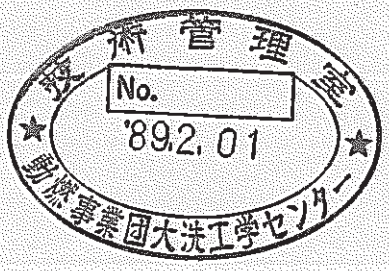
PNC TN9410 88-139

流動伝熱応力解析コードPEGASUSの開発(第3報)



1988年8月

技術資料コード

開示区分	レポートNo.
T	N9410 88-139

この資料は 図書室保存資料です
閲覧には技術資料閲覧票が必要です

動力炉・核燃料開発事業団大洗工学センター技術管理室

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については，下記にお問い合わせください。
〒311-13　茨城県東茨城郡大洗町成田町4002
動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター　システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団（Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation）

PNC TN9410 88-139
1 9 8 8 年 8 月

流動伝熱応力解析コードPEGASUSの開発(第3報)

谷川 雅之* 松岡 敏夫**
渡士 克己* 今津 彰*

要 旨

有限要素法による簡易流動伝熱応力解析コードPEGASUSの粘性流れを含む流動伝熱問題に対する適用性について検討を行った結果を報告する。

粘性流れ問題に対する適用性を検討するための例題として，構造物強度確性試験施設(TTS)において熱過渡強度試験が実施された「もんじゅ」炉容器モデル供試体の他，基礎的な例題も含めて10題程度を設定した。これらの例題について解析を行い，理論解，実験値，他コードによる解析結果等との比較を行った。

検討の結果，層流域の問題については充分な精度の解が得られること，乱流域の問題についても流体の物性値に適当な値を設定することにより近似的な解の得られることがわかった。また，「もんじゅ」炉容器モデル供試体の解析では，ホットショック初期に高温のナトリウムが逆流する現象に対し定性的な解の得られることが確認された。

今後の課題としては，計算時間短縮のための解析技法の開発，乱流を近似するための物性値設定法の検討が考えられる。

* 機器構造開発部 構造工学室
** ニュークリア データ (株)

PNC TN9410 88-139
Aug. 1988

Development of Thermo-hydraulic-stress Analysis Code PEGASUS (3)

M. Tanigawa*, T. Matsuoka**,
K. Watashi* and A. Imazu*

Abstract

A simplified thermo-hydraulic-stress analysis code PEGASUS was verified in its applicability to viscous flow examples.

The "MONJU" reactor vessel model tested at "Thermal Transient Test Facility for Structures (TTS)" was selected as one of the examples. Other nine examples including basic and practical ones were also analyzed. Verification of PEGASUS code was performed comparing the results from PEGASUS code with those from theoretical solutions, experimental data, and the other codes.

Results obtained from the comparison are as follows. PEGASUS code gives accurate solutions for laminar viscous flow, and approximate solutions for turbulent viscous flow with adequate value of eddy diffusivity of momentum. In the example of the "MONJU" reactor vessel model the counter flow of hot sodium caused by its buoyancy was found to be analyzed qualitatively.

The future problems found in this study are that viscous flow analysis needs much CPU time for the calculation and includes complexity to determine the appropriate fluid properties for turbulent flow.

* Structural Engineering Section, Systems and Components Development Division.

** Nuclear Data Corporation.

目　　次

表リスト …… Ⅳ
図リスト …… Ⅴ
記号の説明 …… Ⅷ
1. 緒言 …… 1
2. 解析手法 …… 2
2.1 解析モデル …… 2
2.2 定式化における仮定 …… 2
2.3 ポテンシャル流体 …… 3
2.4 粘性流体 …… 5
2.5 構造体の弾性熱応力解析 …… 13
2.6 時間積分法 …… 18
2.7 輻射の取扱い …… 20
2.8 PEGASUSのシステム構成 …… 21
3. 粘性流れの流動伝熱に関する例題 …… 26
3.1 理論解による検証 …… 27
3.2 内部流れ …… 38
3.3 ステップを通過する流れ …… 52
3.4 2次元プレナム流れ …… 59
3.5 T型流路における流れ …… 68
3.6 2重円管内の対流 …… 76
3.7 まとめ …… 82
4. TTS「もんじゅ」炉容器供試体の流動伝熱解析 …… 83
4.1 解析モデル …… 83
4.2 定常状態の解析 …… 83
4.3 過渡状態の解析 …… 85
4.4 考察 …… 86
4.5 まとめ …… 88
5. 結言 …… 123

謝辞 …… 124
参考文献 …… 125
付録
A. 1 NAGAREによる「もんじゅ」炉容器供試体の解析 …… 128
A. 2 熱通過率の算出 …… 138
A. 3 PEGASUSにおける物性値入力と単位系 …… 138

表　リ　ス　ト

Table 3.1　例題解析計算時間一覧 …… 26
Table 4.1　材料物性値（ナトリウム） …… 90
Table 4.2　材料物性値（SUS 304） …… 91
Table 4.3　解析モデル一覧 …… 91
Table 4.4　解析ケース一覧 …… 92
Table 4.5　解析ケースとCPU時間 …… 92
Table A.1.1　ナトリウム物性値（420℃相当） …… 128
Table A.3.1　水の物性値 …… 139
Table A.3.2　空気の物性値 …… 140
Table A.3.3　ナトリウムの物性値 …… 141

図　リ　ス　ト

Fig. 2.1　PEGASUSで取り扱う解析モデル …… 22
Fig. 2.2　ポテンシャル流れ解析における定式化の流れ …… 23
Fig. 2.3　粘性流れ解析における定式化の流れ …… 24
Fig. 2.4　エンクロージャー理論による輻射の解析 …… 21
Fig. 2.5　PEGASUSのシステム構成 …… 25
Fig. 3.1.1　要素分割及び境界条件（例題1－1　平行無限平板間の流れ） …… 30
Fig. 3.1.2　流速ベクトル図（例題1−1 平行無限平板間の流れ） …… 30
Fig. 3.1.3　要素分割および境界条件（例題1−2 ポアゾイユ流れ） …… 33
Fig. 3.1.4　流速ベクトル図（例題1−2 ポアゾイユ流れ） …… 33
Fig. 3.1.5　軸方向流速uの半径方向分布（例題1−2 ポアゾイユ流れ） …… 34
Fig. 3.1.6　要素分割および境界条件（例題1−3 ハメル流れ） …… 36
Fig. 3.1.7　流速ベクトル図（例題1−3 ハメル流れ） …… 36
Fig. 3.1.8　流速分布図（例題1−3 ハメル流れ） …… 37
Fig. 3.2.1　要素分割および境界条件（例題2−1 強制対流） …… 41
Fig. 3.2.2　時間増分の履歴（例題2−1 強制対流） …… 41
Fig. 3.2.3　流速ベクトル図（例題2−1 強制対流） …… 42
Fig. 3.2.4　流速分布図（例題2−1 強制対流） …… 43
Fig. 3.2.5　要素分割および境界条件（例題2−2 自然対流） …… 48
Fig. 3.2.6　流速ベクトル図（例題2−2 自然対流） …… 49
Fig. 3.2.7　温度コンター図（例題2−2 自然対流） …… 49
Fig. 3.2.8　流速uの分布（例題2−2 自然対流） …… 50
Fig. 3.2.9　流速vの分布（例題2−2 自然対流） …… 50
Fig. 3.2.10　温度分布（例題2−2 自然対流） …… 51
Fig. 3.3.1　要素分割および境界条件（例題3 ステップを通過する流れ） …… 54
Fig. 3.3.2(a)　流速ベクトル図（例題3 ステップを通過する流れ Re＝240） …… 55
Fig. 3.3.2(b)　流速ベクトル図（例題3 ステップを通過する流れ Re＝240） …… 56
Fig. 3.3.3　流速ベクトル図（例題3 ステップを通過する流れ Re＝1） …… 54
Fig. 3.3.4(a)　流速ベクトル図（例題3 ステップを通過する流れ Re＝1000） …… 57
Fig. 3.3.4(b)　流速ベクトル図（例題3 ステップを通過する流れ Re＝1000） …… 58
Fig. 3.4.1　要素分割および境界条件（例題4 2次元プレナム流れ） …… 61
Fig. 3.4.2　熱過渡条件（例題4 2次元プレナム流れ） …… 61

Fig. 3.4.3　時間増分の履歴（例題4　2次元プレナム流れ）…… 62
Fig. 3.4.4(a)　流速ベクトル図（例題4　2次元プレナム流れ）…… 63
Fig. 3.4.4(b)　流速ベクトル図（例題4　2次元プレナム流れ）…… 64
Fig. 3.4.5(a)　温度コンター図（例題4　2次元プレナム流れ）…… 65
Fig. 3.4.5(b)　温度コンター図（例題4　2次元プレナム流れ）…… 66
Fig. 3.4.6　定常状態における流速ベクトル図の比較（例題4　2次元プレナム流れ）…… 67
Fig. 3.5.1　要素分割および境界条件（例題5　T型流路の流れ）…… 70
Fig. 3.5.2　時間増分の履歴（例題5　T型流路の流れ）…… 71
Fig. 3.5.3　流速ベクトル図（例題5　T型流路の流れ）…… 72
Fig. 3.5.4　温度コンター図（例題5　T型流路の流れ）…… 73
Fig. 3.5.5(a)　温度変化図（例題5　T型流路の流れ）…… 74
Fig. 3.5.5(b)　温度変化図（例題5　T型流路の流れ）…… 74
Fig. 3.5.6　出口部温度変化の比較（例題5　T型流路の流れ）…… 75
Fig. 3.6.1　要素分割および境界条件（例題6　2重管内の対流）…… 78
Fig. 3.6.2　時間増分の履歴（例題6　2重円管内の対流）…… 78
Fig. 3.6.3　流速ベクトル図（例題6　2重円管内の対流）…… 79
Fig. 3.6.4　温度コンター図（例題6　2重円管内の対流）…… 80
Fig. 3.6.5　定常時温度分布の比較（例題6　2重円管内の対流）…… 81
Fig. 4.1　「もんじゅ」炉容器供試体寸法図 …… 93
Fig. 4.2　要素分割図（モデル1） …… 94
Fig. 4.3　流動に関する境界条件 …… 95
Fig. 4.4　供試体における伝熱境界条件 …… 96
Fig. 4.5　解析で用いた伝熱に関する境界条件 …… 97
Fig. 4.6　供試体入口におけるナトリウム温度変化 …… 98
Fig. 4.7　流速ベクトル図（等温非定常解析） …… 99
Fig. 4.8(a)　流速ベクトル図（CASE1）…… 100
Fig. 4.8(b)　流速ベクトル図（CASE1）…… 101
Fig. 4.9(a)　温度コンター図（CASE1）…… 102
Fig. 4.9(b)　温度コンター図（CASE1）…… 103
Fig. 4.10　「もんじゅ」炉容器供試体熱電対取付け位置 …… 104
Fig. 4.11(a)　温度時刻歴（TE－A1）…… 105
Fig. 4.11(b)　温度時刻歴（TE－C10）…… 105
Fig. 4.11(c)　温度時刻歴（TE－C20）…… 106
Fig. 4.11(d)　温度時刻歴（TE－C25）…… 106

Fig. 4.11(e) 温度時刻歴（TE-B1） …… 107
Fig. 4.12 要素分割図（モデル2～5 流体部） …… 108
Fig. 4.13 要素分割が流況に及ぼす影響（等温，Re=1000, t=4秒，モデル2,3）…… 109
Fig. 4.14 要素分割が流況に及ぼす影響（等温，Re=3000, t=2秒，モデル3,5）…… 110
Fig. 4.15 レイノルズ数が流況に及ぼす影響（モデル3，等温，t=2秒） …… 111
Fig. 4.16 レイノルズ数が流況に及ぼす影響（モデル5，等温，t=2秒） …… 112
Fig. 4.17 出口部形状が流況に及ぼす影響（等温，Re=1000，t=2秒） …… 113
Fig. 4.18(a) 流速ベクトル図（モデル2） …… 114
Fig. 4.18(b) 流速ベクトル図（モデル2） …… 115
Fig. 4.19(a) 温度コンター図（モデル2） …… 116
Fig. 4.19(b) 温度コンター図（モデル2） …… 117
Fig. 4.20(a) 流速ベクトル図（モデル3） …… 118
Fig. 4.20(b) 流速ベクトル図（モデル3） …… 119
Fig. 4.21(a) 温度コンター図（モデル3） …… 120
Fig. 4.21(b) 温度コンター図（モデル3） …… 121
Fig. 4.22 流速の乱れの履歴 …… 122
Fig.A. 1.1 要素分割図（NAGARE） …… 129
Fig.A. 1.2 流速ベクトル図（定常状態，NAGARE） …… 129
Fig.A. 1.3(a) 流速ベクトル図（NAGARE） …… 130
Fig.A. 1.3(b) 流速ベクトル図（NAGARE） …… 131
Fig.A. 1.3(c) 流速ベクトル図（NAGARE） …… 132
Fig.A. 1.3(d) 流速ベクトル図（NAGARE） …… 133
Fig.A. 1.4(a) 温度コンター図（NAGARE） …… 134
Fig.A. 1.4(b) 温度コンター図（NAGARE） …… 135
Fig.A. 1.4(c) 温度コンター図（NAGARE） …… 136
Fig.A. 1.4(d) 温度コンター図（NAGARE） …… 137

記 号 の 説 明

ρ	kg／mm^3	密度	
ν	mm^2／sec	動粘性係数	
μ	kg／mm・sec	粘性係数	$\mu=\rho\nu$
k	kcal／mm・sec・℃	熱伝導率	
C_p	kcal／kg・℃	等圧比熱	
β	1／℃	体積膨張率	
g	mm／sec^2	重力加速度	
U	mm／sec	代表速度	
L	mm	代表長さ	
ΔT	℃	代表温度差	
Re		レイノルズ数	Re＝UL／ν
Pr		プラントル数	Pr＝μC_p／k
Ra		レーリー数	Ra＝$\rho C_p \beta g \Delta TL^3/\nu k$
Pe		ペクレ数	Pe＝Re・Pr
Gr		グラスホフ数	Gr＝Ra／Pr
δ	mm	境界層厚さ	
x, y		直交Cartesian座標系	
z, r		軸対称座標系	
u	mm／sec	xまたはz方向流速	
v	mm／sec	yまたはr方向流速	
t	sec	時間	
P	kg／mm^2	圧力	
T	℃	温度	
h	kcal／mm^2・sec・℃	熱伝達係数	
T_c	℃	雰囲気温度	
$T_{\beta ref}$	℃	浮力0に対応する温度	
q_s	kcal／mm^3・sec	熱流束	
σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{xy}	kg／mm^2	応力成分	
F_x, F_y	kg	体積力	
ψ		流れ関数	
w		渦度	
$\overline{\varphi}$		流速，温度を記述する内挿関数	
$\overline{\phi}$		圧力を記述する内挿関数	

1. 緒　　言

PEGASUSは，有限要素法による簡易流動伝熱応力解析コードで，高速増殖炉各種機器の熱過渡試験体に対する熱的境界条件の設定および構造部の強度評価を目的として開発されたものである。

PEGASUSのもつ主な特徴は以下のとおりである。

- 流体と構造を連成させた流動伝熱解析および弾性応力解析を行うことができる。
- 取扱える流体は非圧縮性流体でポテンシャル流体および粘性流体の2種類である。ポテンシャル流体は非粘性渦なし流体である。また粘性流体には層流が仮定されている。
- 解析モデルは2次元で，平面問題および軸対称問題の解析が可能である。
- 有限要素法を用いているため任意形状の境界をモデル化することができる。

PEGASUSの開発の経緯については第1報[1]でポテンシャル流体を対象としたプログラムの開発，第2報[2]で粘性流れ機能等の追加について述べられている。本報告書ではプログラム開発の基礎となった理論等についてまとめるとともに，基礎的および実際的な例題に適用し機能の検証を行った結果について述べる。

2. 解 析 手 法

2.1 解析モデル

PEGASUSはFig.2.1に示すように構造物1と構造物2で囲まれた空間内を流れる流体と構造物との熱の収支を考慮し，流体部の流動伝熱解析と構造部の熱伝導解析を連成させて解析を行うことができるプログラムである。流体部と構造部を熱的に連成させる方法として熱伝達境界において構造部の温度を雰囲気温度とした流体部の流動伝熱解析と流体部の温度を雰囲気温度とした構造部の熱伝導解析を交互に行う方法を用いている。また構造部の熱伝導解析で得られた温度分布をもとに弾性応力解析を行うことができる。解析で使用することのできる有限要素の種類は以下のとおりである。

3節点3角形平面要素　（4積分点）
4節点4角形平面要素　（5積分点）
3節点3角形軸対称要素　（4積分点）
4節点4角形軸対称要素　（5積分点）
2節点軸対称シェル要素　（構造部のみ）

2.2 定式化における仮定

(1) 流体部における流動伝熱解析

＜ポテンシャル流体，粘性流体共通＞

ⅰ）流体は非圧縮性である。
ⅱ）内部発熱は無いものとする。
ⅲ）自由液面は取扱わないものとする。
ⅳ）構造部に対する伝熱は熱伝達によるものとする。

＜ポテンシャル流体＞

ⅰ）流体は非粘性である。
ⅱ）流体は非回転である。（渦無し流れ）
ⅲ）圧力差による力は考慮しないものとする。
ⅳ）体積力による力は考慮しないものとする。

＜粘性流体＞

ⅰ）等方ニュートン流体の構成式に従う粘性流体とする。
ⅱ）流れは層流とする。
ⅲ）浮力の効果はブジネスク近似により考慮する。

(2) 構造部における熱伝導解析

ⅰ) 流体部に対する伝熱は熱伝達によるものとする。

ⅱ) 内部発熱は無いものとする。

ⅲ) 流体と接していない境界は断熱又は温度指定境界とする。

(3) 応力解析

ⅰ) 弾性変形とする。

ⅱ) 内圧，構造物の自重以外の外力は働らかないものとする。

2.3 ポテンシャル流体

ポテンシャル流体は連続の式と渦度0の条件式で記述され，流れ関数のLaplace方程式に帰着される。以下に基礎方程式とその定式化を2次元平面問題および軸対称問題について示す。

また，Fig. 2.2に定式化の流れ図を示す。定式化で用いる記号の説明は巻頭にまとめて示されている。

① 2次元平面問題

2次元平面問題では，流体が非圧縮性，非粘性であると仮定すると，連続の方程式は，

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (2.1)$$

ここで， u ：x方向流速

v ：y方向流速

であり，流れ関数ψを用いて

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (2.2)$$

とおけば，連続の方程式は，自動的に満足される。

渦度wは，

$$w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \qquad (2.3)$$

で表わされ，渦無し流れでは，

$$w = 0 \qquad (2.4)$$

であるので，(2.2)，(2.3)，(2.4)式より

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \qquad (2.5)$$

となる。同式はLaplace方程式であり汎関数の変分は，

$$\delta \Pi = \int\int \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \delta \psi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \delta \psi}{\partial y} \right) dxdy \qquad (2.6)$$

となり，変分原理を適用することにより離散化が行なわれる。

熱流動に関する基礎方程式は，

$$C_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \qquad (2.7)$$

で表わされ，境界条件は，

$$T = \widetilde{T}(t) \quad (\text{境界}\Omega_1\text{において}) \qquad (2.8)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_c - T) \quad (\text{境界}\Omega_2\text{において}) \qquad (2.9)$$

ここで，　$\widetilde{T}(t)$：境界Ω_1で規定される温度

T_c　：境界Ω_2における構造部の温度

s　：境界Ω_2に沿った方向

n　：境界Ω_2に垂直となる方向

Ω_1　：流体流入部（温度規定境界）

Ω_2　：流体部と構造部の間の熱伝達境界

である。（2.7），（2.8），（2.9）式に対する汎関数の変分は，

$$\delta \Pi = \int\int C_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \delta T \, dxdy$$

$$+ \int\int k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial \delta T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial \delta T}{\partial y} \right) dxdy - \int_{\Omega_2} h(T_c - T) \delta T \, ds \qquad (2.10)$$

となり変分原理を適用することにより離散化が行なわれる。

② 軸対称問題

軸対称問題では，2次元平面問題でのx－y 座標系を円筒座標系のz－r座標に変換した式が基礎式となる。

軸対称問題における連続の方程式は，

$$\frac{\partial (rv)}{r \partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

ここで　u：z 方向流速

v：r 方向流速

流れ関数ψを用いて

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

とおけば連続の方程式は自動的に満足される。

渦度 w は

$$w = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r}$$

で表わされ，渦無し流れでは

$$w = 0$$

となる。これらの関係からポテンシャル流れの基礎式である Laplace 方程式が導かれる。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \qquad (2.11)$$

上式の汎関数の変分は，

$$\delta \Pi = 2\pi \iint \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\frac{\partial \delta\psi}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial z}\frac{\partial \delta\psi}{\partial z} \right) r\,dr\,dz \qquad (2.12)$$

となる。

熱流動に関する基礎式は，

$$C_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial r} + v\frac{\partial T}{\partial z} \right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \qquad (2.13)$$

であり，境界条件は，(2.8)，(2.9) 式と同じで，汎関数の変分は，

$$\begin{aligned} \delta \Pi = {} & 2\pi \iint C_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial r} + v\frac{\partial T}{\partial z} \right) \delta T \; r\,dr\,dz \\ & + 2\pi \iint k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\frac{\partial \delta T}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial z}\frac{\partial \delta T}{\partial z} \right) r\,dr\,dz - 2\pi \int_{\Omega_2} h(T_c - T)\, r\,ds \end{aligned} \qquad (2.14)$$

となる。

このようにポテンシャル流体では，はじめに流れ関数について解くことにより各節点での流速が定まり，以後の流動伝熱解析では温度のみを未知数とした解析を行うことになる。

2.4 粘性流体

粘性流体は，質量保存則 (連続の式)，等方ニュートン流体を仮定した運動量保存則 (Navier－Stokes の式，x 方向 y 方向について 2 つの方程式)，エネルギ保存則の 4 つの基礎方程式と状態方程式により記述される。

未知数は，密度，流速 (2 成分)，圧力，温度の 5 種類となるが，非圧縮性を仮定しているため密度は一定となり状態方程式を解く必要はなくなる。

温度差に基づく浮力に対してはブジネスク近似を用いて取扱っている。ここでは 2 次元平面問題について基礎方程式と定式化について述べる。軸対称問題の場合も同様に取扱うことができる。

また，Fig. 2.3 には定式化の流れ図を示す。

なお式の表示の中で$\dot{u}$, $u_{,x}$等とあるのはそれぞれ$\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial u}{\partial x}$等を簡易に表示したものである。

2.4.1 基礎方程式

〔質量保存則〕

$$\dot{\rho} + (\rho u)_{,x} + (\rho v)_{,y} = 0 \qquad (2.15)$$

〔運動量保存則〕

$$\rho(\dot{u} + uu_{,x} + vu_{,y}) = \rho F_x + \sigma_{xx,x} + \sigma_{xy,y} \qquad (2.16)$$

$$\rho(\dot{v} + uv_{,x} + vv_{,y}) = \rho F_y + \sigma_{xy,x} + \sigma_{yy,y} \qquad (2.17)$$

右辺で定義される応力項は対象とする流体によって異なり，ここでは等方ニュートン流体を仮定する。等方ニュートン流体の定義は，

(1) 流体内における応力と歪は一次的に比例する。

(2) 流体には歪の異方性はない。

であり，この定義に従う粘性を考慮した等方ニュートン流体の構成方程式は，

$$\sigma_{xx} = -P + 2\mu u_{,x} + \lambda(u_{,x} + v_{,y}) \qquad (2.18)$$

$$\sigma_{yy} = -P + 2\mu v_{,y} + \lambda(u_{,x} + v_{,y}) \qquad (2.19)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu(u_{,y} + v_{,x}) \qquad (2.20)$$

ここで，λは第二粘性係数と呼ばれるものであり，一般的な流体の場合は，

$$3\lambda + 2\mu = 0 \qquad (2.21)$$

の関係があり，これらを(2.16)，(2.17)へ代入すれば，以下の式が得られる。

$$\rho(\dot{u}+uu_{,x}+vu_{,y}) = -P_{,x} + \rho F_x + \mu(u_{,xx}+u_{,yy}) + \frac{1}{3}\mu(u_{,x}+v_{,y})_{,x} \qquad (2.22)$$

$$\rho(\dot{v}+uv_{,x}+vv_{,y}) = -P_{,y} + \rho F_y + \mu(v_{,xx}+v_{,yy}) + \frac{1}{3}\mu(u_{,x}+v_{,y})_{,y} \qquad (2.23)$$

これらの式はナビエーストークスの運動方程式(Navier-Stokes' equation of motion)と呼ばれている。

〔エネルギー保存則〕

$$C_p\rho\{\dot{T} + uT_{,x} + vT_{,y}\} = q_s + (kT_{,x})_{,x} + (kT_{,y})_{,y} \qquad (2.24)$$

流体を記述するのに必要な変数として，密度ρ，流速の成分u，v，圧力P，温度Tの計5個があるが，これらは，4つの基礎方程式(2.15)，(2.22)，(2.23)，(2.24)と，状態方程式

$$P = \rho RT \qquad (2.25)$$

を用い，適当な境界条件と初期条件のもとで解くことにより求められる。

2.4.2 定 式 化

ここで扱う流体は，非圧縮性流体であるので(2.15)は，

$$u_{,x} + v_{,y} = 0 \qquad (2.26)$$

となる。

浮力に関してブジネスク近似を採用することにより，温度変化による密度変化は，

$$\rho = \rho_0 \{ 1 - \beta (T - T_{\beta ref}) \} \qquad (2.27)$$

の形で記述される。ここでρ_0は非圧縮性のもとに仮定される流体密度である。

(2.22)，(2.23)は，(2.26)，(2.27)を用い

$$\dot{u} + uu_{,x} + vu_{,y} = -\frac{1}{\rho} P_{,x} + \nu (u_{,xx} + u_{,yy}) + F_x + g_x \{ 1 - \beta (T - T_{\beta ref}) \} \qquad (2.28)$$

$$\dot{v} + uv_{,y} + vv_{,y} = -\frac{1}{\rho} P_{,y} + \nu (v_{,xx} + v_{,yy}) + F_y + g_y \{ 1 - \beta (T - T_{\beta ref}) \} \qquad (2.29)$$

ここでg_x，g_yは重力加速度のx方向成分，y方向成分である。

(2.24)は，

$$\dot{T} + uT_{,x} + vT_{,y} = \frac{k}{C_p \rho} (T_{,xx} + T_{,yy}) + \frac{1}{C_p \rho} q_s \qquad (2.30)$$

本コードでは密度一定を仮定している為，変数は計4個となり，状態方程式(2.25)を解く必要はなくなる。

2.4.3 境界条件

本コードで扱える境界条件は，下記の3条件である。

(1) 指定境界条件

$$u (x, y, t) = \tilde{U} (t) \qquad 境界 S_1 \qquad (2.31)$$

$$v (x, y, t) = \tilde{V} (t) \qquad 境界 S_2 \qquad (2.32)$$

$$T (x, y, t) = \tilde{T} (t) \qquad 境界 S_3 \qquad (2.33)$$

ここで，$\tilde{U}(t)$，$\tilde{V}(t)$，$\tilde{T}(t)$は境界で指定されるx方向流速，y方向流速，温度である。

(2) 熱伝達境界条件

$$q_s = h (T - T_c) \qquad 境界 S_4 \qquad (2.34)$$

(3) スリップ境界条件

$$u_n(x, y, t) = 0.0 \qquad \text{境界} S_5 \tag{2.35}$$

u_nは，境界面に垂直な流速成分を表わす。

2.4.4 初期条件

本コードでは，境界条件で指定されていない節点の流速は0に設定され，温度のみ一定値を入力することが可能である。熱流動解析における初期値の設定は，定常解析の結果を用いる。

2.4.5 離散値化[3],[4]

(1) ガラーキンの重み付き残差法

本プログラムでは，離散値化の手法としてガラーキンの重み付き残差法を用いている。

今有限個に分割された要素内においてある内挿関数が定義され，要素内の各状態量がその要素を構成している節点の状態量により一義的に決定されるものとする。

$$T(x, y, t) = \overline{\varphi}^T(X, Y) \cdot \overline{T}(t) \tag{2.36}$$

$$u(x, y, t) = \overline{\varphi}^T(X, Y) \cdot \overline{U}(t) \tag{2.37}$$

$$v(x, y, t) = \overline{\varphi}^T(X, Y) \cdot \overline{V}(t) \tag{2.38}$$

$$P(x, y, t) = \overline{\phi}^T(X, Y) \cdot \overline{P}(t) \tag{2.39}$$

ここで $\overline{T}$ ：各節点における温度を並べた列ベクトル

$\overline{U}, \overline{V}$： 〃 速度 〃

$\overline{P}$ ： 〃 圧力 〃

$\overline{\varphi}, \overline{\phi}$：内挿関数

本プログラムでは，温度・流速については同一の内挿関数を用い，圧力に関しては異なる内挿関数を用いている。

(2.36)～(2.39)を基礎方程式，(2.26)，(2.28)～(2.30)へ代入することにより，下記の残差を得る。

$$R_1 = \overline{\varphi}^T{}_{,x}\,\overline{U} + \overline{\varphi}^T{}_{,y}\,\overline{V} \tag{2.40}$$

$$R_2 = \overline{\varphi}^T\dot{\overline{U}} + u\overline{\varphi}^T_{,x}\overline{U} + v\overline{\varphi}^T_{,y}\overline{U} + \frac{1}{\rho}\overline{\phi}^T_{,x}\overline{P} - F_x - \nu(\overline{\varphi}^T_{,xx}\overline{U} + \overline{\varphi}^T_{,yy}\overline{U}) - g_x(1 + \beta T_{\beta ref}) + g_x\beta\overline{\varphi}^T\overline{T} \tag{2.41}$$

$$R_3 = \overline{\varphi}^T\dot{\overline{V}} + u\overline{\varphi}^T_{,x}\overline{V} + v\overline{\varphi}^T_{,y}\overline{V} + \frac{1}{\rho}\overline{\phi}^T_{,y}\overline{P} - F_y - \nu(\overline{\varphi}^T_{,xx}\overline{V} + \overline{\varphi}^T_{,yy}\overline{V}) - g_y(1 + \beta T_{\beta ref}) + g_y\beta\overline{\varphi}^T\overline{T} \tag{2.42}$$

$$R_4 = \overline{\varphi}^T \dot{\overline{T}} + u\overline{\varphi}_{,x}^T \cdot \overline{T} + v\overline{\varphi}_{,y}^T \cdot \overline{T} - \frac{k}{C_p \rho}(\overline{\varphi}_{,xx}^T \overline{T} + \overline{\varphi}_{,yy}^T \overline{T}) - \frac{1}{C_p \rho} q_s \qquad (2.43)$$

R_1 ～R_4に重みとして内挿関数を用い，領域の積分を実施しそれを0と置く。

$$\int_v \overline{\varphi} R_1 \, dV = \overline{0} \qquad (2.44)$$

$$\int_v \overline{\varphi} R_2 \, dV = \overline{0} \qquad (2.45)$$

$$\int_v \overline{\varphi} R_3 \, dV = \overline{0} \qquad (2.46)$$

$$\int_v \overline{\varphi} R_4 \, dV = \overline{0} \qquad (2.47)$$

（2.44）から（2.47）を展開するに当り，いくつかの項に対し以下に示すグリーンガウスの発散定理を用いて部分積分を実行する。

$$\int_v \overline{\varphi}\overline{\phi}_{,x}^T dV = \int_s (\overline{\varphi} \cdot \overline{\phi}^T)\vec{n} \, dS - \int_v \overline{\varphi}_{,x} \overline{\phi}^T dV \qquad (2.48)$$

$$\int_v \overline{\varphi}(\overline{\varphi}_{,xx}^T + \overline{\varphi}_{,yy}^T) dV = \int_s \overline{\varphi}(\overline{\varphi}_{,x}^T + \overline{\varphi}_{,y}^T)\vec{n} dS - \int_v (\overline{\varphi}_{,x} \overline{\varphi}_{,x}^T + \overline{\varphi}_{,y} \overline{\varphi}_{,y}^T) dV \qquad (2.49)$$

（2.48），（2.49）の関係を用いて，（2.44）～（2.47）を実行し，前節の境界条件も考慮に入れて整理すると，

$$\int_v \overline{\phi}\overline{\varphi}_{,x}^T dV \cdot \overline{U} + \int_v \overline{\phi}\overline{\varphi}_{,y}^T dV \cdot \overline{V} = \overline{0} \qquad (2.50)$$

$$\int \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dV \dot{\overline{U}} + \int_v \overline{\varphi} u \overline{\varphi}_{,x}^T dV \cdot \overline{U} + \int_v \overline{\varphi} v \overline{\varphi}_{,y}^T dV \overline{U} - \frac{1}{\rho}\int_v \overline{\varphi}_{,x} \overline{\phi}^T dV \overline{P}$$

$$+ \int_v \nu(\overline{\varphi}_{,x} \overline{\varphi}_{,x}^T + \overline{\varphi}_{,y} \overline{\varphi}_{,y}^T) dV \overline{U} + g_x \beta \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dV \overline{T}$$

$$= \int_v F_x \overline{\varphi} \, dV + \int_v g_x (1 + \beta T_{\beta ref}) \overline{\varphi} \, dV \qquad (2.51)$$

$$\int_v \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dV \dot{\overline{V}} + \int_v \overline{\varphi} u \overline{\varphi}_{,x}^T dV \cdot \overline{V} + \int_v \overline{\varphi} v \overline{\varphi}_{,y}^T dV \overline{V} - \frac{1}{\rho}\int_v \overline{\varphi}_{,y} \overline{\phi}^T dV \overline{P}$$

$$+ \int_v \nu(\overline{\varphi}_{,x} \overline{\varphi}_{,x}^T + \overline{\varphi}_{,y} \overline{\varphi}_{,y}^T) dV \overline{V} + g_y \beta \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dV \overline{T}$$

$$= \int_v F_y \overline{\varphi} \, dV + \int_v g_y (1 + \beta T_{\beta ref}) \overline{\varphi} \, dV \qquad (2.52)$$

$$\int_v \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dV \dot{\overline{T}} + \int_v \overline{\varphi} u \overline{\varphi}_{,x}^T dV \overline{T} + \int_v \overline{\varphi} v \overline{\varphi}_{,y}^T dV \overline{T} + \frac{1}{\rho}\int_v \frac{k}{C_p}(\overline{\varphi}_{,x} \overline{\varphi}_{,x}^T + \overline{\varphi}_{,y} \overline{\varphi}_{,y}^T) dV \overline{T}$$

$$+ \frac{1}{\rho}\int_s \frac{h}{C_p} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dS \cdot \overline{T} = \frac{1}{\rho}\int_s \frac{h}{C_p} T_c \overline{\varphi} \, dS \qquad (2.53)$$

となる。各積分量を以下のように定義する。

$$\underline{M} = \int_v \overline{\varphi}\overline{\varphi}^T dV \qquad (2.54)$$

$$\underline{K}_x = \underline{K}_y = \int_v \nu(\overline{\varphi}_{,x}\,\overline{\varphi}_{,x}^{T} + \overline{\varphi}_{,y}\,\overline{\varphi}_{,y}^{T})\,dV \qquad (2.55)$$

$$\underline{L} = \int_v \frac{k}{C_p \rho}(\overline{\varphi}_{,x}\,\overline{\varphi}_{,x}^{T} + \overline{\varphi}_{,y}\,\overline{\varphi}_{,y}^{T})\,dV \qquad (2.56)$$

$$\underline{A}_x = \int_v \overline{\varphi} u \overline{\varphi}_{,x}^{T}\,dV \qquad (2.57)$$

$$\underline{A}_y = \int_v \overline{\varphi} v \overline{\varphi}_{,y}^{T}\,dV \qquad (2.58)$$

$$\underline{C}_x = \int_v \frac{1}{\rho}\overline{\varphi}_{,x}\overline{\phi}^{T}\,dV \qquad (2.59)$$

$$\underline{C}_y = \int_v \frac{1}{\rho}\overline{\varphi}_{,y}\overline{\phi}^{T}\,dV \qquad (2.60)$$

$$\underline{B}_x = \int_v g_x \beta \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T}\,dV \qquad (2.61)$$

$$\underline{B}_y = \int_v g_y \beta \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T}\,dV \qquad (2.62)$$

$$\underline{H} = \int_s \frac{h}{C_p \rho}\overline{\varphi}\,\overline{\varphi}^{T}\,dS \qquad (2.63)$$

$$\overline{F}_x = \int_v F_x \overline{\varphi}\,dV + \int_v g_x (1 + \beta T_{\beta ref})\overline{\varphi}\,dV \qquad (2.64)$$

$$\overline{F}_y = \int_v F_y \overline{\varphi}\,dV + \int_v g_y (1 + \beta T_{\beta ref})\overline{\varphi}\,dV \qquad (2.65)$$

$$\overline{G} = \int_s \frac{h}{C_p \rho} T_c \overline{\varphi}\,dS \qquad (2.66)$$

(2.50)～(2.53)は，

$$\begin{pmatrix} \underline{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\overline{U}} \\ \dot{\overline{V}} \\ \dot{\overline{T}} \\ \dot{\overline{P}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{K}_x & 0 & 0 & -\underline{C}_x \\ 0 & \underline{K}_y & 0 & -\underline{C}_y \\ 0 & 0 & \underline{L}+\underline{H} & 0 \\ -\underline{C}_x^{T} & -\underline{C}_y^{T} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{U} \\ \overline{V} \\ \overline{T} \\ \overline{P} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \underline{A}_x + \underline{A}_y & 0 & \underline{B}_x & 0 \\ 0 & \underline{A}_x + \underline{A}_y & \underline{B}_y & 0 \\ 0 & 0 & \underline{A}_x + \underline{A}_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{U} \\ \overline{V} \\ \overline{T} \\ \overline{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{F}_x \\ \overline{F}_y \\ \overline{G} \\ O \end{pmatrix} \qquad (2.67)$$

となる。(2.67)において，左辺の第3項は非対称行列であり，そのままで解くことは計算に要する時間，記憶領域の観点から好ましくないので下記の様に変形する。

浮力項$\underline{B}_x$，$\underline{B}_y$は前ステップの温度$\widetilde{T}$を用いて右辺の外力項へ出す。すなわち，

$$\overline{F_x} = \int_v F_x \overline{\varphi}\, dV + \int_v g_x \{ 1 - \beta(\widetilde{T} - T_{\beta ref}) \} \overline{\varphi}\, dV \qquad (2.68)$$

$$\overline{F_y} = \int_v F_y \overline{\varphi}\, dV + \int_v g_y \{ 1 - \beta(\widetilde{T} - T_{\beta ref}) \} \overline{\varphi}\, dV \qquad (2.69)$$

次に対流項に関しては，Mohr の定式化を用いる。

(2.67) において対流成分のみを取り出し速度 $\overline{U}$ に注目すると，

$$\begin{aligned} (\underline{A_x} + \underline{A_y}) \overline{U} &= \{ \int_v \overline{\varphi} u \overline{\varphi}_{,x}^{T} dV + \int_v \overline{\varphi} v \overline{\varphi}_{,y}^{T} dV \} \overline{U} \\ &= \int_v \overline{\varphi} u u_{,x}\, dV + \int_v \overline{\varphi} v u_{,y}\, dV \\ &= \int_v u_{,x} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV \overline{U} + \int_v u_{,y} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV \overline{V} \end{aligned} \qquad (2.70)$$

と変形でき，同様に $\overline{V}$, $\overline{T}$ に関しても変形すると，浮力項を右辺へ移した後の (2.67) 左辺第3項は，

$$\begin{pmatrix} \int_v u_{,x} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV & \int_v u_{,y} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV & 0 & 0 \\ \int_v v_{,x} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV & \int_v v_{,y} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV & 0 & 0 \\ \int_v T_{,x} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV & \int_v T_{,y} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2.71)$$

となる。さらに非対称項を前ステップの値を用いて右辺へ移行すると右辺は，

$$\overline{F_x} = (2.68) - \int_v \widetilde{u}_{,y} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV \widetilde{V} \qquad (2.72)$$

$$\overline{F_y} = (2.69) - \int_v \widetilde{v}_{,x} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV \widetilde{U} \qquad (2.73)$$

$$\overline{G} = (2.66) - \int_v \widetilde{T}_{,x} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV \widetilde{U} - \int_v \widetilde{T}_{,y} \overline{\varphi}\overline{\varphi}^{T} dV \widetilde{V} \qquad (2.74)$$

となる。

(2) ペナルティ法[5]

(2.67) において圧力に対応する対角項が $\overline{0}$ となっている為数値解析上誤差が大きくなる問題がある。そこでここでは以下に述べるペナルティ法を適用することにより連続の式 (2.26) を離散化する。

ペナルティ数 ε を導入することにより (2.26) を次の様に変形する。

$$u_{,x} + v_{,y} = -\varepsilon P \qquad (2.75)$$

ここで ε は $10^{-6} \sim 10^{-9}$ 程度の値であり，$\varepsilon \to 0$ の場合に (2.26) が成立する。前節と同様にガラーキンの重み付き残差法を用いて

$$\int_v \bar{\phi}\,\bar{\varphi}_{,x}^{T}\,dV\bar{U} + \int_v \bar{\phi}\,\bar{\varphi}_{,y}^{T}\,dV\bar{V} = -\varepsilon \int_v \bar{\phi}\,\bar{\phi}^{T}\,dV\bar{P} \qquad (2.76)$$

となる。(2.59), (2.60) および

$$\underline{M}_p = \int_v \frac{1}{\rho}\bar{\varphi}\,\bar{\varphi}^{T}\,dV \qquad (2.77)$$

を定義することにより, (2.76) は,

$$\underline{C}_x^{T}\cdot\bar{U} + \underline{C}_y^{T}\cdot\bar{V} = -\varepsilon\,\underline{M}_p\bar{P} \qquad (2.78)$$

よって

$$\bar{P} = -\frac{1}{\varepsilon}\,\underline{M}_p^{-1}\,(\underline{C}_x^{T}\bar{U} + \underline{C}_y^{T}\bar{V}) \qquad (2.79)$$

で表わされる。(2.79) を用いて (2.67) より $\bar{P}$ を消去すると,

$$\begin{pmatrix} \underline{M} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{M} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{\bar{U}} \\ \dot{\bar{V}} \\ \dot{\bar{T}} \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} \underline{K}+\underline{K}_{PX} & \underline{K}_{PXY} & 0 \\ \underline{K}_{PXY}^{T} & \underline{K}+\underline{K}_{Py} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{L}+\underline{H} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \bar{U} \\ \bar{V} \\ \bar{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{G} \end{pmatrix} \qquad (2.80)$$

ここで

$$\underline{K}_{PX} = \frac{1}{\varepsilon}\int_v \underline{C}_x\,\underline{M}_p^{-1}\,\underline{C}_x^{T}\,dV \qquad (2.81)$$

$$\underline{K}_{Py} = \frac{1}{\varepsilon}\int_v \underline{C}_y\,\underline{M}_p^{-1}\,\underline{C}_y^{T}\,dV \qquad (2.82)$$

$$\underline{K}_{PXY} = \frac{1}{\varepsilon}\int_v \underline{C}_x\,\underline{M}_p^{-1}\,\underline{C}_y^{T}\,dV \qquad (2.83)$$

である。圧力 P は, (2.80) で解かれた u, v を用いて

$$P = -\frac{1}{\varepsilon}\,(u_{,x} + v_{,y}) \qquad (2.84)$$

として求められる。

2.5 構造体の弾性熱応力解析

熱応力解析において用いられている基礎方程式について，2次元平面問題と，軸対称問題のそれぞれに対して，以下に述べる。

① 2次元平面問題

2次元平面問題に対する変位－ひずみ関係，応力－ひずみ関係および離散化のための変分原理を示す。

変位－ひずみ関係式は

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u_x / \partial x \\ \partial u_y / \partial y \\ \partial u_y / \partial x + \partial u_x / \partial y \end{Bmatrix} - \alpha \begin{Bmatrix} T - T_0 \\ T - T_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (2.85)$$

で表わされ，ここにおいて，

u_x ：x方向変位

u_y ：y方向変位

ε_x ：x方向ひずみ

ε_y ：y方向ひずみ

γ_{xy} ：せん断ひずみ

α ：線膨張率

T ：温度

T_0 ：基準温度

である。応力－ひずみ関係式は，

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \varepsilon \} \qquad (2.86)$$

で表わされ，ここにおいて

$$\{ \sigma \} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \{ \varepsilon \} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (2.87)$$

であり，平面応力の場合

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \qquad (2.88)$$

平面ひずみの場合

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2(1-\nu) \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

ここで，　σ_x：x方向応力

σ_y：y方向応力

τ_{xy}：せん断応力

E　：ヤング率

ν　：ポアソン比

である。

境界Ω_1における力のつりあいより，次式が成り立つ。

$$\begin{cases} \ell \cdot \sigma_x + m \cdot \tau_{xy} - \bar{T}_x = 0 \\ m \cdot \sigma_y + \ell \cdot \tau_{xy} - \bar{T}_y = 0 \end{cases} \quad (2.90)$$

ここにおいて

ℓ　：境界法線に対してのx方向余弦

m　：境界法線に対してのy方向余弦

$\bar{T}_x$：x方向表面力

$\bar{T}_y$：y方向表面力

である。

仮想仕事の原理より

$$\iint (\sigma_x \delta\varepsilon_x + \sigma_y \delta\varepsilon_y + \tau_{xy} \delta\gamma_{xy}) dxdy - \int_{\Omega_1} (\delta u \cdot \bar{T}_x + \delta v \cdot \bar{T}_y) dS = 0 \quad (2.91)$$

と表わされ，離散化が行なわれる。

② 軸対称問題

軸対称問題に対する変位－ひずみ関係，応力－ひずみ関係を示す。離散化の方法は2次元平面問題の場合と同様である。

変位ひずみ関係式は

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u_r / \partial r \\ \partial u_z / \partial z \\ u_r / r \\ \partial u_r / \partial z + \partial u_z / \partial r \end{Bmatrix} - \alpha \begin{Bmatrix} T - T_0 \\ T - T_0 \\ T - T_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.92)$$

で表わされ，

u_r ： r 方向変位

u_z ： z 方向変位

ε_r ： r 方向ひずみ

ε_z ： z 方向ひずみ

ε_θ ： θ 方向ひずみ

γ_{rz} ： せん断ひずみ

である。応力ひずみ関係式は，

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

で表わされ，ここにおいて

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \tag{2.93}$$

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \tag{2.94}$$

ここで， σ_r ： r 方向応力

σ_z ： z 方向応力

σ_θ ： θ 方向応力

τ_{rz} ： せん断応力

である。

③ シェル要素を用いた軸対称問題

(a) 熱伝導解析

伝熱シェル要素では，層方向に温度が一様で軸方向に線形な温度分布を持つ形状関数とした。

$$[N] = \left\{ \frac{1}{2}(1-\xi), \frac{1}{2}(1+\xi) \right\} \quad \xi = \frac{s}{\ell} (-\ell \leq s \leq \ell) \tag{2.95}$$

ここにおいて

s ；接線方向座標

ℓ ；シェルの長さ

である。温度場Tは，節点温度｛ $\phi(t)$ ｝により，

$$T(s,t)=[N]\{\phi(t)\} \qquad (2.96)$$

と表わされ，伝熱の支配方程式は，

$$[K]\{\phi\}+[C]\{\phi_{,t}\}=\{f\} \qquad (2.97)$$

となり各マトリックスは下記により与えられる。

熱伝導マトリックス

$$[K]=\int\int k([N]^T_{,r}[N]_{,r}+[N]^T_{,z}[N]_{,z})rdrdz \qquad (2.98)$$

熱容量マトリックス

$$[C]=\int\int C_p\rho\,[N]^T[N]\,rdrdz \qquad (2.99)$$

荷重ベクトル

$$\{f\}=\int\int \dot{Q}[N]^T rdrdz-\int_s q_s[N]^T rds \qquad (2.100)$$

ここで $\dot{Q}$ は単位時間当りの内部発熱量である。

(b) 応力解析

軸対称シェル要素に対するひずみと変位の関係式は，

$$\{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_s\\ \varepsilon_\theta\\ \gamma\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}u_{,s}-z\theta_{,s}\\ \frac{1}{r}(w\cos\phi+u\sin\phi)-z\frac{\theta}{r}\sin\phi\\ w_{,s}-\theta\end{Bmatrix} \qquad (2.101)$$

で表わされる。ここにおいて

ε_s ；接線方向ひずみ

ε_θ ；周方向ひずみ

γ ；せん断ひずみ

u ；接線方向変位

w ；法線方向変位

θ ；回転角

s ；接線方向座標

z ；法線方向座標

r ；全体座標系における半径方向座標

ϕ ：法線方向と半径方向のなす角度

である。応力とひずみの関係式は，

$$\{\sigma\}=\begin{Bmatrix}\sigma_s\\ \sigma_\theta\\ \tau\end{Bmatrix}=[D]\{\varepsilon\} \qquad (2.102)$$

$$[D]=\frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix}1 & \nu & 0\\ \nu & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2}\end{bmatrix} \qquad (2.103)$$

である。ここで

$$\{\varepsilon\}=[L]\{u\} \qquad (2.104)$$

$$\{u\}=\begin{Bmatrix}u\\ w\\ \theta\end{Bmatrix} \qquad (2.105)$$

となるマトリックス[L]を考えると，ひずみマトリックス[B]は，

$$[B]=[L][N] \qquad (2.106)$$

により与えられる。支配方程式は，

$$[K]\{u\}+\{f\}=\{q\} \qquad (2.107)$$

となり，

$$[K]=\int_0^l[B]^T[D][B]\,2\pi r\ell ds \qquad (2.108)$$

$$\{f\}=-\int_0^l[B]^T[D]\{\varepsilon_0\}\,2\pi r\ell ds \qquad (2.109)$$

$$\{\varepsilon_0\}=\begin{Bmatrix}\alpha\,\Delta T\\ \alpha\,\Delta T\\ 0\end{Bmatrix}$$

{q}：節点に作用する外力

である。

2.6 時間積分法

流動伝熱解析および熱伝導解析では，非定常計算が行なわれるので，時間積分が必要である。以下にそれぞれの解析で用いた時間積分法について述べる。

① 流動伝熱解析（ポテンシャル流体）

流動伝熱解析における離散化の結果次式が得られる。

$$M_{ij}\dot{T}_j = -C_{ij}T_j - K_{ij}T_j \qquad (2.110)$$

ここにおいて M_{ij} ；熱容量マトリックス

C_{ij} ；熱移動マトリックス（流速の関数）

K_{ij} ；熱伝導マトリックス

T_j ；節点温度ベクトル

$\dot{T}_j$ ；T_j の時間微分

である。C_{ij} が非対称マトリックスであるので，explicit 時間積分 scheme である 2 ステップ Lax- Wendroff 法を用いる。

第 1 ステップ

$$\overline{M}_{ij}T_j^{n+\frac{1}{2}} = \overline{M}_{ij}T_j^n - \frac{\Delta t}{2}(C_{ij}T_j^n + K_{ij}T_j^n) \qquad (2.111)$$

