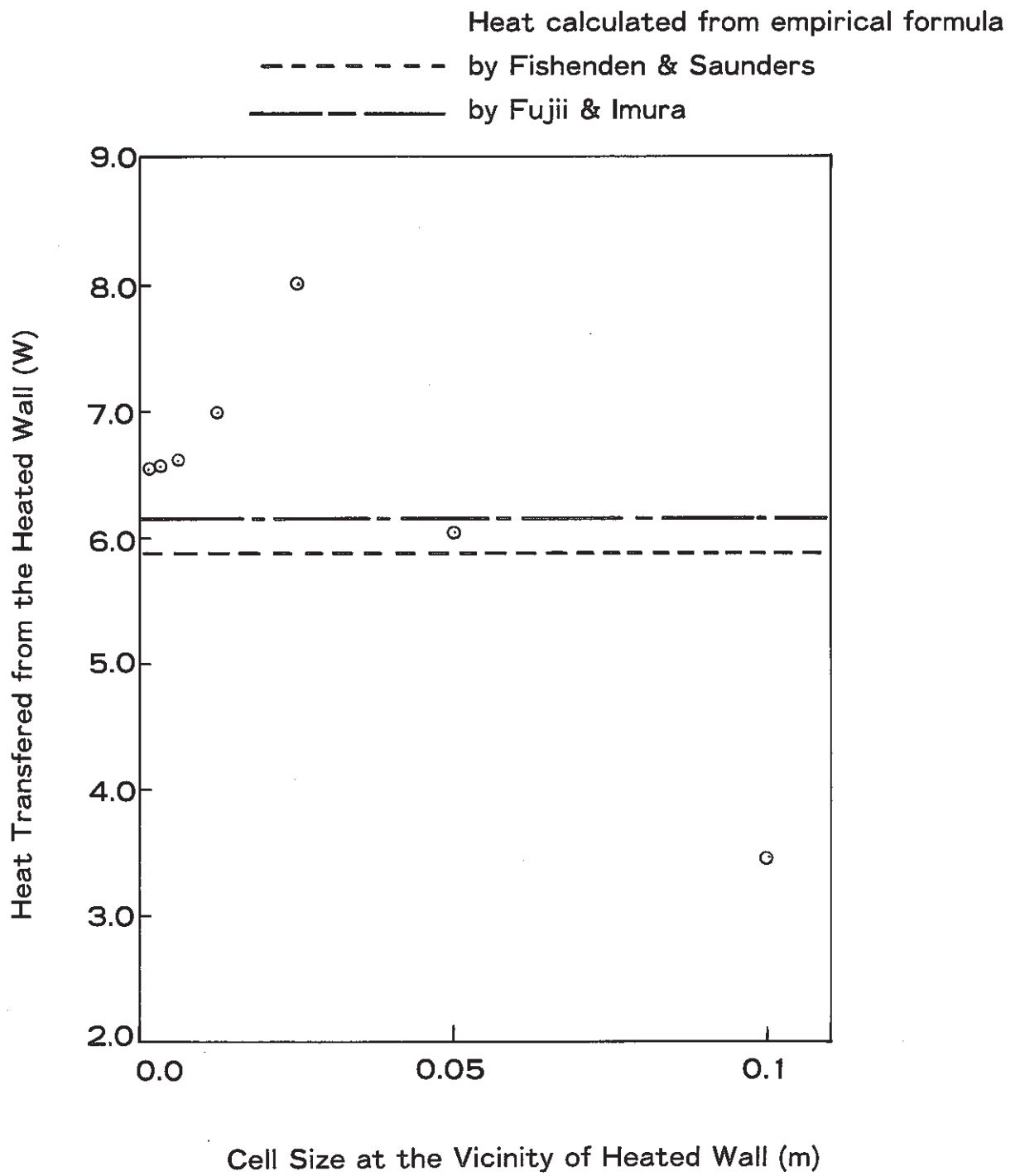
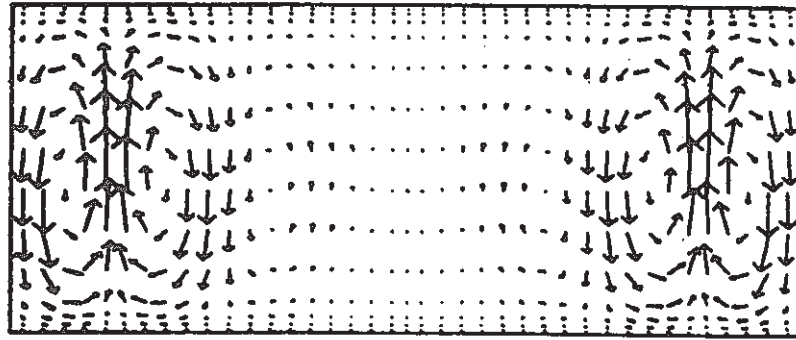
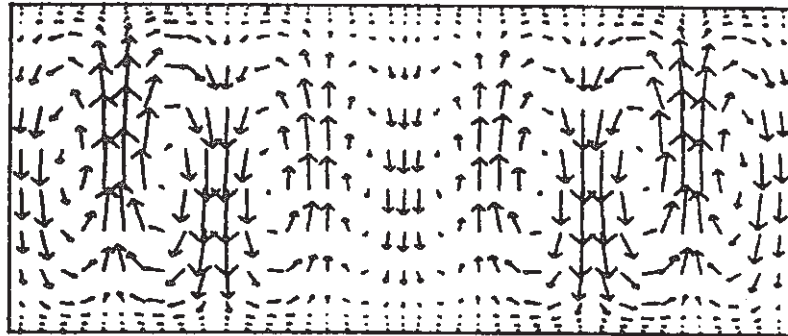


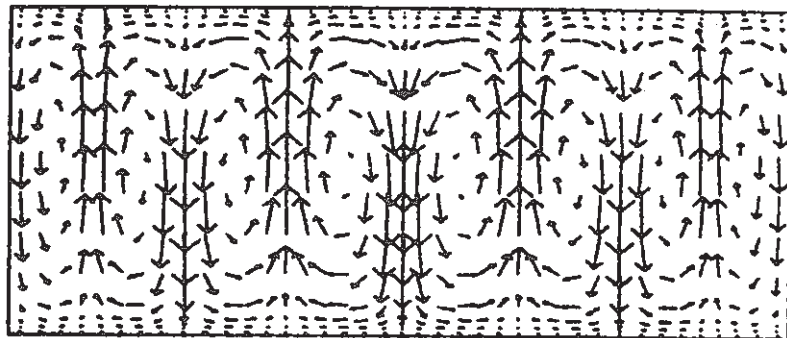
Fig. 3.9 Effect of Cell Size at the Vicinity of Heat Transferred Wall (horizontal plane)



$t=60\text{sec}$

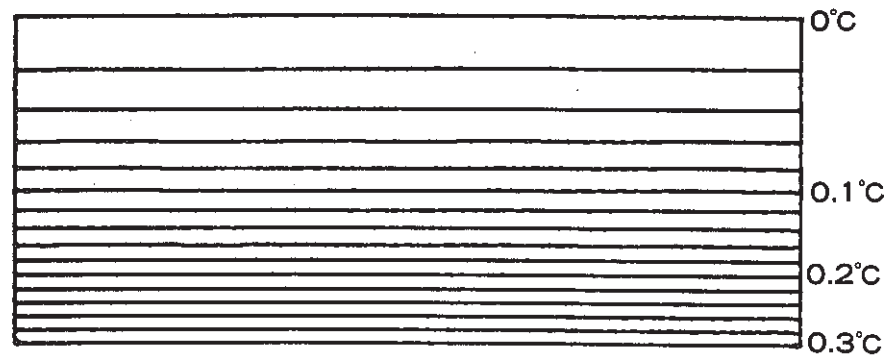


$t=120\text{sec}$

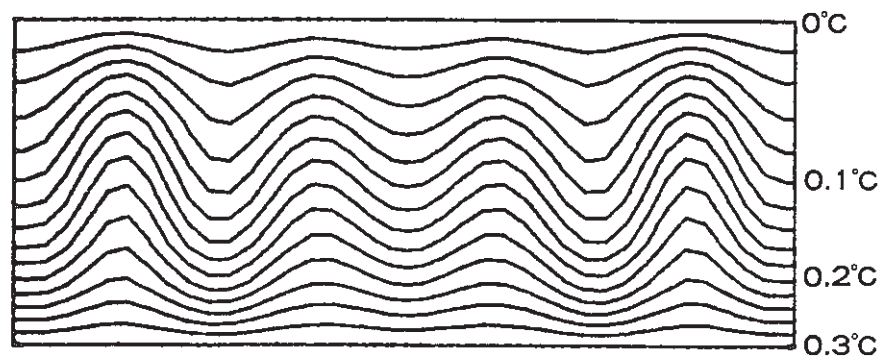


$t=300\text{sec}$

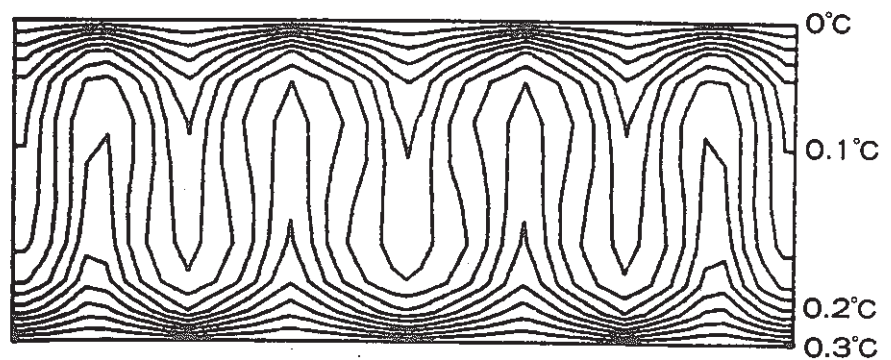
Fig. 3.10 Time Variation of Velocity Profile
(Benard cells)



t=60sec



t=120sec



t=300sec

Fig. 3.11 Time Variation of Temperature Contour Lines (Benard cells)

