

矩形キャビティ内液体金属自然対流現象の解析

区 分 変 更	
変更後資料番号	PNC-TN9410 90-117
決裁年月日	平成 10年 3月 26日

1990年6月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

この資料は、動燃事業団の開発業務を進めるため、限られた関係者だけに配布するものです。従って、その取扱いには十分注意を払って下さい。なお、この資料の供覧、複製、転載、引用等には事業団の承認が必要です。

矩形キャビティ内液体金属自然対流現象の解析

大島 宏之* 二ノ方 寿**

要 旨

数値実験の一環として、低プラントル数流体の矩形キャビティ内自然対流現象を取り上げ、単相流多次元熱流動解析コードAQUAを用いて解析を実施した。ここでは、アスペクト比4のキャビティ体系を設定し、グラスホフ数、プラントル数および上面速度境界条件をパラメータとした。解析により得られた知見を以下に示す。

- ・ 上面速度境界条件の違いにより、フローパターンは3セルモード (NON-SLIPの場合) および2セルモード (FREE-SLIPの場合) となる。
- ・ いずれの設定ケースにおいても、ある一定以上のグラスホフ数で流動振動が発生した。そのしきい値は上面速度境界条件がFREE-SLIPの方が低く、また、プラントル数の増加に伴い高くなる傾向にある。
- ・ 温度振動は流動振動によって引き起こされる。この流動振動は2次流れの周期的な成長・減衰によって引き起こされるもので、プラントル数が低いほど上下方向に密度差が小さくなるため発生し易くなると考えられる。
- ・ プラントル数=0、上面速度境界条件がNON-SLIPのケースについては解にヒステリシスが存在することを確認した。

これらの解析結果はHurleらの実験結果を定性的に説明できるとともに、Wintersの示した振動発生のGr数のしきい値および周波数と合致した。また、これらの振動現象の予測に対して、AQUAで採用している高次差分法は十分有効であることを確認した。

* 大洗工学センター安全工学部原子炉工学室

** 大洗工学センター安全工学部高速炉安全工学室

NUMERICAL SIMULATION OF OSCILLATORY CONVECTION
IN LOW PRANDTL NUMBER FLUIDS

Hiroyuki Ohshima¹, Hisasi Ninokata²

Abstract

A multi-dimensional thermal-hydraulic analysis code AQUA (Advanced simulation using Quadratic Upstream differencing Algorithm) was applied to the test cases proposed in the 1988's GAMM* benchmark problems.

The calculated flow patterns differ greatly depending on the upper surface boundary condition for the given Gr numbers: three-cell mode was distinctive under the non-slip boundary condition and two-cell mode under the free-slip condition. Oscillatory behaviors were predicted for both boundary condition cases but with different critical Gr numbers: $2.5\sim 3.0 \times 10^4$ for the non-slip cases and $1.0\sim 1.5 \times 10^4$ for the free-slip cases.

The cases of $Pr=0.15$ exhibited slightly weaker secondary flow and slightly higher critical Gr numbers for the flow oscillation to take place than the cases of $Pr=0$. This was considered to be due to the fact that, as a result of the larger Gr number in the cases of $Pr=0.15$, the fluid density distribution in the vertical direction was produced which had effects of stabilizing the fluid flow.

In the case of $Pr=0$ and non-slip upper surface boundary condition, a region of hysteresis existed with respect to the direction of increasing or decreasing Gr number.

These analyses make us possible to explain the experimental results observed by Hurle. And Gr threshold of oscillatory convection and its frequency obtained by calculations are agreed with the results deduced from the bifurcation theory by Winters.

*GAMM: Gesellschaft fuer Angewandte Mathematik und Mechanik

1 O-arai Engineering Center, Reactor Engineering Section

2 O-arai Engineering Center, Reactor Safety Section

目 次

1. はじめに	1
2. 解析条件	2
2.1 解析体系および境界条件	2
2.2 解析ケース	2
2.3 計算概要	4
3. 解析結果および考察	6
3.1 CASE A	6
3.2 CASE C	7
3.3 CASE B	8
3.4 CASE D	8
3.5 解のヒステリシス	9
4. ま と め	11
謝 辞	12
参考文献	13
付 録 1988' GAMM WORKSHOP 投稿論文	59

List of Tables

Table 2 - 1	Calculational Cases	3
Table 4 - 1	Calculational Cases and Results	14
Table 4 - 2	Nondimensional Maximum Velocity and Frequency for Non-slip Upper Wall (Case A and C)	15
Table 4 - 3	Nondimensional Maximum Velocity and Frequency for Free-slip Upper Wall (Case B and D)	16
Table 4 - 4	Comparison of Threshold and Frequency between the Bifurcation Theory Results by Winters and Calculational ones by AQUA	17

List of Figures

Figure 2 - 1	Boundary Conditions and Definition of Nondimensional Numbers	2
Figure 4 - 1	Stream Lines of Steady Solutions	18
Figure 4 - 2	Flow Patterns of Steady Solutions	19
Figure 4 - 3	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case A and C)	20
Figure 4 - 4	Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case A and C)	21
Figure 4 - 5	Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)	22
Figure 4 - 6	Velocity Vector Distribution (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)	23
Figure 4 - 7	Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)	24
Figure 4 - 8	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)	25
Figure 4 - 9	Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)	26
Figure 4 - 10	Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)	27
Figure 4 - 11	Stream Lines for 8 Instants during two Periods of a Quasi-stably Oscillating Solution (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)	28
Figure 4 - 12	Velocity Vector Distribution (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)	29
Figure 4 - 13	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)	30
Figure 4 - 14	Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)	31
Figure 4 - 15	Isotherms of Steady Solutions (Case C and D)	32
Figure 4 - 16	Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	33
Figure 4 - 17	Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	34
Figure 4 - 18	Velocity Vector Distribution (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	35

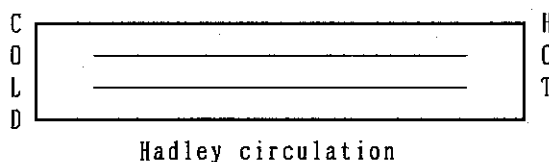
Figure 4 - 19	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	36
Figure 4 - 20	Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	37
Figure 4 - 21	Isotherms for 4 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	38
Figure 4 - 22	Transient Courses of Temperature and Heat Flux (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)	39
Figure 4 - 23	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case B and D)	40
Figure 4 - 24	Velocity Profiles of $v(y)$ at $x=H$ (Case B and D)	41
Figure 4 - 25	Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)	42
Figure 4 - 26	Velocity Vector Distribution (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)	43
Figure 4 - 27	Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(y)_{max}$ (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)	44
Figure 4 - 28	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case C $Gr=2.0 \times 10^4$)	45
Figure 4 - 29	Velocity Profiles of $v(y)$ at $x=H$ (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)	46
Figure 4 - 30	Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(y)_{max}$ (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	47
Figure 4 - 31	Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	48
Figure 4 - 32	Velocity Vector Distribution (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	49
Figure 4 - 33	Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	50
Figure 4 - 34	Velocity Profiles of $v(y)$ at $x=H$ (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	51
Figure 4 - 35	Isotherms for 4 Instants during a Period of a Stable Oscillating Solution (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	52
Figure 4 - 36	Transient Courses of Temperature and Heat Flux (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)	53
Figure 4 - 37	Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case A $Gr=6.0 \times 10^4$)	54

Figure 4 - 38	Transient Course of $u(y)_{max}$ (Case A $Gr=7.0 \times 10^4$)	55
Figure 4 - 39	Stream Line of Steady Solution (Case A $Gr=7.0 \times 10^4$)	56
Figure 4 - 40	Transient Course of $u(y)_{max}$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)	57
Figure 4 - 41	Effects of Gr Number on Roll Modes	58

1. はじめに

大型計算機の飛躍的な処理能力の向上と数値計算技術の進歩にともない、熱流動数値解析分野において大規模かつ精度の高いシミュレーションが可能となってきている。原子炉工学室においても、炉内の複雑な熱流動現象を解明するため単相流多次元解析コードAQUA（有限差分法）¹⁾を開発し、精度向上や適用範囲拡大に向けての高度化を実施している。AQUAコードには、これまでも、タンク型炉上部プレナム内温度成層化現象（1/20スケール水実験）²⁾をはじめとして、ループ型炉自然循環実験（水試験）解析³⁾、DELTA試験解析（1/8スケールタンク型炉水流動試験）⁴⁾などに使用された実績があり、いずれにおいても試験結果と良好な一致が得られている。ここではさらに液体ナトリウムのような低プラントル数流体ゆえに発生する自然対流時の不安定現象に対して、AQUAコードの適用を試みる。

対象とする現象は、横に長い矩形キャビティ内における自然対流現象である。下図において側面に温度差をつけると、基本的にはキャビティ内の流体は温度の高い側面を上昇、上面を横に流れ温度の低い側面で下降し戻ってくるという、いわゆるHadley circulationとして知られる大きな一巡流れを形成すると考えられる。しかし、内部の流体が低プラントル数流体である場合、側面の温度差を大きくしていくと、あるしきい値を越えたところで温度振動が発生すること、さらには温度振動の発生するグラスホフ数についてヒステリシスが存在することも実験により観測されている（例えば文献5)6)7)）。これらの現象に対して、一巡渦無し流れを仮定した線形安定性解析など解析的アプローチ⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾もなされているが、実験結果を説明するには至らず、また可視化が困難であることもあってその振動メカニズムについては未だ明確になっていない。



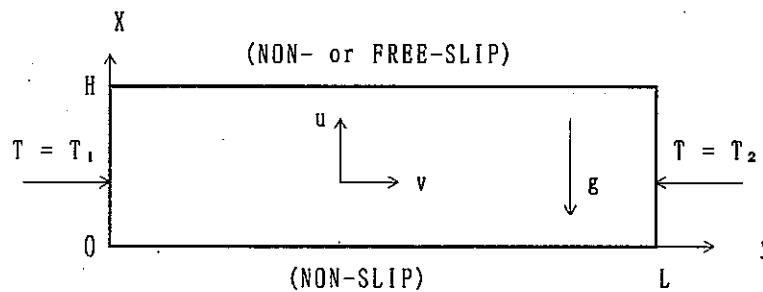
本研究では数値実験の一環としてこの現象を取り上げ、AQUAコードで採用している高次差分法の適用性を確認するとともに、温度振動の原因を考察することを目的とし解析を実施する。

2. 解析条件

本解析では1988年GAMM (Gesellschaft fuer Angewandte Mathematik und Mechanik: 西ドイツ応用数学物理学会) ワークショップで提唱された解析条件を採用する。

2.1 解析体系および境界条件

Fig. 2-1 に示すような矩形キャビティ (アスペクト比: $A = L/H = 4$) を解析対象とする。速度境界条件は側面及び下面をNON-SLIPに, 上面についてはNON-SLIPおよびFREE-SLIPの両方を設定する。また, 温度境界条件は, 両側面をそれぞれ T_1, T_2 で一定温度 ($T_1 < T_2$) とし, 上下の水平面はそれらを線形で内挿した値で固定する。一方, 内部の流体は非圧縮性ニュートン流体で, 流れは層流を仮定する。



グラスホフ数 : $Gr = g\beta\gamma H^4/\nu^2$ ($\gamma = \Delta T/L$)

無次元流速 : $V = v/v_{ref}$ ($v_{ref} = \nu Gr^{0.5}/H$)

無次元温度 : $\theta = (T-T_1)/T_{ref}$ ($T_{ref} = \Delta T/A$)

無次元時間 : $t' = t/t_{ref}$ ($t_{ref} = H^2/\nu$)

Fig. 2-1 Boundary Conditions and Definition of Nondimensional Numbers

2.2 解析ケース

解析ケースは, グラスホフ数 (Gr) 数, プラントル (Pr) 数および上面速度境界条件をパラメータとして設定する。Table 2-1 に設定ケースを示す。

$Pr = 0$ は温度拡散係数無限大を意味する。すなわち計算領域内温度は, 境界条件同様

T_1 から T_2 への線形内挿値で固定され不変となるため、エネルギー計算は行わない。一方、 $Pr=0.015$ は熱とのカップリングを考慮する。

Table 2-1 Computational Cases

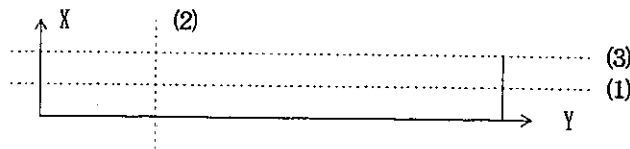
上面速度境界	Pr = 0		Pr = 0.015	
		Gr数 ($\times 10^4$)		Gr数 ($\times 10^4$)
NON-SLIP	CASE A-1	2.0	CASE C-1	2.0
	2	2.5	2	2.5
	3	3.0	3	3.0
	4	4.0	4	4.0
FRBE-SLIP	CASE B-1	1.0	CASE D-1	1.0
	2	1.5	2	1.5
	3	2.0	3	2.0

これらのケースに対してGAMMで要求している出力形態は以下のとおりである。

〈定常解の場合〉

・流速分布

- (1) $u(y)$ at $x=H/2$
- (2) $v(x)$ at $y=A/4$ (NON-SLIP条件の時)
- (3) $v(y)$ at $x=H$ (FREE-SLIP条件の時)



- ・上記流速分布での最大値およびその位置
- ・流線図 (コンター間隔は $(\phi_{max} - \phi_{min}) / 12$)

〈非定常解の場合〉

・次の値の時系列グラフおよび周波数

- (1) $|u(y)|_{max}$ at $x=H/2$
- (2) $|v(x)|_{max}$ at $y=A/4$ (NON-SLIP条件の時)
- (3) $|v(y)|_{max}$ at $x=H$ (FREE-SLIP条件の時)

(4) 温度変化 ($x=0, H/2$ and H ; at $y=A/2$)

(5) 熱流束変化 (through the line $y=A/2$)

流線図については、AQUAコードは (u-v-P) 方程式系であるため、得られた値を用いて積分操作を行うことにより各計算セルにおける流れ関数値を求める。すなわち、

$$\phi_p = (udy - vdx) + \phi_0$$

計算体系の左下の角を基準点として $\phi = 0$ とおく (従ってNON-SLIP条件である壁も $\phi = 0$)。積分経路は単一方向とする。これはコントロールボリューム内の質量残差が十分小さいため、積分経路による誤差も大きくないと判断したためである。

2.3 計算概要

(1) 数値計算法

AQUAコードにおけるオプションは以下のものを選択した。詳細については文献1)を参照されたい。

空間離散化法 : QUICK法 (モーメント保存式)

QUICK-PRAM法 (エネルギー保存式)

時間積分法 : 修正ICE法 (半陰解法)

行列解法 : ICCG法

(2) 物性値および体系設定

粘性係数 : 1.0×10^{-1} (Pa·s)

熱伝導度 : 6.667×10^3 (W/m℃)

比熱 : 1.0×10^3 (J/kg℃)

AQUAコードではブシネスク近似を用いていないため、密度を次のような温度の1次関数として与える。

$$1.0 \times 10^3 + \alpha \cdot \Delta T \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

ここで係数 α は、設定されているGr数より体積膨張率 β を求め、 $\alpha = -\rho_0 \beta$ なる関係より算出する。また、計算体系については横方向4 m、高さ方向1 mとし、左右側面は無次元温度指定条件より、それぞれ4℃、0℃で固定する。

計算メッシュ数は横方向に80、高さ方向に20の均等メッシュとする (合計1600セル)。

Gr数 ($\times 10^4$)	α ($\times 10^{-2}$)
1.0	-1.020
1.5	-1.530
2.0	-2.040
2.5	-2.550
3.0	-3.060
4.0	-4.080

(予備解析により左右側面での速度境界層内に3~4セル含まれることを確認したため、また、計算時間の兼ね合いで妥当と判断した。)

(3) TIME STEP幅の設定

CASE AおよびBの場合は、エネルギー計算を行わないためモーメント保存式より、CASE C, Dの場合は低Pr数ゆえエネルギー保存式によってTIME STEP幅は制限される。いずれの場合もクーラン数・拡散数条件を考慮した次式が適用される。

$$\Delta t \leq \frac{1}{u/\Delta x + v/\Delta y + 2\alpha/\Delta x^2 + 2\alpha/\Delta y^2}$$

CASE A, B : $\alpha = \nu$ (動粘性係数)

CASE C, D : $\alpha = \kappa$ (温度拡散率)

予備解析で得られた最大流速と約0.5のfactorを加味して Δt を次のように決定した。

CASE A, B : 0.25 (sec) CASE C, D : 0.05 (sec)

(ちなみにCASE Cの場合、 $\Delta t=0.1$ (sec) では計算は発散した。)

(4) 計算手順

計算時間短縮の観点から、各々のケースについてまず最小Gr数における解(定常解と予想される)を1次風上差分法およびSIMPLEST法(完全陰解法)を用いて求める。次にその結果を初期値として高次風上差分法(QUICK)+M-ICE法に切り替えて計算を継続し、より精度の高い解を求める。順次最終解を初期値として次のGr数について解を求めていく。振動解が得られた場合には、その振動が最大となる時刻の解を初期値として次のGr数の解を求める。

3. 解析結果および考察

各解析ケースの結果をTable 4-1に示す。各ケースともGr数の増加に伴い流動振動が発生している。以下、ケース別にその流動挙動を述べる。

3.1 CASE A

定常解はA-1 ($Gr=2.0 \times 10^4$)、A-2 ($Gr=2.5 \times 10^4$)の2ケースで得られている。それらの流線図、流速ベクトル図、および指定断面(2章2節参照)の流速プロファイルを図.4-1~図.4-4に示す。ここでの流況は全体を一巡する循環流(主流)のほかに、体系の中心部およびその両端に2次流れである渦が発生していることがわかる(3セルモード)。いずれも反時計まわりであるが、中心の渦度に比べ両サイドの渦度は小さくなっている。また、境界条件が線対称であるにもかかわらずフローパターンは完全には対称形となっていない。これは解析にブシネスク近似を用いていないことによるものである。

A-3 ($Gr=3.0 \times 10^4$)では、安定した周期的な振動解が得られている。図.4-5、4-6に1周期分の流線および流速ベクトルの変動状況を、図.4-7に $u(y)_{max}$ および $v(x)_{max}$ の時系列図を示す。また、図.4-8、4-9には指定断面における流速プロファイルの変動の様子を示す。主流の卓越→3つの渦(特に両サイド)の発生→成長→減衰→主流の卓越といった変化を繰り返すのがわかる。渦の発生位置は変化せず位相も同じである。

図.4-10にA-4 ($Gr=4.0 \times 10^4$)についての $u(y)_{max}$ および $v(x)_{max}$ の時間変化を示す。ここでも振動解が得られているが、発生している振動はA-3で見られる単純な安定振動とは異なり、1周期ごとに振幅が異なるという準定常的な流動振動となっている。図.4-11、4-12に2周期分の流線および流速ベクトルの変動状況を、また、図.4-13、4-14には指定断面における流速プロファイルの変動の様子を示す。これを見ると、1周期目には右側の渦が左側の渦よりも大きく発達し、2周期目にはその逆となる。すなわち、左右の渦の強弱が1周期ごとに入れ替わるために振幅の変化が起こる。周期ごとに振幅が異なるのはこのためである。

さらにGr数を増加させた解析も行ったが、これについては後述する。

3.2 CASE C

CASE Aと同様に、C-1 ($Gr=2.0 \times 10^4$)、C-2 ($Gr=2.5 \times 10^4$)の2ケースで定常解から得られた。流線図、流速ベクトル図、および指定断面の流速プロファイルをFig. 4-1～Fig. 4-4に示す。流況についてもCASE Aと比べてPr数の違い（本ケースは $Pr=0.015$ ）による大きな差は見られず、Gr数が同じであるならばほぼ同じ流況となっている。ただし、高さ方向に浮力の効果が存在しないCASE Aよりも、多少流速は小さくなる。また、この時の等温線図をFig. 4-15に示す。

C-3 ($Gr=3.0 \times 10^4$)については振動解となるが、A-3とは異なりその振幅は時間とともに徐々に小さくなっていく傾向にある（振動解となるGr数のしきい値近傍と思われる）。計算時間の関係で振幅が静定するところまでは追えなかったが、 $Gr=3.1 \times 10^4$ の解析では安定した振動解が得られている。

C-4 ($Gr=4.0 \times 10^4$)について、Fig. 4-16に $u(y)_{max}$ および $v(x)_{max}$ の時間変化を示す。ここでは安定した流動振動となっており、A-4で見られた振幅自身の変化は起こっていない。Fig. 4-17、4-18に流線および流速ベクトルの変動状況を示す。Fig. 4-19、4-20には指定断面における流速プロファイルの変動の様子を示す。CASE Cの方が同じGr数であるCASE Aに比べて幾分渦の強さが小さく、従って振幅も小さくなるという傾向がみられる。これは定性的には垂直方向に密度差の存在しない $Pr=0$ の方が渦を形成し易い、逆に言えば密度差の存在が主流を安定させるということが言える。Fig. 4-21には等温線の時間変化を示す。低Pr数流体であるため熱伝導が大きく、流れによって等温線が大きく歪むことはないが、それでも特に中心部で渦の強弱にあわせて変動しているのがわかる。Fig. 4-22に中心縦断面上の3点 ($X=0, H/2, H$) における温度変化、および断面を通過する熱流束の変化を示す。流動振動にあわせて周期的に変動していることがわかる。温度変動については流況がほぼ対称であるため指定されたプロット点での変化も対称的な動きとなる。このことから実験に現れる温度振動（第1章参照）は、2次流れの周期的変動によって引き起こされるものと考えられる。ここでの熱流束は、 $y=A/2$ での熱流束を $q_0 = -k(T_1 - T_0)H/A$ で無次元化したものである。約0.89を

中心として振動しているが、これは等温線の間隔（実際は歪んでいるためその平均間隔）が体系中心付近で多少大きめになっていることを示している。

3.3 CASE B

CASE Aに対して、上面速度境界条件をFREE-SLIPに変えたものである。B-1 ($Gr=1.0 \times 10^4$) についてのみ定常解が得られた。流線図、流速ベクトル図、および指定断面の流速プロファイルをそれぞれFig. 4-1, Fig. 4-2, Fig. 4-23, Fig. 4-24に示す。また、B-2 ($Gr=1.5 \times 10^4$) についても、微少な流動振動となっているものの流線図等はほとんど定常と変わらないため、便宜上定常解として結果を示す。CASE A, Cと比較して、上面速度境界条件の差によって流況は大きく異なってくる。左側低温壁よりに大きな渦が、また、中央よりもやや右に中心をもつ小さな渦が発生する非対称2セルモードとなる。これらの渦はいずれも反時計回りである。

B-3 ($Gr=2.0 \times 10^4$) では、安定した周期的な振動解が得られている。Fig. 4-25, 4-26に1周期分の流線および流速ベクトルの変動状況を、Fig. 4-27に $u(y)_{max}$ および $v(y)_{max}$ の時系列図を示す。また、Fig. 4-28, 4-29には指定断面における流速プロファイルの変動の様子を示す。CASE Aと流況は異なるが、やはり主流の卓越→2つの渦の成長→減衰→主流の卓越といった変化を繰り返している（振動周波数も異なってくる）。

3.4 CASE D

CASE Bと同様にD-1 ($Gr=1.0 \times 10^4$) についてのみ定常解が得られた。流線図、流速ベクトル図、および指定断面の流速プロファイルをそれぞれFig. 4-1, Fig. 4-2, Fig. 4-23, Fig. 4-24に示す。またD-2 ($Gr=1.5 \times 10^4$) についても、B-2同様微少な流動振動となっているため、便宜上定常解として結果を示す。流況はCASE Bとほとんど変わらず2つのセルを形成しているが、Pr数の違いに大きな差は見られない。但し、最大流速値の比較において幾分CASE Bより低めとなっている。

D-3 ($Gr=2.0 \times 10^4$) について、Fig. 4-30に $u(y)_{max}$ および $v(x)_{max}$ の時間変化を示す。ここでも安定した流動振動が得られている。Fig. 4-31, 4-32に流線および流

速ベクトルの変動状況を, Fig. 4-33, 4-34には指定断面における流速プロファイルの変動の様子を示す。上面境界条件がNON-SLIPである場合と同様, Pr数の大きいD-3の方がB-3に比べて幾分渦の強さが小さく, 従って振幅も小さくなるという傾向がみられる。但し, 振動周波数は同じである。Fig. 4-35には等温線の時間変化を示す。低温壁(左側)よりに大きな渦が存在するというフローパターンに合わせて等温線の歪は大きくなっている。Fig. 4-36に中心縦断面上の3点($X=0, H/2, H$)における温度変化, および断面を通過する熱流束の変化を示す。上面速度境界条件がNON-SLIPであるCASE Cと比較すると, 中心の温度が両端のそれよりも低くなるという点で異なる。また, 無次元熱流束についても1.0よりも大きくなっている。

以上, 各ケースとも定常・非定常の結果についてTable 4-2およびTable 4-3に示す。これらの結果をまとめると次のようになる。すなわち, Gr数の増加にともない流速は増加し, ある値以上で流動振動が発生する。その際, 境界条件が同じであればthresholdはPr数が小さくなるほど低くなる。これは垂直方向の密度差の存在が流況に影響を与えるため, 密度差が大きいほど流れは安定し2次流れである渦が発生しにくくなる。

また, これらの結果をWinters¹³⁾の示した流動振動が発生したグラスホフ数のしきい値とその時の無次元振動数を比較した表をTable 4-4に示す。グラスホフ数の設定が粗いためWintersの結果と完全には比較できないが, 流動振動の発生するしきい値は合致しているといえる。また, 無次元周波数についてもAQUAのCASE AおよびCの値はGr数が 3.0×10^4 の時のものであり, Gr数が増加するほど振動数は大きくなる傾向にあることを加味すれば良く一致しているといえる。(Wintersの結果もBIFURCATION THEORYにより解析的に求められたものであるが, 同体系にて上下面を断熱条件としたものについてはHungら⁷⁾の実験値と良好な一致がみられる。)

3.5 解のヒステリシス

CASE Aについてさらに大きなGr数についても解析を行った。一例として, $Gr=5.0 \times 10^4$ における解を初期値として $Gr=6.0 \times 10^4$ の解析を行った結果をFig. 4-37に示す。ここではA-4で発生した振動に見られた1周期ごとに振幅が変化する様子が, より明

確に現れていることがわかる。これはA-4で見られた周期ごとの左右の渦の発達強さの違いがさらに大きくなること、また、この影響で中央の渦の中心位置も左右に振動することによるものである。この振動モードは $Gr = 6 \times 10^4$ まで継続するが、 $Gr = 7 \times 10^4$ では新たな2セルの定常モードへ移行する。この時の流速変動の時系列と定常モードの流況をそれぞれFig. 4-33, Fig. 4-39にそれぞれ示す。また、反対にこの2セルモードを初期値として Gr 数を減少させていくと、 $Gr = 4 \times 10^4$ まで定常状態は維持され $Gr = 3 \times 10^4$ で3セル振動モードに戻る (Fig. 4-40)。すなわち、 $Gr = 3 \times 10^4 \sim 7 \times 10^4$ では解にヒステリシスが存在するという結果が得られた。これらの様子を図式化したものをFig. 4-41に示す。

4. ま と め

液体ナトリウムのようにプラントル数の非常に小さい流体が、矩形のキャビティ内で自然対流を形成する時、温度振動の発生が観測されることがある。しかし、この振動が生ずるメカニズムおよび発生条件等については、未だ明確にされていない。そこで本研究では数値実験の一環として、この低プラントル数流体の矩形キャビティ内自然対流現象を取り上げ、単相流多次元熱流動解析コードAQUQによる解析を実施した。ここでは、アスペクト比4のキャビティ体系を設定し、グラスホフ数、プラントル数および上面速度境界条件をパラメータとした。解析により得られた知見を以下に示す。

- ・ 上面速度境界条件の違いにより、フローパターンは3セルモード (NON-SLIPの場合) および2セルモード (FREE-SLIPの場合) となる。
- ・ いずれの設定ケースにおいても、ある一定以上のグラスホフ数で流動振動が発生した。そのしきい値は上面速度境界条件がFREE-SLIPの方が低く、また、プラントル数の増加に伴い高くなる傾向にある。
- ・ 温度振動は流動振動によって引き起こされる。この流動振動は2次流れの周期的な成長・減衰によって引き起こされるもので、プラントル数が低いほど上下方向に密度差が小さくなるため発生し易くなると考えられる。
- ・ プラントル数=0、上面速度境界条件がNON-SLIPのケースについては解にヒステリシスが存在することを確認した。

これらの解析結果はHurleらの実験結果を定性的に説明できるとともに、Wintersの示した振動発生のGr数のしきい値および周波数と合致した。また、これらの振動現象の予測に対してAQUAで採用している高次差分法による数値解析は、十分有効であることを確認した。

この現象に限らず不安定な現象を解析する際には、使用する計算手法、境界条件の設定の仕方、メッシュ数、打ち切り判定条件等によって計算精度のみならず流況自体大きく異なる可能性がある。今後精度良い解析を保証するための基準・目安といったものを提供するために、解析に関するノウハウのデータベース構築が望まれる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたって、原子炉工学室の前川勇氏（現 川崎重工 原子力本部 技術部）および清水武司氏（現 東芝 原子力技術研究所）の両氏には数値解析に関する有益な助言を頂きました。また、安全工学部 柴部長、原子炉工学室の岡野、赤松両副主任 研究員からは有益な助言や激励を頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 前川 勇, 他 ; 单相多次元熱流動解析コード-AQUA-, PNC N9520 87-012, May(1987).
- 2) 前川 勇, 他 ; 原子炉容器内冷却材の温度成層化の評価, PNC N9410 87-173,
December(1987).
- 3) 佐藤和二郎, 他 ; 炉内自然循環による崩壊熱除去試験 (第一報) -ループ型炉縮尺模
型の水実験-, PNC SN9410 87-012, March(1987).
- 4) 林 謙二, 他 ; 共同研究報告書 崩壊熱除去時における原子炉容器内の流動実験,
PNC SY9471 90-007, March(1990).
- 5) Hurle, D. T. J., et al ; J. Fluid Mech., vol. 64(3), pp565(1974).
- 6) Hart, J. E. ; J. Fluid Mech., vol. 132, pp271(1983).
- 7) Hung, M. C. ; Proceedings on GAMM Workshop(1988).
- 8) Hart, J. E. ; J. Atmos. Sci., vol. 29, pp. 687(1972).
- 9) Gill, A. E. ; J. Fluid Mech., vol. 64, pp. 557(1974).
- 10) Cormack, D. E., et al ; J. Fluid Mech., vol. 65(2), pp. 209(1974).
- 11) Hart, J. E. ; J. Fluid Mech., vol. 132, pp. 271(1983).
- 12) Kuo, H. P. et al ; Phys. Fluids, vol. 31, pp. 33(1988).
- 13) Winters, K. H. ; Int. J. Numerical Methods in Eng., 25, 401(1988).