第 2 ステップ

$$\overline{M}_{ij}T_j^{n+1} = \overline{M}_{ij}T_j^n - \Delta t\,(C_{ij}T_j^{n+\frac{1}{2}} + K_{ij}T_j^{n+\frac{1}{2}}) \qquad (2.112)$$

このように 2 段階で $t = t_n$ の温度から $t = t_{n+1}$ の温度を求めることになる。ここで，$\overline{M}_{ij}$ は対角化した熱容量マトリックスである。同手法は条件付安定で，安定性は Courant の条件

$$\Delta t < \Delta \ell / u \qquad (2.113)$$

ここで $\Delta \ell$ ；最小の要素代表長さ

u ；流速

を満たす Δt に係数 β を乗じた値を時間間隔に選べば，十分である。ただし，

$$\beta \approx 0.1$$

である。

② 熱伝導解析（構造体）

熱伝導解析における離散化の結果次式が得られる。

$$M_{ij}\dot{T}_j + K_{ij}T_j = F_i \qquad (2.114)$$

ここにおいて M_{ij} ；熱容量マトリックス

K_{ij} ；熱伝導マトリックス

T_j ；節点温度ベクトル

$\dot{T}_j$ ；T_j の時間微分

F_i ；節点荷重ベクトル（熱伝達境界における熱流束など）

である。熱伝導解析では，Implicit 時間積分 Scheme である Crank－Nicolson 法を用いる。同手法は無条件安定である。

T^n，T^{n+1} をそれぞれ時間 $t = t_n$，t_{n+1} での温度とすれば（2.114）式を

$$M_{ij}\frac{T_j^{n+1}-T_j^n}{t_{n+1}-t_n}+K_{ij}\frac{T_j^{n+1}+T_j^n}{2}=F_i^n$$

と表し，T^{n+1} について解くことになる。

③ 流動伝熱解析（粘性流体）

定常解析アルゴリズム

（2.80）において時間微分の項を落すことにより，離散値化された連立方程式群が得られる。

$$\underline{K}(\bar{U})\cdot\bar{U}=\bar{F}(\bar{U}) \qquad (2.115)$$

この方程式は非線形であるため広い収束半径と早い収束速度を持ったアルゴリズムが必要である。本プログラムでは減速を考慮した反復代入法を採用している。

$$\underline{K}(\bar{U}^n)\cdot\bar{U}^*=\bar{F}(\bar{U}^n) \qquad (2.116)$$

$$\bar{U}^{n+1}=(1-\alpha)\bar{U}^*+\alpha\bar{U}^n \qquad (2.117)$$

ここで n は収束計算のループ回数であり α は加速度係数と呼ばれるものであり，$0 \leqq \alpha < 1$ である。

時間積分アルゴリズム

（2.80）より，

$$\underline{M}\cdot\dot{\bar{U}}+\underline{K}(\bar{U})\cdot\bar{U}=F(\bar{U}) \qquad (2.118)$$

剛性マトリックス K の中にはペナルティ法の採用により非常に大きな値が含まれている為，時間軸方向への積分において，安定性の観点から時間きざみ幅 Δt が大幅に制限される。そこで本プログラムでは，陰的解法の一つである後退オイラー法を採用する。（2.118）を次のように変形する。

$$\underline{M}\frac{\bar{U}^{n+1}-\bar{U}^n}{\Delta t}+\underline{K}(\bar{U}^{n+1})\cdot\bar{U}^{n+1}=\bar{F}(\bar{U}^{n+1}) \qquad (2.119)$$

$$\{\underline{M}+\Delta t\underline{K}(\bar{U}^{n+1})\}\bar{U}^{n+1}=\{\Delta t\bar{F}(\bar{U}^{n+1})+\underline{M}\bar{U}^n\} \qquad (2.120)$$

（2.120）は，（2.114）と同じ形の非線形連立方程式となり，定常解析アルゴリズムと同様，減速を考慮した反復代入法を用いることができる。

2.7 輻射の取扱い

構造物内に空間が存り輻射による熱伝達がなされる構造の伝熱解析を行う際に使用可能な輻射要素を追加した。

輻射による交換熱量は前ステップの温度を用いて計算し，伝熱計算の方程式中で荷重項として考慮される。

伝熱計算の方程式の誘導については既報で述べているので，ここでは輻射熱の計算方法について述べる。

Fig. 2.4 に示す $A_1 \sim A_n$ の面で囲まれる空間を扱う場合，輻射熱交換を考えると，これは閉空間系の輻射熱交換とみなせる。すべての表面が灰色面であるとすると，以下の関係式が得られる。

面積 A_i を有する面 i の射度 J_i は，外来照射量 G_i とすれば，

$$J_i = \varepsilon_i E_{Bi} + (1 - \varepsilon_i) G_i \qquad (2.121)$$

ここにおいて，

$$E_{Bi} = \sigma T_i^4 \qquad (2.122)$$

ε_i ：輻射率

σ ：ステファン・ボルツマン定数

である。面積 A_j を有する面 j を出ていく全輻射エネルギーは $A_j J_j$ であり，このうち面 i に入射するのは，$(A_j J_j) F_{ji}$ である。従ってこれらを全表面について加え合わせると面 i に入射する全輻射エネルギーが得られる。

$$G_i A_i = \sum_{j=1}^{n} A_j F_{ji} J_j \qquad (2.123)$$

上式に相互関係

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \qquad (2.124)$$

を用いると，

$$G_i = \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j \qquad (2.125)$$

となる。(2.121) に代入すると，面 i の射度は，

$$J_i = \varepsilon_i E_{Bi} + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j \qquad (2.126)$$

となる。i が 1 から n に対し (2.126) の関係が得られ，n 個の式を連立一次方程式として解くことにより，各表面の射度 J_i が求められる。J_i が求められると面 i における伝熱量は，

$$Q_{ni} = A_i (J_i - G_i)$$

$$= \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} (E_{Bi} - J_i) A_i$$

$$= \varepsilon_i E_{Bi} A_i - \varepsilon_i (\sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j) A_i \qquad (2.127)$$

となる。

すなわち，表面温度が既知の場合は，式(2.126)より各表面の射度を未知量とするn元一次連立方程式を解いて射度を求めれば，式(2.127)より各表面の輻射熱交換量が求まる。

今，表面の温度として前の時間ステップの値T_{N-1}を用いて，J_iを求め，これよりQ_iを求めて熱伝導解析を行ない，求めた温度T_1'と前回の値T_{N-1}との差$| T_1' - T_{N-1} |$がある値ΔTより大きい場合には，T_1'を用いて再度J_i，Q_iを求め熱伝導解析を行ないT_2'を求める。そして，

$$| T_M' - T'_{M-1} | < \Delta T$$

となるまで繰り返し，求めたT_M'をこの時間ステップ温度T_Nとする。

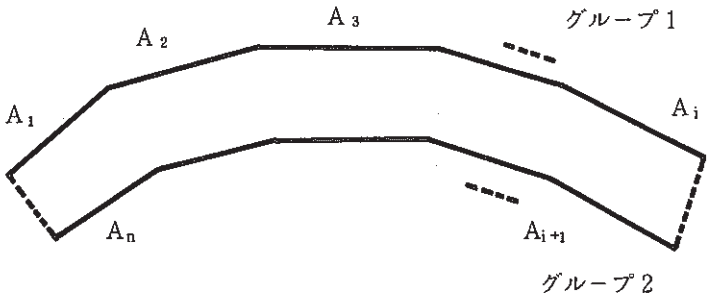


Fig. 2.4　エンクロージャー理論による輻射の解析

2.8　PEGASUSのシステム構成

PEGASUSのシステム構成をFig. 2.5に示す。システムは流動伝熱解析および弾性熱応力解析を行うメインプロセッサMAINとポスト処理を行うポストプロセッサPGPOSTからなる。

メインプロセッサでは解析結果をポストプロセッサに送るためのポストファイルを出力するとともに結果の印字出力を行う。また，応力解析を行う場合および解析をいくつかのステップに分割して行う場合にはリスタートファイルを用いる。

ポストプロセッサでは，ポストファイルを入力とし図形出力を行うとともにFINASフォーマットのポストファイルを出力する。このファイルには温度データが入っておりFINAS用のポストプロセッサに送ることができる。

PEGASUSで解析を行う方法の詳細はPEGASUS取扱い説明書に示されている[6]。

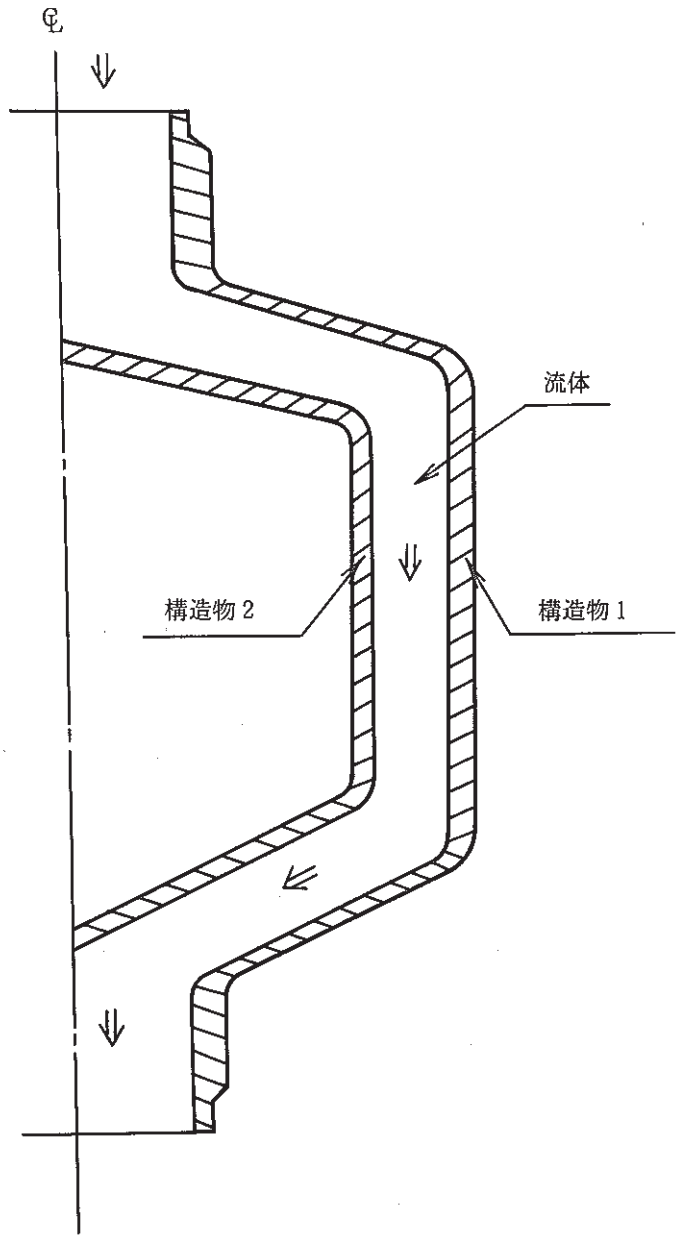


Fig. 2.1　PEGASUS で取扱う解析モデル

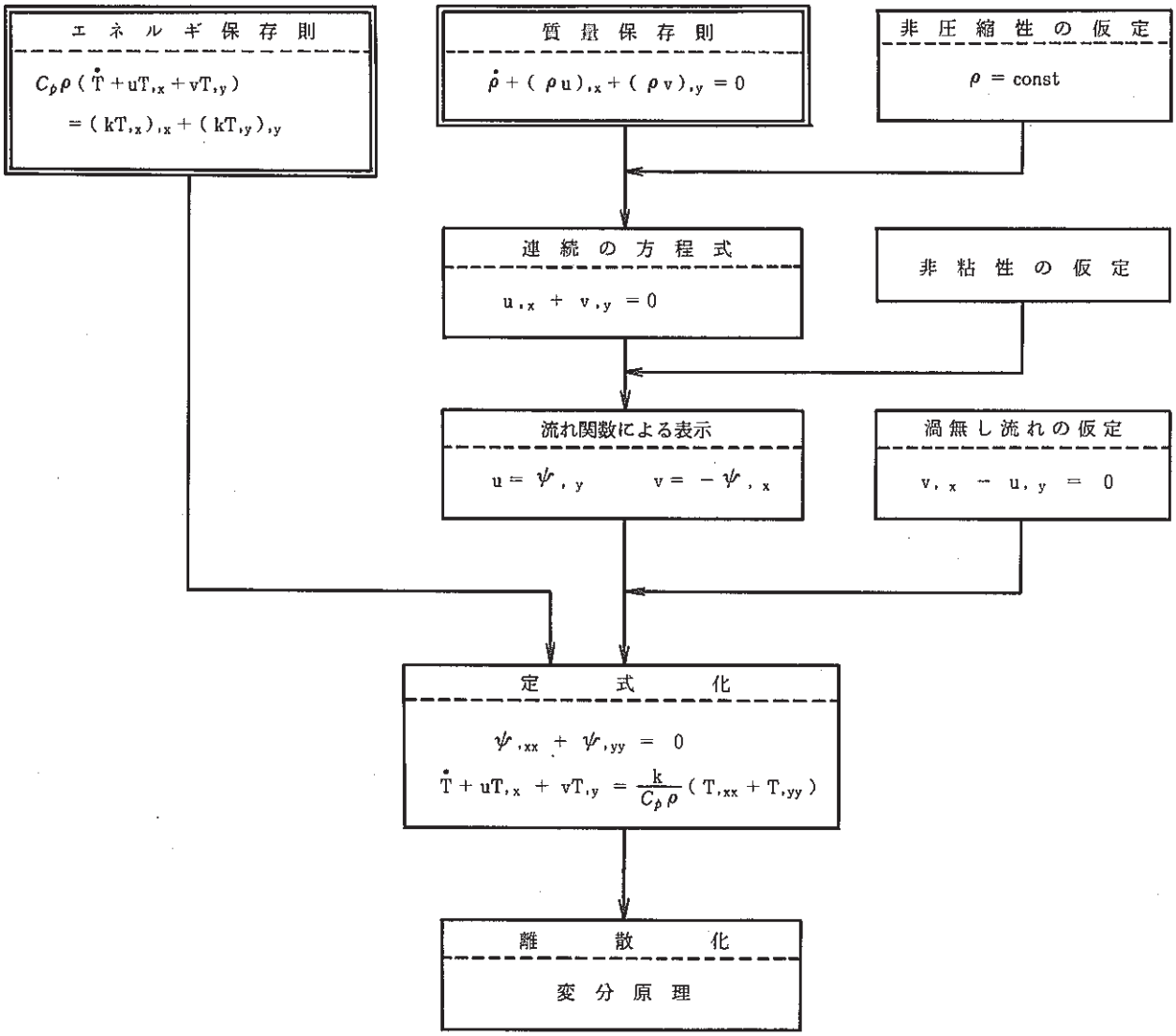


Fig. 2.2　ポテンシャル流れ解析における定式化の流れ

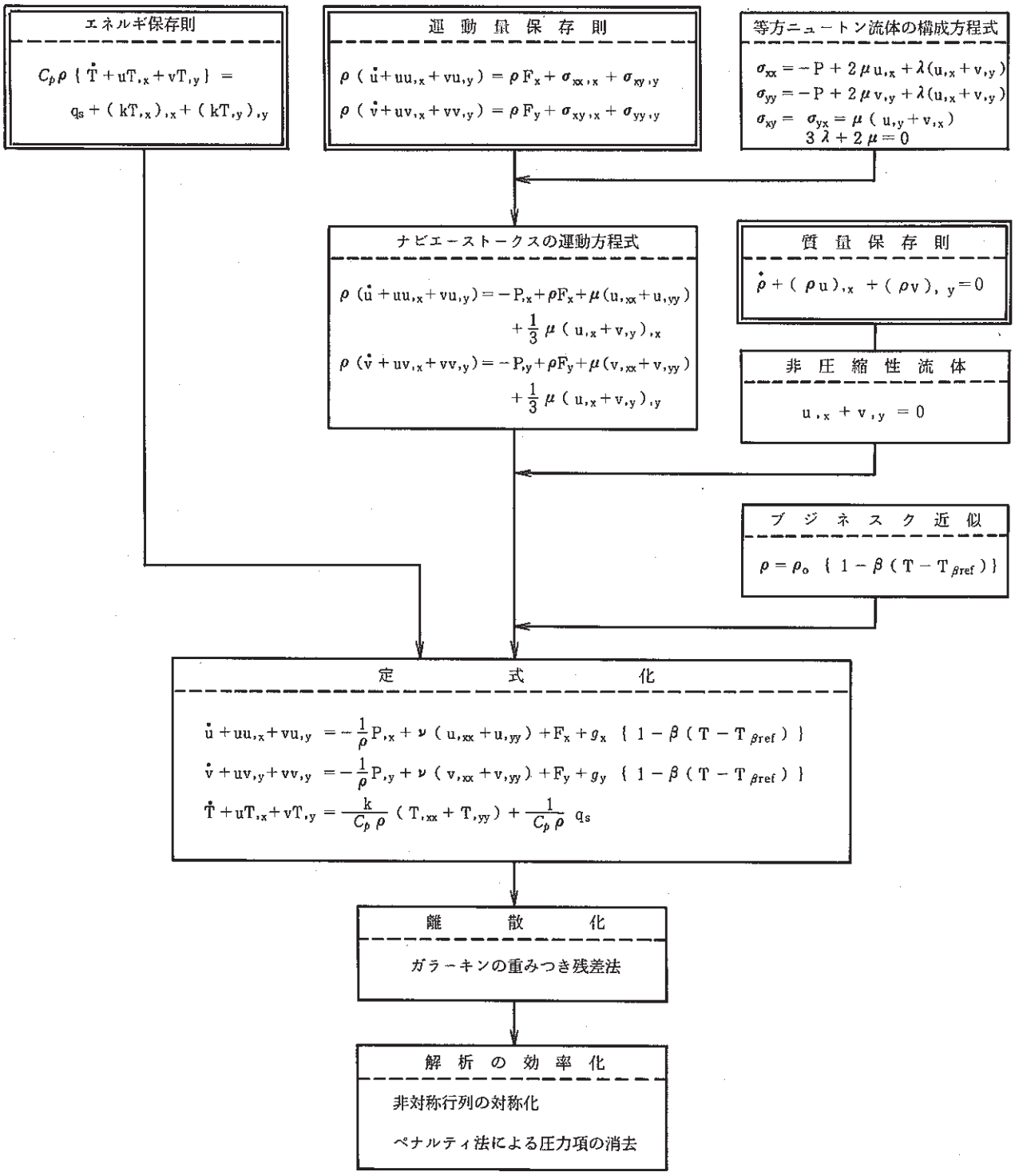


Fig. 2.3　粘性流れ解析における定式化の流れ

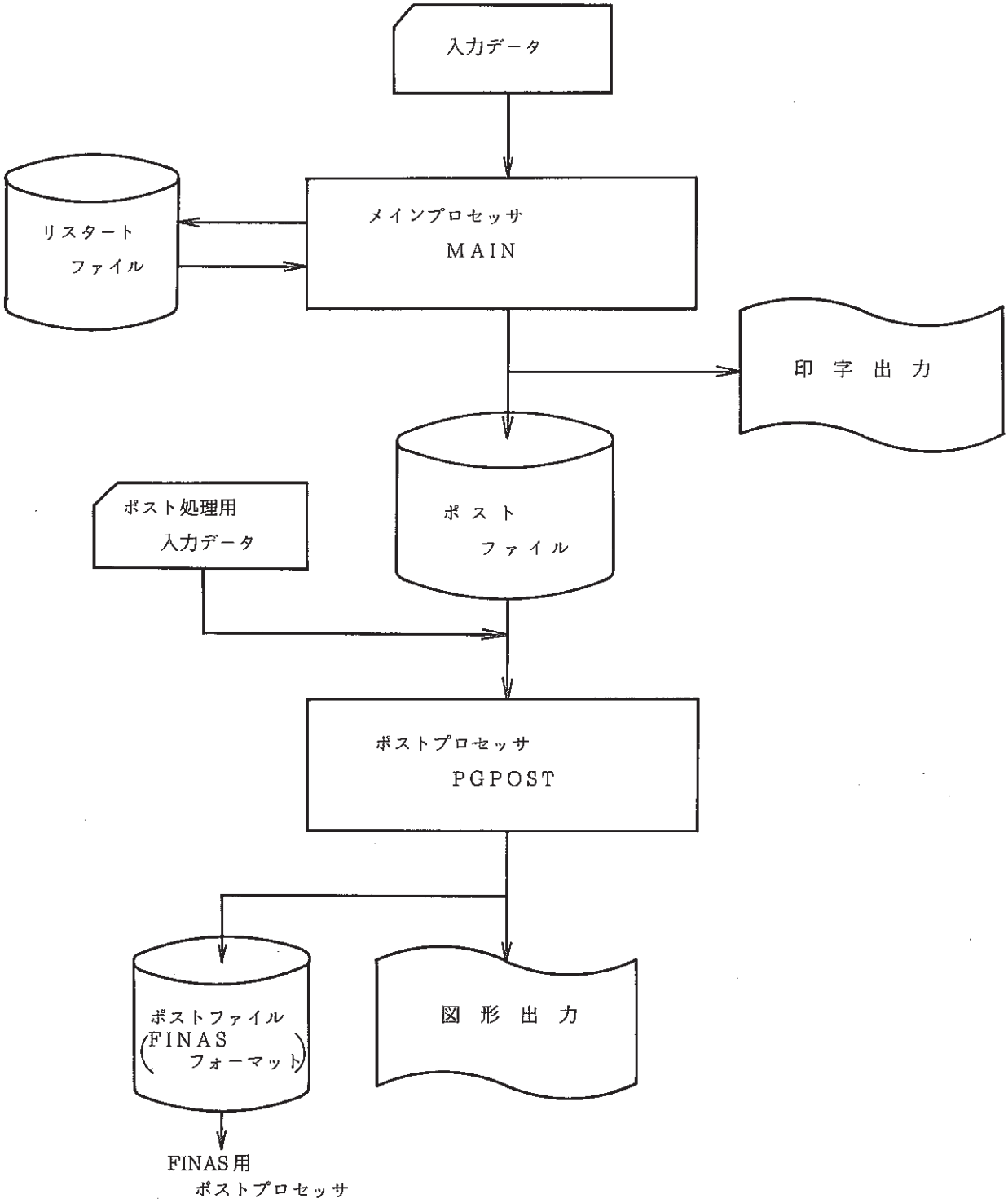


Fig.2.5　PEGASUS のシステム構成

3. 粘性流れの流動伝熱に関する例題

PEGASUSの粘性流れの流動伝熱問題に対する適用性を調べるため例題の解析を行う。例題として基礎的なものおよび実際的なものを含め9題を設定した。Table 3.1に例題の一覧を示す。あわせて計算に要したCPU時間も示す。各例題において理論解，実験データ又は他コードによる解析結果等との比較検討を行う。なお，解析対象は流体部のみとする。

Table 3.1 例題解析計算時間一覧

例	題 名	解析モデル	流動状態	計算時間（sec）注)
1－1	平行無限平板間の流れ	平 面	層流（等温）	1.50
1－2	ポアゾイユ流れ	軸対称	層流（等温）	3.50
1－3	ハメル流れ	平 面	層流（等温）	22.00
2－1	強制対流	平 面	層流（等温）	1158.00
2－2	自然対流	平 面	層流	96.00
3	ステップを通過する流れ	平 面	層流（等温）	85.00
4	二次元プレナム流れ	軸対称	乱流	12950.00
5	T型流路における流れ	平 面	乱流	10240.00
6	二重円管内の対流	平 面	層流	7930.00

注) FACOM M380による

3.1 理論解による検証

一般に流体の挙動を解析する場合，非常に特殊な状況を除いて支配方程式群は対流項(移流項)の存在によって非線形となり，理論解を任意の初期条件，境界条件の下で求めることは非常に難しい。この為，PEGASUSの検証として数値解と理論解を厳密に比較することはいくつかの困難を伴うが，ここでは下記の3題を検証用に採用する。

例題1－1　　平行無限平板間の流れ

例題1－2　　ポアゾイユ流れ

例題1－3　　ハメル流れ

3.1.1 平行無限平板間の流れ

PEGASUSが対象とする流れの最も顕著な特徴は流体の持つ粘性であり，壁面近傍における境界層の発達の原因となる。この境界層の生成過程を最も単純な形で模擬する流れとして，平行無限平板間の流れが有名であり限られた状況下で理論解が与えられている。

本解析では対象流体を常温における水とし，20℃相当の物性値を下記に示す。(物性値及び入力単位系については付録A.3を参照のこと。)

密度　　$\rho = 0.998 \times 10^{-6}$ [kg／mm^3]

動粘性係数　$\nu = 1.023$　　[mm^2／sec]

流入速度をU＝1.023[mm／sec]，代表長さを流入幅にとってL＝10.00[mm]とする。この場合，レイノルズ数ReはRe＝10.0となる。このレイノルズ数は流れの特性を記述する最も重要なパラメーターの一つであり，物理的には慣性力と粘性力の比を表現している。すなわちレイノルズ数が大きくなる程，慣性力は流れの中で支配的となり，必然的に乱れの程度は大きくなる。レイノルズ数は

$$Re = UL / \nu = \rho UL / \mu \qquad (3.1.1)$$

で定義され，L，Uはそれぞれ代表長さ，代表速度，μは粘性係数を表す。これらの代表速度，代表長さは質量保存則，運動量保存則を無次元化する際に導出される物理量であり，レイノルズ数が等しい流れはその流れの実際の次元と無関係に相似となることが容易に示される。

一般二次元直交座標系における非圧縮粘性流体の質量保存則，運動量保存則を記述すると，

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (3.1.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (3.1.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad (3.1.4)$$

となる。今，前述した代表長さおよび代表速度，L，Uを用いて長さ，速度を無次元化（正規化）すると，

$$x^* = x/L \qquad y^* = y/L \tag{3.1.5}$$

$$u^* = u/U \qquad v^* = v/U \tag{3.1.6}$$

これより，時間，圧力は以下の形で表現される。

$$t^* = tU/L \qquad p^* = p/\rho U^2 \tag{3.1.7}$$

（3.1.5）（3.1.6）（3.1.7）をそれぞれ（3.1.2）（3.1.3）（3.1.4）に代入して整理すると，

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{3.1.8}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}\right) \tag{3.1.9}$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^*\frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}}\right) \tag{3.1.10}$$

となり，見かけ上密度が1.0，レイノルズ数が動粘性係数の逆数に相当する形の方程式群となる。このように無次元化（正規化）することの利点としては，

1）レイノルズ数を見積もることにより，対象としている流れの特性を容易に把握することができる。一般に

$Re < 2300$	層流
$2300 < Re < 3000$	遷移領域
$3000 < Re$	乱流

と区別され，層流と比較して乱流域では拡散の度合は格段に大きくなる。特にPEGASUSで扱うことのできる流れは層流に限られており，見積られたレイノルズ数から乱流であることが明白である場合には，擬似的に粘性係数と熱伝導率を操作するなど，見かけ上層流となるような工夫をする必要がある。（層流と乱流及びその遷移領域に関する考察は第3.3節を参照のこと。）

2）実際の流体物性値を直接入力することによって生じるケタ数のバラツキを正規化によって防止することができる。PEGASUSではペナルティ法を用いることにより質量保存則を陰的に満足させる定式化を採用しているが，入力された物性値とペナルティ・パラメータ－ε（$\varepsilon \fallingdotseq 10^{-8} \sim 10^{-9}$）が同じオーダーでは解の数値誤差が大きくなる可能性がある。

3）モデルの代表長を単位長さに設定しておくことにより，レイノルズ数のみを修正することによってパラメトリックにいろいろな流れ場の解析を実施することができる。

4）要素分割時に重要となる境界層の厚さを見積もる際の目安となる。一般に層流域における境界層厚さδに関しては，

$$\delta / L \sim 5.0 / Re^{0.5} \quad （層流境界層厚み） \qquad (3.1.11)$$

が提案されており，境界層内に少なくとも一点以上の節点が定義されていることが，解の精度，解の収束性の面からみて必要である。

等が挙げられる。実モデルへの変換には（3.1.5）（3.1.6）（3.1.7）の関係式を用いればよい。

以上により，各次元を変更して（但し，$\nu = \mu / \rho$）

$\rho = 2.00$　　$\nu = 0.10$　　$U = 0.50$　　$L = 2.00$

$\rho = 0.10$　　$\nu = 10.0$　　$U = 5.00$　　$L = 20.0$

等とした場合と解は相似となる。ところで，レイノルズ数は定義により代表長さと代表速度の取り方によって変化し，解析対象全体の特性を記述する全体レイノルズ数（Global Reynolds Number）と局所レイノルズ数（Local Reynolds Number）とに分類される。一般に解析を実施する際，局所レイノルズ数が大きくなることが予想される領域の要素分割は密にするよう注意しなければならない。本解析では入力データとして$\rho = 1.0$，$\nu = 0.1$，$U = 1.0$，$L = 1.0$を採用した。

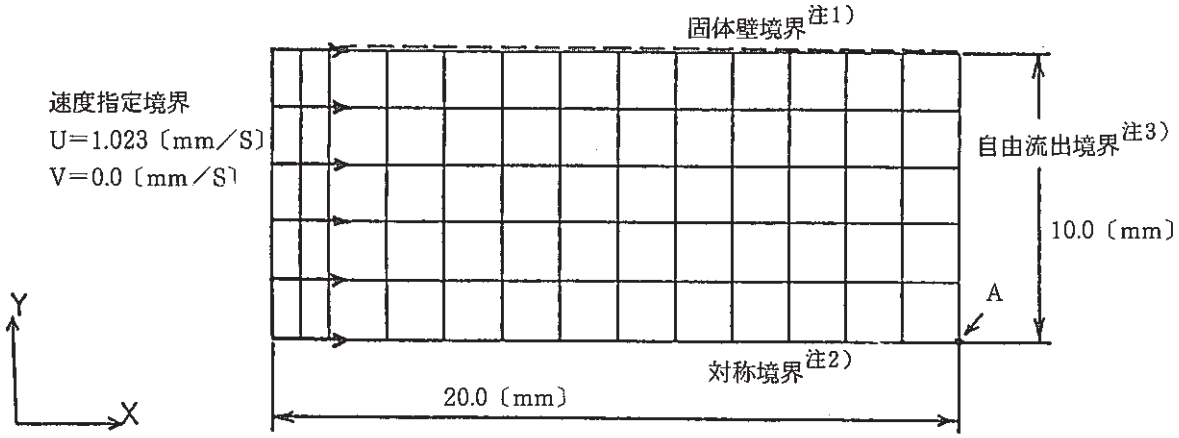
要素分割および境界条件をFig. 3. 1. 1に，流速ベクトル図をFig. 3. 1. 2に示す。

理論解として知られている対称軸上の最大速度，すなわち無限遠における最大流速は，流入速度をU，流入長さをLとした場合

$$U_{max} = 0.04(4L)(\rho UL / \mu) = 1.600 \ [mm/sec] \qquad (3.1.12)$$

となる。本解析結果における対称軸上の点Aの速度は1.5082であるからU＝1.023[mm／sec]では（3.1.6）より$U_{max} = 1.543$[mm／sec]となる。この違いは圧力場及び数値計算上の無限遠境界条件の取扱いによるものと判断され，検証としては良好と考えられる。[7]

実際に正確な意味での無限境界を模擬することは，モデル自体を無限遠まで作成するという不合理さを伴う為，現実には今回の解析のように無限遠で流れが壁に平行であるという境界条件を有限距離の位置に設定する。ただし，これは近似であり，十分に遠いとは言えない位置でこの境界条件を適用することによって生じる誤差は無視できない。



注1) 固体壁境界 U＝V＝0
注2) 対称境界 V＝0
注3) 自由流出境界 P＝0

Fig.3.1.1 要素分割及び境界条件
（例題1－1 平行無限平板間の流れ）

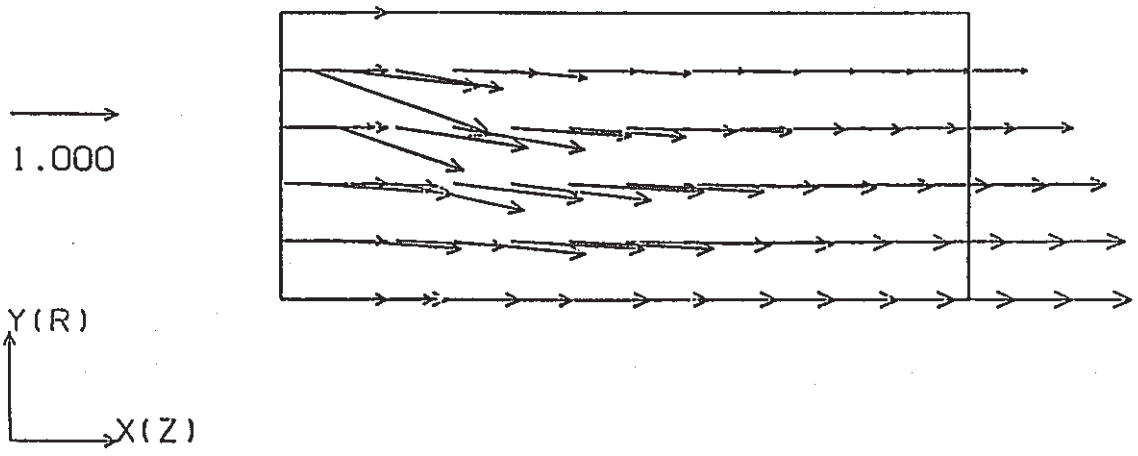


Fig.3.1.2 流速ベクトル図
（例題1－1 平行無限平板間の流れ）

3.1.2　ポアゾイユ流れ

ポアゾイユ流れは無次元円管内の出入口において定義される圧力勾配によって生成される二次元的な軸対称の流れであり，主流方向への状態量変化を無視することによって満足すべき基礎方程式は下式となる。

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}=\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)=\text{一定} \qquad (3.1.13)$$

今（3.1.13）の左辺の圧力勾配を領域内で一定と仮定すれば，

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}=-C_1 \qquad (3.1.14)$$

ただしC_1は$C_1=\frac{1}{\rho\nu}\frac{\partial P}{\partial z}$で定義されるものとする。rを半径として，境界条件を

$$\frac{\partial u}{\partial r}=0.0 \qquad \text{at}\ \ r=0.0 \quad （対称境界条件） \qquad (3.1.15)$$

$$u=0.0 \qquad \text{at}\ \ r=1.0 \quad （固体壁境界条件） \qquad (3.1.16)$$

簡略化の為に$C_1=100.0$とする。この時（3.1.14）の理論解は，

$$U(r)=25.0\,(1.0-r^2) \qquad (3.1.17)$$

となり，よく知られた放物線型となる。例題1－1と同様に対象流体を常温における水とした場合，$\mu=1.021\times10^{-6}$[kg／mm･sec]であるから，

$$\frac{\partial P}{\partial z}=1.021\times10^{-4}$$

となる。PEGASUSでは圧力境界条件を陽的に指定することができないので理論解を流入部で定義し，対称軸上での速度をU＝25.00[mm／sec]，半径をL＝1.0[mm]とする。この場合レイノルズ数はRe＝24.4となる。前節で述べた様に無次元化を行うにあたり，代表長さをL＝1.00[mm]代表速度をU＝25.00[mm／sec]とし，入力データでは$\rho=1.0$，$\nu=0.04092$，U＝1.0，L＝1.0とした。

要素分割および境界条件をFig.3.1.3に，流速ベクトル図をFig.3.1.4に示す。またFig.3.1.5に軸方向流速の半径方向分布を理論解と比較したものを示す。解析は定常問題として行った。

結果は理論解と比較して概ね良好であり，要素Aと要素Bの要素中心における圧力から（3.1.7）を用いて圧力勾配を逆算することによってC_1の値を計算すると，

$$C_1=98.17$$

となり，仮定値$C_1=100.0$とほぼ一致する。今，理論解と数値解が厳密な意味で一致しないの

は，次の理由によるものと考えられる。

(1) PEGASUSでは圧力境界条件を陽的に指定することができない為領域内の圧力勾配を一定に保てない。

(2) 要素分割が粗である為，有限要素法における定式化時に現れる，対称軸上で$\partial P / \partial r = 0$という境界条件は強い拘束条件として作用しない。これは，離散値化の段階で上記の条件が陰に付加されているにもかかわらず，要素内における速度変化は線形という定式化の採用によって，実際に得られる解がこの条件を厳密な意味では満足しない為である。

本解析におけるレイノルズ数は$Re = 24.4$であり，3.1.1より明らかなように慣性力に比べて粘性力は十分に大きく層流である。このようにレイノルズ数が小さい場合には，定常解の存在は明らかであり，PEGASUSの定常解析オプションにより解析可能である。しかし，レイノルズ数が大きくなるに従って定常解析オプションを用いて定常解を見つけることはだんだんと困難となり，非定常解析における無限時間後の漸近解を定常状態と見なす手法を用いる必要が生じる。また，定常／非定常解析にかかわらず初期値と実際の流動に大きな差異がある場合には，収束計算の過程において解がハンチングして発散する恐れがあり，数値計算上のテクニックとして加速度係数を操作することが一般的である。今回の解析では，初期状態が境界点以外で全て速度0.0という仮定のため，加速度係数$\alpha = 0.75$を採用している。

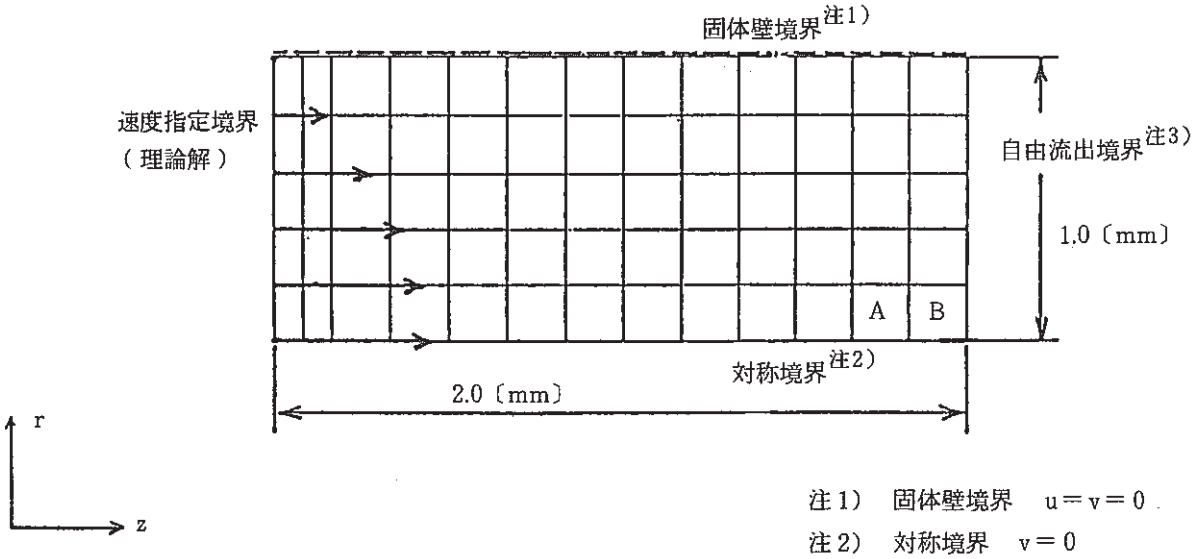


Fig.3.1.3 要素分割および境界条件
（例題1－2 ポアゾイユ流れ）

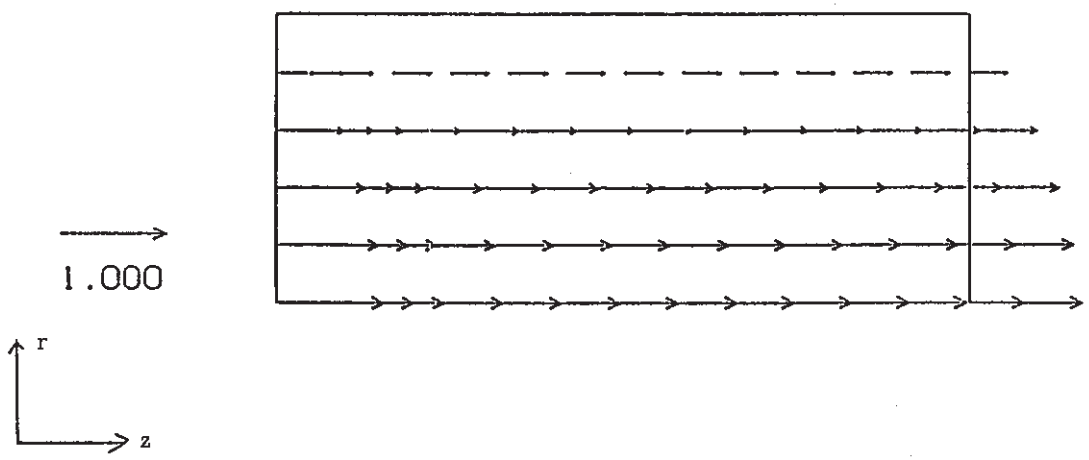


Fig.3.1.4 流速ベクトル図
（例題1－2 ポアゾイユ流れ）

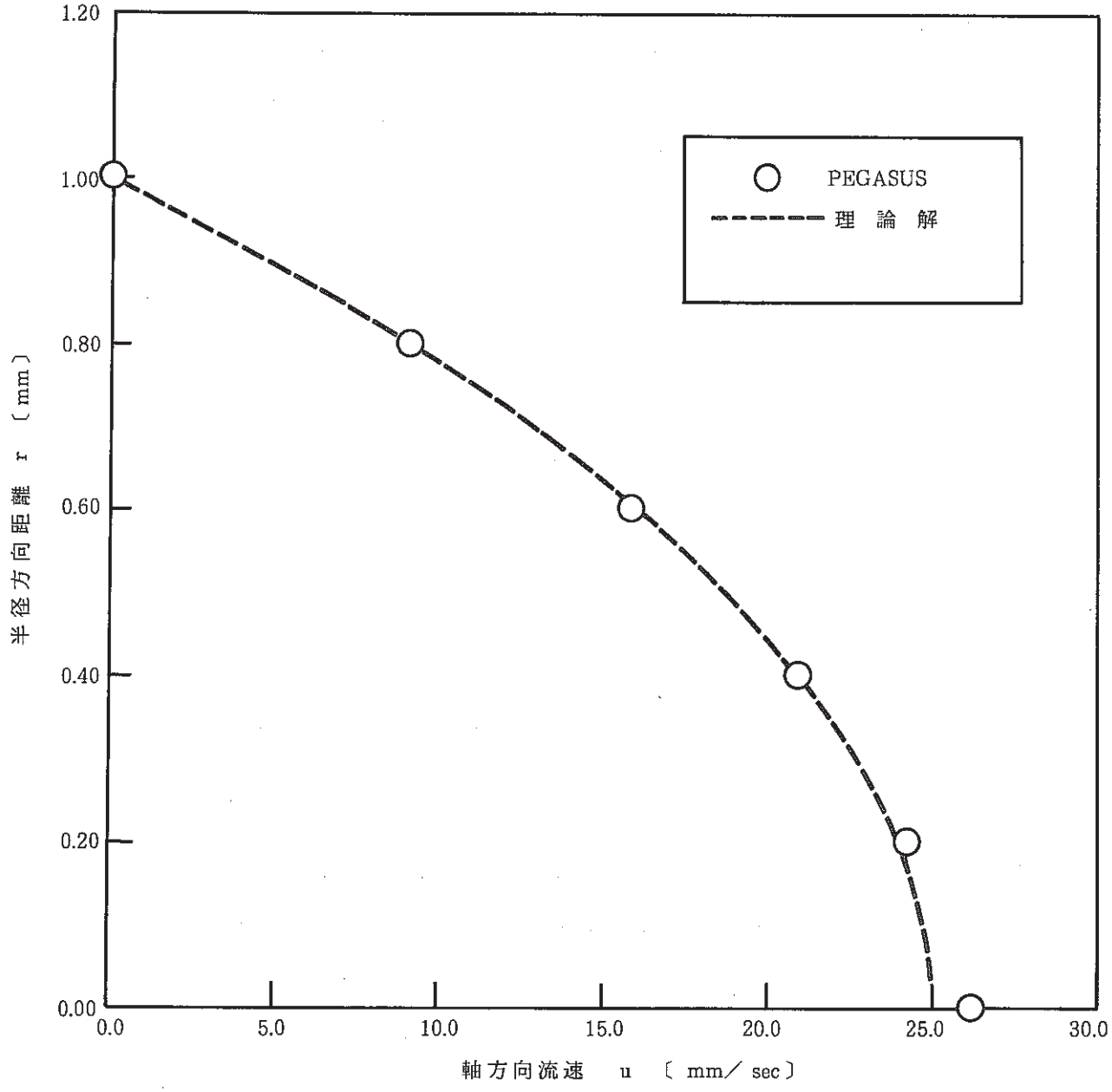


Fig. 3.1.5　軸方向流速 u の半径方向分布（例題 1 － 2　ポアゾイユ流れ）

3.1.3　ハメル流れ

前述の二題と同様に，理論解が知られている著名な流れとしてハメル流れがある。これは，中心部に吸い込み（sink）がある扇形の流路を通過する流れであり，この中心から測った各半径においてレイノルズ数が等しくなる現象を模擬したもので，相似解（Similarity Solution）と呼ばれる。[8] ここで有効レイノルズ数は下式で定義される。

$$Re = \alpha R U / \nu \qquad (3.1.18)$$

ここでRは半径，αは開き角であり，本例題ではα＝60 degとした。ところで理論的には吸い込みと言う境界条件を適用することは容易であるが，実際の数値計算では有限の半径を流出境界として採用しなければならず今回はR＝0.25［mm］の位置で自由流出境界条件を適用した。また流入境界はR＝4.00［mm］で理論解を定義し，解析では対称条件を適用することにより，1／2モデルを採用した。対象流体を常温における水として例題1－1と同様に各状態量の無次元化を行う。代表速度UをR＝4.00［mm］における対称軸上のY方向速度29.769［mm／sec］とし，モデルの寸法は変換しない。これにより理論的には，任意の半径において（3.1.18）で定義される有効レイノルズ数はRe＝60.95となる。また変換された動粘性係数ν^*は（3.1.9）の両辺にLをかけることにより得られる。

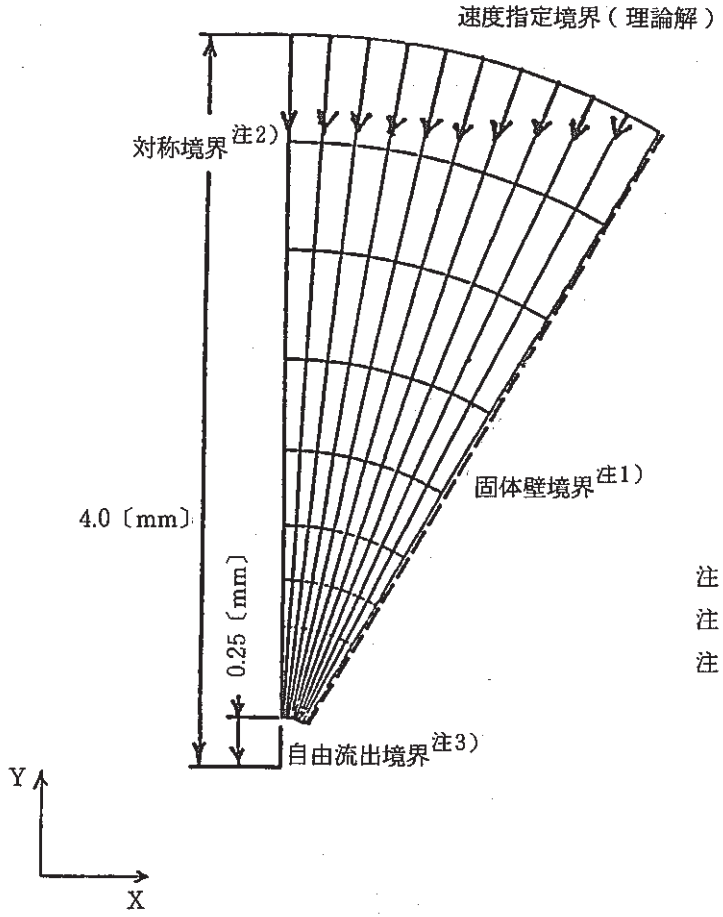
$$\nu^* = L/Re = \alpha R/Re = \nu/U \qquad (3.1.19)$$

PEGASUSの入力データとしてはρ＝1.0，ν＝0.034364，U＝1.0，R＝実寸とした。

このように実寸法を用いてモデルを定義し，流動特性を解析する場合には，密度を1.0，動粘性係数を（代表長さ）／（レイノルズ数）あるいは，（動粘性係数）／（代表速度）の形で入力しなければならない。得られた解は，L＝1.0とおいた時の（3.1.5）（3.1.6）（3.1.7）を用いて変換される。要素分割および境界条件をFig.3.1.6に流速ベクトル図をFig.3.1.7に示す。

（3.1.18）より明らかなように密度，開き角，動粘性係数等が一定である為，各半径における流速分布は半径に反比例する。ここではR＝1.00［mm］における速度分布で検証を行ない，その結果をFig.3.1.8に示す。