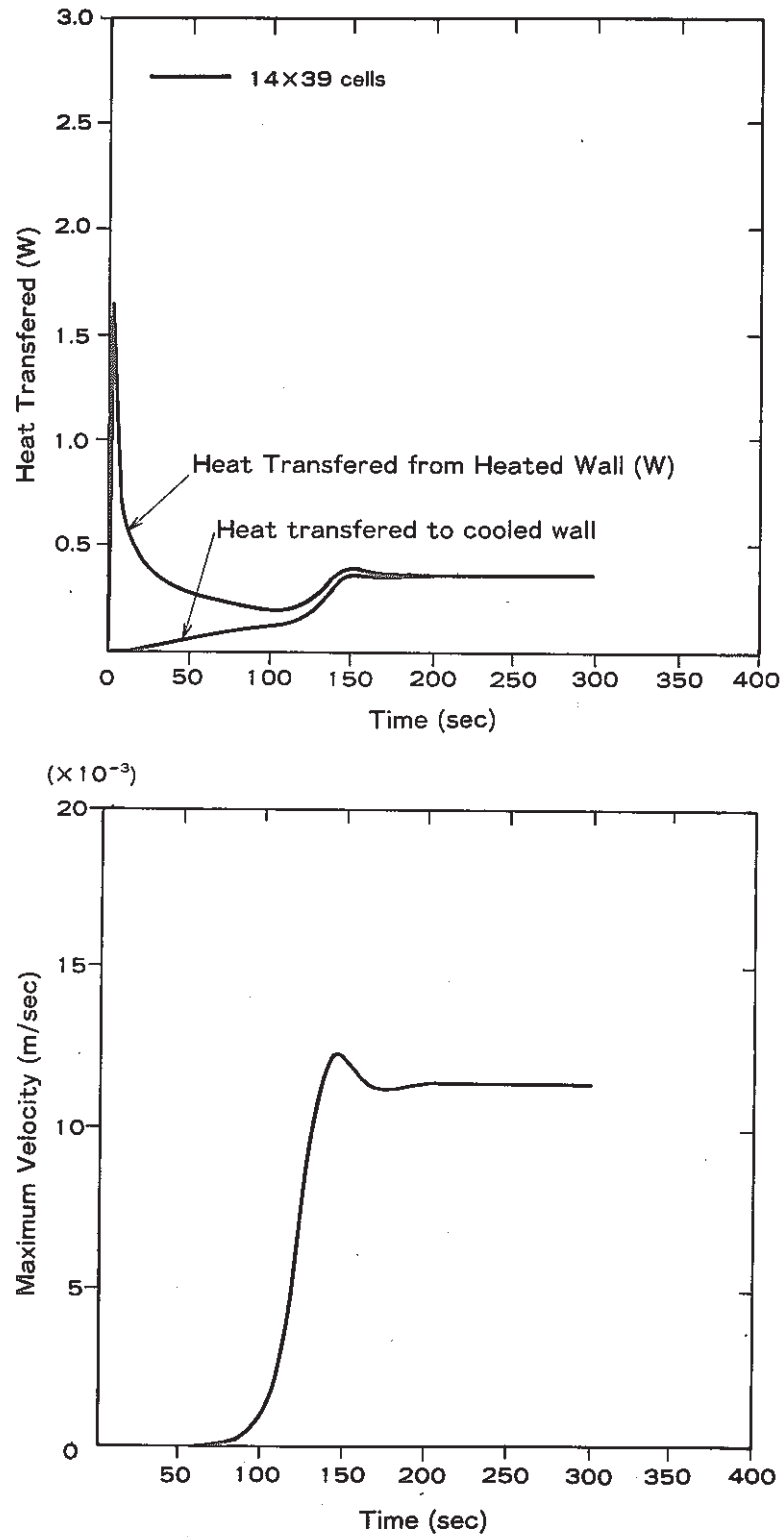
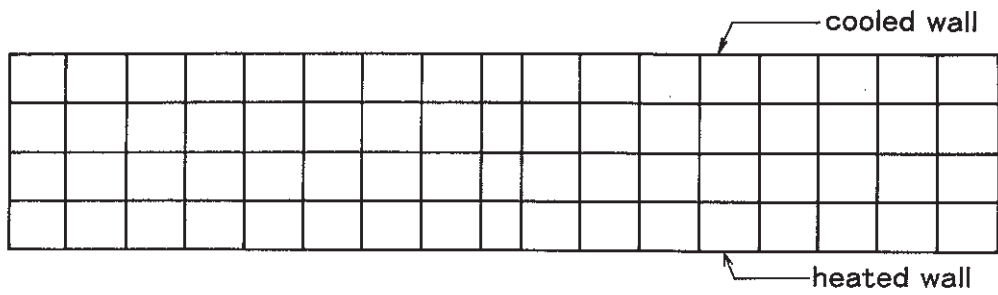
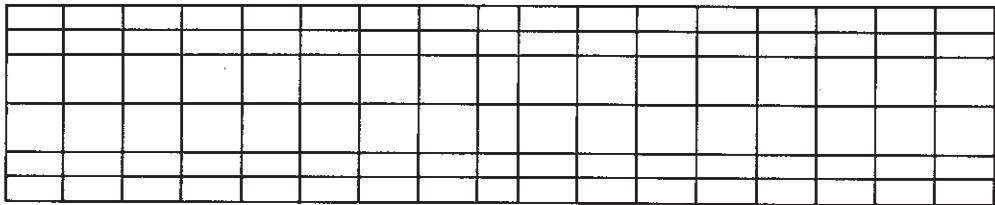


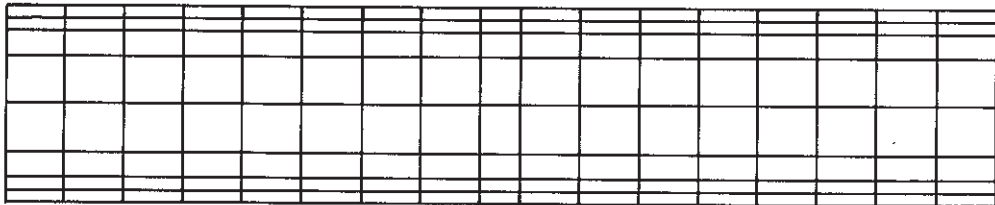
Fig. 3.12 Transition of Heat Transferred and Maximum Velocity (Benard cells)



4X 17 cells



6X 17 cells



8X 17 cells

Fig. 3.13 Cell Distribution at the Vicinity of Heated/Cooled Walls (Benard cells)