Table 4 - 1 Computational Cases and Results

Gr	Upper Wall Condition	Pr=0.0		Pr=0.015	
2.0×10^4	non-slip	CASE A-1	steady	CASE C-1	steady
2.5×10^4		CASE A-2	steady	CASE C-2	steady
3.0×10^4		CASE A-3	oscillatory	CASE C-3	oscillatory
4.0×10^4		CASE A-4	oscillatory	CASE C-4	oscillatory
1.0×10^4	free-slip	CASE B-1	steady	CASE D-1	steady
1.5×10^4		CASE B-2	oscillatory	CASE D-2	oscillatory
2.0×10^4		CASE B-3	oscillatory	CASE D-3	oscillatory

Table 4-2 Nondimensional Maximum Velocity and Frequency for Non-slip Upper Wall (Case A and C)

CASE	$ u(y) _{\max}$ at $x=H/2$	location y/H	ratio	$ v(x) _{\max}$ at $y=A/4$	location x/H	ratio	frequency
A-1	0.490	1.575	1.00	0.663	0.175	1.35	—
A-2	0.566	1.575	1.29	0.670	0.175	1.53	—
A-3	0.493~0.765	1.575	1.23~1.91	0.535~0.849	0.175	1.34~2.12	17.9
A-4	0.380~0.950	1.575	1.10~2.74	0.368~1.053	0.175	1.06~3.04	21.6*
C-1	0.451	1.575	0.92	0.673	0.125	1.37	—
C-2	0.532	1.575	1.22	0.690	0.125	1.58	—
C-3	0.558~0.645	1.575	1.39~1.61	0.656~0.762	0.125	1.64~1.90	18.1
C-4	0.443~0.951	1.575	1.28~2.75	0.428~1.029	0.125	1.24~2.97	21.6

注：RATIOは、CASE A-1の有次元での $|u(y)|_{\max}$ を1.0とした時の各CASEの有次元流速の比である。

(流速の無次元化はCASE毎に異なり単純には比較できないため)

*：この振動現象は両サイドの渦の成長減衰が対称とならないため周期は一定でない。従って平均値を用いた。(流速時系列図を参照)

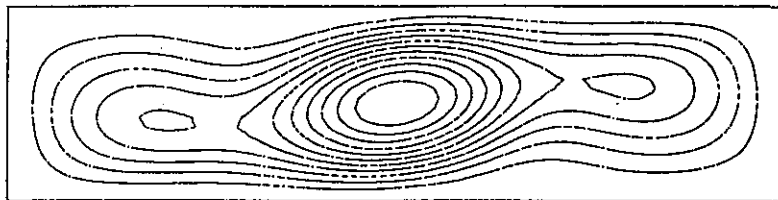
Table 4-3 Nondimensional Maximum Velocity and Frequency for Free-slip Upper Wall (Case B and D)

CASE	$ u(y) _{\max}$ at $x=H/2$	location y/H	ratio	$ v(y) _{\max}$ at $x=H$	location y/H	ratio	frequency
B-1	1.063	0.175	1.00	1.921	0.900	1.81	—
B-2	1.198~1.220	0.175	1.38~1.41	2.087~2.125	0.900	2.40~2.45	12.8
B-3	1.051~1.451	0.175	1.40~1.93	1.652~2.440	0.900	2.20~3.24	15.9
D-1	1.050	0.175	0.99	1.922	0.900	1.81	—
D-2	1.193~1.209	0.175	1.37~1.41	2.086~2.116	0.900	2.40~2.44	12.9
D-3	1.101~1.458	0.175	1.46~1.94	1.759~2.432	0.900	2.34~3.23	15.9

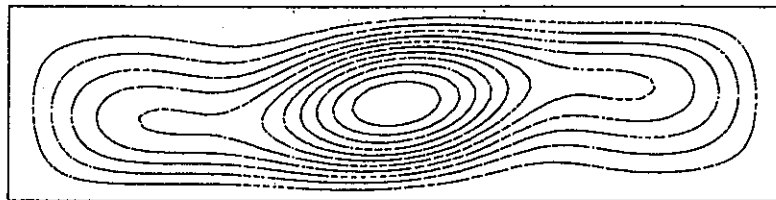
注：RATIOは、CASE B-1の有次元での $|u(y)|_{\max}$ を1.0とした時の各CASEの有次元流速との比である。

Table 4 - 4 Comparison of Threshold and Frequency between the Bifurcation Theory Results by Winters and Computational ones by AQUA

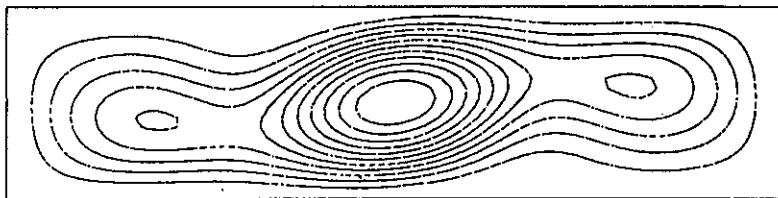
C A S E	WINTERS		AQUA	
	$Gr_{osc.}$	Frequency	$Gr_{osc.}$	Frequency
Pr = 0, NON-SLIP	2.65×10^4	16.2	$2.5 \sim 3.0 \times 10^4$	17.9
Pr = 0, FREE-SLIP	1.37×10^4	12.4	1.5×10^4	12.8
Pr = 0.015, NON-SLIP	2.82×10^4	17.4	$2.5 \sim 3.0 \times 10^4$	18.1
Pr = 0.015, FREE-SLIP	1.48×10^4	12.8	1.5×10^4	12.9



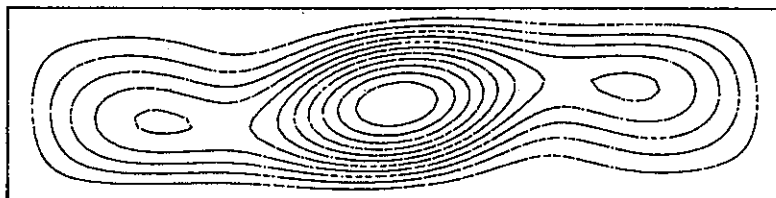
CASE A $Gr = 2.0 \times 10^4$



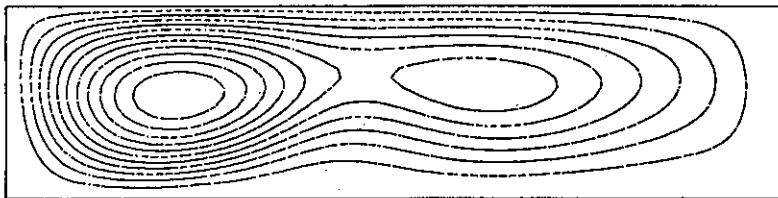
CASE C $Gr = 2.0 \times 10^4$



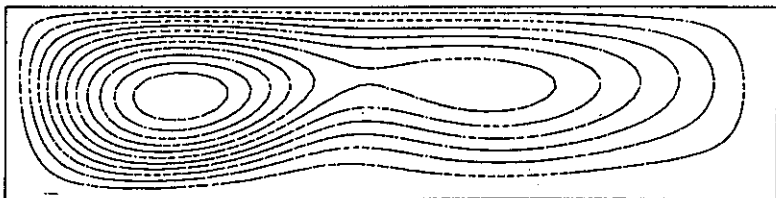
CASE A $Gr = 2.5 \times 10^4$



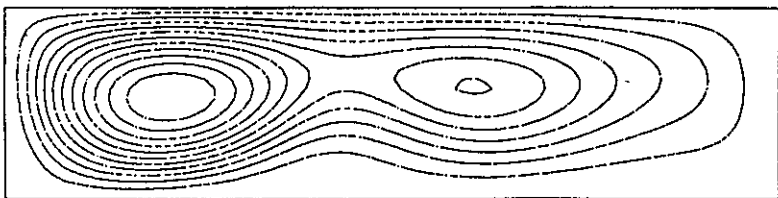
CASE C $Gr = 2.5 \times 10^4$



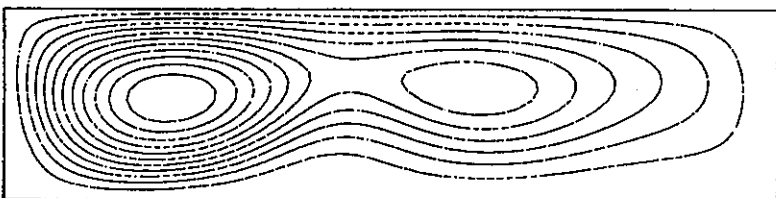
CASE B $Gr = 1.0 \times 10^4$



CASE D $Gr = 1.0 \times 10^4$

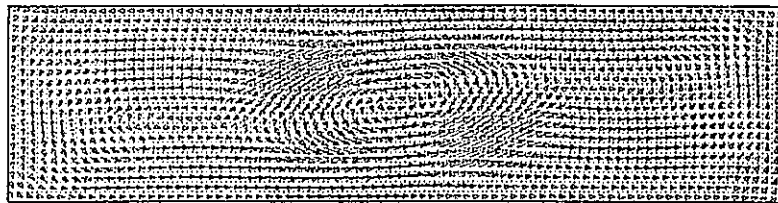


CASE B $Gr = 1.5 \times 10^4$

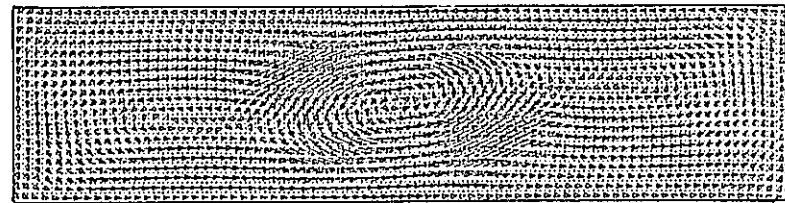


CASE D $Gr = 1.5 \times 10^4$

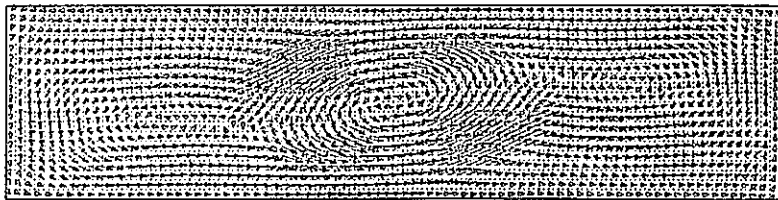
Figure 4 - 1 Stream Lines of Steady Solutions



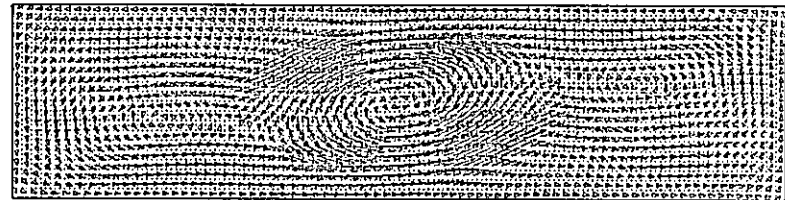
CASE A $Gr = 2.0 \times 10^4$



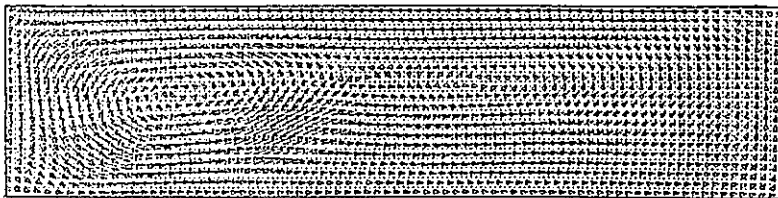
CASE C $Gr = 2.0 \times 10^4$



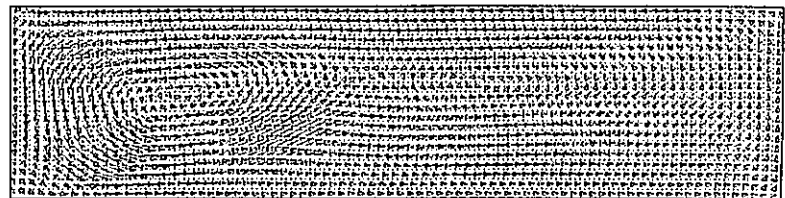
CASE A $Gr = 2.5 \times 10^4$



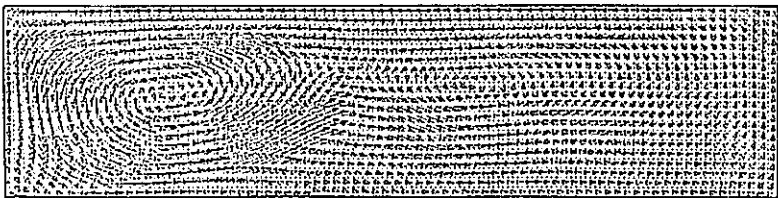
CASE C $Gr = 2.5 \times 10^4$



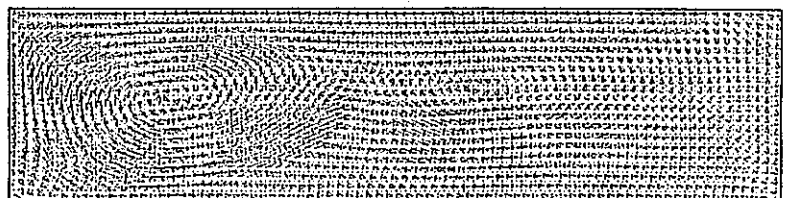
CASE B $Gr = 1.0 \times 10^4$



CASE D $Gr = 1.0 \times 10^4$



CASE B $Gr = 1.5 \times 10^4$



CASE D $Gr = 1.5 \times 10^4$

Figure 4 - 2 Flow Patterns of Steady Solutions

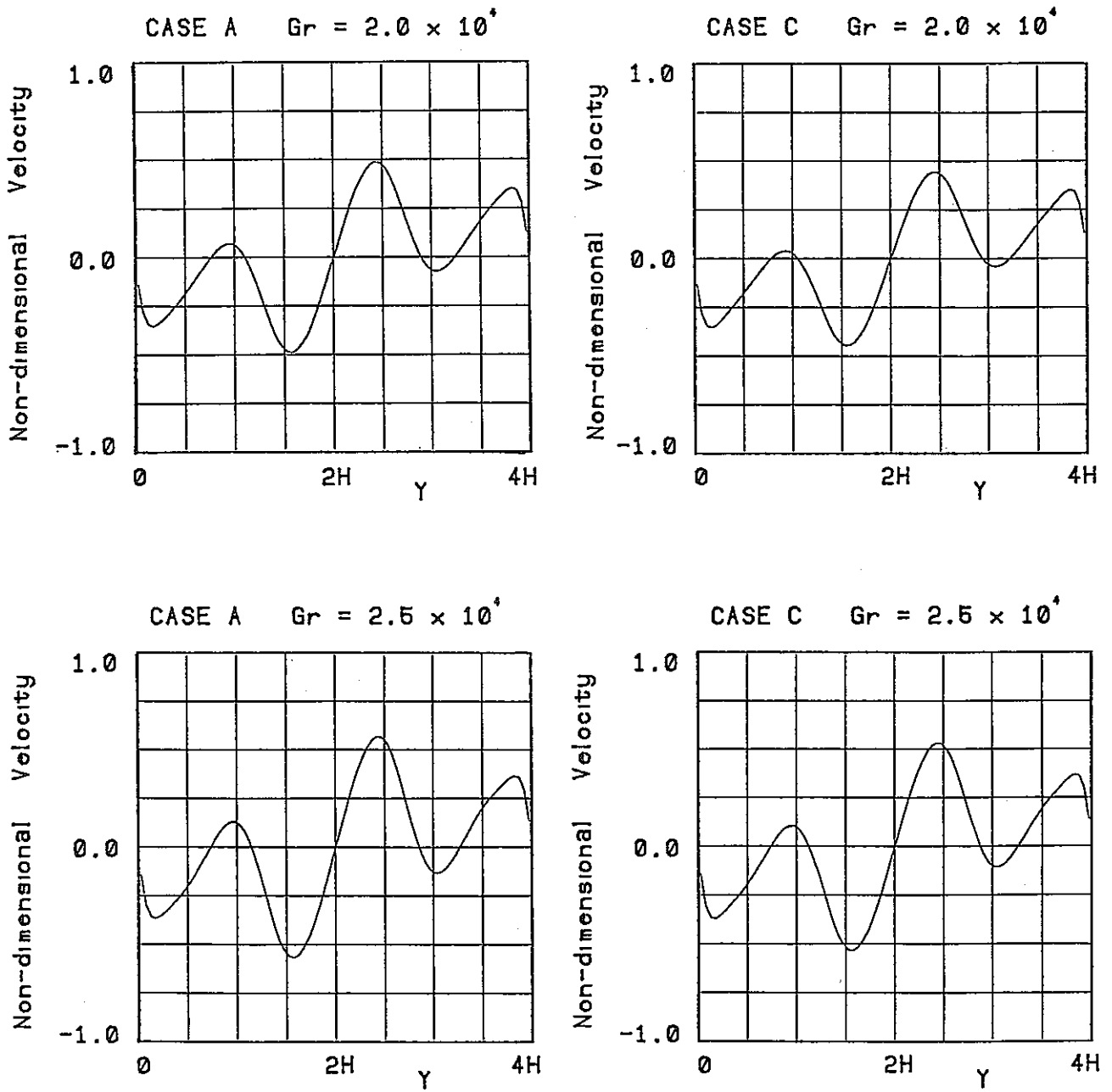


Figure 4 - 3 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case A and C)

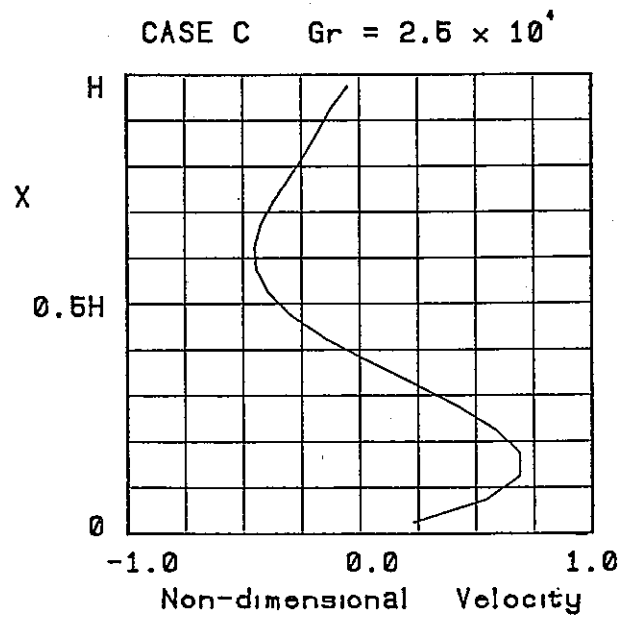
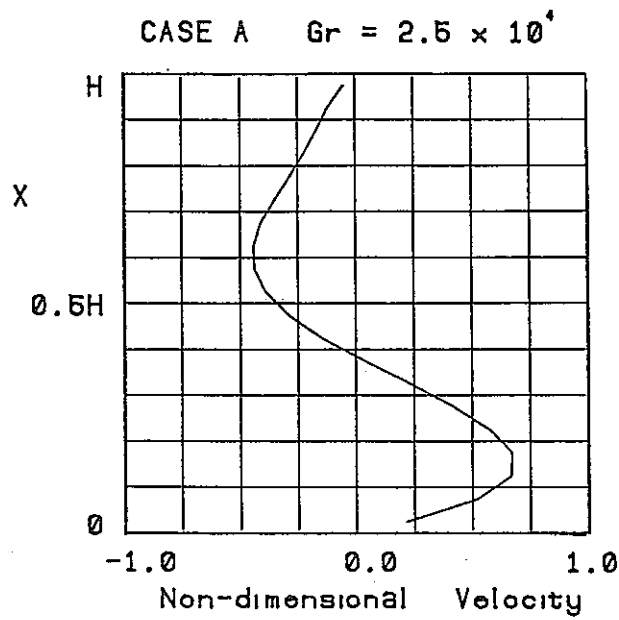
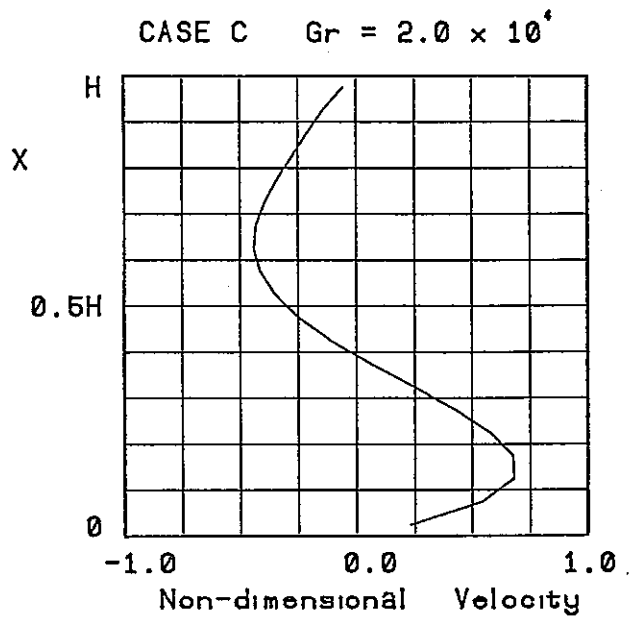
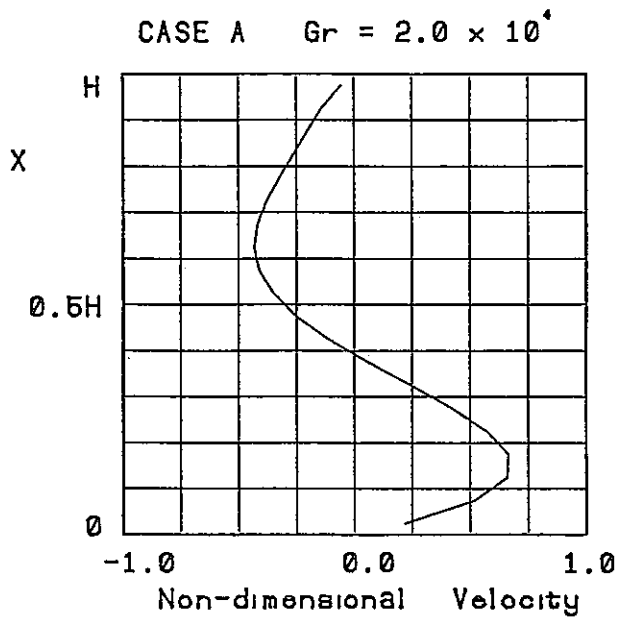


Figure 4 - 4 Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case A and C)

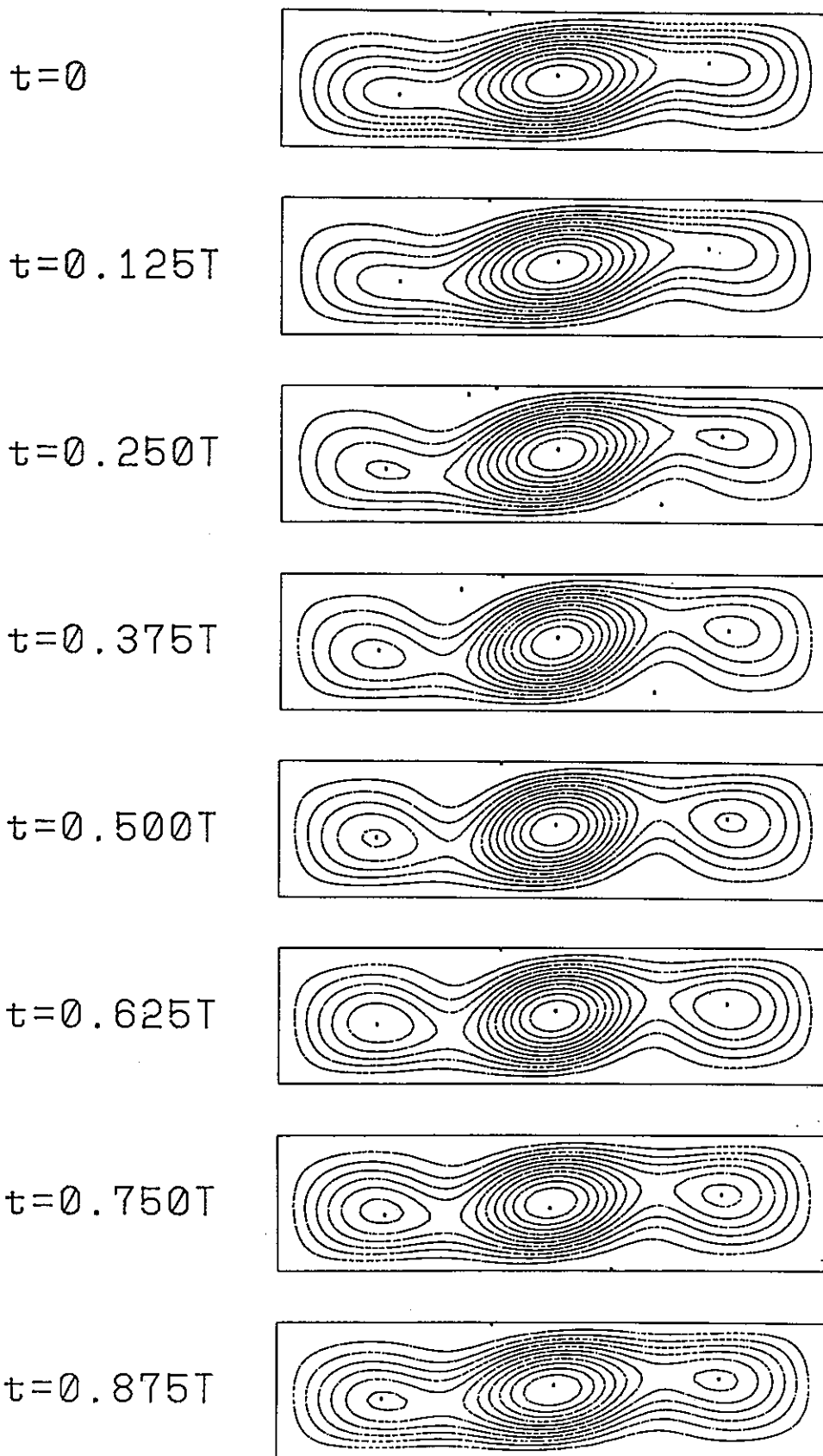
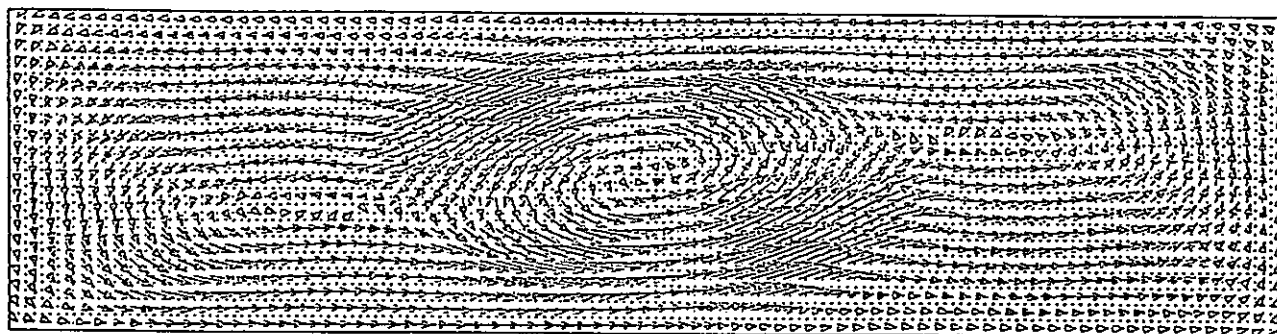
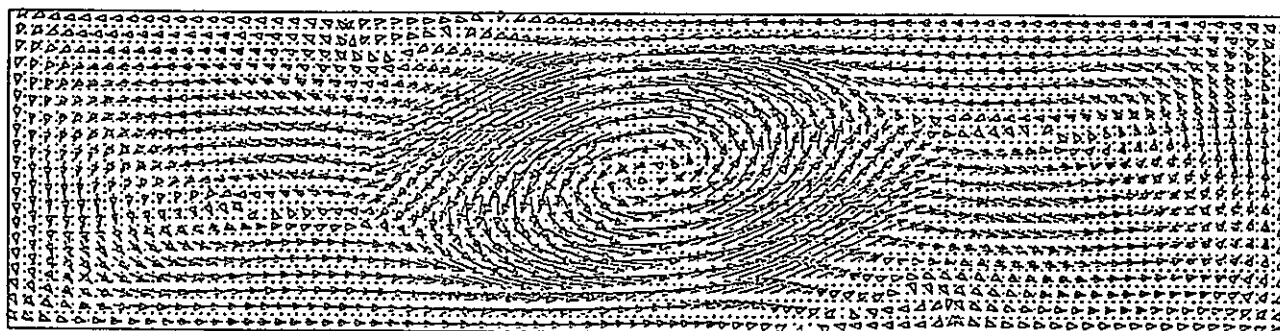


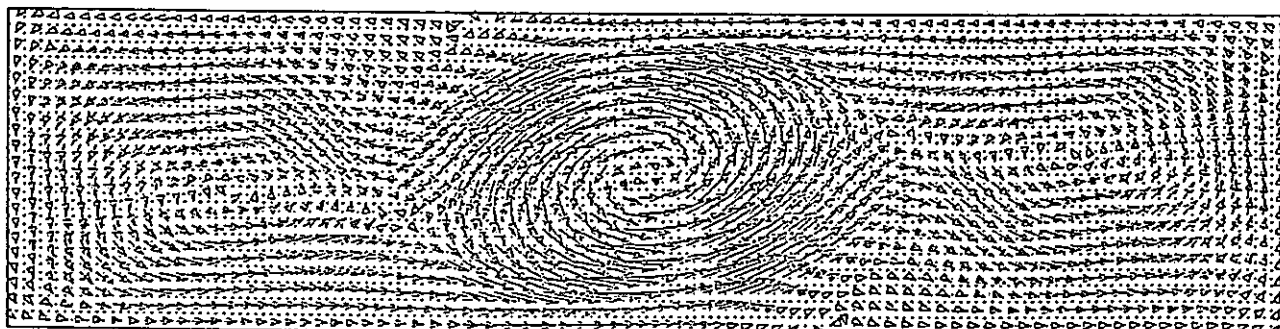
Figure 4 - 5 Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)



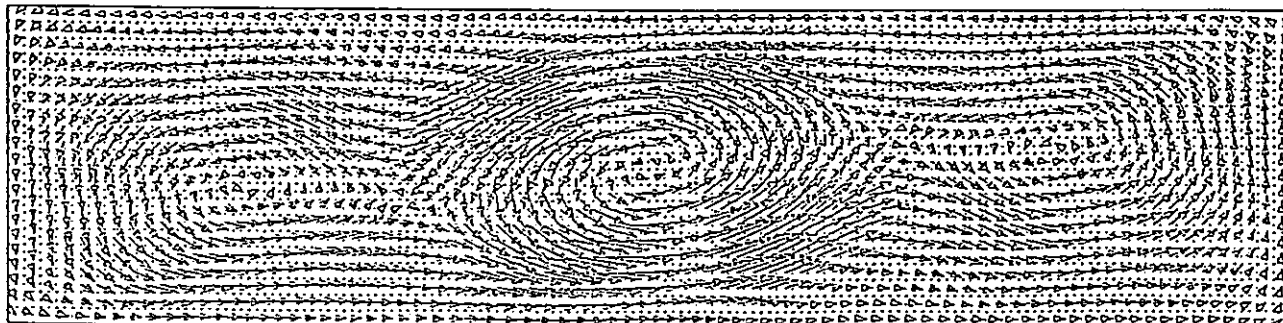
$t=0$



$t=0.25T$



$t=0.5T$



$t=0.75T$

Figure 4 - 6 Velocity Vector Distribution (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)