結果は理論解とよく一致している。水平方向速度の変化が大きい20 deg近辺で理論解と数値解がずれるのは，モデルの要素分割が粗である為と考えられる。



注１）固体壁境界　u ＝ v ＝ 0
注２）対 称 境 界　u ＝ 0
注３）自由流出境界　P ＝ 0

Fig. 3. 1. 6　要素分割および境界条件
（例題１－３　ハメル流れ）

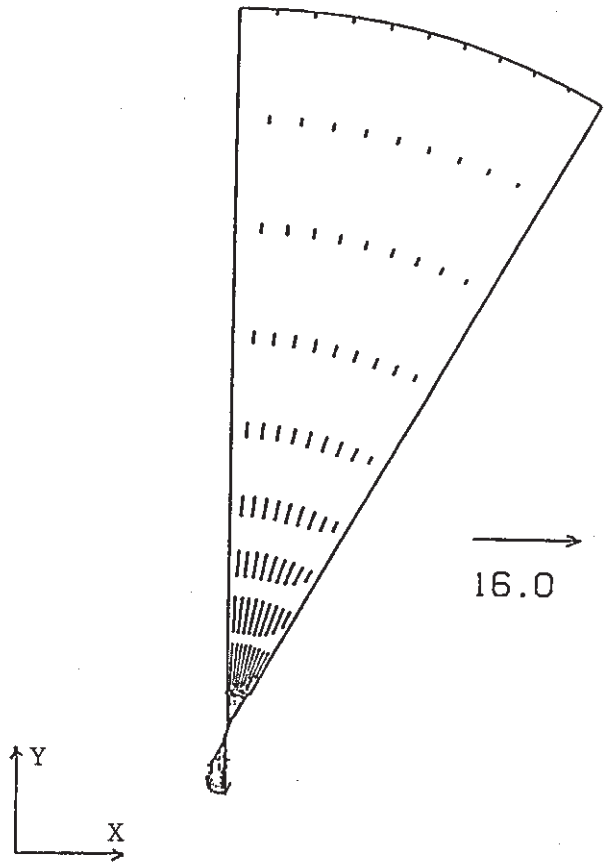


Fig. 3. 1. 7　流速ベクトル図
（例題１－３　ハメル流れ）

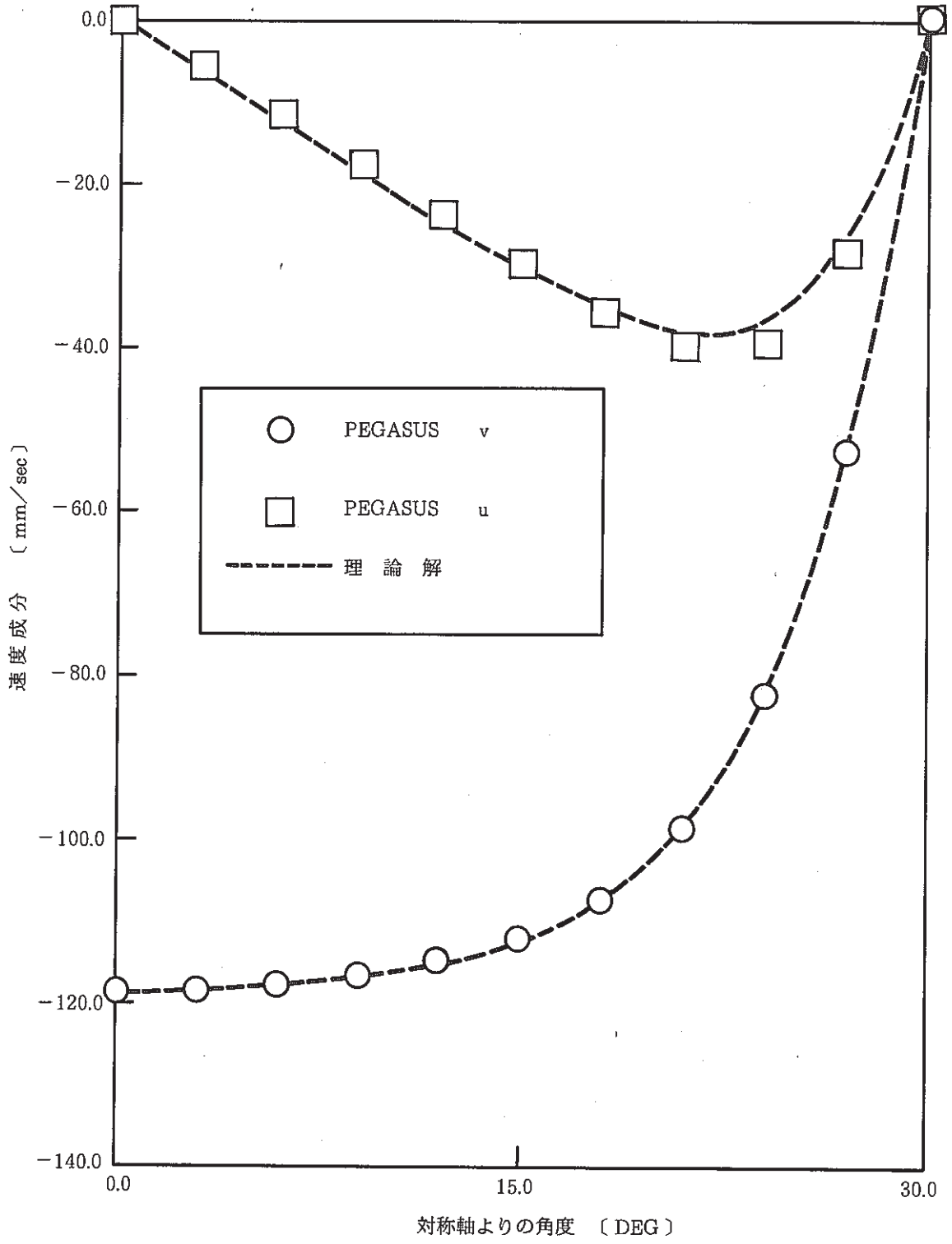


Fig. 3.1.8 流速分布図（例題1－3 ハメル流れ）

3.1.4 まとめ

理論解の得られている例題3題，平行平板間の流れ，ポアゾイユ流れおよびハメル流れを解析した結果，以下のことがわかった。

- 層流域におけるシンプルな粘性流動問題では精度の良い解が得られる。
- 境界条件の厳密な設定，要素分割の細分化を行なえば理論解に一致すると考えられる。

3.2 内部流れ（キャビテイ流れ）

前節において理論解との検証を実施したが，理論解自体が非常に限られた状況のもとでしか存在しないことからPEGASUSが持つ機能群の特色あるいは制限があまり明確にならなかった。そこで，本章では理論解は存在しないが，その適用範囲の広さから過去数多くの実験結果あるいは数値計算例が発表されてきたキャビティ流れについて考察する。これらのキャビティ流れに関しては現在でも有限要素法あるいは有限差分法などを問わず新しい数値解析手法の検証例題としてしばしば採用されており，そこで用いられている定式化の特徴を明確にするという意味で効果的と考えられる。

例題2－1　強制対流

例題2－2　自然対流

3.2.1 強制対流

閉じた正方形キャビティの上辺において一定流速を定義した場合に生じる流動を解析するものでレイノルズ数100，400，1000あるいは10000以上などのケースが発表されている。[9][10][11][12]本解析ではレイノルズ数を1000とし，対象流体を常温における水とする。すなわち，一辺の長さをL＝100.0 [mm]とし，上辺での境界速度をU＝10.23 [mm／sec]，その他三辺には固体壁境界条件を適用する。以下に物性値を示す。

密度	$\rho = 0.998 \times 10^{-6}$	[kg／mm^3]
動粘性係数	$\nu = 1.023$	[mm^2／sec]
	L＝100.0	[mm]
	U＝10.23	[mm／sec]

レイノルズ数　$Re = 1.000 \times 10^3$

入力データとしては，無次元化を行いρ＝1.0，ν＝0.001，U＝1.0，L＝1.0とした。要素分割および境界条件をFig. 3.2.1に示す。

さて前述したようにPEGASUSを用いて解析を実施する場合，レイノルズ数の見積りは大変重要であり，定常／非定常解析の選択，あるいは加速度係数値の設定等の主要な目安となる。

特にPEGASUSの場合，要素の次数が低次であること，要素内一定圧力という定式化を採用していることにより，レイノルズ数が10^3のオーダーを越える流動問題を定常解析の手法を用いて解くことは非常に難しく，一般に非定常解析による無限時間後の漸近解を定常状態と見なす手法をとる必要がある。

本解析では非定常解析を実施し，時間刻みを以下のように設定した。現在のところ，最適な時間刻み幅の設定を正確に見積もる手立てはなく，ある程度の試行錯誤となることは避けられないが，目安としては

$$\Delta t \leq \Delta x / U_{max} \qquad (3.2.1)$$

がある。これは一次元移流方程式の安定性解析から導かれるクーラント条件（Courant-Friedrich-Lewy Condition）と呼ばれるもので，Δxを解析対象モデルにおける最小要素サイズ，U_{max}を最大速度にとることが一般的である。ところでPEGASUSで採用されている時間積分法の後方オイラー法は理論的に無条件安定である為，（3.2.1）の条件を厳密な意味で満足させる必要はない。ただし，（3.2.1）が持っている物理的な意味，すなわち流動現象においてΔt時間進む間に各状態量が1つ以上の要素を横切らないという制限は収束の安定性に注目した場合重要である。

また（3.1.11）より，境界層厚みδを見積もると

$$\delta / L \sim 0.158$$

程度となり，本解析では無次元量に換算した最小要素サイズをδより十分小さい値，

$$\Delta x^*_{min} = \Delta x_{min} / L = 0.01$$

とした。これより，（3.2.1）を評価すると

$$\Delta t^* \leq 0.01 \quad （実次元では \Delta t \leq 0.09775\,[sec]）$$

となる。実際には，PEGASUSが持っているリスタート機能を用いて，時間刻みをFig. 3.2.2に示す履歴で更新することにより，定常解を求めた。この様にリスタート機能を用いることは，計算途中における解の状況を把握することと同時に，収束の経過を調べながら常に最適な時間刻み幅を設定するという意味から重要である。特に定常解を非定常解析のオプションを用いて求める場合，定常に近づくにつれて解は落ち着いてくる為に収束は早くなり，後方オイラー法自体が無条件安定であるので，比較的大きなΔtを採用することが可能となる。一般にΔtの設定は一回の時間積分に対して10～15回程度の収束計算で解が求まる範囲が解の精度，計算時間の面から見て好ましいものと思われる。

解析の初期の段階においてΔtを前述の値より小さく設定するのは，境界条件が指定されて

いる節点以外で流速＝０という非現実的な初期条件となっている為である。

Ｘ＝50.0［㎜］におけるＸ方向速度成分の無次元化値ｕ*を文献(10)による解析結果と比較したものをFig.3.2.4に示す。文献(10)は有限差分法に基づいて解析されたものであり，数値解として現在最も信頼が置かれているものである。

傾向としては良好であるが，Ｙ＝20.0［㎜］近傍における水平方向速度のピーク値がずれるのは，底面部分における境界層部の要素分割が文献(10)と比較して粗である為と考えられる。

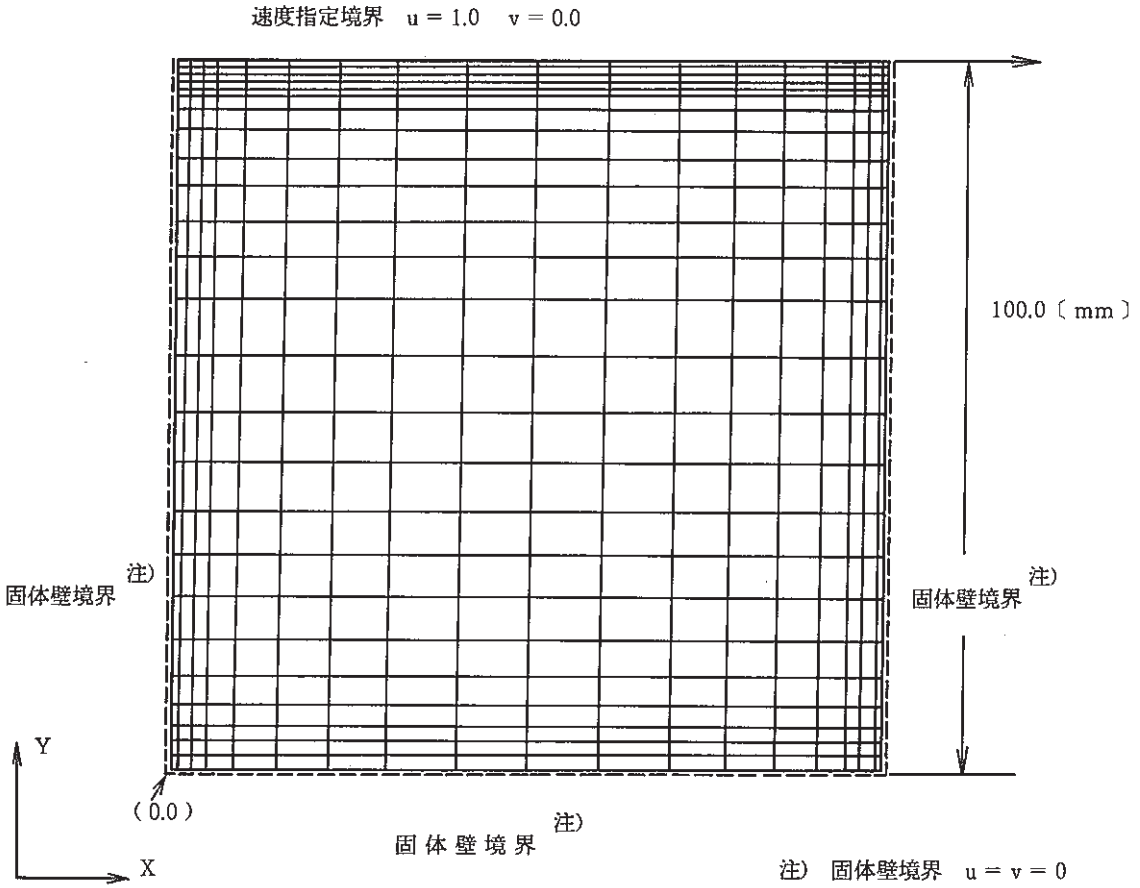


Fig. 3.2.1　要素分割および境界条件（例題２－１　強制対流）

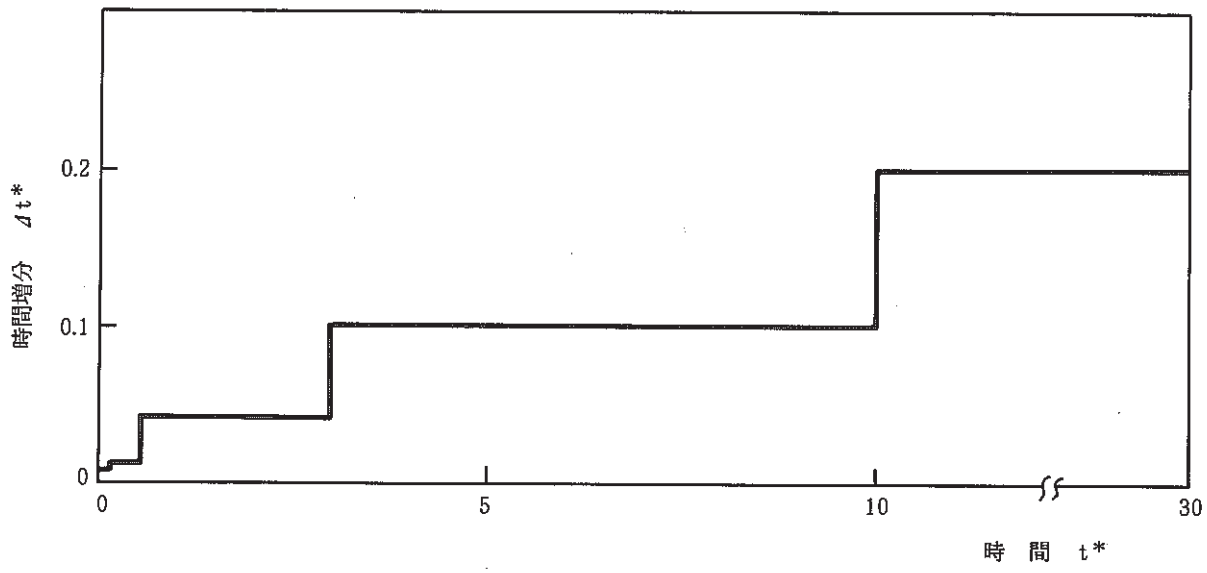


Fig. 3.2.2　時間増分の履歴（例題２－１　強制対流）

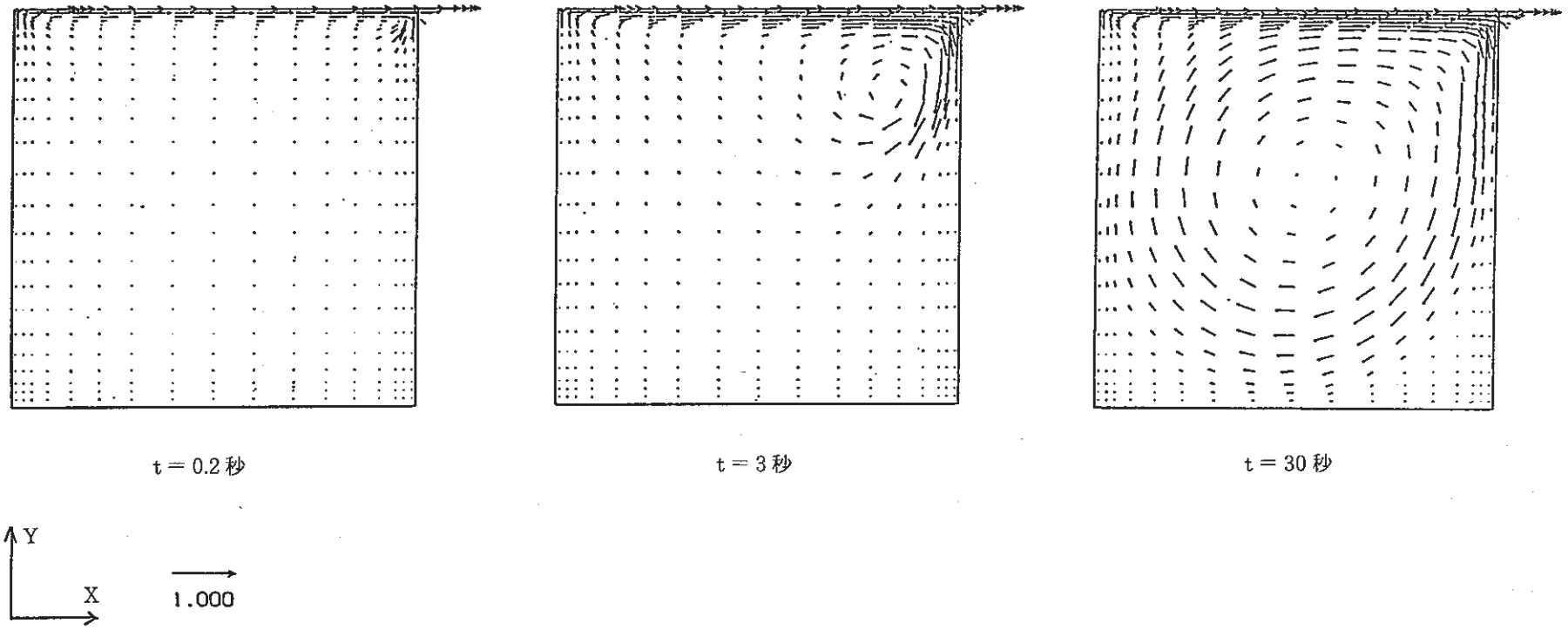


Fig. 3.2.3　流速ベクトル図
（例題２－１　強制対流）

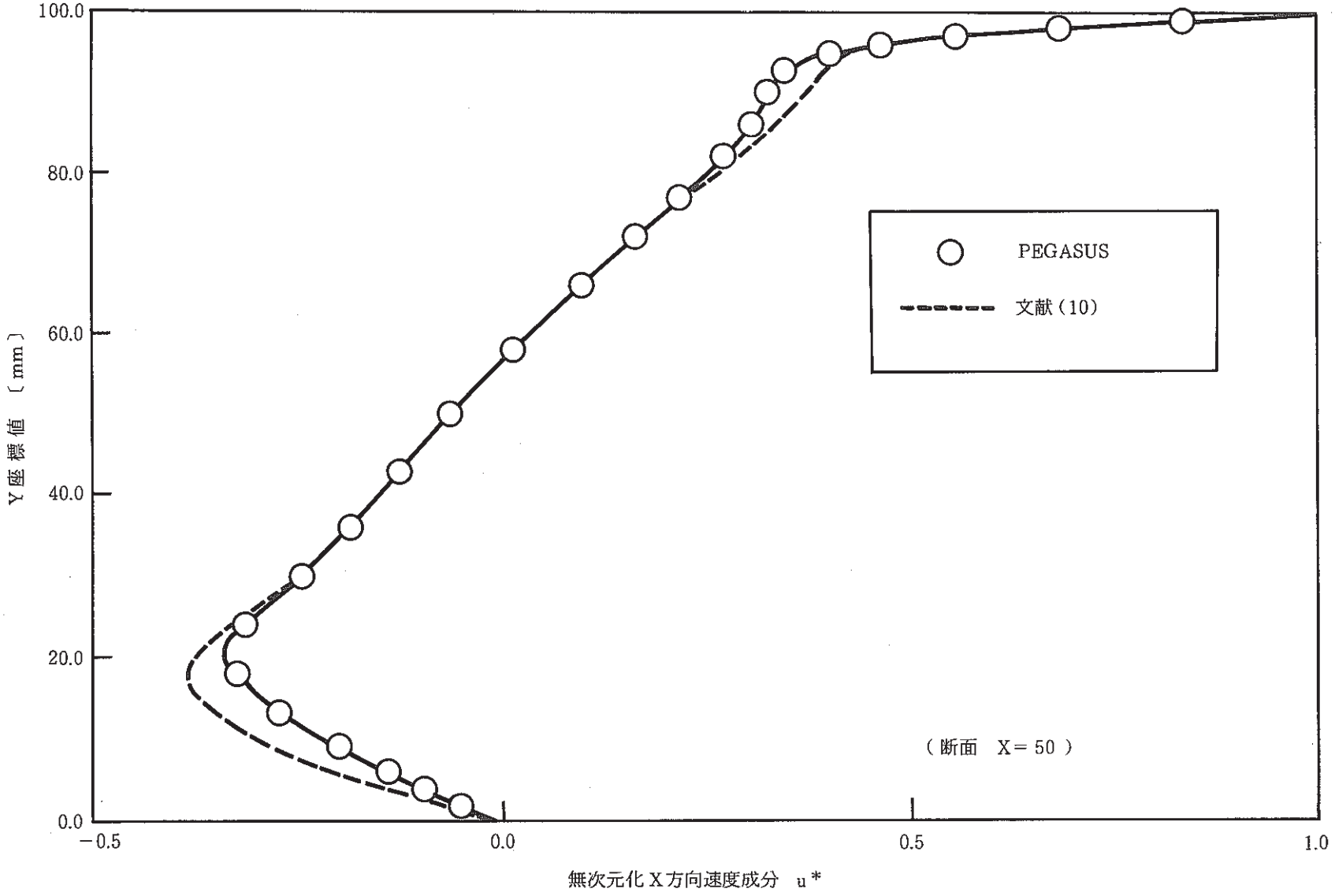


Fig. 3.2.4 流速分布図(例題 2 − 1 強制対流)

3.2.2　自然対流

前章までに記した各例題はすべて等温問題であり，支配方程式は質量保存則と運動量保存則のみであった。本章ではエネルギー保存則との連成問題，すなわち浮力を考慮した対流問題について考察する。PEGASUSが扱う流体は非圧縮流体であり，密度一定を仮定している。この為温度の上昇に伴う膨張，すなわち密度変化を表現することができない。そこで，温度変化と密度変化の間には線形関係があり，かつ密度変化によって生じる浮力は体積力として作用するという近似（Boussinesq近似）を採用している。今，体積膨張率をβ［1／℃］とすると，その定義より

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial T} = \beta \qquad (3.2.2)$$

基準温度の周りにテイラー展開すれば

$$\rho = \rho_{ref} + \Delta T\frac{\partial \rho}{\partial T} + \frac{1}{2}\Delta T^2\frac{\partial^2 \rho}{\partial T^2} + \cdots\cdots \qquad (3.2.3)$$

よって温度Tにおける密度は，

$$\rho = \rho_{ref}\{1-\beta(T-T_{ref})\} \qquad (3.2.4)$$

となる。そこで浮力として基準温度（浮力＝0の温度）からの差，すなわち重力加速度をgとした場合に，

$$f = -\rho_{ref}\beta g(T-T_{ref}) \qquad (3.2.5)$$

の力が体積力として作用するものと考える。さて，3.1.1で述べたレイノルズ数と同様に，エネルギー方程式との連成問題を考える場合に流動の特性を記述する重要なパラメーターを次に説明する。

一般二次元直交座標系におけるエネルギー保存則を記述すれば，

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho C_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (3.2.6)$$

レイノルズ数の導出時と同様に各状態量を下記の形に無次元化する。まず，（3.1.6）に相当する代表速度を

$$U = k\sqrt{Ra\cdot Pr}/(\rho C_p L) \qquad (3.2.7)$$

と定義する。ここでRa，Prはそれぞれレーリー数Ra（Rayleigh Number），プラントル数（Prandtl Number）とよばれる無次元数であり，物理的にはレーリー数は浮力と粘性力の比を表し，プラントル数は対象としている流体の運動エネルギーと熱エネルギーの拡散率の比を表現している。

$$Ra = \rho C_p \beta g \Delta T L^3 / \nu k \qquad (3.2.8)$$

$$Pr = \mu C_p / k \qquad (3.2.9)$$

kは熱伝導率，C_pは等圧比熱を示し，ΔTは代表温度差を示す。さて，基準温度をT_0とすれば，各状態量は代表速度を(3.2.7)として

$$x^* = x/L \qquad y^* = y/L \qquad (3.2.10)$$

$$u^* = u/U \qquad v^* = v/U \qquad (3.2.11)$$

$$T^* = (T - T_0)/\Delta T \qquad (3.2.12)$$

$$t^* = tU/L \qquad p^* = pL/\mu U \qquad (3.2.13)$$

と無次元化され，これらを(3.1.2)(3.1.3)(3.1.4)及び(3.2.6)に代入して整理すれば，

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \qquad (3.2.14)$$

$$\sqrt{Ra/Pr}\left(\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial v^*}{\partial y^*}\right) = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}\right) + \sqrt{Ra/Pr}\cdot T^* \qquad (3.2.15)$$

$$\sqrt{Ra/Pr}\left(\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial v^*}{\partial y^*}\right) = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}}\right) + \sqrt{Ra/Pr}\cdot T^* \qquad (3.2.16)$$

$$\sqrt{Ra\cdot Pr}\left(\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right) = \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}\right) \qquad (3.2.17)$$

となり，見かけ上密度がRa／Pr，動粘性係数が密度の逆数，等圧比熱がPr，その他の各次元はすべて一様にL＝k＝β＝g＝ΔT＝1.0となる。また，レーリー数，プラントル数と同様に重要なパラメーターとして，ペクレ数(Peclet Number)とグラスホフ数(Grashof Number)がある。

$$Pe = Re\cdot Pr = \mu C_p UL/k \qquad (3.2.18)$$

$$Gr = Ra/Pr = g\beta\Delta T L^3/\nu^2 \qquad (3.2.19)$$

ペクレ数は対流熱伝導と拡散熱伝導の比を表し，グラスホフ数はレーリー数と同様に浮力と粘性力の比を表現する。このグラスホフ数は層流，乱流域の判定の目安としてしばしば用いられ，

$Gr < 10^8$ 層流

$10^8 < Gr < 10^{10}$ 遷移領域

$10^{10} < Gr$ 乱流

が提言されている。

3.1.1で述べた様に，要素分割時に問題となる境界層厚みδの見積りに関しては，

$$\delta / L = 5.0 / Ra^{0.25} \quad （自由対流境界層厚み） \qquad (3.2.20)$$

が重要であり，境界層内に少なくとも一点以上の節点が定義されていることが解の収束等の面から必要である。

本解析では対象流体を空気とし，閉じた正方形のキャビティの右辺と左辺に一定の温度差を定義した。一辺の長さを10[㎜]とし，平均温度を50℃，温度差を±8℃とする。以下に，その物性値を示す。

密度 $\rho = 1.059 \times 10^{-9}$ [kg／㎜^{3}]

動粘性係数 $\nu = 18.55$ [㎜^{2}／sec]

熱伝導率 $k = 6.681 \times 10^{-9}$ [kcal／㎜ sec ℃]

等圧比熱 $C_p = 0.241$ [kcal／kg ℃]

体積膨張率 $\beta = 3.095 \times 10^{-3}$ [1／℃]

重力加速度 $g = 9800.0$ [㎜／sec^2]

$L = 10.00$ [㎜]

$\Delta T = 16.00$ [℃] $T_0 = 42.00$ [℃]

各無次元数を計算すると

レーリー数 $Ra = 0.999 \times 10^3$

プラントル数 $Pr = 0.708$

グラスホフ数 $Gr = 1.410 \times 10^3$

となり，相似則としてはこれら3つの無次元数を合わせるものとする。よってPEGASUSの入力データとしては，$\rho = 37.55$，$\nu = 0.02663$，$k = 1.0$，$C_p = 0.708$，$\beta = 1.0$，$g = 1.0$，$L = 1.0$，$\Delta T = 1.0$を採用した。

要素分割および境界条件をFig.3.2.5に，流速ベクトル図，温度コンター図をFig.3.2.6，Fig.3.2.7に示す。また断面X＝5.0における流速uの分布，断面Y＝5.0における流速vの分布，断面Y＝5.0における温度分布をFig.3.2.8～10に示す。

過去に発表された多数の論文より，Y＝5.0[㎜]，X＝5.0[㎜]における鉛直方向速度成

分，水平方向速度成分[㎜／sec]の最大値とその発生位置を比較した。他の解析結果と比較的よく一致していることがわかる。

	鉛直速度成分 at Y = 5.0	水平速度成分 at X = 5.0	文献No.
PEGASUS	9.762 at X = 1.191	9.689 at Y = 1.809	
Gresho	9.690 at X = 1.166	9.571 at Y = 1.812	(14)
Winters	9.660 at X = 1.180	9.529 at Y = 1.810	(15)
Davis	9.678 at X = 1.178	9.552 at Y = 1.813	(16)
Engleman	9.683 at X = 1.180	9.552 at Y = 1.811	(17)

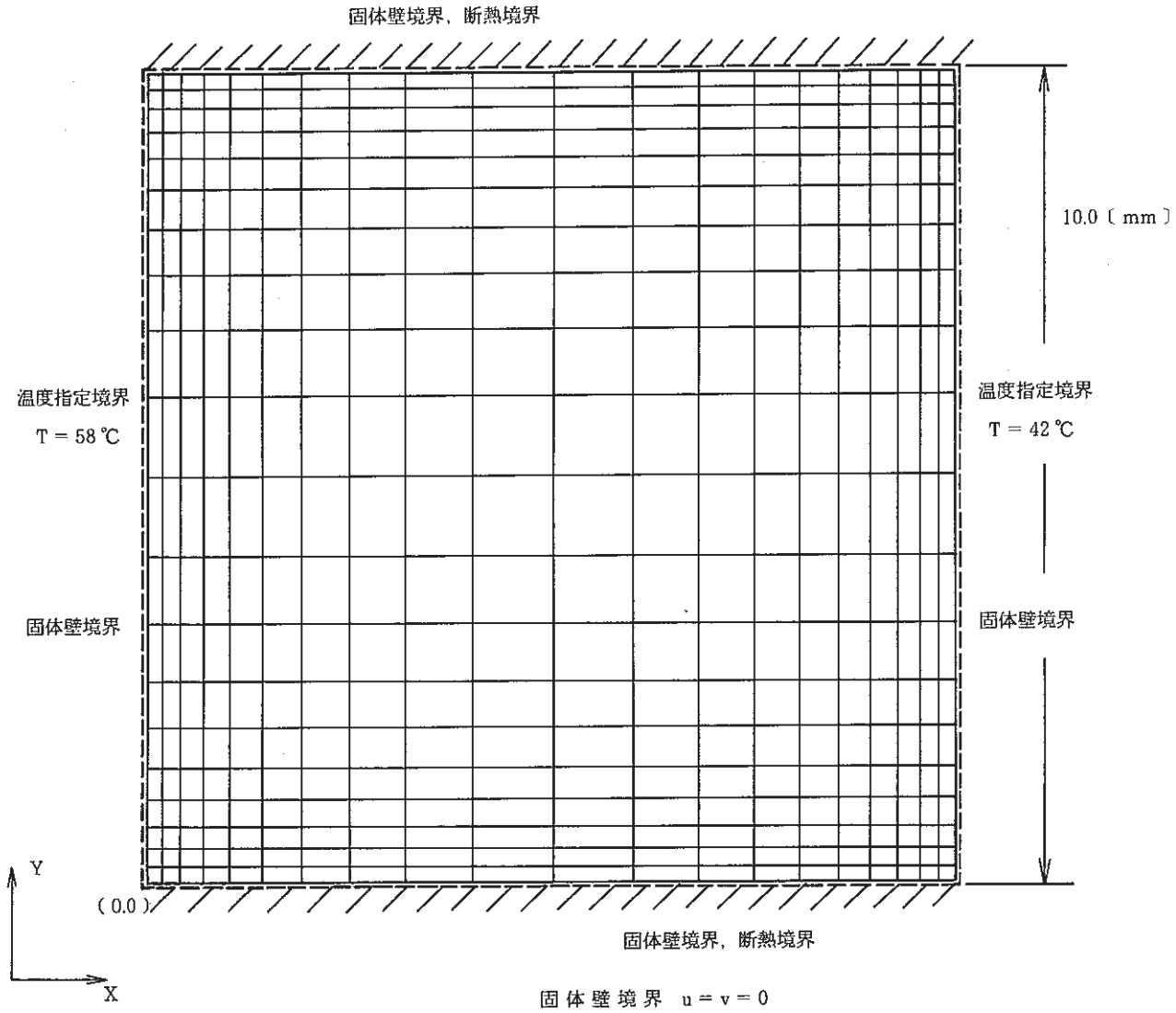


Fig.3.2.5　要素分割および境界条件（例題２－２　自然対流）

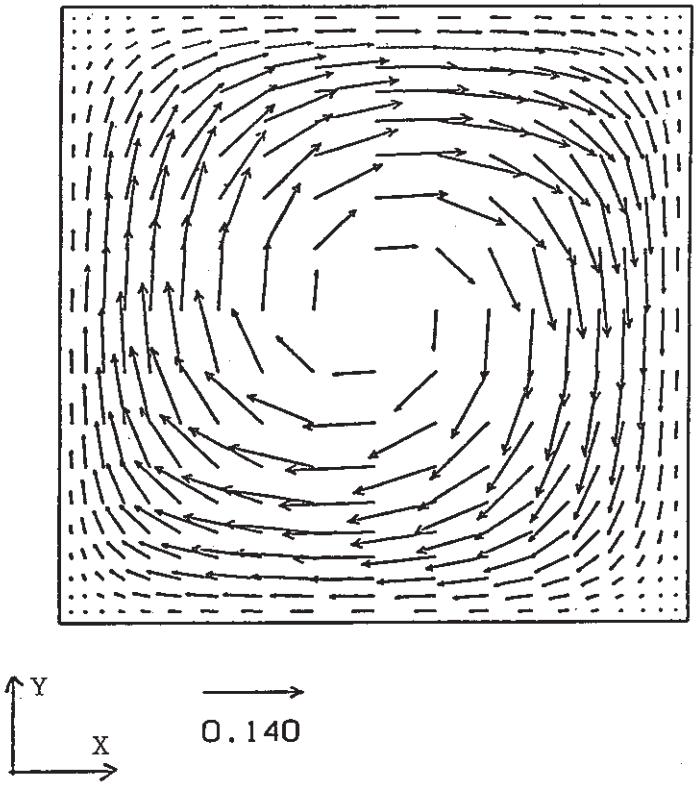


Fig. 3.2.6　流速ベクトル図
（例題２－２　自然対流）

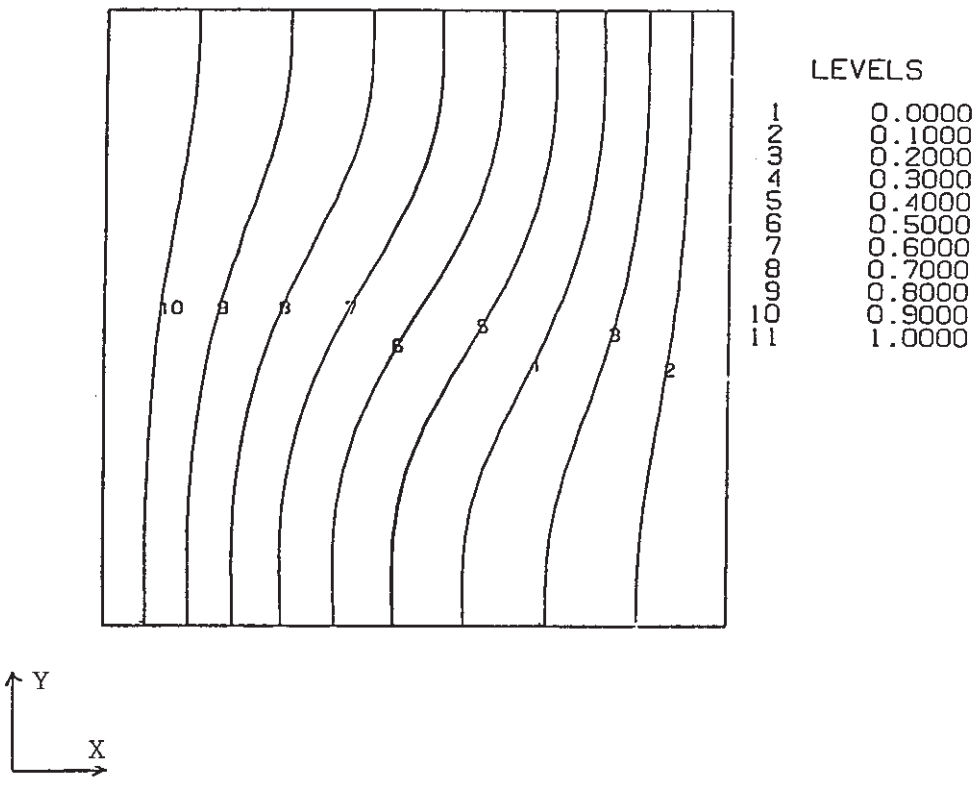


Fig. 3.2.7　温度コンター図
（例題２－２　自然対流）

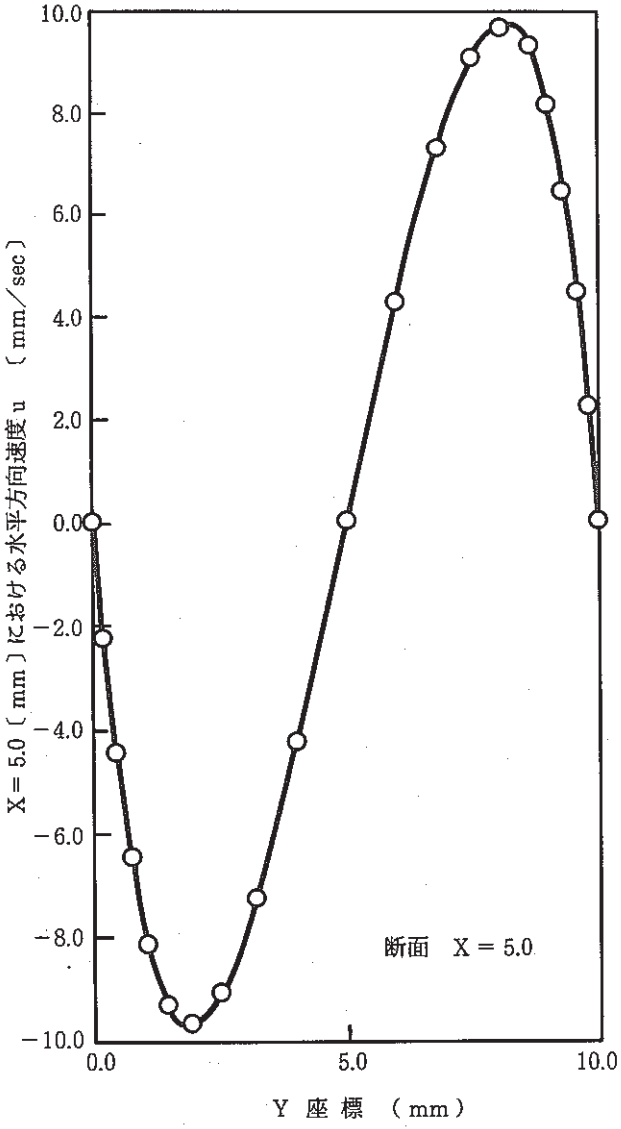


Fig. 3.2.8 流速 u の分布
（例題２－２ 自然対流）

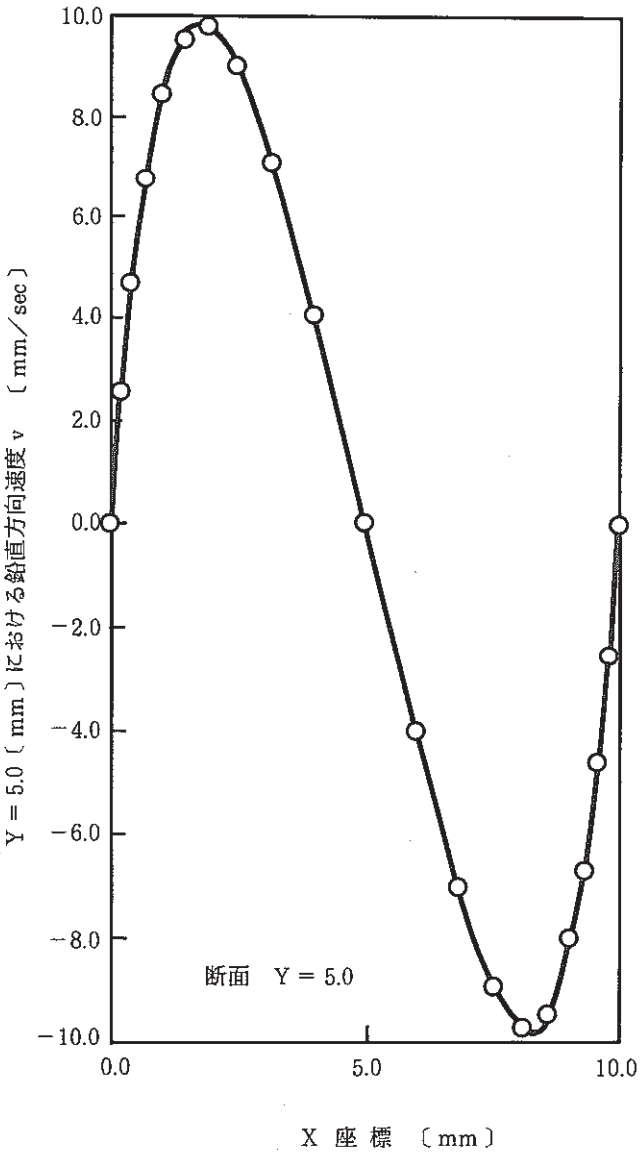


Fig. 3.2.9 流速 v の分布
（例題２－２ 自然対流）

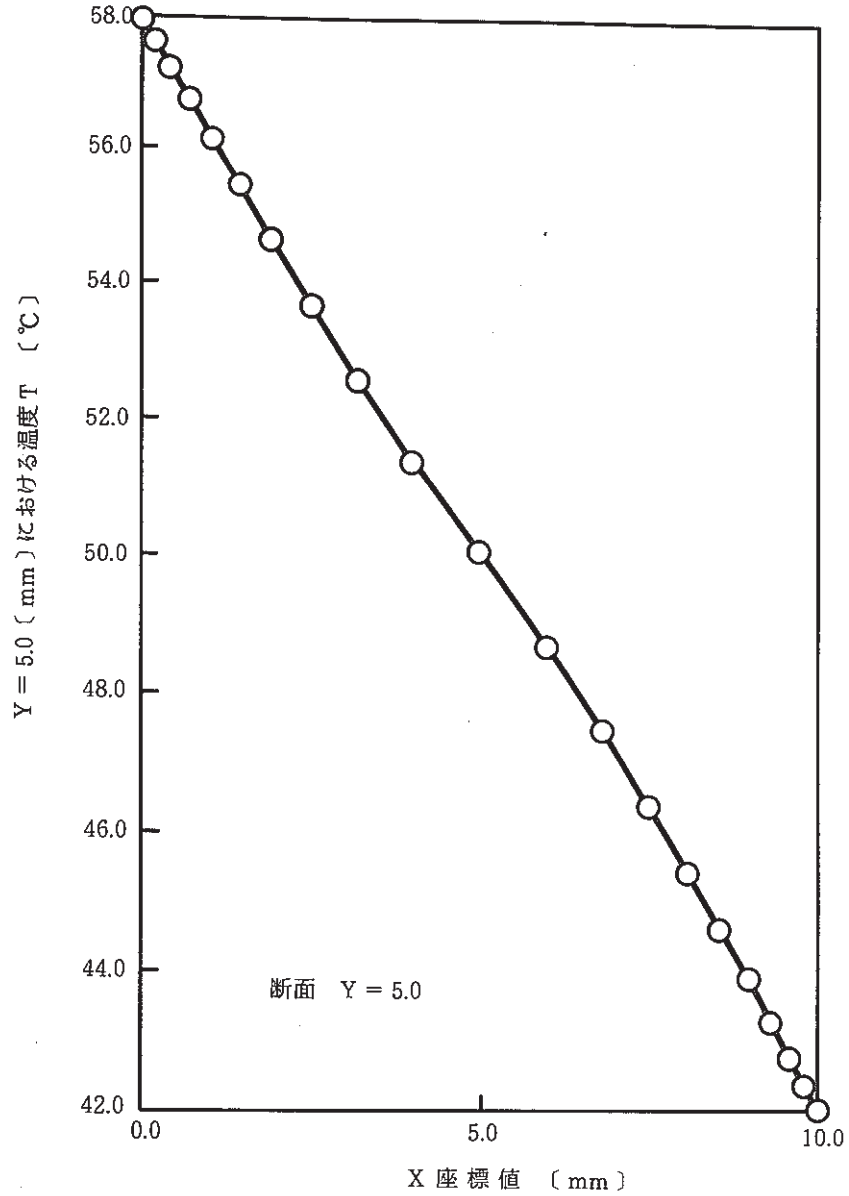


Fig. 3.2.10 温度分布（例題２－２ 自然対流）

3.2.3 ま と め

内部流れの流動および流動伝熱に関する例題2題を解析し，周知の数値計算結果と比較した結果，以下のことがわかった。

- 層流域での内部流れ問題に対し，比較的精度の良い解が得られる。
- 誤差の原因は主に要素分割が粗いためと考えられる。

3.3 ステップを通過する流れ

本章では，解が時刻に大きく依存する流れの問題を通して，粘性流における渦の発生，消滅及び層流，乱流に対する考察を行う。現象としては上下を固体壁で囲まれた急拡大流路内を通過する等温非定常流であり，流出部は自由流出境界（Ｐ＝０）としている。

3.1.1で述べた様に，相似則の適用によって無次元化されたモデルが作成されている場合，動粘性係数の操作のみによってモデルの実寸法の異なる場合，流入速度が異なる場合，動粘性係数が異なる場合等を容易に模擬することができる。

本解析では，代表ケースとしてレイノルズ数240.0を採用し，レイノルズ数を1.0および1000.0と修正することにより，流れの挙動の変化を解析する。

今，対象流体を300℃における液体金属ナトリウムとし，流路幅を10.0〔㎜〕，放物線型の分布を仮定した最大流入速度を9.41〔㎜／sec〕とすれば，（3.1.1）より，レイノルズ数は

$$Re = 240.0$$

となる。物性値を以下に示す。

密度	$\rho = 8.800 \times 10^{-7}$	〔kg／㎜³〕
動粘性係数	$\nu = 0.392$	〔㎜²／sec〕
	$L = 10.00$	〔㎜〕
	$U = 9.41$	〔㎜／sec〕

（3.2.1）より，$\Delta X = 2.50$〔㎜〕，$U_{max} = 9.41$〔㎜／sec〕として時間刻み幅を見積ると，

$$\Delta t \leqq 0.266 \text{〔sec〕}$$

（3.1.7）より無次元量に換算して，

$$\Delta t^* \leqq 0.250$$

Fig. 3.3.2(a)(b)にレイノルズ数240.0における速度ベクトル図を$t^* = 2.50 \sim 50.0$（実時間に換算して2.66秒～53.1秒）にかけて示す。流路が急拡大している部分における渦の発生と成長，移動がよく観察され，徐々に定常に向かう様子がわかる。この問題は複雑な流れ場解析を実

施する際に最低必要な要素分割のパターン，すなわち渦を捕まえる為には渦の高さ方向へ少なくとも4要素以上は必要であることを示している。またFig. 3.3.3にレイノルズ数1.00の場合の流れを示す。このようにレイノルズ数が小さい場合，流れ自体はほとんどポテンシャル流れに等しいと想像される為，渦の発生はなく無限小時間内で定常状態に達する。次にレイノルズ数1000.0のケースをFig. 3.3.4(a)(b)に示す。レイノルズ数240.0と比べた時，渦の大きさ，その挙動は一段と複雑になり，自由流出境界（Ｐ＝０）の位置が渦の発生場所に近い為に，流出部近傍における流入・流出は非常に複雑なパターンを示す。このレイノルズ数1.00と1000.0を比較してみると，レイノルズ数の大きさによる流れの様子の変化が明確となり，同じ形状，同じ境界条件であってもレイノルズ数が大きくなるにつれて拡散項に対する移流項の支配性がはっきりとしてくる。

現在，乱流を記述する方程式に関してはいろいろな研究がなされてるが，最も一般的なものとしては二方程式モデルが提案されている。これは乱流エネルギー等の移流，拡散を（3.1.2）（3.1.3）（3.1.4）等と連立させて解くものであり，この時粘性係数は

$$\mu = \mu_T + \mu_L \qquad (3.3.1)$$

と記述される。ここでμ_Tは乱流粘性係数，μ_Lが層流粘性係数と呼ばれ，今流れが乱流域にある場合，主流部においては

$$\mu_T / \mu_L \sim 10^3 \sim 10^5$$

となり，圧倒的に乱流粘性が大きくなる為，見かけ上レイノルズ数は非常に小さくなり主流部では層流とあまり変化はなくなる。

以上の様に，レイノルズ数によって流れの様相は大きく変化する為，解析を実施する前にその流れの特性を見積もることは非常に重要である。

結果をまとめると以下のようになる。

- ステップを通過する流れでは層流の範囲においてもレイノルズ数を上げていくことにより拡散項に対する移流項の支配性が卓越し，流況が大きく変化する。
- 渦を解析で択えるには渦の高さ方向に少なくとも4要素程度が必要と考えられる。

