

# 水中円板の固有振動数の簡易解析

1991年2月

動力炉・核燃料開発事業団  
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

# 水中円板の固有振動数の簡易解析

北村 誠司\* 森下 正樹\* 岩田 耕司\*

## 要 旨

高速増殖炉の原子炉容器には、炉心燃料、炉内構造物をはじめとして多くの機能上、安全上重要な機器が内包されている。これらの中には、上下動の地震入力に対して敏感に応答するものもある。従って、機器の耐震設計や耐震安全性を検討する際、これらの振動特性を十分考慮する必要がある。

本報告書は、流体中に設置された薄肉構造物の上下加振時の応答特性を簡易な方法で評価するための研究の第1歩として、水中に設置された円板の固有振動数を求めるための簡易評価式の開発についてにまとめたものである。

まず、上下2体の円筒に厚さ4mm、直径920mmのステンレス製の円板を挟み込み、振動台を用いて円板の固有振動数を求めるための加振試験を実施した。円板の上下の流体の有無をパラメタとして、実験モーダル法により各ケースの固有振動数を同定した。また汎用構造解析コードFINASの流体構造連成振動解析機能を用いて、試験に対応する体系の有限要素解析を行うための境界条件の設定法等について検討した。

さらに、空気中円板の固有振動数解析の評価式をベースにした、水中円板の解析法を開発した。流体と構造の相互作用効果については、流体を死荷重として扱う方法、および圧縮流体中で速度分布をもって振動する円板の付加質量を考慮する方法の2通りの方法について検討した。

試験、有限要素解析、およびここで提案した簡易解析のそれぞれの結果を比較して、以下の知見を得た。円板の上部に流体が有る場合、流体力の効果は流体の深さ（流体の深さと半径の比）によって2通りに分けることができ、浅い場合は流体を死荷重として扱えば良く、深い場合は付加質量を考慮すれば良い。この深い浅いの判定は、各振動モード毎に決定できる。円板の下部に流体が有る場合も同様の手法により評価できる。また、上下双方に流体がある場合は、上下の効果を足し合わせれば良い。

---

\* 機器構造開発部 構造工学室

## Simplified Method to Calculate Natural Frequencies of a Circular Plate in a Fluid Filled Cylinder

S. Kitamura\* M. Morishita\* and K. Iwata\*

### A B S T R A C T

This report describes an experimental and analytical study on the dynamic response of a simple fluid-structure system under vertical excitation. The main purpose of this study is to develop simplified method to evaluate natural frequencies of a circular plate clamped at its edges in a liquid filled cylinder.

Vibration experiments were performed with a circular plate. The thickness is 4 mm, the diameter is 920 mm. The experiments were made on a shaking table, using pseudo random waves. Experimental modal analyses were performed to identify the natural frequencies and the vibration modes. The experiments were executed in the following 4 conditions: 1) both sides empty; 2) the upper side filled with water; 3) the lower side filled in full; 4) both sides filled.

The corresponding FEM analyses used the FINAS cord have been done, also.

Furthermore, simplified methods to evaluate natural frequencies of a circular plate have been developed in this study. These methods are based on that of a plate in the air. The fluid coupled effect is considered in two ways. One is the way that it is accounted to be dead mass, the other is using the concepts of acoustic added mass in the compressible fluid.

The simplified methods were compared with the experimental and FEM analyses results. We draw the following conclusions from the comparison. The fluid coupled effects will be classified according to the depth of contained fluid. In case of relative shallow depth, the frequencies can be estimated by the dead mass method. In case of deep depth, the effects can be appropriately accounted for by the acoustic added mass method. These simplified methods cover all cases of test cases and all vibration modes with validity and applicability.

---

\* Structural Engineering Section, Systems and Components Development Division.

目 次

	ページ
要旨	I
図表リスト	IV
1 研究目的	1
2 上下動加振試験による課優振動数の同定	2
2.1 試験体	2
2.2 試験方法および試験条件	3
2.3 計測方法および計測位置	4
2.4 試験結果	4
3 有限要素法による解析	9
3.1 空気中円板の固有振動数解析	9
3.2 水中円板の固有振動数解析	10
3.2.1 円板の上部に流体がある場合の解析	10
3.2.2 円板の下部に流体がある場合の解析	13
3.2.3 円板の上下双方に流体がある場合の解析	15
4 簡易解析手法の検討	20
4.1 空気中円板の固有振動数解析	20
4.2 水中円板の固有振動数解析	21
4.2.1 流体質量を死重として扱う固有振動数解析	22
4.2.2 圧縮性流体中の振動円板の付加質量効果	22
4.2.3 付加質量を考慮した固有振動数解析	23
4.2.4 水中円板の固有振動数を評価する簡易式	24
5 まとめ	36
参考文献	39
付録	40

図 目 次  
List of Figures

	Page
図 1.1 問題の設定 . . . . .	1
Fig 1.1 Problem statements	
図 2.1 試験体の組み立て図 . . . . .	7
Fig 2.1 Configuration of test model	
図 2.2 加速度系の取付け位置 . . . . .	8
Fig 2.2 Measured point	
図 3.1 空気中円板の解析モデル . . . . .	9
Fig 3.1 Analysis model (in air)	
図 3.2 円筒タンクのモデル . . . . .	10
Fig 3.2 Cylindrical tank model	
図 3.3 円板の上部に水がある場合の解析モデル . . . . .	12
Fig 3.3 Analysis model (upper side filled with water)	
図 3.4 円板の下部に水がある場合の解析モデル . . . . .	14
Fig 3.4 Analysis model (lower side filled with full)	
図 3.5 円板の上下に水がある場合の解析モデル . . . . .	17
Fig 3.5 Analysis model (both side filled)	
図 4.1(1)-(9) 試験と解析の比較 . . . . .	27
Fig 4.1(1)-(9) Comparison between experimental and numerical results	
図 5.1 空気中の円板 . . . . .	36
Fig 5.1 A plate in air	
図 5.2 上部に水がある場合 . . . . .	36
Fig 5.2 Upper side filled with water with a free surface	
図 5.3 下部に水がある場合 . . . . .	37
Fig 5.3 Lower side filled in full	
図 5.4 両方に水がある場合 . . . . .	38
Fig 5.4 Both side filled with water	

表 目 次  
List of Tables

		Page
表 2.1 Table 2.1	円板の諸定数 Specifications of a circular plate	2
表 2.2 Table 2.2	円筒の諸定数 Specifications of cylindrical parts	2
表 2.3 Table 2.3	試験項目 Test Cases	3
表 2.4 Table 2.4	試験で同定された固有振動数 Identified natural frequencies (Test Data)	5
表 2.5 Table 2.5	固有振動数に及ぼす上部の水の深さの影響 Identified natural frequencies (Case 1 to 2-4)	6
表 3.1 Table 3.1	境界条件と固有振動数 (ケース 2-3) Comparison of natural frequencies in various boundary conditions	11
表 3.2 Table 3.2	境界条件と固有振動数 (ケース 3) Comparison of natural frequencies in various boundary conditions	13
表 3.3 Table 3.3	境界条件と固有振動数 (ケース 4) Comparison of natural frequencies in various boundary conditions	15
表 3.4 Table 3.4	境界条件と固有振動数 (ケース 4) Comparison of natural frequencies in various boundary conditions	16
表 3.5 Table 3.5	有限要素解析による固有振動数 Natural frequencies ( FEM analysis)	18
表 3.6 Table 3.6	固有振動数に及ぼす上部の水の深さの影響 Natural frequencies (Case 1 to 2-4)	19
表 4.1 Table 4.1	$\beta_{ns}$ の値 Values of $\beta_{ns}$	21
表 4.2 Table 4.2	$A_{ns}$ の値 Values of $A_{ns}$	24
表 4.3 Table 4.3	簡易式による固有振動数 Natural frequencies (Simplified Methods)	25
表 4.4 Table 4.4	簡易式による水の深さの影響の検討 Natural frequencies (Case 1 to 2-4 Simplified Methods)	26
表 5.1 Table 5.1	$A_{ns}$ の値 Values of $A_{ns}$	38
表 5.2 Table 5.2	$B_{ns}$ の値 Values of $B_{ns}$	38

### 1. 研究目的

高速炉の原子炉容器には、炉心燃料、炉内構造物をはじめとして多くの機能上、安全上重要な機器が内包されている。これらのなかには、上下動の地震入力に対して敏感に応答するものもある。鏡部や、レダン等はその典型的な例である。そこで、本研究では、流体中に設置された薄肉構造物が上下動加振を受けた際の振動問題を簡易な方法で解析できる手法の開発・整備を試みる。まずその第1歩として、問題を最も単純化した形態であるところの、水中に設置された円板の固有振動数を簡易に評価する手法の開発を実施する。

#### 問題の設定

下図に示すような体系における、円板の固有振動数を解析する。解析手法としては、有限要素法（F I N A S）による方法（境界条件の与え方の検討等）、および簡易式による方法の2通りを整備する。