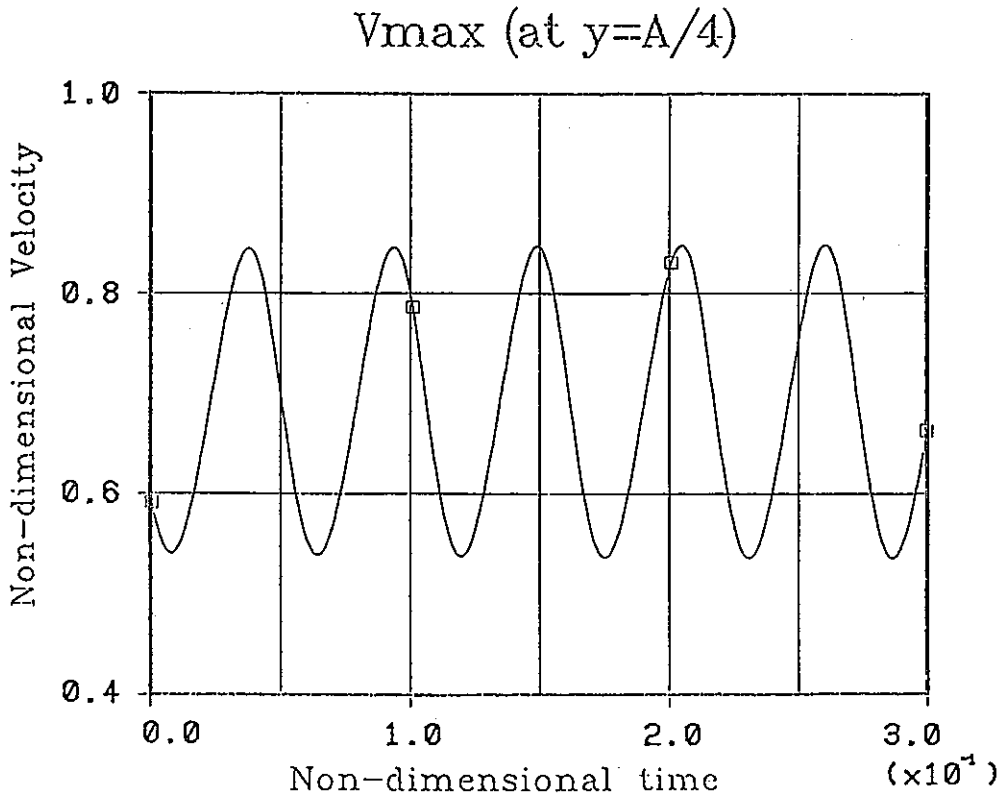
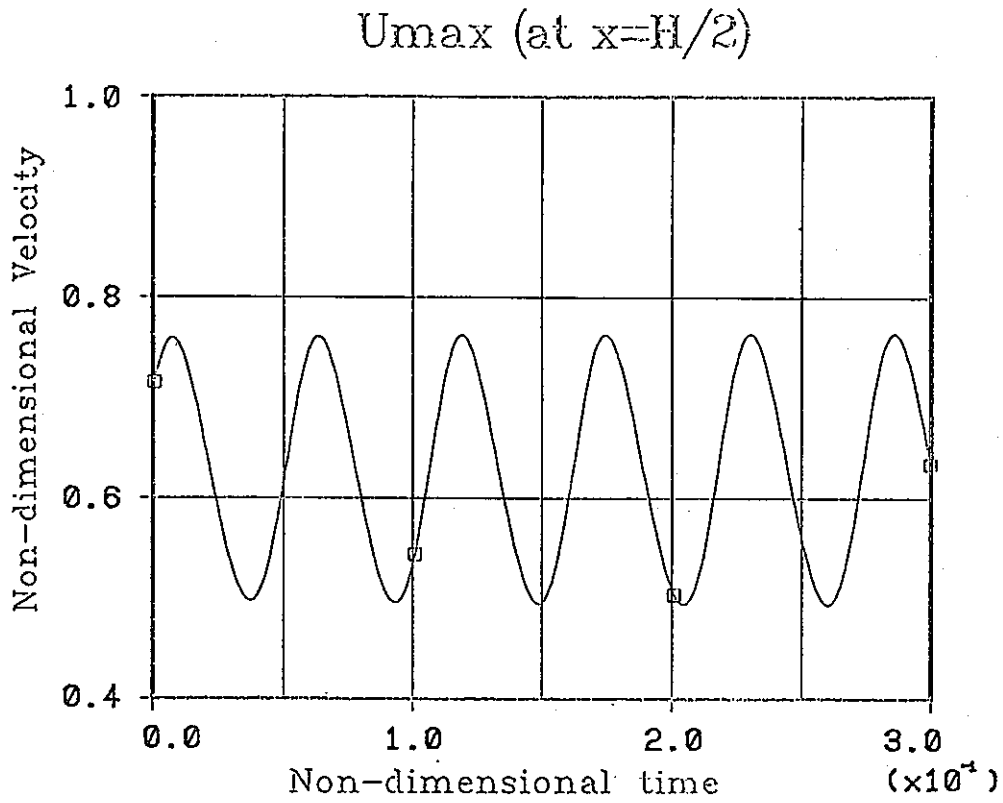
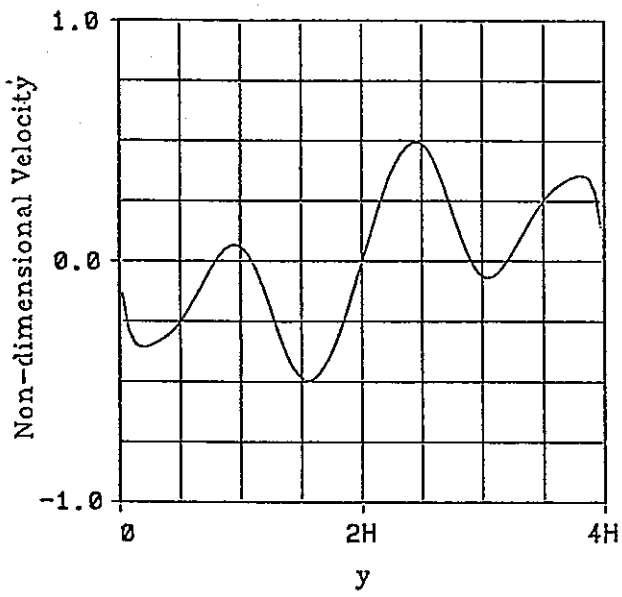
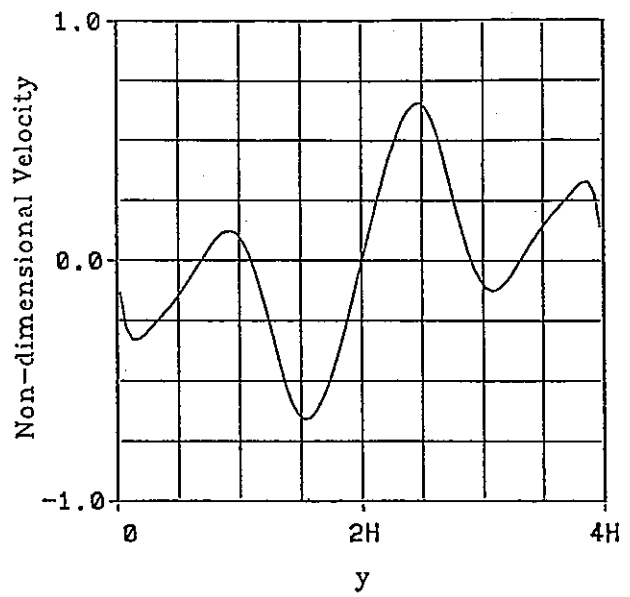


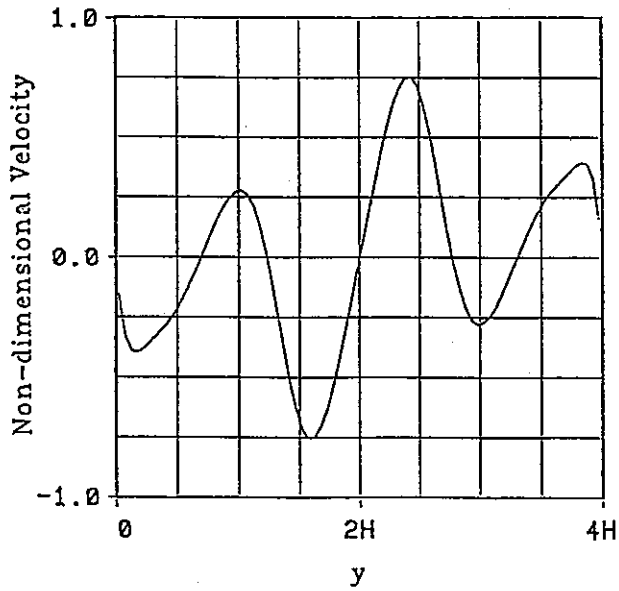
Figure 4 - 7 Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)



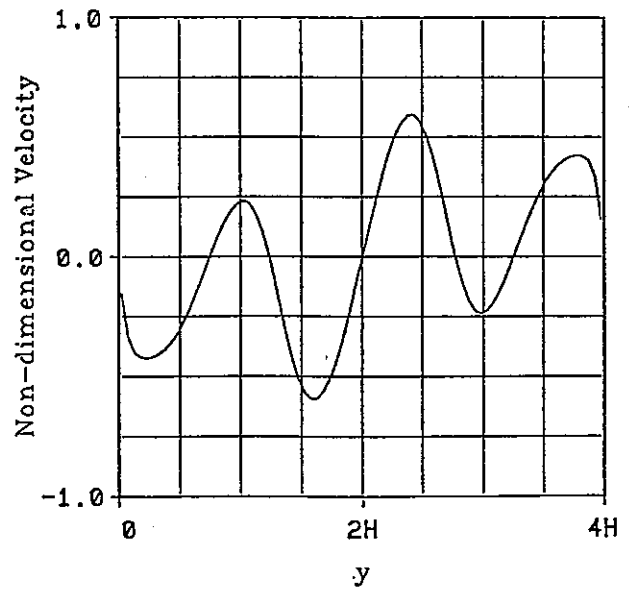
$t=0$



$t=0.25T$

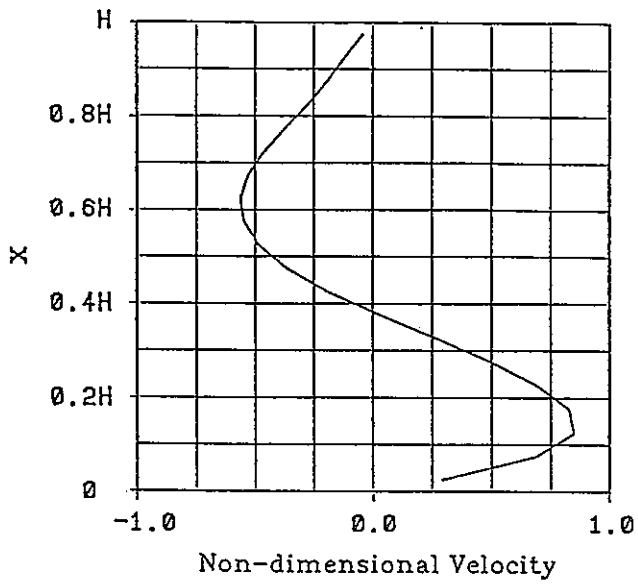


$t=0.5T$

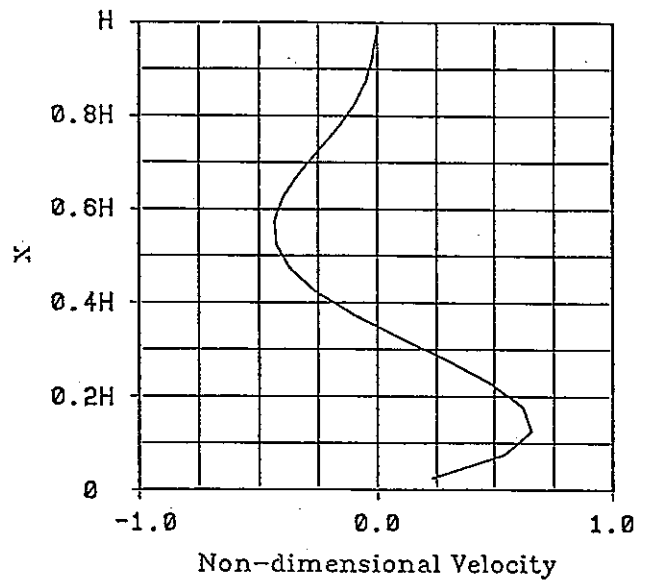


$t=0.75T$

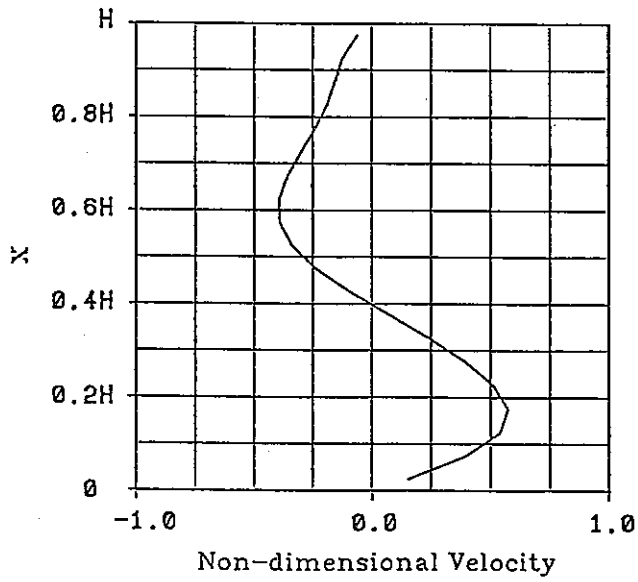
Figure 4 - 8 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)



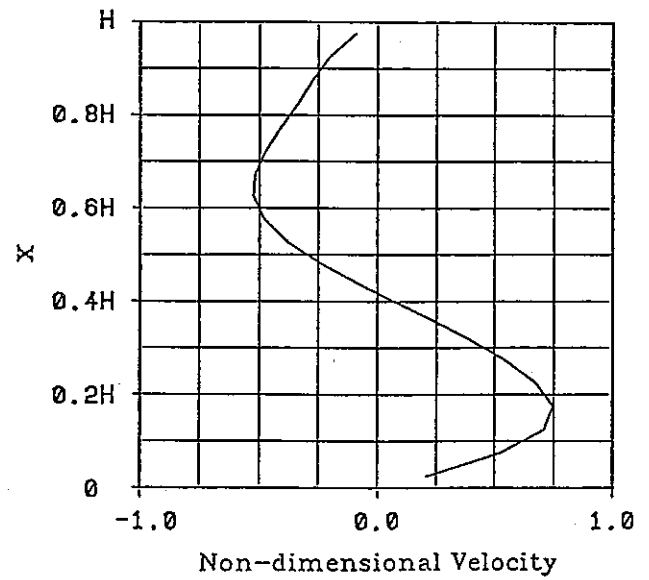
$t=0$



$t=0.25T$



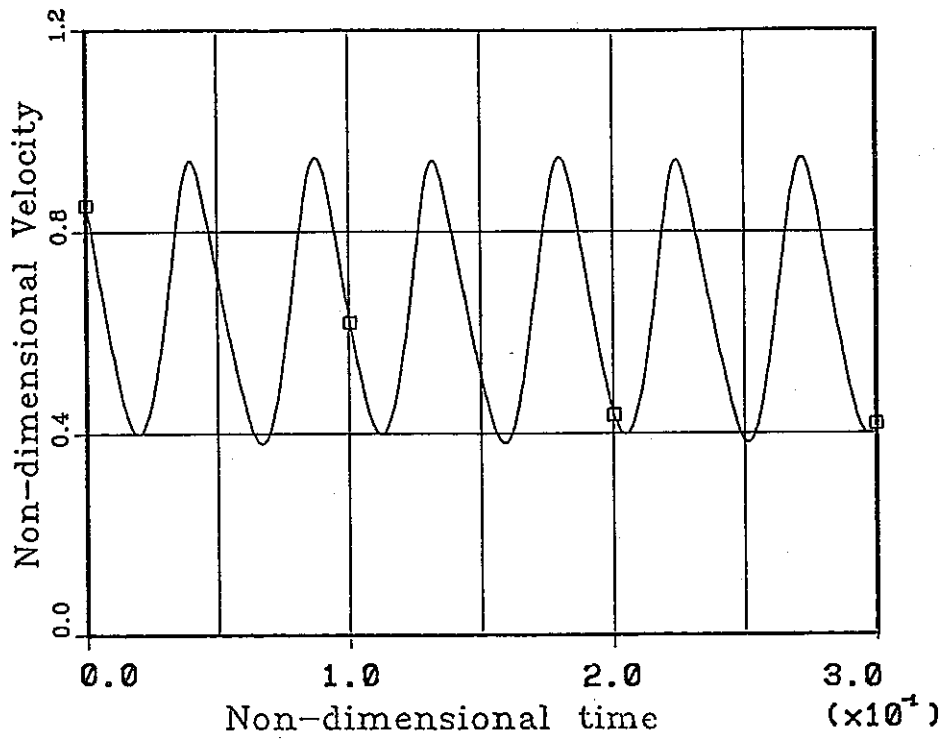
$t=0.5T$



$t=0.75T$

Figure 4 - 9 Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)

Umax (at x=H/2)



Vmax (at y=A/4)

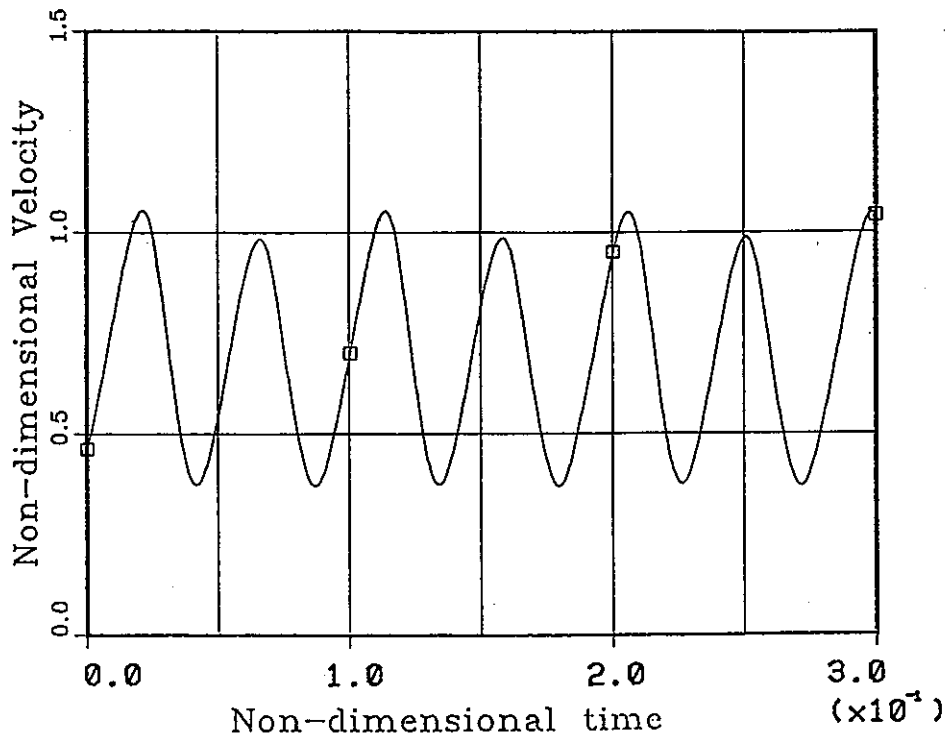


Figure 4 - 10 Transient Courses of $u(y)_{max}$ $v(x)_{max}$ (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)

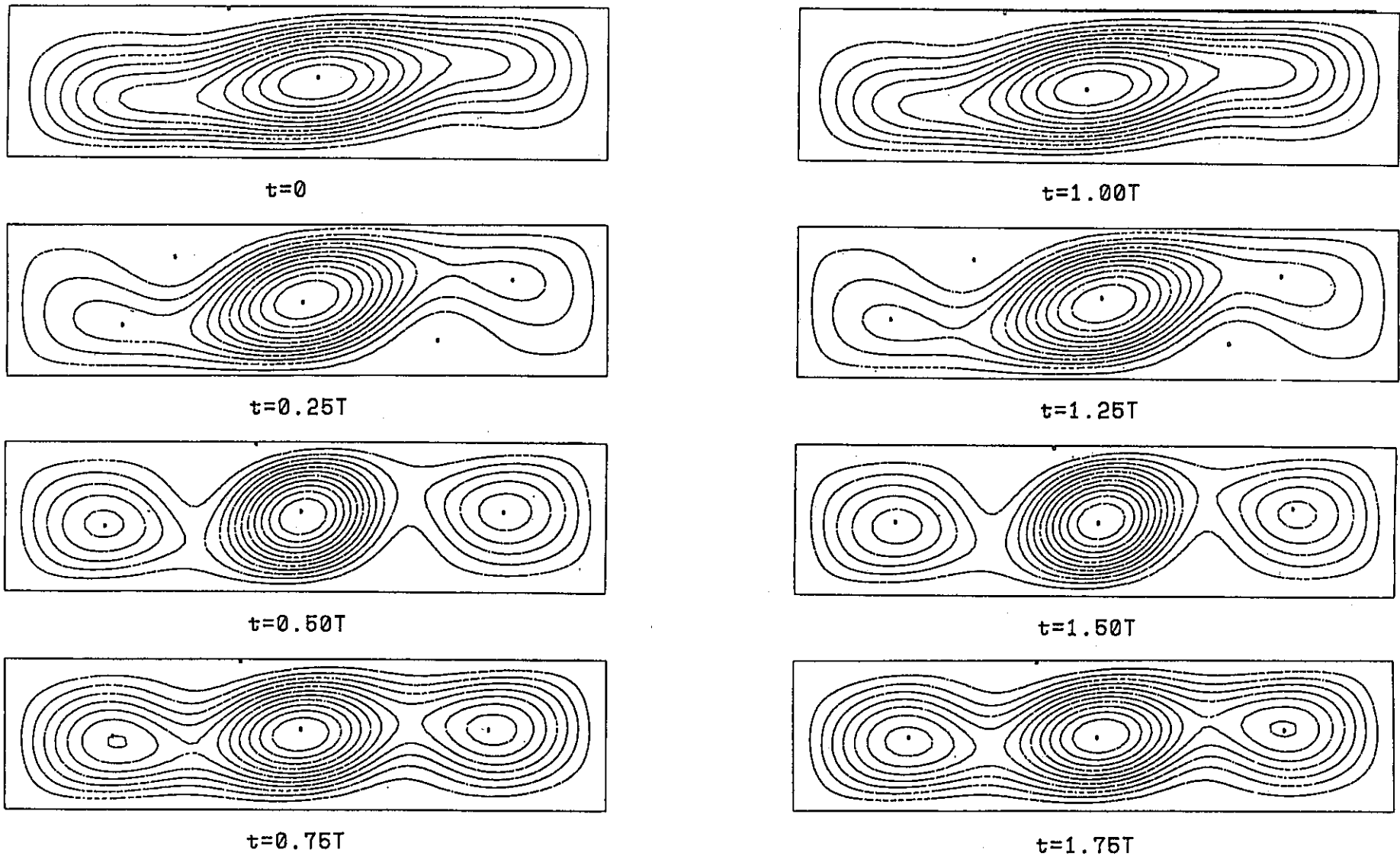
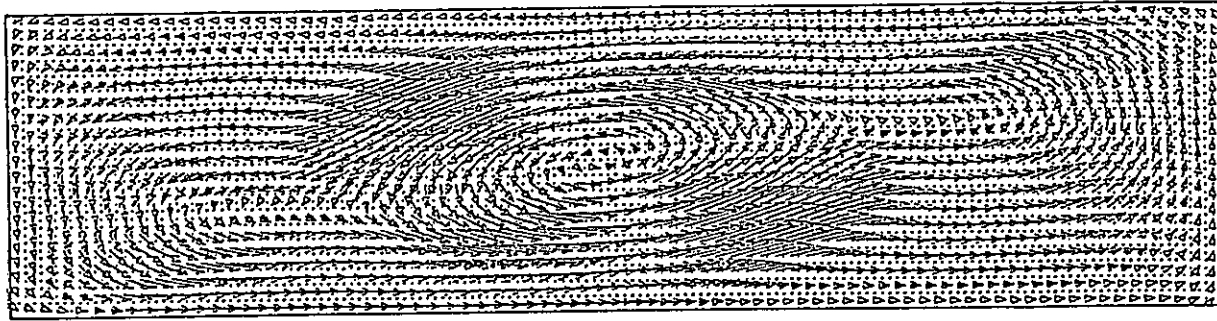
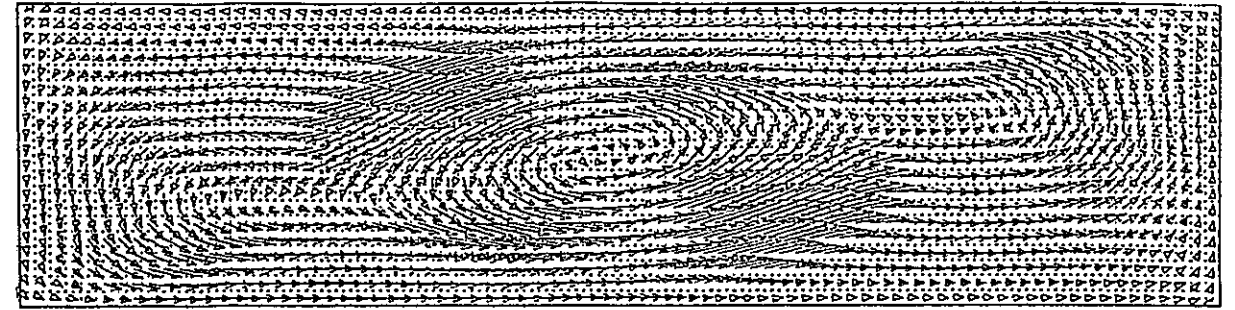


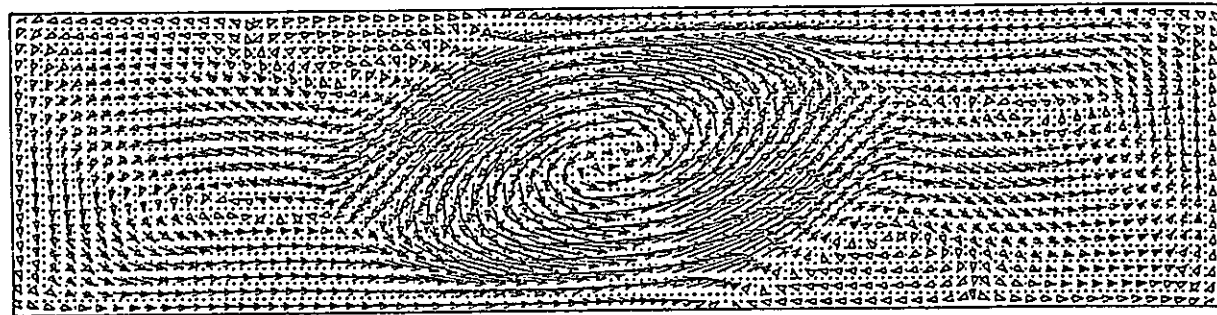
Figure 4-11 Stream Lines for 8 Instants during two Periods of a Quasi-stably Oscillating Solution (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)



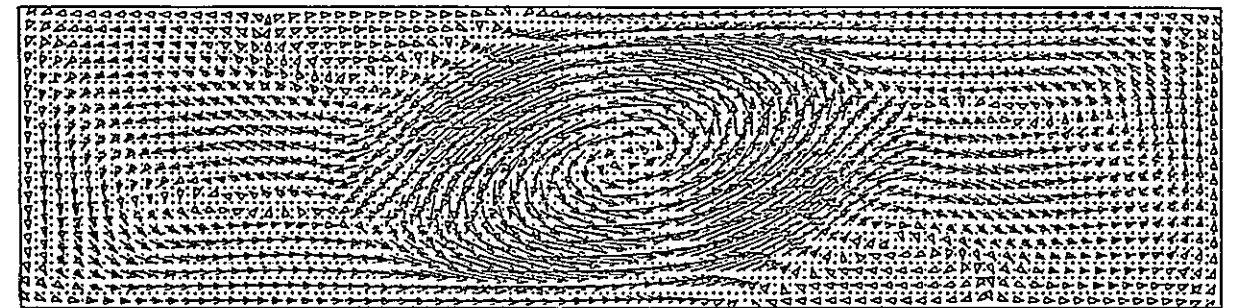
$t=0$



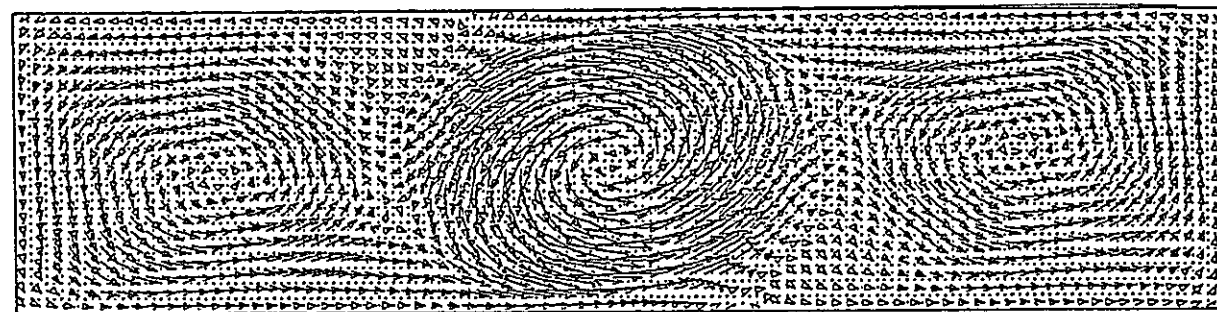
$t=1.00T$



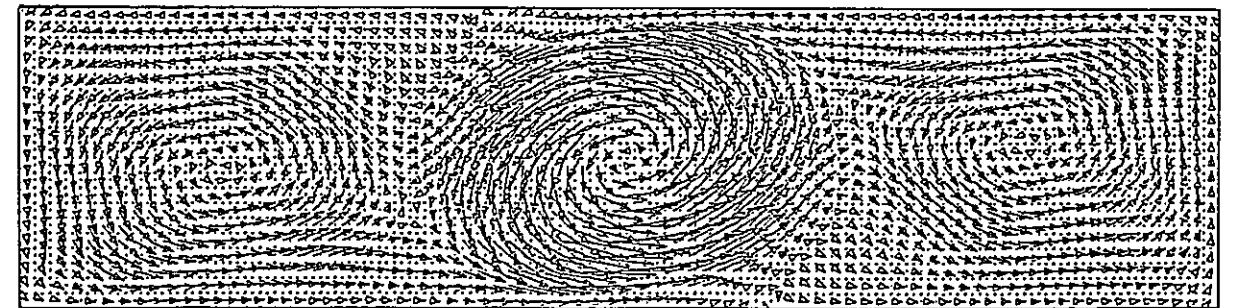
$t=0.25T$



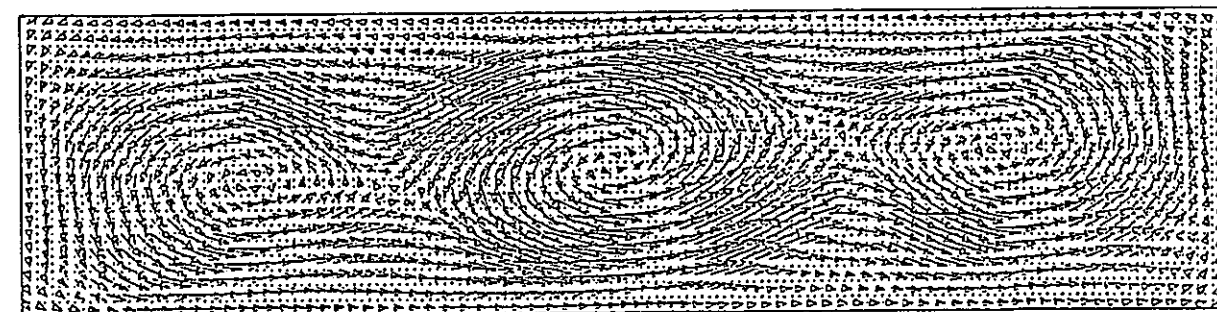
$t=1.25T$



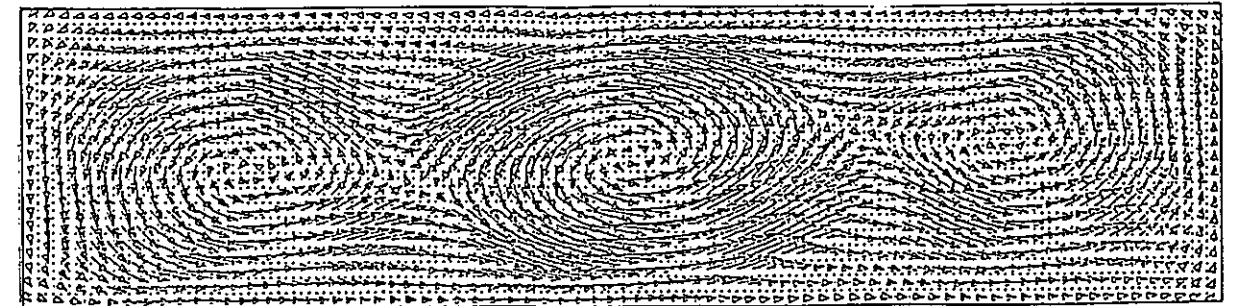
$t=0.50T$



$t=1.50T$



$t=0.75T$



$t=1.75T$

Figure 4 - 12 Velocity Vector Distribution (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)