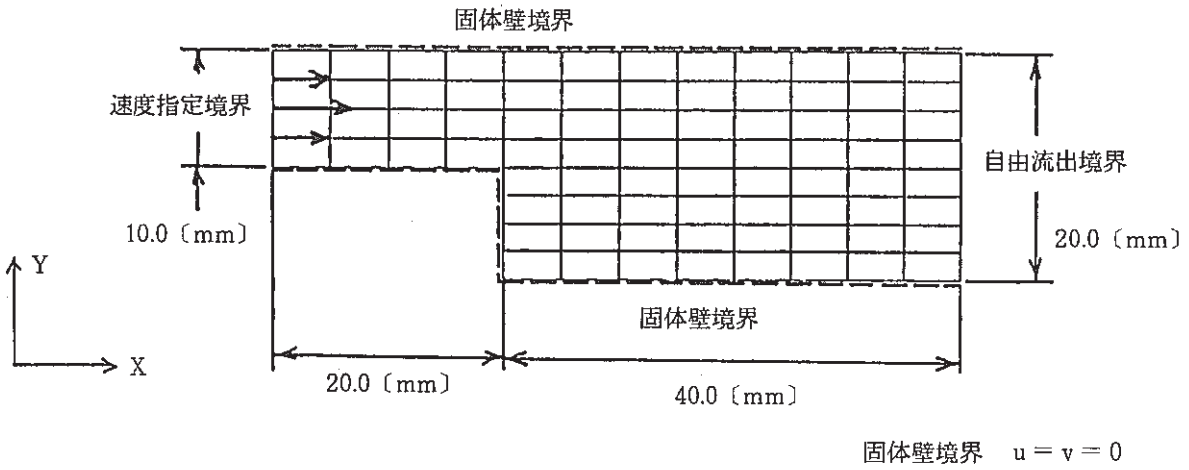


Fig. 3. 3. 1　要素分割および境界条件
（例題３　ステップを通過する流れ）

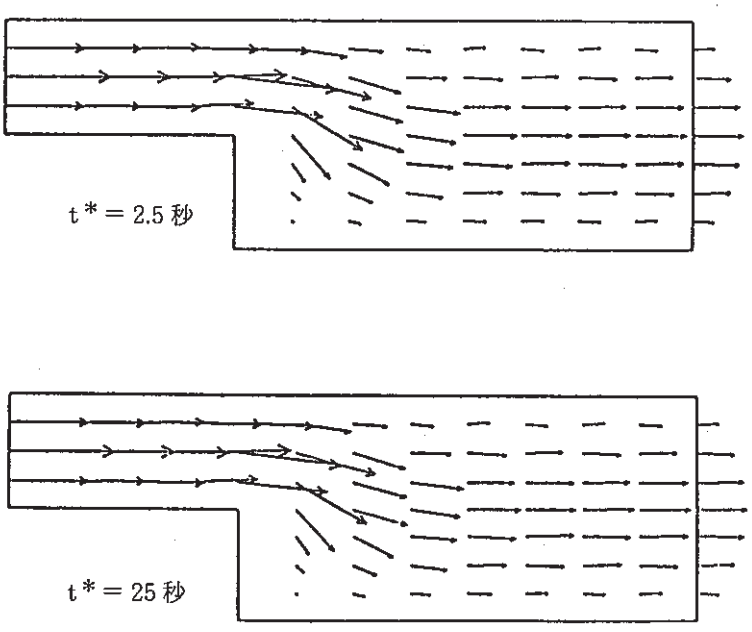


Fig. 3. 3. 3　流速ベクトル図
（例題３　ステップを通過する流れ　R_e ＝ 1.0 ）

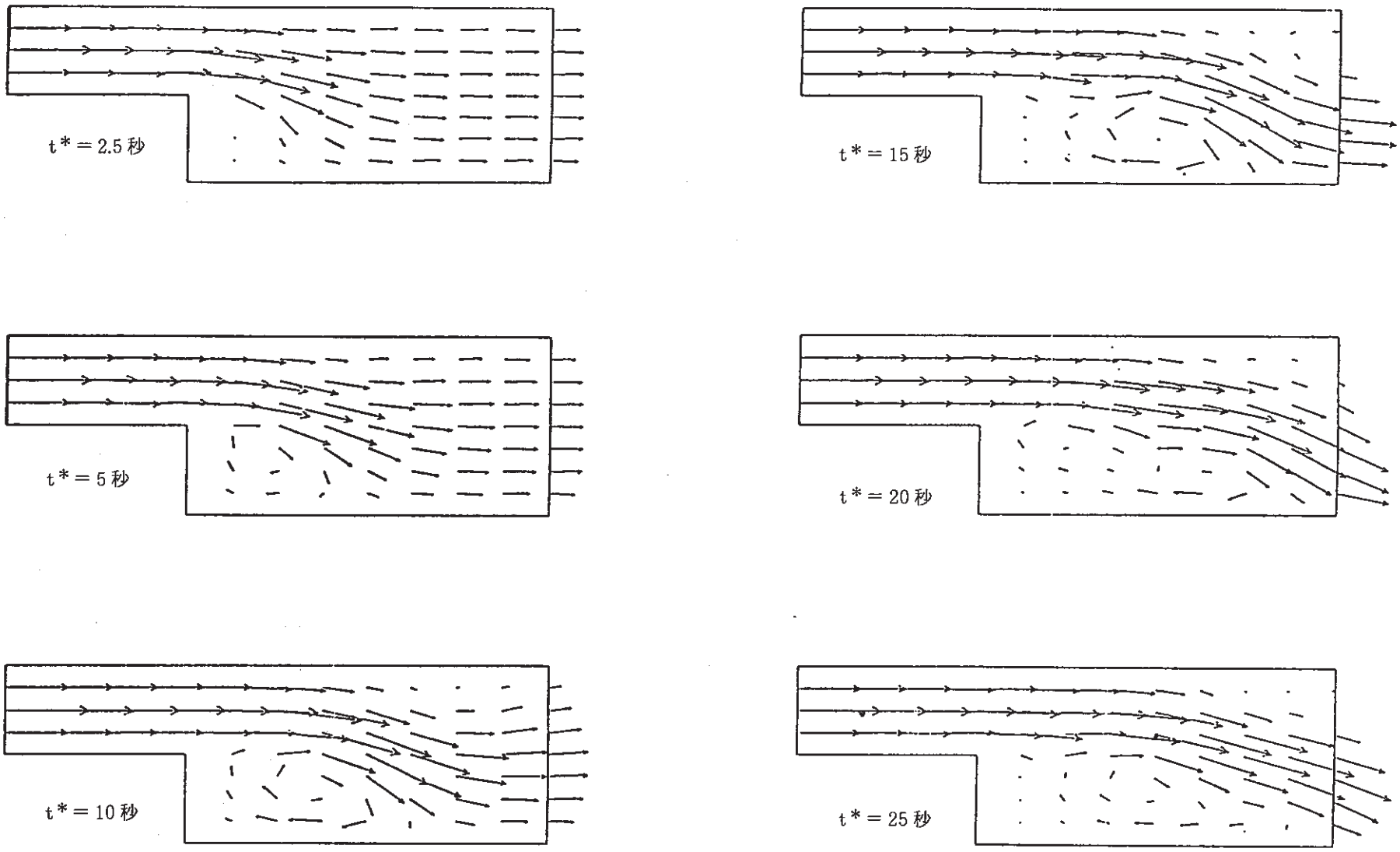


Fig. 3.3.2(a) 流速ベクトル図

（例題3　ステップを通過する流れ　$R_e = 240$ ）

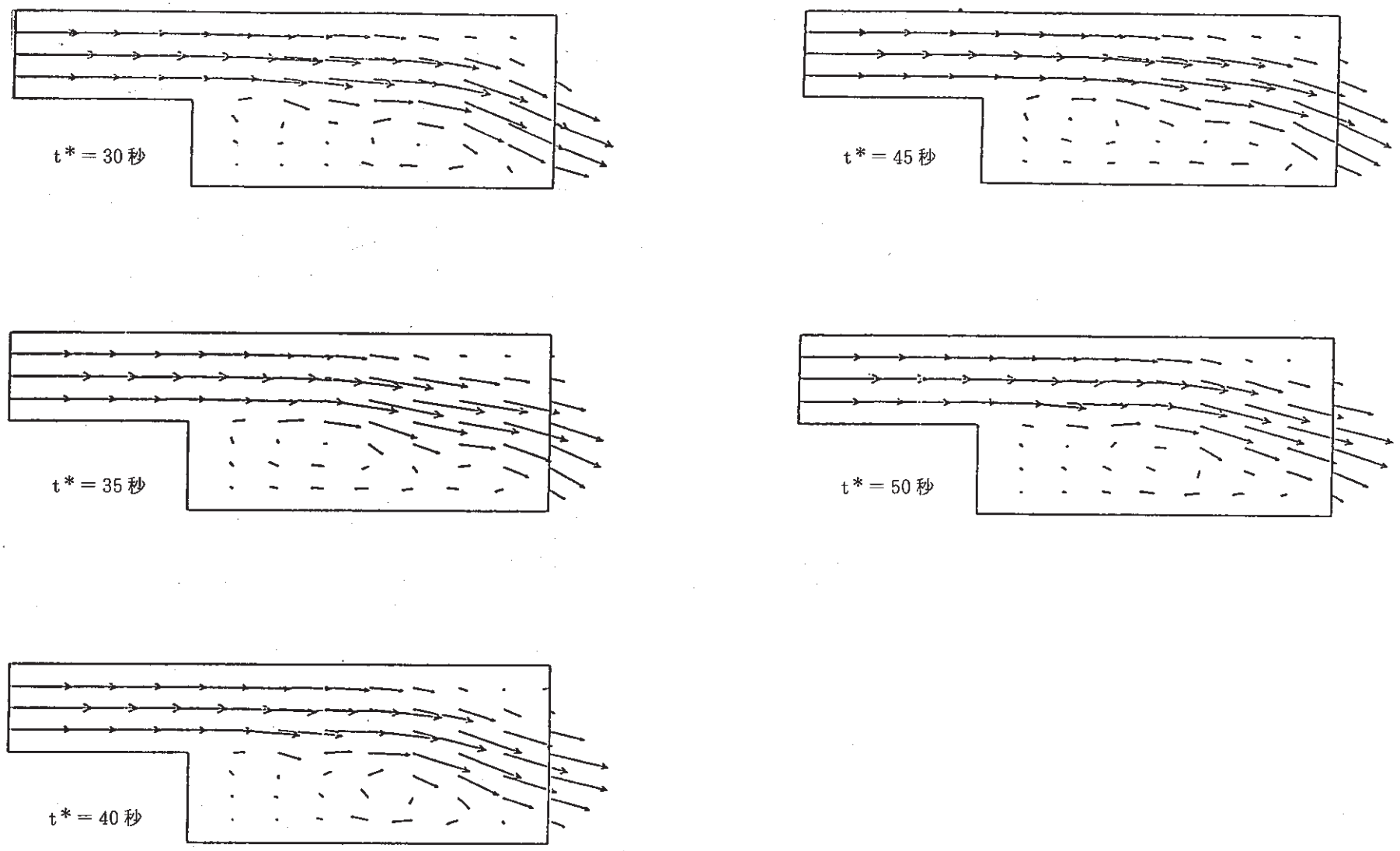


Fig. 3.3.2(b) 流速ベクトル図

（例題3　ステップを通過する流れ　$R_e = 240$ ）

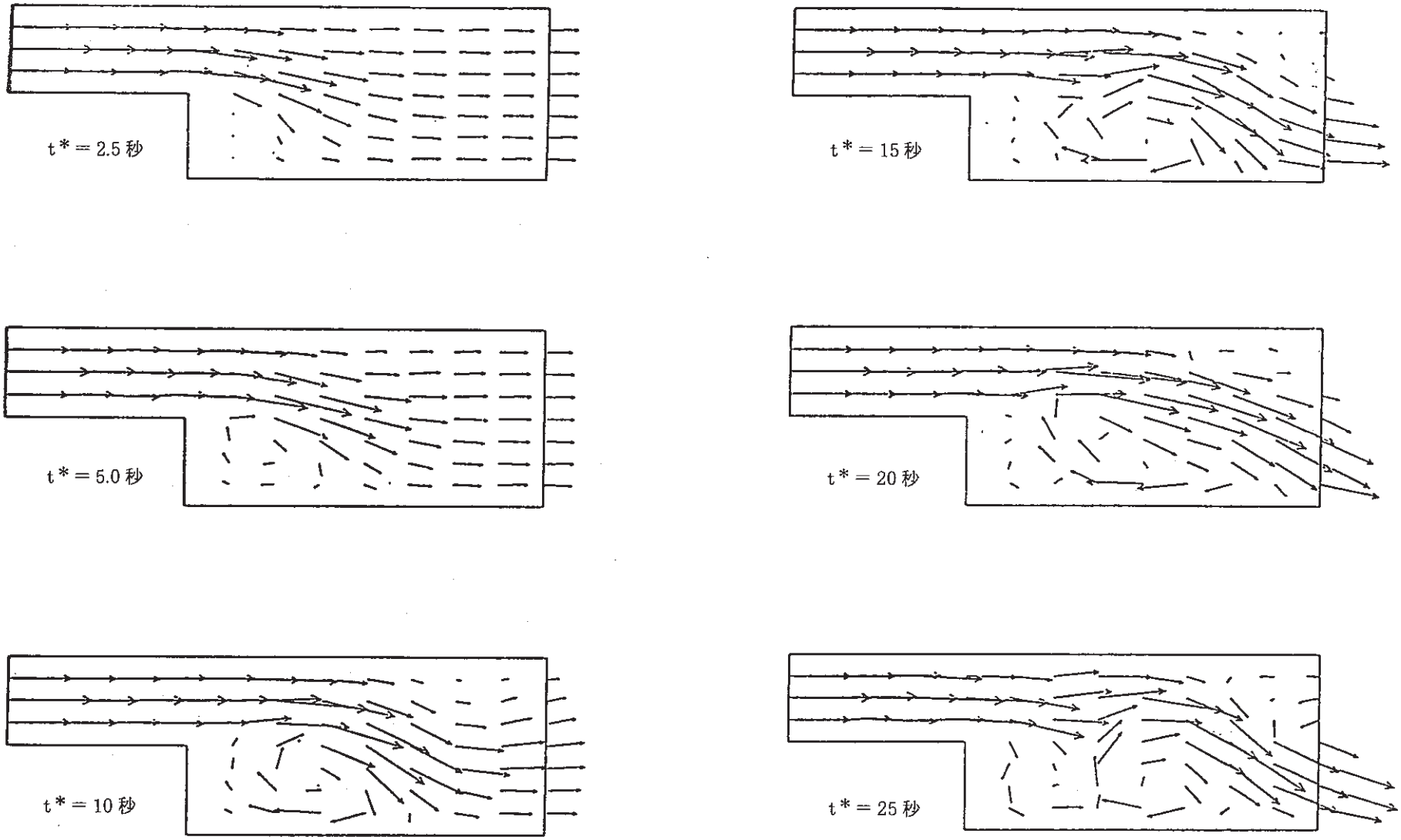


Fig. 3.3.4(a) 流速ベクトル図

（例題3　ステップを通過する流れ　$R_e = 1000$ ）

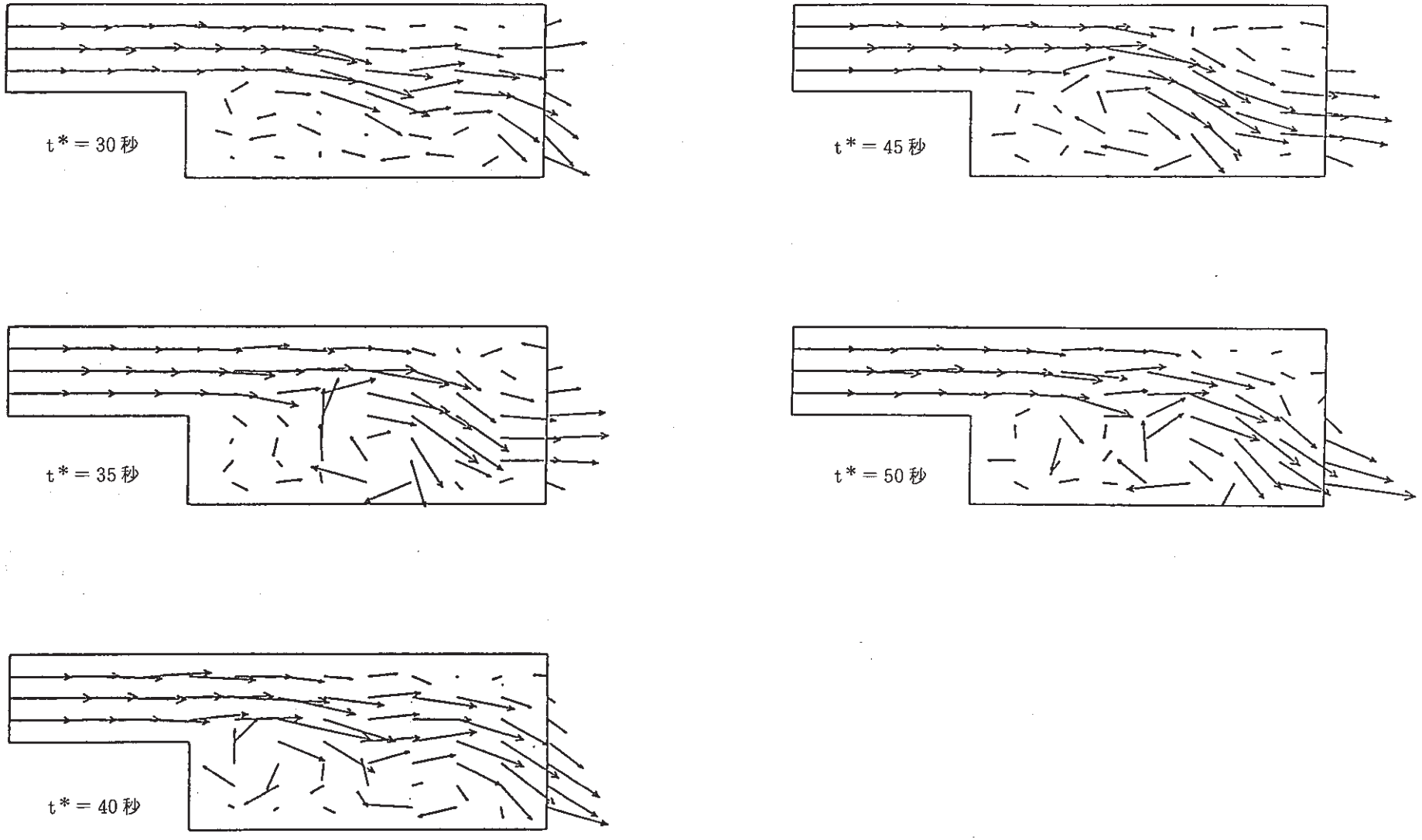


Fig. 3.3.4(b) 流速ベクトル図

（例題3　ステップを通過する流れ　$R_e = 1000$ ）

3.4　2次元プレナム流れ

乱流現象をPEGASUSを用いて解析しようとする際に必要なノウハウを蓄積する為に，既存の乱流解析プログラム[18][19]との比較・検討を実施する。軸対称形状を持つ容器において，底中央部より流入した流体が中程度の高さに位置する隙間より半径方向に流出する問題を考える。まず対象流体を水とし，平均温度を35〔℃〕とすることにより，各物性値は下記の値となる。

密度	$\rho = 0.994 \times 10^{-6}$	〔kg／mm^3〕
動粘性係数	$\nu = 0.735$	〔mm^2／sec〕
熱伝導率	$k = 1.492 \times 10^{-7}$	〔kcal／mm sec ℃〕
等圧比熱	$C_p = 0.998$	〔kcal／kg ℃〕
体積膨張率	$\beta = 0.335 \times 10^{-3}$	〔1／℃〕
動力加速度	$g = 9800.0$	〔mm／sec^2〕

Fig.3.4.1に要素分割および境界条件を，Fig.3.4.2に熱過渡条件を示す。いま代表速度をU＝510.0〔mm／sec〕，代表長さを半径にとってL＝475.0〔mm〕とする。また，Fig.3.4.2に示すように流入速度，温度が時間と共に変動する為，最大温度変化量を考えて$\Delta T = 52.4$〔deg〕とした場合，前述した各無次元量は，

レイノルズ数	$Re = 3.296 \times 10^5$
レーリー数	$Ra = 1.668 \times 10^{11}$
プラントル数	$Pr = 4.887$

となり，流れは明らかに乱流である。

乱流の詳細な構造自体は未だ解明されていない部分が多いが，それらをマクロ的に見た場合，層流をへて乱流域に達すると，流れの中の“乱れ”は飛躍的に大きくなり，（3.1.3）（3.1.4）（3.2.6）の右辺で定義される拡散項は移流項に比べて非常に卓越してくる。このことは，本章で扱う問題のように流れと熱が連成する問題においては，見かけ上動粘性係数と熱伝導率が層流時より大きくなることを意味している。従って，主流部におけるレイノルズ数やレーリー数が非常に大きくなるにもかかわらず，流れは穏やかなものとなり，また熱エネルギーの伝播速度が大きくなる為に浮力の影響は小さくなる方向へと向かう。

本解析においては（3.3.1）で述べた層流粘性と乱流粘性の比を10^3とし，プラントル数を合わせる意味から層流熱伝導と乱流熱伝導の比も同時に10^3とする。この結果，見かけ上

レイノルズ数	$Re = 3.296 \times 10^2$
レーリー数	$Ra = 1.668 \times 10^5$
プラントル数	$Pr = 4.887$

となり，PEGASUSを用いて解析することが可能となる。また本解析においては入力データにおいて実次元量を採用した。これは文献(18)との比較を容易にする為であるが，前述したように解の精度がある程度落ちることが予想される。

今，最小要素幅 ΔX を約5〔㎜〕として，積分時間刻みを見積もると，

$$\Delta t = \Delta X / U \sim 0.010 \text{〔sec〕}$$

本解析ではリスタート機能を用いて，時間刻みをFig.3.4.3に示す履歴で変更することにより，非定常解析を実施する。

流速ベクトル図をFig.3.4.4(a)および(b)に温度コンター図をFig. 3.4.5(a)および(b)に示す。また定常時の流速ベクトル図を文献(18)の結果と比較したものをFig.3.4.6に示す。PEGASUSでは粘性の影響が大きく，下部に大きな渦が1つ生成されているが文献(18)では上下2つの渦に分れている点が大きな違いである。またPEGASUSでは(18)で報告されているような著しい温度成層化はみられない。原因のひとつとしては熱伝導率を 10^3 倍したことが考えられる。

このように，乱流問題を粘性係数と熱伝導率を同時に操作することにより，PEGASUSを用いて解析した場合，以下の2つの問題点が明らかになった。

1) 壁面近傍における境界層は現実の流れより非常に厚く評価される。

2) 流れの速い領域も遅い領域も一様にエネルギーの拡散が大きくなる為，本章の問題のように2つの渦にはさまれた速度の比較的小さい領域での熱エネルギーの移動は現実の流れよりも過大に評価され，成層化をさまたげる原因となっている。この為，粘性係数と熱伝導率を一律比で操作するのではなく熱伝導率の方を，粘性係数より1ケタ程度低く見積もった方が浮力の影響等が大きく評価されるため解析としては安全側となる可能性がある。

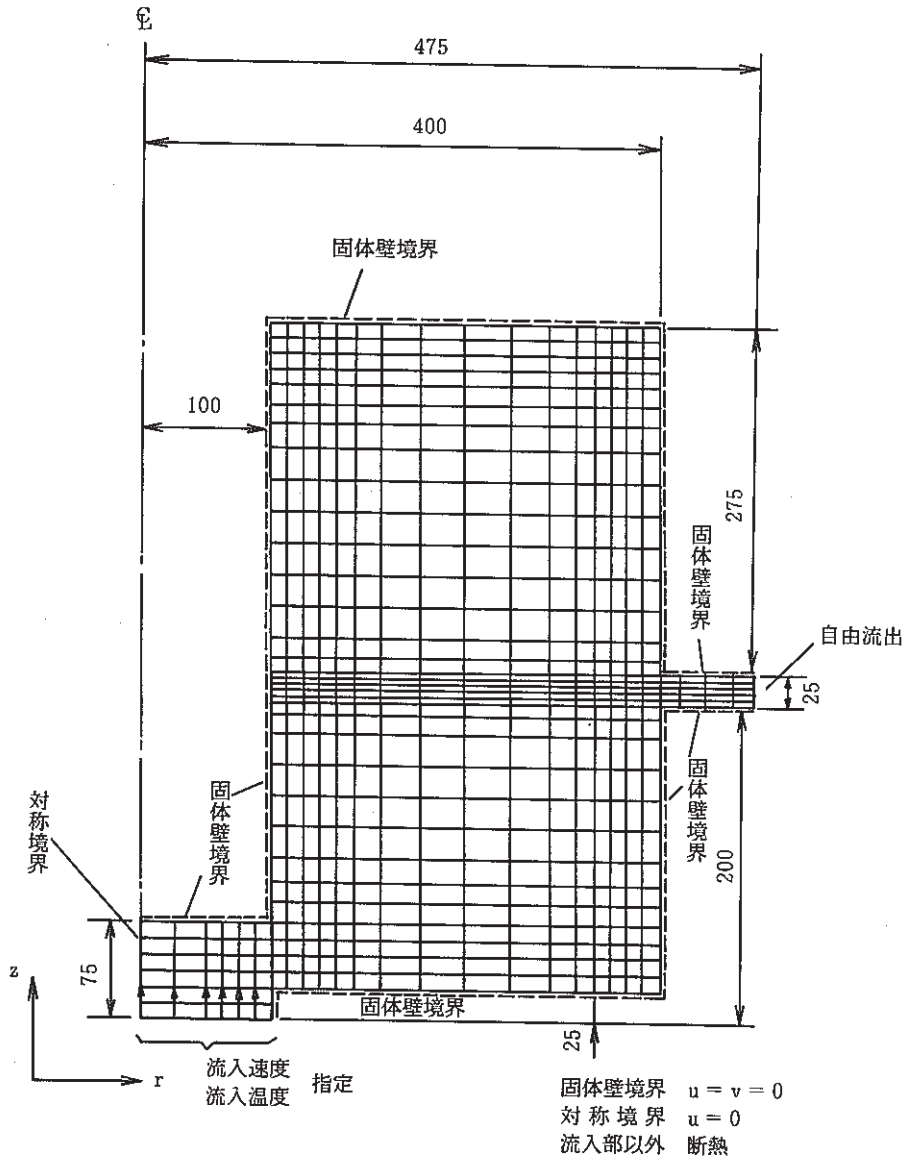


Fig. 3.4.1　要素分割および境界条件
（例題4　2次元プレナム流れ）

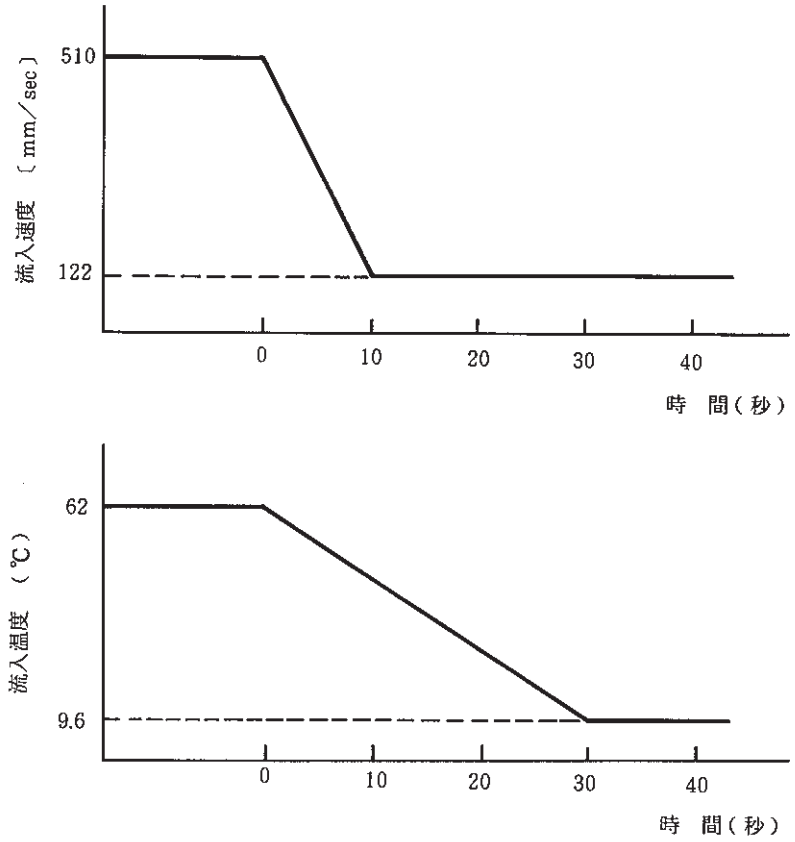


Fig. 3.4.2　熱過渡条件
（例題4　2次元プレナム流れ）

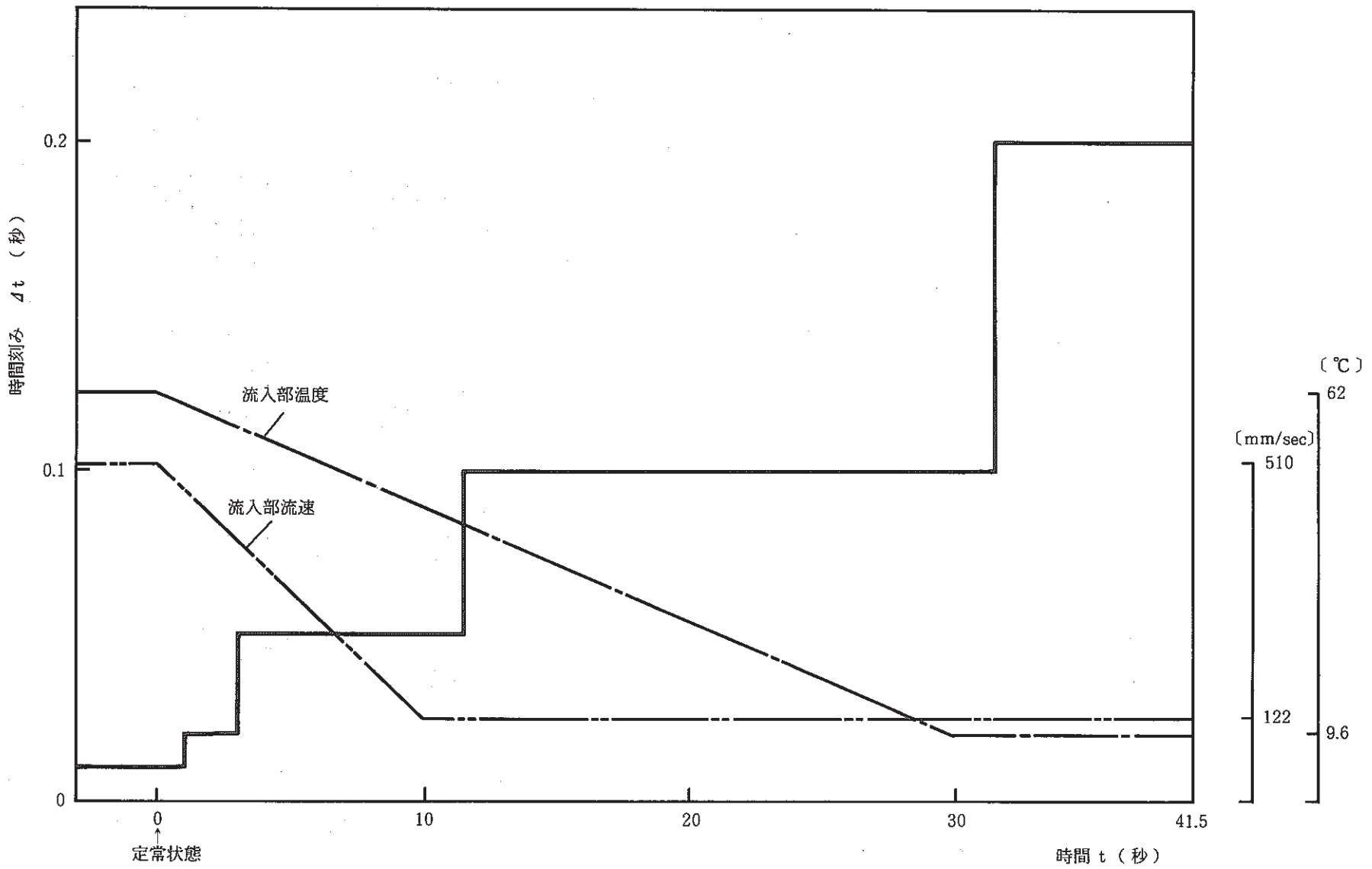


Fig. 3.4.3　時間増分の履歴（例題4　2次元プレナム流れ）

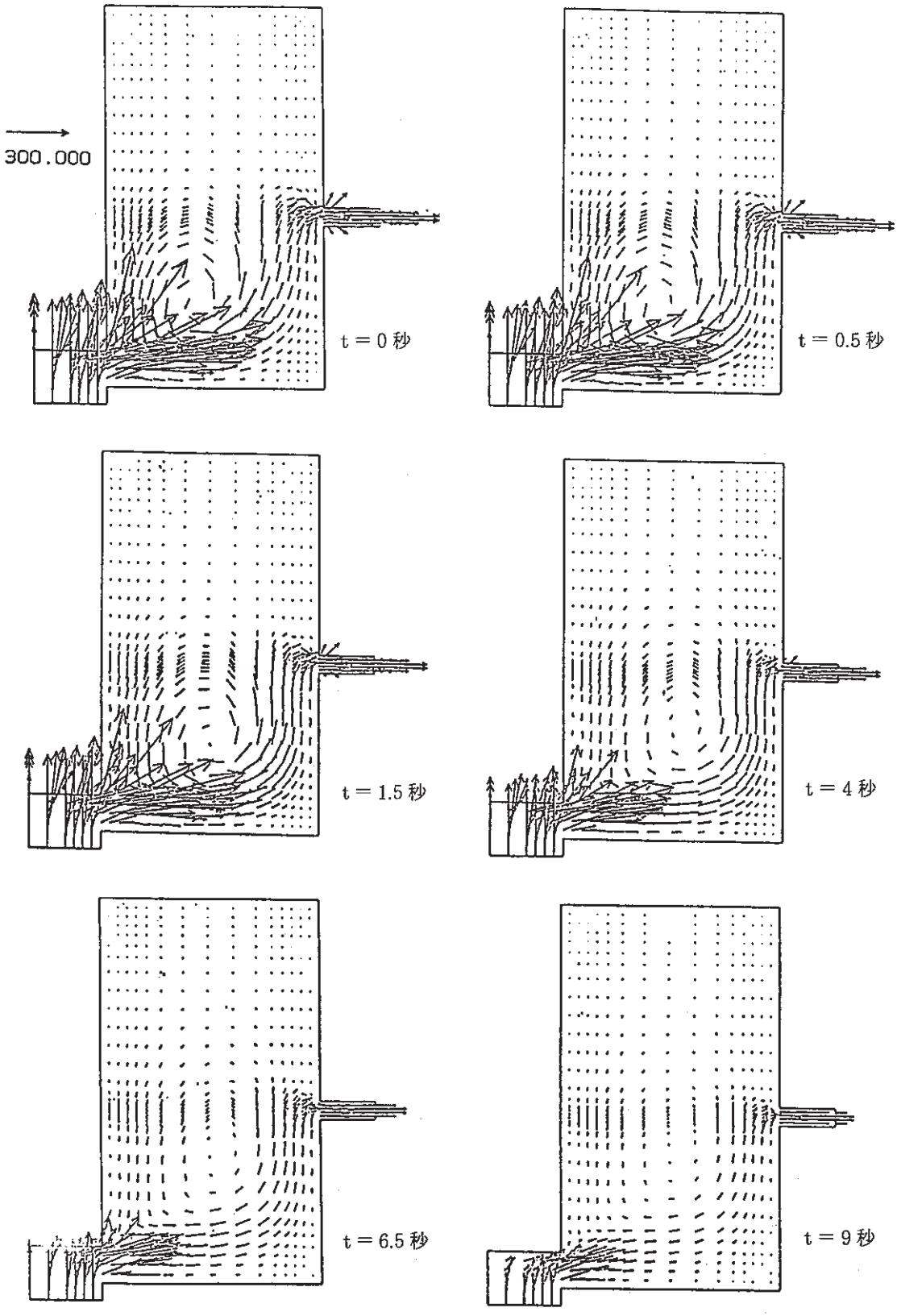


Fig. 3.4.4(a) 流速ベクトル図
（例題4　2次元プレナム流れ）

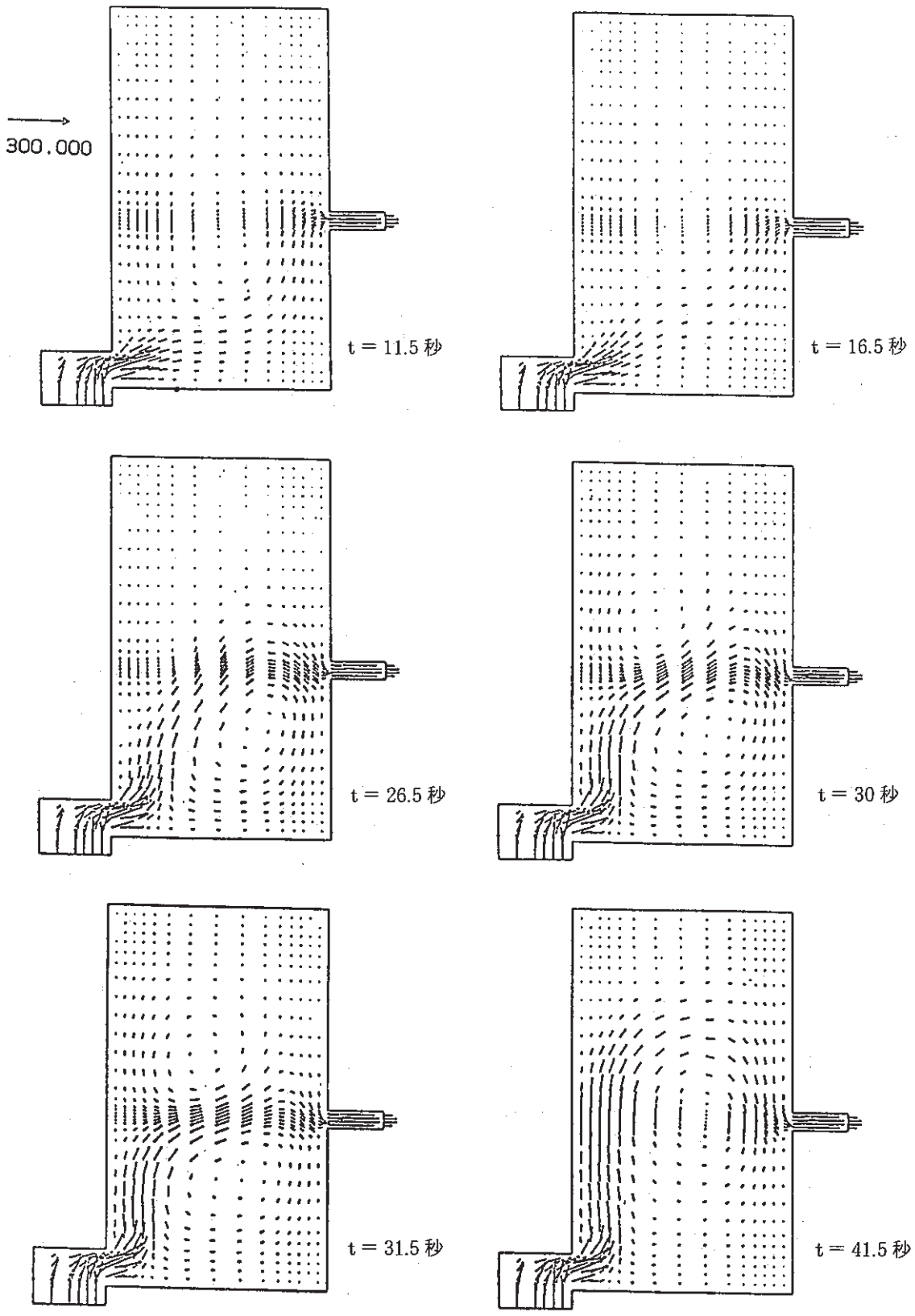


Fig.3.4.4(b) 流速ベクトル図
（例題4　2次元プレナム流れ）

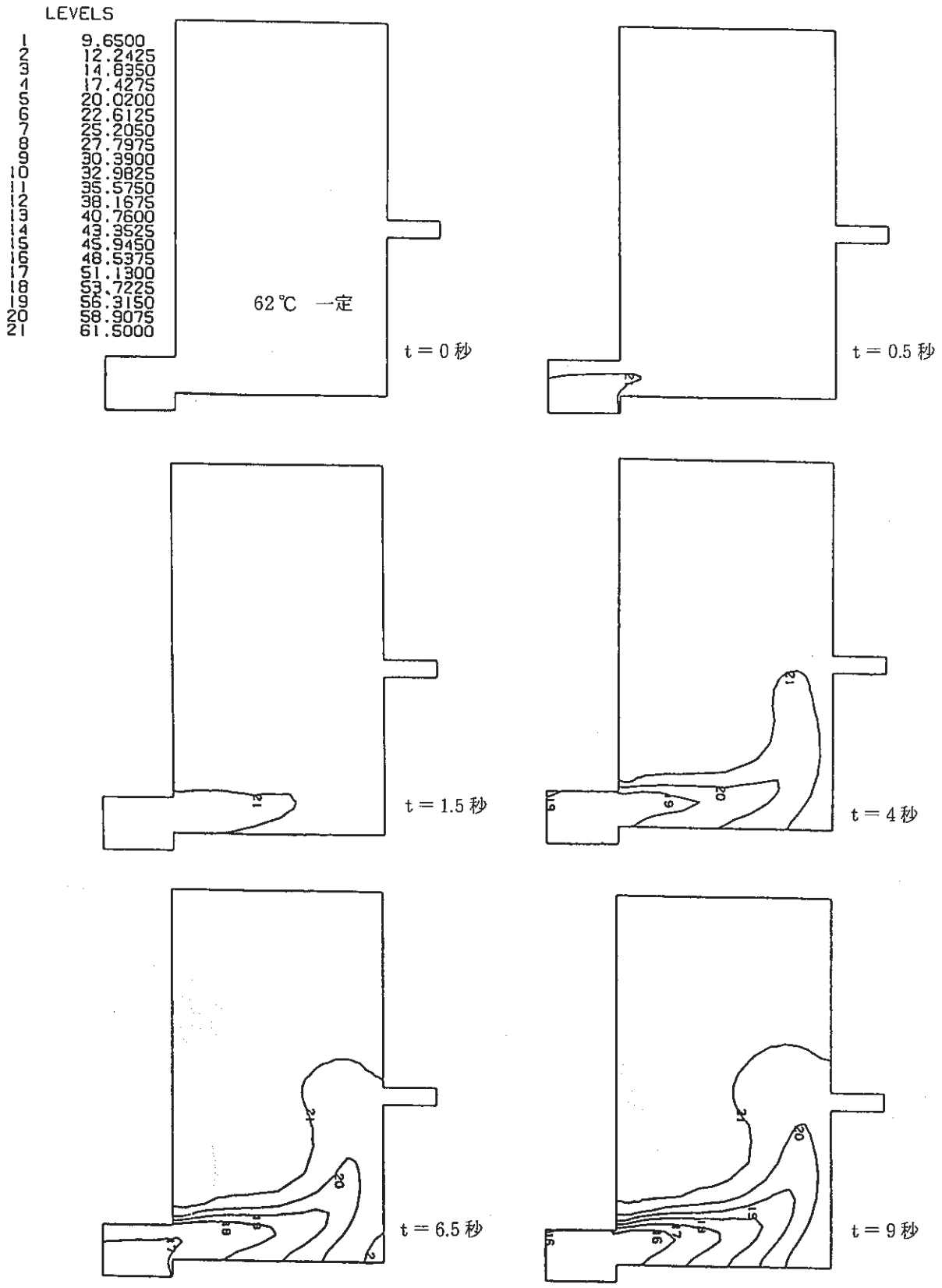


Fig. 3.4.5(a) 温度コンター図
（例4　2次元プレナム流れ）

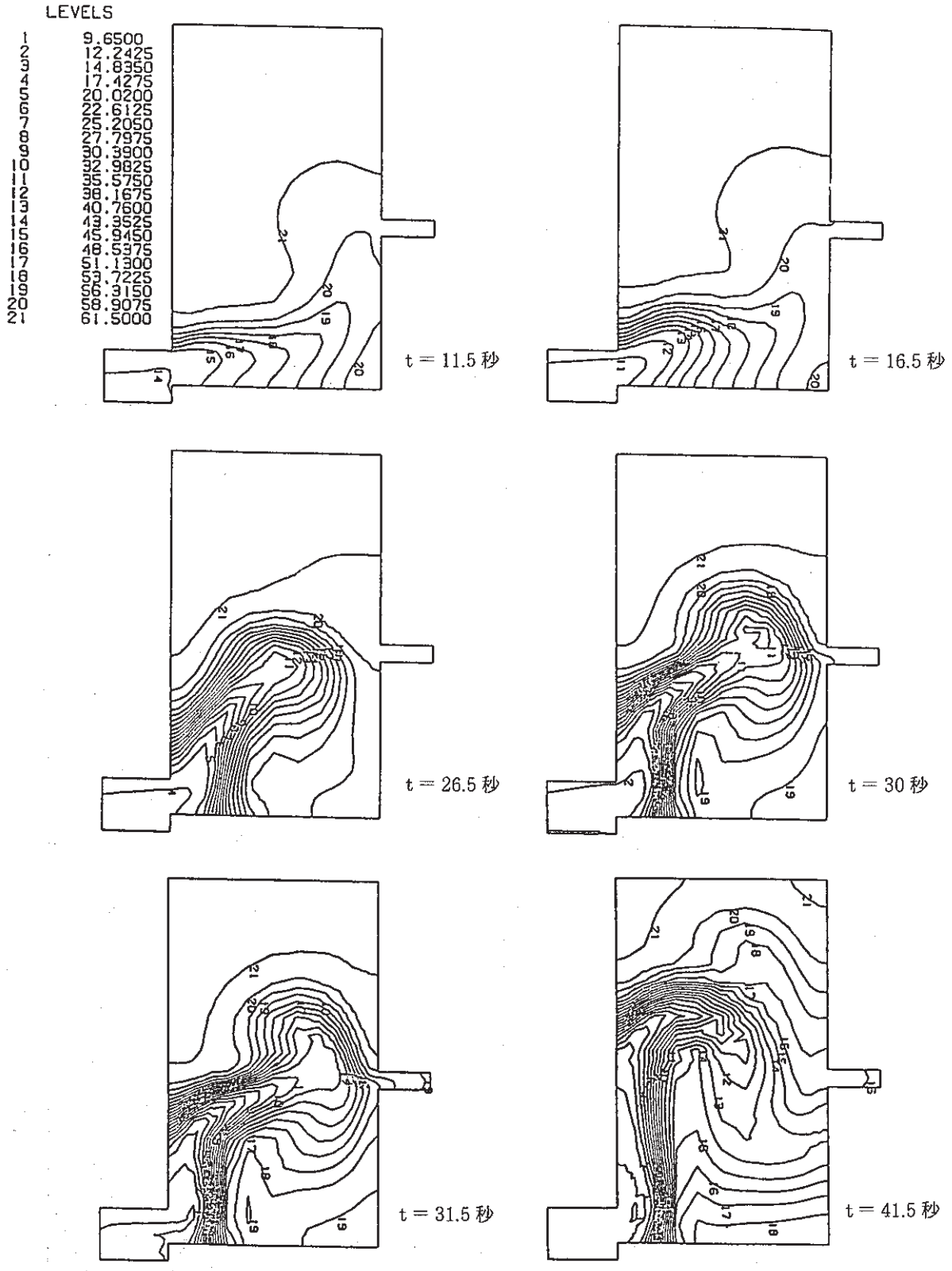
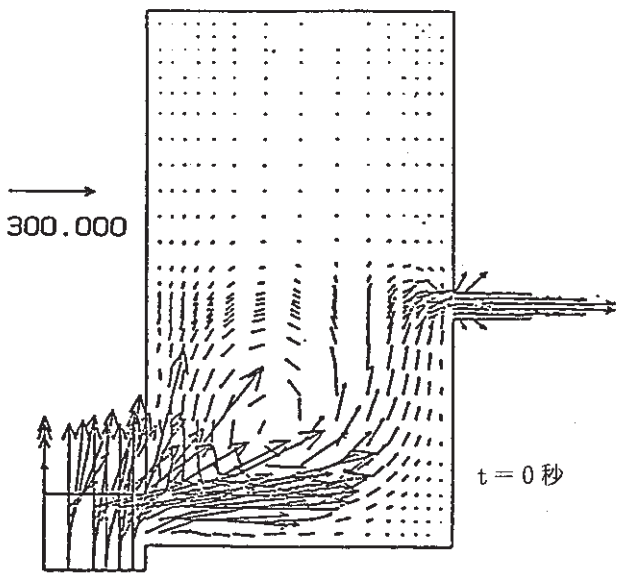
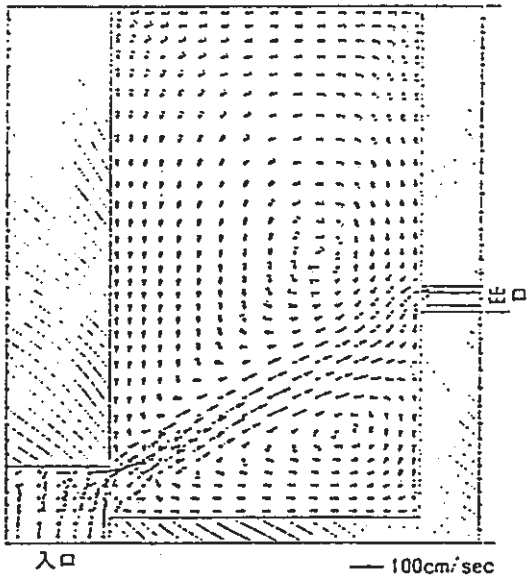


Fig. 3.4.5(b) 温度コンター図

（例題4　2次元プレナム流れ）



" PEGASUS "



文献(18)

Fig. 3.4.6　定常状態における流速ベクトル図の比較
（例題４　２次元プレナム流れ）

3.5　T型流路における流れ

本章ではT型流路内を流れる金属ナトリウムのホット・ショックを解析する。本解析ではPEG-ASUSを用いて簡易流動伝熱応力解析を実施することを想定して3.4節と同様にモデルの寸法あるいは流体の物性値等はすべて実次元とし，物性値の温度依存性，境界条件の時間依存性を考慮する。要素分別および境界条件をFig. 3.5.1に示す。まず，流れの特性を把握する為に平均温度T＝400〔℃〕における物性値を下記に示す。

密度	$\rho = 0.856 \times 10^{-6}$	〔kg／mm^3〕
動粘性係数	$\nu = 0.332$	〔mm^2／sec〕
熱伝導率	$k = 1.725 \times 10^{-5}$	〔kcal／mm sec ℃〕
等圧比熱	$C_p = 0.316$	〔kcal／kg ℃〕
重力加速度	$g = 9800.0$	〔mm／sec^2〕
代表長さ	$L = 1000.0$	〔mm〕
代表速度	$U = 1080.0$	〔mm／sec〕
	$\Delta T = 400.0$	〔℃〕
レイノルズ数	$Re = 3.253 \times 10^6$	
プラントル数	$Pr = 0.00521$	

流れは明らかに乱流であり，粘性係数と熱伝導率を操作する。本章では粘性係数を10^3倍，熱伝導率を10^2倍する。これは前章で述べたように浮力の影響をより大きく評価する為であり，見かけ上

レイノルズ数	$Re = 3.253 \times 10^3$	
プラントル数	$Pr = 0.0521$	

となる。レイノルズ数より，このままではまだ乱流と考えられるが，局所レイノルズ数は要素幅の関係よりさらに小さいと考えられるため本解析では上記の値を採用する。今，最小要素幅ΔXを約25〔mm〕として

$$\Delta t = \Delta X / U \sim 0.025 \text{〔sec〕}$$

とする。本解析ではリスタート機能を用いて時間刻みをFig. 3.5.2に示す履歴で変更することにより，非定常解析を実施した。特に，流入速度が反転する瞬間は非圧縮性の条件より流れの様相が急変するので，速度の反転に有する時間を0.2〔sec〕とし，時間刻みを0.010〔sec〕とした。

また初期温度は一律350〔℃〕とした。流速ベクトル図をFig. 3.5.3に温度コンター図をFig. 3.5.4に示す。また各部の温度変化をFig. 3.5.5(a)(b)に，出口部の温度変化を実側値[20]と比較したものをFig. 3.5.6に示す。