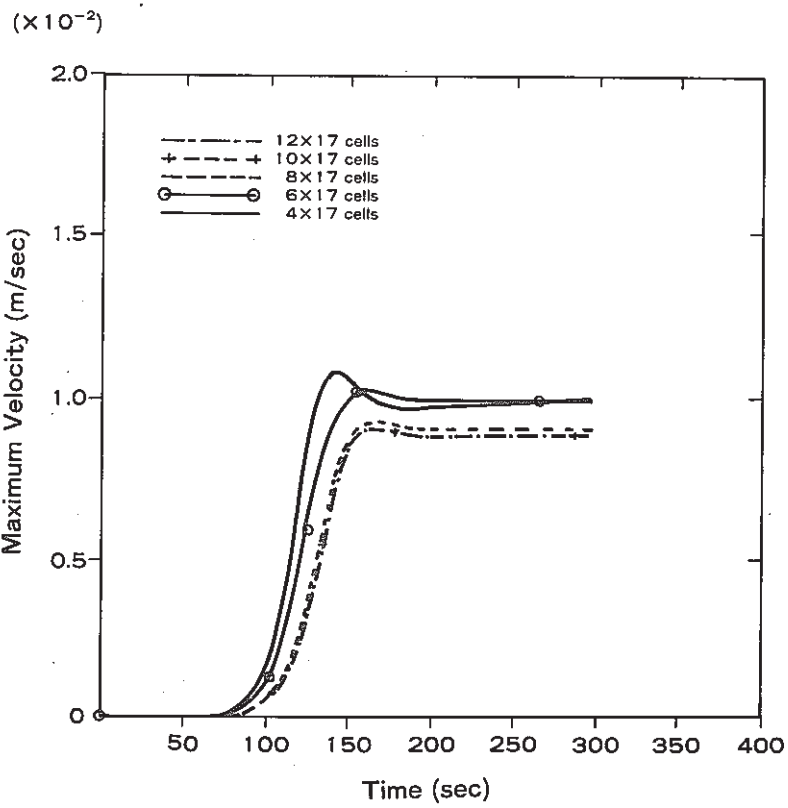
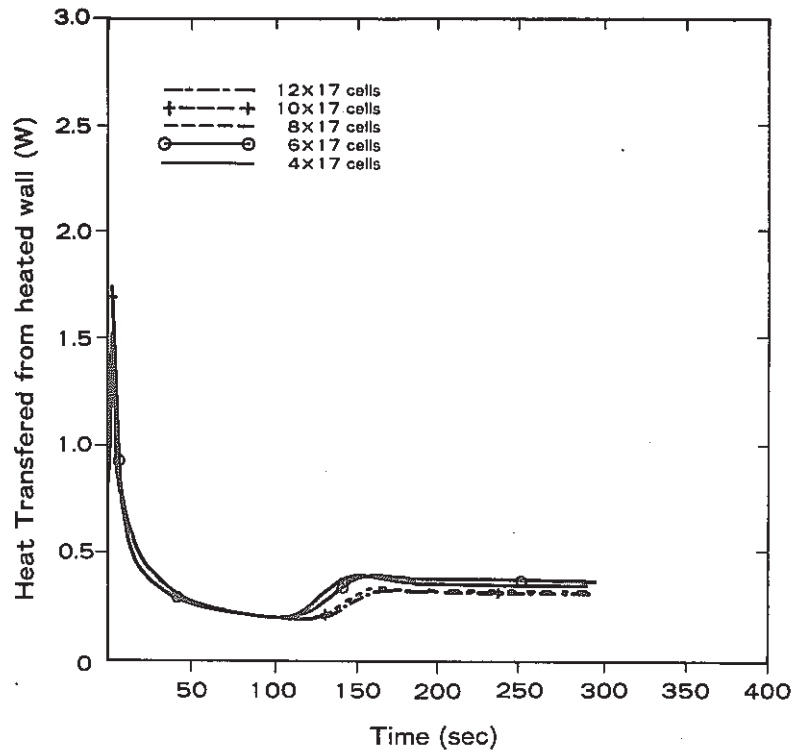
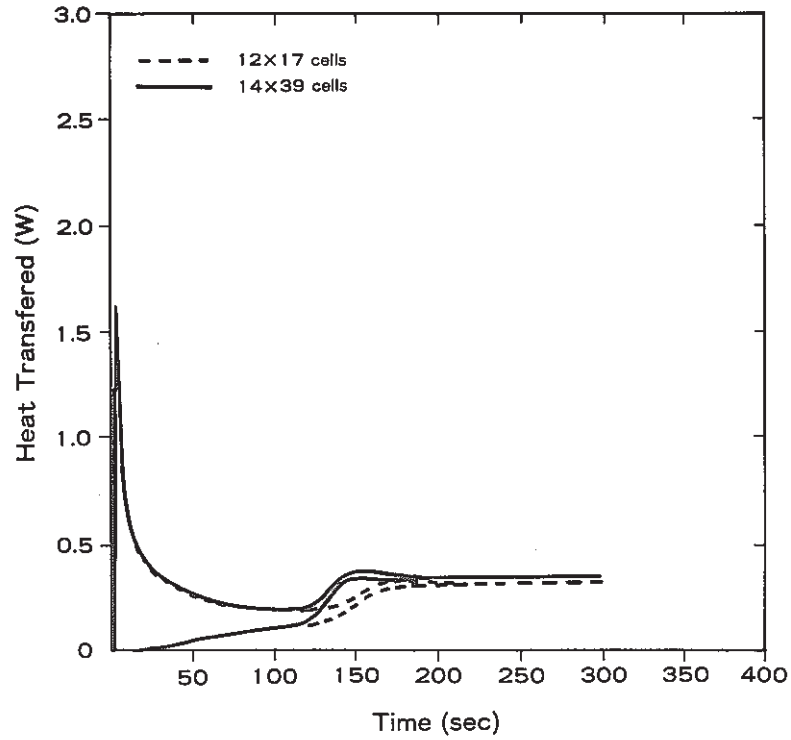
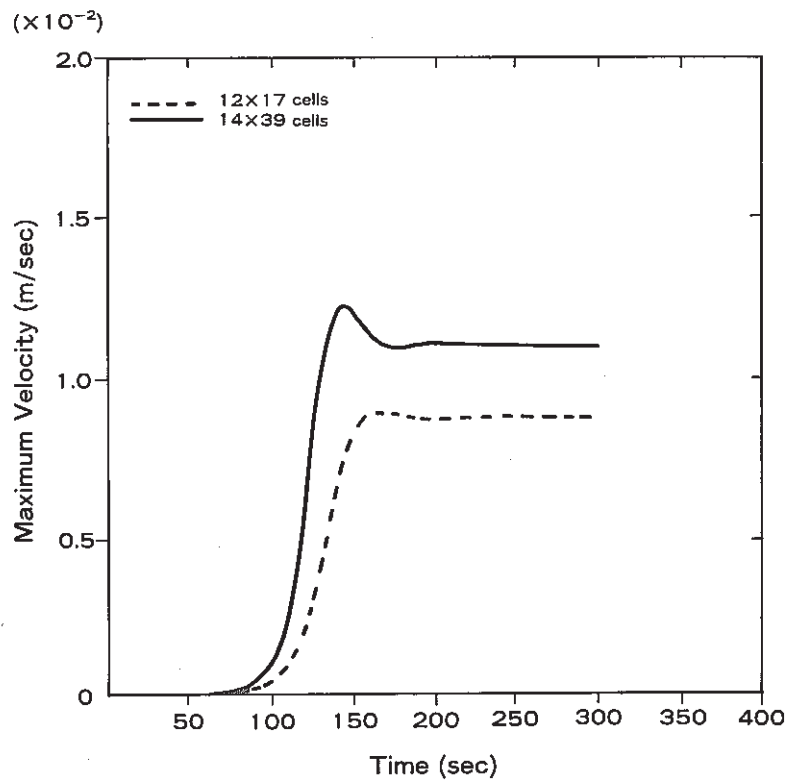


Fig. 3.14 Effect of Cell Size at the Vicinity of Heat Transferred Walls (Benard cells)



(a) Heat Transferred from Heated Wall



(b) Maximum Velocity

Fig. 3.15 Effect of Cell Distribution (Comparison between 12x17 cells and 14x39 cells)

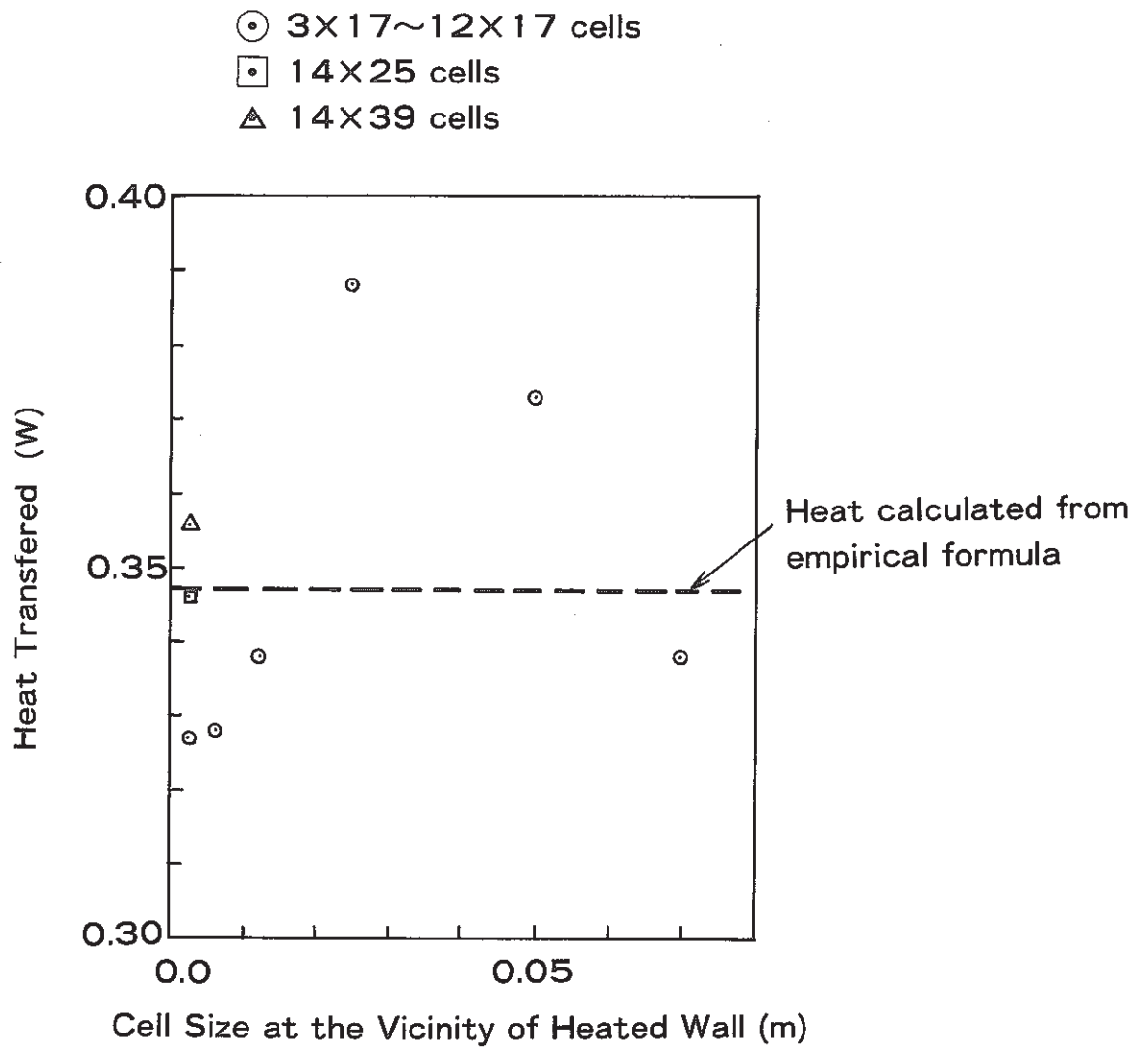


Fig. 3.16 Effect of Cell Size (Benard cells)

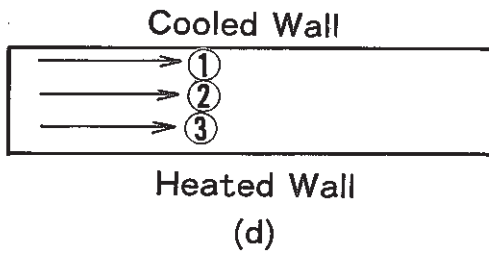
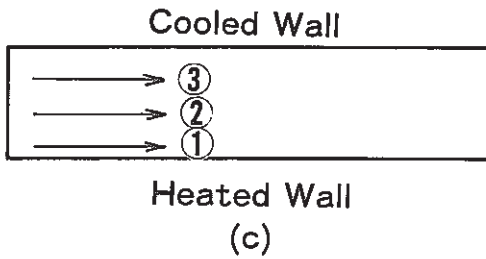
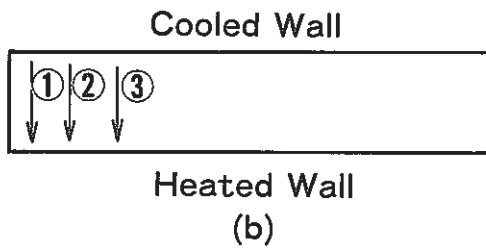
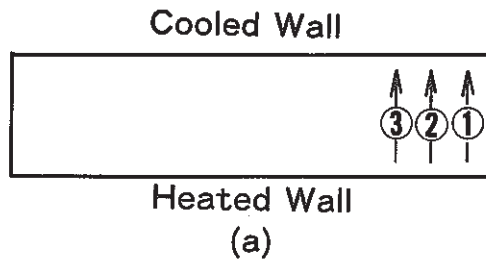