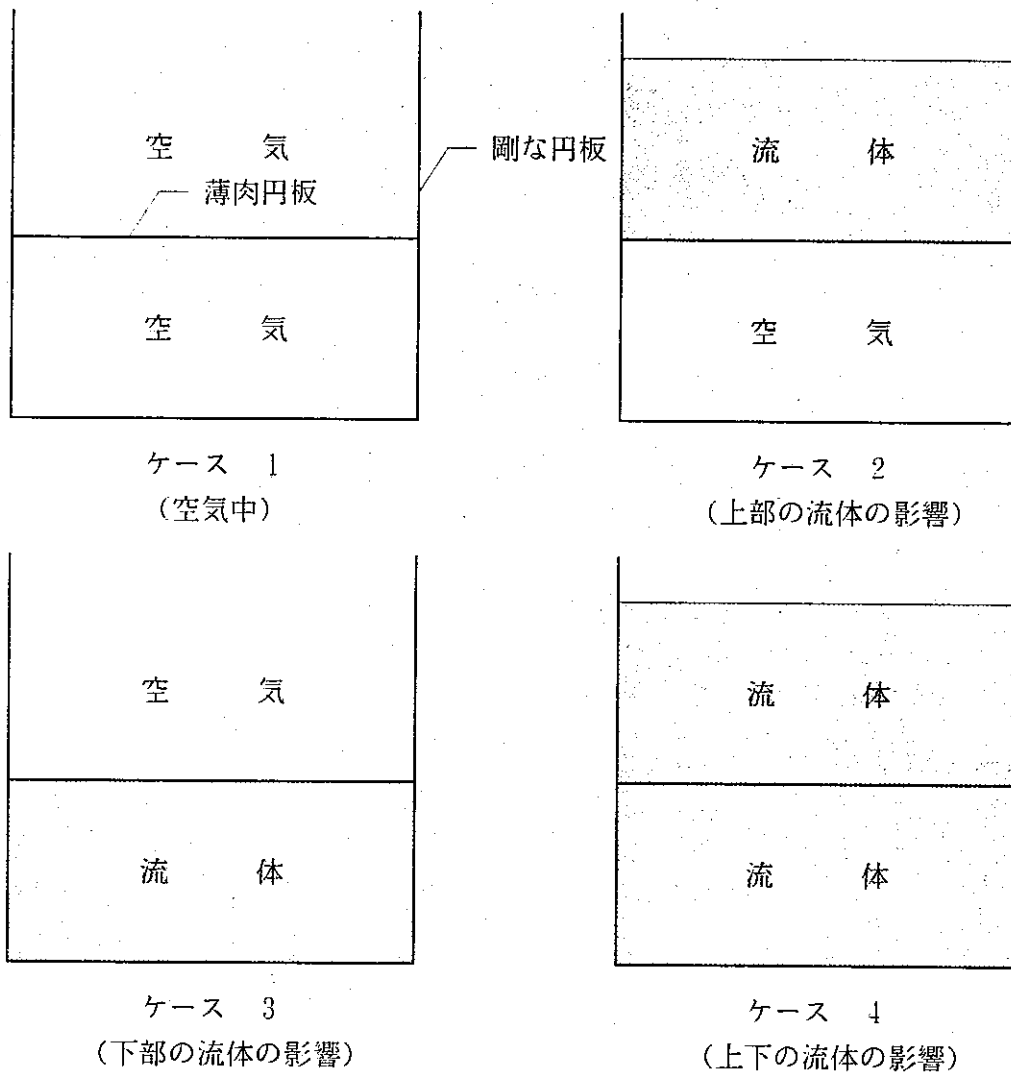


図 1. 1 問題の設定  
Fig. 1. 1 Problem statements



## 2. 上下動加振試験による固有振動数の同定

有限要素法 ( F I N A S ) による解析, 簡易式による解析の検証データとなる試験を実施する。

### 2. 1 試験体

試験に供する円板は, 板厚 4 mm , 直径 920 mm のステンレス製である。

この円板を上下2つのフランジ付の円筒構造物で挟み込んで支持する。上側の円筒は高さ 920 mm , 下側の円筒は高さ 460 mm あり, それぞれ板厚 16 mm の SS41 でできている。円筒に入れる流体は, 常温の水とする。(上記で示した寸法は全て解析に關与する境界条件や, 水に関する有効な値であり, 製作物そのものの大きさではない。次章以降特に断りがない限りこの寸法等を用いる。)

試験体の組み立て図を図 2. 1 に示す。また, 円板および円筒の材料諸定数を表 3. 1, 表 2. 2 に示す。

表 2. 1 円板の諸定数

Table 2. 1 Specifications of a circular plate

項 目	単 位	定 数 等
材 質		SUS304
板 厚	mm	4.03 (実測平均)
ヤ ン グ 率	kg/mm <sup>2</sup>	1.98E4 (材料試験)
ポ ア ソ ン 比		0.266 (材料データ)
引 張 強 さ	kg/mm <sup>2</sup>	58 (材料試験)
密 度	kg/mm <sup>4</sup> sec <sup>2</sup>	8.09E-10 (材料試験)

表 2. 2 円筒の諸定数

Table 2. 2 Specifications of cylindrical parts

項 目	単 位	定 数 等
材 質		SS41
板 厚	mm	16.01 (実測平均)
ヤ ン グ 率	kg/mm <sup>2</sup>	2.10E4 (材料データ)
ポ ア ソ ン 比		0.3 (材料データ)
引 張 強 さ	kg/mm <sup>2</sup>	45 (材料試験)
密 度	kg/mm <sup>4</sup> sec <sup>2</sup>	8.25E-10 (材料試験)

## 2. 2 試験方法および試験条件

試験体の上下の円筒部の水を出し入れすることにより、1章で設定した4つのケースに対応する試験を実施する。下部に水を入れる際には、できるだけ空気が入り混まないよう試験体全体を傾け、一度上部に汲み上げて時間を置いた静止水に近い状態をつくり出し、水を上端に取りつけたバルブから静かにオーバーフローさせながら入れる。この手法によりどの程度の量の空気が混入しているか確認していないが、少なくとも肉眼で見える空気粒（空気の塊）は完全に除去できる。

試験体の加振は、構造物動的試験装置（振動台）による。試験体を加振テーブルにボルトで固定し、擬似ランダム波で上下1方向加振する。擬似ランダム波は、3～100 Hzの周波数帯で一様な大きさとなる白色スペクトルを与え、逆フーリエ変換してできた加速度時刻歴波形を10回繰り返して作った波を用いる。この時の継続時間は約200秒となる。付録Aに500 gal相当の入力波形を示す。入力波の大きさは、各ケース毎に円板に貼り付けた歪みゲージをモニタリングしながら応答が適当な大きさ（設計強さに3倍の安全率を見込んだ値）になるよう調整しながら決める。この方法によると、各ケース毎に入力の大きさは異なるが、①試験は弾性（線形）範囲でのみ実施すること、②試験データは入出力加速度の比による伝達関数をもとに処理するので入出力の大きさそのものを問題にしているわけではないこと、の2つの理由からこの方法が妥当であると判断できる。

試験項目を下表にまとめる。

表 2. 3 試験項目  
Table 2. 3 Test Cases

試験ケース	上部液位 mm	下部液位 mm	入力加速度 gal	測定のねらい
CASE 1	0	0	500	空気中の固有振動数
CASE 2-1	46 ( 0.1a )	0	500	上部の水の影響 液位と固有振動数の関係
CASE 2-2	230 ( 0.5a )	0	500	
CASE 2-3	460 ( a )	0	250	
CASE 2-4	690 ( 1.5a )	0	250	
CASE 3	0	460 ( a )	1000	下部の水の影響
CASE 4	460 ( a )	460 ( a )	1000	上下双方の水の影響

a は円板の半径 460 mm

### 2. 3 計測方法および計測位置

本試験のねらいは、円板の固有振動数を調べることにある。そこで、円板の各部の白色ランダム入力に対する加速度応答を調べモーダル解析を実施し、そのモード形状から固有振動数を同定する。

加速度の測定は、図 2. 2 に示すように円板上に格子状に配置した 45 個の加速度計による。加速度計は、共和電業(株)製の防水型加速度計 ASW-10A (10Gまで計測可能)とし、計測方向は上下のみとした。加速度伝達関数を求めるための入力(加振)信号となる加速度は加振テーブルの実際の加速度(制御信号ではなく応答信号)とし、その計測は、テーブル直下に貼り付けた 4 つの加速度計の平均値による。実際には、入力の大きさを決めるため上部円筒の上のフランジの加速度(上下、水平)および円板の歪み等も計測したが、これらについては本論には直接係わらないので割愛する。

上記の方法で計測した加速度信号から加速度伝達関数をつくる(計算機: DEC, ソフト: STEX)。代表的な例を付録 B に示す。この関数をもとに実験モーダル解析(計算機: HP, ソフト: CADA-X)を実施する。得られた結果のモード図から、固有モードと対応する固有振動数を同定する。

### 2. 4 試験結果

各ケースのモーダル解析によって得られたモード図を付録 C に示す。各ケースに対応する固有振動数を表 2. 4, 表 2. 5 に示す。

表 2.4 試験で同定された固有振動数  
Table 2.4 Identified natural frequencies ( Test Data )

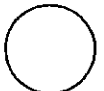
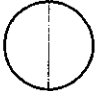
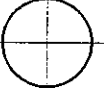















振動モード およびモード番号		空気中 ( CASE 1 )	上部に水 ( CASE 2-3 )	下部に水 ( CASE 3 )	両方に水 ( CASE 4 )
 MODE 01	試験	47.78	16.59	14.84	10.67
 MODE 11	試験	89.64	38.18	31.58	23.49
 MODE 21	試験	141.7	72.06	65.80	50.25
 MODE 02	試験	162.8	79.61	63.72	49.57
 MODE 12	試験	検出できず	121.6	105.1	96.26
 MODE 22	試験	検出できず	検出できず	検出できず	125.5
 MODE 03	試験	検出できず	検出できず	検出できず	163.7
 MODE 13	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず
 MODE 23	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず

表 2.5 固有振動数に及ぼす上部の水の深さの影響  
 Table 2.5 Identified natural frequencies ( CASE 1 to 2-4 )