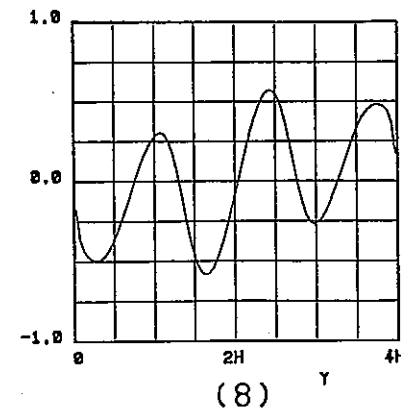
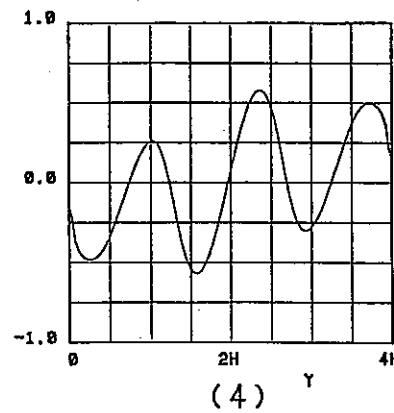
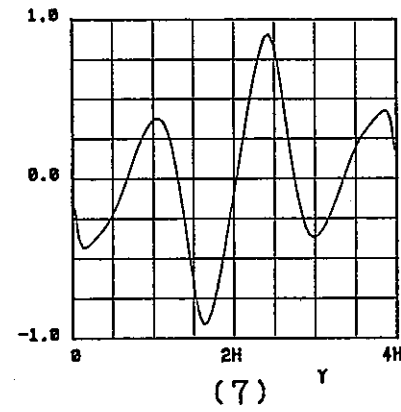
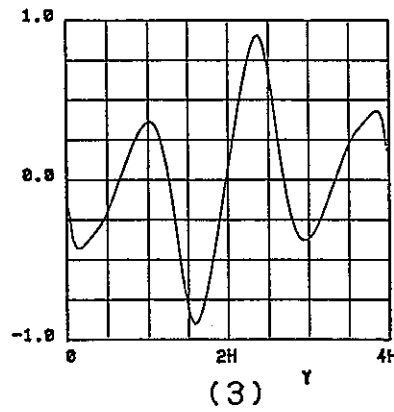
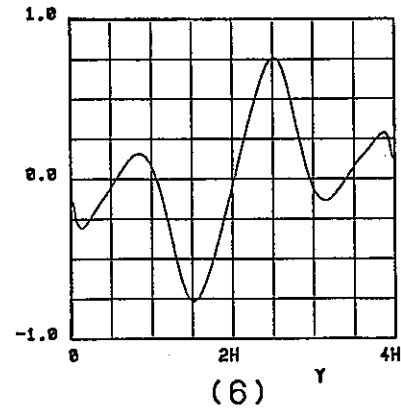
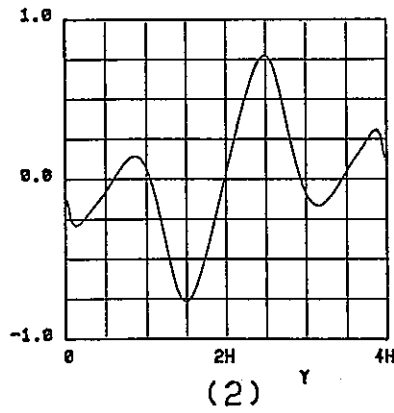
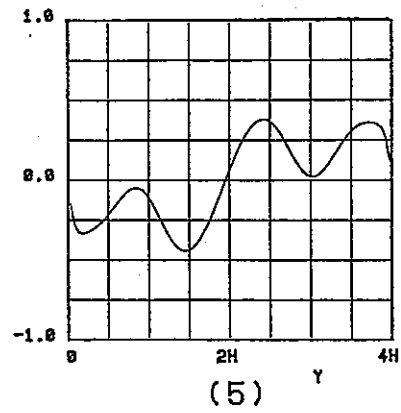
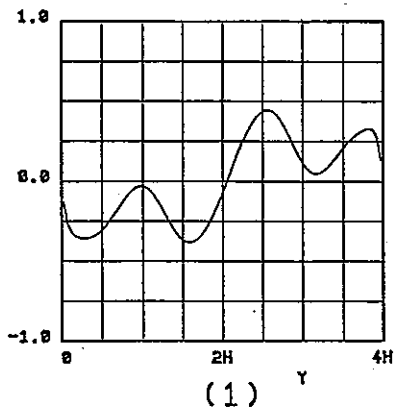


Figure 4 - 13 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)

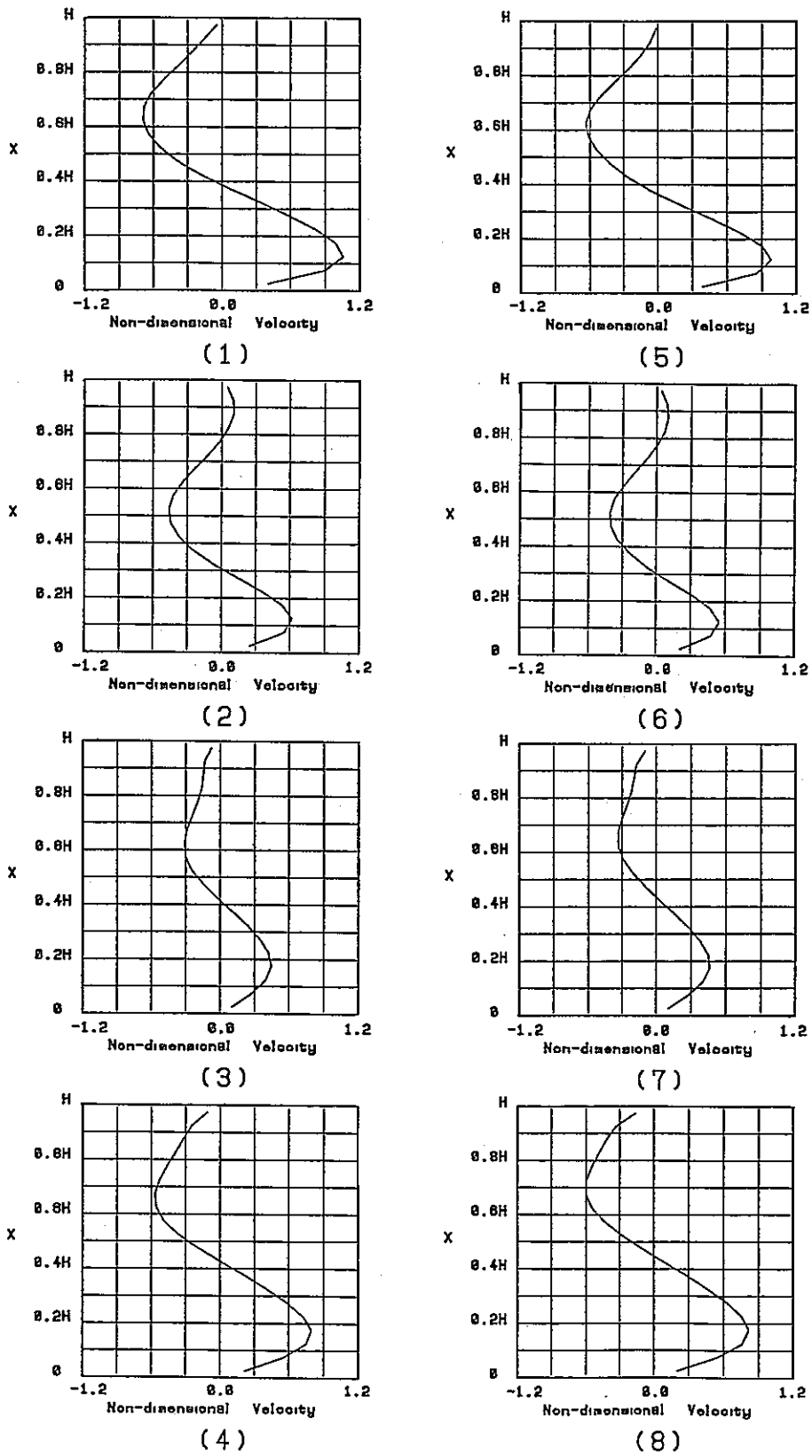
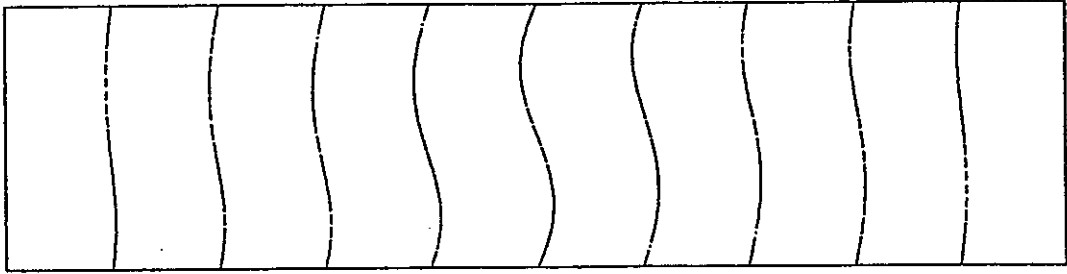
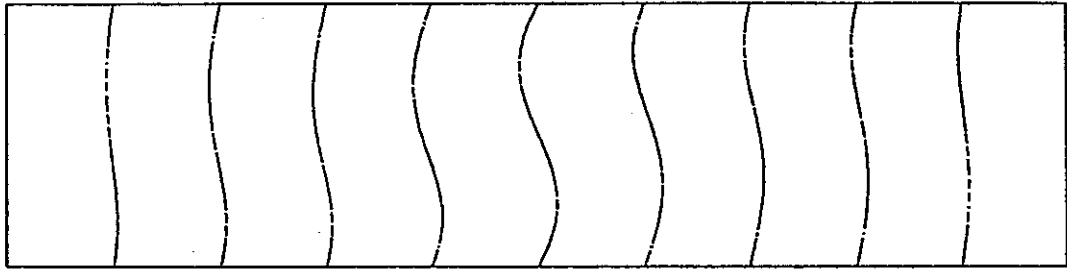


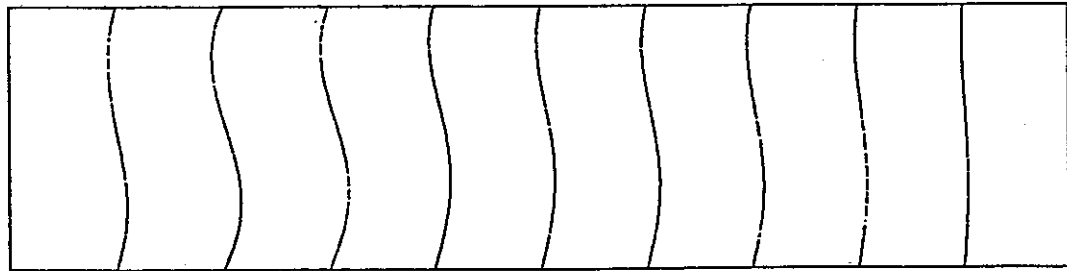
Figure 4-14 Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case A $Gr=4.0 \times 10^4$)



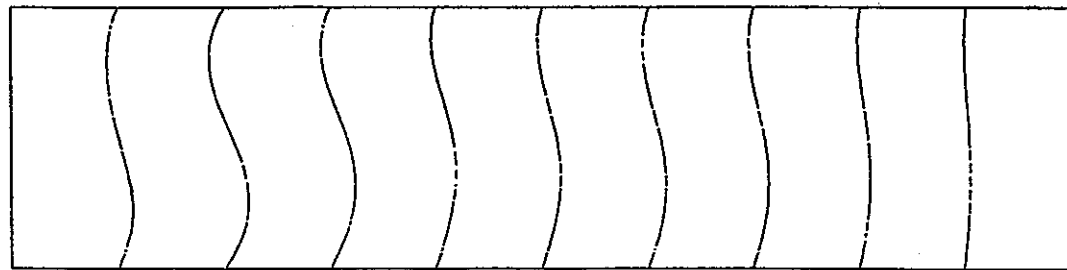
CASE C $Gr = 2.0 \times 10^4$



CASE C $Gr = 2.5 \times 10^4$



CASE D $Gr = 1.0 \times 10^4$



CASE D $Gr = 1.5 \times 10^4$

Figure 4 - 15 Isotherms of Steady Solutions (Case C and D)

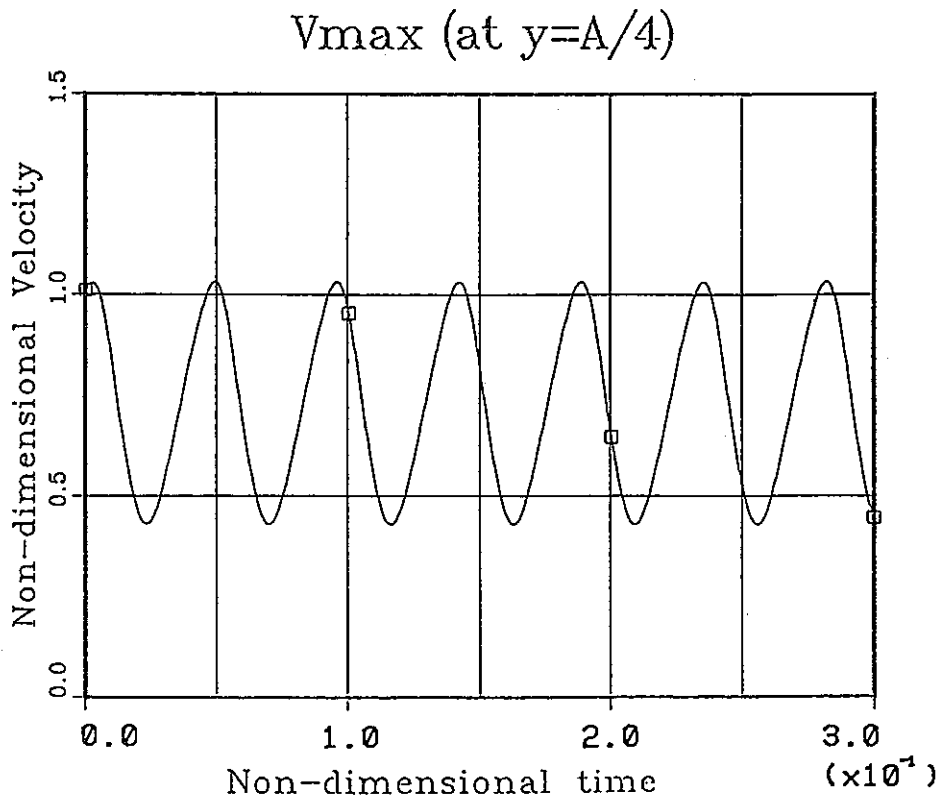
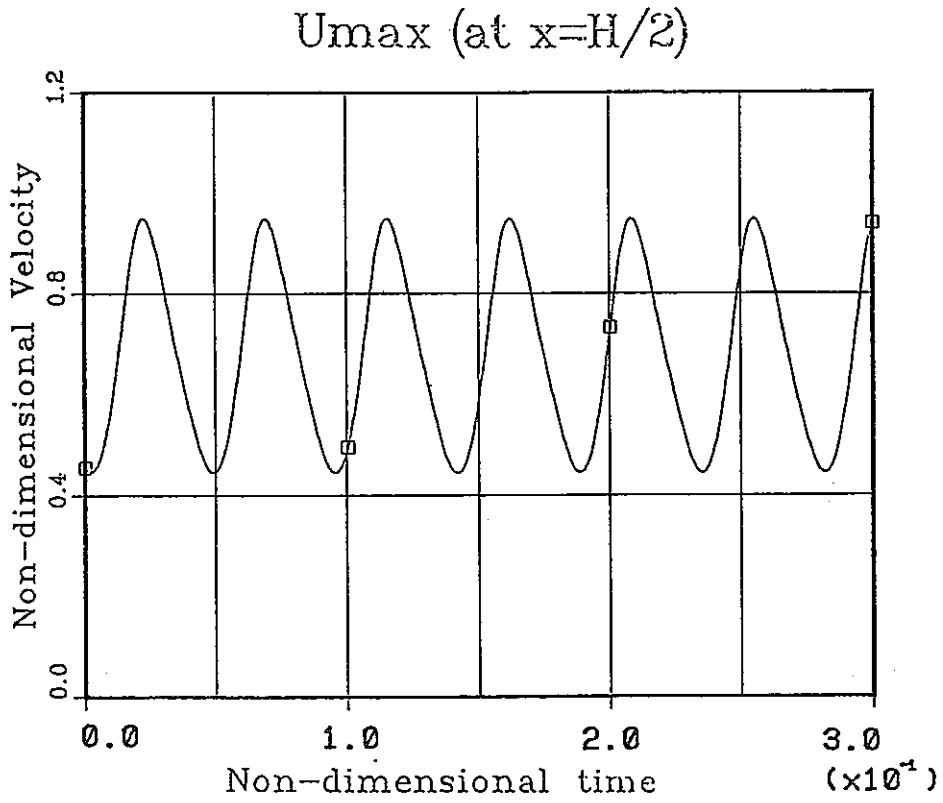


Figure 4 - 16 Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)

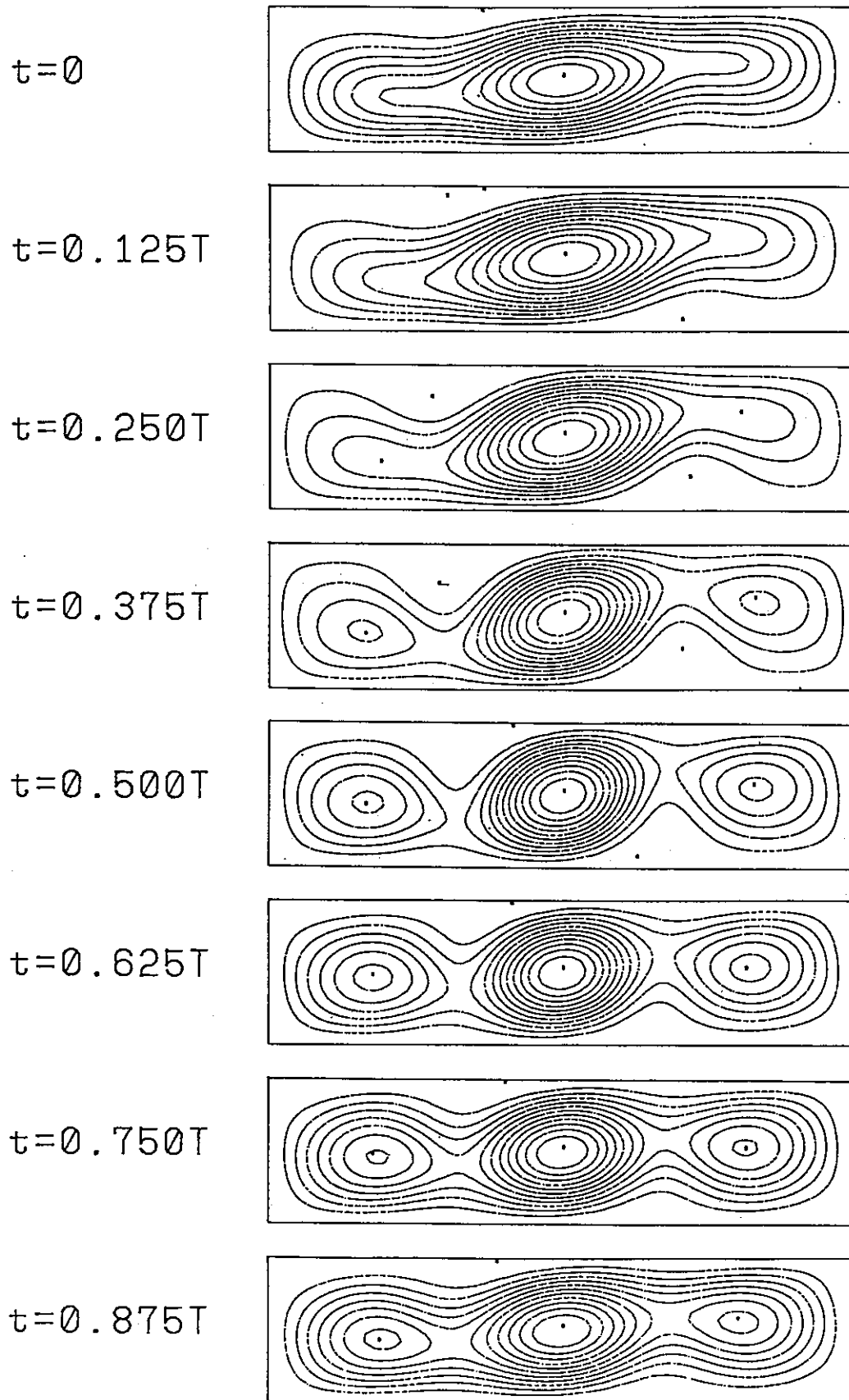
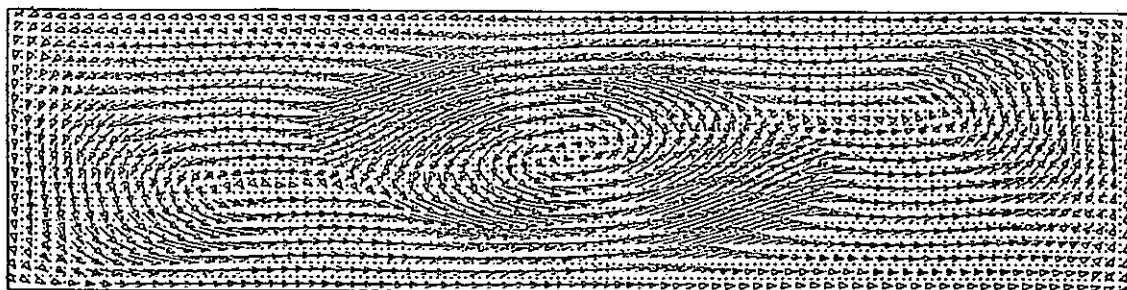
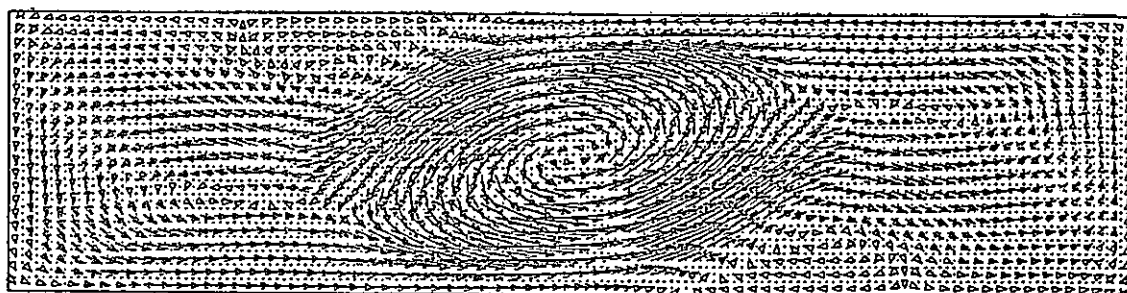


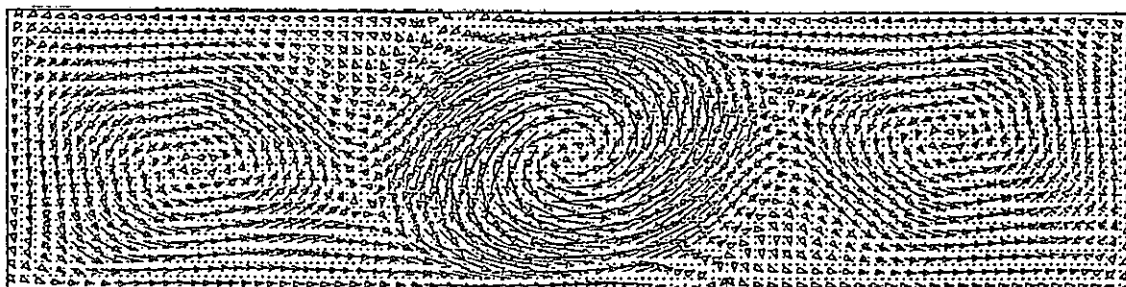
Figure 4 - 17 Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)



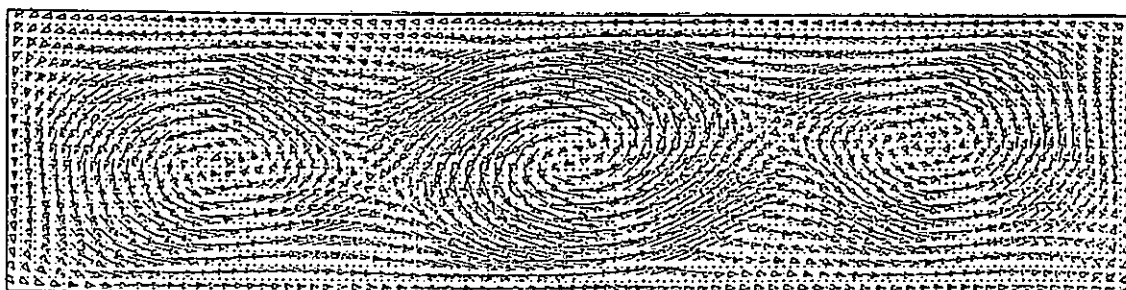
$t=0$



$t=0.25T$

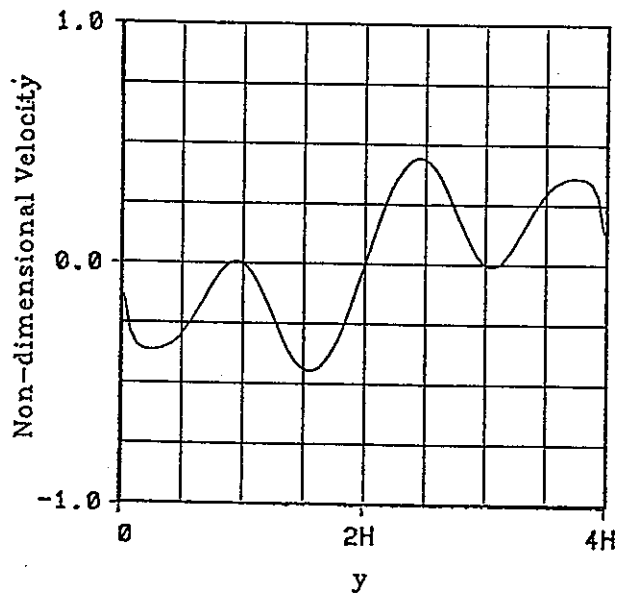


$t=0.5T$

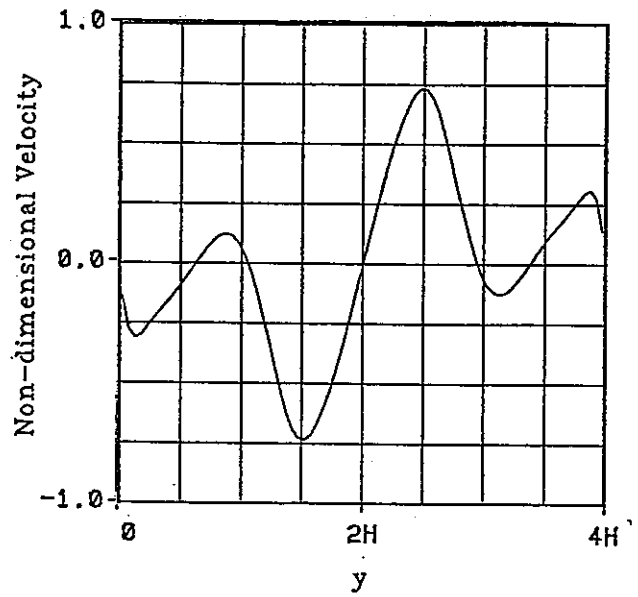


$t=0.75T$

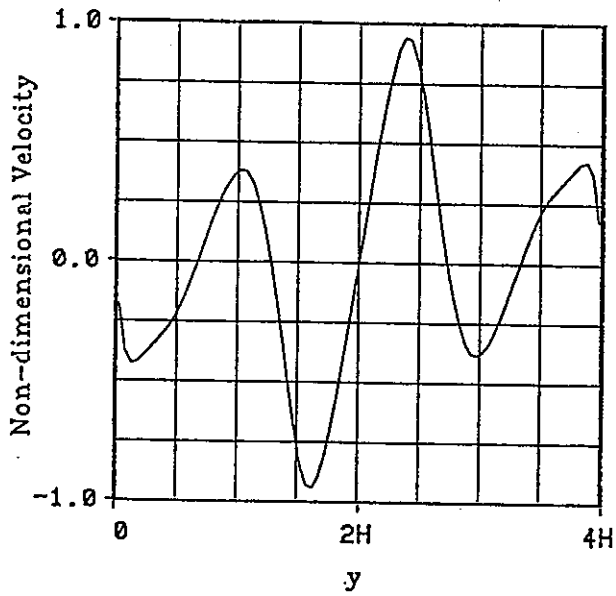
Figure 4 - 18 Velocity Vector Distribution (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)