Fig. 3.17 Variation of Computational Direction

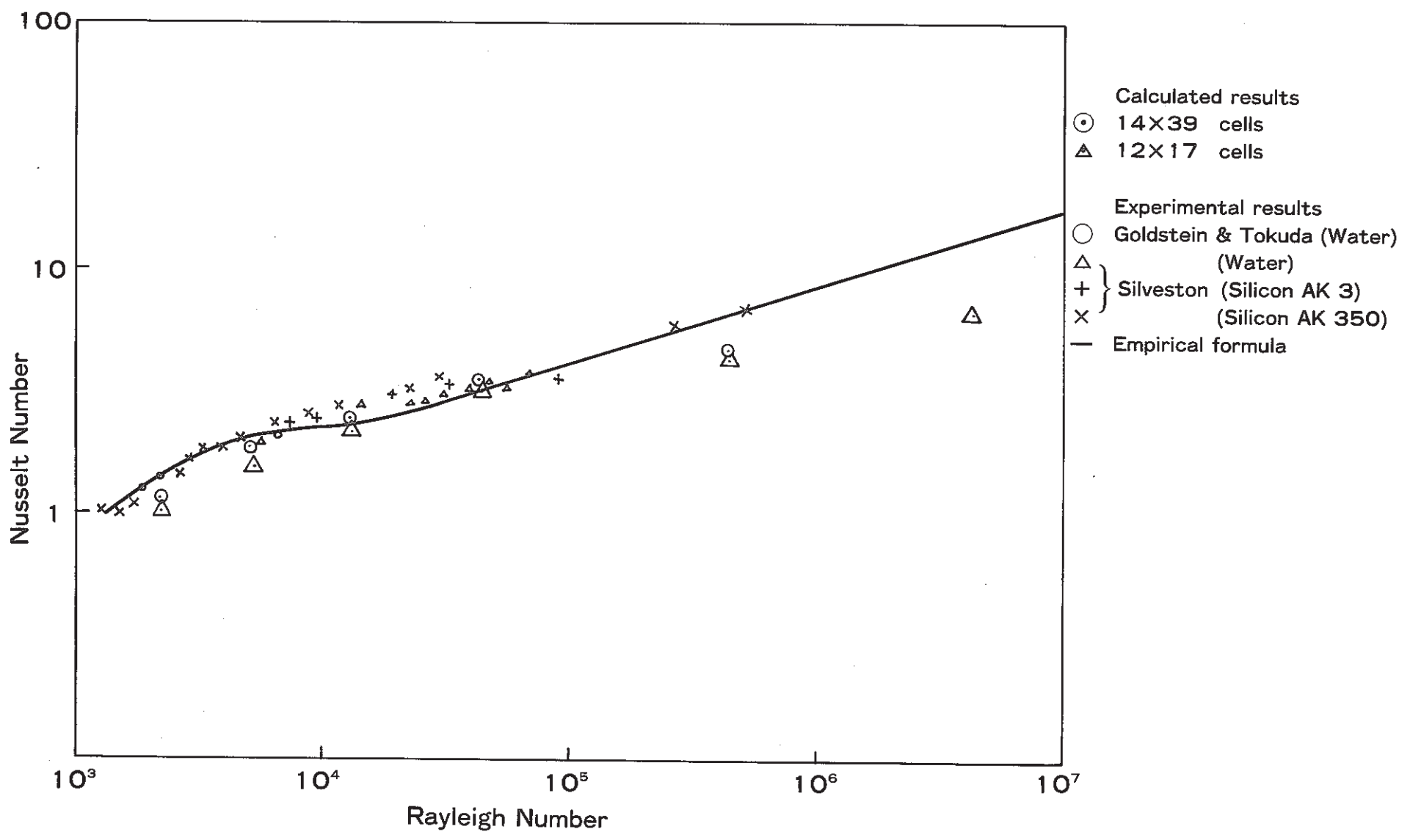
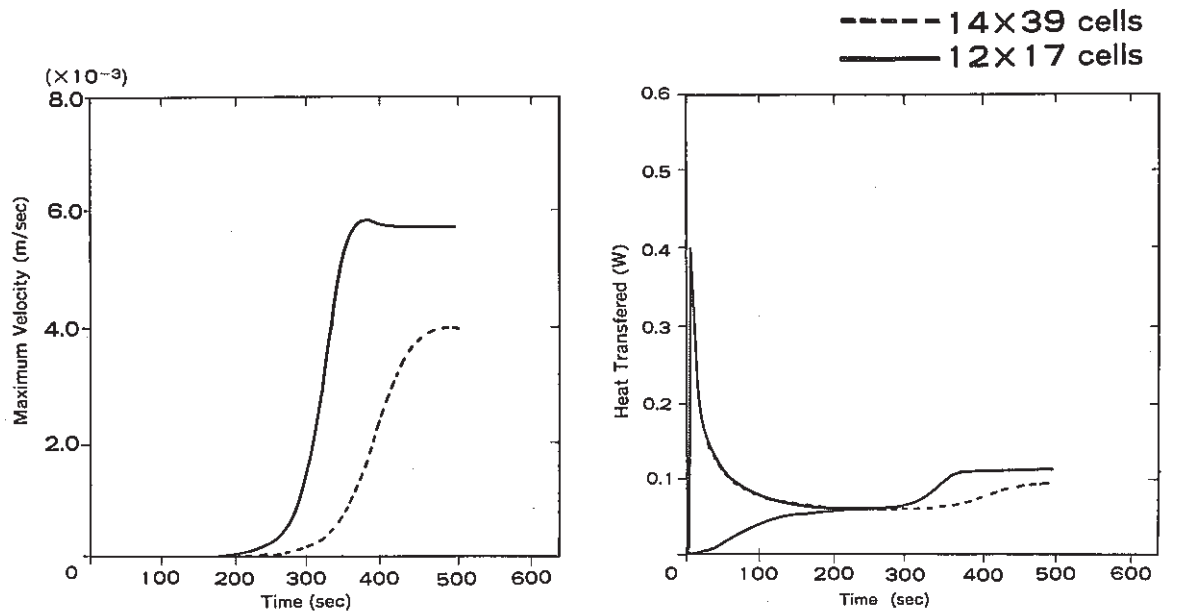
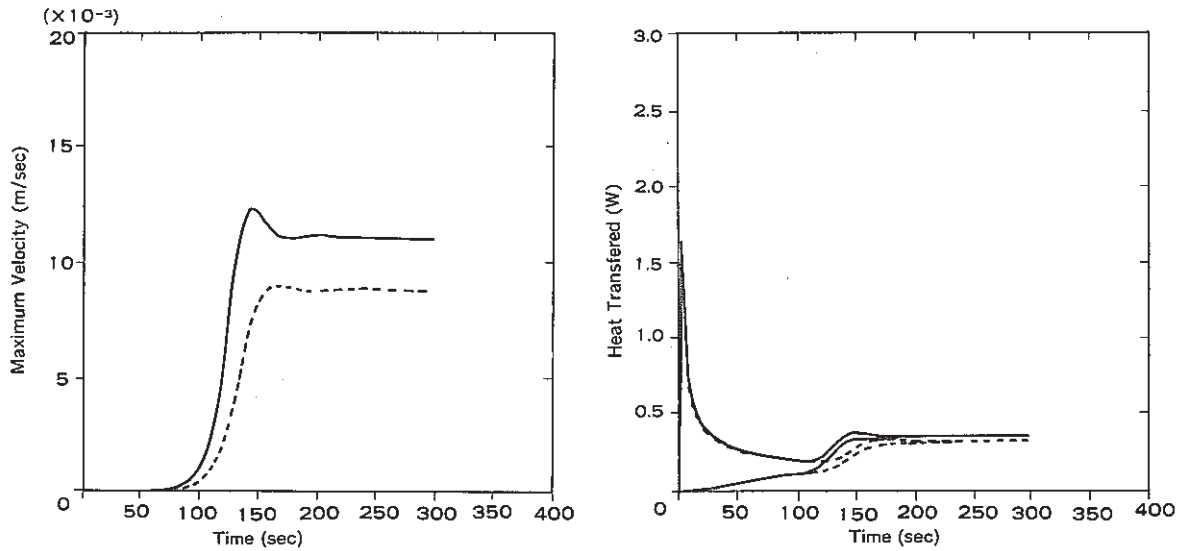


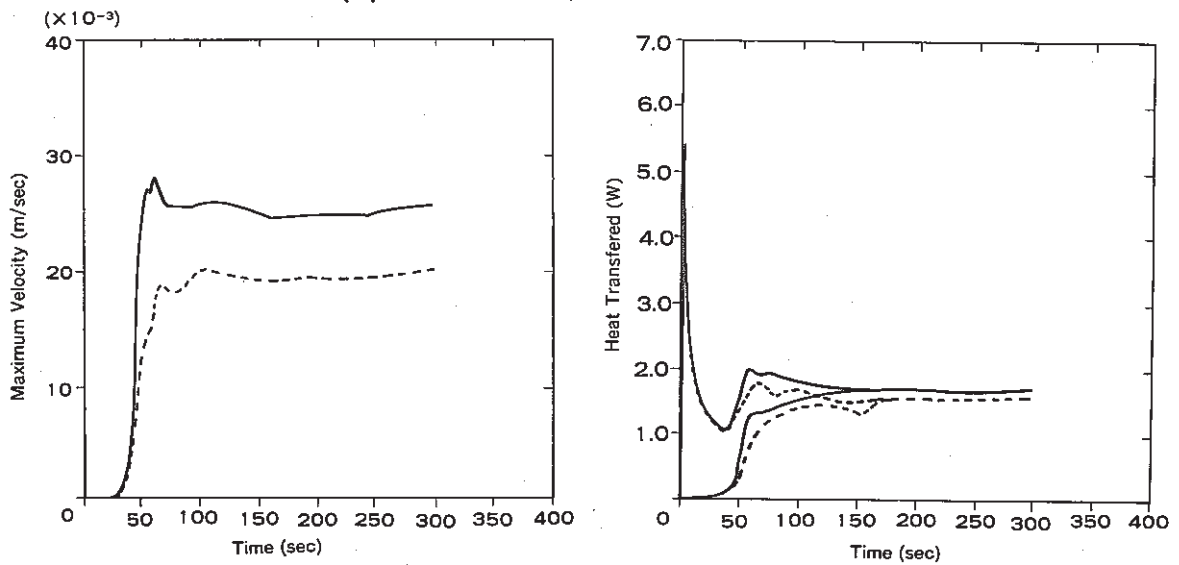
Fig. 3.18^{1,2)} Comparison between Calculational Results and Experimental Results at Various Ra Number