振動モード およびモード番号		空気中 ( CASE 1 )	H = 46 mm ( CASE 2-1 )	H = 230 mm ( CASE 2-2 )	H = 460 mm ( CASE 2-3 )	H = 690 mm ( CASE 2-4 )
 MODE 01	試験	47.78	27.65	17.98	16.59	15.96
 MODE 11	試験	89.64	58.07	37.34	38.18	40.10
 MODE 21	試験	141.7	96.96	70.35	72.06	74.83
 MODE 02	試験	162.8	107.7	77.20	79.61	82.76
 MODE 12	試験	検出できず	170.5	125.7	121.6	123.4
 MODE 22	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず
 MODE 03	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず
 MODE 13	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず
 MODE 23	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず

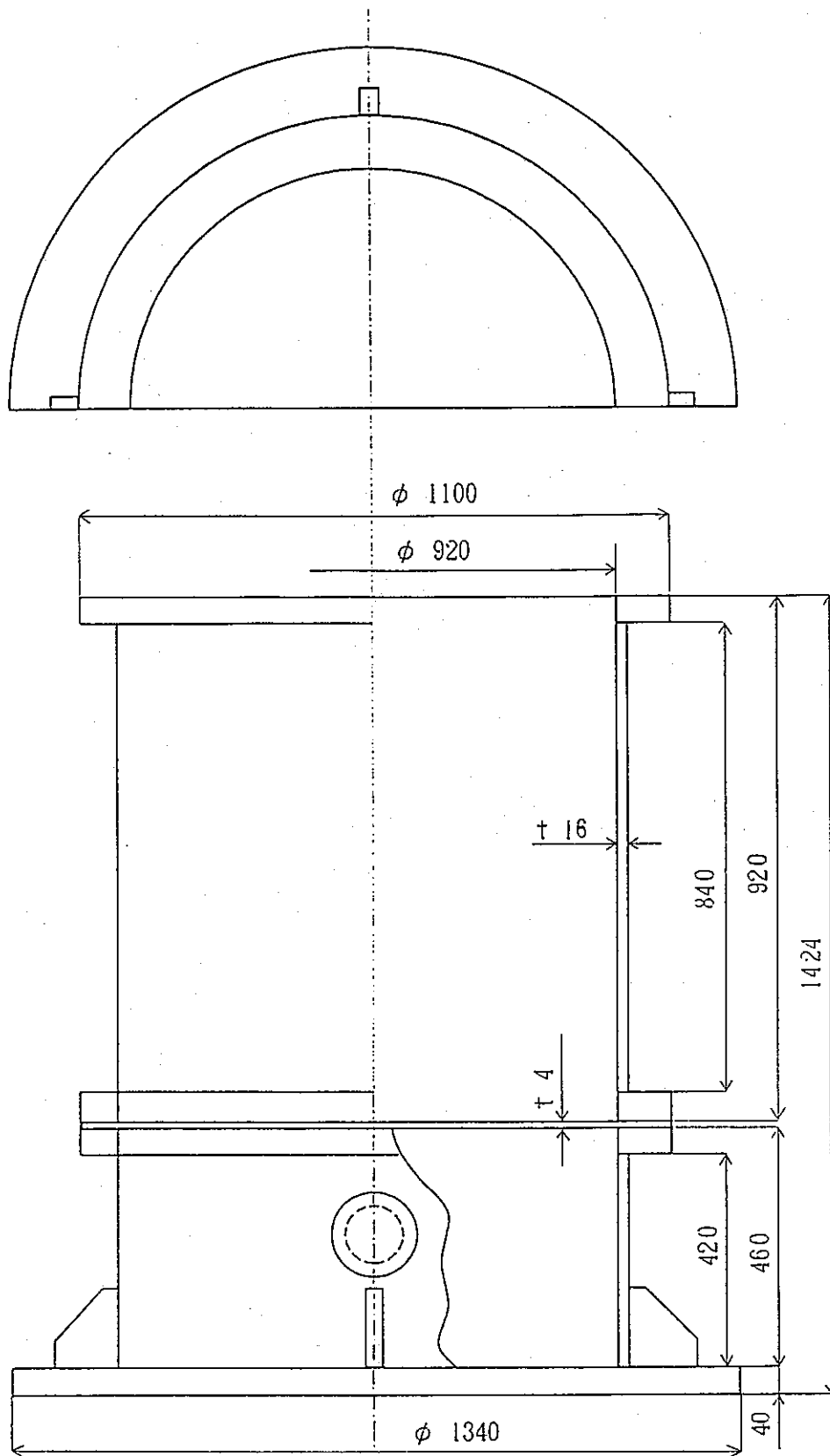
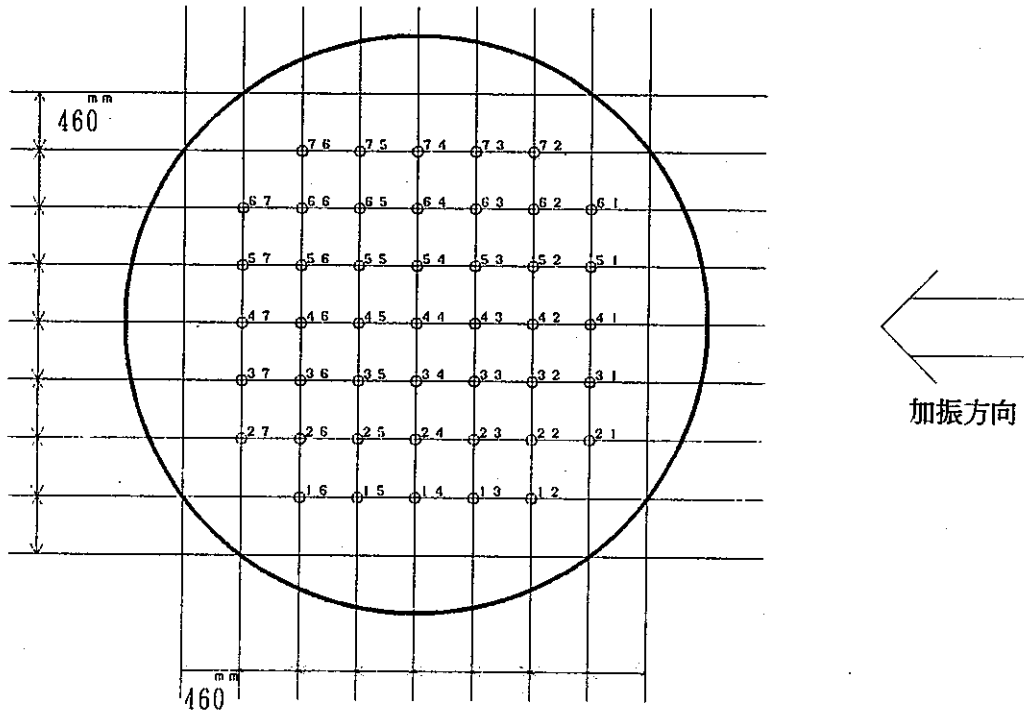


図 2.1 試験体の組立図

Fig 2.1 Configuration of test model

・加速度計



・ひずみゲージ

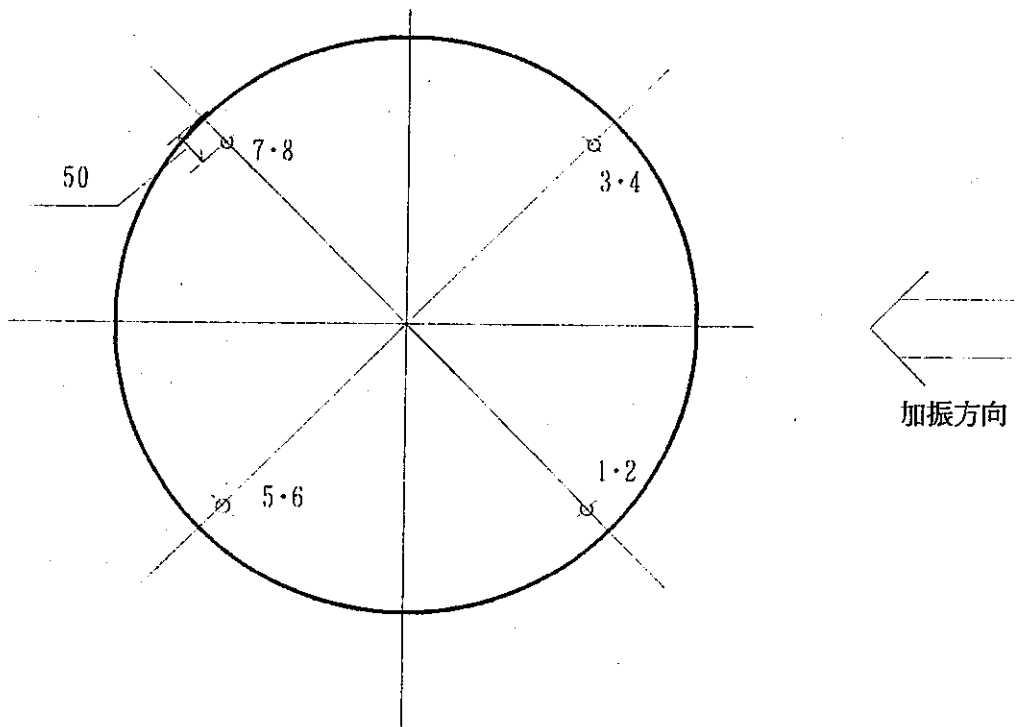


図 2.2 加速度計の取り付け位置図

Fig 2.2 Measured point

### 3. 有限要素法による解析

本節では、円板の固有振動数を有限要素法により解析する。

用いるコードは、汎用構造解析コード FINAS<sup>(1)</sup>とする。流体の影響は FINASの流体構造連成解析機能を用い、円板の固有振動数を解析する。