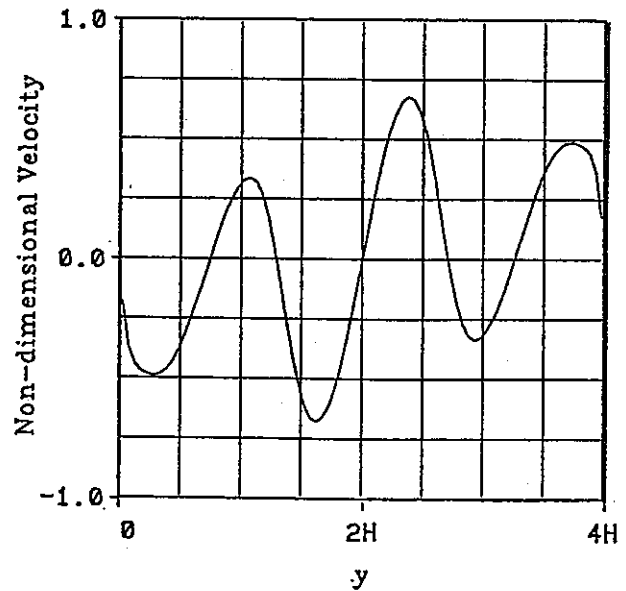
$t=0$



$t=0.25T$

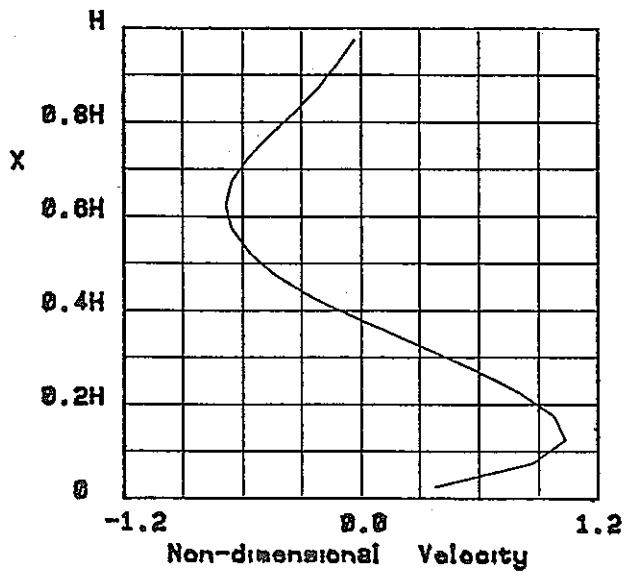


$t=0.5T$

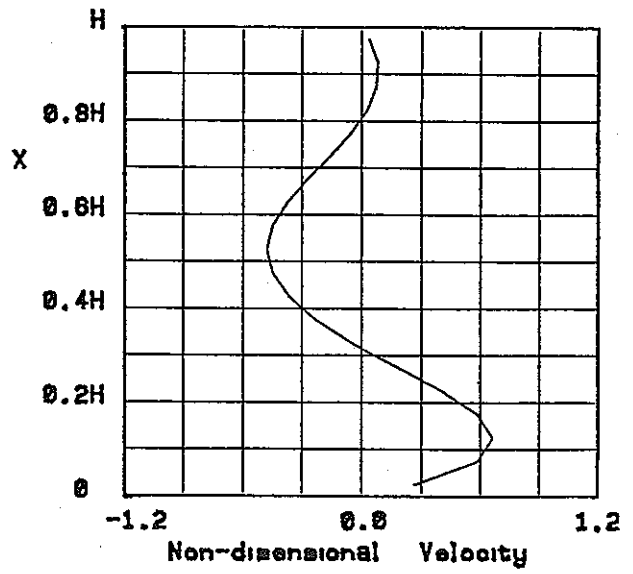


$t=0.75T$

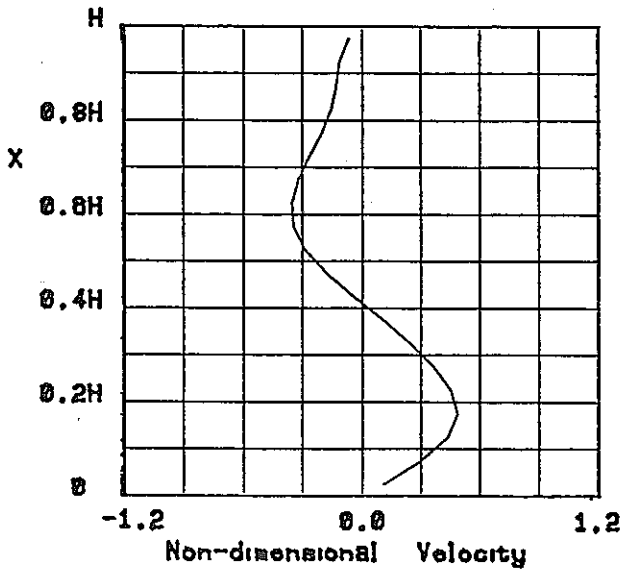
Figure 4-19 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)



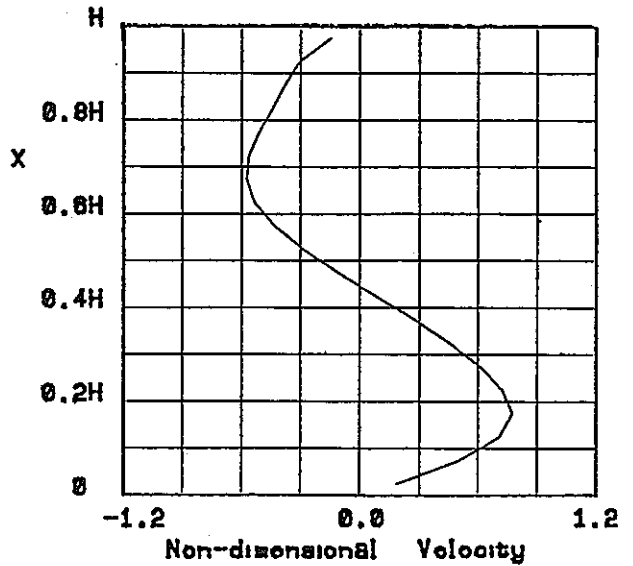
$t=0$



$t=0.25T$

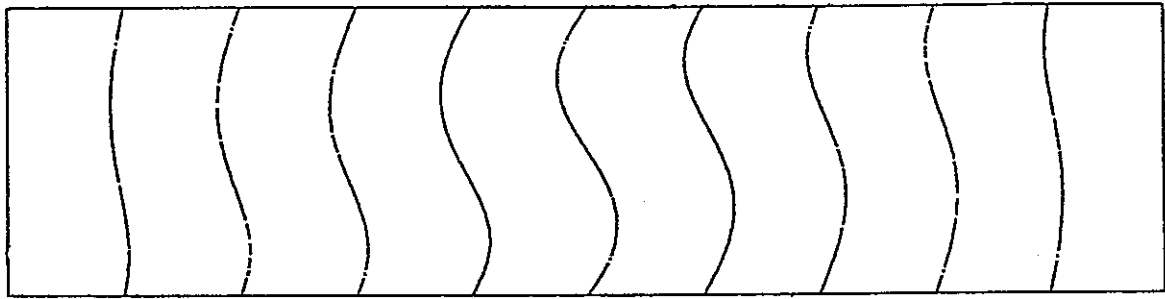


$t=0.5T$

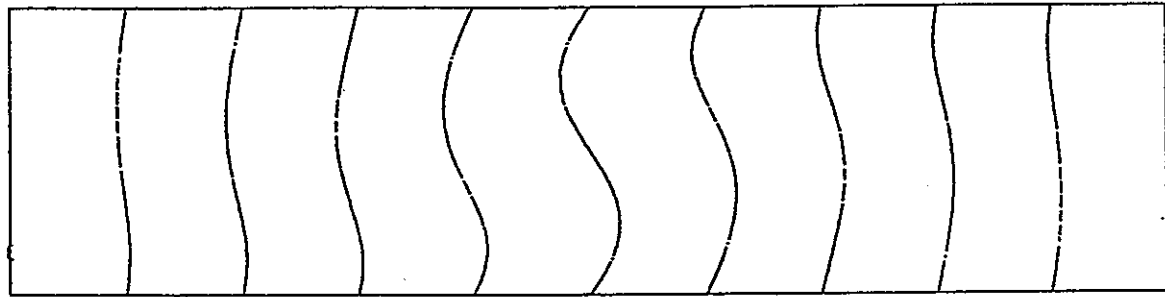


$t=0.75T$

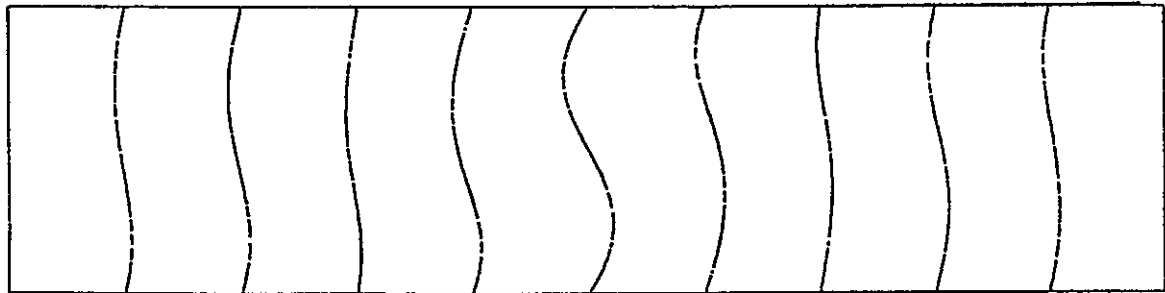
Figure 4-20 Velocity Profiles of $v(x)$ at $y=A/4$ (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)



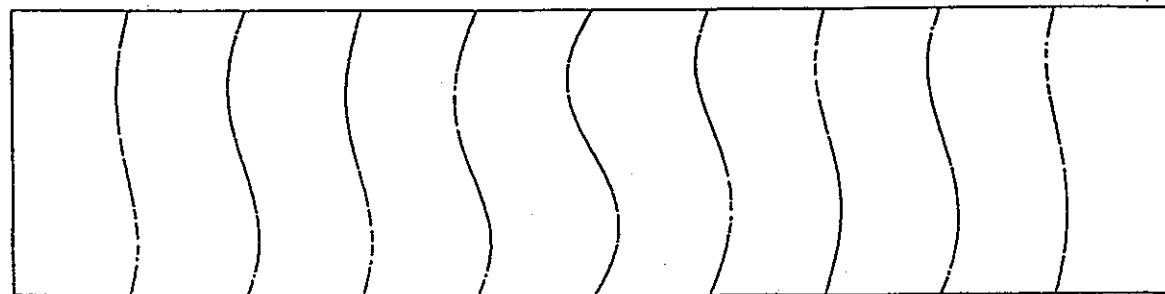
$t=0$



$t=0.25T$



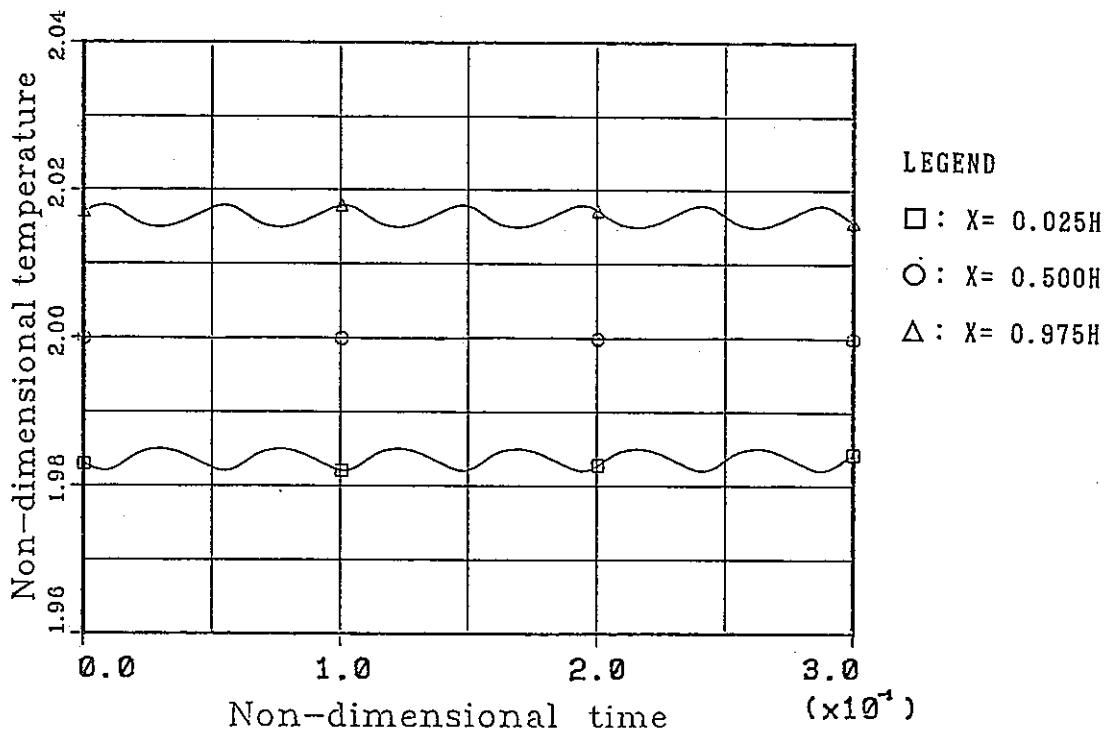
$t=0.5T$



$t=0.75T$

Figure 4 - 21 Isotherms for 4 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)

History of Temperature (at $y=A/2$)



History of Heat Flux (at $y=A/2$)

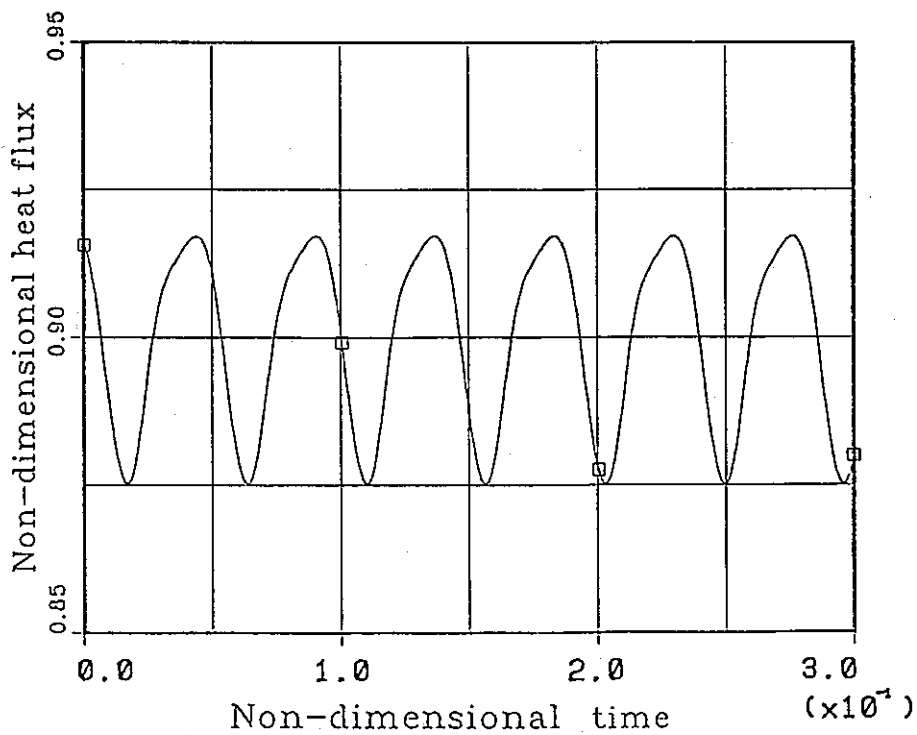


Figure 4 - 22 Transient Courses of Temperature and Heat Flux (Case C $Gr=4.0 \times 10^4$)

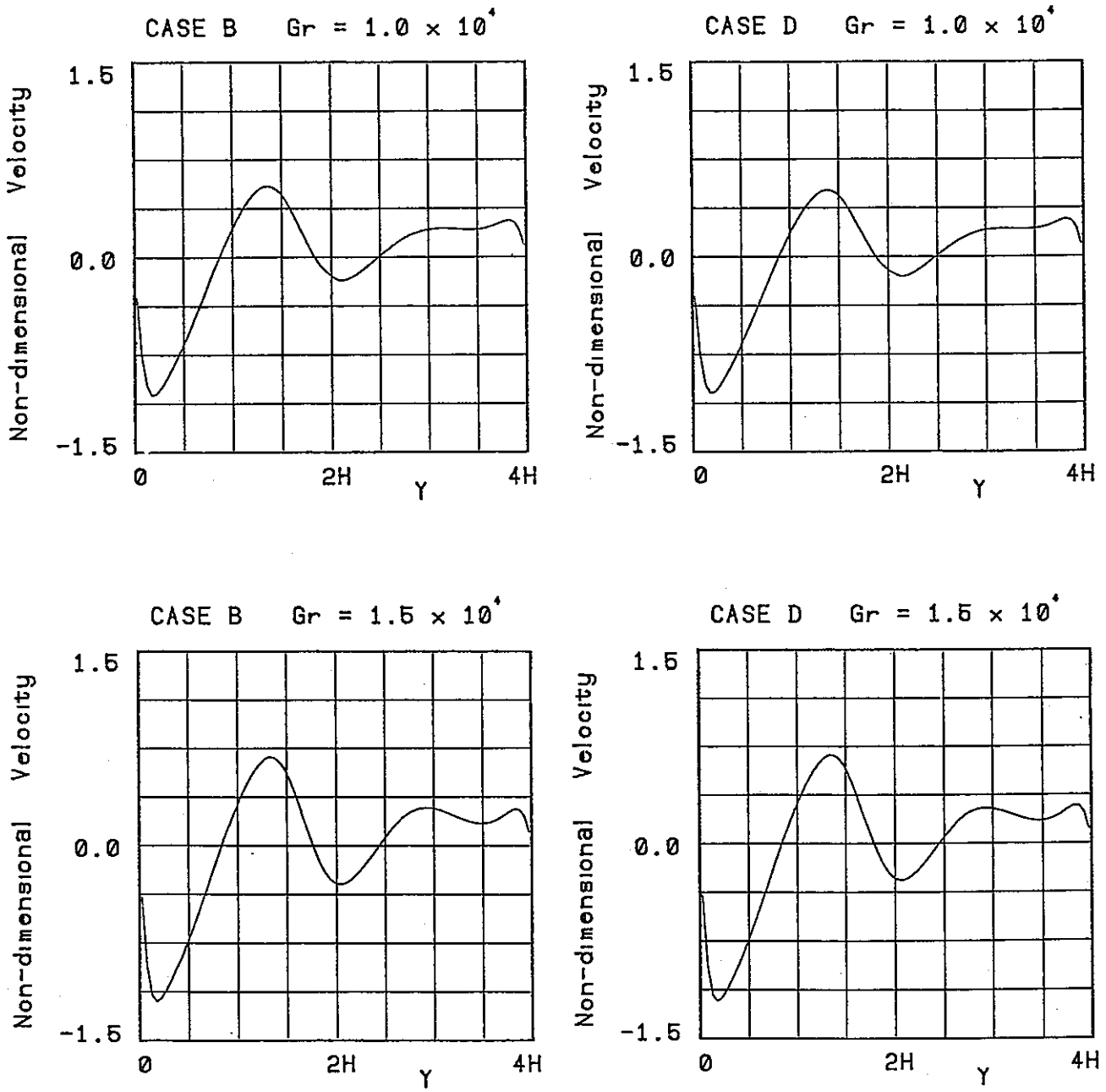


Figure 4 - 23 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case B and D)

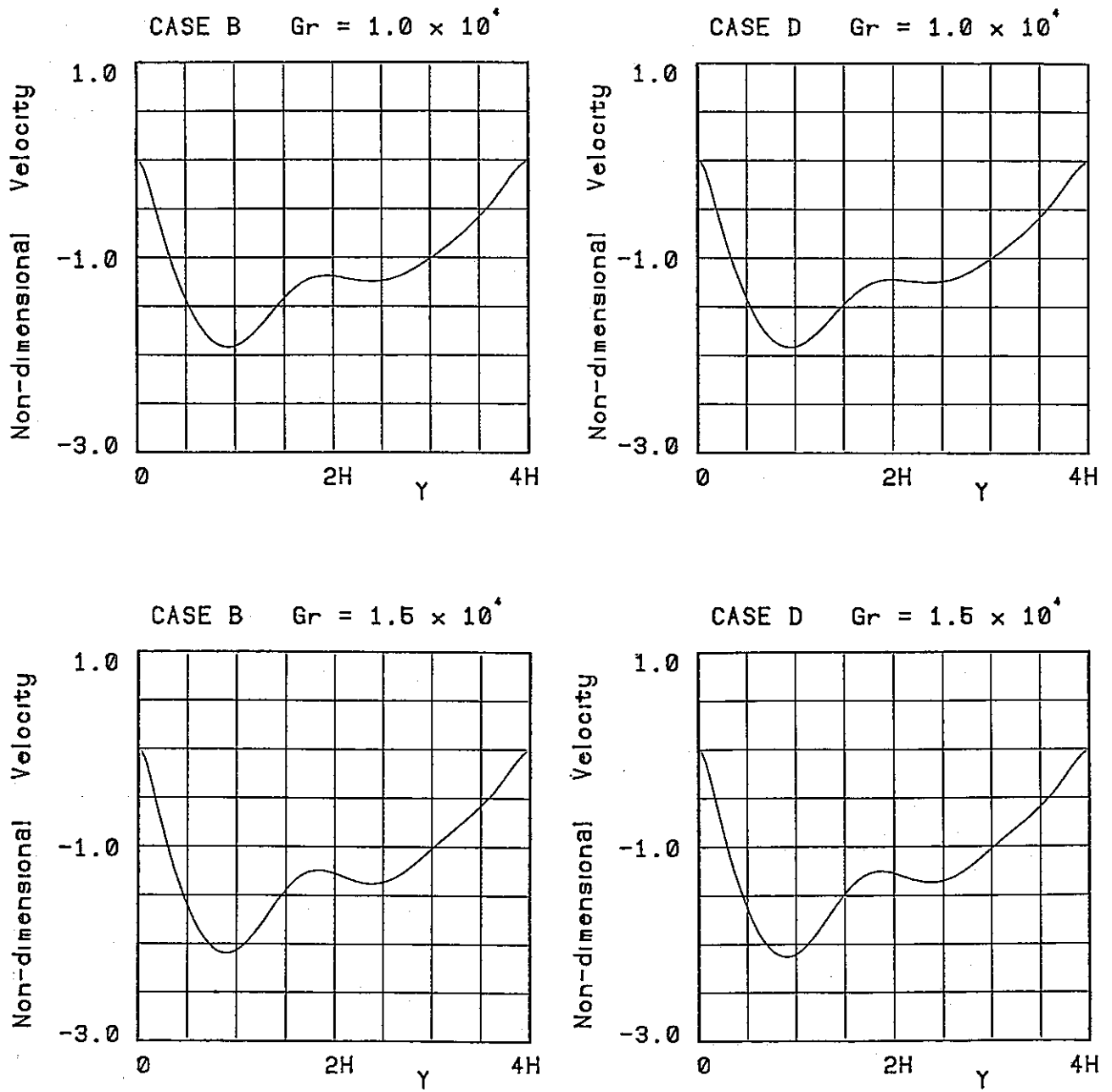


Figure 4 - 24 Velocity Profiles of $v(y)$ at $x=H$ (Case B and D)

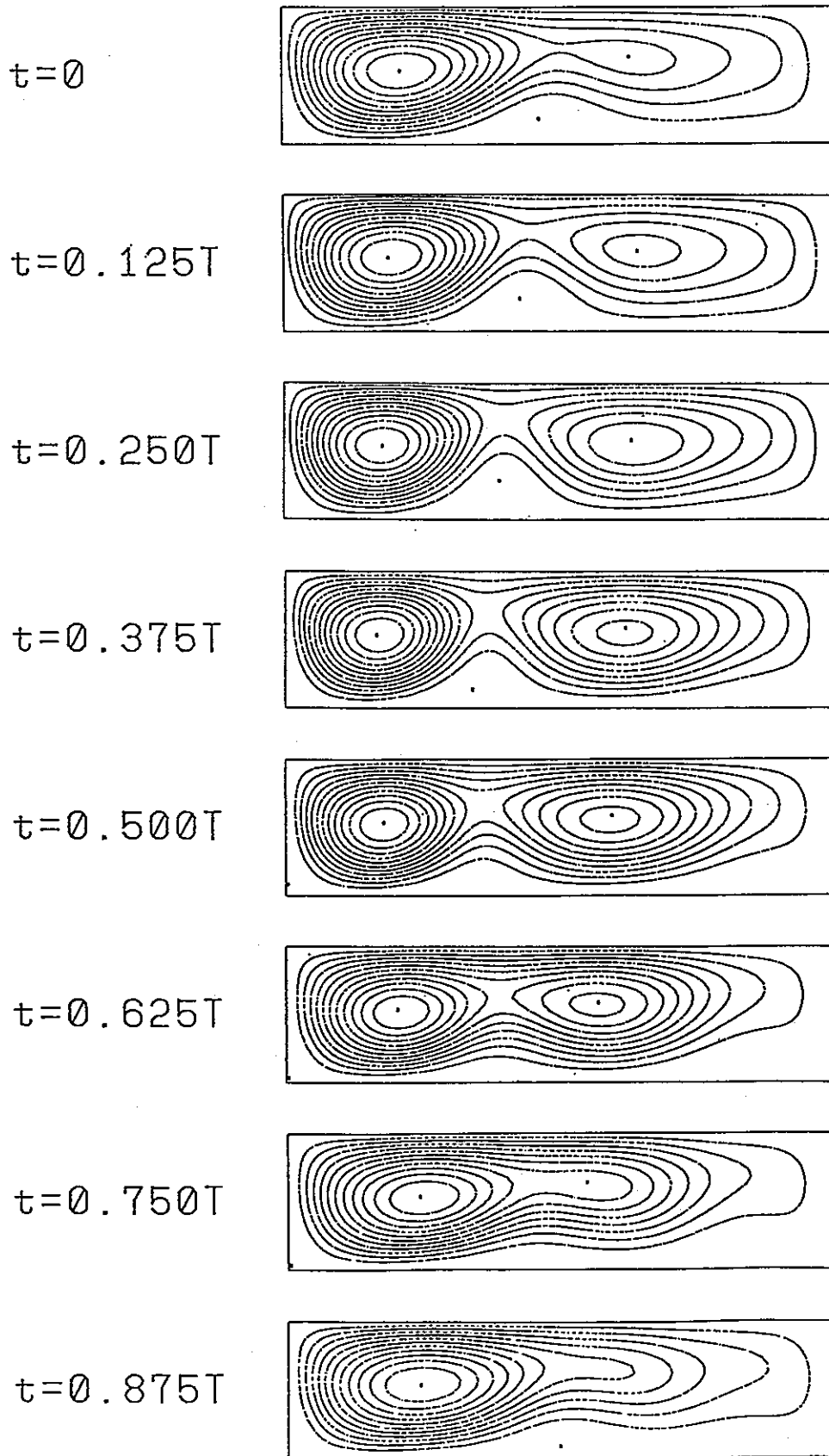
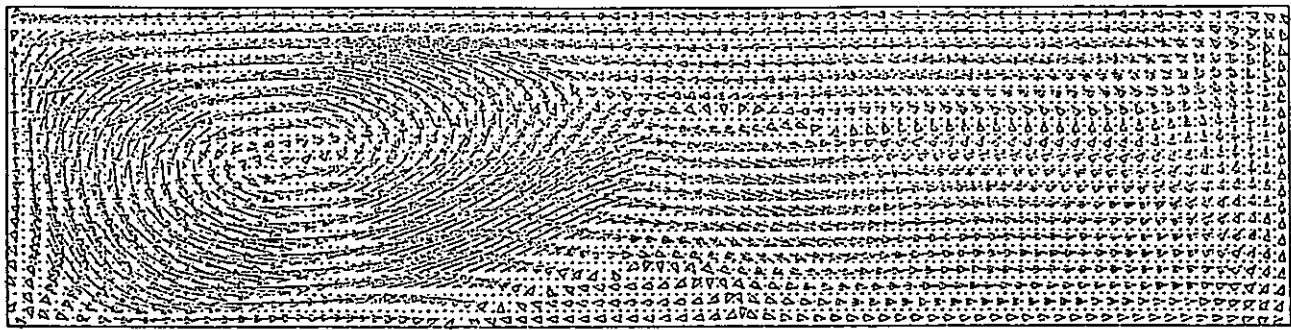
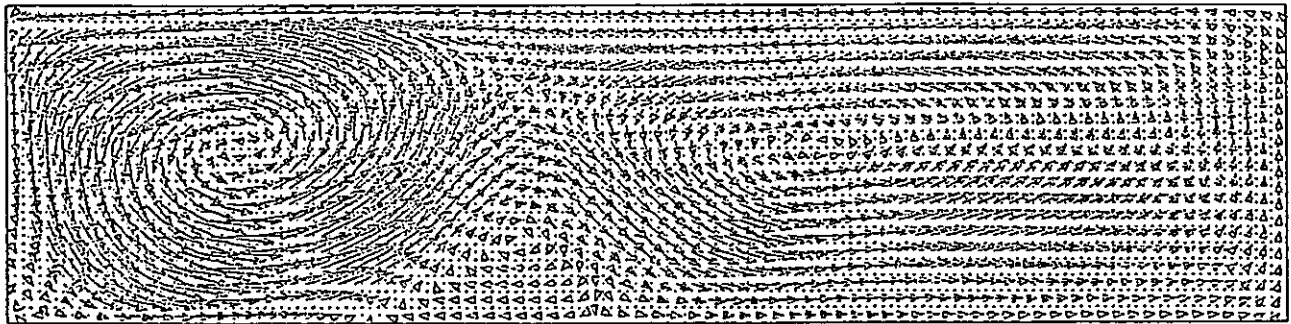