(a) $T_h = 0.12^\circ\text{C}$, $Ra = 5.38 \times 10^3$



(b) $T_h = 0.3^\circ\text{C}$, $Ra = 1.34 \times 10^4$



(c) $T_h = 1.0^\circ\text{C}$, $Ra = 4.47 \times 10^4$

Fig.3.19 Effect of Cell Distribution (Benard cells)

Appendix A

(SOLFAS-Ver. 0.1マニュアル)

次ページ以降にSOLFASコード入力データのマニュアルを示す。

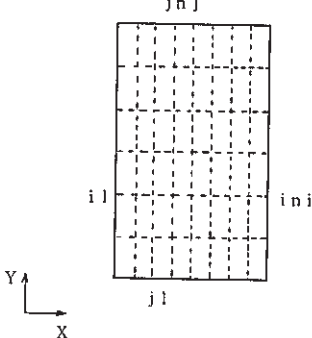
入力フォーマットはネームリスト形式で行なう。

Table A-2にサンプル入力データを示す。また、実行時に必要なファイルとユニット番号を以下に示す。

ユニット番号	ファイルの意味
5	入力データ (ネームリスト形式)
6	プリンターへの出力
1 0	2次元等高線プロット出力 ====> プロットプログラム「SGRAPH」の入力データ
1 1	時刻歴プロット出力 ====> プロットプログラム「XYPLOT」の入力データ
2 0	リスタートデータの出力
2 1	リスタートデータの入力 (リスタートランの場合のみ必要)

SOLPAS-Ver.0.1 入力マニュアル

&RESTRT	リスタートのコントロール
IRESTR	True : リスタートラン False : イニシャルラン
JRSTAT	リスタートファイルの時刻歴IDナンバー。 もし、 <u>≤</u> なら一番最後のIDナンバー、すなわち前計算の終了時刻からリスタートする。
&DEBUGI	デバッグ出力のコントロール
IDDEBUG (I) SDEBUG (I)	I番目のサブルーチンに対するデバッグのための出力変数の選択。数字が増加するほど、出力する変数の種類が増える。 (Table A-1を参照すること)
&BCI	境界条件の指定
UBC ***VBC (I)	= 0 : UBC (i) で j 成分ガスの u 方向の境界速度を与える。 VBC*** (i) で v 方向の境界速度を与える。 = 1 : スリップ条件 (未完成) 境界での速度は隣接するメッシュの速度に等しい。
TBC (I)	= 0 : TBCは、境界温度 (°C) HC***は、境界熱伝達係数 (J / (m ² °C sec)) (= 0.0 の時、熱伝導率を使って、コード内で計算)

<p>***TBC (I)</p>	<p>= 1 : HF*** (i) は, 境界での熱流束 (J/m²sec)</p> <p>(注) 上記変数名の***には, 境界条件を指定したい境界 線を右図を参考にして, i1, ini, j1, jnjの4つから 選ぶ。</p> 
<p>&CONTRI</p>	<p>計算を実行するための各種のパラメータ</p>
<p>TMAX DT</p>	<p>計算終了時間 (sec) タイムテップ時刻幅 (sec)</p>
<p>IMOM</p>	<p>= 0 : 連続の式を考慮した運動量保存の差分式の係数を使う。 = 1 : 連続の式を考慮しない運動量保存の差分式の係数を使う。</p>
<p>ITMTRA EPSMAS EPSMOM EPSE EPSU EPSV</p>	<p>SIMPLER法での最大繰り返し回数 SIMPLER法の収束判定のための許容最大相対誤差 (質量) SIMPLER法の収束判定のための許容最大相対誤差 (運動量) SIMPLER法の収束判定のための許容最大相対誤差 (エンタルピー) SIMPLER法の収束判定のための許容変動相対誤差 (速度 u) SIMPLER法の収束判定のための許容変動相対誤差 (速度 v)</p>
<p>RELAXU RELAXV RELAXP RELAXE</p>	<p>SIMPLER法での緩和パラメータ (速度 u) SIMPLER法での緩和パラメータ (速度 v) SIMPLER法での緩和パラメータ (圧力) SIMPLER法での緩和パラメータ (エンタルピー)</p>

ITMSOR	SOR法での最大繰り返し回数
EPSSOR	SOR法の収束判定のための許容最大相対誤差
OMSORU	SOR法での加速緩和パラメータ（速度u）
OMSORV	SOR法での加速緩和パラメータ（速度v）
OMSORP	SOR法での加速緩和パラメータ（圧力）
OMSORE	SOR法での加速緩和パラメータ（エンタルピー）
DTPRT	DTPRT (sec) 毎に標準出力を行う。
DTPLT	DTPLT (sec) 毎に2次元プロットファイルを出力する。
DTRST	DTRST (sec) 毎にリスタートファイルを出力する。
DTBALV	DTBALV (sec) 毎に運動量バランスチェックの結果を出力する。
DTBALH	DTBALH (sec) 毎にエンタルピーバランスチェックの結果を出力する。
DTBALM	DTBALM (sec) 毎に質量バランスチェックの結果を出力する。
&CVOUTI	各コントロールボリュームでの保存量バランスチェック
IUCV	運動量コントロールボリューム（IUCV, JUCV）に於ける，速度u方向 運動量変化の各成分のバランスを出力する。
JUCV	
IVCV	運動量コントロールボリューム（IVCV, JVCV）に於ける，速度v方向 運動量変化の各成分のバランスを出力する。
JVCV	
ISCV	運動量コントロールボリューム（ISCV, JSCV）に於ける，エンタルピー 変化の各成分のバランスを出力する。
JSCV	
&PLOTI	2次元プロット出力のコントロール
IPLOT	True : i番目の変数のプロットデータを出力する。
(I)	False : i番目の変数のプロットデータを出力しない。
	i = 1 ; 速度, 2 ; 密度, 3 ; 圧力, 4 ; エンタルピー, 5 ; 温度

&PRINT I	標準出力のコントロール
I PRINT	<p>True : i 番目の変数の標準出力を行う。</p> <p>False : i 番目の変数の標準出力を行わない。</p> <p>i = 1 ; 速度, 2 ; 密度, 3 ; 圧力, 4 ; エンタルピー, 5 ; 温度</p>
&PROPE I	物性値
<p>NEOS</p> <p>GASCON</p> <p>WMOL</p>	<p>= 1 : 理想気体の状態方程式</p> <p>気体定数 (J/K/mol)</p> <p>分子量 (kg/mol)</p>
<p>NEOS</p> <p>BETA</p>	<p>= 2 : 温度膨張率による状態方程式</p> <p>温度膨張率 (kg/m³/K)</p>
<p>VISCOS</p> <p>CONDUCT</p> <p>CAPCP</p> <p>XGRAVT</p> <p>YGRAVT</p>	<p>粘性係数 (Pas · sec)</p> <p>熱伝導率 (J/ (m²K · sec))</p> <p>定圧比熱 (J/ (kg · K))</p> <p>i (x) 方向の重力加速度成分 (m/sec²)</p> <p>j (y) 方向の重力加速度成分 (m/sec²)</p>
&SHAPE I	空間メッシュのコントロール
<p>NI</p> <p>NJ</p> <p>DX</p> <p>DY</p>	<p>i 方向のメッシュ分割数</p> <p>j 方向のメッシュ分割数</p> <p>i 方向の各メッシュの長さ (m)</p> <p>j 方向の各メッシュの長さ (m)</p>


```

C..... LIST OF SUBROUTINE WITH DEBUG COMMON.....
C      ADI, CONST,ELMOUT,ENTLPY,  EOS,
C      INITAL, INPUT,  MAIN,OUTSCV,OUTUCV,
C      OUTVCV,PCRIME,PLOT1D,PLOT2D, PRINT,
C      PSTAR,PSTARB,RESMAS,RESMOM,RESMSB,
C      RSTIN,RSTOUT,SAVEDA,SETVBC,SETVBC,
C      SOR,TABOUT,TRANST, VSTAR,XMOMBN,
C      XMOMEN,YMOMBN,YMOMEN
C      CONST : 1 = DX,DXB,DXRP,DXRM,DY,DYB,DYRP,DYRM
C      ENTLPY : 1 = ENTL,TEMP
C      : 2 = 1 + AIPENT,AIMENT,AJPENT,AJMENT,AOENT,BENT,AENT,
C      : XREF,XERR
C      EOS : 1 = NEOS,DENSIA,TEMPAV,PRESAV,DENS,TEMP
C      PCRIME : 1 = PSPLER
C      : 2 = 1 + BMAS,XREF,XERR
C      PLOT1D : 1 = STIME,SPLIT
C      PRINT : 0 = STANDARD OUTPUT
C      : 1 = 0 + PSPLER,BMAS,SUB.OUTUCV,SUB.OUTVCV
C      PSTAR : 1 = PRES
C      : 2 = 1 + AIPMAS,AIMMAS,AJPMAS,AJMMAS,BMAS,AMAS,TOTMX,TOTNY,
C      : + XREF,XERR,PRES
C      PSTARB : 1 = AIPMAS,AIMMAS,AJPMAS,AJMMAS,BMAS,AMAS ) variables to debug
C      RESMAS : 1 = BMAS
C      RESMOM : 1 = EXMOM,EYMON
C      RESMSB : 1 = BMAS
C      SAVEDA : 1 = STIME,SPLIT
C      SETVBC : 1 = ENTL,TEMP AT BOUNDARY
C      SETVBC : 1 = VELU,VELV AT BOUNDARY
C      SOR : 1 = ITER,IMX,JMX,XERRMX,XREFMX (AT FINAL ITERATION)
C      : 2 = 1 + X,AIP,AIM,AJP,AJM,A,B (AT INITIAL ITERATION)
C      : + ITER,IMX,JMX,XERRMX,XREFMX (AT EVERY ITERATION)
C      : 3 = 2 + XERR,X (AT EVERY ITERATION)
C      ***** LEVEL 2,3 IS VALID ONLY IF SDEBUG .EQ. .TRUE.*****
C      SDEBUG(1) --- PSTAR
C      SDEBUG(2) --- VSTAR(USPLER)
C      SDEBUG(3) --- VSTAR(VSPLER)
C      SDEBUG(4) --- PCRIME
C      SDEBUG(5) --- ENTLPY
C      TRANST : 1 = TIME,ITER,VELMAX,TEMASS (&TRANS1)
C      : + TIME,ITER,IERR,JERR,EPASMAS,BMSER,BMSOER (&TRANS2)
C      : (IN CASE OF FAILURE OF MASS CONVERGENCY)
C      : + TIME,ITER,IERR,JERR, EPSU, UERR, UOERR (&TRANS3)
C      : (IN CASE OF FAILURE OF VELU CONVERGENCY)
C      : + TIME,ITER,IERR,JERR, EPSV, VERR, UOERR (&TRANS4)
C      : (IN CASE OF FAILURE OF VELV CONVERGENCY)
C      : 2 = 1 + VELU,VELV,BMAS,SUB.OUTUCV,SUB.OUTVCV
C      : + VELUO (IN CASE OF FAILURE OF VELU CONVERGENCY)
C      : + VELVO (IN CASE OF FAILURE OF VELV CONVERGENCY)
C      : 3 = 2 + MOMENTUM BALANCE(SUB.OUTUCV,SUB.OUTVCV)
C      : AFTER SUB.VSTAR EXECUTING
C      : + USPLER,VSPLER
C      VSTAR : 1 = USPLER,VSPLER
C      : 2 = 1 + BBMMX,AVMOM,DP,XREFI,XERRI,
C      : + BBMMY,AVMOM,DP,XREFJ,XERRJ
C      XMOMBN : 2 = AIPMMX,AIMMMX,AJPMXX,AJMMXX,BMMX,AMMX
C      XMOMEN : 1 = AIPMMX,AIMMMX,AJPMXX,AJMMXX,BMMX,AMMX
C      YMOMBN : 2 = AIPMMY,AIMMMY,AJPMHY,AJMMHY,BMMY,AMMY
C      YMOMEN : 1 = AIPMMY,AIMMMY,AJPMHY,AJMMHY,BMMY,AMMY
C *****
C      LOGICAL SDEBUG
C      COMMON/ DEBUG/ IDEBUG(LDEBUG) , SDEBUG(5)