解析対象モデルは1章で設定した4ケースで、2章で実施した試験に対応する材料定数等をそのまま用いる。各ケースとも軸対称調和級数要素でモデル化し、周方向展開次数0～2次に対して各々3次モードまでを解析する。

#### 3.1 空気中円板の固有振動数解析

このケースについては、流体が絡んでこないのそのままモデル化すればよい。

円板（試験体）、底板を半径方向に8等分割（9節点）、上下円筒部を軸方向にそれぞれ8等分割（9節点）したモデルを用いる。分割数は比較的粗いが、この分割数で3次モードまでを解析した場合の計算誤差は高々10数%程度に抑えられる<sup>(2)</sup>。

境界条件としては、底板をモデル化した節点の全自由度と円板の中心に対応する節点の上下方向を除く3自由度を拘束する。

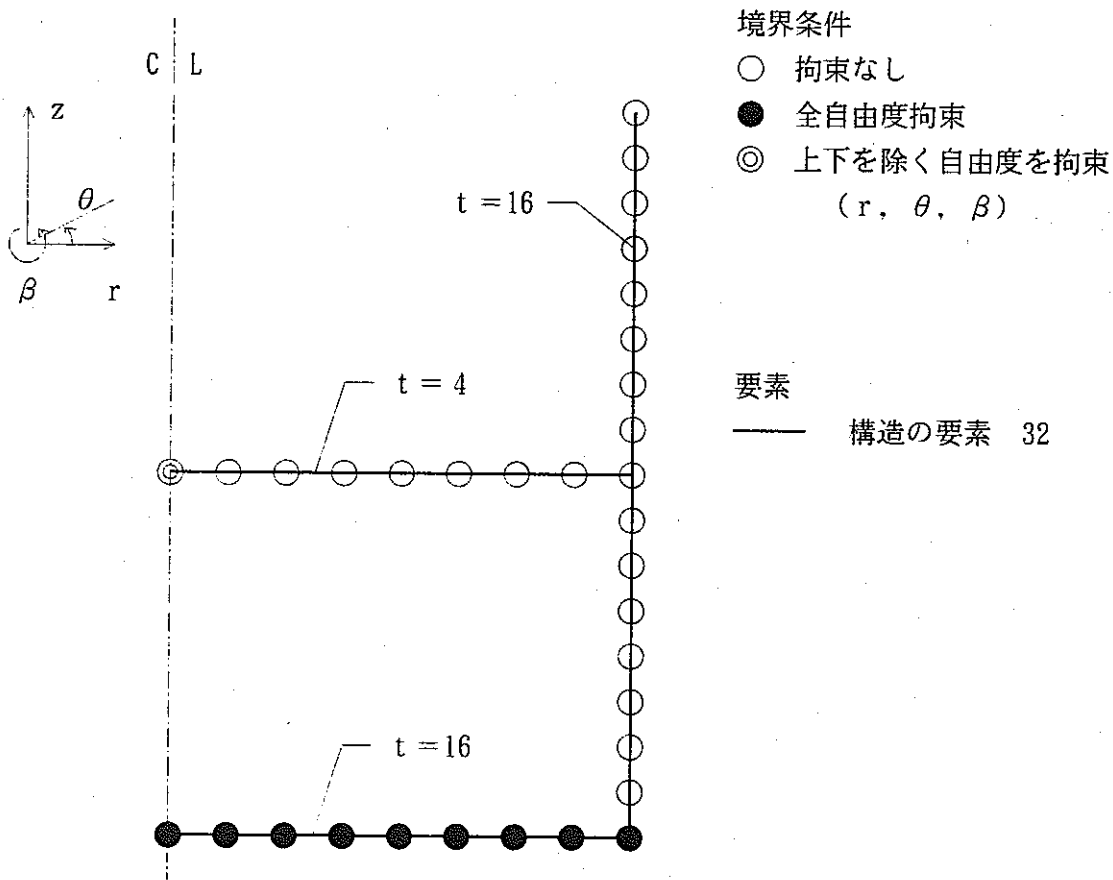


図 3.1 空気中円板の解析モデル  
Fig. 3.1 Analysis model ( in air )



### 3.2 水中円板の固有振動数解析

#### 3.2.1 円板の上部に流体が有る場合の解析

このケースの構造系に関しては、空気中円板の解析モデルをそのまま用いる。

流体（水）についてモデル化すること自体は容易であるが、その自由度すなわち境界条件（流体の有限要素モデルの節点自由度は圧力と波高）をいかに与えればよいかについては、定まった手法がないので検討する必要がある。

そこでまず、円筒内の流体の自由振動の解析法を振り返ってみる<sup>(3)</sup>。流体の運動は速度ポテンシャルで表せ、ラプラスの方程式

$$\Delta\phi = \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi = 0 \quad (3-1)$$

および境界条件

$$\text{at } r = a \quad \frac{\partial\phi}{\partial r} = 0 \quad (3-2)$$

$$\text{at } z = 0 \quad \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad (3-3)$$

$$\text{at } z = \zeta(r, \theta, t) + h$$

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial\phi}{\partial t} - gz - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial\phi}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial\phi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad (3-4)$$

$$\frac{D\zeta}{Dt} = \frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial r} \frac{\partial\zeta}{\partial r} + \frac{\partial\phi}{r^2\partial\theta} \frac{\partial\zeta}{\partial\theta} = \frac{\partial\phi}{\partial z} \quad (3-5)$$

ここで微小振動を仮定して式 (3-4), (3-5) を

$$\text{at } z = h \quad \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad (3-6)$$

と書き改めると式 (3-1) ~ (3-3) および (3-6) を満たす解（速度ポテンシャル）は

$$\phi = A J_n \left( \frac{k_{ns}}{a} r \right) \cosh \left( \frac{k_{ns}}{a} z \right) \cos(n\theta) e^{j\omega t} \quad (3-7)$$

- ここで、 A : 入力振幅
- a : 円筒の半径
- $J_n$  : n 次の第 1 種ベッセル関数
- $k_{ns}$  :  $J_n'(k_{ns}) = 0$  をみたす解
- $\omega$  : 固有角振動数
- $\zeta$  : 自由液面の波高

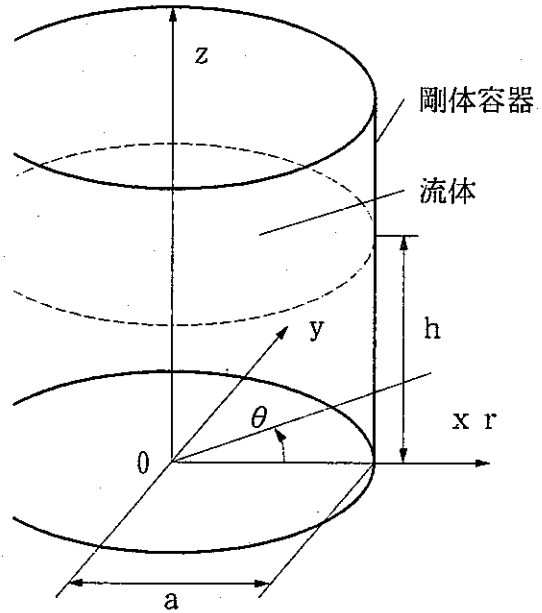


図 3.2 円筒タンクのモデル  
Fig. 3.2 Cylindrical tank model

となる。水平加振時のスロッシング解析においては、円筒の底板が剛で式 (3-3) が成立する時の有限要素解析の境界条件は、円筒底板の中心点の圧力を拘束することによって解析できた。これは、①水平加振で励起・成長するモードは入力軸に対して非対称のモードだけであること、②一般にスロッシングは水面近傍の流体のみでの現象であり、円筒の場合円筒の半径の3/8より深い部分の流体は静止していると考えて差し障りない場合が多いことに因る。

ところが式 (3-7) は、式 (3-3) に示すように底板全体において流体の  $z$  方向速度が 0 であることを境界条件として解いた解であり、底板が剛で動かないことを前提としている。従って、次節の式 (4-16) に示すような一様でない速度分布をもって振動する円板上の流体の効果を調べようとする本研究にはそのまま適用できない。動く境界の問題をポテンシャル理論で解析するのは極めて困難なので、式 (3-3) が成立する時の結果を参考に境界条件をパラメタにした予備解析をする。最も試験結果に近い固有振動数を算出した方法により以降の解析を進める。

表 3.1 境界条件と固有振動数 ( ケース 2-3 )

Table 3.1 Comparison of natural frequencies in various boundary conditions

拘束条件 (圧力拘束)	試験				
		● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体
MODE 01	16.59	15.15	21.20	22.10	45.49
MODE 02	79.61	66.50	114.5	117.4	176.9
MODE 03	-----	209.8	301.4	308.4	396.4