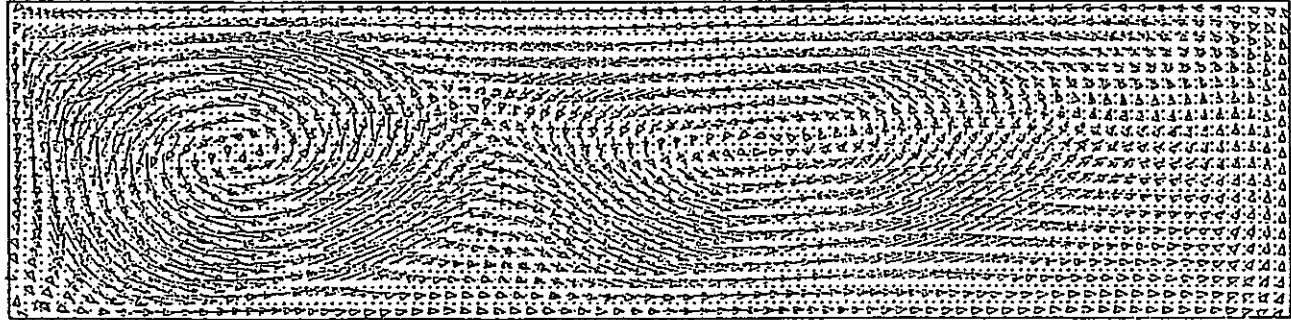
Figure 4-25 Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)



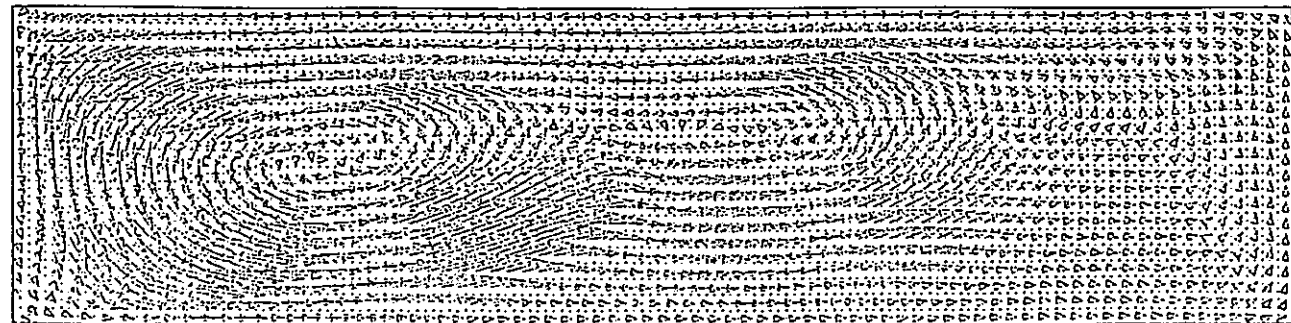
$t=0$



$t=0.25T$



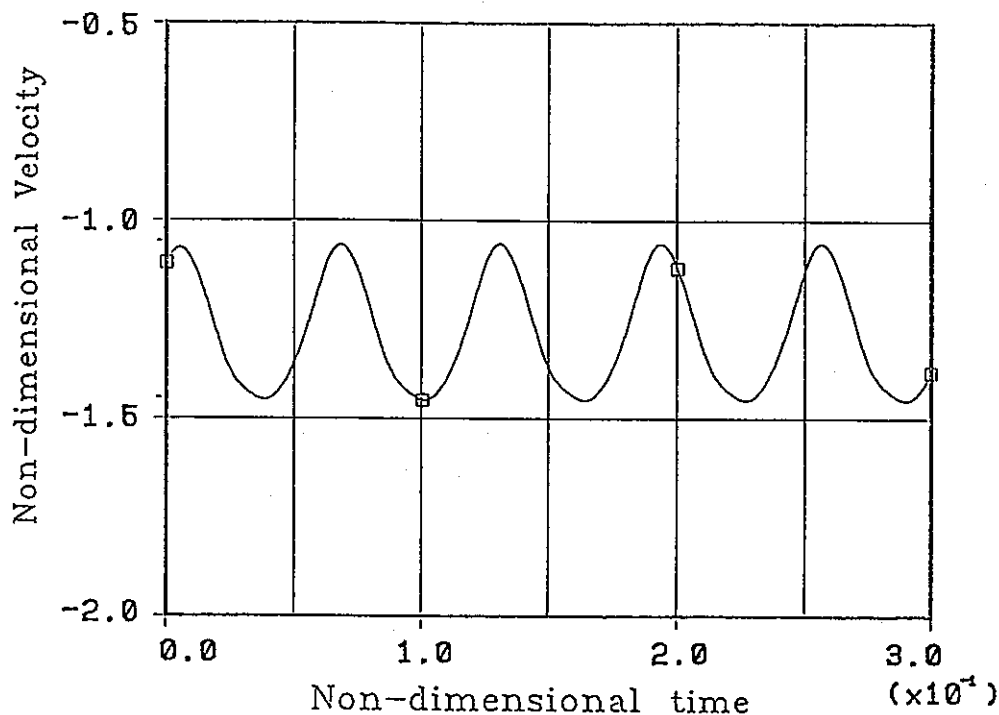
$t=0.5T$



$t=0.75T$

Figure 4 - 26 Velocity Vector Distribution (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)

Umax (at x=H/2)



Vmax (at x=H)

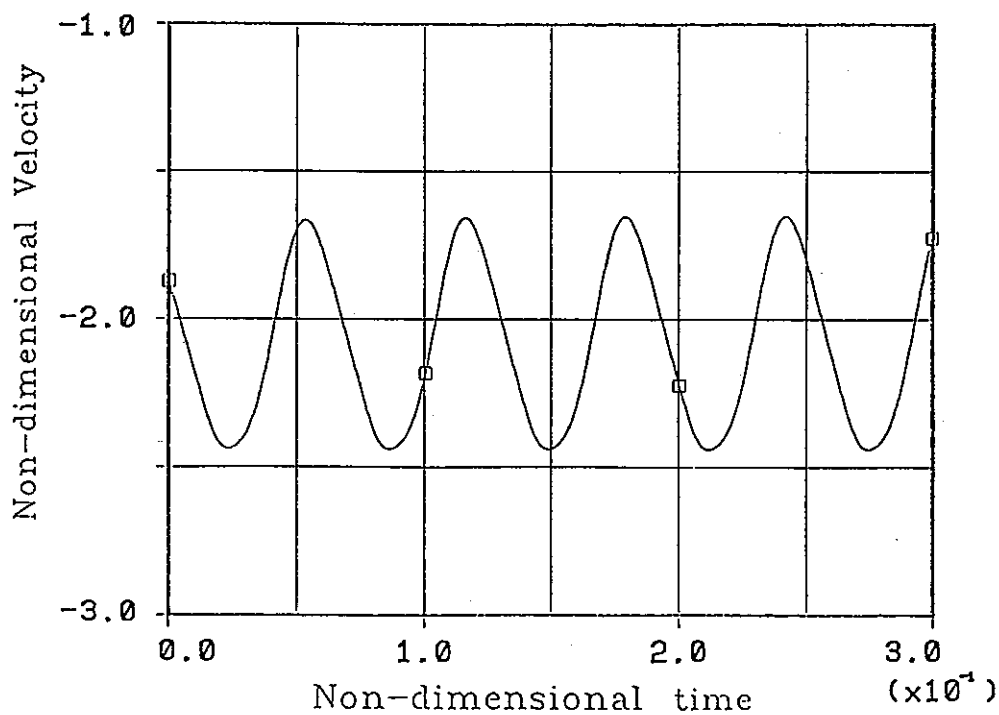
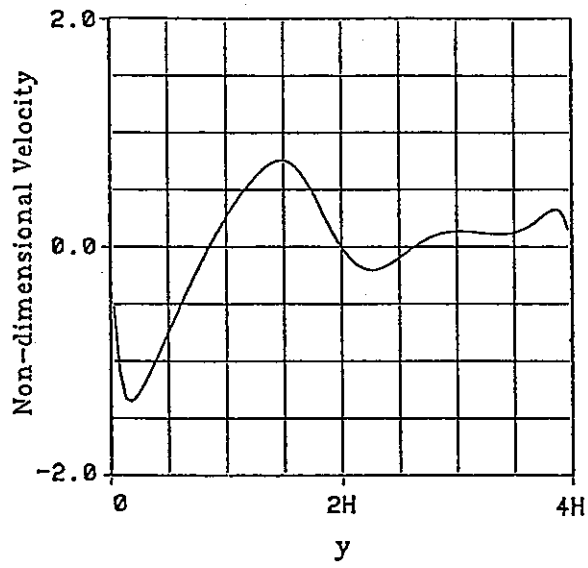
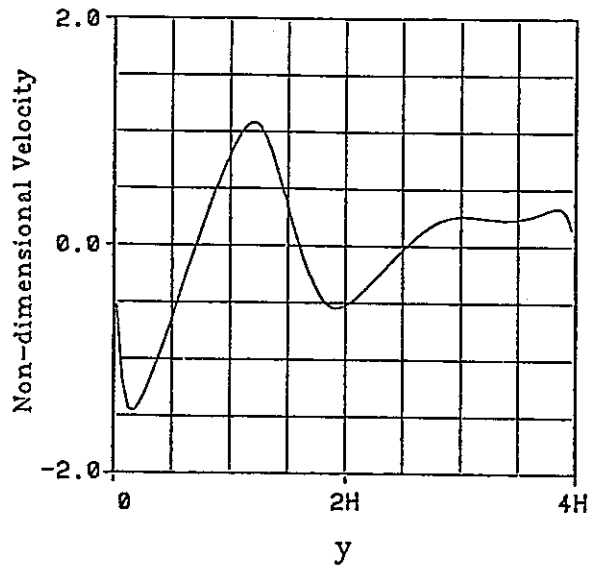


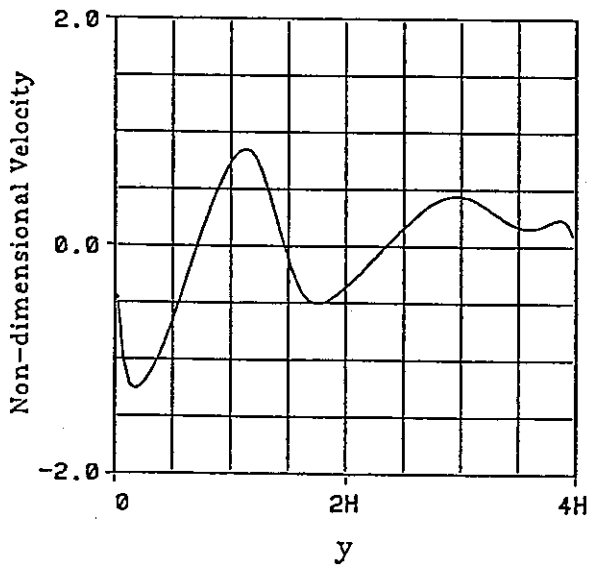
Figure 4 - 27 Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(y)_{max}$ (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)



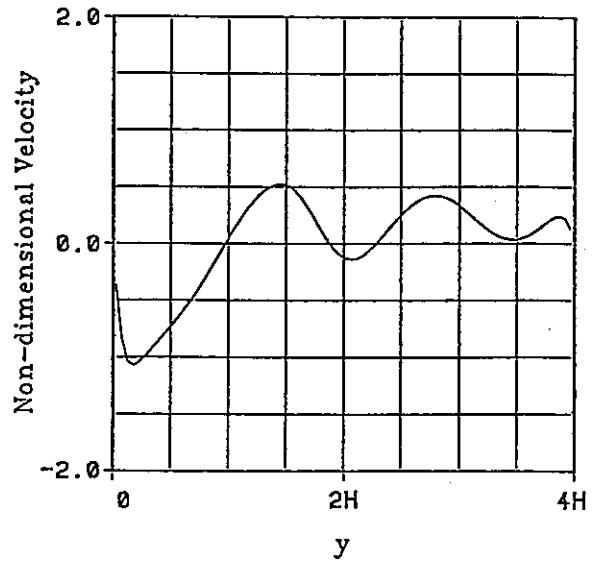
$t=0$



$t=0.25T$

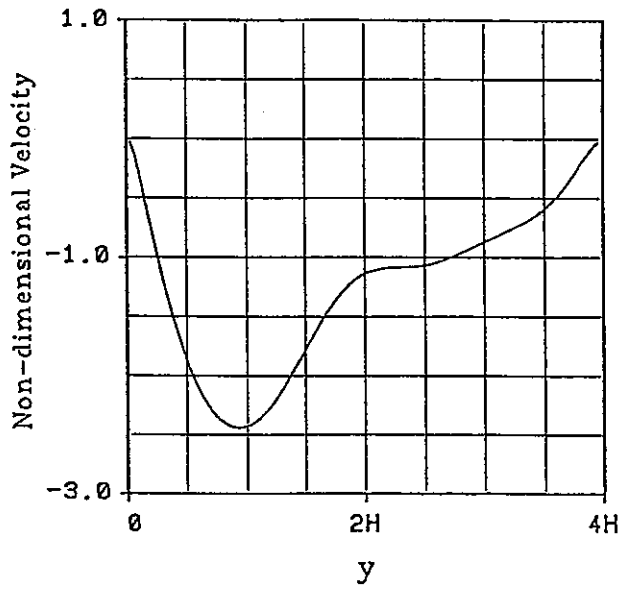


$t=0.5T$

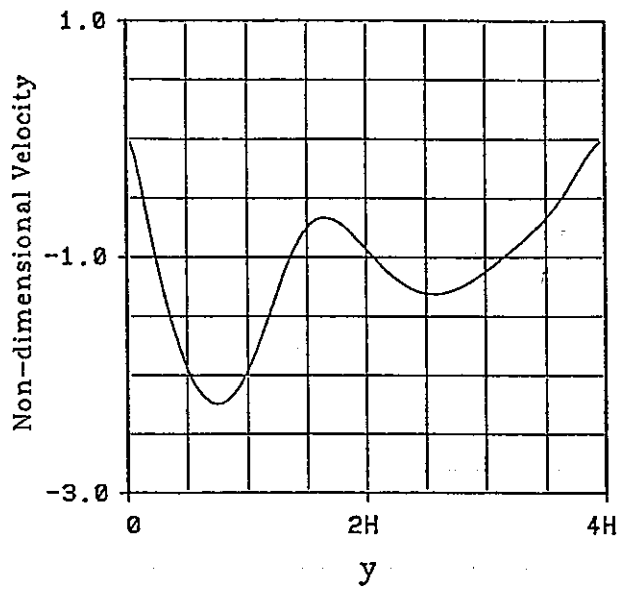


$t=0.75T$

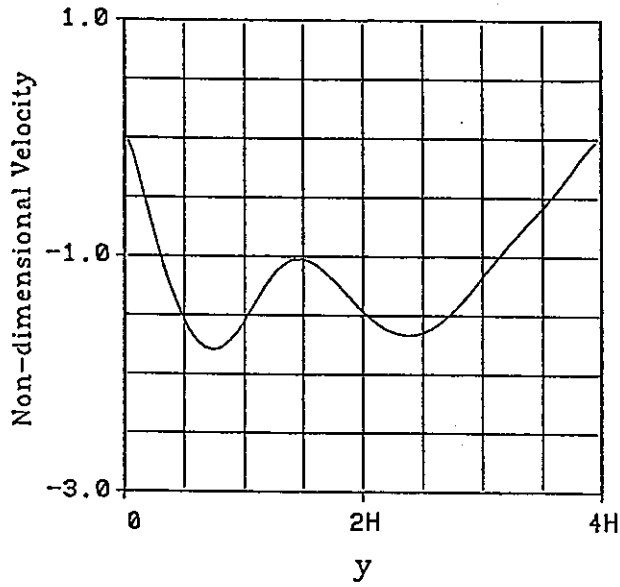
Figure 4 - 28 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)



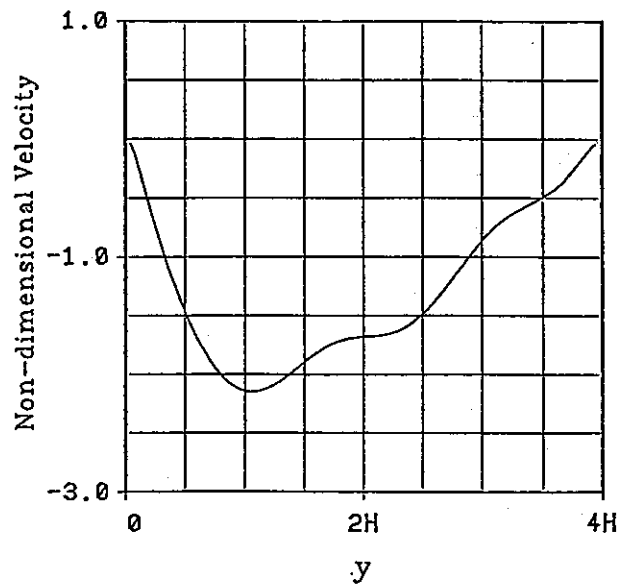
$t=0$



$t=0.25T$



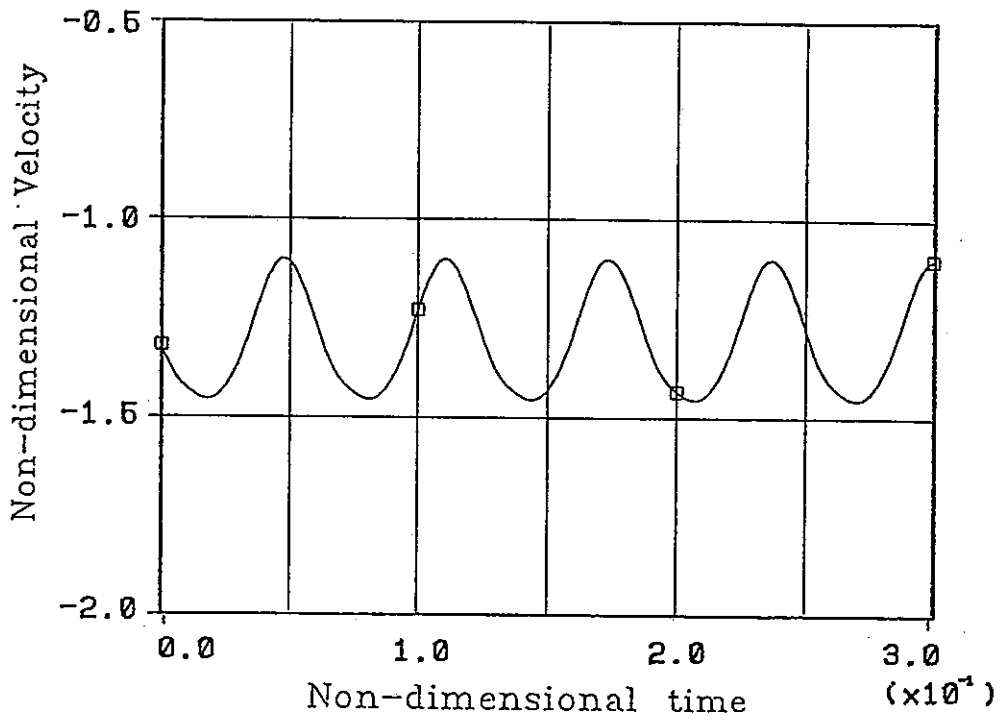
$t=0.5T$



$t=0.75T$

Figure 4 - 29 Velocity Profiles of $v(y)$ at $x=H$ (Case B $Gr=2.0 \times 10^4$)

Umax (at x=H/2)



Vmax (at x=H)

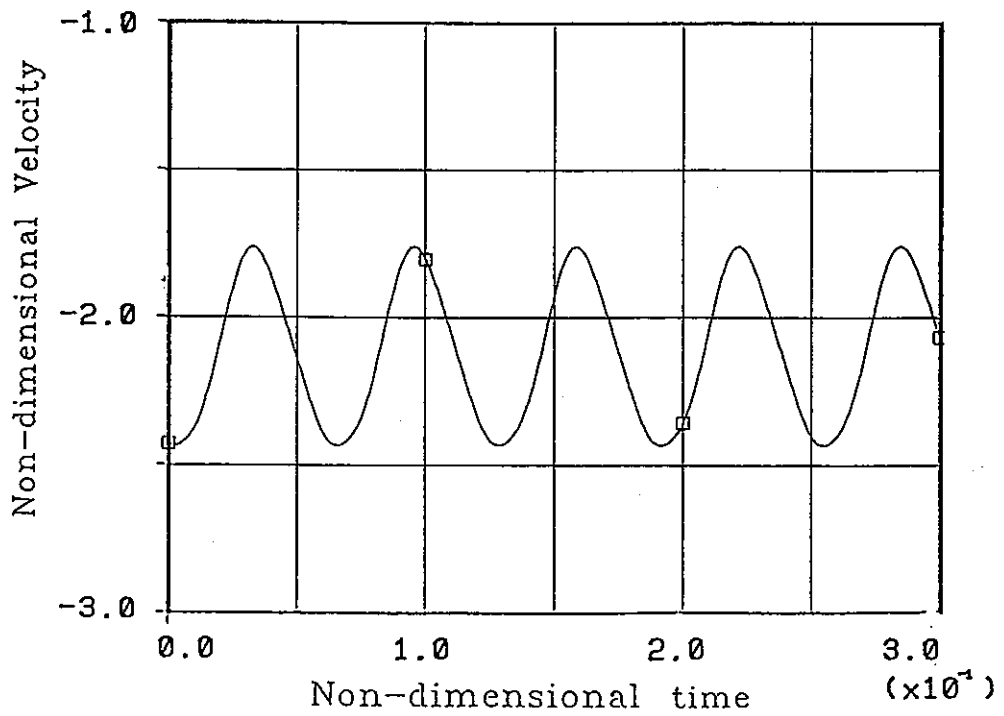


Figure 4 - 30 Transient Course of $u(y)_{max}$ $v(y)_{max}$ (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)

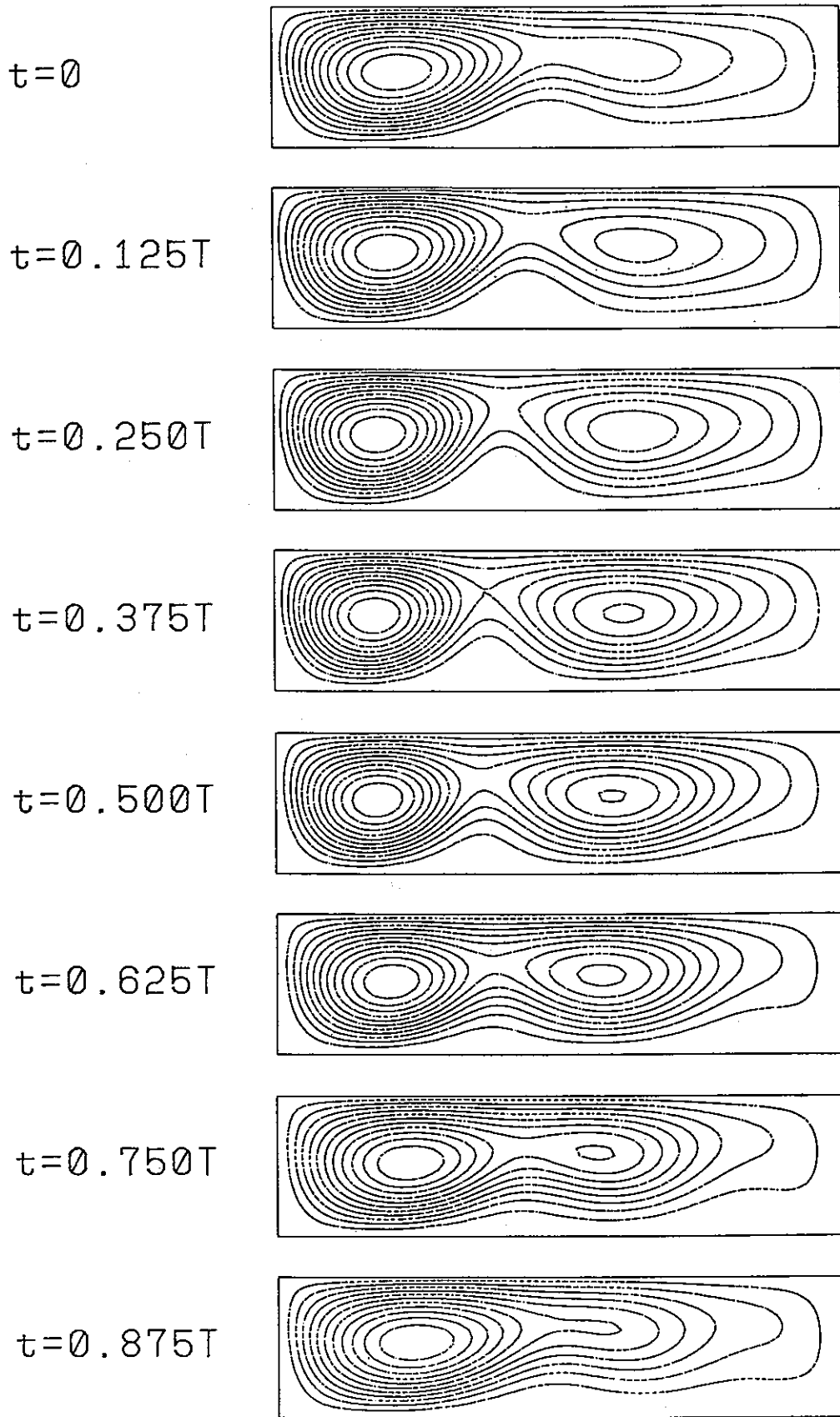
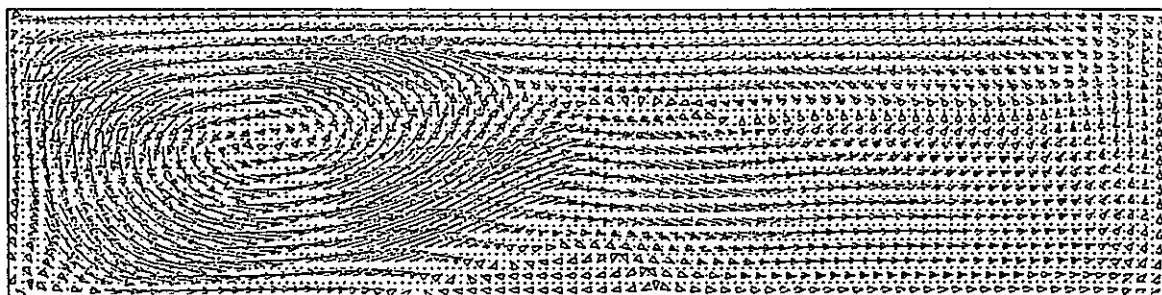
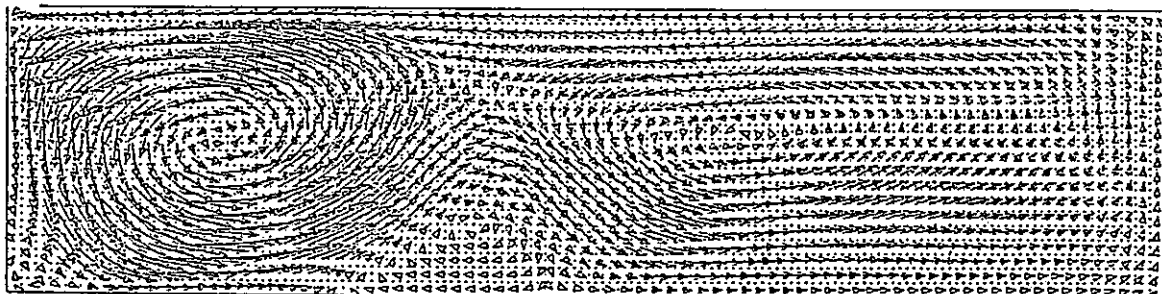


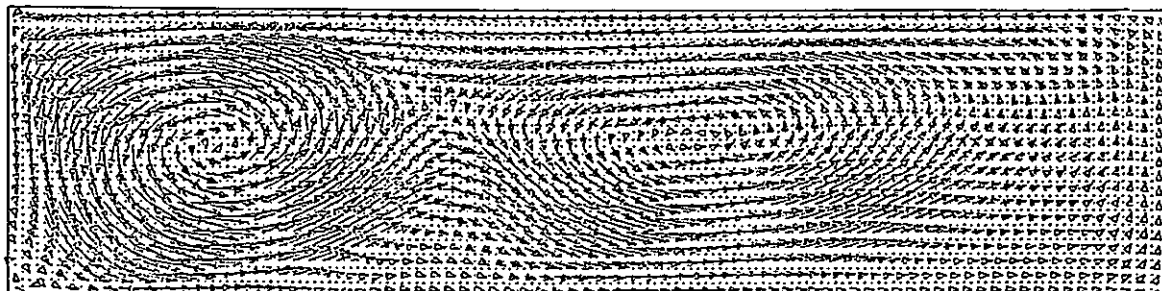
Figure 4 - 31 Stream Lines for 8 Instants during a Period of a Stably Oscillating Solution (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)



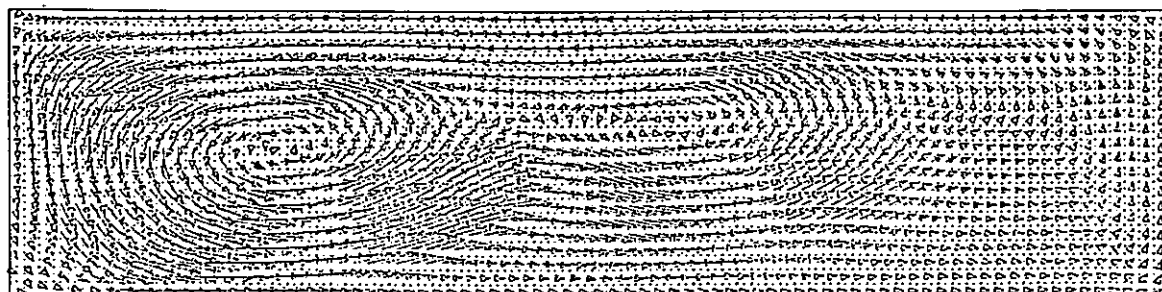
$t=0$



$t=0.25T$

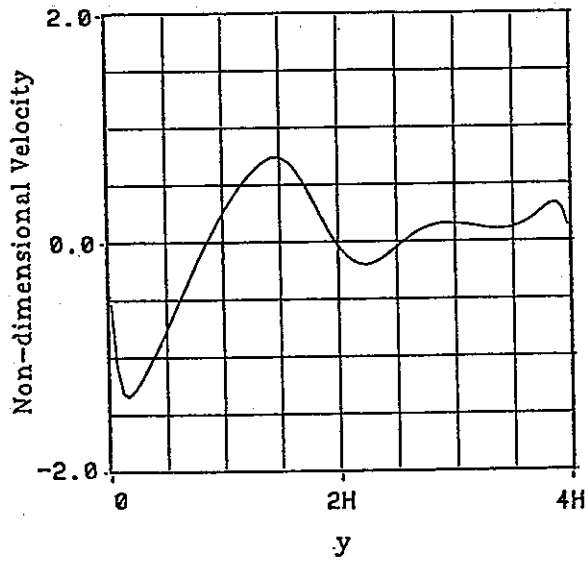


$t=0.5T$

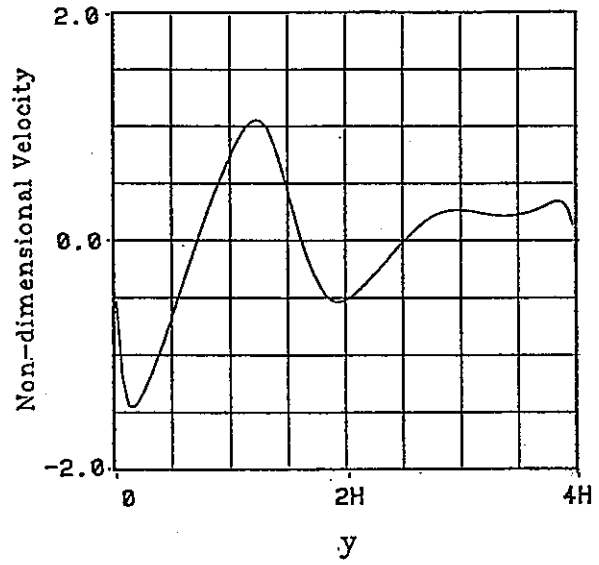


$t=0.75T$

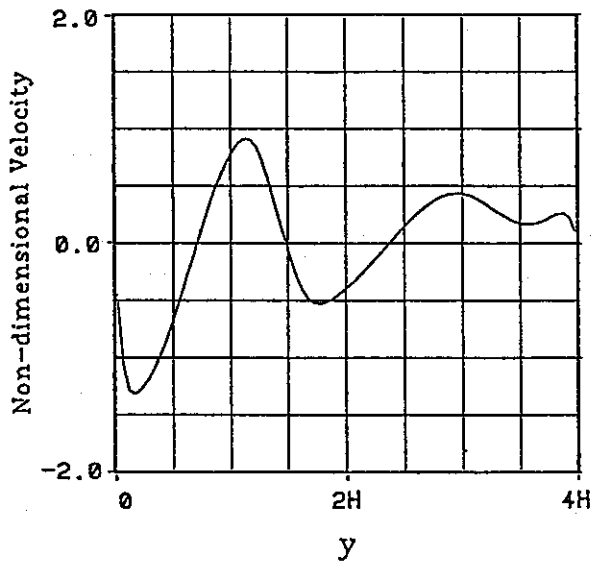
Figure 4-32 Velocity Vector Distribution (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)