```

Table A-1 Level of Debug and List of Variables to Debug

```

&RESTR
  IRESTR= F, JRSTAT = 0,
&END
&DEBUG1      SDEBUG= T, F, F, T, F,
              IDEBUG= 0, 0, 0, 0, 0,
                0, 0, 0, 0, 0,
                0, 0, 1, 0, 1,
                0, 0, 0, 0, 0,
                0, 0, 0, 0, 0,
                0, 0, 0, 0, 0,
                0, 0, 0,
&END
&BCI
  I1UBC = 23*0, UBCI1 = 23*0., I1VBC = 22*0, VBCI1 = 22*0.,
  I1TBC = 7*1, 9*0,7*1, HFI1 = 23*0., TBCI1 = 23*3.,
  INIUBC = 23*0, UBCINI = 23*0., INIVBC = 22*0, VBCINI = 22*0.,
  INITBC = 23*1, HFINI = 23*0.,
  J1UBC = 15*0, UBCJ1 = 15*0., J1VBC = 16*0, VBCJ1 = 16*0.,
  J1TBC = 16*0, TBCJ1 = 16*0.,
  JNJUBC = 15*0, UBCJNJ = 15*0., JNVBC = 16*0, VBCJNJ = 16*0.,
  JNJTBC = 16*0, TBCJNJ = 16*0.,
&END
&CONTRI
  THAX= 60., DT=1.0, ITMSOR= 300, ITNTRA=50, IMOM=1,
  EPSNAS=0.0001,EPSSOR=0.0001,EPSU=0.001, EPSV=0.001,EPSE=0.001,
  EPSMOM=0.001,
  DTprt=299.9,DTPLT= 10.0,DTRST=299.9,DTBALV=299.9,DTBALH=299.9,
  RELAXU=0.8,RELAXV=0.8,RELAXP=0.8,RELAXE=0.8,
  OMSORU=1.0,OMSORV=1.0,OMSORP=1.7,OMSORE=1.0,
&END
&CVOUTI
  JUCV=1,
  IUCV=1,
  JVCV=1,
  IVCV=1,
  JSCV=1,
  ISCV=1,
&END
&PLOTI
  IPLOT =T,T,T,F,T,F,F
&END
&PRINTI
  IPRINT=T,T,T,F,T,F,F
&END
&PROPEI
  NEOS = 1,
  VISCOS=1.0E-04,XGRAVT=-9.8,YGRAVT=0.0,CONDOC=0.1,
  CAPCP=1000.0, GASCON=8.31696, AMOL=28.E-03,
&END
&SHAPEI
  NI=16,NJ=23,
  DX=0.,2*0.0015625,0.003125,0.00625,0.0125,0.025,0.05,9*0.1,0.,
  DY=0.,2*0.0015625,0.003125,0.00625,0.0125,0.025,0.05,4*0.09,0.08,
  0.08,4*0.09,0.05,0.025,0.0125,0.00625,0.003125,2*0.0015625,
&END

```

Table A-2 Sample Input Data

Appendix B

(理論解・実験解の導出)

(1) 水平平板の自然対流

一般に自然対流熱伝達はNu数とRa数の関数で表わされ、高温に保たれた上向きの水平平板についてはいくつかの相関式がある。

FishendenとSaundersは空気中での正方形水平平板の実験結果から次式を導いている¹⁶⁾。

$$\text{乱流域: } Nu = 0.14 (Gr \cdot Pr)^{1/3} \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

$$2 \times 10^7 < Gr \cdot Pr < 3 \times 10^{10}$$

$$\text{層流域: } Nu = 0.54 (Gr \cdot Pr)^{1/4} \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

$$10^5 < Gr \cdot Pr < 2 \times 10^7$$

またFujii, Imuraらの実験によるとRa数が 7×10^6 より大きくなると境界層内が乱流状態となり、熱伝達相関式に関して次に示す乱流の式が適用される¹¹⁾。

$$Nu = \begin{cases} 0.13 (Gr \cdot Pr)^{1/3} & Ra > 5 \times 10^8 \quad \text{-----} \quad \text{③} \\ 0.16 (Gr \cdot Pr)^{1/3} & Ra > 2 \times 10^8 \quad \text{-----} \quad \text{④} \end{cases}$$

これらの2種類の実験式をFig. 5.1に示すが、最大で約30%の相違があることがわかる。このように、同じ体系でも実験者や実験条件の違いによって、実験式及び層流・乱流の範囲の定義が異なるが、ここではこれら2通りの実験式から得た値をを実験解として用いる。

まず、計算でに用いた物性値は次の通りである。

$$\mu = 10^{-4} \text{ (Pa} \cdot \text{sec)} \quad P = 1013 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$

$$\lambda = 0.1 \text{ (J/m} \cdot \text{K} \cdot \text{sec)} \quad M = 28.0 \times 10^{-3} \text{ (kg)}$$

$$C_p = 1000 \text{ (J/kg} \cdot \text{K)} \quad R = 8.31696$$

これらより密度は、

$$\rho = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} = 1.249 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

バルク温度Tは、加熱面から流入する熱流束と冷却面から流出する熱流束とが等しいと

することで,

$$0.8 (30 - T_{\infty}) = 2 (T_{\infty} - 0)$$

$$T_{\infty} = 8.57 (\text{℃})$$

となる。熱膨張係数 β は理想気体を仮定して,

$$\beta = 1 / T_{\infty} = 1 / (273.15 + (0.857 + 3.0) / 2)$$

と求められる。これらより Fig. 3.1 の体系での Gr 数は次のようになる。

$$\begin{aligned} Gr &= l^3 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T / \nu^2 \\ &= 0.8^3 \times 9.80665 / (273.15 + (0.857 + 3.0) / 2) \\ &\quad \times (3.0 - 0.857) / 1.249^2 \\ &= 6.10 \times 10^6 \end{aligned}$$

また $Pr = 1$ であるため, Nu 数を②, ④式から求めると,

$$\text{②式: } Nu = 26.8$$

$$\text{④式: } Nu = 29.2$$

一方, Nu 数と温度伝導率 α_m , 伝熱量 q の間にはその定義から,

$$Nu = \frac{\alpha_m \cdot l}{\lambda}$$

$$\alpha_m A (T_H - T_{\infty}) = q$$

結局, 伝熱量は,

$$q = Nu \cdot \lambda \cdot A (T_H - T_{\infty}) / l$$

$$\text{②式: } q = 5.75 \text{ (W)}$$

$$\text{④式: } q = 6.26 \text{ (W)}$$

(2) ベナールのセル

Malkus その他の実験によれば底面 (加熱面) と天井面 (冷却面) の温度差が拡大して Ra 数が臨界レイレー数 (1708) 以上になるとセル運動が発生する⁶⁾。このセル運動が規則的でいわゆる層流とみなせるのは, Ra 数が次の範囲内にある場合である⁵⁾。

$$1700 < Ra < 5 \times 10^4$$

この範囲内での熱伝達は次式で与えられる¹²⁾。

$$\text{Nu} = \left[\left\{ 1 + 1.446 \left(1 - \text{Ra}_{cr} / \text{Ra} \right) \right\}^{1.5} + \left\{ \text{Ra} \cdot f(\text{Pr}) / 1420 \right\}^5 \right]^{1/1.5} \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

$$\text{ここで } f(\text{Pr}) = \left\{ 1 + (0.5 / \text{Pr})^{9/16} \right\}^{-16/9}$$

Fig. 5.2 にこの式と実験データとの比較を示す。図を見るとこの実験式は着目する層流領域で実験値との一致があまり良くない。実験データに合う式として次の式がある¹³⁾。

$$\text{Nu} = \left[\left\{ 1 + 1.446 \left(1 - \text{Ra}_{cr} / \text{Ra} \right) \right\}^{1.5} + \left\{ 0.109 \text{Ra}^{0.313} \right\}^5 \right]^{1/1.5} \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}'$$