表 3.1 より、このケースの流体の圧力に関する境界条件は、スロッシング解析と同様に、円板の中心の圧力を拘束することによって解析できると判断する。

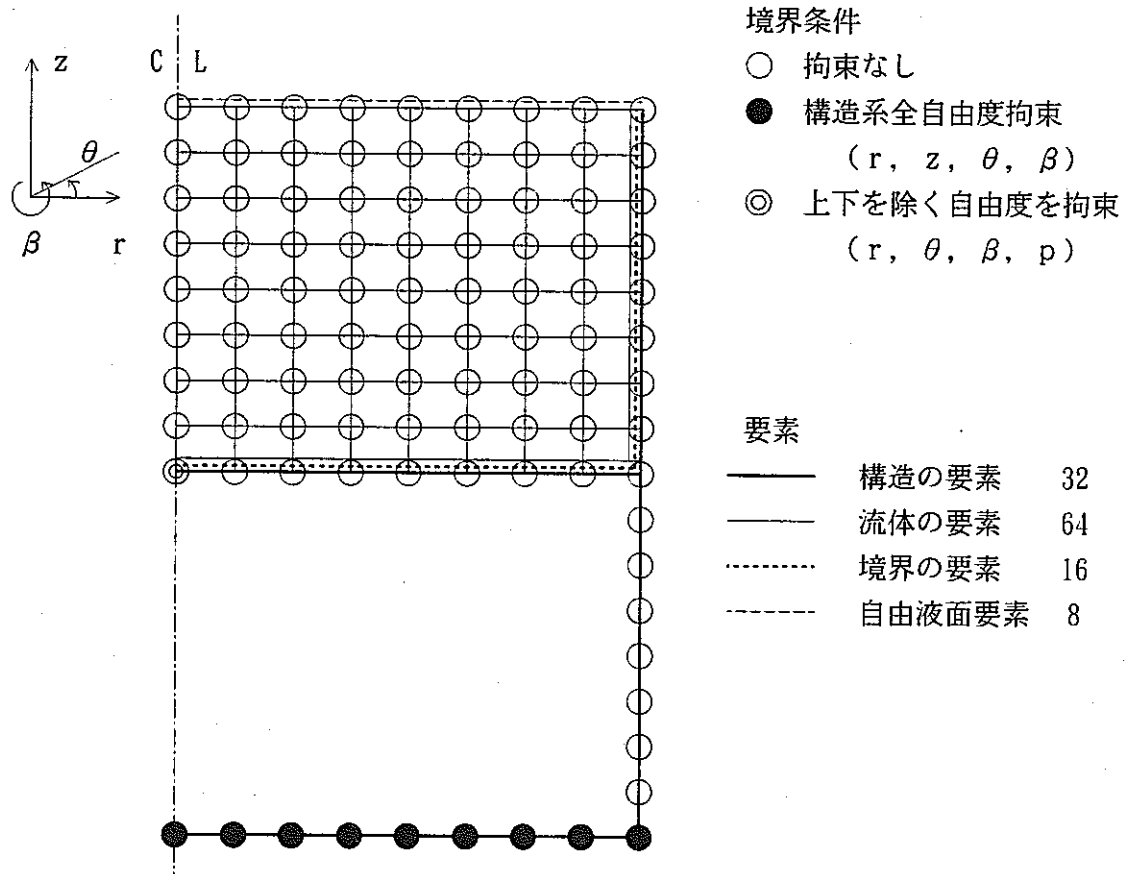


図 3.3 円板の上部に水が有る場合の解析モデル  
 Fig. 3.3 Analysis model ( upper side filled with water )

### 3.2.2 円板の下部に流体が有る場合の解析

このケースでも構造系に関しては、空気中円板の解析モデルをそのまま用いる。

流体の境界条件に関する情報はほとんどない。流体がどのように振る舞うのかも全く報告はない。そこで、上部に水が有る場合同様の予備的な解析を行い、試験結果と比較し、境界条件の与え方を検討する。

表 3.2 境界条件と固有振動数 ( ケース 3 )

Table 3.2 Comparison of natural frequencies in various boundary conditions

拘束条件 (圧力拘束)	試験	解析モデル			
		● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体
MODE 01	14.84	3.66	12.33	10.98	12.59
MODE 02	63.72	78.69	114.5	82.19	89.29
MODE 03	-----	234.9	301.4	237.8	252.3

拘束条件 (圧力拘束)	試験	解析モデル			
		● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体	● 1 節点 — 面全体
MODE 01	14.84	14.46	13.89	17.50	45.49
MODE 02	63.72	90.85	84.31	96.19	177.0
MODE 03	-----	253.4	239.7	260.8	396.9

表 3.2 より、最も試験結果に近い固有値を算出できるのは、下部円筒の底板全面の圧力を拘束する場合となる。そこで、これを境界条件と考える。この場合の解析モデルを次図に示す。

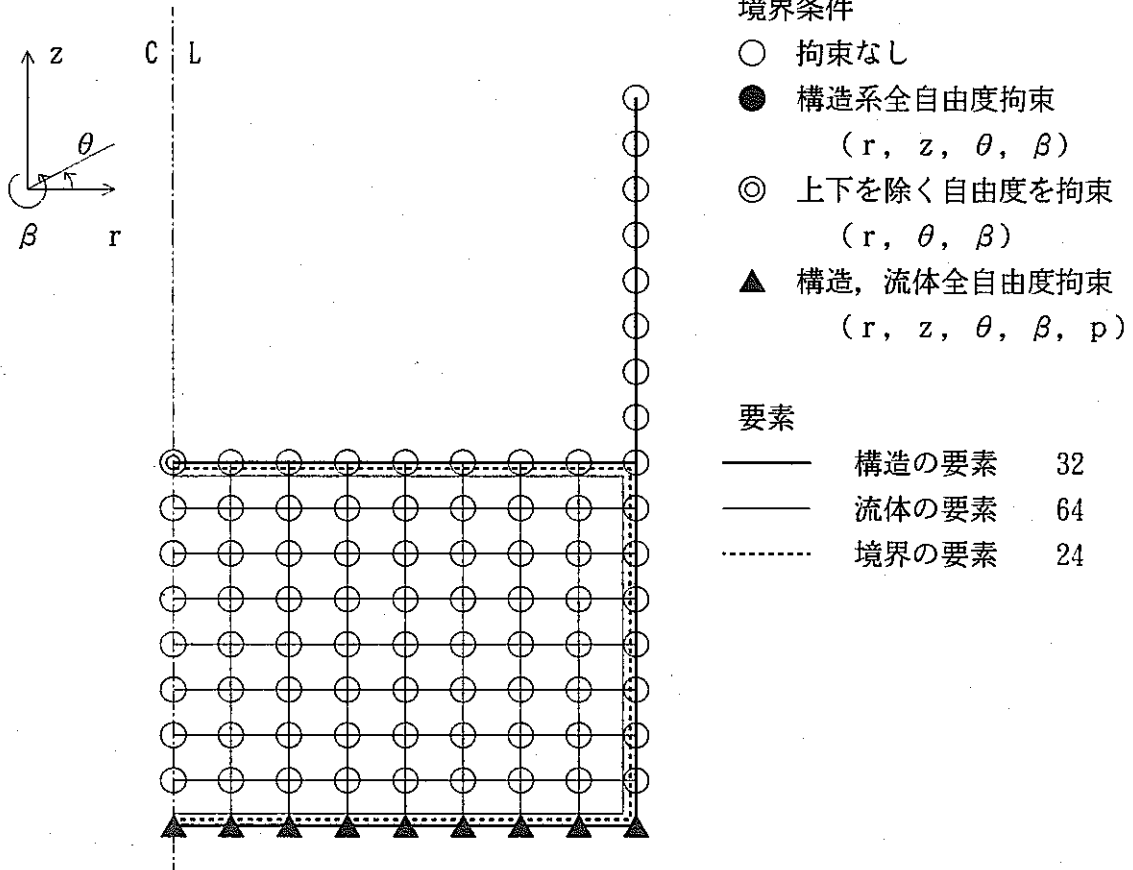


図 3.4 円板の下部に水が有る場合の解析モデル

Fig. 3.4 Analysis model ( lower side filled in full )

### 3.2.3 円板の上下双方に流体が有る場合の解析

このケースの場合、構造系に関しては、空気中円板の解析モデルをそのまま用いて解析を実施する。種々の境界条件に対応する解析を実施した結果を以下の表に示す。

表 3.3 境界条件と固有振動数 ( ケース 4 )

Table 3.3 Comparison of natural frequencies in various boundary conditions

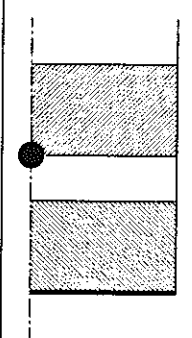
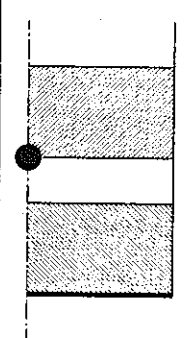
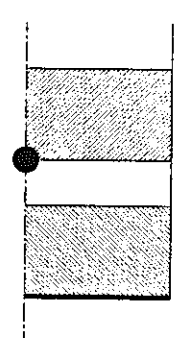
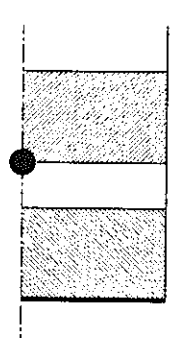
拘束条件 (圧力拘束)	試験				
		MODE 01	MODE 02	MODE 03	試験結果
● 1 節点 — 面全体					
MODE 01	10.67	45.49	45.49	45.49	45.49
MODE 02	49.57	177.1	177.1	177.1	177.1
MODE 03	163.7	396.9	396.9	396.9	396.9

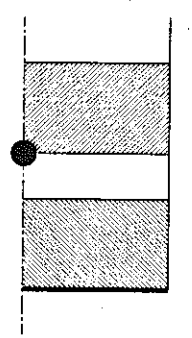
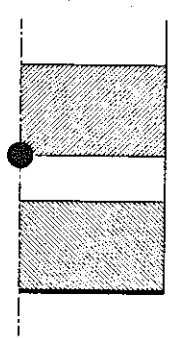
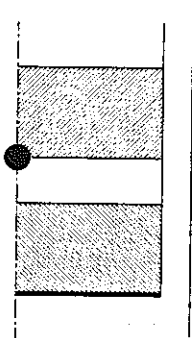
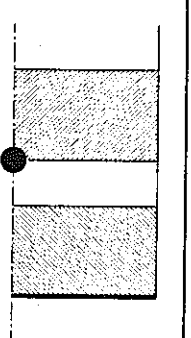
表 3.3 より解析結果は境界条件によらず皆同じ値となり、試験結果と全く違う。またここで算出された値は、空気中における解析結果と等しい。