本解析は定常状態からのホット・ショック模擬を想定しているが，Fig. 3. 5. 4 より明らかなようにｔ＝6.0〔秒〕ではまだ温度分布は定常には達していない。これは速度と比較して温度の伝播速度が非常に緩やかな為と考えられ，本解析ではｔ＝6.0〔秒〕を疑似的に定常状態と判断している。厳密な意味での定常状態の実現はこのまま解析を進めることにより達成されるが，計算時間の面から見ると効率的ではない。一般には境界点における流速成分を固定することにより，温度場のみの定常状態を求め（この場合レイノルズ数から規定される⊿ｔの制限ははずれるため，速度一温度の連成問題よりも大きな時間刻みを採用することが可能），定常温度場が実現されてからリスタート機能を用いて速度と連成させる解法が有効である。

Fig. 3. 5. 5 に表れる節点温度の振動はＴ型流路内の要素分割が粗い為に境界層の生成が十分な精度で求められていない為であり，急激に流路が変化する場の解析の困難さを表現している。特にこのような数値振動は発散を引き起こすことなく温度の振動を伴う為，いくつかの節点においては温度が650〔℃〕を超えていることに注目しなければならない。

このような数値振動現象を回避する為には

1）流路が激しく変化する領域の要素分割を更に密なものとする。

2）粘性係数，熱伝導率の見積りを改良する。

の２点が考えられる。

また，Fig. 3. 5. 6 で実測値と比較して温度変化速度が早い原因としては熱過渡開始前の温度分布が定常状態になっていなかった点および構造材との熱収支を考慮していない点が考えられる。

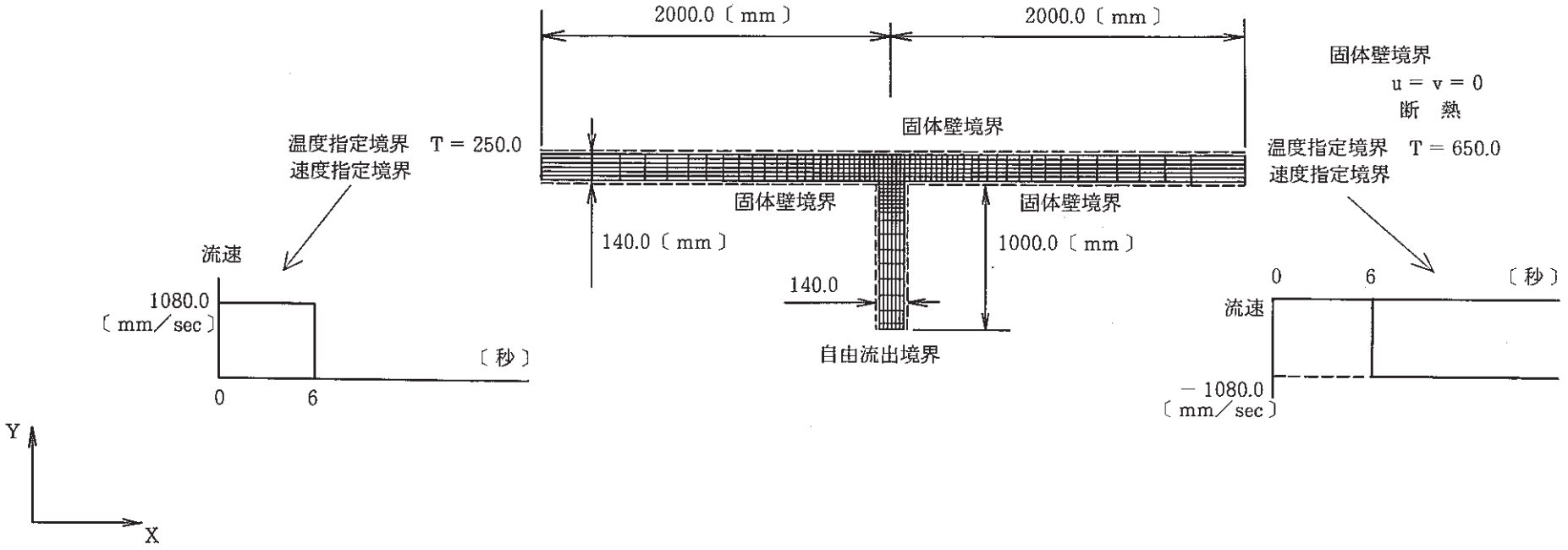


Fig. 3. 5. 1　要素分割および境界条件（例題5　T型流路の流れ）

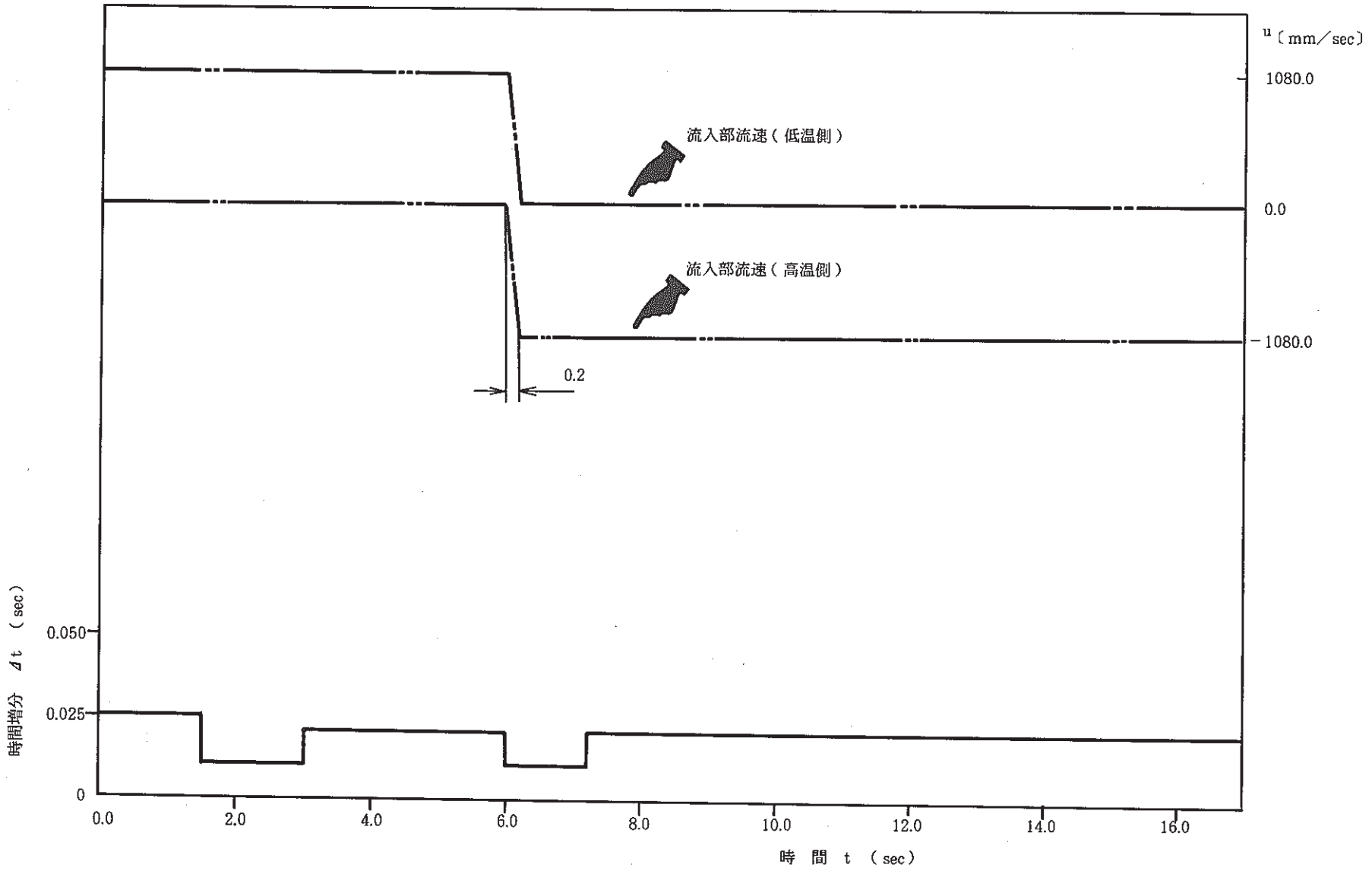


Fig. 3.5.2　時間増分の履歴（例題5　T型流路の流れ）

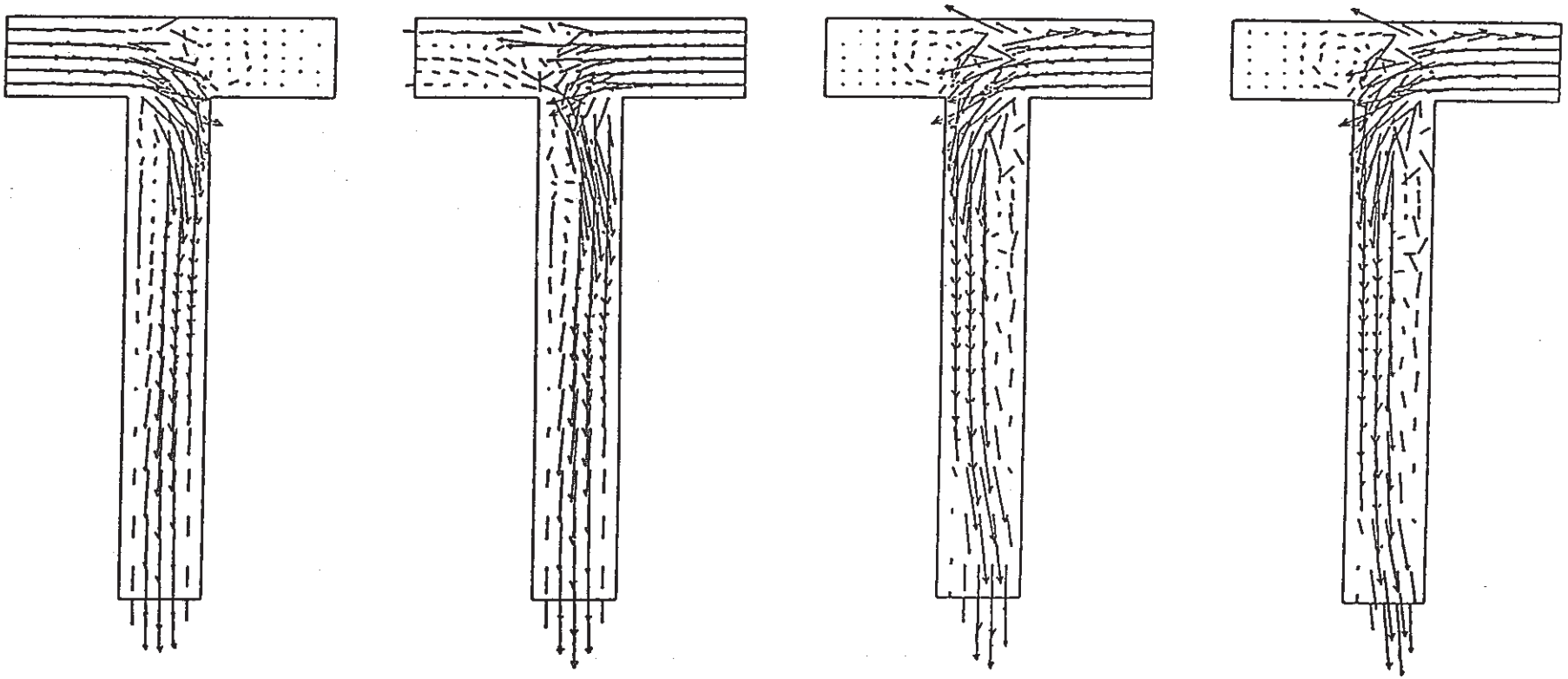


Fig. 3.5.3　流速ベクトル図
（例題5　T型流路の流れ）

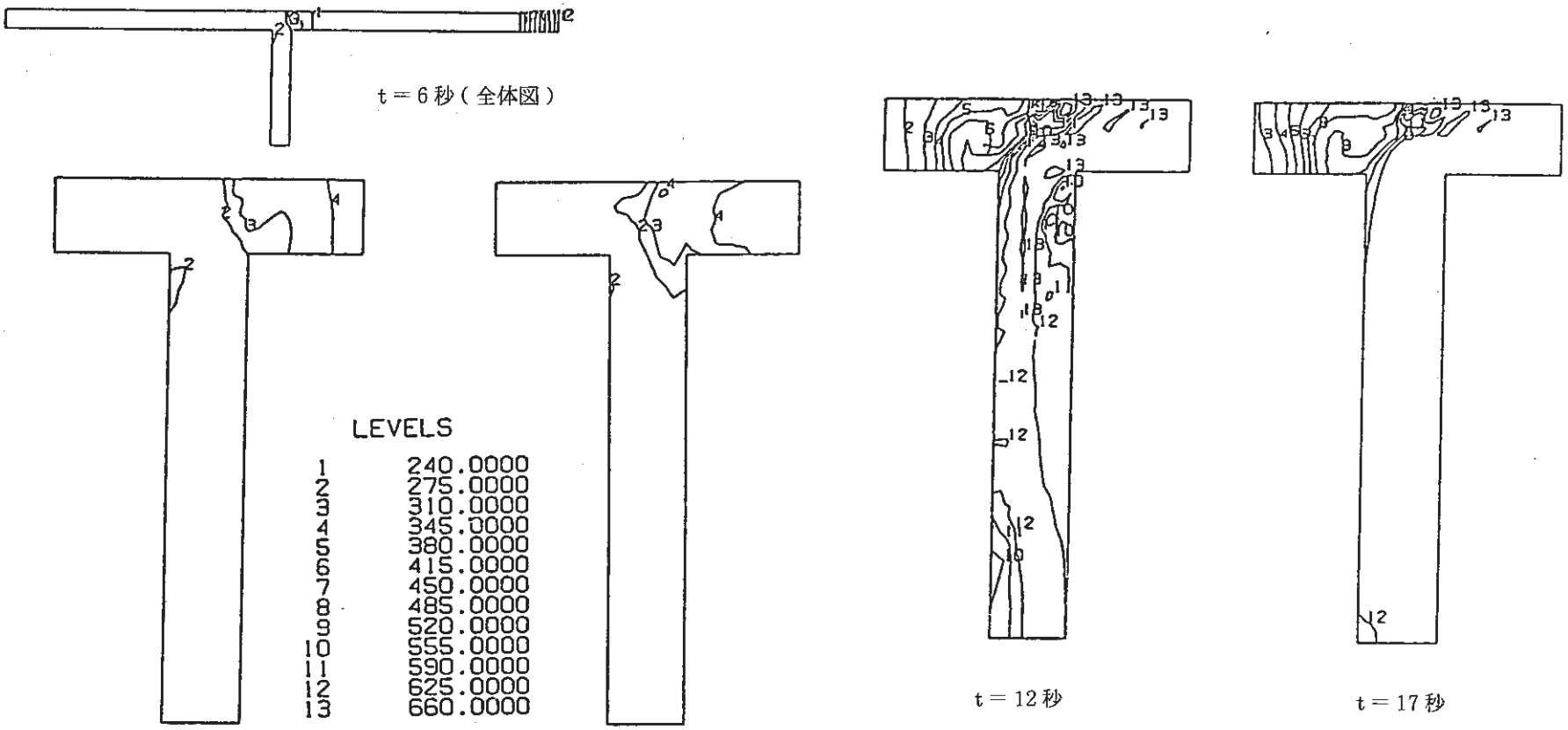


Fig. 3. 5. 4　温度コンター図
（例題5　T型流路の流れ）

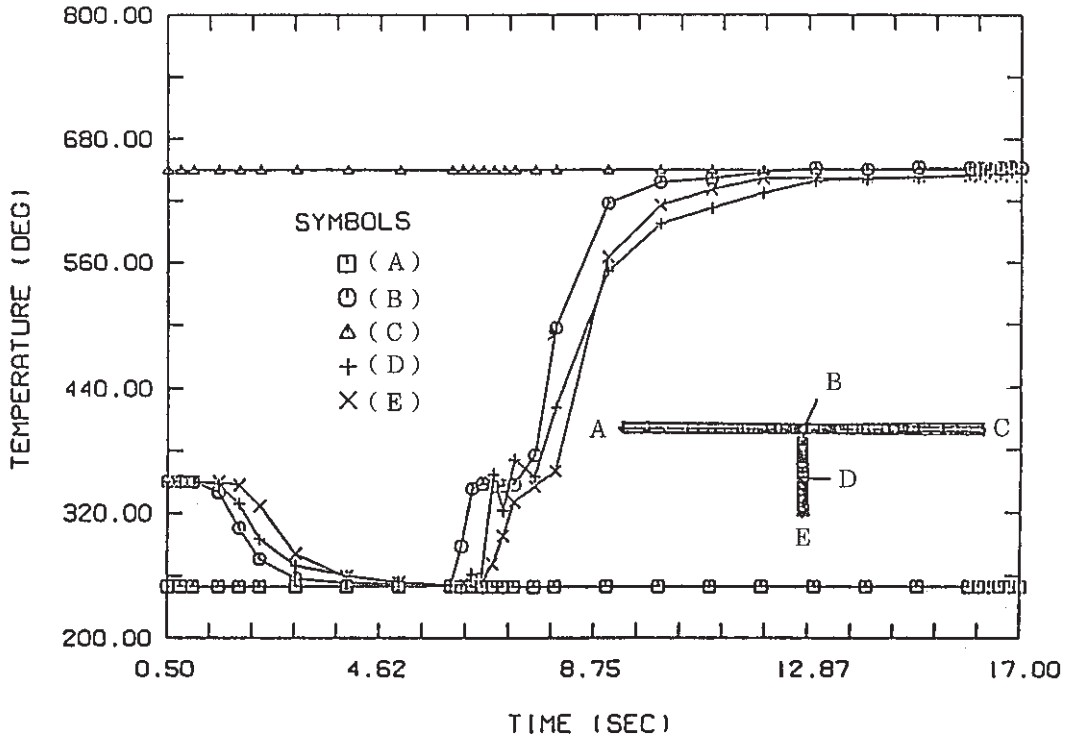


Fig. 3.5.5(a) 温度変化図

（例題5　T型流路の流れ）

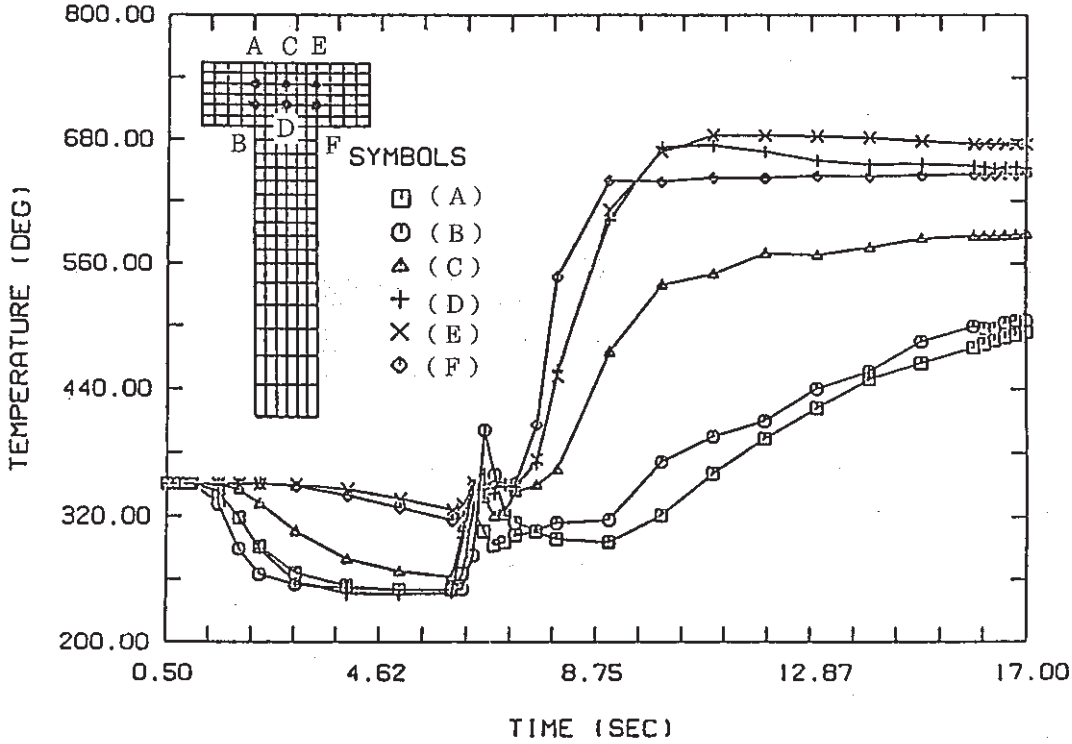


Fig. 3.5.5(b) 温度変化図

（例題5　T型流路の流れ）

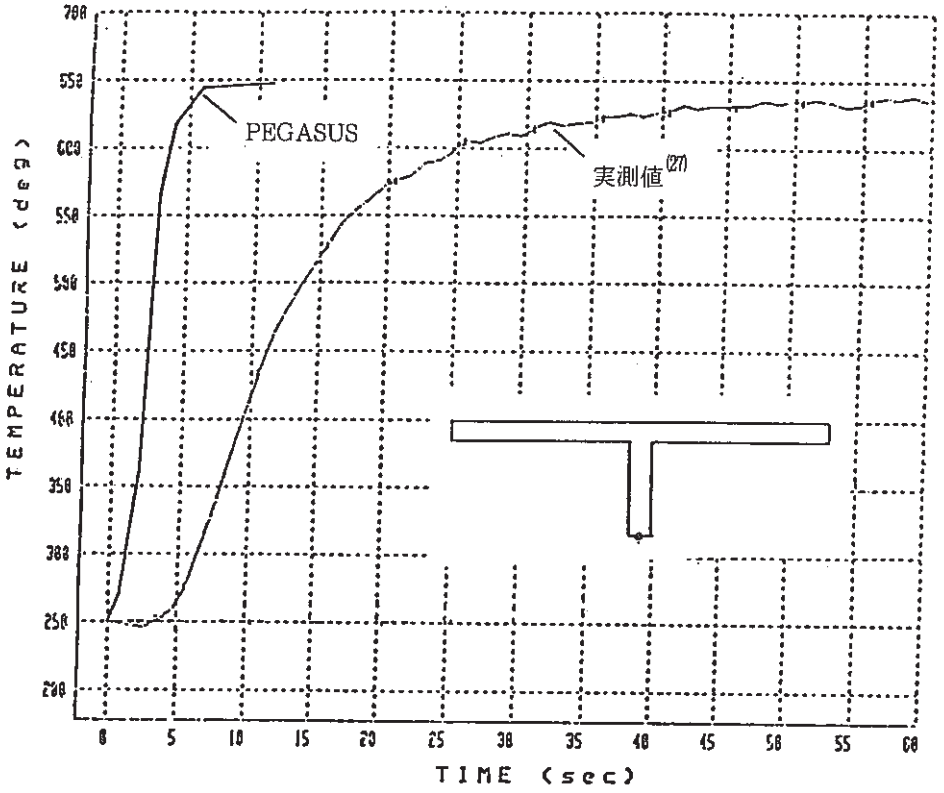


Fig. 3.5.6　出口部温度変化の比較
（例題５　Ｔ型流路の流れ）

3.6　二重円管内の対流

3.2.2で扱った正方領域内の自然対流問題と同様に，一般の閉じられた容器内における対流熱伝導問題は原子力容器の設計，電子機器の冷却設計，航空機キャビン内の断熱性能評価等の分野で非常に重要なテーマとなっている。

特に本章で採用する二重円管内の対流問題は，問題の形状が示す一般性と単純さ及び適用範囲の広さから，Beckmann（21）以来数多くの実験・数値解析が実施されており，近年ではKuehn，Goldstein（22）らによってレイリー数10^6程度までが整理されている。

モデルは水平に設置された二重円管内に流体を満たし，その内外管壁に一定の温度差を設けたものである。現象の2次元性より，解析としてはその一断面のみを考慮するものとする。要素分割および境界条件をFig. 3.6.1に示す。対象流体は平均温度35.23〔℃〕の空気とし，内半径17.80〔㎜〕，外半径46.25〔㎜〕対称性を考慮して1／2モデルを採用する。以下に物性値を示す。

密度	$\rho = 1.109 \times 10^{-9}$	〔kg／㎜^{3}〕
動粘性係数	$\nu = 17.05$	〔㎜^{2}／sec〕
熱伝導率	$k = 6.414 \times 10^{-9}$	〔kcal／㎜ sec ℃〕
等圧比熱	$C_p = 0.241$	〔kcal／kg ℃〕
体積膨張率	$\beta = 3.243 \times 10^{-3}$	〔1／℃〕
重力加速度	$g = 9800.0$	〔㎜／sec^2〕
	$L = 28.45$	〔㎜〕
	$\Delta T = 26.30$	〔℃〕
外管壁温度	$To = 22.08$	〔℃〕
内管壁温度	$Ti = 48.38$	〔℃〕

各無次元数を計算すると

レーリー数	$Ra = 4.704 \times 10^4$
プラントル数	$Pr = 0.710$
グラスホフ数	$Gr = 6.621 \times 10^4$

となり，相似則としてこれらの3つの無次元数を合わせることを考える。そこでPEGASUSの入力データとしては，$\rho = 257.31$，$\nu = 0.003886$，$k = 1.0$，$C_p = 0.710$，$\beta = 1.0$，$g = 1.0$，$L = 1.0$，$\Delta T = 1.0$を採用した。

本解析では3.2.2で扱った自然対流問題とは異なり，グラスホフ数が大きい為に定常解析で定常解を見つけることは困難である。そこで，非定常解析を実施しなければならないが，境界条件として流速が定義されていない為（3.2.1）を用いて時間刻みを評価することはできな

い。一般にこのような場合，試行錯誤となることは避けられないが，目安として自由境界層厚み δ の実現される速度が近似的に与えられている。[13]

$$\delta / L \sim 5.0 / Ra^{0.25} \qquad (3.6.1)$$

代表速度をU*とすると，境界層の外側の速度V_{max}は

$$V_{max} / U^* \sim 1.0 / Ra^{0.25} \qquad (3.6.2)$$

で近似される。V_{max}と主流速度の比を約10.0と仮定すれば

$$\Delta t \leqq \Delta X / V_{max} / 10.0 = 0.0143 \text{〔sec〕}$$

となる。無次元量に（3.2.13）より換算して，

$$\Delta t^* \leqq 0.0775$$

本解析ではリスタート機能を用いて，時間刻みをFig.3.6.2に示す履歴で変更することにより定常解を求めた。流速ベクトル図をFig.3.6.3に，温度コンター図をFig.3.6.4に示す。文献(22)における実験結果との比較を行ったものをFig.3.6.5に示す。実験における計測誤差を考えると非常に良く合致していると考えられる。

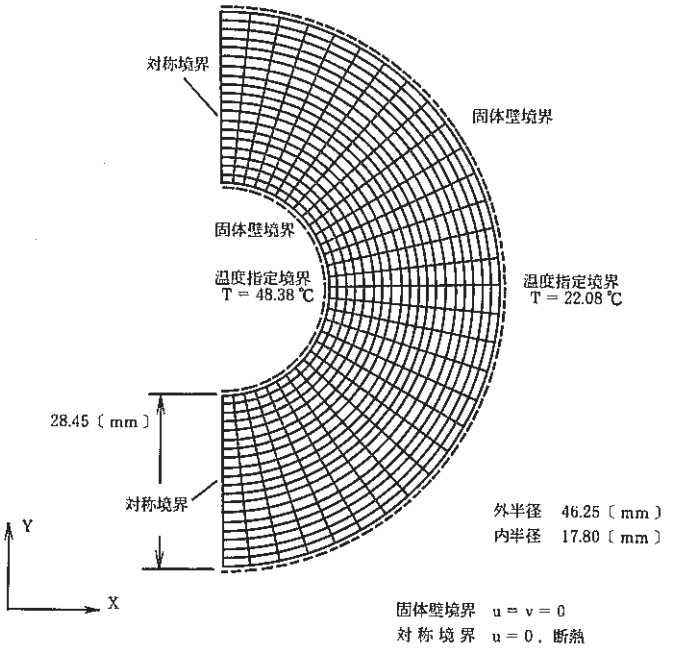


Fig. 3.6.1　要素分割および境界条件（例題6　2重円管内の対流）

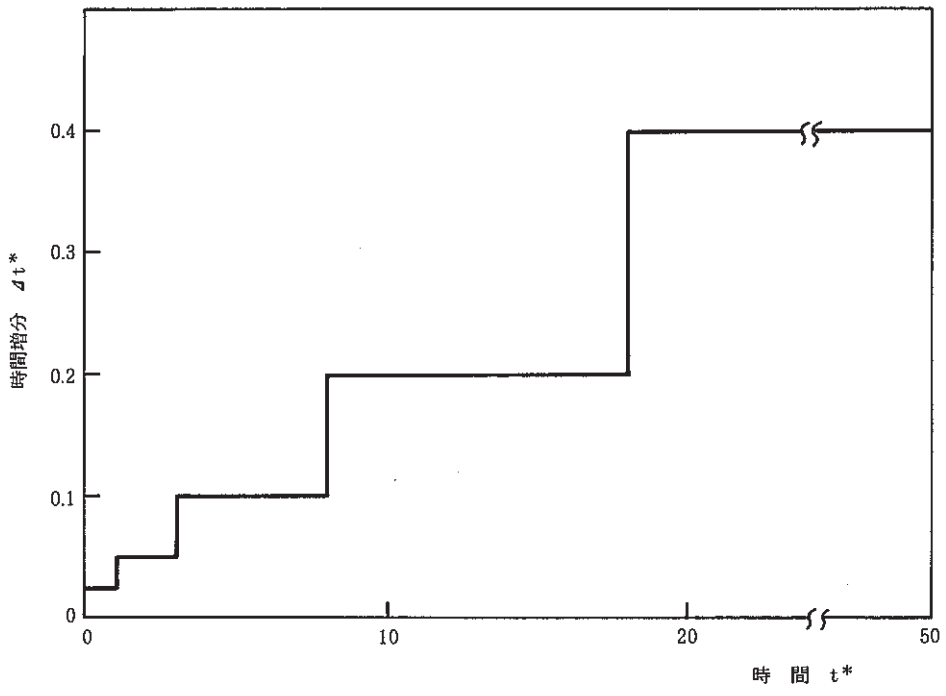


Fig. 3.6.2　時間増分の履歴（例題6　2重円管内の対流）

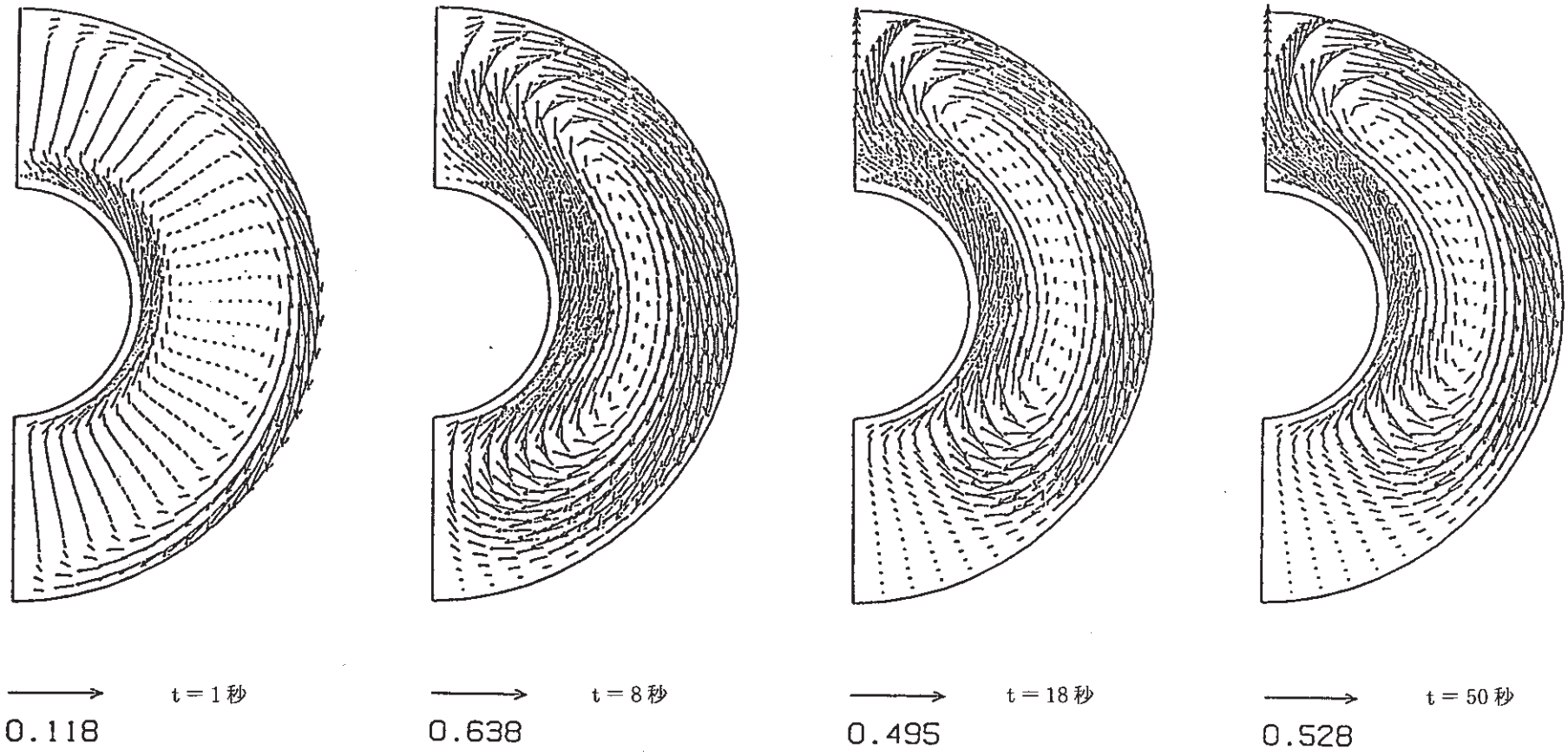
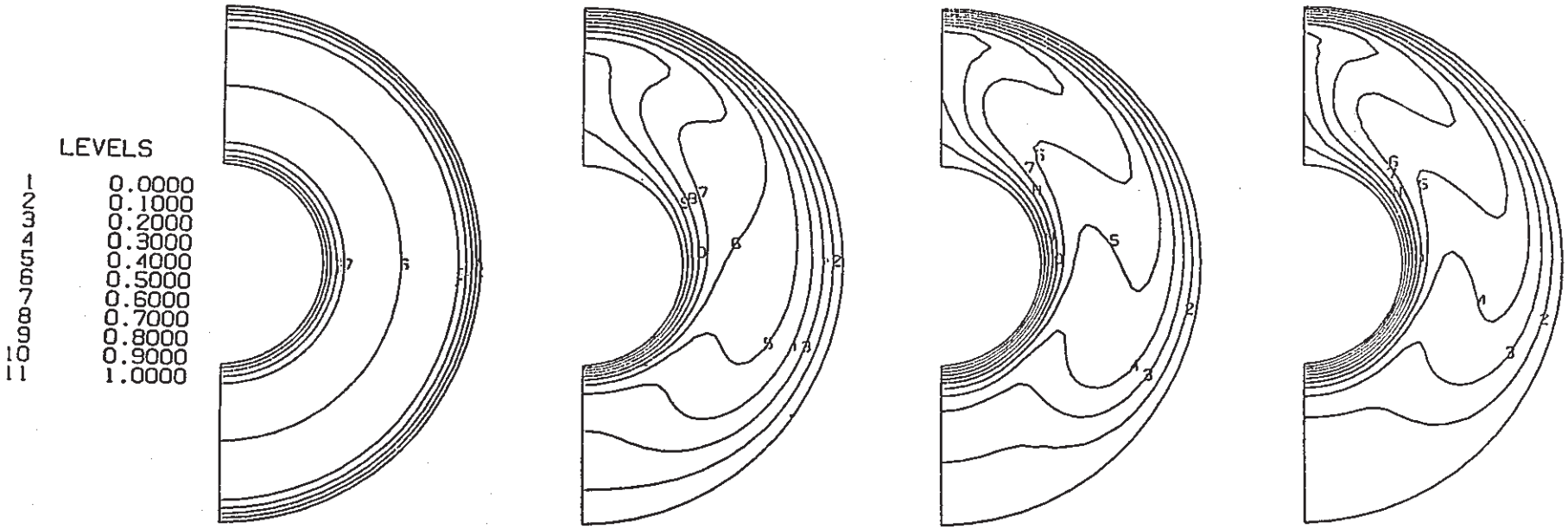


Fig. 3.6.3　流速ベクトル図
（例題6　2重円管内の対流）



t＝1秒　　t＝8秒　　t＝18秒　　t＝50秒

Fig. 3.6.4　温度コンター図

（例題6　2重円管内の対流）

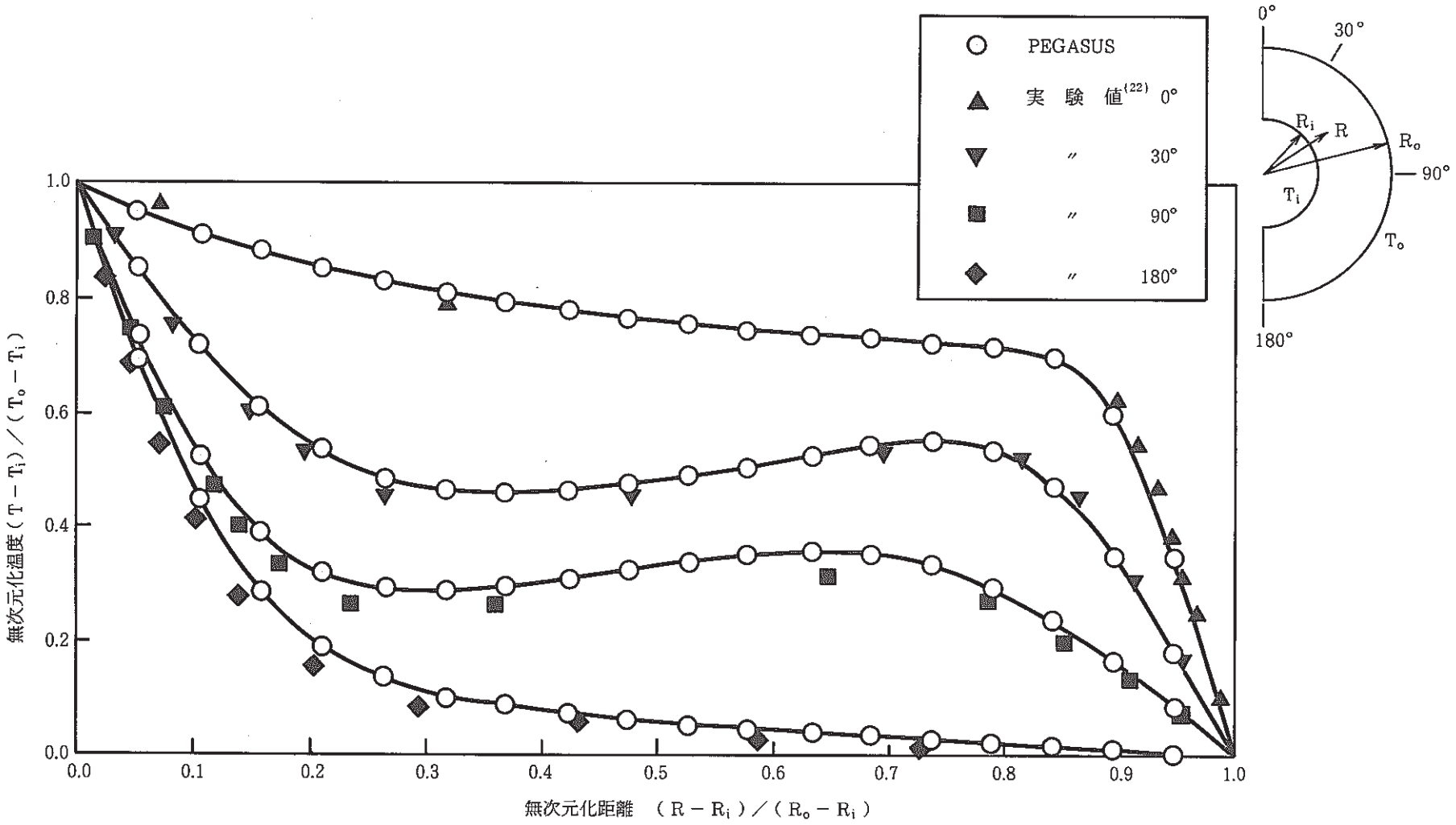


Fig. 3.6.5　正常時温度分布の比較（例題6　2重円管内の対流）

3.7 ま と め

例題の解析によりPEGASUSの粘性流れの流動伝熱問題に対する適用性を検討した結果をまとめると以下のようになる。

- 層流域の問題に対しては精度の高い解が得られる。
- PEGASUSは層流を仮定して定式化を行っているため，厳密には乱流を解析することはできないが，乱流においても主流が層流と大きく異ならない場合については，粘性係数を大きめに設定して層流の流況とし，熱の拡散の増大については熱伝導率を大きめに設定することによりある程度の近似が可能と考えられる。この考え方に基づいて乱流域の問題を解析した結果，近似的な解の得られる見通しが得られた。
- 乱流域の問題において実用的な精度の解を得るには要素分割の細分化が必要であるがそのためには計算に要するCPU時間の大幅な短縮が必要となる。
- 乱流域の問題を解析する場合の適切な粘性係数，熱伝導率の設定方法を検討する必要がある。

4. TTS「もんじゅ」炉容器供試体の流動伝熱解析

4.1 目　的

TTS「もんじゅ」炉容器供試[20]体はFig.4.1に示すような縦置型の容器で上部の入口ノズルより高温および低温のナトリウムが交互に流入し下部の出口ノズルより流出する。ここではホットショック時の流動伝熱解析を行いPEGASUSの機能を検証する。

4.2 方　法

4.2.1 モデル化

(1) 寸法および形状

Fig.4.1に示すような内径800㎜，厚肉部板厚40㎜，高さ2000㎜の縦型軸対称容器である。内面は大部分がサーマルライナーでおおわれている。

(2) 要素分割

Fig.4.2に要素分割を示す。流体部は半径方向に10層，軸方向に17層（出入口配管部を除く）の分割を行う。構造部は板厚方向を2層とし，軸方向は流体部に合せた分割としている。また出口ノズルのスタグナント（静止）ナトリウム部は熱容量が等価になるようなSUS304の構造部としてモデル化する。使用要素は4節点4辺形軸対称要素（5積分点）とする。

(3) 境界条件

流動に関する境界条件をFig.4.3に示す。入口部では壁面を除く3つの節点に軸方向（Z方向）に同一の流速を与える。流速値は流量1000ℓ/minを断面積で除すことにより930.7㎜/secとなる。なお厳密には壁面での流速を0としているため，結果として流量は1000ℓ/minより多少低めになっている。壁面では流速を0とし，対称軸上（r＝0）ではr方向流速を0とする。出口は自由流出境界とする。

伝熱に対する境界条件[20]は，Fig.4.4に示すとおりであるが，解析モデルではサーマルライナー部とサーマルライナー，構造材間のスタグナントナトリウム部の熱伝導による構造材表面における温度応答の遅れを近似するため，構造材表面における熱伝達率として等価熱通過率を用いる。等価熱通過率算出法の詳細は付録A．2に示す。Fig.4.5に解析で設定した境界条件を示す。熱伝達率の定義されていない境界のうち流体入口部は温度指定境界，流体出口部は自由境界とし，その他は断熱とした。

(4) 熱過渡条件

解析ではホットショクを対象とする。供試体入口部において計測されたナトリウム温度変化の時刻歴をFig.4.6に示す。解析モデルではFig.4.6に示すように低温側ナトリウム温度250℃，高温側ナトリウム温度600℃とし，温度変化速度は実測値における高温側での温度

変化速度の低下を考え，実測値の立上り部の温度変化速度より多少小さめの40℃/secとする。流量は1000ℓ/minで一定とする。

(5) 材料物性値

解析で用いたナトリウムおよびSUS304の材料物性値をそれぞれTable.4.1およびTable.4.2に示す。物性値は温度依存性を考慮し，表に示した温度の間を線形に補間する。ナトリウムでは密度の温度依存性を考慮せず高温および低温ナトリウムの平均温度である425℃の値を用いる。ナトリウムの粘性係数，熱伝導率は後で述べるように乱流を近似するための仮想的な値である。

解析条件では入口ノズル部および容器胴部におけるレイノルズ数がそれぞれ3.2×10^5，6.04×10^4程度となり乱流域となる。ここでレイノルズ数は以下の式による。

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu}$$

U：流速（流量をZ軸に垂直な断面の断面積で除した値）

D：代表速さ（上記断面の直径）

ν：動粘性係数（μ/ρ，μ：粘性係数，ρ：密度）

PEGASUSは乱流流れに対する解析機能をもたないため，以下の近似を行う。総体的な流況は乱流状態と層流状態で大きく変らないと考え，粘性係数を大きくして層流状態を仮定する。乱流による熱拡散の増大に対しては熱伝導率が増大したと仮定する。乱流を近似するための粘性係数，熱伝導率の設定方法については別途検討が必要であるが，ここでは粘性係数として入口ノズル部のレイノルズ数が2000となる値，熱伝導率として実際の10倍の値を用いた。

(6) 解析の方法

はじめに250℃における定常的な流動状態を解析する。一定温度250℃として非定常解析を行い，流況が安定した時点をもって定常状態とする。

ホットショック時の過渡状態における解析では，定常状態を初期状態としリスタート機能を用いて非定常解析を行う。ナトリウムの温度上昇は流入部の温度指定境界節点に温度変化の時刻歴を与えることにより設定する。

(7) 結果の検証

試験における計測結果および流動伝熱解析コードNAGARE[23]による解析結果を用いてPEGASUSの解析結果の精度の検証を行う。NAGAREは差分法による流動伝熱解析コードで乱流域での解析が可能である。NAGAREの説明およびNAGAREによる解析結果を付録A.1にまとめて示す。

4.3 解析結果

4.3.1 定常状態

250℃における定常流動状態を求めるために行った非定常解析によって得られた流況を流速ベクトル図の形でFig. 4.7に示す。図より以下のことがわかる。

- 解析後3秒後と4秒後の流速ベクトル図を比較すると多少の乱れは見られるが総体的には同一の流況になったと判断し，4秒後の時点を定常状態とした。
- 定常状態では中心軸に沿って貫通して流れる主流と出入口付近の小さな渦が見られる。

4.3.2 過渡状態

定常解析に引き続いてホットショック時における過渡状態の解析を行った。流速ベクトル図をFig. 4.8(a)(b)に，温度コンター図をFig. 4.9(a)(b)に示す。なお途中で解が乱れたため解析はホットショック開始後12秒で打ち切った。図より以下のことがわかる。

- 流入部の温度が上昇すると主流の一部が温度差によって生じる浮力によって逆流し，上昇した後容器壁に沿って下降する。
- 温度上昇は流入部からはじまり中心軸に沿って主流の方向に広がる。また容器壁では上部より温度が上昇する。

4.3.3 NAGAREによる解析結果との比較

NAGAREによる定常状態の流速ベクトル図をFig. A. 1. 2に，過渡状態における流速ベクトル図をFig. A. 1. 3(a)～(d)に，温度コンター図をFig. A. 1. 4(a)～(d)に示す。PEGASUSの結果をNAGAREの結果と比較すると以下のことがわかる。

- 定常状態ではPEGASUSは粘性を大きくしているため多少主流が弱い。また要素分割が粗いため多少流れに乱れが見られるが総体的な流況は一致している。
- 過渡状態の流況をみるとPEGASUSの方が粘性を高めに設定しているため中心軸に沿った主流が強く，出口まで貫通して流れている。一方，NAGAREでは上昇流が強く，ホットショック開始後12秒の時点では，中心軸に沿った主流の貫通はみられない。またPEGASUSでは要素分割の粗さ等が原因と考えられる解の乱れもみられる。
- 過渡状態の温度分布をみるとPEGASUSでは半径方向への伝熱が小さく中心軸に沿って温度上昇がみられるのに対し，NAGAREでは中心軸に沿った方向への伝熱が小さく容器上部における半径方向への伝熱が大きくなっている。容器壁では上部より温度が上昇するという点で両者とも傾向は一致しているが温度分布にはかなりの差がみられる。

4.3.4　試験結果との比較

試験における計測点の位置をFig. 4.10に示す。各計測位置における温度時刻歴の比較をFig. 4.11(a)~(e)に示す。図中で△印（モデル1）がPEGASUSの解析結果，実線が実測値である。また参考のためNAGAREの結果も◎印で同図中に示した。

- 入口部の点A1で見られる差は解析で立上り部の温度変化速度を小さめにしたためである。またPEGASUSの解析結果には解の振動がみられる。原因としては要素分割，時間増分が粗すぎることが考えられる。
- 容器壁上部の点C10ではPEGASUSの温度上昇は小さめである。
- 容器壁下部の点C20では実測値では温度上昇が見られるのに対し，PEGASUSではほとんど温度変化がみられない。
- 下部鏡の点C25では実測値，PEGASUSの結果とも一致しているが温度変化量は小さい。
- 出口部の点B1では実測値は一たん上昇後下降するのに対しPEGASUSでは上昇し続ける。

4.3.5　ま　と　め

- 定常状態では主流が中心軸に沿って貫通して流れるという総体的流況はNAGAREの解析結果と一致している。
- 過度状態では温度差による浮力が原因で高温ナトリウムの上昇流が生じるという点でNAGAREの結果と傾向は一致するが，PEGASUSでは粘性を高めに設定しているため，中心軸に沿って流れる主流が強くなる傾向がみられる。
- 過渡状態の温度分布をみると高温ナトリウムの上昇流により容器壁上部より温度が上昇するという点で実験結果およびNAGAREによる解析結果の傾向と一致するが，半径方向への伝熱は小さめである。
- PEGASUSでは解の乱れがみられるが要素分割の粗さ等が原因と考えられる。

4.4　考　　察

要素分割等が解析結果に与える影響について検討した。解析モデルの一覧をTable. 4.3に，解析ケースの一覧をTable. 4.4に，要素分割をFig. 4.12に示す。

4.4.1　定常状態

(1)　要素分割の影響

要素分割が定常状態の流況に及ぼす影響について検討した結果を以下に示す。

要素分割が流況に及ぼす影響（等温，Re＝1000，t＝4秒，モデル2，モデル3）

…… Fig. 4.13

要素分割が流況に及ぼす影響（等温，Re＝3000，t＝2秒，モデル3，モデル5）
…… Fig. 4.14

これらの図より以下のことがわかる。

- モデル2，モデル3を比較するとモデル3では出入口付近の要素分割の粗さに起因すると考えられる流況の乱れがみられる。
- モデル3，モデル5を比較するとモデル5では半径方向要素分割の粗い部分と密な部分のバランスに起因すると考えられる流況の乱れがみられる。モデル2，モデル3の比較においてもモデル3で同様の傾向がみられる。