⑤' 式及び⑤式で与えられるNu数をFig. 5.3 に示す。この他にも乱流領域だけに適用可能な実験式や3次元の矩形流体層内における臨界レイレー数などが求められている^{13), 14)}。

次にFig. 3.2 に示すベナールのセルの基本ケースに対して加熱面からの熱流束を求める。

この体系のGr数は、

$$\begin{aligned} \text{Gr} &= l^3 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T / \nu^2 \\ &= 0.2^3 \cdot 9.80665 (0.3 - 0) / (273.15 + 0.15) \\ &\quad / (1.249^2 \times 10^{-4}) \\ &= 1.34 \times 10^4 \end{aligned}$$

また、Pr = 1 であるのでNu数を実験値に近い⑤' 式から求めると

$$\text{Nu} = 2.32$$

よって平均熱流束 q は、 $q = 0.347 \text{ (W)}$

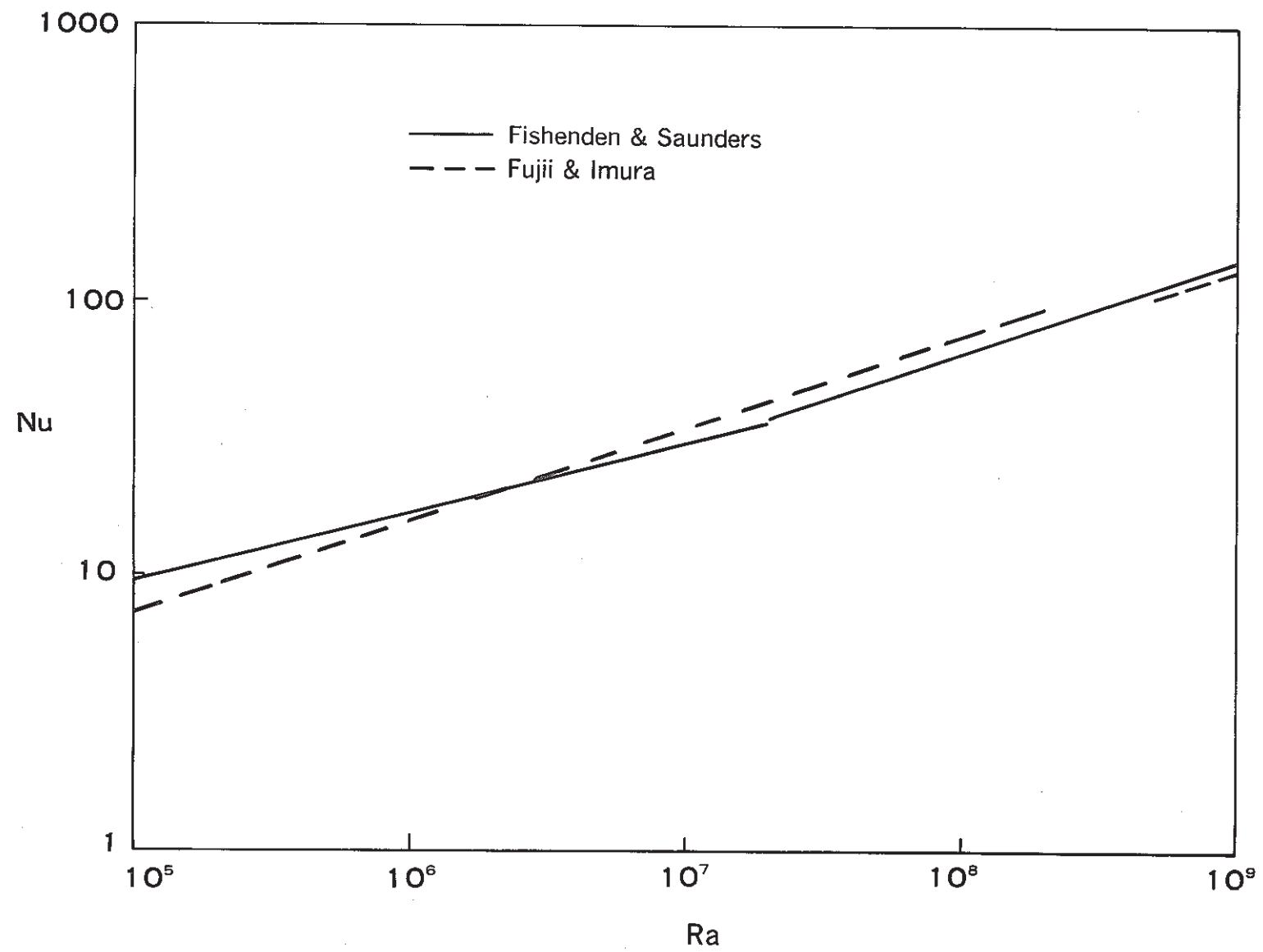


Fig. B-1 Empirical Formulae about Natural Convection Heat Transfer by Benard Cells

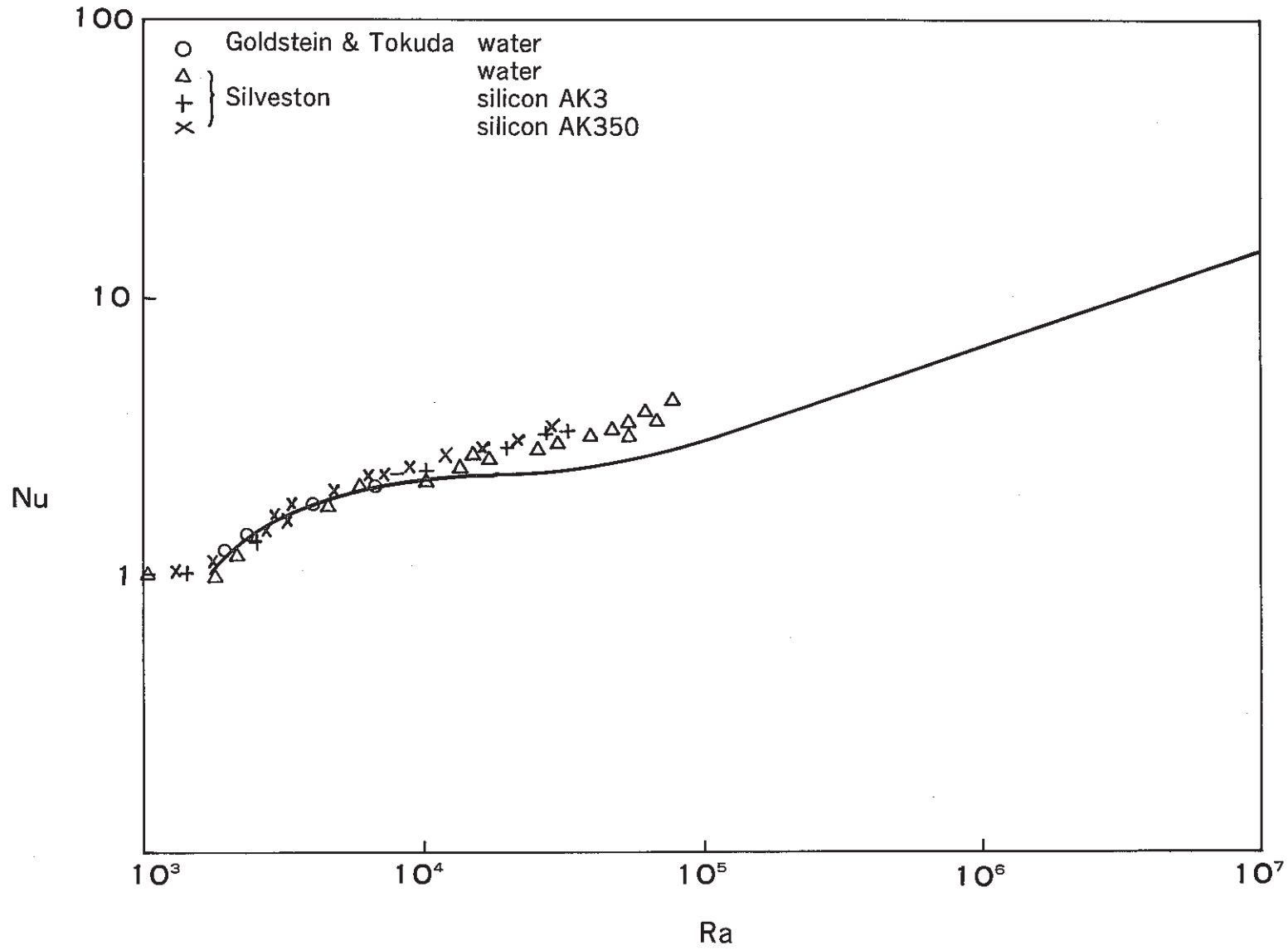


Fig. B-2¹²⁾ Comparison between Experimental Data and Empirical Formula of Benard Cells