そこで、構造系のモデルの構築方法から見直す。1枚の円板の上下双方に流体の接触面があることが今までの解析ケースと大きくことなる点であり、ここに問題がありそうである。そこで、板を2枚に分割することを試みる。分割しても、実際には1枚の板であり、分割後異なる動きをとることを許さぬよう、分割した板の対応する2つの節点はファスニング機能を用いて片側の変位を拘束する。この方法では、分割の割合が問題となるので、この割合をパラメタとして何通りか試行してみる。ここで上下の流体の拘束条件については、前節までの知見をもとに上部は円板の中心点のみを、下部は底板全面の圧力を拘束するものとする。

表 3.4 境界条件と固有振動数 ( ケース 4 )

Table 3.4 Comparison of natural frequencies in various boundary conditions

拘束条件 (圧力拘束) ● 1 節点 — 面全体	試験				
	上の板の厚さ 下の板の厚さ	4.0 4.0	4.0 0.01	3.9 0.1	3.0 1.0
MODE 01	10.67	14.31	10.40	10.01	6.889
MODE 02	49.57	85.56	64.89	62.49	42.96
MODE 03	163.7	243.1	192.7	185.6	127.6

拘束条件 (圧力拘束) ● 1 節点 — 面全体	試験				
	上の板の厚さ 下の板の厚さ	2.0 2.0	1.0 3.0	0.1 3.9	0.01 4.0
MODE 01	10.67	5.217	6.889	10.01	10.40
MODE 02	49.57	32.48	42.96	62.49	64.89
MODE 03	163.7	96.49	127.6	185.6	192.7

この結果、試験に一番近い値が得られるのは、片方の板厚を実際の板厚とし、他方は極僅かな厚さとする場合と判断する。境界条件は、前節までの結果をそのまま使って良い。以上を次の図にまとめる。

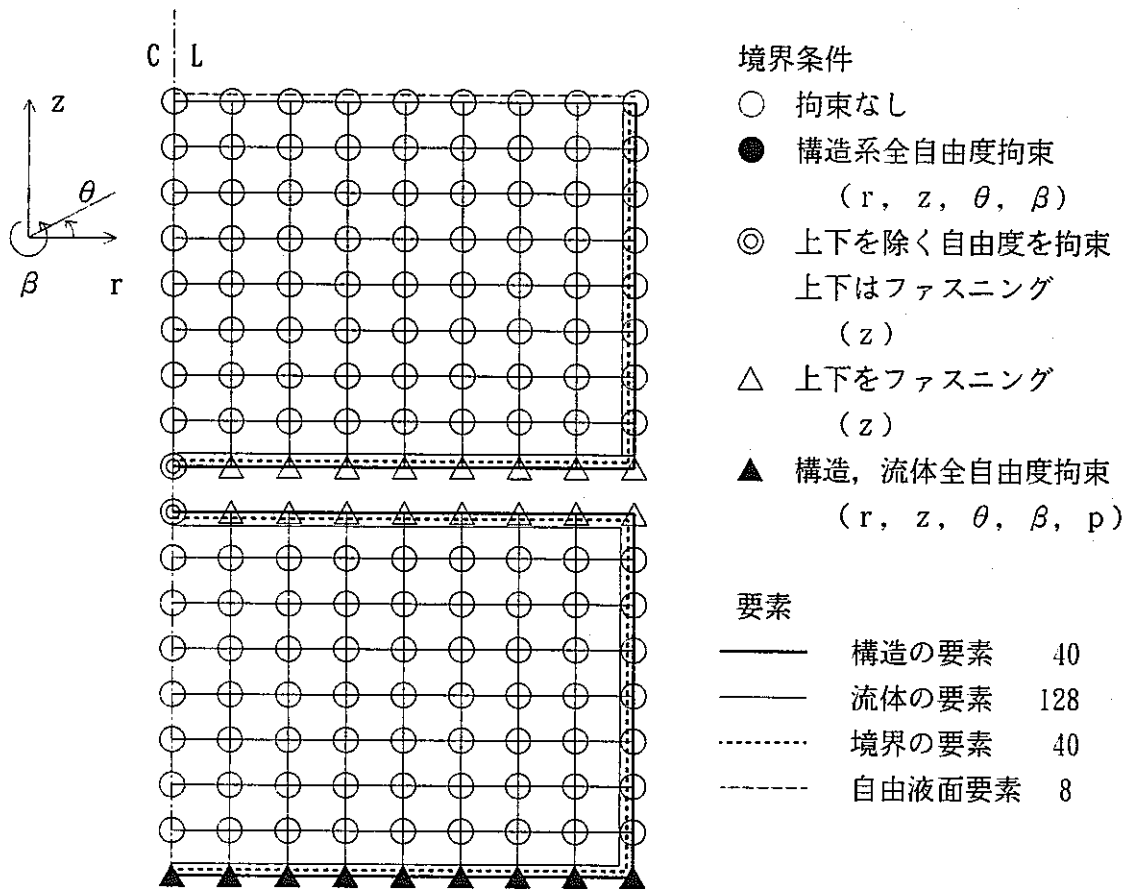


図 3.5 円板の上下に水が有る場合の解析モデル  
 Fig. 3.5 Analysis model ( both sides filled )

以上の解析モデルを試験体系に適用させた FINASへの入力データを付録Dに示す。得られた結果を表 3.5, 表 3.6に示す。解析で得られるモード図の例を付録Eに示す。

以上の解析結果を総じてみると、概ね良好な結果（試験結果からの誤差は高々15%程度以内）が得られている。有限要素法による解析では、流体の流れを考えていないので、特に高次のモードにおいては試験結果より高い固有振動数を算出することになる。実際には半径方向への流れがほとんどないと考えられるモード 01 の解析結果が試験結果よりも低い値となっていることから、境界条件としては固め（固有振動数を低く見積もる方向）に設定しているはずなので、ここで適用した境界条件の与え方は境界条件をパラメタとした近似解を得るための手法開発の限界と考える。



表 3.5 有限要素解析による固有振動数  
Table 3.5 Natural frequencies ( FEM analysis )



















振動モード およびモード番号		空气中 ( CASE 1 )	上部に水 ( CASE 2-3 )	下部に水 ( CASE 3 )	両方に水 ( CASE 4 )
 MODE 01	試験 FEM	47.78 45.49	16.59 14.71	14.84 13.98	10.67 10.40
 MODE 11	試験 FEM	89.64 103.6	38.18 42.19	31.58 42.21	23.49 31.16
 MODE 21	試験 FEM	141.7 155.3	72.06 75.53	65.80 75.58	50.25 56.90
 MODE 02	試験 FEM	162.8 177.1	79.61 87.20	63.72 84.31	49.57 64.89
 MODE 12	試験 FEM	検出できず 287.4	121.6 158.2	105.1 158.5	96.26 122.4
 MODE 22	試験 FEM	検出できず 376.7	検出できず 225.2	検出できず 227.0	125.5 177.9
 MODE 03	試験 FEM	検出できず 396.9	検出できず 247.8	検出できず 239.7	163.7 192.7
 MODE 13	試験 FEM	検出できず 561.4	検出できず 360.1	検出できず 369.0	検出できず 297.7
 MODE 23	試験 FEM	検出できず 686.1	検出できず 482.6	検出できず 477.9	検出できず 392.9

表 3.6 固有振動数に及ぼす上部の水の深さの影響  
 Table 3.6 Natural frequencies ( CASE 1 to 2-4 )

振動モード およびモード番号		空気中 CASE 1	23 mm	46 mm 2-1	92 mm	138 mm	230 mm 2-2	460 mm 2-3	690 mm 2-4	920 mm
 MODE 01	試験	47.78		27.65			17.98	16.59	15.96	
	FEM	45.49	34.85	29.55	24.16	21.38	18.35	14.71	12.83	11.67
 MODE 11	試験	89.64		58.07			37.34	34.18	40.10	
	FEM	103.6	79.46	67.67	56.27	50.87	45.76	42.19	41.73	41.80
 MODE 21	試験	141.7		96.96			70.35	72.06	74.83	
	FEM	155.3	119.5	102.7	87.73	81.59	77.06	75.53	75.87	76.42
 MODE 02	試験	162.8		107.7			77.20	79.61	82.76	
	FEM	177.1	138.0	119.9	104.2	97.35	91.34	87.20	86.42	86.57
 MODE 12	試験			170.5			125.7	121.6	123.4	
	FEM	287.4	225.3	197.3	174.8	166.4	160.5	158.2	158.9	160.0
 MODE 22	試験									
	FEM	376.7	297.0	263.2	238.8	231.0	226.4	225.2	232.1	233.9
 MODE 03	試験									
	FEM	396.9	318.6	286.1	262.7	254.4	248.9	247.8	250.4	254.1
 MODE 13	試験									
	FEM	561.4	453.2	410.2	382.1	373.5	367.7	360.1	382.6	384.8
 MODE 23	試験									
	FEM	686.1	558.0	511.1	483.7	476.0	468.5	482.6	487.6	487.3

## 4. 簡易解析手法の検討

## 4.1 空気中円板の固有振動数解析

周辺を固定した円板の面外方向の振動の運動方程式は、以下のようになる。<sup>(4)</sup>

$$\nabla^4 \eta + \frac{12\rho_s(1-\mu^2)}{Et^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0 \quad (4-1)$$