(2) レイノルズ数の影響

レイノルズ数が定常状態の流況に及ぼす影響について検討した結果を以下に示す。レイノルズ数の増減は粘性係数値を変えることにより行った。

レイノルズ数が流況に及ぼす影響（モデル3，等温，t＝2秒） …… Fig. 4.15

レイノルズ数が流況に及ぼす影響（モデル5，等温，t＝2秒） …… Fig. 4.16

これらの図より，入口ノズル部でのレイノルズ数を1000～10000の範囲で変化させても流況はほとんど変化しないことがわかる。

(3) 出口ノズルの影響

出口ノズルのモデル化の有無が定常状態の流況に及ぼす影響について検討した結果をFig. 4.17に示す。比較はモデル2とモデル4で行った。図より出口ノズルのモデル化が流況に及ぼす影響は小さいことがわかる。ただし，中心軸付近で見られる解の乱れに対しては影響が見られる。

4.4.2 過渡状態

要素分割の異なるモデル2，モデル3による解析結果を以下に示す。

流速ベクトル図（モデル2） …… Fig. 4.18 (a)(b)

温度コンター図（モデル2） …… Fig. 4.19 (a)(b)

流速ベクトル図（モデル3） …… Fig. 4.20 (a)(b)

温度コンター図（モデル3） …… Fig. 4.21 (a)(b)

これらの図より以下のことがわかる。

- 流況をみるとモデル3の方が乱れが大きい。原因としては入口部の分割の粗さ又は中心軸付近の半径方向分割の粗さが考えられるがどちらの影響が大きいかは別途検討が必要である。
- 温度分布を見るとモデル3の方が全体に伝熱が早くなっているが中心軸付近では解の乱れが原因と考えられる高温部が存在する。図中では600℃までのコンター図しか描かれていないが，解析結果はそれより高い温度を示している。

温度履歴を実験値等と比較したものをFig. 4. 11(a)~(e)に示す。これらの図より以下のことがわかる。

- モデル2の結果はモデル3に比較して実験値およびNAGAREの結果に近い値を示している。またモデル1に比較しても同様のことがいえる。
- モデル3の結果はモデル1に比較して伝熱が早くなる傾向を示している。

4.4.3 CPU時間

Table. 4. 5に解析ケースとFACOM M 380におけるCPU時間の関係を示す。表より以下のことがわかる。

- 定常状態の解析ではモデル1で2時間程度モデル2でも1時間程度のCPU時間が必要である。
- 過渡状態の解析では実時間1秒あたりモデル1で40分程度，モデル2，3で15分程度のCPU時間が必要である。

4.4.4 解の乱れ

過渡状態の解析では各ケースとも解の発散により途中で解析が中断している。Fig. 4. 22にモデル1, 2, 3で解の乱れが最も大きい節点におけるZ方向流速の履歴を示す。図より以下のことがわかる。

- 解の振動は初期から存在するがある時点で総体的な流れとは逆方向の大きな流速が生じ発散している。
- モデル1, 2は比較的安定しているがモデル3は大きく振動している。
- 解の発散を防ぐには，要素分割，時間増分の両方を細かくする必要があると考えられる。しかし同時に計算時間の大幅な増大を招くことになり，簡易解析コードとして，現実的な計算時間の範囲内で実用的な近似解を得ることが課題となる。

4.5 ま と め

PEGASUSを用いて「もんじゅ」炉容器供試体のホットショックに対する伝熱流動解析を行った結果をまとめると以下のようになる。

- ホットショック開始後高温ナトリウムが温度差による浮力によって逆流する現象を解析することができた。解析結果は実測値およびNAGAREの解析結果とも傾向が一致している。
- 要素分割としては出入口部の分割および中心軸付近の半径方向分布を細かくするモデル（モデル2）が効率的であることがわかった。
- 解の精度を上げるには要素分割を細かくする必要があると考えられるが，CPU時間の大幅な短縮が前提となる。

・乱流を近似するために用いる仮想的な粘性係数，熱伝導率の設定方法については別途検討する必要がある。

Table. 4.1　材料物性値[24]（ナトリウム）

	250℃	650℃	備　　考
密　　度　ρ 注3)	8.50×10^{-7}	8.50×10^{-7}	
粘性係数　μ 注4)	1.24×10^{-4}	1.24×10^{-4}	Re＝1000 注1)
〃	6.24×10^{-5}	6.24×10^{-5}	Re＝2000 注1)
〃	4.17×10^{-5}	4.17×10^{-5}	Re＝3000 注1)
〃	1.24×10^{-5}	1.24×10^{-5}	Re＝10000 注1)
熱伝導率　k	1.90×10^{-3}	1.42×10^{-3}	実際の値の10倍 注2)
等圧比熱　C_p	0.315	0.299	
体膨脹率　β	2.65×10^{-4}	3.04×10^{-4}	
重力加速度　g	9806.0	9806.0	

〔単位系〕

密度　ρ　〔kg／mm³〕

動粘性係数　ν　〔mm²・sec〕

粘性係数　μ　〔kg／mm・sec〕　$\mu = \rho \cdot \nu$

熱伝導率　k　〔kcal／mm・sec・℃〕

温度伝導率　a　〔mm²／sec〕　$a = k / C_p \cdot \rho$

等圧比熱　C_p　〔kcal／kg・℃〕

体膨張率　β　〔1／℃〕

動力加速度　g　〔mm／sec²〕

注1）　入口ノズル部のレイノルズ数

実際の粘性係数を用いると Re＝3.2×10^5 となる。

注2）　乱流における熱の拡散率増大を考慮

注3）　425℃における値とした。

注4）　実際の値は 250℃で 3.90×10^{-7}，650℃で 1.93×10^{-7}

Table. 4.2　材料物性値[25]（SUS304）

温度（℃）	熱伝導率　k	等圧比熱　C_p	比 重 量　ρ
250	4.21×10^{-6}	0.128	7.93×10^{-6}
300	4.37×10^{-6}	0.129	7.90×10^{-6}
350	4.53×10^{-6}	0.131	7.88×10^{-6}
400	4.70×10^{-6}	0.132	7.86×10^{-6}
450	4.86×10^{-6}	0.133	7.83×10^{-6}
500	5.02×10^{-6}	0.134	7.81×10^{-6}
550	5.18×10^{-6}	0.136	7.79×10^{-6}
600	5.34×10^{-6}	0.138	7.76×10^{-6}
650	5.51×10^{-6}	0.140	7.74×10^{-6}

Table. 4.3　解析モデル一覧

モデル名	目　　的	特　　徴	要素分割図
モデル1	リファレンスモデル	出入口ノズルも含めてモデル化し，要素分割も可能な範囲で細かくしたモデル	Fig. 2.2
モデル2	容器の出入口付近の要素分割の影響	出入口ノズルをなくし，容器の出入口付近を放射状に分割した簡略モデル	Fig. 2.3
モデル3	要素分割の粗さの影響，Re数の影響	出入口ノズルをなくしたがモデル1に近い要素分割を行った簡略モデル	Fig. 2.3
モデル4	出口ノズルの影響	モデル2で出口ノズルも含めてモデル化したもの	Fig. 2.3
モデル5	半径方向要素分割の影響	モデル3で半径方向分割を主流路付近に集中させたモデル	Fig. 2.3

Table.4.4　解析ケース一覧

解析ケース	解析モデル	定常，非定常	非定常解析時間（ホット・ショック開始後：秒）	レイノルズ数
CASE 1	モデル1	定常および非定常	12.0	2000
CASE 2	モデル2	定常および非定常	16.6	1000
CASE 3-1	モデル3	定常および非定常	13.0	1000
CASE 3-2	モデル3	定常のみ	−	3000
CASE 3-3	モデル3	定常のみ	−	10000
CASE 4	モデル4	定常のみ	−	1000
CASE 5-1	モデル5	定常のみ	−	3000
CASE 5-2	モデル5	定常のみ	−	10000

Table. 4.5　解析ケースとCPU時間

解析ケース	節点数	要素数	ステップ数	時　刻	CPU時間	備　考
CASE 1	235	198	800	0～4 秒	118分48秒	定常状態
			2400	4～16秒	479分33秒	ホットショック開始後
CASE 2	150	126	800	0～4 秒	55分04秒	定常状態
			3327	4～20.6秒	253分00秒	ホットショック開始後
CASE 3−1	151	132	2800	4～17秒	185分28秒	ホットショック開始後

FACOM M380による

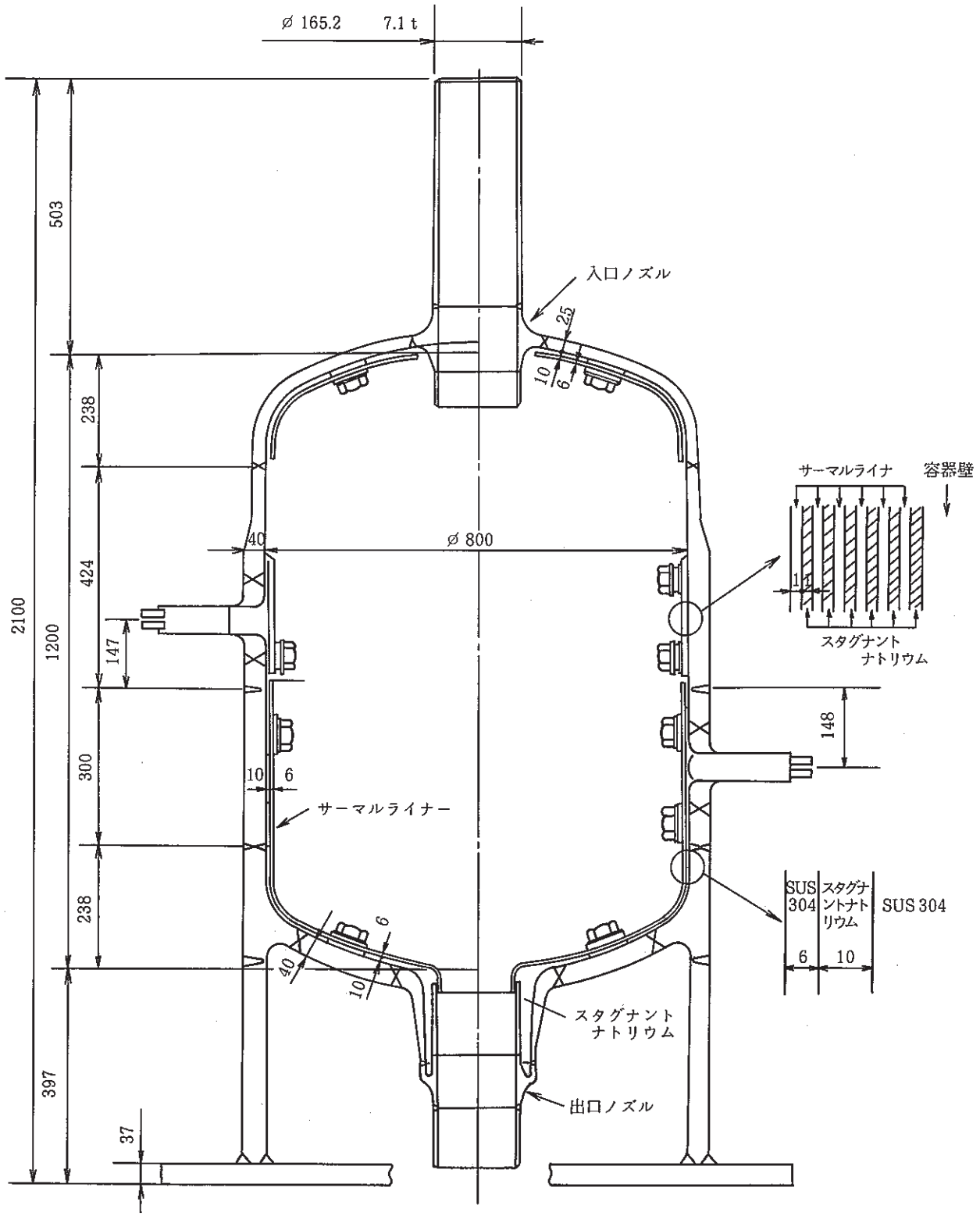


Fig. 4.1 「もんじゅ」炉容器供試体寸法図

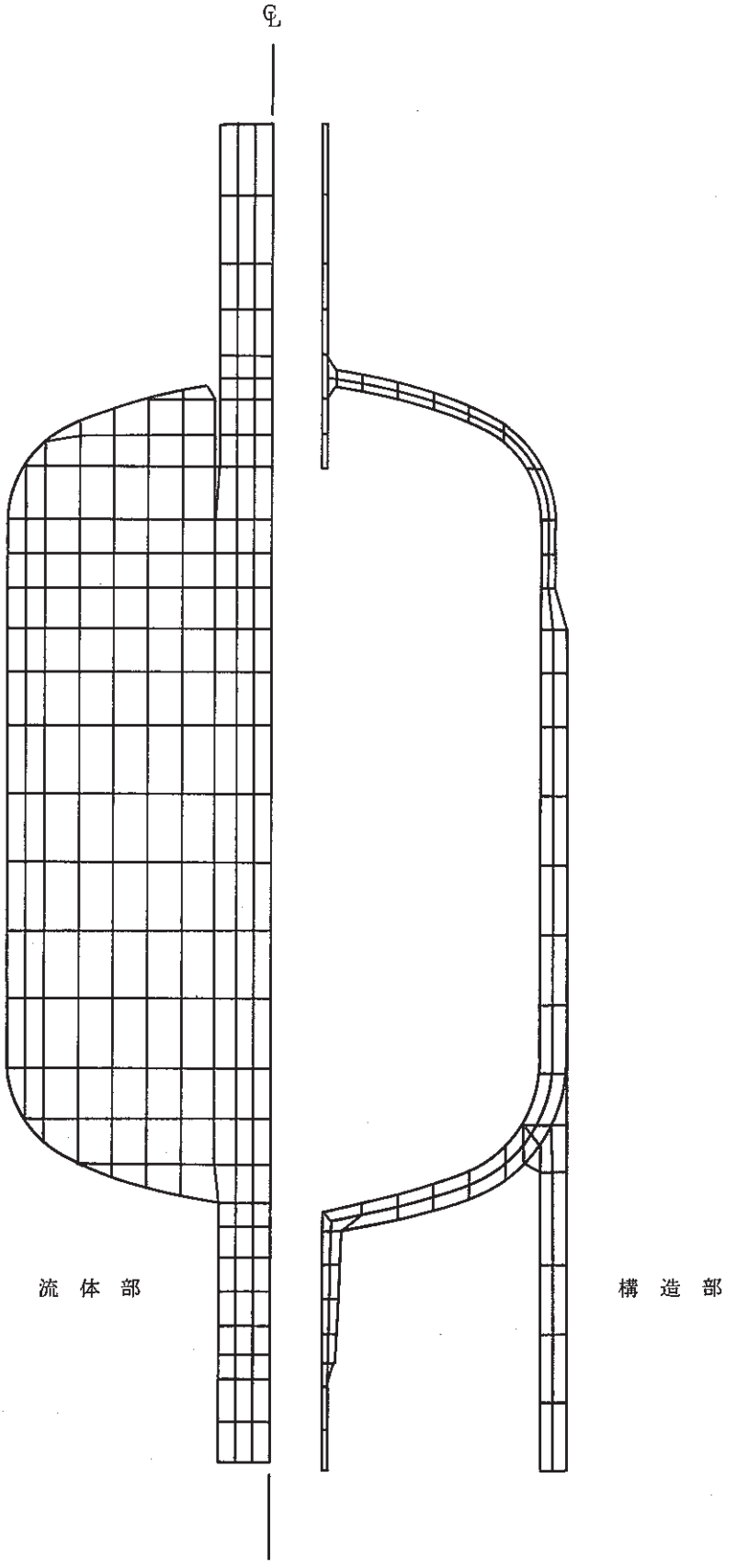


Fig.4.2　要素分割図（モデル１）

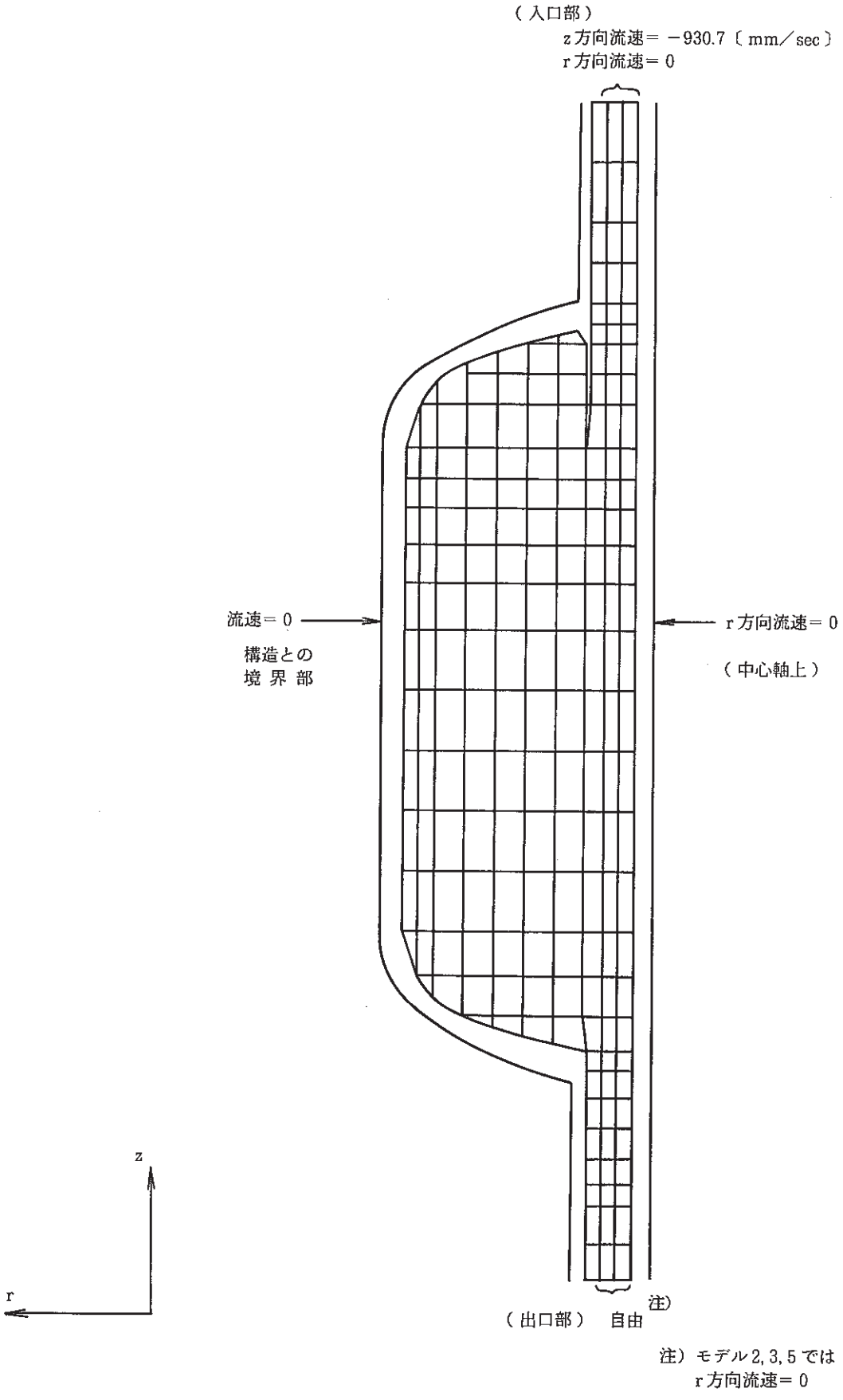


Fig. 4.3　流動に関する境界条件

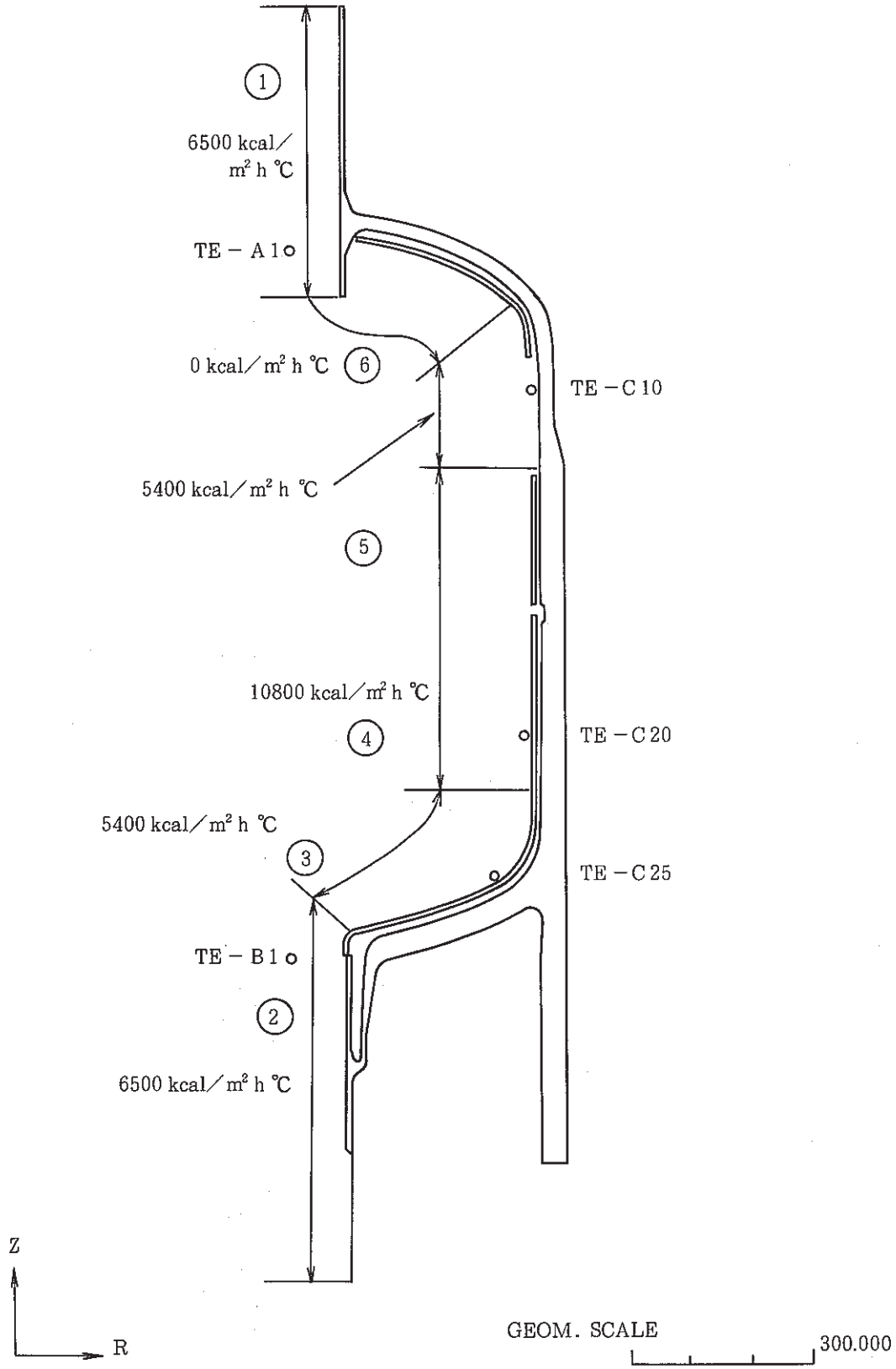


Fig. 4. 4　供試体における伝熱境界条件

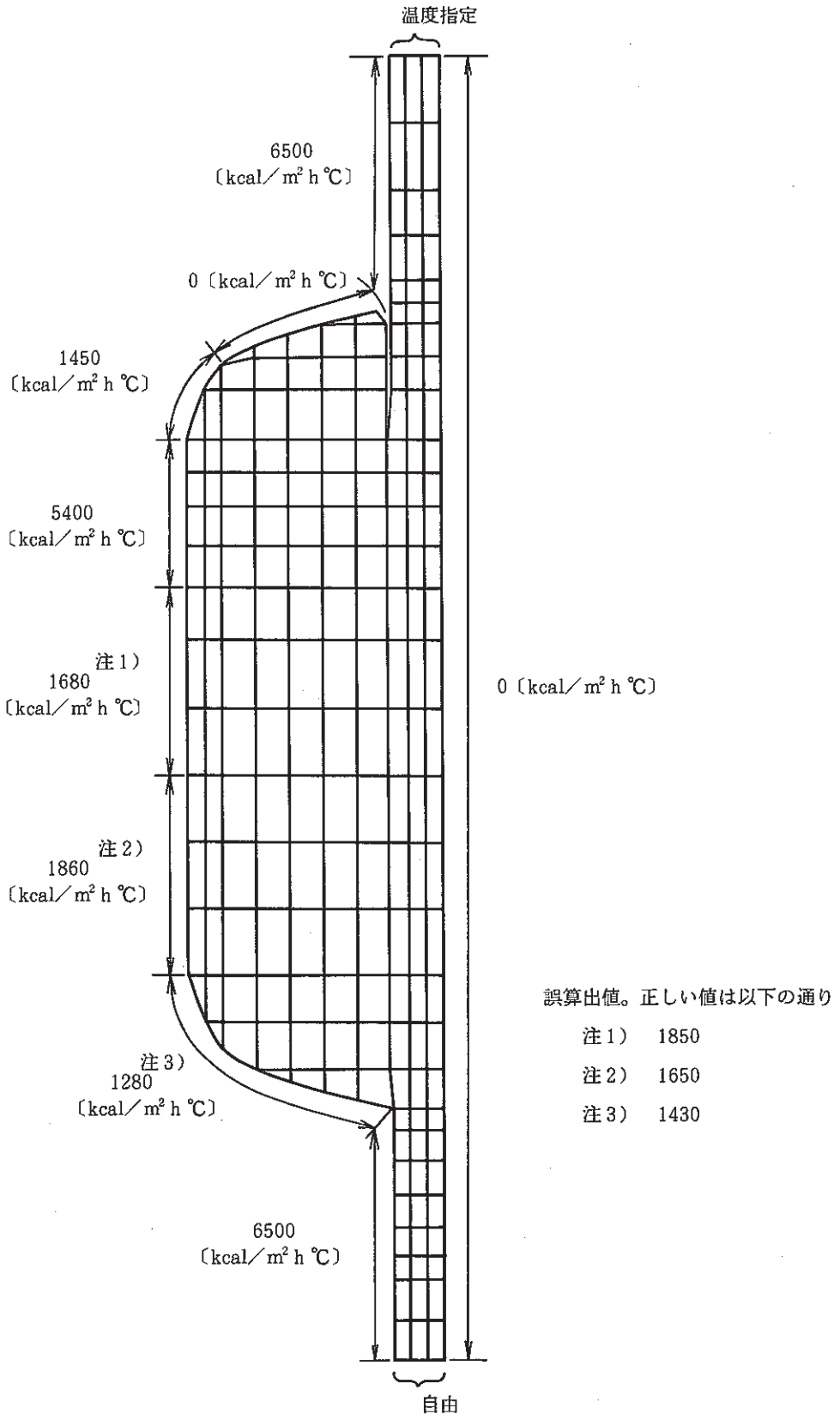


Fig.4.5　解析で用いた伝熱に関する境界条件

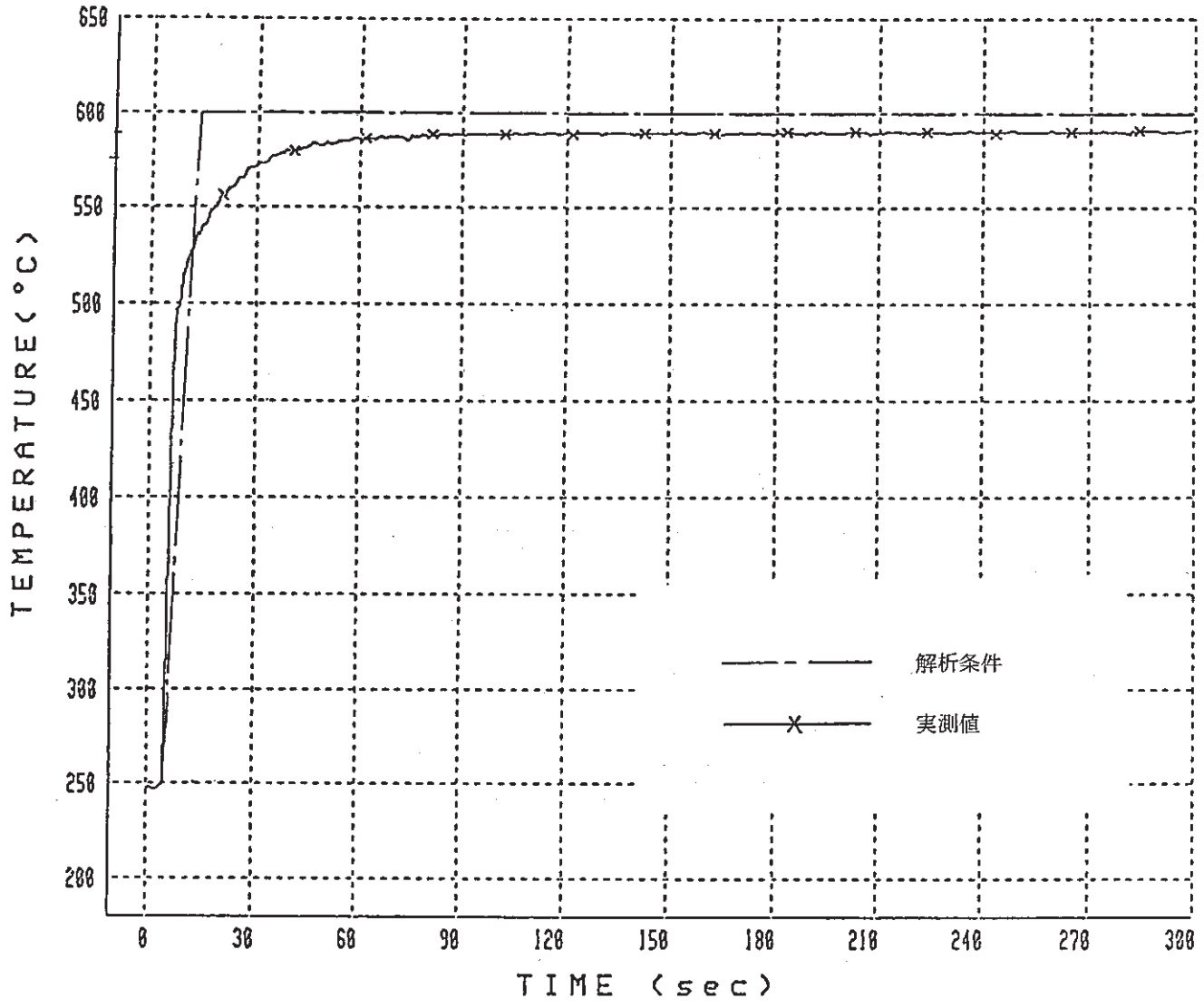
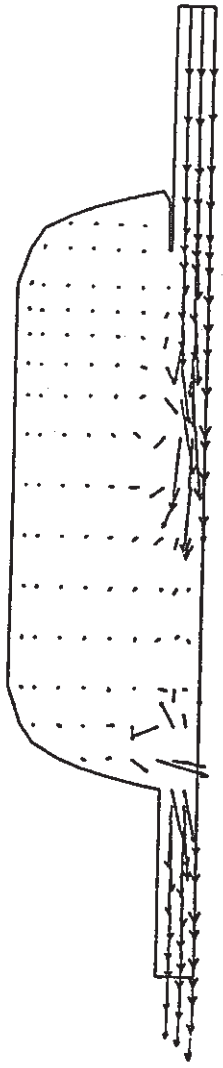
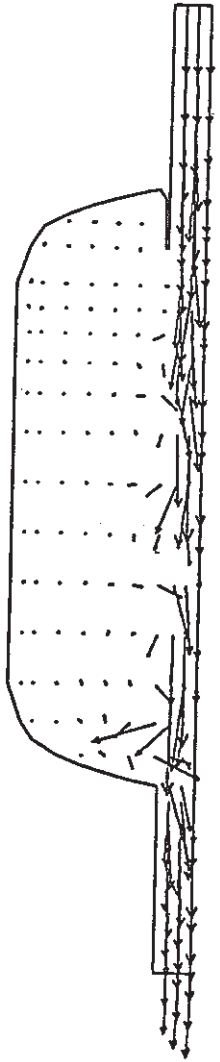


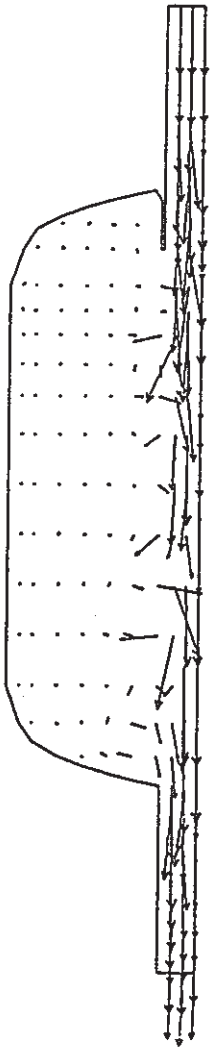
Fig. 4.6　供試体入口におけるナトリウム温度変化



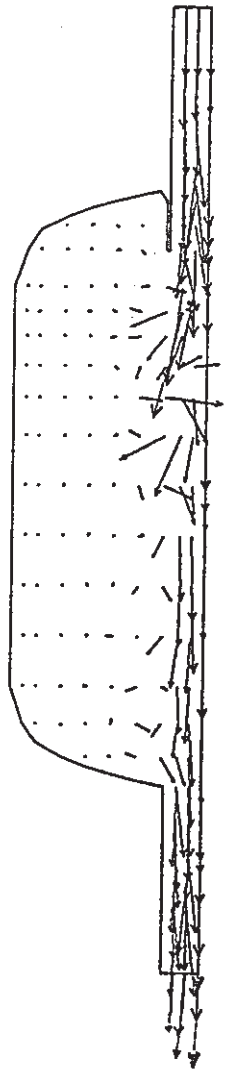
1秒



2秒

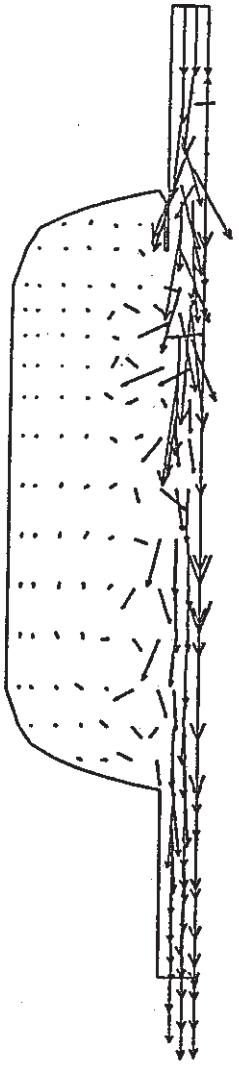


3秒

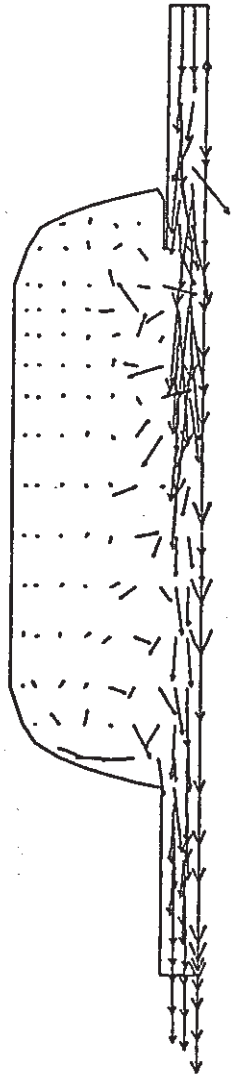


4秒（定常）

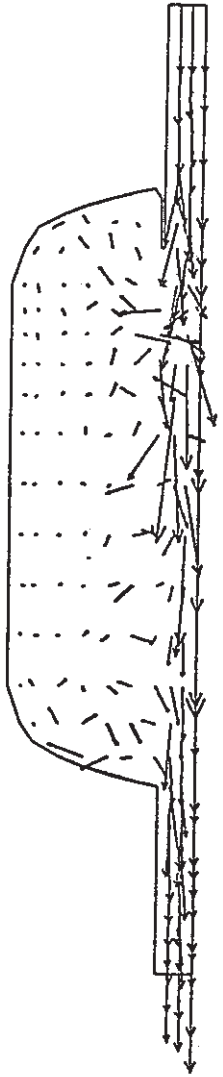
Fig. 4.7　流速ベクトル図（等温非定常解析）



ホットショック開始後
2秒

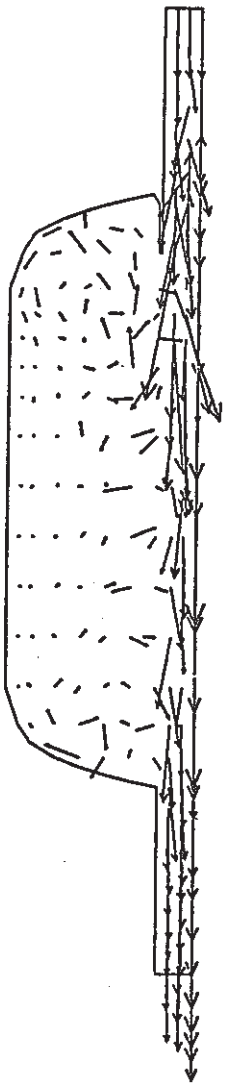


4秒

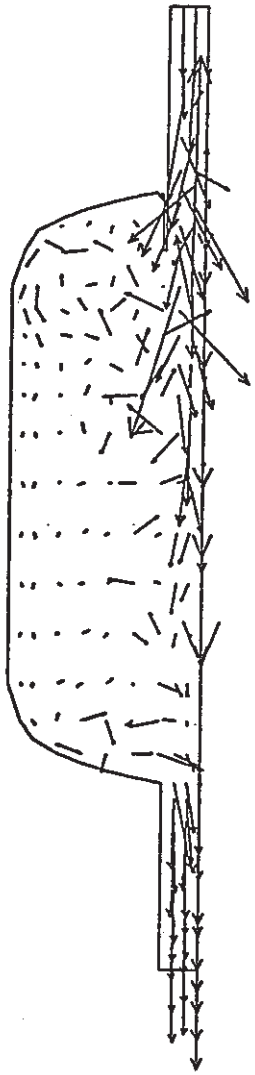


6秒

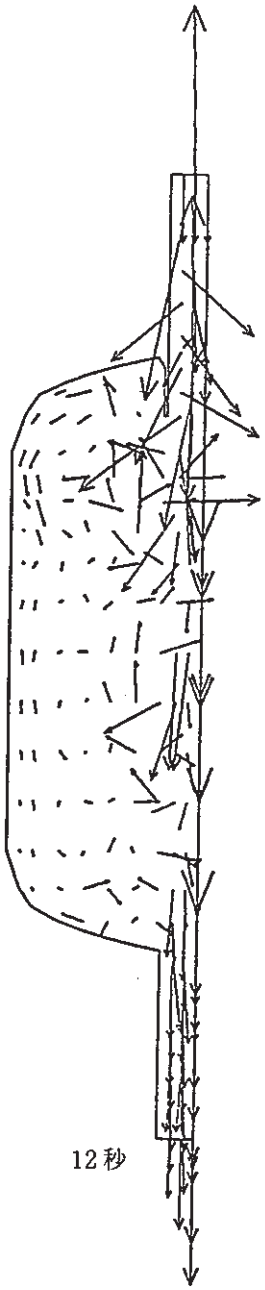
Fig. 4.8(a) 流速ベクトル図（CASE 1 ）



ホットショック開始後
8秒

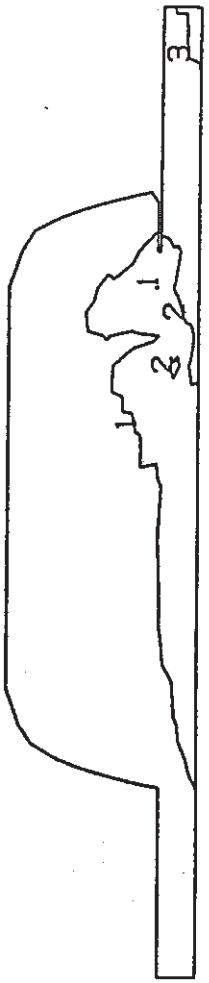


10秒

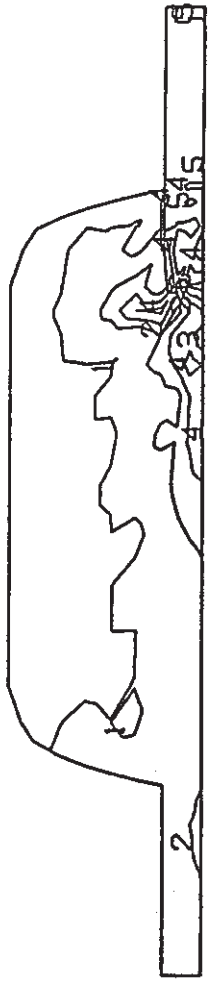


12秒

Fig. 4.8(b) 流速ベクトル図（CASE 1 ）



ホットショック開始後
2秒



4秒

6秒

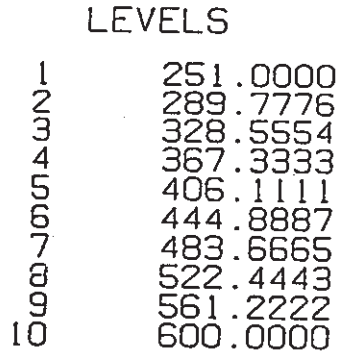
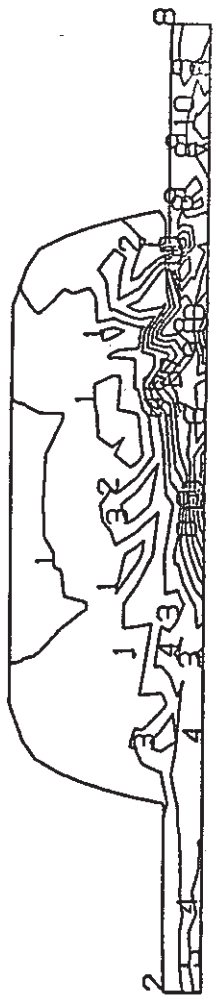
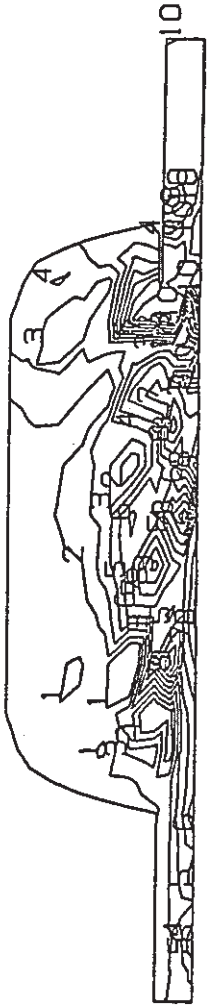


Fig. 4.9(a) 温度コンター図（CASE 1 ）



ホットショック開始後
8秒

10秒



12秒

LEVELS

1	251.0000
2	289.7776
3	328.5554
4	367.3333
5	406.1111
6	444.8887
7	483.6665
8	522.4443
9	561.2222
10	600.0000