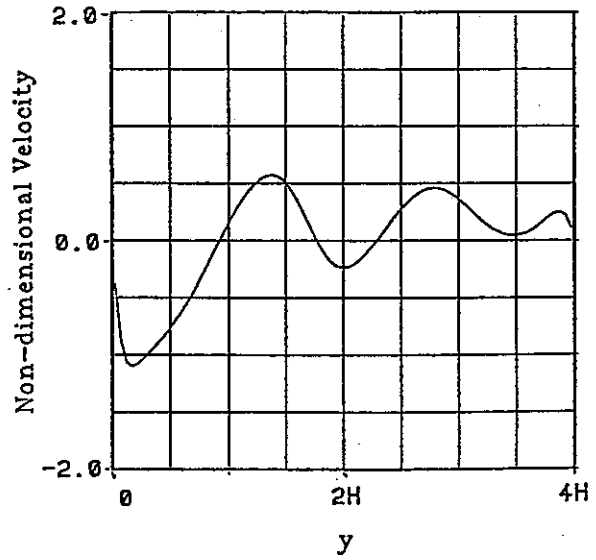
$t=0$



$t=0.25T$

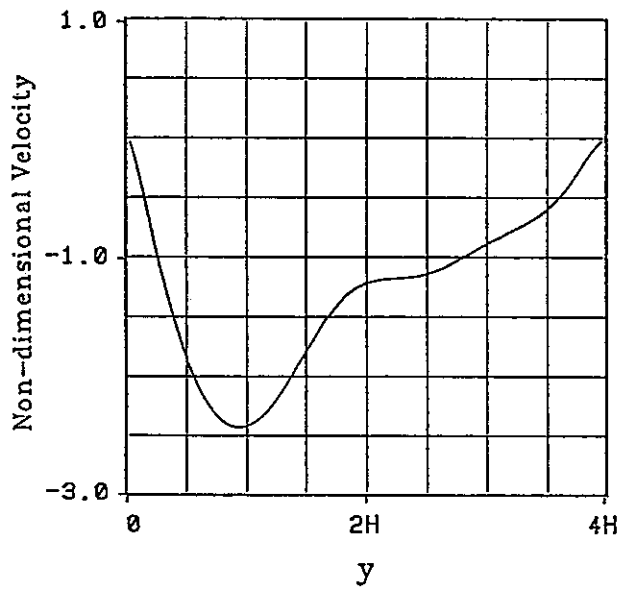


$t=0.5T$

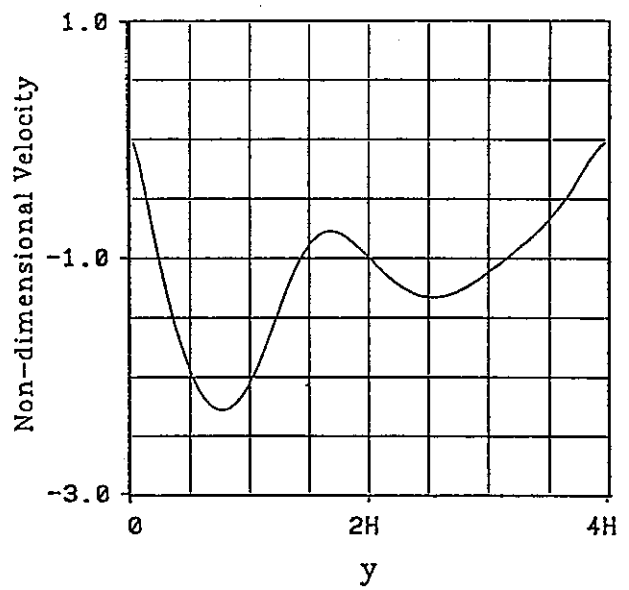


$t=0.75T$

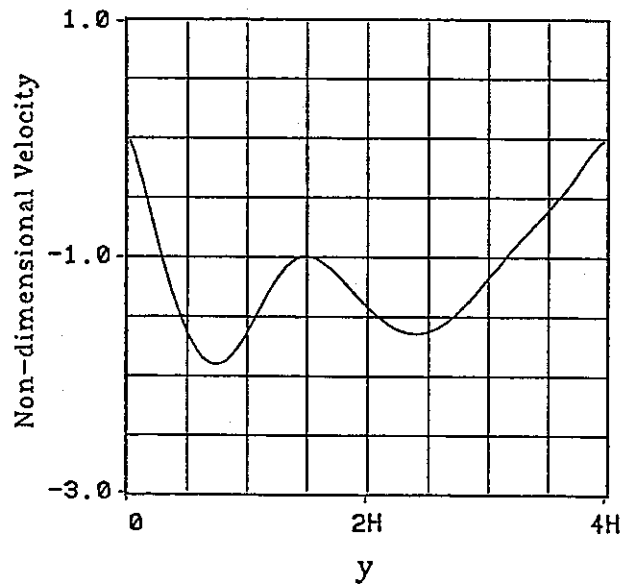
Figure 4-33 Velocity Profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)



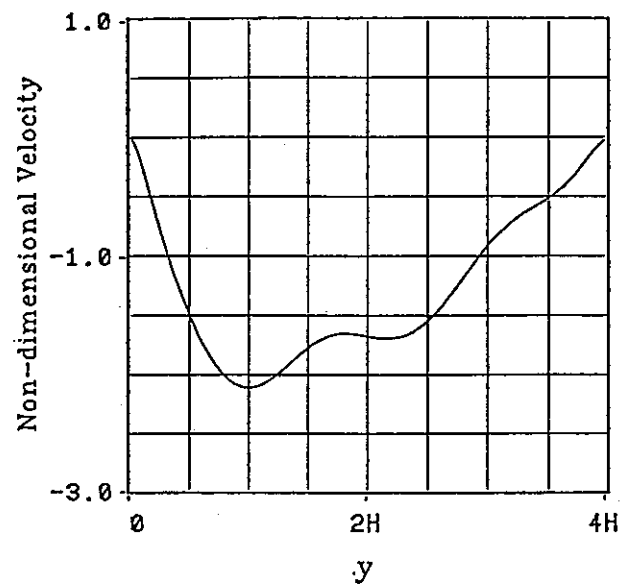
$t=0$



$t=0.25T$

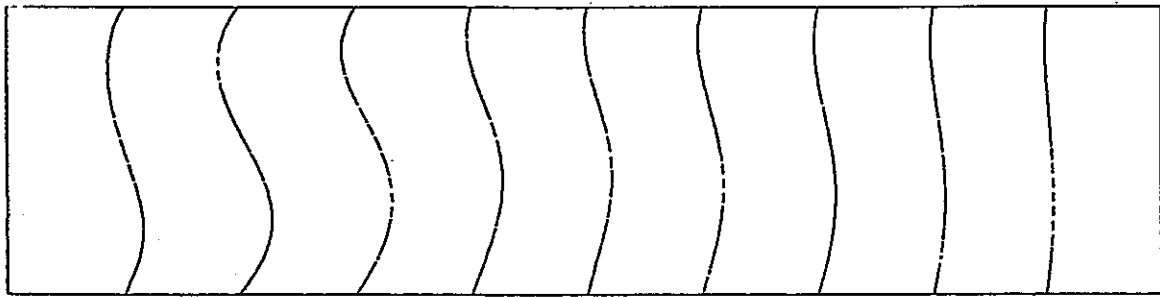


$t=0.5T$

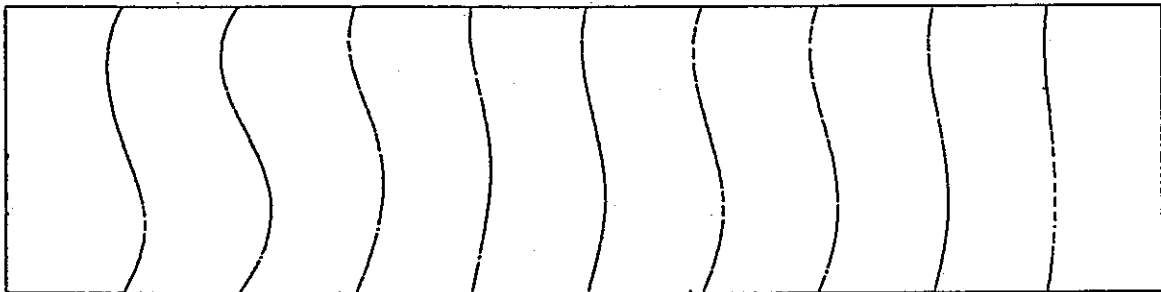


$t=0.75T$

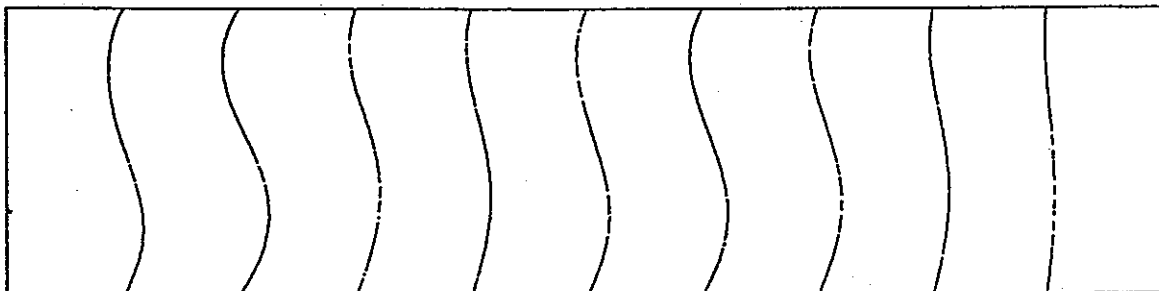
Figure 4-34 Velocity Profiles of $v(y)$ at $x=H$ (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)



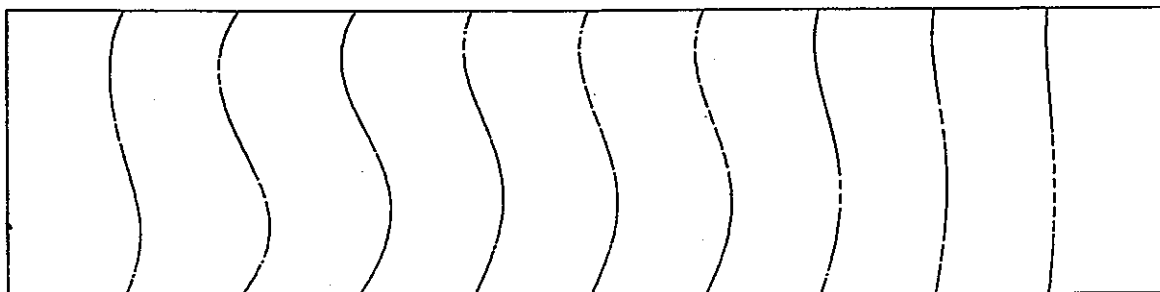
$t=0$



$t=0.25T$



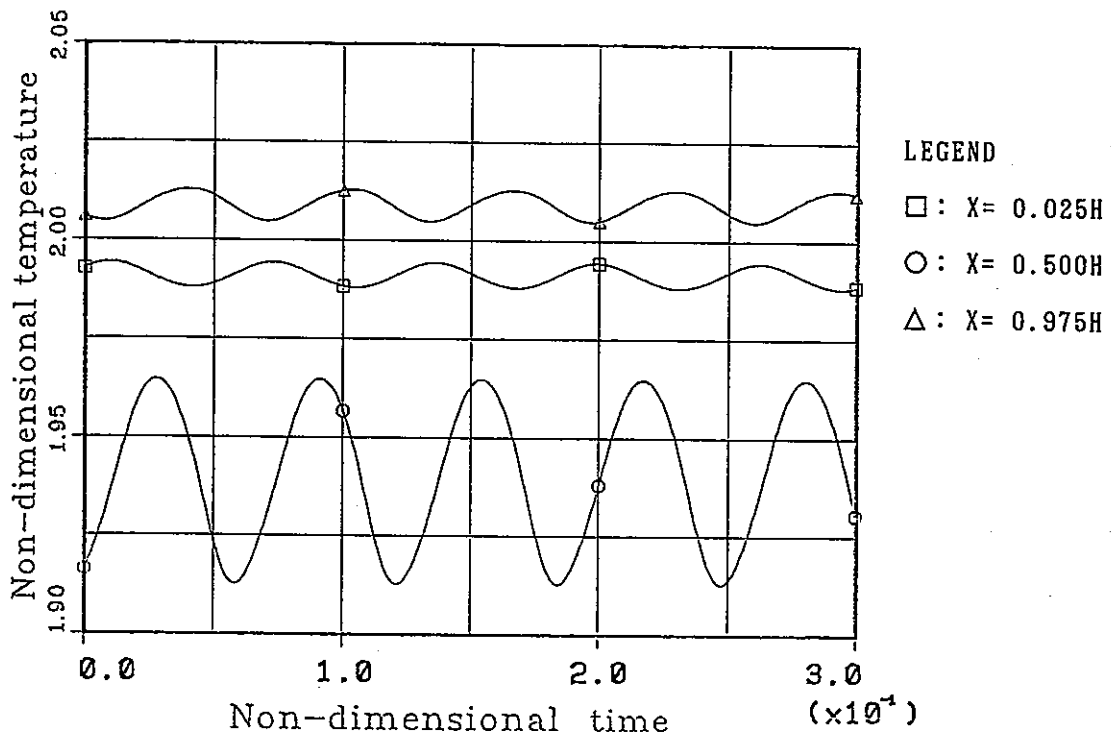
$t=0.5T$



$t=0.75T$

Figure 4 - 35 Isotherms for 4 Instants during a Period of a Stable Oscillating Solution (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)

History of Temperature (at $y=A/2$)



History of Heat Flux (at $y=A/2$)

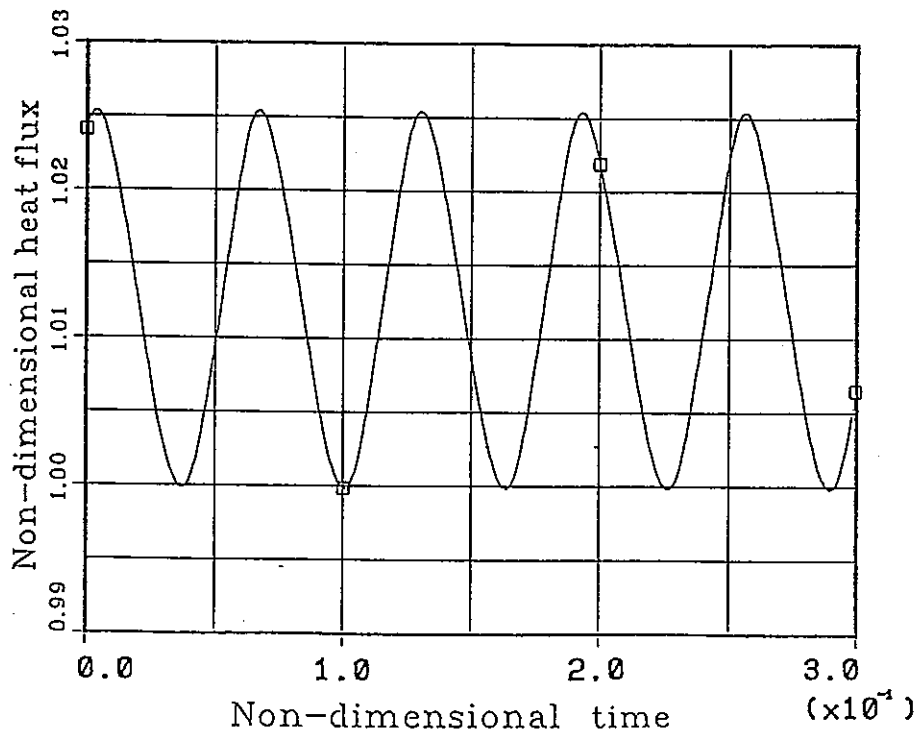


Figure 4 - 36 Transient Courses of Temperature and Heat Flux (Case D $Gr=2.0 \times 10^4$)

Velocity case A6

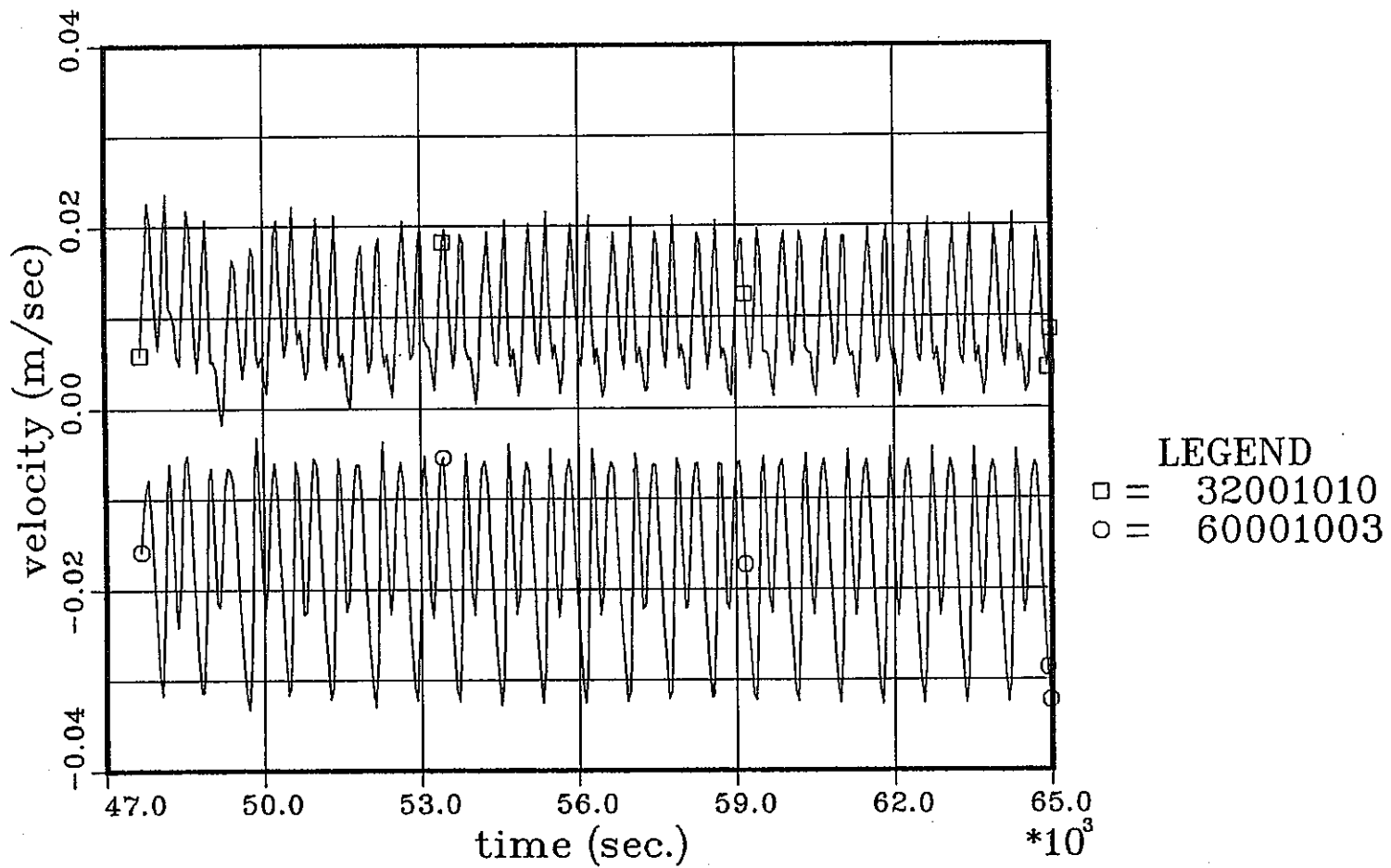


Figure 4-37 Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (Case A $Gr=6.0 \times 10^4$)

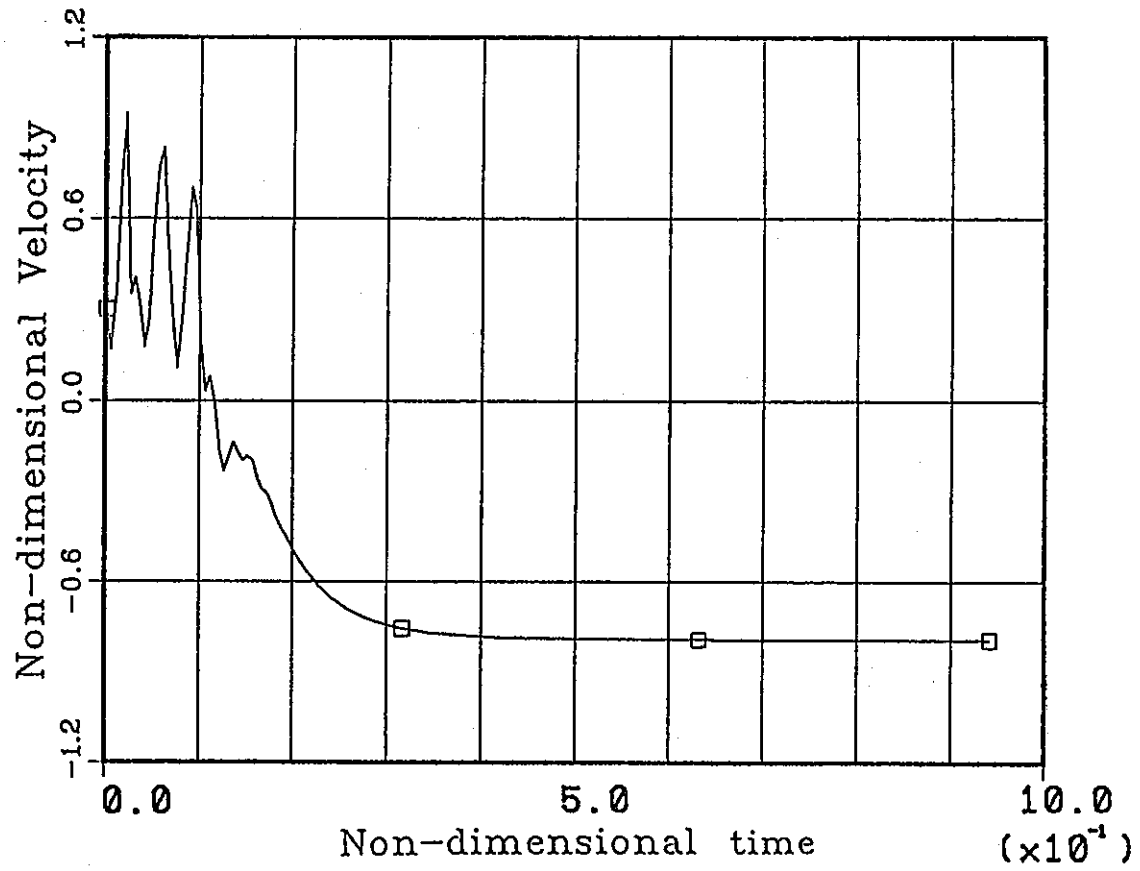


Figure 4 - 38 Transient Course of $u(y)_{\max}$ (Case A $Gr=7.0 \times 10^4$)

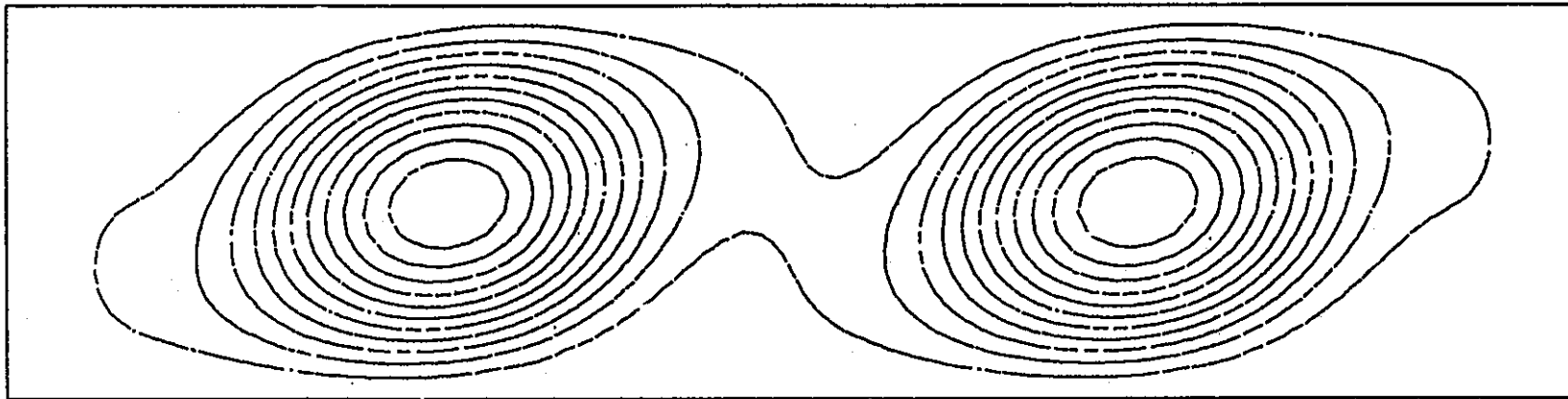


Figure 4 - 39 Stream Line of Steady Solution (Case A $Gr=7.0 \times 10^4$)

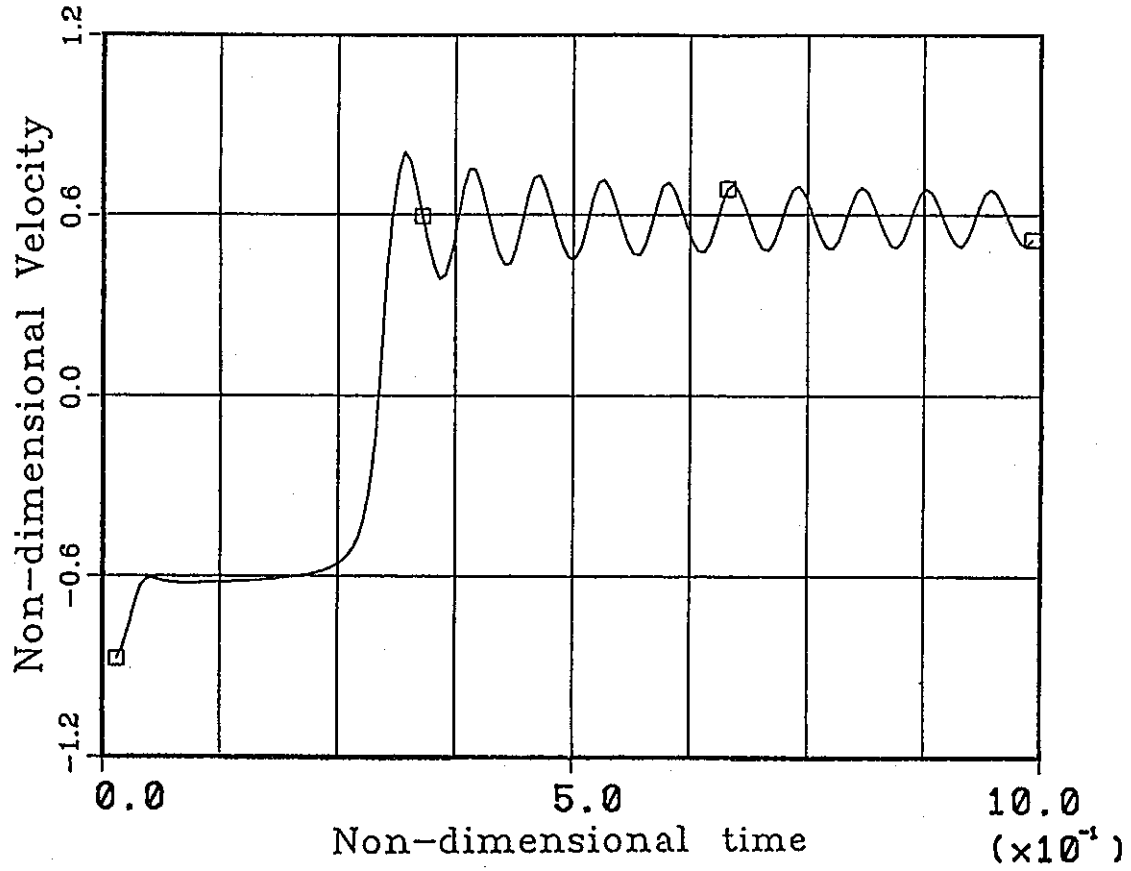
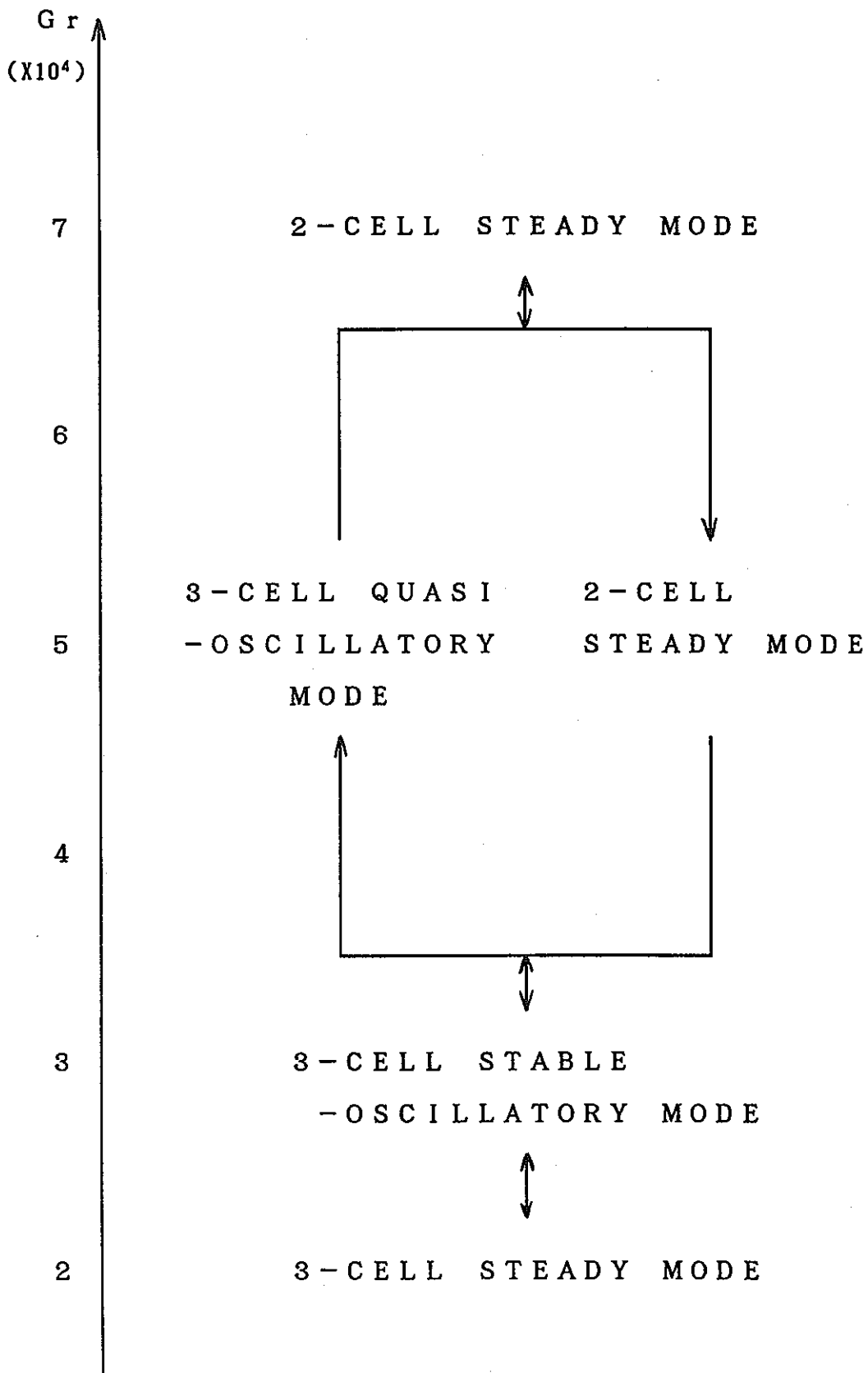


Figure 4 - 40 Transient Course of $u(y)_{max}$ (Case A $Gr=3.0 \times 10^4$)



Figuer 4 - 41 Effects of Gr Number on Roll Modes

付 録

1988' GAMM WORKSHOP 投稿論文

Numerical Simulation of Oscillatory Convection in Low-Pr Fluids

A GAMM Workshop

Edited by Bernard Roux

Notes on Numerical Fluid Mechanics, Volume 27
(Vieweg, Braunschweig 1990)

The title of the book series is allowed to be abbreviated as NNFM.