ここで、  
 $\eta$  : 板の面外方向変位 ( mm )  
 $\rho_s$  : 板の密度 ( kg/mm<sup>3</sup> )  
 $\mu$  : 板のポアソン比  
 $E$  : 板のヤング率 ( kg/mm<sup>2</sup> )  
 $t$  : 板厚 ( mm )

$\eta$  は  $r$ ,  $\theta$ ,  $\tau$  の関数であるが、変数分離して、

$$\eta = Y(r, \theta) e^{-2\pi i f \tau} \quad (4-2)$$

なる形に書けるとすると、式(4-1) は次式に変形できる。

$$(\nabla^2 - \gamma^2)(\nabla^2 + \gamma^2)Y = 0 \quad (4-3)$$

$$\gamma^4 = \frac{48\pi^2 f^2 \rho_s (1 - \mu^2)}{Et^2} \quad (4-4)$$

従って、 $Y$  は  $(\nabla^2 Y + \gamma^2 Y) = 0$  若しくは  $(\nabla^2 Y - \gamma^2 Y) = 0$  の解となる。前者の解の場合の一般解はベッセル関数  $J_n$  を用いて、

$$Y = J_n(\gamma r) e^{n\theta} \quad (4-5)$$

後者の場合の一般解は複素ベッセル関数  $I_n$  を用いて、

$$Y = I_n(\gamma r) e^{n\theta} \quad (4-6)$$

これらを足し合わせると式(4-1) の一般解は、

$$Y = (AJ_n(\gamma r) + BI_n(\gamma r)) e^{n\theta} \quad (4-7)$$

となる。

周辺固定の境界条件から、円板の外周部  $r = a$  において、

$$Y(a, \theta) = 0 \tag{4-8}$$

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial r} \right|_{r=a} = 0 \tag{4-9}$$

式 (4-8) より、

$$B = -A \frac{J_n(\gamma a)}{I_n(\gamma a)} \tag{4-10}$$

式(4-10)を (4-9)に代入すると、

$$I_n(\gamma a) \frac{d}{dr} J_n(\gamma r) \Big|_{r=a} - J_n(\gamma a) \frac{d}{dr} I_n(\gamma r) \Big|_{r=a} = 0 \tag{4-11}$$

この方程式をみたす解を  $a\gamma_{ns}$  とする。さらに、

$$\beta_{ns} = a\gamma_{ns} \tag{4-12}$$

とすると、 $\beta_{ns}$ は以下の値となる。

表 4.1  $\beta_{ns}$  の値  
Table 4.1 Values of  $\beta_{ns}$

n \ s	1	2	3
0	3.189	6.304	9.425
1	4.612	7.801	10.96
2	5.902	9.400	12.57

この時、固有振動数  $f_{ns}$  は式 (4-4) より、

$$f_{ns} = \frac{\gamma_{ns}^2}{2\pi} \sqrt{\frac{Et^2}{12\rho_s(1-\mu^2)}} = \frac{\beta_{ns}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12\rho_s(1-\mu^2)}} \tag{4-13}$$

#### 4.2 水中円板の固有振動数解析

空気中での振動の解析は、前節に示した既往の方法が確立されている。この方法をもとに、水中で振動する円板の固有振動数の解析法を考える。水中の場合、水が振動する円板にどのような効果を及ぼすか、換言すれば、流体の慣性力（質量効果）をどのように取り扱うかが検討課題となる。実際には流体による減衰効果もあるはずだが本研究では固有振

動数にのみ着目し、減衰に関しては考えない。

ここでは、流体の質量効果として、上部・下部それぞれの流体質量全体を死重\*として円板質量に付加する方法と、音響学的手法により圧縮性流体中で振動する円板の受ける流体反力から付加質量を計算する方法の2通りについて検討する。

#### 4.2.1 流体質量を死重として扱う固有振動数解析

流体の質量効果を全て板の質量に付加する。この時、式(4-13)は、

$$f_{ns} = \frac{\beta_{ns}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f \frac{h+H}{t})}} \quad (4-14)$$

#### 4.2.2 圧縮性流体中の振動円板の付加質量効果

圧縮性流体中で境界板に囲まれ、一様速度で振動する円板にかかる付加質量Mは<sup>(5)</sup>、次式で評価できる。

$$M = \frac{16}{3} \rho_f a^3 \quad (4-15)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \rho_f & : \text{流体の密度} & (\text{kg/mm}^3 \cdot \text{sec}^2) \\ a & : \text{円板の半径} & (\text{mm}) \end{aligned}$$

本研究の場合、振動板は一様速度で振動するのではなく、板上の各点における振動速度は振動モード、すなわち式(4-1)の特性関数 $\phi(r, \theta)$ に比例する速度分布をもつ。 $\phi$ は式(4-2)、(4-6)、(4-9)より、

$$\phi_{ns}(r, \theta) = \cos(n\theta) \left[ J_n\left(\frac{\beta_{ns}}{a} r\right) - \frac{J_n(\beta_{ns})}{I_n(\beta_{ns})} I_n\left(\frac{\beta_{ns}}{a} r\right) \right] \quad (4-16)$$

であるから、この速度分布を考慮すると、板全体にかかる付加質量 $M_{ns}$ は、板の面積をSとすると

$$M_{ns} = \frac{M}{S} \int_S r \phi_{ns}(r, \theta) dS \quad (4-17)$$

を計算すればよい。

\* 死重ということばは、必ずしも一般的な表現とは言えないが、本報告では以下に示す意味で用いているので注記する。振動する流体は全体が一様な速度で運動することはないが、あたかも全体がひとつの剛体であるのような力学的挙動を示し、かつ慣性力以外の効果を全く無視できると仮定したときの、流体の質量を死重と呼ぶ。

$\cos(n\theta)$  の周回積分の値は、 $n=0$  のときは  $2\pi$ 、 $n \neq 0$  のときは  $0$  となる。実際には、局所的に流体の影響を受けていると考えられるので、式(4-17)の被積分関数の絶対値を取り積分を実行する。

$$S_n = \int_0^{2\pi} |\cos(n\theta)| d\theta = 4n \int_0^{\pi/2n} \cos(n\theta) d\theta = 4[\sin(n\theta)]_0^{\pi/2n} = 4 \quad (n \neq 0) \quad (4-18)$$

同様にベッセル関数に係わる項も絶対値をとり、

$$\begin{aligned} & \int_0^a r \left| J_n\left(\frac{\beta_{ns}}{a} r\right) - \frac{J_n(\beta_{ns})}{I_n(\beta_{ns})} I_n\left(\frac{\beta_{ns}}{a} r\right) \right| dr \\ &= \int_0^{\beta_{ns}} \frac{a^2}{\beta_{ns}^2} x \left| J_n(x) - \frac{J_n(\beta_{ns})}{I_n(\beta_{ns})} I_n(x) \right| dx = R_{ns} a^2 \end{aligned} \quad (4-19)$$

とおく。ここで、 $R_{ns}$  は  $\beta_{ns}$  によってのみ決まる定数となる。さらに、付加質量  $M_{ns}$  は式(4-15)～(4-19)から以下にまとめられる。

$$M_{ns} = M S_n \frac{R_{ns}}{\pi} \quad (4-20)$$

#### 4.2.3 付加質量を考慮した水中円板の固有振動数

式(4-13)に流体力による効果を加える。即ち付加質量として、板の密度に付加質量の寄与分を加える。式(4-20)を板の体積で割ると、

$$\frac{M_{ns}}{\pi a^2 t} = \rho_f A_{ns} \frac{a}{t} \quad (4-21)$$

これを式(4-13)に入れる。

$$f_{ns} = \frac{\beta_{ns}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f A_{ns} a/t)}} \quad (4-22)$$

ここで  $A_{ns}$  は次の式をみだす。表 4.2 に最初のいくつかを計算した値を示す。

$$A_{ns} = \frac{16}{3(\pi\beta_{ns})^2} \int_0^{\beta_{ns}} x \left| J_n(x) - \frac{J_n(\beta_{ns})}{I_n(\beta_{ns})} I_n(x) \right| dx \int_0^{2\pi} |\cos(n\theta)| d\theta \quad (4-23)$$

表 4.2  $A_{ns}$  の値  
Table 4.2 Values of  $A_{ns}$

n \ s	1	2	3
0	0.5482	0.4207	0.3535
1	0.3149	0.2496	0.2132
2	0.2796	0.2314	0.2017

ただし、円板の上下に流体がある場合、上下それぞれの付加質量分を勘定し  $\rho_f$  の項の係数を2倍する。

#### 4.2.4 水中円板の固有振動数を評価する簡易式

以上の検討をもとに、2章で試験したモデルに簡易式を適用してみる。結果を表 4.3、表 4.4 および図 4.1 ~ 4.9 に示す。

これらより、各ケースについて次のようにすれば、簡易式で固有振動数を評価できる。

##### ◎ 上部に流体が有る場合

- 液位が低い場合は、流体質量を死重として扱う。 式(4-14)
- 液位が高い場合は、圧縮性流体の付加質量として扱う。 式(4-22)
- まとめると、式(4-14)と式(4-22)のうち大きい方が固有振動数となる。

##### ◎ 下部に流体が有る場合

- 上部に流体が有る場合と同様に考える。

##### ◎ 上下に流体が有る場合










- 上部、下部の効果を足し合わせる。

表 4.3 簡易式による固有振動数  
Table 4.3 Natural frequencies ( Simplified Methods )