Fig. 4.9(b) 渦度コンター図（CASE 1 ）

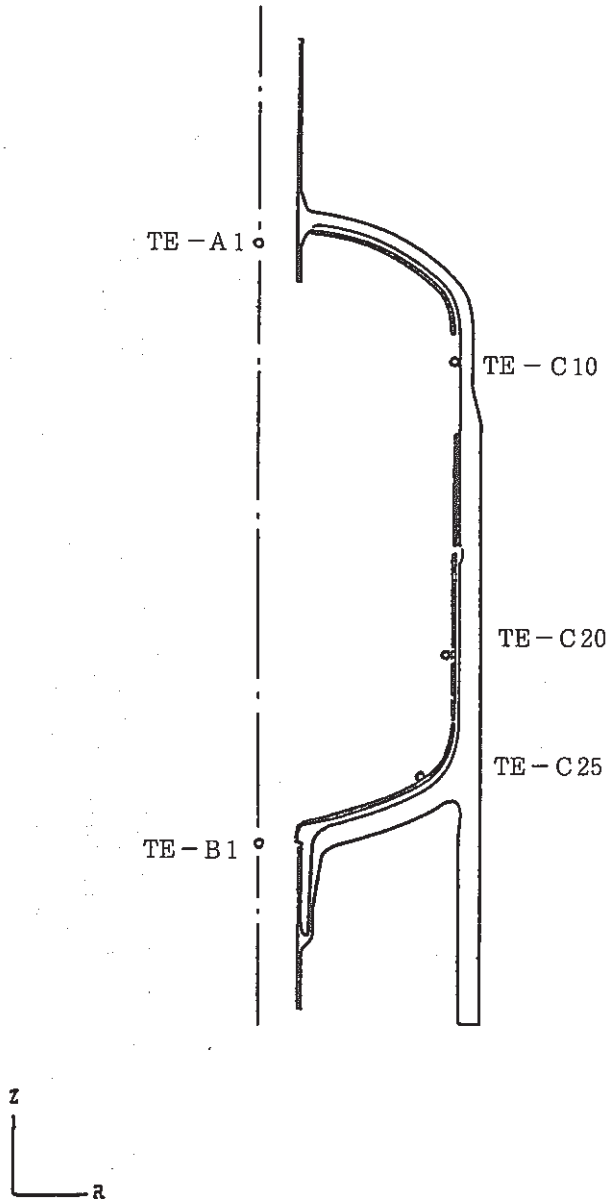


Fig. 4.10　もんじゅ炉容器供試体熱電対取付位置

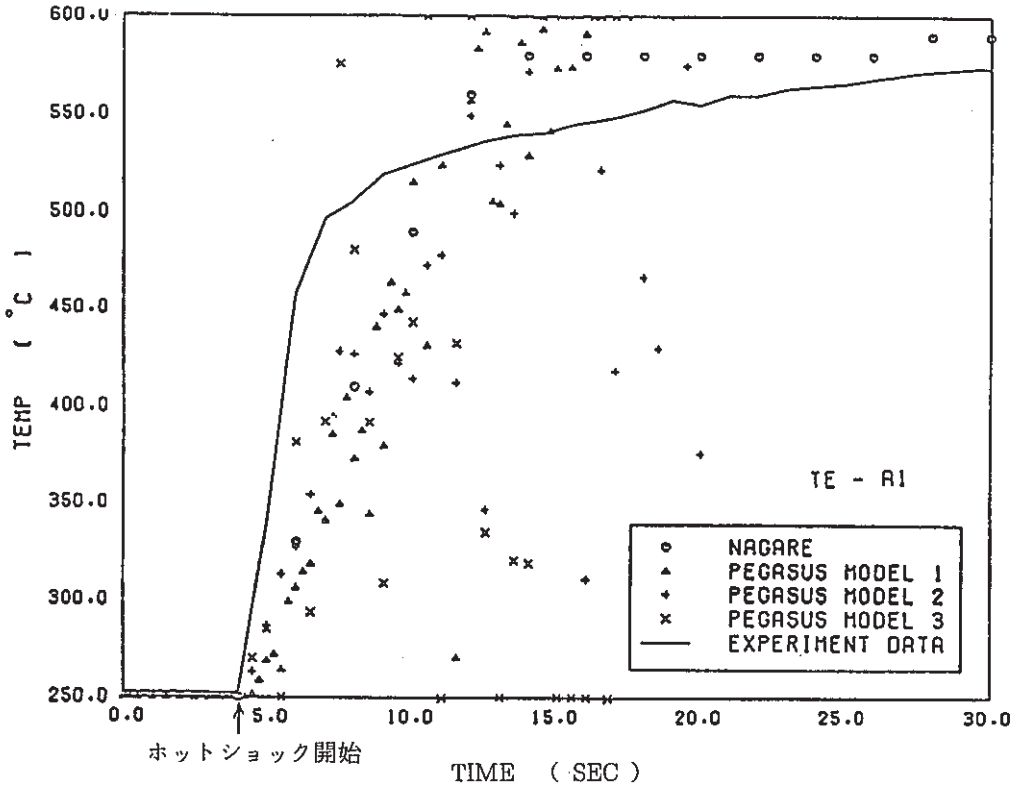


Fig. 4.11(a) 温度時刻歴（TE－A1）

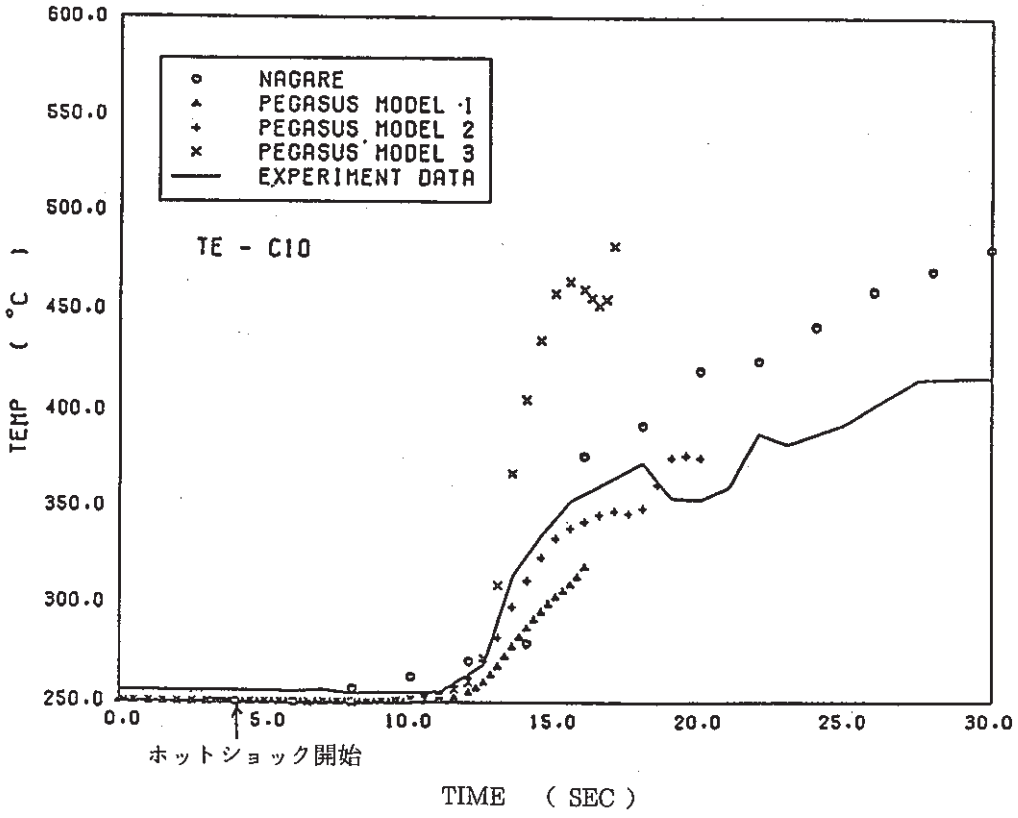


Fig. 4.11(b) 温度時刻歴（TE－C10）

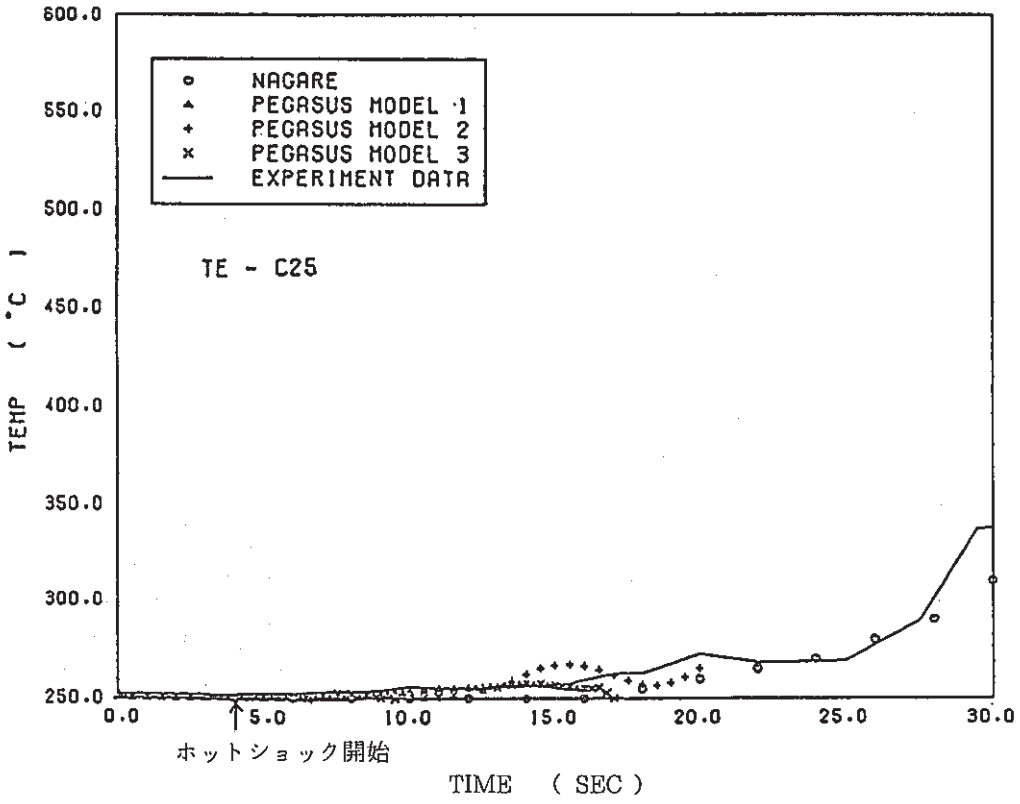


Fig. 4.11(c) 温度時刻歴（TE－C20）

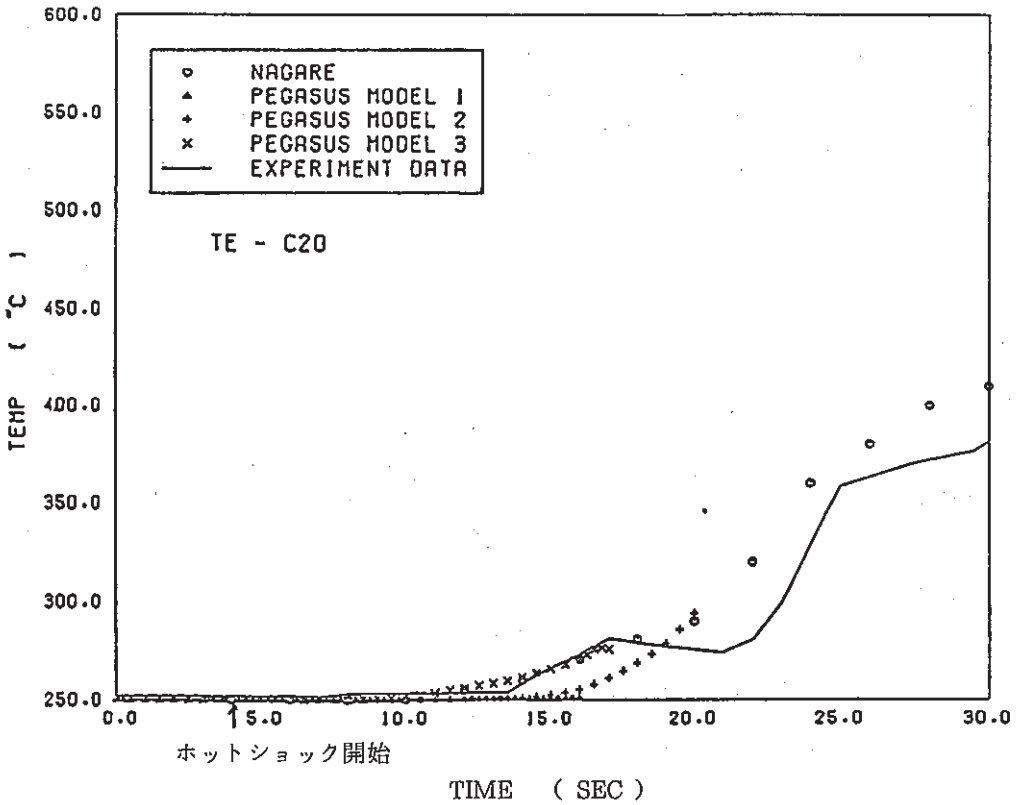


Fig. 4.11(d) 温度時刻歴（TE－C25）

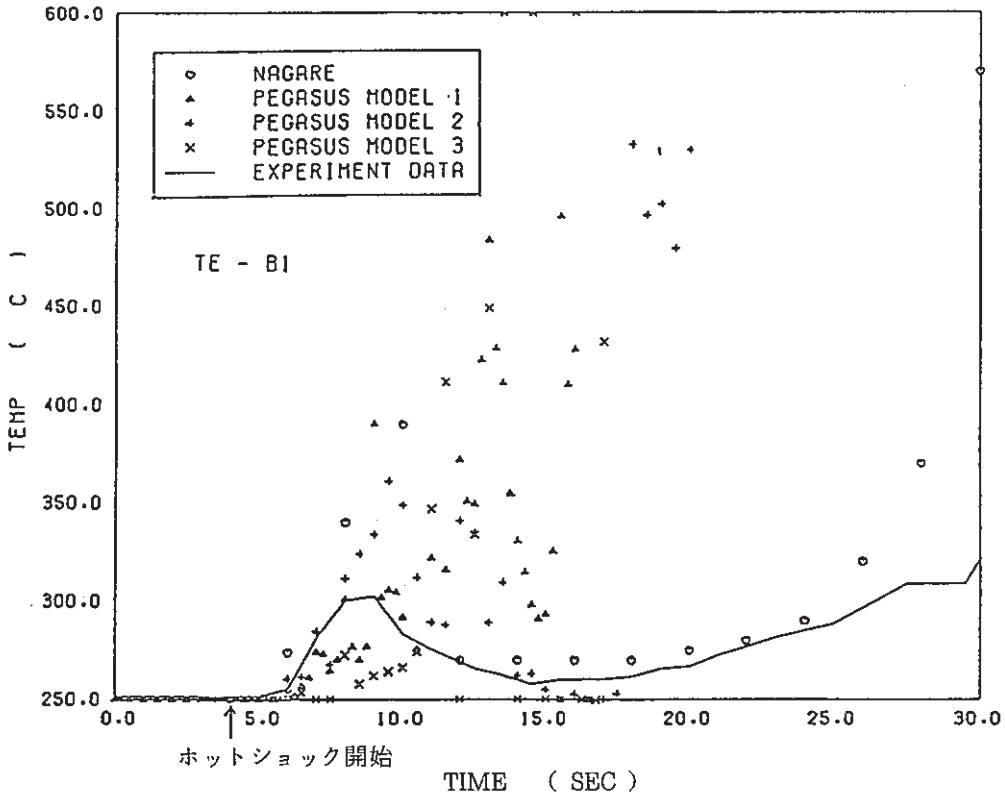


Fig.4.11(e) 温度時刻歴（TE－B1）

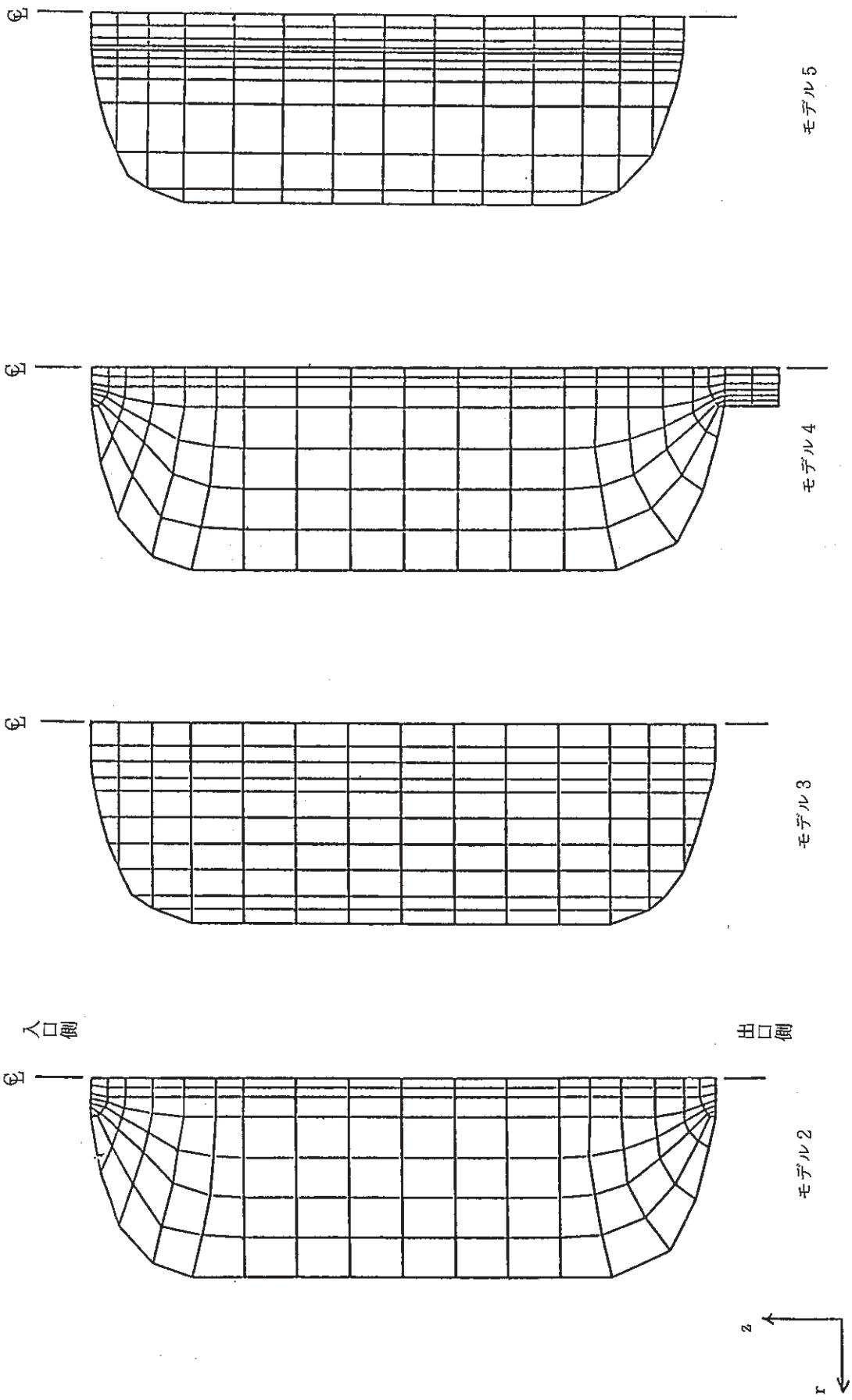


Fig. 4.12　要素分割図（モデル2～5流体部）

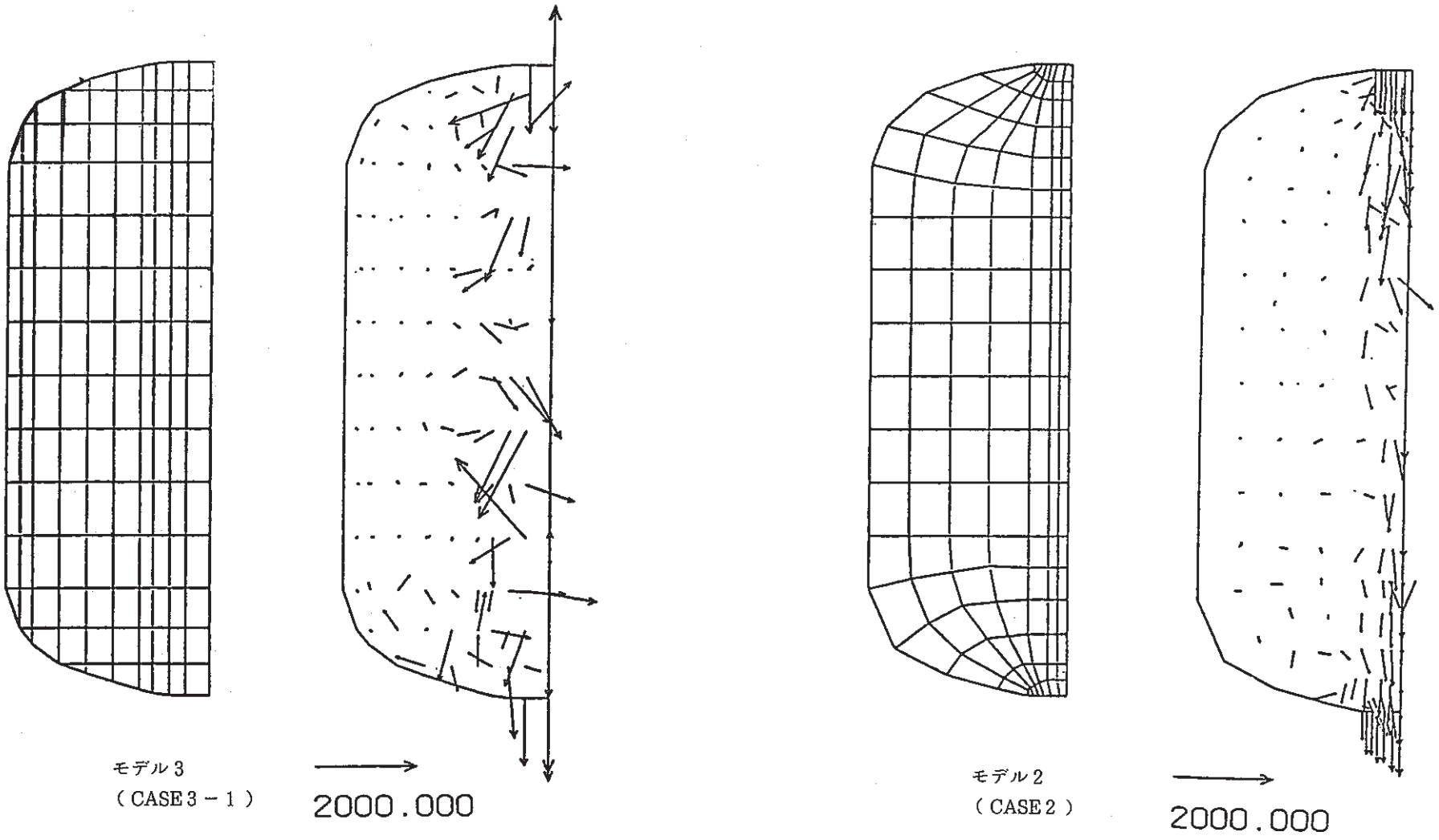


Fig. 4.13　要素分割が流況に及ぼす影響（等温，R_e = 1000，t = 4秒，モデル2，モデル3）

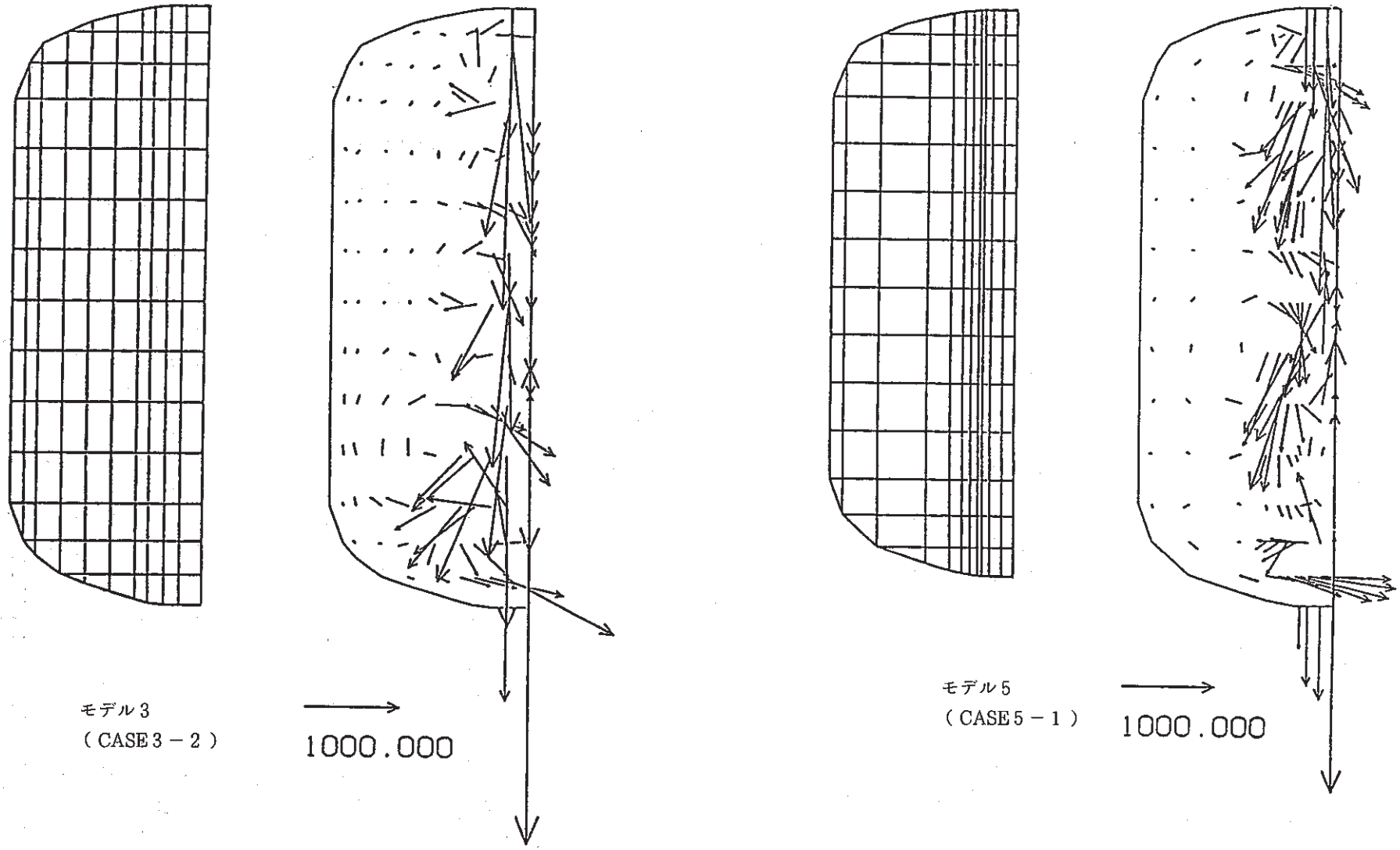
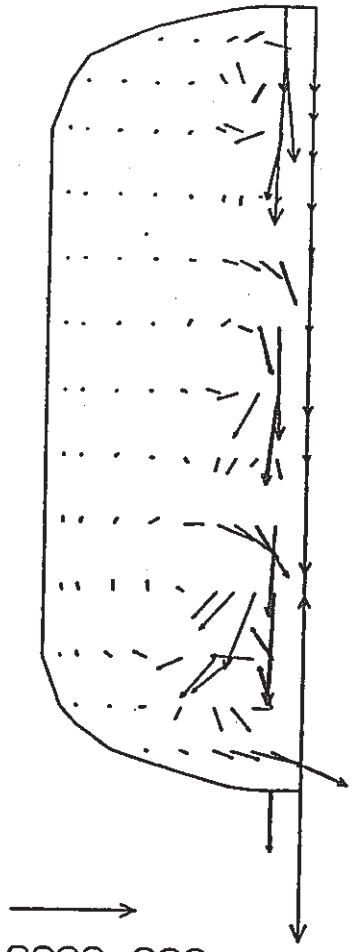
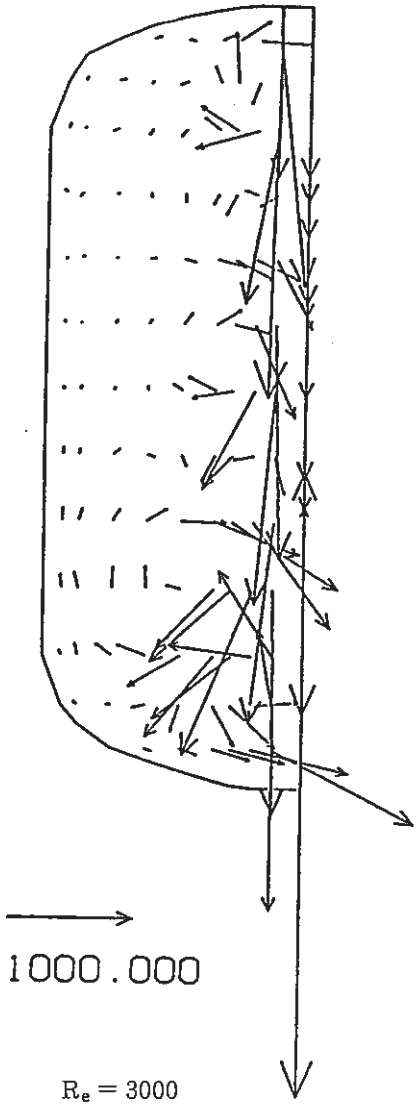


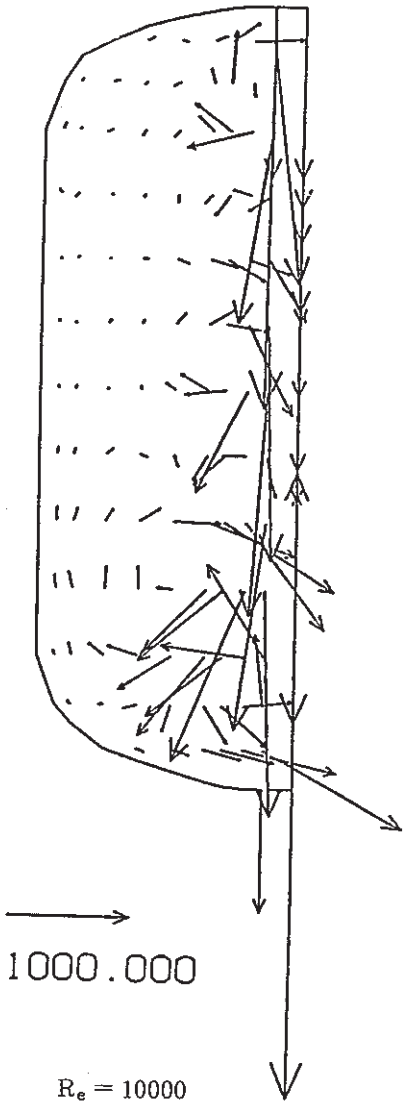
Fig. 4.14　要素分割が流況に及ぼす影響（等温，R_e＝3000，t＝2秒，モデル3，モデル5）



$R_e = 1000$
CASE 3 − 1

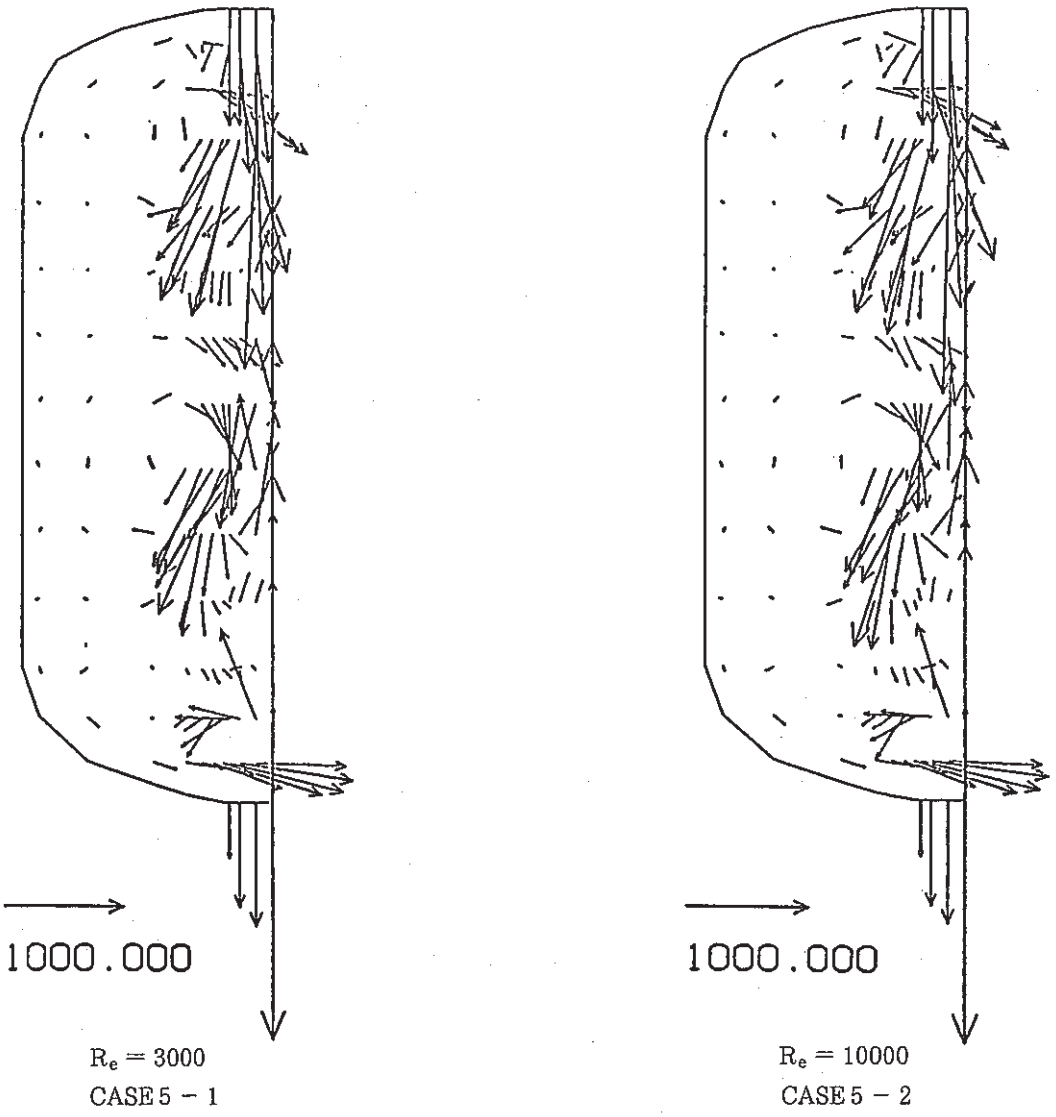


$R_e = 3000$
CASE 3 − 2



$R_e = 10000$
CASE 3 − 3

Fig. 4.15　レイノルズ数が流況に及ぼす影響（モデル3，等温，t＝2秒）



$R_e = 3000$
CASE 5 － 1

$R_e = 10000$
CASE 5 － 2

Fig. 4.16　レイノルズ数が流況に及ぼす影響（モデル5，等温，t＝2秒）

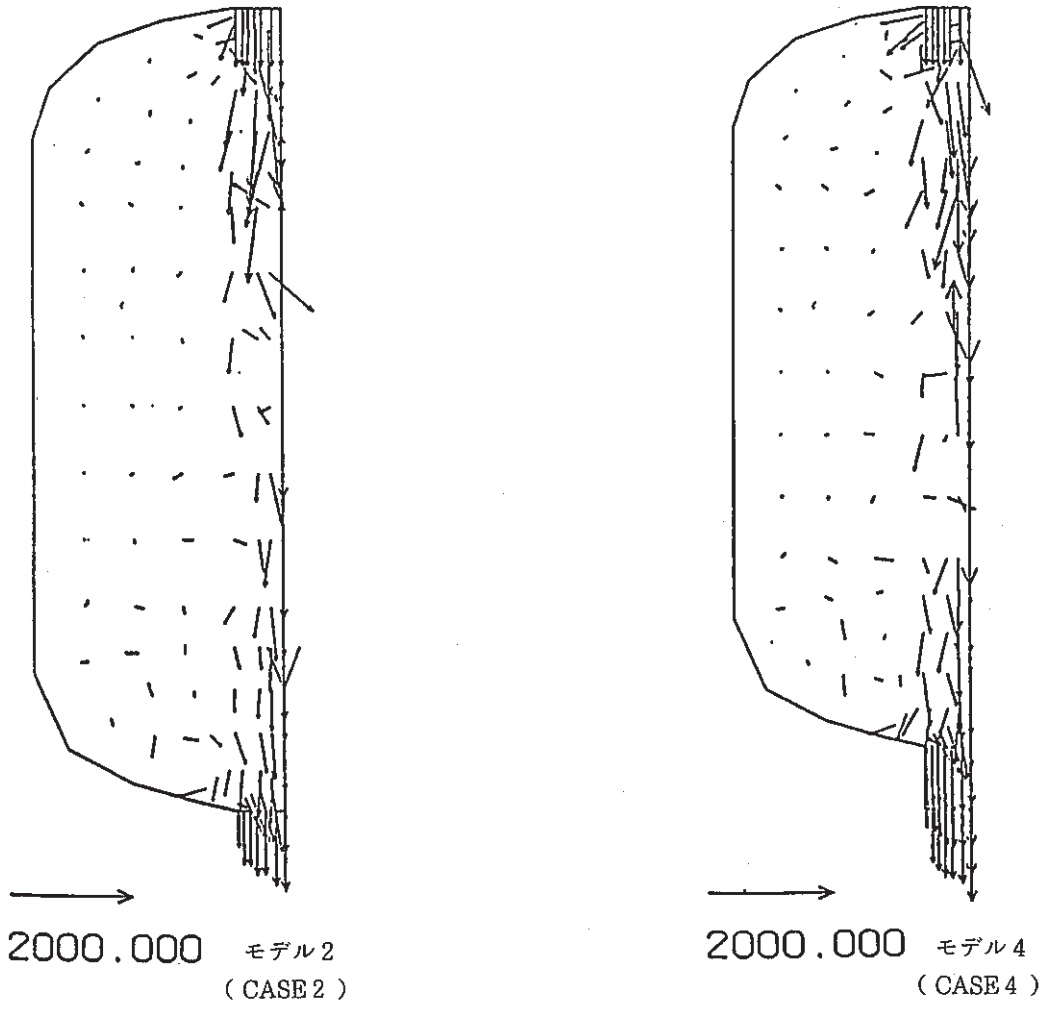


Fig. 4.17　出口部形状が流況に及ぼす影響（等温，R_e = 1000，t = 4秒）

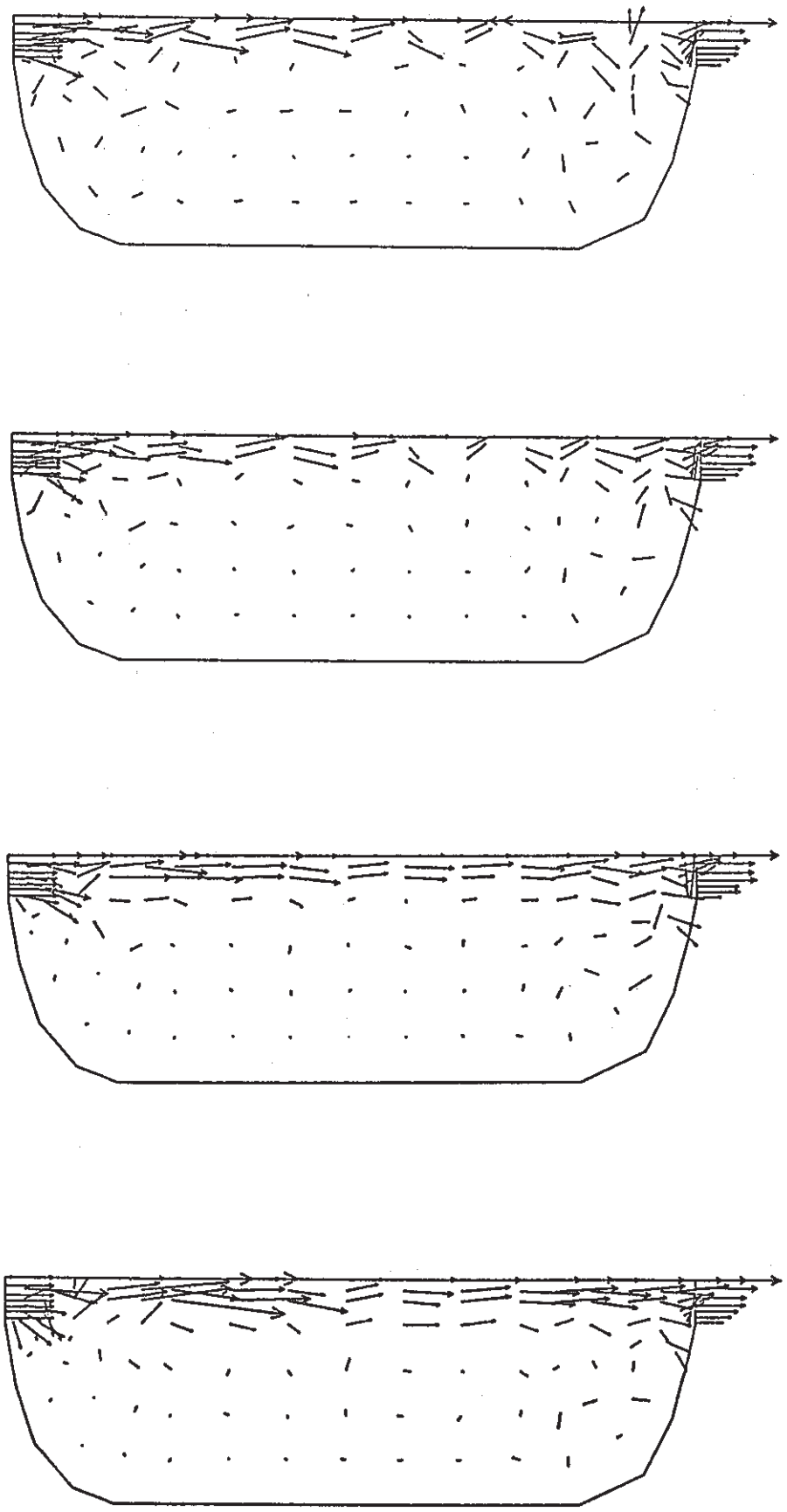


Fig. 4.18(a) 流速ベクトル図（モデル2）

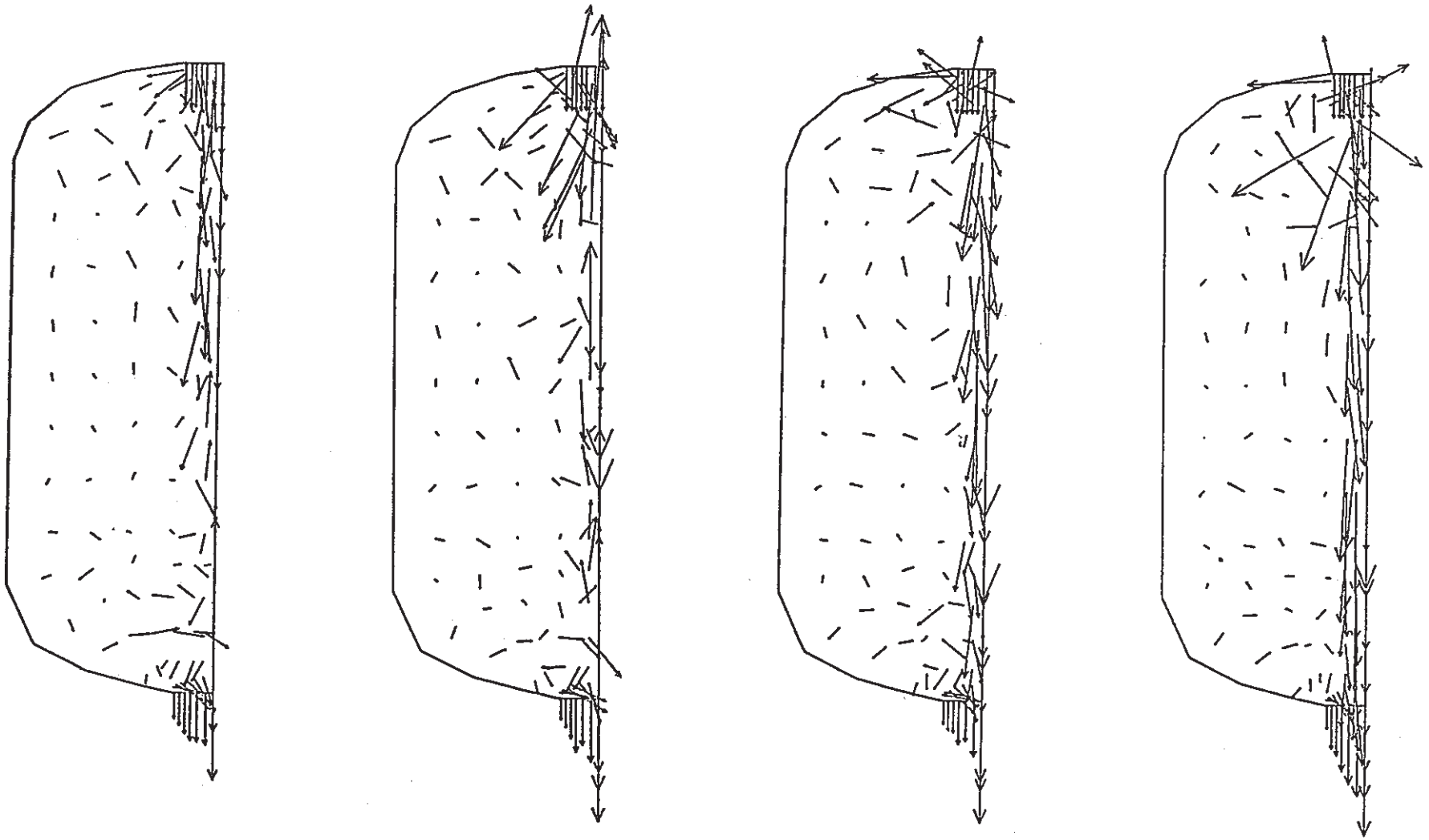


Fig. 4.18(b) 流速ベクトル図（モデル2）

ホットショック開始後

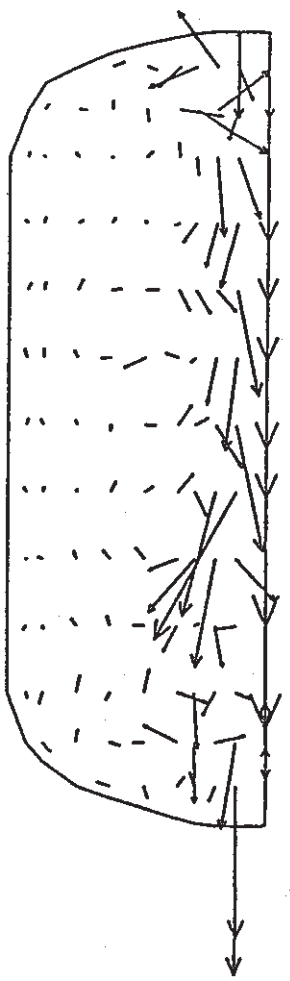
2秒　　4秒　　6秒　　8秒

Fig. 4.19(a)　温度コンター図（モデル2）

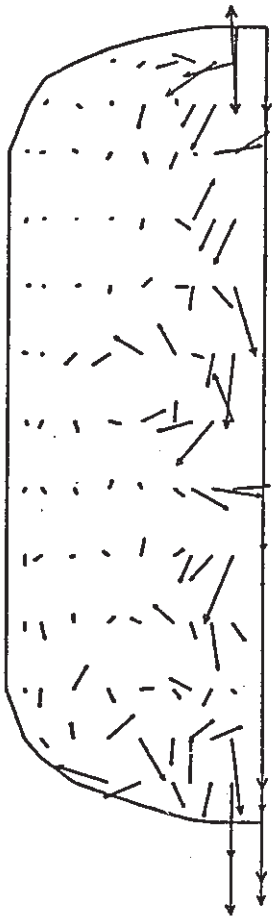
ホットショック開始後

10秒　　12秒　　14秒　　16秒

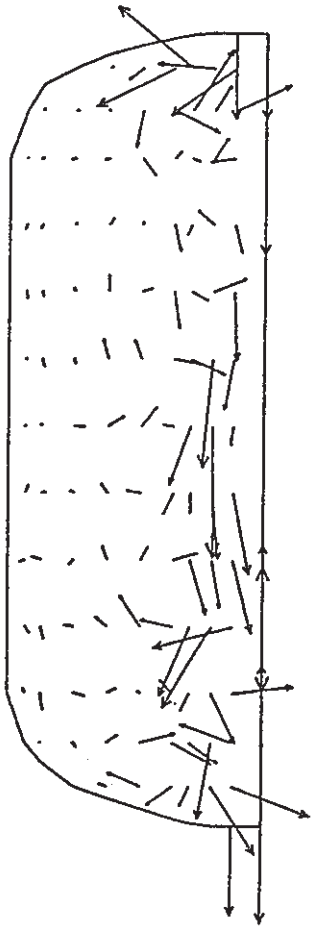
Fig. 4.19(b)　温度コンター図（モデル2）



ホットショック開始後
2秒

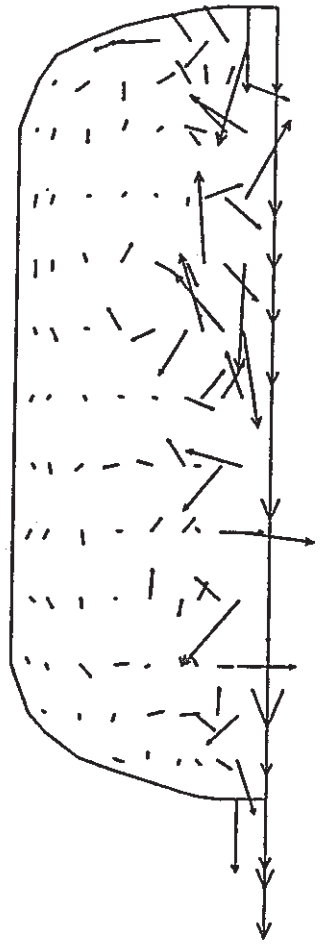


4秒

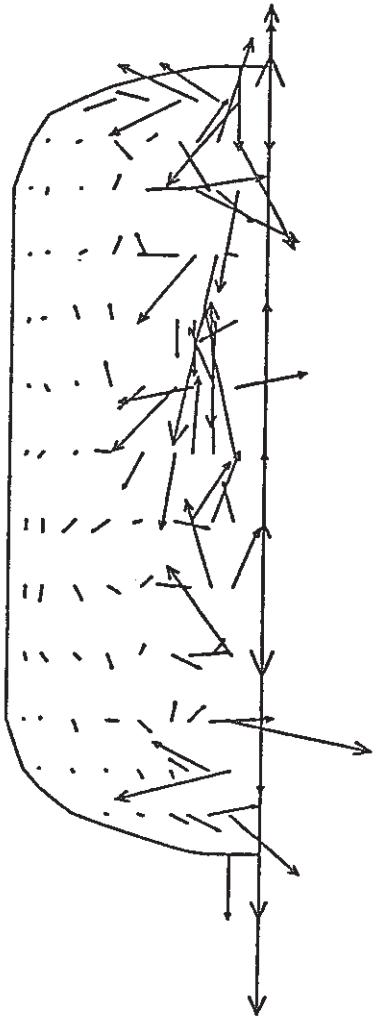


6秒

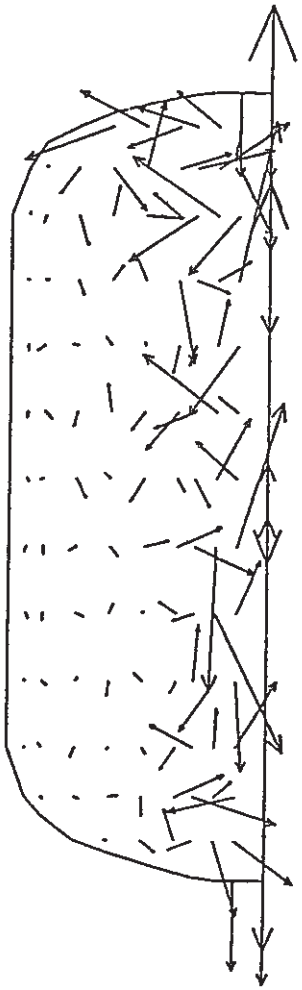
Fig. 4.20(a) 流速ベクトル図（モデル3）



ホットショック開始後
8秒

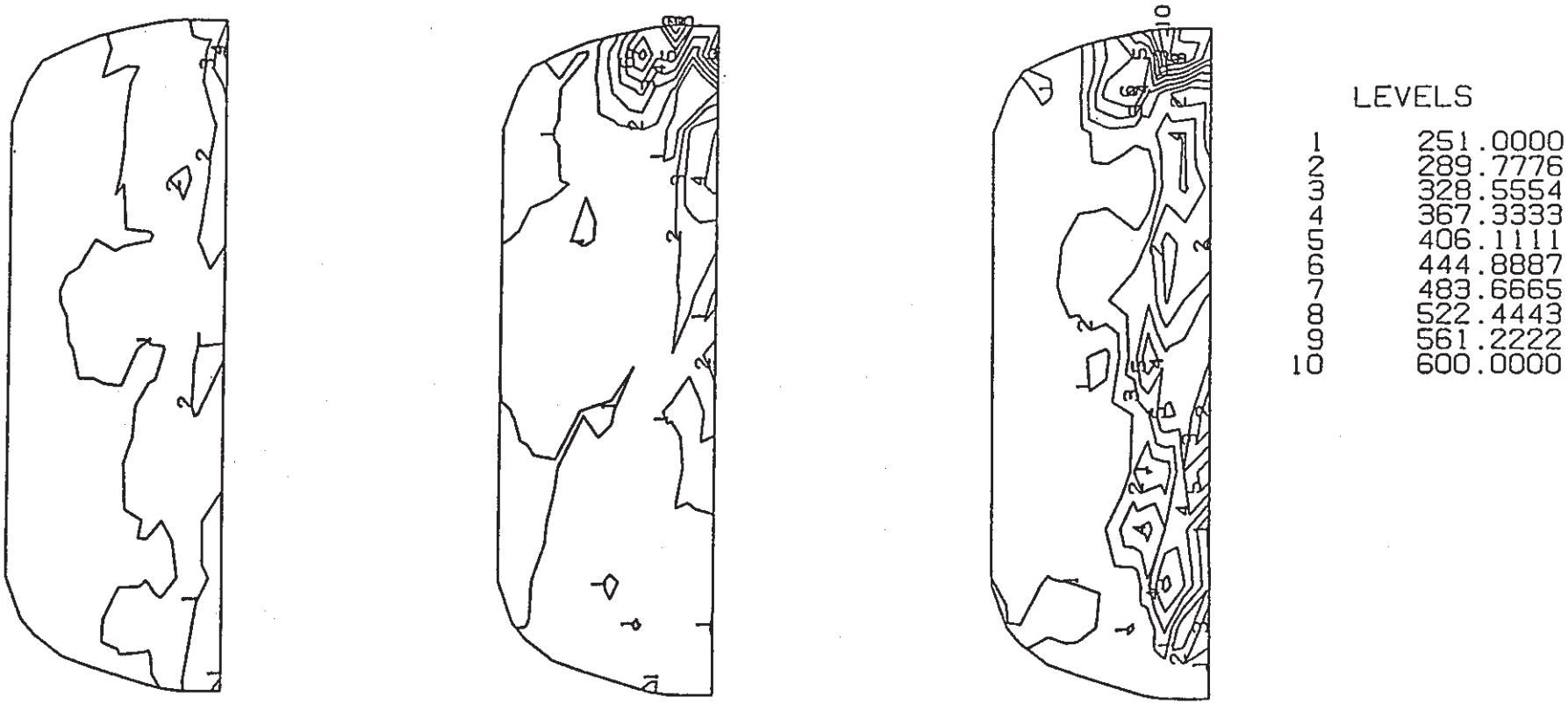


10秒



12秒

Fig. 4.20(b) 流速ベクトル図（モデル３）



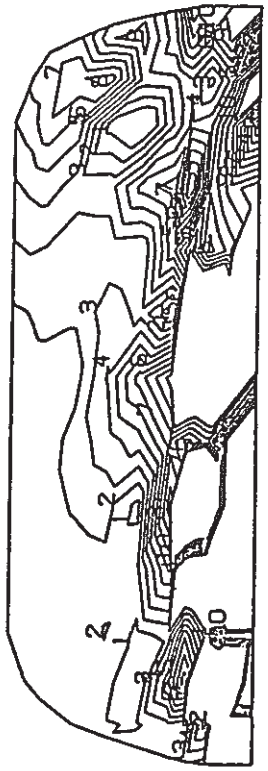
ホットショック開始後
2秒

4秒

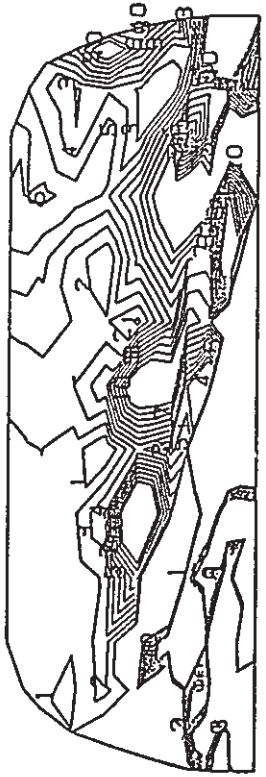
6秒

Fig. 4.21(a) 温度コンター図（モデル3）

ホットショック開始後
8秒



10秒



12秒

LEVELS

1	251.0000
2	289.7776
3	328.5554
4	367.3333
5	406.1111
6	444.8887
7	483.6665
8	522.4443
9	561.2222
10	600.0000