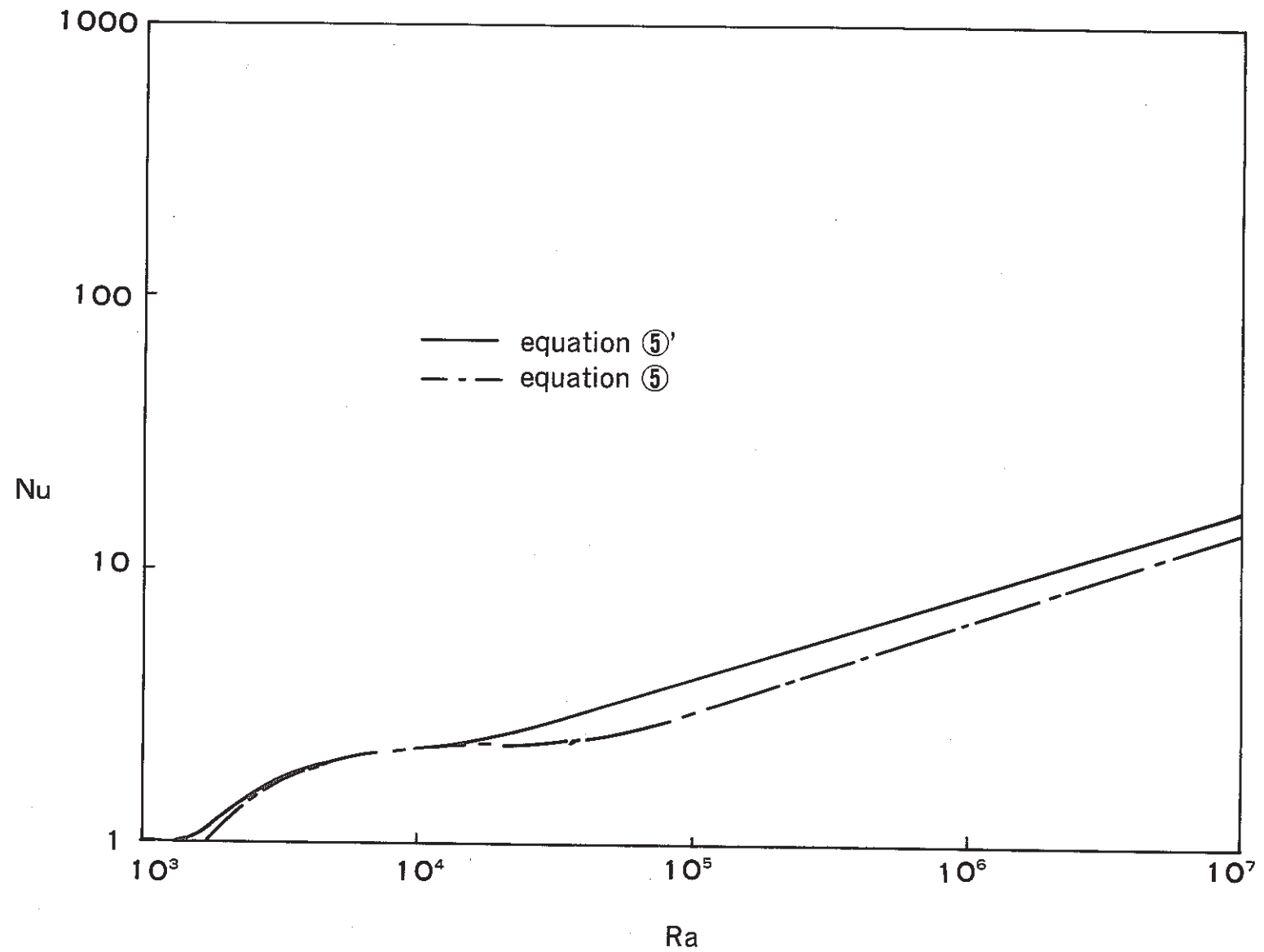


Fig. B-3 Comparison between Two Empirical Formulae of Benard Cells

Appendix C

(インプットデータリスト)

全ケースに共通な入力データを以下に示す。

冷却面 (天井面) 温度 : 0.3 (℃)

側壁面 : 断熱

SOR反復打ち切り回数 (ITMSOR) : 200

全体 (SIMPLER) の反復打ち切り回数 (ITMTRA) : 50

運動量方程式の係数 (IMOM) : 0 (運動量C.Vでの質量保存を仮定)

理想気体の状態方程式を使用 (NEOS = 1)

物 性 値 : 動粘性係数 VISCOS = 10⁻⁴

ガスの熱伝導係数 CONDUC = 0.1

ガスの比熱 CAPCP = 1000

気体定数 GASCON = 8.31696

ガスの分子量 AMOL = 0.028

重力加速度 : 9.80696

各計算ケースによって異なる入力データは, Table 5.1, Table 5.2 に示す。また, 計算セルの分割法について Table 5.3, Table 5.4 に示す。

Table C-1 Input Parameters for Parametric Calculations (Benard cells)

Case	Number of Cells	$T_h^{a)}$ ($^{\circ}\text{C}$)	TMAX (s)	DT (s)	$\epsilon^{b)}$		Relax. Coeff. $c^{c)}$			Over-relax. Coeff.			
					SOR	Oth.	U	V	P	U	V	P	B
A-1	4×10	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-2	4×11	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-3	3×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-4	4×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-5	6×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-6	8×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-7	10×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-8	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A-9	14×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-1	12×17	0.3	300	0.1	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-2	12×17	0.3	300	0.3	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-3	12×17	0.3	300	0.5	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-4	12×17	0.3	300	0.8	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-5	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-6	12×17	0.3	300	2.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-7	12×17	0.3	300	4.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
B-8	12×17	0.3	300	10.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-1	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻²	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-2	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-3	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-4	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻⁵	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-5	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻²	10 ⁻¹	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-6	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-7	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
C-8	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻⁵	10 ⁻⁴	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
D-1	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.7	1.0
D-2	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.9	0.9	0.9	1.0	1.0	1.7	1.0
D-3	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
D-4	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.7	0.7	0.7	1.0	1.0	1.7	1.0
D-5	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.6	0.6	0.6	1.0	1.0	1.7	1.0
D-6	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.5	0.5	0.5	1.0	1.0	1.7	1.0
D-7	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.5	0.5	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0

a) Temperature of heated surface

b) SOR: EPSSOR, Oth.: EPSMAS, EPSMOM, EPSU, EPSV, and EPSE

c) Enthalpy is not relaxed in this version (Ver. 0.1)

Case A : Parametric calculations for understanding the effect of cell distribution

Case B : Parametric calculations for understanding the effect of time-step

Case C : Parametric calculations for understanding the effect of convergence condition

Case D : Parametric calculations for understanding the effect of relaxation factor

Table C-1(continued) Input Parameters for Parametric Calculations(Benard cells)

Case	Number of Cells	T _h (°C)	TMAX (s)	DT (s)	ε		Relax. Coeff.			Over-relax. Coeff.			
					SOR	Oth.	U	V	P	U	V	P	E
E-1	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0
E-2	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.2	1.2	1.2	1.2
E-3	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.5	1.5	1.5	1.5
E-4	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.8	1.8	1.8	1.8
E-5	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0
E-6	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.3	1.3	1.0	1.0
E-7	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.3	1.0
E-8	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.3
E-9	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0
E-10	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.3	1.0
E-11	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.5	1.0
E-12	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.6	1.0
E-13	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
E-14	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.8	1.0
E-15	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.9	1.0
F-1	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
F-2	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
F-3	17×12	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
F-4	17×12	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-1	12×17	1.0	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-2	14×39	1.0	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-3	12×17	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-4	14×39	0.3	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-5	12×17	0.12	500	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-6	14×39	0.12	500	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-7	12×17	0.05	3600	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-8	14×39	0.05	3600	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-9	12×17	3.0	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-10	14×39	3.0	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
G-11	12×17	30.0	300	1.0	10 ⁻³	10 ⁻²	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0

Case E : Parametric calculations for understanding the effect of over-relaxation factor

Case F : Parametric calculations for understanding the effect of calculational direction

Case G : Parametric calculations for understanding the effect of Rayleigh number

Table C-2 Input Parameters for Parametric Calculations(horizontal plane)

Case	Number of Cells	T _h ^{d)} (°C)	TMAX (s)	DT (s)	ε		Relax. Coeff.			Over-relax. Coeff.			
					SOR	Oth.	U	V	P	U	V	P	E
A'-1	10×10	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-2	10×11	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-3	10×11	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-4	11×13	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-5	12×15	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-6	13×17	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-7	14×19	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-8	15×21	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0
A'-9	16×23	3.0	500	1.0	10 ⁻⁴	10 ⁻³	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	1.7	1.0

d) Temperature of heated surface (only 0.8m around the center)

Case A': Parametric calculations for understanding the effect of cell distribution

Table C-3 Distribution of Computational Cells(Benard cells)

Cells	Distribution for X-direction	Distribution for Y-direction
4 × 10	4 × 0.05(m)	10 × 0.1(m)
4 × 11	4 × 0.05	5 × 0.09, 0.15 × 0.09
3 × 17	0.07, 0.06, 0.07	2 × 0.05, 6 × 0.06, 0.08, 6 × 0.06, 2 × 0.05
4 × 17	4 × 0.05	
6 × 17	2 × 0.025, 2 × 0.05, 2 × 0.025	
8 × 17	2 × 0.0125, 0.025, 2 × 0.05, 0.025, 2 × 0.0125	
10 × 17	2 × 0.00625, 0.0125, 0.025, 2 × 0.05, 0.025, 0.0125, 2 × 0.00625	
12 × 17	2 × 0.003125, 0.00625, 0.0125, 0.025, 2 × 0.05, 0.025, 0.0125, 0.00625, 2 × 0.003125	
14 × 39	2 × 0.003125, 0.00625, 0.0125, 6 × 0.025, 0.0125, 0.00625, 2 × 0.003125	

Table C-4 Distribution of Computational Cells(horizontal plane)

Cells	Distribution for X-direction	Distribution for Y-direction
10×10	10×0.1	10×0.1
10×11	10×0.1	0.1, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 0.1
11×13	2×0.05, 9×0.1	2×0.05, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 2×0.05
12×15	2×0.025, 0.05, 9×0.01	2×0.025, 0.05, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 0.05, 2×0.025
13×17	2×0.0125, 0.025, 0.05, 9×0.1	2×0.0125, 0.025, 0.05, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 0.05, 0.025, 2×0.0125
14×19	2×0.00625, 0.0125, 0.025, 0.05, 9×0.1	2×0.00625, 0.0125, 0.025, 0.05, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 0.05, 0.025, 0.0125, 2×0.00625
15×21	2×0.003125, 0.00625, 0.0125, 0.025, 0.05, 9×0.1	2×0.003125, 0.00625, 0.0125, 0.025, 0.05, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 0.05, 0.025, 0.0125, 0.00625, 2×0.003125
16×23	2×0.0015625, 0.003125, 0.00625, 0.0125, 0.025, 0.05, 9×0.1	2×0.0015625, 0.003125, 0.00625, 0.0125, 0.025, 0.05, 4×0.09, 0.08, 4×0.09, 0.05, 0.025, 0.0125, 0.00625, 0.003125, 2×0.0015625