Reprint

NUMERICAL SIMULATION OF OSCILLATORY CONVECTION
IN LOW PRANDTL NUMBER FLUIDS USING AQUA CODE

H. Ohshima and H. Ninokata
Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation
O-arai Engineering Center
O-arai, Ibaraki 311-13 Japan

1. INTRODUCTION

A multi-dimensional thermal-hydraulic analysis code AQUA (Advanced simulation using Quadratic Upstream differencing Algorithm) was applied to the test cases proposed in the benchmark problems. The AQUA code is a general purpose code and designed for the transient analysis of incompressible flow problems. A set of conservation equations are differenced based on the porous body approach and solved numerically with the use of velocity-pressure relationship. The numerical scheme employed in the code has second order accuracy in both time and space. The results of both mandatory case A, B and recommended case C, D are presented.

2. BASIC EQUATIONS AND NUMERICAL SOLUTION PROCEDURE

2.1 Basic Equations

Mass, momentum and energy equations are written in conservative form:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \rho g_i \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_h \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) + Q \tag{3}$$

Here ρ is the fluid density, u is the velocity, P is the pressure, μ is the fluid viscosity, g is the gravitational acceleration, h is the enthalpy, Γ_h is the diffusion coefficient of enthalpy, subscripts i, j are the space indices ($i, j=1, 2, 3$). As seen in the momentum equation (2), the Boussinesq approximation is not employed. Instead fluid density is included in the conservation equations and is a function of temperature T :

$$\rho = C_0 + C_1 \Delta T \tag{4}$$

Here, C_0 and C_1 are constant coefficients to be calculated in relation to Gr number.

2.2 Finite Difference Scheme

The finite difference equations are derived by the standard control volume approach in which the equations are integrated over micro-control volumes centered around the grid nodes. A higher-

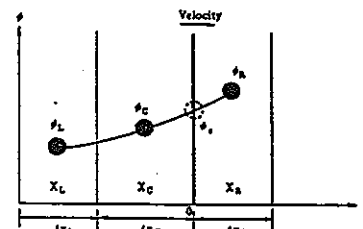


Fig.2.1 A Schematic of the QUICK Method

order upwind differencing scheme QUICK[1] is applied to the convection terms of all the conservation equations in order to suppress numerical diffusion. In this scheme, with the help of figure 2.1, any scalar quantity evaluated on surface r of a computational cell, ϕ_r , is given by the following function:

$$\phi_r = \phi_Q(\phi_R, \phi_C, \phi_L) = \frac{1}{(X_R - X_C)(X_C - X_L)(X_R - X_L)} (X_C X_L (X_C - X_L) \phi_R - X_R X_L (X_R - X_L) \phi_C + X_R X_C (X_R - X_C) \phi_L) \quad (5)$$

where

$$X_R = 0.5\Delta X_R, \quad X_C = -0.5\Delta X_C, \quad X_L = -(\Delta X_C + 0.5\Delta X_L)$$

In the energy conservation equation, the QUICK scheme is coupled with FRAM[2] to reduce numerical wiggles. The diffusion terms are discretized using the standard second-order central difference scheme. With regard to the boundary treatment, the diffusion term at a boundary cell is discretized as follows:

$$-\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} = -(\Gamma_{\phi,0} \frac{(\phi_B - \phi_0)}{\frac{1}{2}\Delta x_0} + \Gamma_{\phi,0} \frac{(\Delta x_0 + \Delta x_1) \phi_B + \Delta x_0 \phi_1 - (2\Delta x_0 + \Delta x_1) \phi_0}{(\Delta x_0 + \Delta x_1) (\Delta x_0 + \frac{1}{2}\Delta x_1)}) \quad (6)$$

where ϕ_0 is evaluated at the boundary cell center and ϕ_B is the prescribed boundary value. As a result the second order accuracy in space is also kept at the boundary.

In order to have second order accuracy in time, ϕ is evaluated by the following in transient calculations with the help of figure 2.2:

$$\begin{aligned} \bar{\phi} &= \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi(\tau, x_0) d\tau \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi(\tau, x_0 + u(\tau - t)) d\tau \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} (\phi(\tau, x_0) + u(\tau - t) \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{2} u^2 (\tau - t)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \dots) d\tau \\ &= \phi(t, x_0) - \frac{1}{2} u \Delta t \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (7) \end{aligned}$$

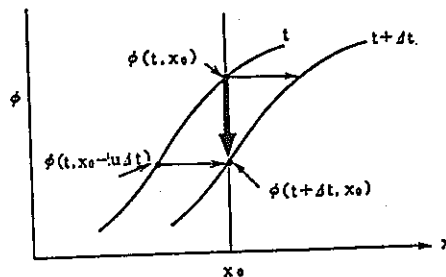


Fig.2.2 Transient Variation of ϕ on x_0

2.3 Solution Algorithm

A modified-ICE[3] technique is used to advance the solution in time. This algorithm is characterized as semi-implicit and basically the same as that of SMAC[4]. The solution procedure consists of: i) a pseudo-velocity is calculated from the discretized momentum equations using a guessed pressure field; ii) a Poisson-type pressure correction equation which is derived from the mass conservation equation is solved and the velocity field is updated by the new pressure field; iii) finally, enthalpy is calculated from the discretized energy equation. This procedure is repeated until a convergence is attained. The convergence criterion is:

$$(\text{mass residual/unit volume}) < \max(\rho u/\Delta x, \rho v/\Delta y, \rho w/\Delta z) \times 1.0 \times 10^{-7}$$

For this criterion, a convergence per time step was attained by 1 ~ 15 iterations. The Poisson equation for pressure correction is solved by using ICCG method[5].

3. CALCULATIONS

As a result of runs for mesh check, a uniform mesh spacing was used throughout the calculation presented in the paper with 21 grid points in the vertical direction and 81 in the horizontal direction.

In each case, a steady-state trial solution for the lowest Gr number was calculated first using the first-order upwind scheme instead of the QUICK and QUICK-FRAM schemes with the initial condition corresponding to $u=v=0$ and $T=y$ in order to save CPU time. The trial solution was used as the initial solution at $t=0$ with which transient calculation was carried out using the QUICK and QUICK-FRAM schemes. Then the solution obtained at this Gr number was used as the initial condition for the next higher Gr number case. Calculations were carried out also from higher to lower Gr numbers to see hysteresis effects.

For the mandatory cases A and B ($Pr=0$), temperature field calculations were by-passed. Constant non-dimensional time steps of 2.5×10^{-5} and 5.0×10^{-6} were used throughout the calculations for the mandatory cases of $Pr=0$ and the recommended cases of $Pr=0.015$, respectively.

4. NUMERIAL RESULTS

Tables 4.1 and 4.2 give the results of calculations in the cases of non-slip and free-slip boundary conditions. These calculations were carried out on FACOM M380 (scalar machine) with double precision. Typical CPU time was 0.3 sec/iteration.

CASE A

A steady-state solution was obtained in the cases of $Gr=2.0 \times 10^4$ and 2.5×10^4 . In figures 4.1 and 4.2 are shown contour plots of streamlines and velocity profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ and $v(x)$ at $y=A/4$ for each case. Typically three cells appeared in the cavity and the flow in each cell rotated counter-clockwise. The vorticities in both end cells were weaker than those of the center cell. Flow pattern was not completely symmetric. This was considered to be due to the fact that the Boussinesq approximation was not applied to the calculations. In the case of $Gr=3.0 \times 10^4$, the solution exhibited a stable and periodic oscillation. Contour plots of streamlines per one cycle and transient courses of $u(y)_{\max}$ and $v(x)_{\max}$ are shown in figures 4.3 and 4.4. The strength of the circulation in each cell varied periodically in phase. The end cells repeated to separate from and merge into the center cell periodically. In the case of $Gr=4.0 \times 10^4$, a quasi-periodic oscillatory mode was obtained. Transient courses of $u(y)_{\max}$ and $v(x)_{\max}$ and stream lines are shown in figures 4.5 and 4.6. In one period the right end cell showed stronger rotation than the left end cell. In next period, the rotation of the left end cell was stronger than the right one as shown in the figure 4.6.

These cell behaviors explain the reason why the amplitude of oscillation changed alternately in the figure 4.5. As the Gr number was increased further, difference of the strength between right cell and left one became larger and the center cell started to move right and left periodically. Finally the flow pattern shifted from the three-cell quasi-oscillatory mode to the two-cell steady mode in the case of $Gr=7.0 \times 10^4$. As the Gr value decreased from 7.0×10^4 , on the contrary, this steady two-cell mode was kept until $Gr=4.0 \times 10^4$ and shifted again to the three-cell stable-oscillatory mode at $Gr=3.0 \times 10^4$. These results indicate that a region of hysteresis exists with respect to the direction of increasing or decreasing Gr. In figure 4.1 are shown contour plots of streamlines in the case of two-cell steady mode ($Gr=4.0 \times 10^4$) where Gr was decreased from 7.0×10^4 . Transient courses of $u(y)_{\max}$ in the cases of $Gr=7.0 \times 10^4$ and 3.0×10^4 are shown in figures 4.7 and 4.8. Note that a two-cell steady mode was also obtained in the case of $Gr=4.0 \times 10^4$ when the calculation started from the initial condition corresponding to $u=v=0$.

CASE C

Steady-state solutions were almost the same as those of the case A. The strength of cellar flow, however, was slightly weaker than that of case A in which no buoyancy effect existed in the vertical direction. With regard to the case of $Gr=3.0 \times 10^4$, an amplitude of the oscillation was decreasing gradually. It was not clear whether steady state was obtained because of CPU time limit. However the solution for $Gr=3.1 \times 10^4$ exhibited a stable oscillation. In the case of $Gr=4.0 \times 10^4$, a stable oscillatory mode (constant amplitude) was obtained. A dependency of solutions on initial conditions did not appeared in the region of Gr considered. Transient courses of temperatures at three locations ($x=0$, $H/2$ and H ; at $y=A/2$) and heat flux through the surface at $y=A/2$ are shown in figure 4.9 for the case of $Gr=4.0 \times 10^4$. Oscillations caused by unsteady velocity field were observed in both of figures.

CASES B and D

Results of case D were much the same as those of case B, except that the strength of the cellar flow was slightly weaker. Therefore only results of the case D is presented here. For $Gr=1.0 \times 10^4$, a steady-state solution was obtained. Contour plots of streamlines and velocity profiles of $u(y)$ at $x=H/2$ and $v(y)$ at $x=H$ (strictly $0.975H$) are shown in figures 4.1 and 4.10. The calculated flow patterns were very different from those of case A (or C) due to free-slip boundary condition on the upper wall. It showed an asymmetric two-cell pattern. One cell was located near the cold side wall and always rotated counter-clockwise strongly. The other cell was smaller and located between the center of the cavity and the hot side wall. In the case of $Gr=1.5 \times 10^4$, the solution exhibited a dumping oscillation whose amplitude decreased gradually and, in the case of $Gr=2.0 \times 10^4$, a stable oscillation mode were obtained. Stream lines during a period about the case of $Gr=2.0 \times 10^4$ are shown in figure 4.11. In figure 4.12, transient courses of temperatures at three locations ($x=0$, $H/2$ and H ; at $y=A/2$) and heat flux through the

surface at $y=A/2$ are shown for the case of $Gr=2.0 \times 10^4$.

5. CONCLUDING REMARKS

We carried out the calculations for cases A, B, C and D using the AQUA code with second order accuracy and observed the following.

The calculated flow patterns differ greatly depending on the upper surface boundary condition for the given Gr numbers: three-cell mode was distinctive under the non-slip boundary condition and two-cell mode under the free-slip condition. Oscillatory behaviors were predicted for both boundary condition cases but with different critical Gr numbers: $2.5-3.0 \times 10^4$ for the non-slip cases and $1.0-1.5 \times 10^4$ for the free-slip cases.

The recommended cases (C and D) exhibited slightly weaker secondary flow and slightly higher critical Gr numbers for the flow oscillation to take place than the mandatory cases (A and B). This was considered to be due to the fact that, as a result of the larger Gr number in the cases C and D, the fluid density distribution in the vertical direction was produced which had effects of stabilizing the fluid flow.

REFERENCES

- [1] Leonard, B. P.: "A Stable and Accurate Convection Modelling Procedure based on Quadratic Upstream Interpolation", Comp. Methods Appl. Mech. Eng., 19, (1979) 59.
- [2] Chapman, M. : "FRAM-Nonlinear Damping Algorithms for the Continuity Equations", J. Comp. Phys. , 44, (1981) 84.
- [3] Domanus, H. M., et al. : "COMMIX-1A : A Three-Dimensional Transient Single-Phase Computer Program for Thermal Hydraulic Analysis of Single and Multi-component Systems", ANL 82-25, NUREG/CR-2896 (1983).
- [4] Amsden, A. A. and Harlow, F. H. , LA-4370, (1970).
- [5] Meijerink, J. A. and Van Der Vorst, H. A. : "An Iterative Solution Method for Linear Systems of Which the Coefficient Matrix is a Symmetric M-Matrix", Meth. Comp., 31, (1977) 148.

Table 4.1 Maximim Velocity and Frequency
for Non-slip Upper Wall

CASE	Gr	Max u(y) on x=H/2	y/H	Max v(x) on y=A/4	x/H	Fre- quency
A Pr=0	2.0×10^4	0.490	1.575	0.663	0.175	
	2.5×10^4	0.566	↓	0.670	↓	
	3.0×10^4	0.493-0.765	↓	0.535-0.849	↓	17.9
	4.0×10^4	0.380-0.950 0.824	↓ 1.175	0.368-1.053 1.165	↓	21.6
C Pr=0.015	2.0×10^4	0.452	1.575	0.672	0.125	
	2.5×10^4	0.534	↓	0.688	↓	
	3.0×10^4	0.558-0.645	↓	0.656-0.762	↓	18.1
	4.0×10^4	0.443-0.951	↓	0.428-1.029	↓	21.6

Table 4.2 Maximum Velocity and Frequency for Free-slip Upper Wall

CASE	Gr	Max u(y) on x=H/2	y/H	Max v(x) on x=H	x/H	Frequency
B Pr=0	1.0×10^4	1.063	0.175	1.921	0.900	
	1.5×10^4	1.198-1.220	↓	2.087-2.125	↓	12.8
	2.0×10^4	1.051-1.451		1.652-2.440		15.9
D Pr=0.015	1.0×10^4	1.050				1.917
	1.5×10^4	1.193-1.209		2.086-2.116		12.9
	2.0×10^4	1.101-1.458		1.759-2.432		15.9

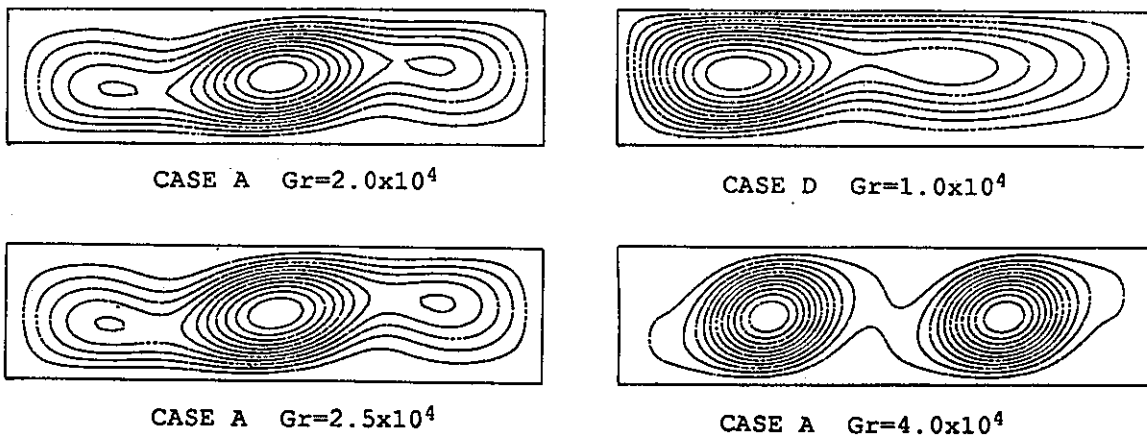


Fig. 4.1 Stream Lines for Steady Solutions

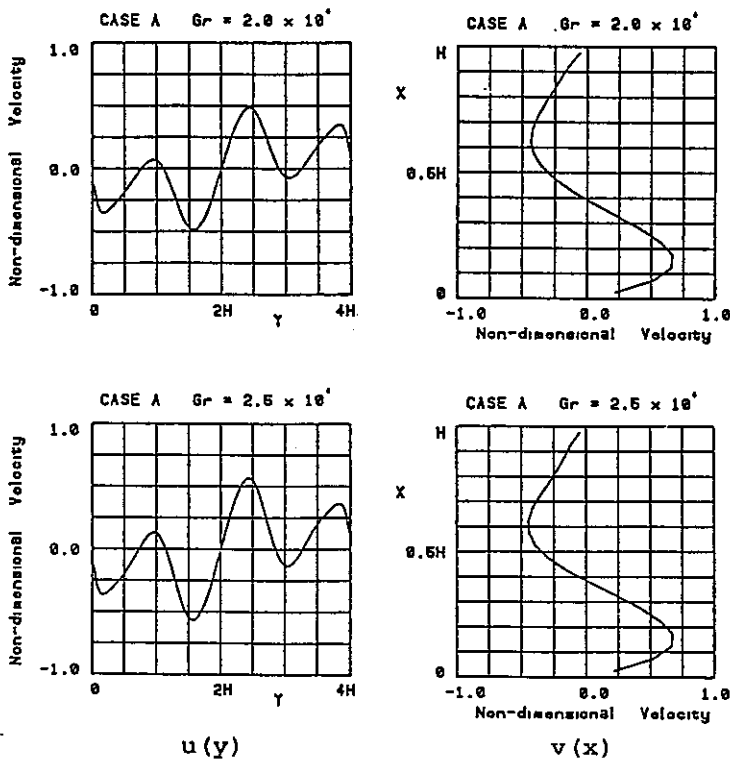


Fig. 4.2 Velocity Profiles of u(y) and v(x) (CASE A)

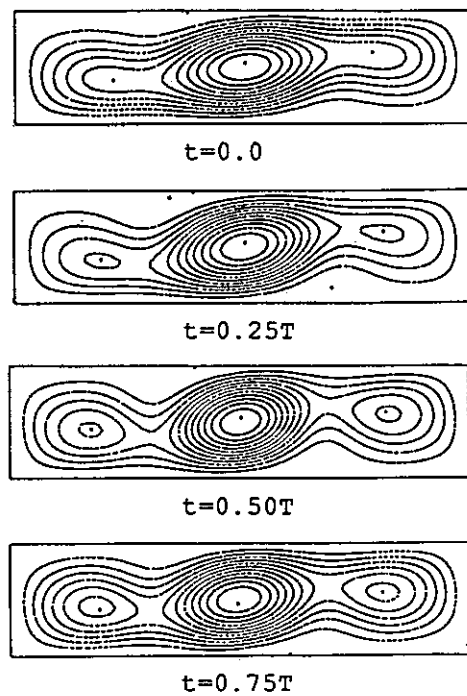


Fig. 4.3 Stream Lines (CASE A $Gr=3.0 \times 10^4$)

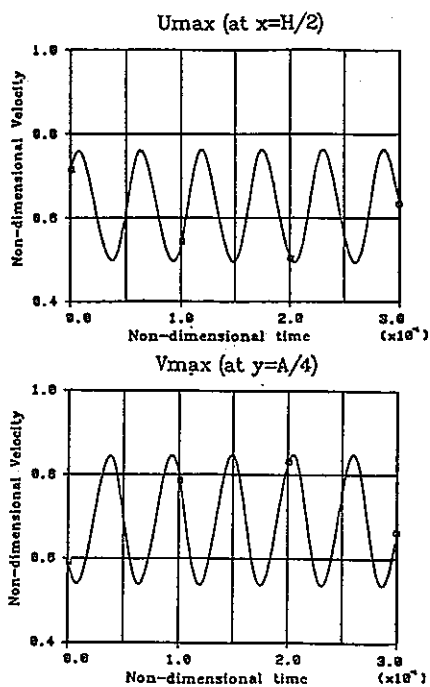


Fig. 4.4 Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (CASE A $Gr=3.0 \times 10^4$)

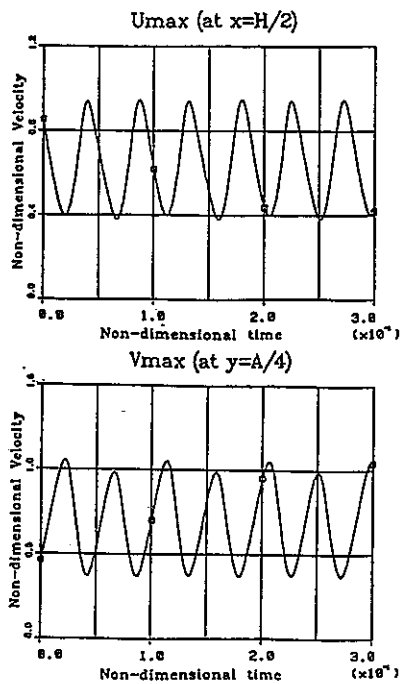


Fig. 4.5 Transient Courses of $u(y)_{max}$ and $v(x)_{max}$ (CASE A $Gr=4.0 \times 10^4$)

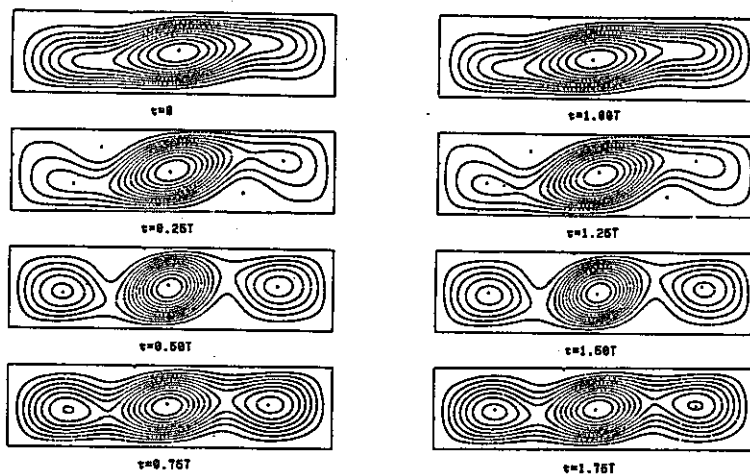


Fig. 4.6 Stream Lines (CASE A $Gr=4.0 \times 10^4$)

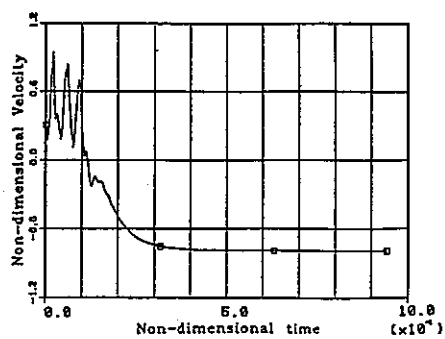


Fig. 4.7 Transient Course of $u(y)$ (CASE A $Gr=7.0 \times 10^4$)

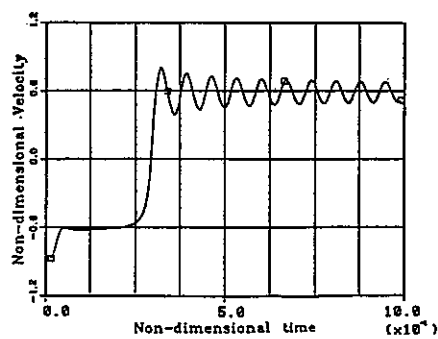


Fig. 4.8 Transient Course of $u(y)$ (CASE A $Gr=3.0 \times 10^4$)

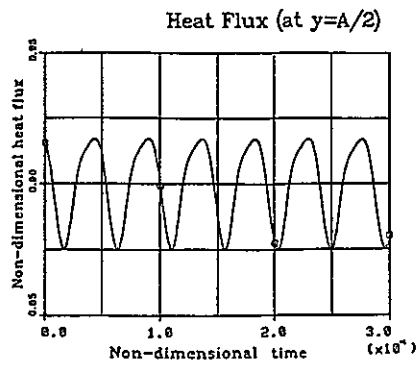
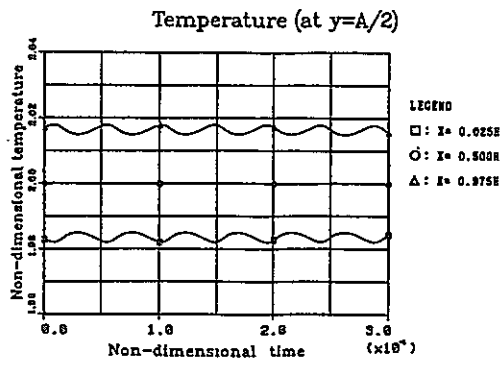


Fig. 4.9 Transient Courses of Temperature and Heat Flux (CASE C $Gr=4.0 \times 10^4$)

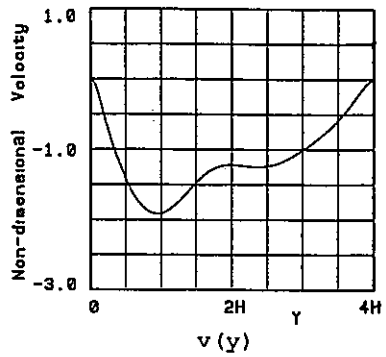
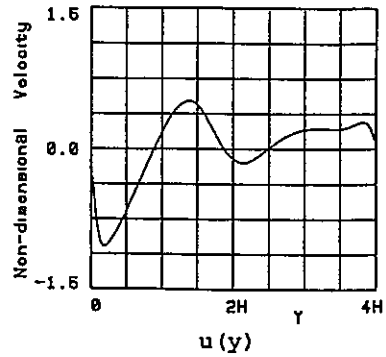


Fig. 4.10 Velocity Profiles of $u(y)$ and $v(x)$ (CASE D $Gr=1.0 \times 10^4$)

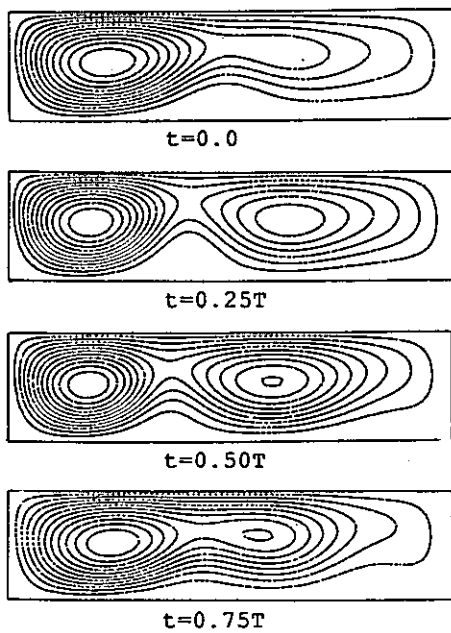


Fig. 4.11 Stream Lines (CASE D $Gr=2.0 \times 10^4$)

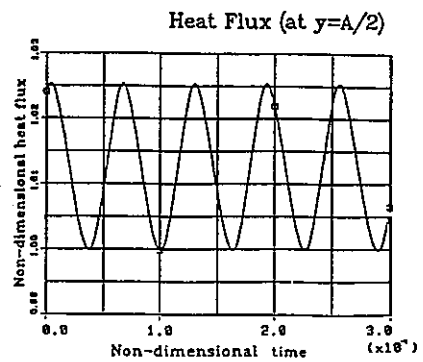
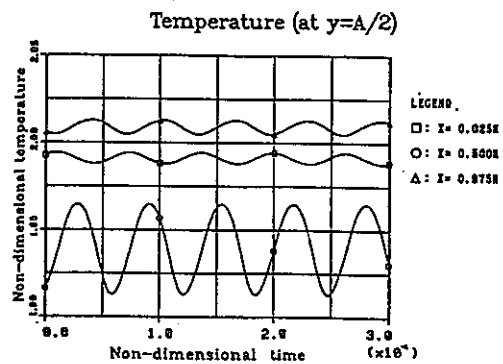


Fig. 4.12 Transient Courses of Temperature and Heat Flux (CASE D $Gr=2.0 \times 10^4$)