Fig. 4.21(b) 温度コンター図（モデル3）

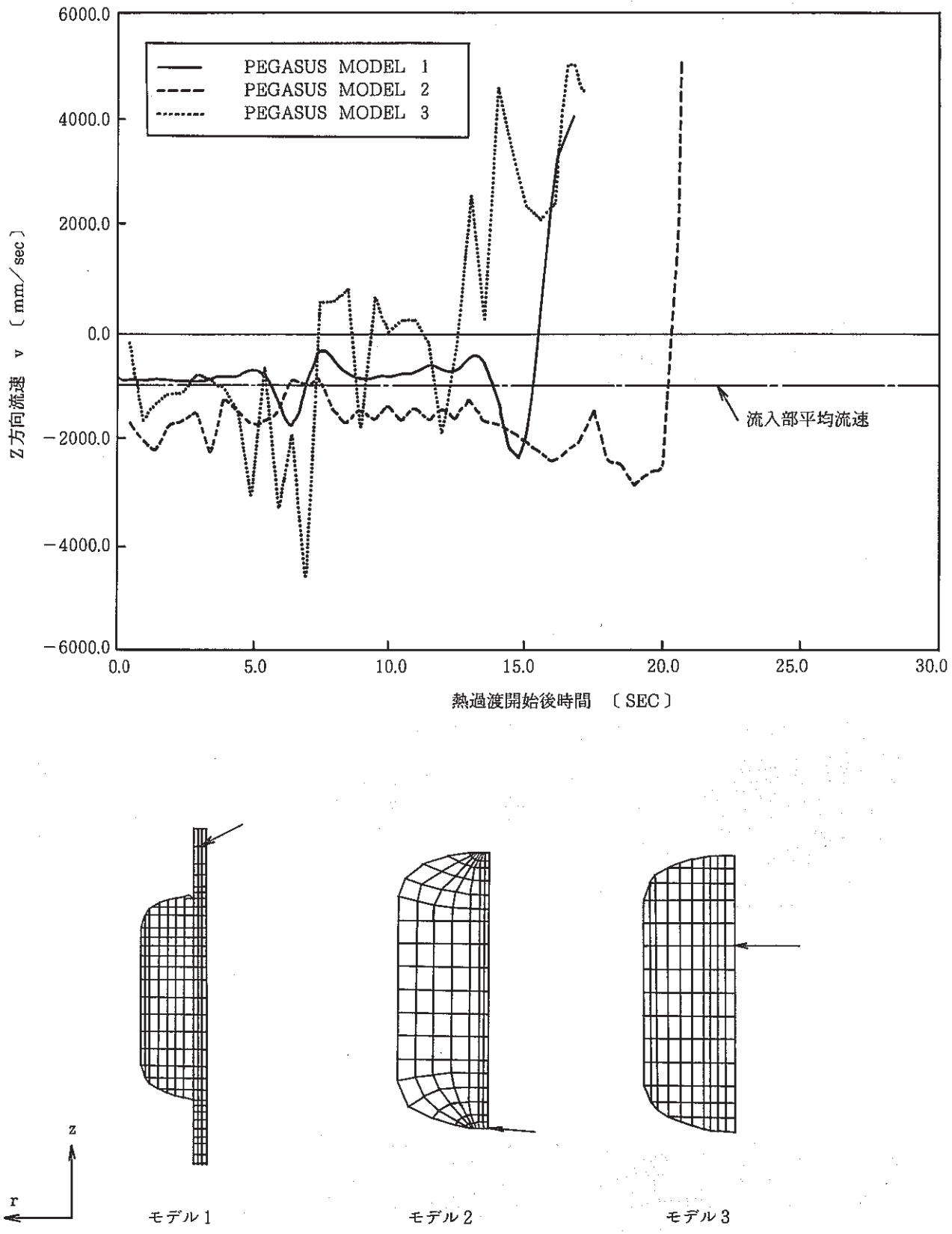


Fig.4.22　流速の乱れの履歴

5. 結　　言

PEGASUSを用いて伝熱流動に関する基礎的および実際的な例題の解析を行い機能の検証を行った。結果を以下にまとめる。

- 層流域における伝熱流動問題に対しては精度の高い解を得ることができる。
- 乱流域における伝熱流動問題に対しては粘性係数，熱伝導率に適当な値を設定することにより近似的な解を得ることができる。
- ホットショック時における「もんじゅ」炉容器供試体の伝熱流動解析では高温ナトリウムが温度差にもとづく浮力によって逆流する現象を定性的に把握することができた。

今後の課題としては，以下のものが考えられる。

- 乱流域の問題を精度良く解析するには要素分割を密にする必要があると考えられる。その前提として計算に要するCPU時間の大幅な短縮が必要となる。
- 乱流を近似するための粘性係数，熱伝導率の適切な設定方法を検討することが必要と考えられる。

謝　　辞

「もんじゅ」炉容器供試体の解析では構造工学室梅田寿雄氏，小出昭雄氏（現在　セントラルコンピュータサービス㈱），㈱エイ・ティ・エス古橋一郎氏に御協力いただきました。

また，㈱三菱総合研究所近藤靖氏には各種例題の解析を精力的に進めていただきました。

ここに感謝の意を表します。

参 考 文 献

〔1〕 河原他 「原子炉容器モデル熱過渡強度試験，第9報，流動伝熱応力解析コードPEGASUSの開発」，PNC SN9410 86－039，1986年4月

〔2〕 河原他 「流動伝熱応力解析コードPEGASUSの改良」，PNC SN9410 86－075，1986年7月

〔3〕 K.J.Bathe "Finite Element Procedure in Engineering Analysis" Prentice－Hall Inc.，1982

〔4〕 G.A.Mohr "Finite Element Analysis of Viscous Flow" J.of Computer & Fluid Vol. 12, №3 1984

〔5〕 R.L.Sani et al "On the Solution of Time Dependent Incompressible Navier－Stokes' Equations via a Penalty Method"

〔6〕 「PEGASUS入力マニュアル Version 5」，室内資料として発行予定

〔7〕 G.A.Mohr "Finite Element Analysis of Viscous Fluid Flow" Computer & Fluids Vol. 12, №3 1984

〔8〕 G.K.Batchelor "An Introduction to Fluid Dynamics" Cambridge University Press 1967

〔9〕 R.K.Agarwal "A Third－Order－accurate Upwind Scheme for Navier－Stokes Solutions at High－Reynolds Number" AIAA Paper №81－0112 1981

〔10〕 U.Ghia, K.N.Ghia and C.T.Shin "High－Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier－Stokes Equations and a Multigrid Method" Journal of Computational Physics 48 1982

〔11〕 清水武司 "流れの問題に関するベンチマーク問題" NF1－9－5 日本機械学会RC－74 1986 非線形有限要素法の応用研究分科会 第一小委員会資料

〔12〕 葛原基志 "流れの解析ベンチマーク問題〔流－2〕の解析結果"
NF1－9－13 日本機械学会RC－74 1986
非線形有限要素法の応用研究分科会 第一小委員会資料

〔13〕 A.E.Gill "Numerical Boundary Layer Regime of Convection in a Rectangular Cavity"
Journal of Fluid Mechanics Vol.26 1966

〔14〕 C.D.Upton, P.M.Gresho and R.L.Lee
"Finite Element Simulations of Thermal Induced Convection in an Enclosed Cavity"
Lawrence Livermore Laboratory Report UCID－18602 1980

〔15〕 G.de Vahl Davis "Natural Convection in a Square Cavity－A Benchmark Solution"
International Journal for Numerical methods in Fluids
Vol.3 1983

〔16〕 K.H.Winters "A Numerical Study of Natural Convection in a Square Cavity"
United Kingdom Atomic Authority, AERE－R9747 1980

〔17〕 M.Engelman "FIDAP Examples Manual Revison 3.0"
Fluid Dynamics International, Inc. 1986

〔18〕 A.Masui, T.Koga, S.Moriya and N.Tanaka
"Study of Turbulence Analysis Code"
Proceeding of the Third Internatinal Topical Meeting on Reactor Thermal Hydraulics" 1985

〔19〕 「FBR原子炉容器内の乱流解析コード開発」, 三菱重工技報, 1985年

〔20〕 渡士他 「もんじゅ原子炉容器モデル熱過渡強度試験, 第3報, 熱過渡強度試験」, PNC ZN9410 86－035, 1986年4月

〔21〕 W.Beckmann "Die Warmeubertragung in Zylindrischen Gasschichten bei Naturlicher Konvektion"

Forsch. Gab. d. Ingenieurwesen Vol. 2 1931

〔22〕 T. H. Kuehn and R. J. Goldstein
"An Experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus between Horizontal Concentric Cylinders"
Journal of Fluid Mechanics Vol. 74 1976

〔23〕 古橋他 「2次元流動伝熱解析プログラムNAGARE－2D」, PNC SN941 84－50

〔24〕 高須他 「ナトリウム技術実用物性値表」, PNC N941 81－73, 1981年4月

〔25〕 「非弾性構造解析法の実用化に関する研究(II)」, 非弾性構造解析法実用化研究分科会, 主査山田嘉昭, 日本機械学会, 1979年

〔26〕 "伝熱工学資料 改訂第3版"
社団法人 日本機械学会 1975

〔27〕 渡士他 「原子炉容器モデル熱過渡強度試験, 第11報, 試運転用供試体の熱過度強度試験」, PNC ZN9410 86－091, 1986年8月

A.1 NAGAREによる「もんじゅ」炉容器供試体の解析

NAGAREは差分法による流動伝熱解析コード[23]でK－εモデルによって乱流を取扱うことができる。もんじゅ炉容器供試体に対する解析モデルおよび解析結果を以下に示す。

(1) 要素分割

供試体を軸対称でモデル化する。流体部の要素分割をFig.A.1.1に示す。構造部も同様にモデル化されている。

(2) 熱過渡条件

ホット・ショック時の温度変化速度を46.5℃／secとする。

(3) 材料物性値

ナトリウムの材料物性値をTable.A.1.1に示す。

(4) 解析方法

低温状態（250℃温度一様）で30秒間解析した後，ホット・ショックの解析を30秒間実施。

(5) 解析結果

流速ベクトル図（定常状態）	Fig. A.1.2
流速ベクトル図（過渡状態）	Fig. A.1.3(a)～(b)
温度コンター図（過渡状態）	Fig. A.1.4(a)～(b)

なお，定常状態は温度一定（250℃）で30秒間非定常解析を行った結果である。

Table.A.1.1 ナトリウム物性値（420℃）

密度 ρ	8.514×10^{-7}
動粘性係数 ν	0.323
熱伝導率 k	1.689×10^{-4}
等圧比熱 C_p	0.3045
体膨張率 β	2.809×10^{-4}
重力加速度 g	9806.0

〔単位〕 ρ （kg／mm³）

ν （mm²・sec）

k （kcal／mm・sec・℃）

C_p （kcal／kg・℃）

β （1／℃）

g （mm／sec²）

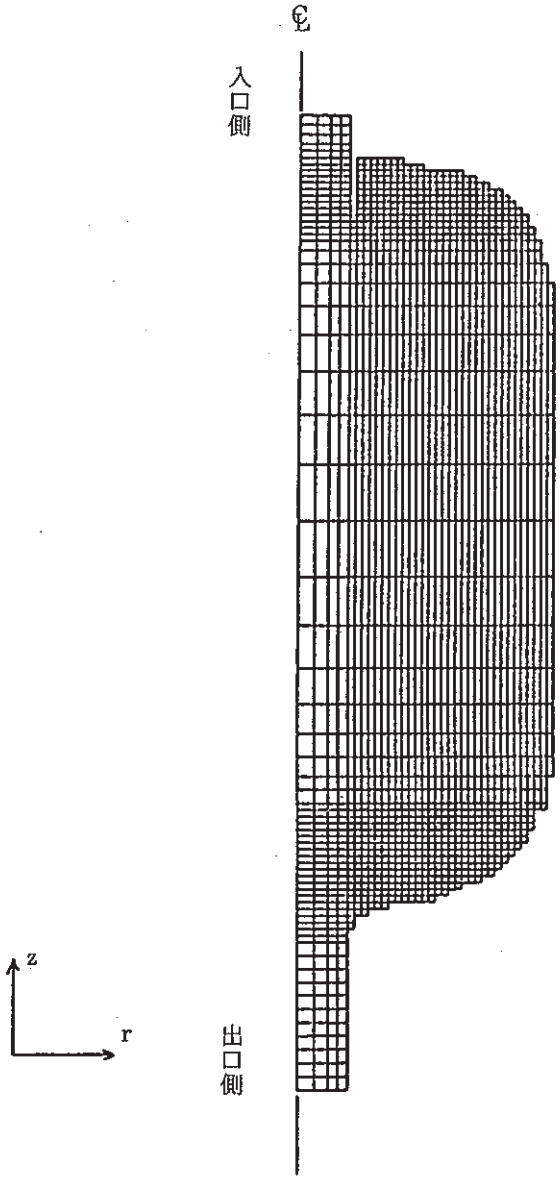


Fig. A. 1. 1　要素分割図（NAGARE）

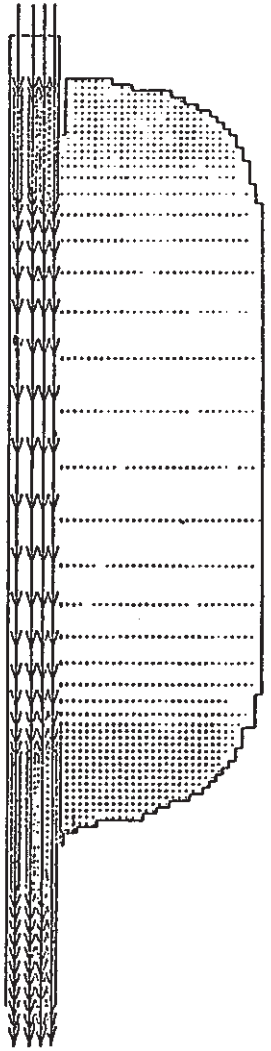


Fig. A. 1. 2　流速ベクトル図（定常状態，NAGARE）

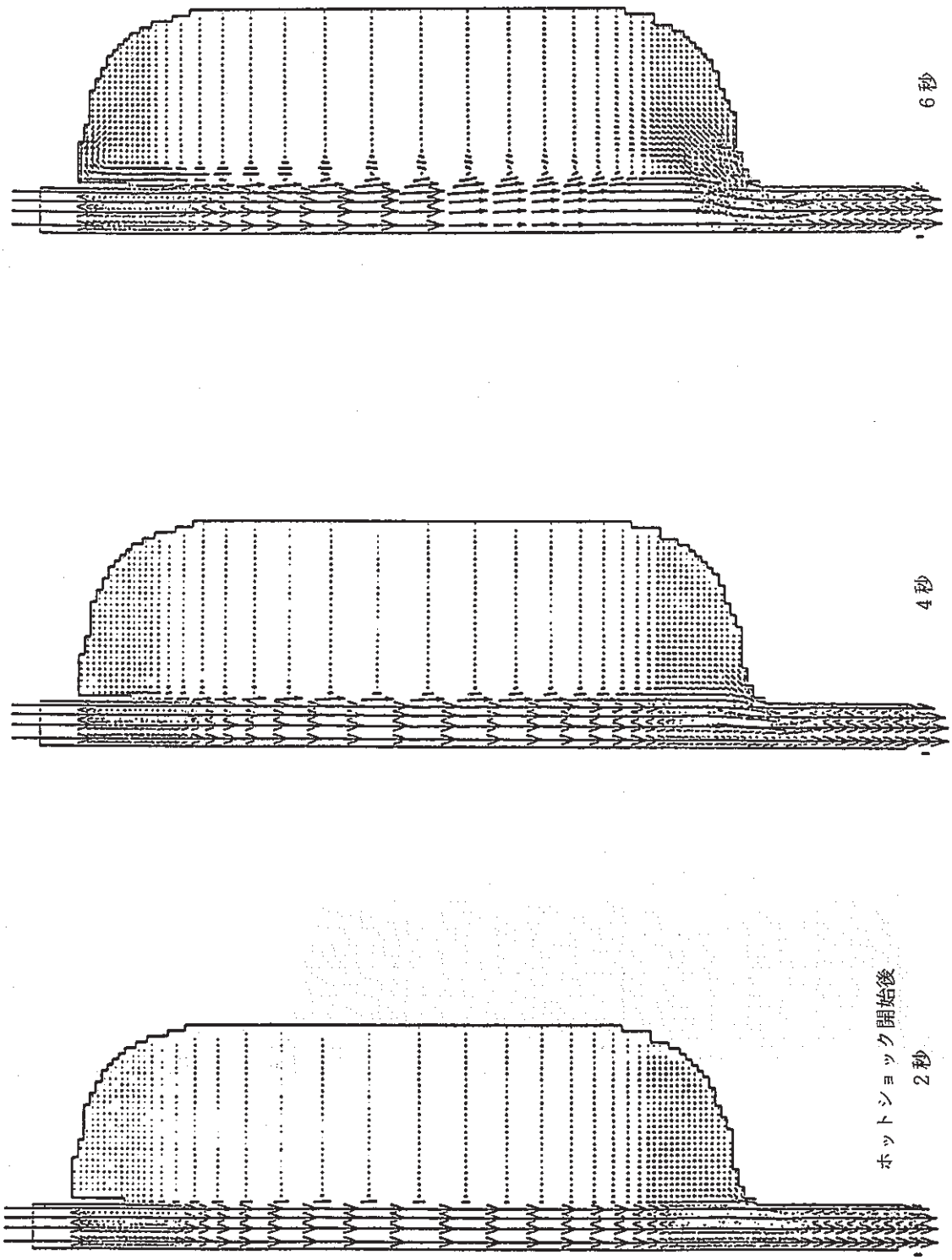


Fig. A. 1. 3(a) 流速ベクトル図（NAGARE）

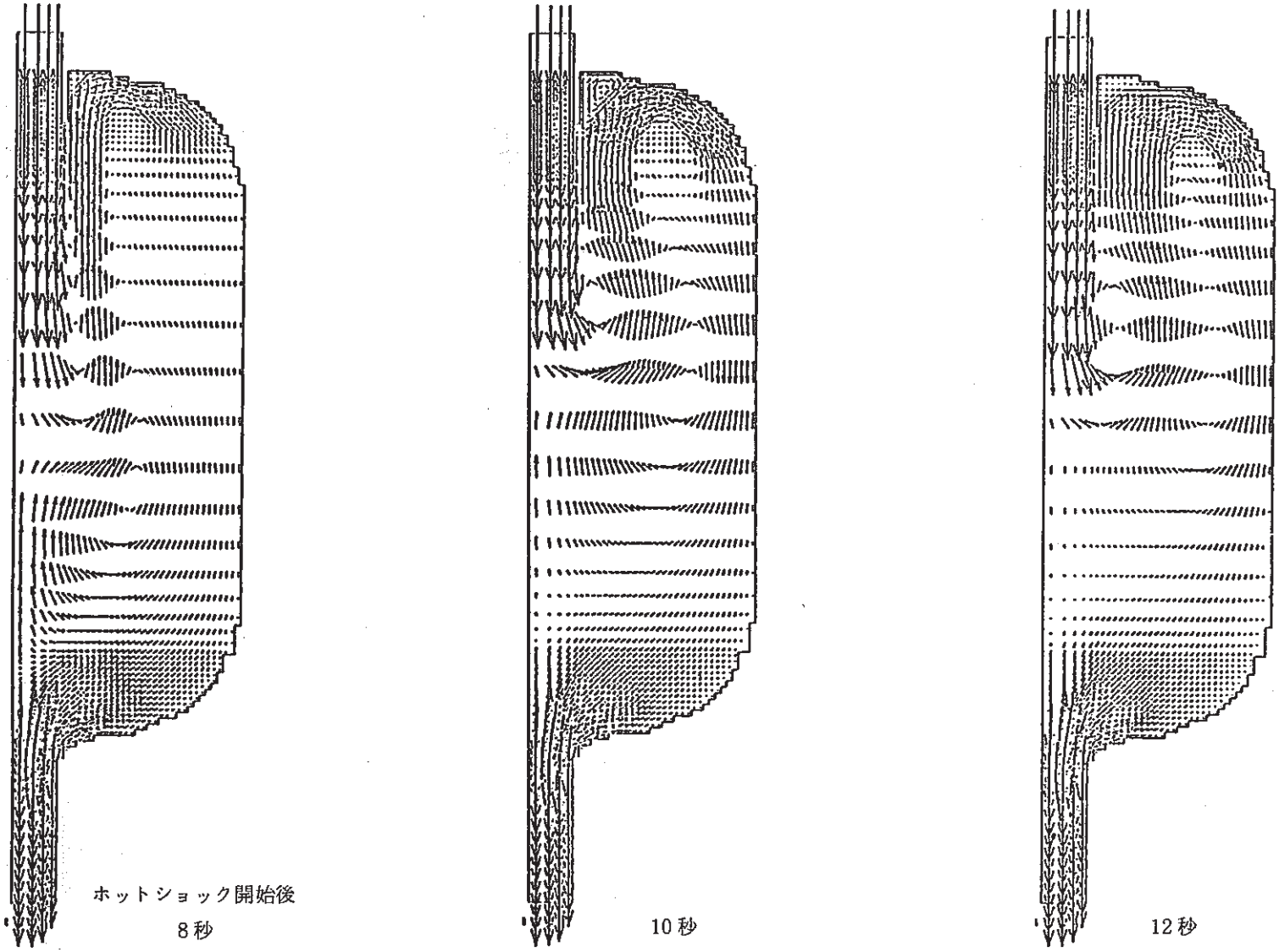


Fig. A. 1. 3(b) 流速ベクトル図 (NAGARE)

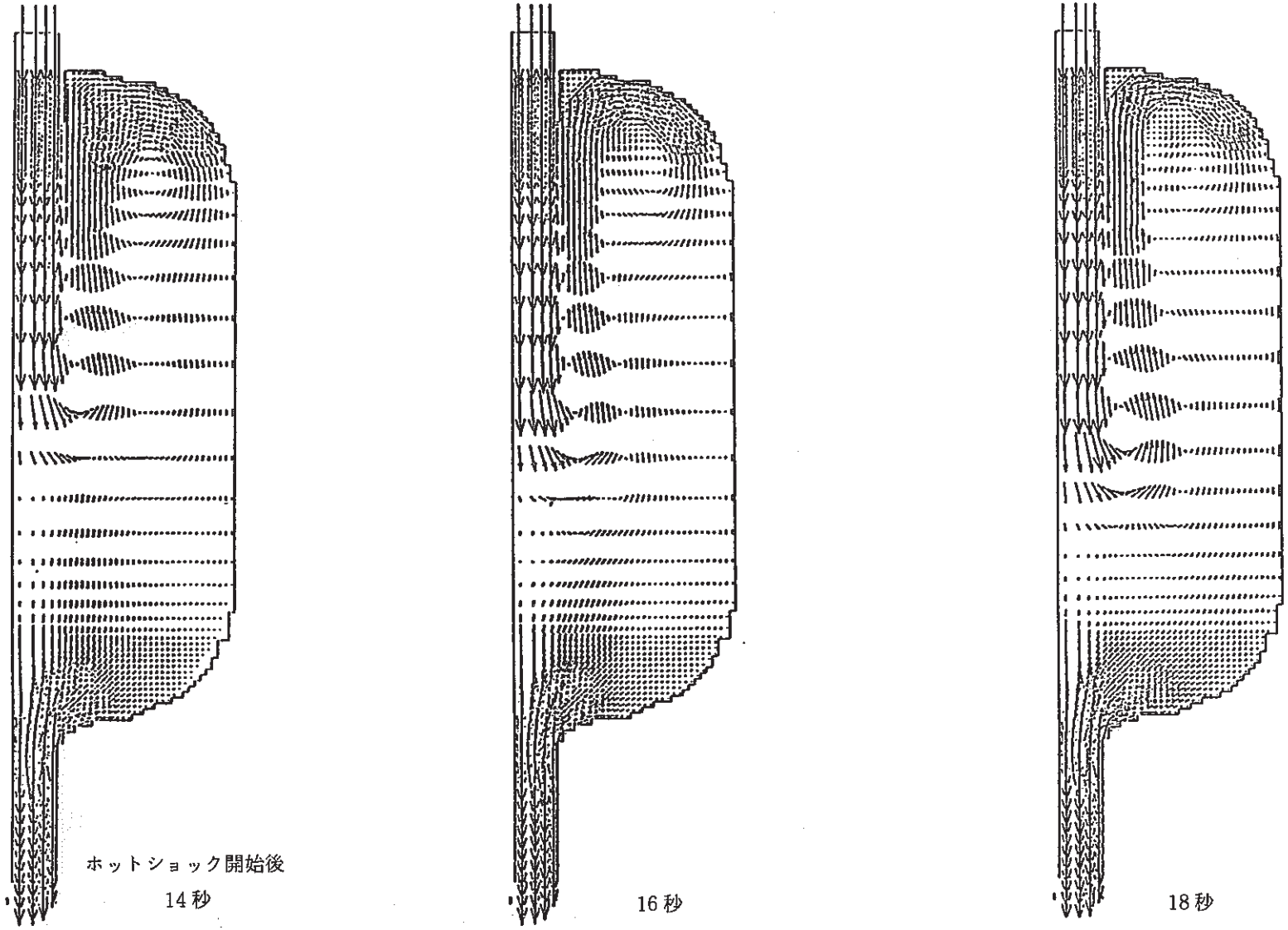


Fig. A. 1. 3(c) 流速ベクトル図（NAGARE）

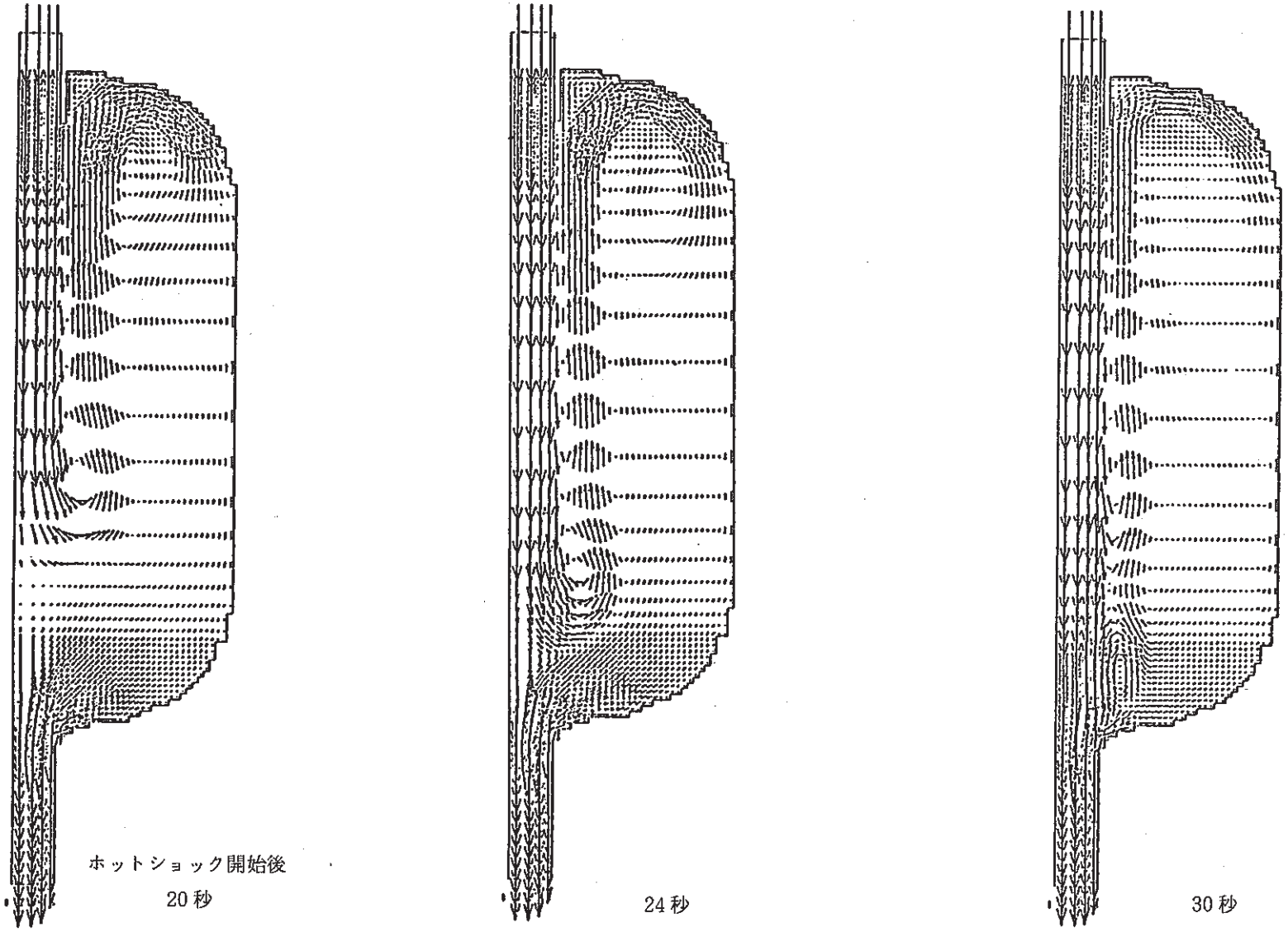


Fig. A. 1. 3(d) 流速ベクトル図（NAGARE）

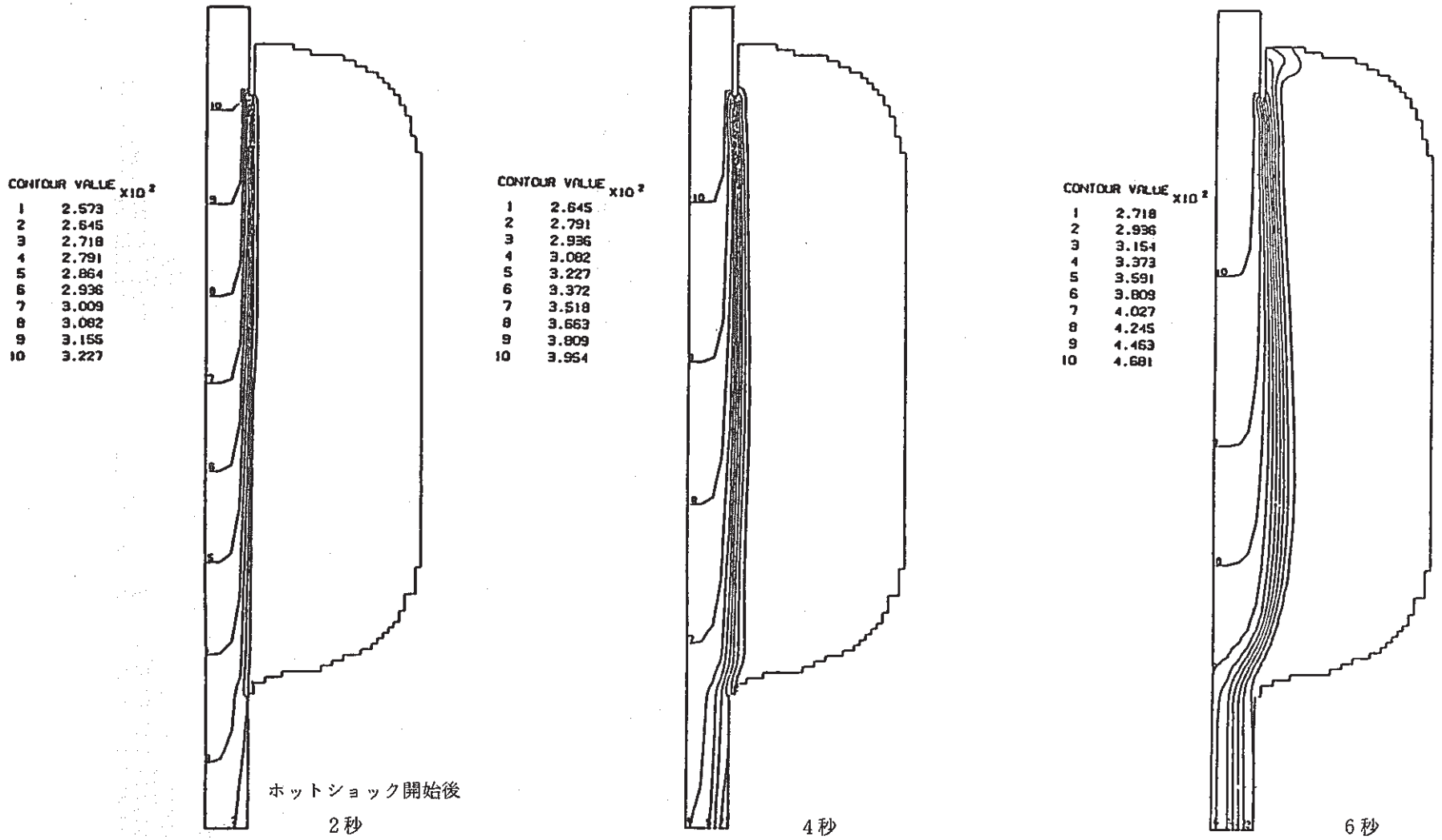


Fig. A. 1. 4(a) 温度コンター図（NAGARE）

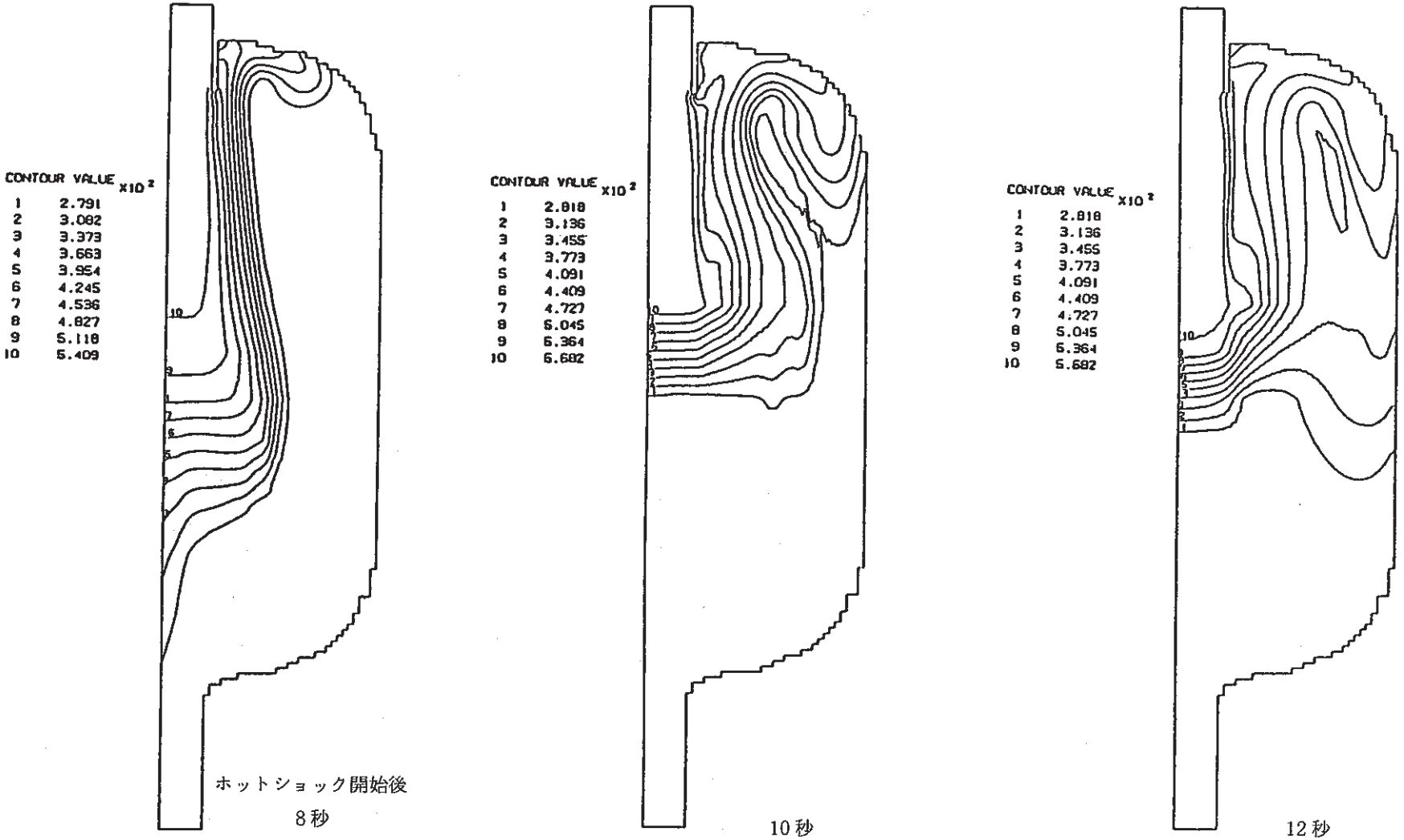


Fig. A. 1.4(b) 温度コンター図(NAGARE)

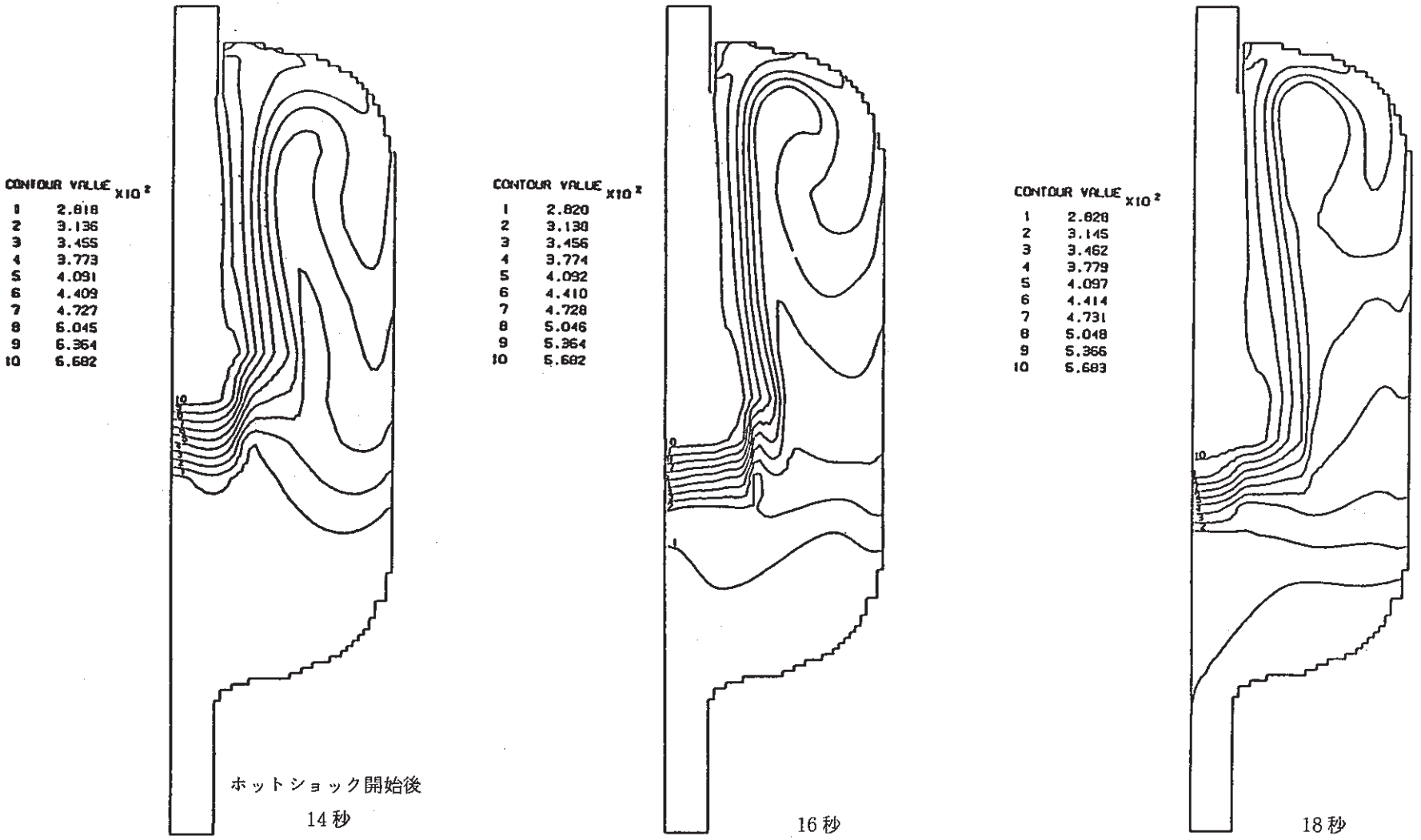
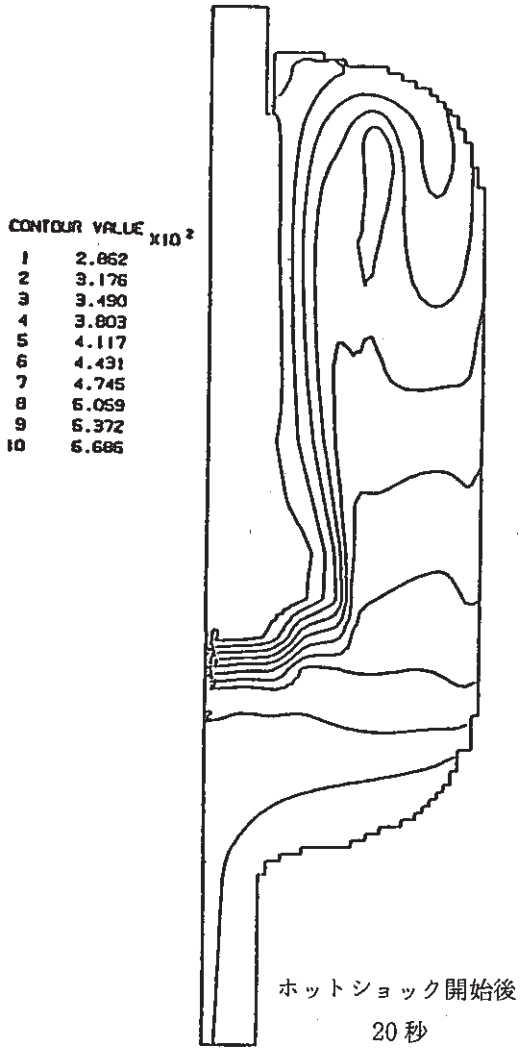
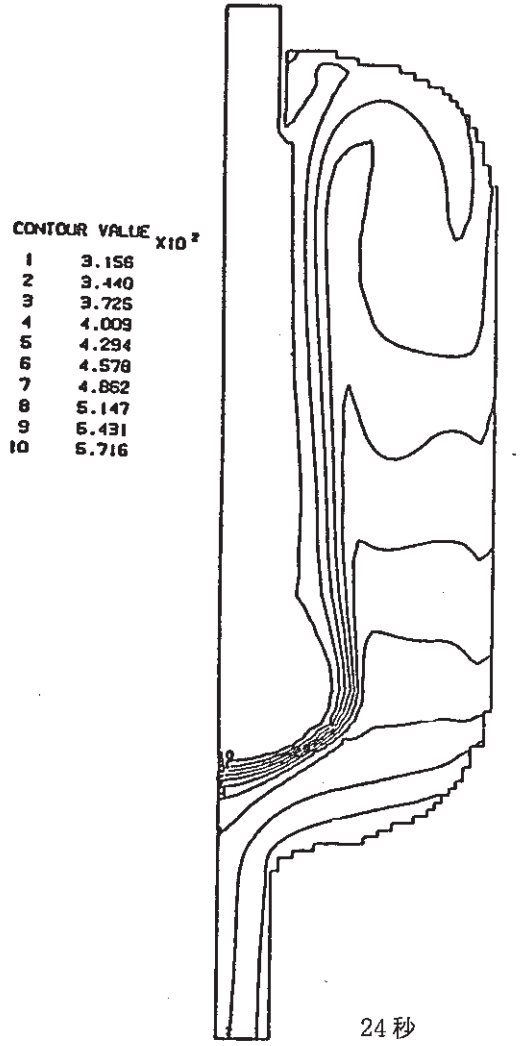


Fig. A. 1. 4(c) 温度コンター図（NAGARE）





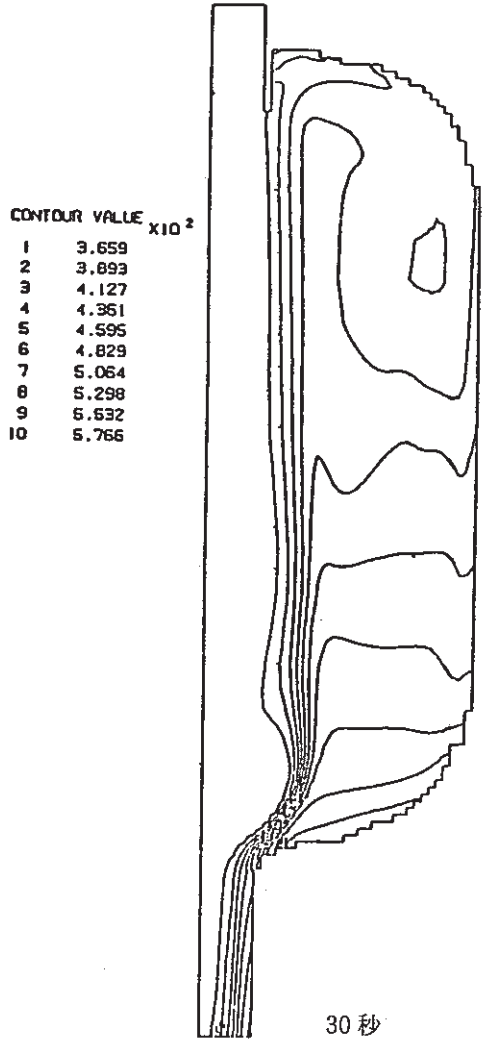
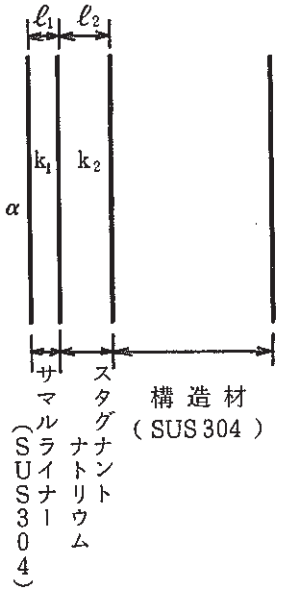


Fig. A. 1. 4(d) 温度コンター図（NAGARE）

A.2　熱通過率の算出

右図に示すように構造材表面に板厚ℓ_1のサーマルライナーと厚さℓ_2のスタグナント（静止）ナトリウム層があり，サーマルライナー表面で熱伝達率がαである場合，構造材表面における等価な熱伝達率（熱通過率）κは次式で表わされる。



$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\ell_1}{k_1} + \frac{\ell_2}{k_2}$$

ここで　k_1：SUS 304 の熱伝導率

k_2：ナトリウムの熱伝導率

A.3　PEGASUSにおける物性値入力と単位系

PEGASUS に入力される各物性値は基本的に統一された単位系で記述されていればよく，（3.1.2）（3.1.3）（3.1.4）（3.2.6）の関係を満足するものであれば，どの様な次元を採用してもかまわない。物性値はすべて「伝熱工学資料（第三版）」[26]より引用しており，単位系は

密度	ρ	〔kg／mm³〕	注）(26)においては比重量γ
動粘性係数	ν	〔mm²／sec〕	
粘性係数	μ	〔kg／mm sec〕	注）$\mu = \rho\,\nu$
熱伝導率	k	〔kcal／mm sec ℃〕	注）(26)においては熱伝導率λ
等圧比熱	C_p	〔kcal／kg ℃〕	
体積膨張率	β	〔1／℃〕	
動力加速度	g	〔mm／sec²〕	

としている。文献(26)において注意しなければならないことは，粘性係数ηと動粘性係数νの関係が

$$\eta = \rho\,\nu / g \quad 〔\text{kg sec／mm}^2〕$$

となっていることと，熱伝導係数における時間の次元が文献(26)でHrになっていることのみである。Table. A.3.1～A.3.3 に水，空気及び金属ナトリウムの温度に依存した物性値を上記の単位系に変換した一覧表として示す。

Table.A.3.1　水の物性値[26]

温　度 〔℃〕	密　度 $\times 10^{-6}$	動粘性係数	熱伝導率 $\times 10^{-7}$	等圧比熱	体積膨張率 $\times 10^{-3}$
0	0.9999	1.790	1.358	1.008	-0.060
10	0.9997	1.310	1.403	1.002	0.090
20	0.9982	1.023	1.439	0.999	0.200
30	0.9957	0.803	1.475	0.998	0.290
40	0.9923	0.668	1.508	0.998	0.380
50	0.9881	0.555	1.533	0.999	0.450
60	0.9832	0.480	1.561	1.000	0.540
70	0.9778	0.417	1.586	1.001	0.590
80	0.9718	0.368	1.606	1.003	0.650
90	0.9653	0.328	1.619	1.005	0.720
100	0.9584	0.297	1.628	1.007	0.780
120	0.9431	0.247	1.636	1.014	0.910
140	0.9261	0.209	1.633	1.023	1.050
160	0.9073	0.186	1.625	1.037	1.200
180	0.8869	0.168	1.606	1.054	1.370
200	0.8647	0.155	1.578	1.075	1.550
220	0.8403	0.146	1.539	1.102	1.800
240	0.8140	0.139	1.492	1.136	
260	0.7840	0.133	1.436	1.183	
280	0.7510	0.128	1.369	1.250	
300	0.7120	0.130	1.283	1.360	
320	0.6670	0.130	1.175	1.540	

Table.A.3.2　空気の物性値[26]

温　度	密　度 $\times 10^{-9}$	動粘性係数 $\times 10^{2}$	熱伝導率 $\times 10^{-8}$	等圧比熱	体積膨張率 $\times 10^{-3}$
-100	1.984	0.060	0.375	0.241	5.775
-50	1.533	0.095	0.478	0.240	4.481
-20	1.348	0.120	0.536	0.240	3.950
0	1.251	0.138	0.575	0.240	3.661
20	1.166	0.156	0.614	0.240	3.411
40	1.091	0.175	0.650	0.241	3.193
60	1.026	0.196	0.686	0.241	3.002
80	0.968	0.217	0.722	0.241	2.832
100	0.916	0.239	0.756	0.242	2.680
120	0.869	0.262	0.792	0.242	2.544
140	0.827	0.285	0.825	0.243	2.420
160	0.789	0.308	0.853	0.243	2.309
180	0.754	0.333	0.889	0.244	2.207
200	0.722	0.358	0.922	0.245	2.113
250	0.652	0.426	0.997	0.247	1.912
300	0.596	0.495	1.072	0.250	1.745
350	0.548	0.569	1.144	0.253	1.605
400	0.508	0.645	1.214	0.255	1.486
500	0.442	0.810	1.342	0.261	1.293
600	0.391	0.989	1.464	0.267	1.145
800	0.319	1.370	1.694	0.276	0.932
1000	0.265	1.830	1.912	0.285	0.785
1200	0.232	2.280	2.128	0.293	0.679
1400	0.204	2.780	2.317	0.302	0.598

Table.A.3.3　ナトリウムの物性値[24]

温　度	密　度 $\times 10^{-6}$	動粘性係数	熱伝導率 $\times 10^{-5}$	等圧比熱	体積膨張率 $\times 10^{-3}$
100	0.927	0.734	2.075	0.333	0.251
150	0.915	0.592	2.017	0.329	0.255
200	0.904	0.500	1.956	0.326	0.260
250	0.892	0.437	1.900	0.323	0.265
300	0.880	0.392	1.842	0.321	0.270
350	0.868	0.358	1.783	0.318	0.274
400	0.856	0.332	1.725	0.316	0.279
450	0.844	0.312	1.667	0.314	0.284
500	0.832	0.296	1.608	0.312	0.289
550	0.820	0.274	1.550	0.311	0.294
600	0.808	0.257	1.492	0.309	0.298
650	0.796	0.243	1.422	0.308	0.304
700	0.784	0.231	1.375	0.307	0.309
750	0.772	0.222	1.314	0.306	0.314
800	0.760	0.213	1.256	0.306	0.319
850	0.748	0.206	1.200	0.306	0.324