振動モード およびモード番号		空气中 ( CASE 1 )	上部に水 ( CASE 2-3 )	下部に水 ( CASE 3 )	両方に水 ( CASE 4 )
 MODE 01	試験	47.78	16.59	14.84	10.67
	FEM	45.49	14.71	13.98	10.40
	式(4-14)	45.32	11.51	11.51	8.280
	式(4-22)	45.32	15.15	15.15	11.03
 MODE 11	試験	89.64	38.18	31.58	23.49
	FEM	103.6	42.19	42.21	31.16
	式(4-14)	94.80	24.08	24.08	17.31
	式(4-22)	94.80	40.19	40.19	29.75
 MODE 21	試験	141.7	72.06	65.80	50.25
	FEM	155.3	75.53	75.58	56.90
	式(4-14)	155.3	39.46	39.46	28.36
	式(4-22)	155.3	69.08	69.08	51.96
 MODE 02	試験	162.8	79.61	63.72	49.57
	FEM	177.1	87.20	84.31	64.89
	式(4-14)	177.2	45.02	45.02	32.36
	式(4-22)	177.2	66.50	66.50	48.07
 MODE 12	試験	検出できず	121.6	105.1	96.26
	FEM	287.4	158.2	158.5	122.4
	式(4-14)	271.0	68.84	68.84	49.48
	式(4-22)	271.0	126.1	126.1	94.34
 MODE 22	試験	検出できず	検出できず	検出できず	125.5
	FEM	376.7	225.2	227.0	177.9
	式(4-14)	393.8	100.0	100.0	71.90
	式(4-22)	393.8	188.7	188.7	141.8
 MODE 03	試験	検出できず	検出できず	検出できず	163.7
	FEM	396.9	247.8	239.7	192.7
	式(4-14)	396.0	100.6	100.6	72.29
	式(4-22)	396.0	209.8	209.8	156.0
 MODE 13	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず
	FEM	561.4	360.1	369.0	297.7
	式(4-14)	537.4	136.5	136.5	98.11
	式(4-22)	537.4	336.8	336.8	244.5
 MODE 23	試験	検出できず	検出できず	検出できず	検出できず
	FEM	686.1	482.6	477.9	392.9
	式(4-14)	711.9	180.8	180.8	130.0
	式(4-22)	711.9	453.7	453.7	359.4



表 4.4 簡易式による水の深さの影響の検討  
 Table 4.4 Natural frequencies ( Case 2-1 ~ 2-4 Simplified Methods )

振動モード およびモード番号		空気中 CASE 1	23 mm	46 mm 2-1	92 mm	138 mm	230 mm 2-2	460 mm 2-3	690 mm 2-4	920 mm
 MODE 01	試験	47.78		27.65			17.98	16.59	15.96	
	FEM	45.49	34.85	29.55	24.16	21.38	18.35	14.71	12.83	11.67
	式(4-14)	45.33	34.52	28.96	22.95	19.60	15.78	11.51	9.501	8.283
	式(4-22)	15.15	15.15	15.15	15.15	15.15	15.15	15.15	15.15	15.15
 MODE 11	試験	89.64		58.07			37.34	34.18	40.10	
	FEM	103.6	79.46	67.67	56.27	50.87	45.76	42.19	41.73	41.80
	式(4-14)	94.81	72.19	60.57	48.01	40.89	33.01	24.08	19.88	17.31
	式(4-22)	40.19	40.19	40.19	40.19	40.19	40.19	40.19	40.19	40.19
 MODE 21	試験	141.7		96.96			70.35	72.06	74.83	
	FEM	155.3	119.5	102.7	87.73	81.59	77.06	75.53	75.87	76.42
	式(4-14)	155.3	118.3	99.24	78.66	67.16	54.08	39.46	32.57	28.36
	式(4-22)	69.08	69.08	69.08	69.08	69.08	69.08	69.08	69.08	69.08
 MODE 02	試験	162.8		107.7			77.20	79.61	82.76	
	FEM	177.1	138.0	119.9	104.2	97.35	91.34	87.20	86.42	86.57
	式(4-14)	177.2	134.9	113.2	89.74	76.62	61.70	45.02	37.16	32.36
	式(4-22)	66.50	66.50	66.50	66.50	66.50	66.50	66.50	66.50	66.50
 MODE 12	試験			170.5			125.7	121.6	123.4	
	FEM	287.4	225.3	197.3	174.8	166.4	160.5	158.2	158.9	160.0
	式(4-14)	271.0	206.3	173.1	137.2	117.2	94.35	68.84	56.82	49.48
	式(4-22)	126.1	126.1	126.1	126.1	126.1	126.1	126.1	126.1	126.1
 MODE 22	試験									
	FEM	376.7	297.0	263.2	238.8	231.0	226.4	225.2	232.1	233.9
	式(4-14)	393.8	299.8	251.6	199.4	170.3	137.1	100.0	82.57	71.90
	式(4-22)	188.7	188.7	188.7	188.7	188.7	188.7	188.7	188.7	188.7
 MODE 03	試験									
	FEM	396.9	318.6	286.1	262.7	254.4	248.9	247.8	250.4	254.1
	式(4-14)	396.0	301.5	253.0	200.5	171.2	137.9	100.6	83.02	72.29
	式(4-22)	209.8	209.8	209.8	209.8	209.8	209.8	209.8	209.8	209.8
 MODE 13	試験									
	FEM	561.4	453.2	410.2	382.1	373.5	367.7	360.1	382.6	384.8
	式(4-14)	537.4	409.2	343.3	272.1	232.3	187.1	136.5	112.7	98.11
	式(4-22)	336.8	336.8	336.8	336.8	336.8	336.8	336.8	336.8	336.8
 MODE 23	試験									
	FEM	686.1	558.0	511.1	483.7	476.0	468.5	482.6	487.6	487.3
	式(4-14)	711.9	542.0	458.8	360.5	307.8	247.9	180.8	149.3	130.0
	式(4-22)	453.7	453.7	453.7	453.7	453.7	453.7	453.7	453.7	453.7

MODE 01

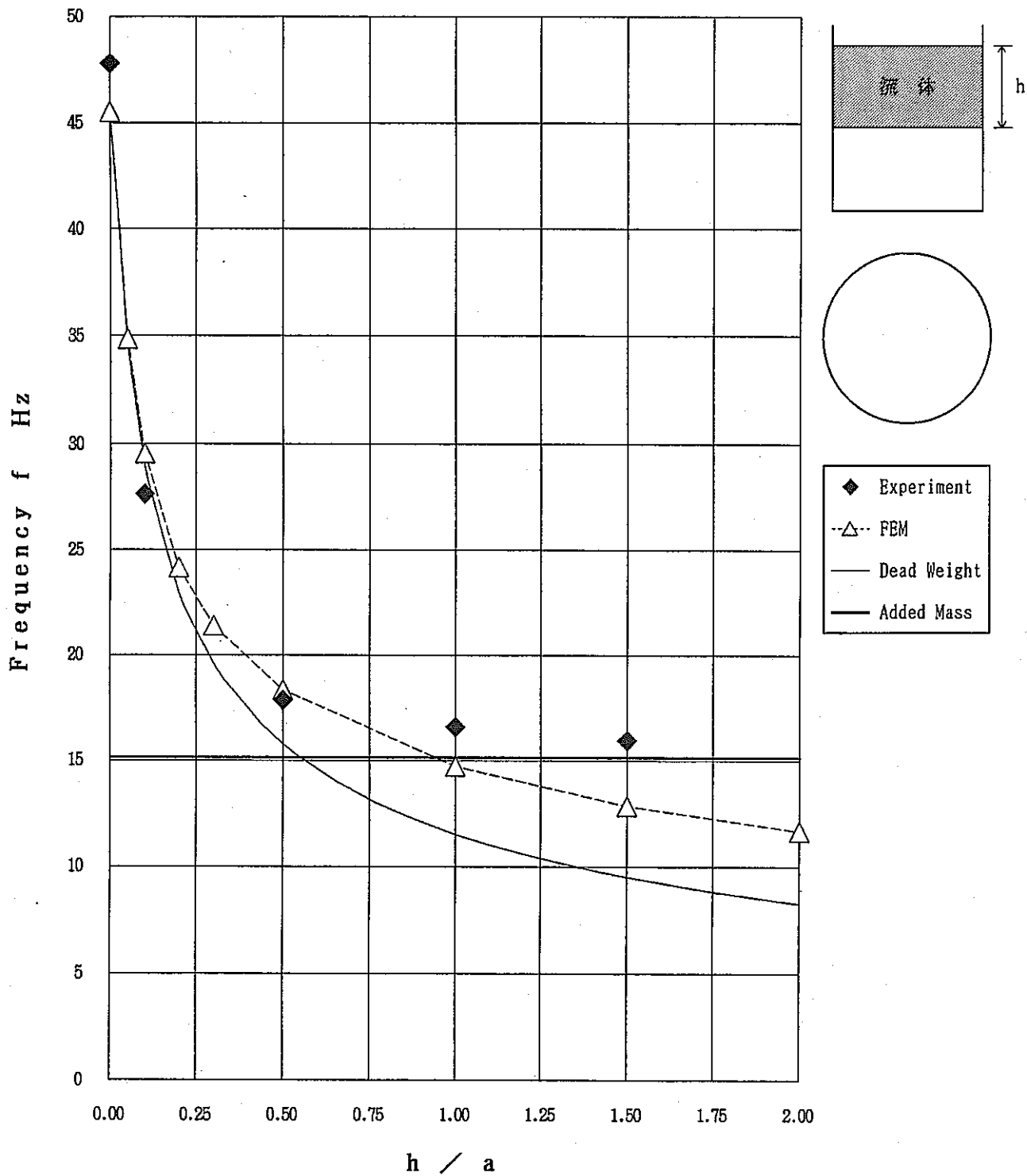


図 4.1(1) 試験と解析の比較 (Mode 01, Case 2)

Fig 4.1(1) Comparison between experimental and numerical results (Mode 01, Case 2)

MODE 11

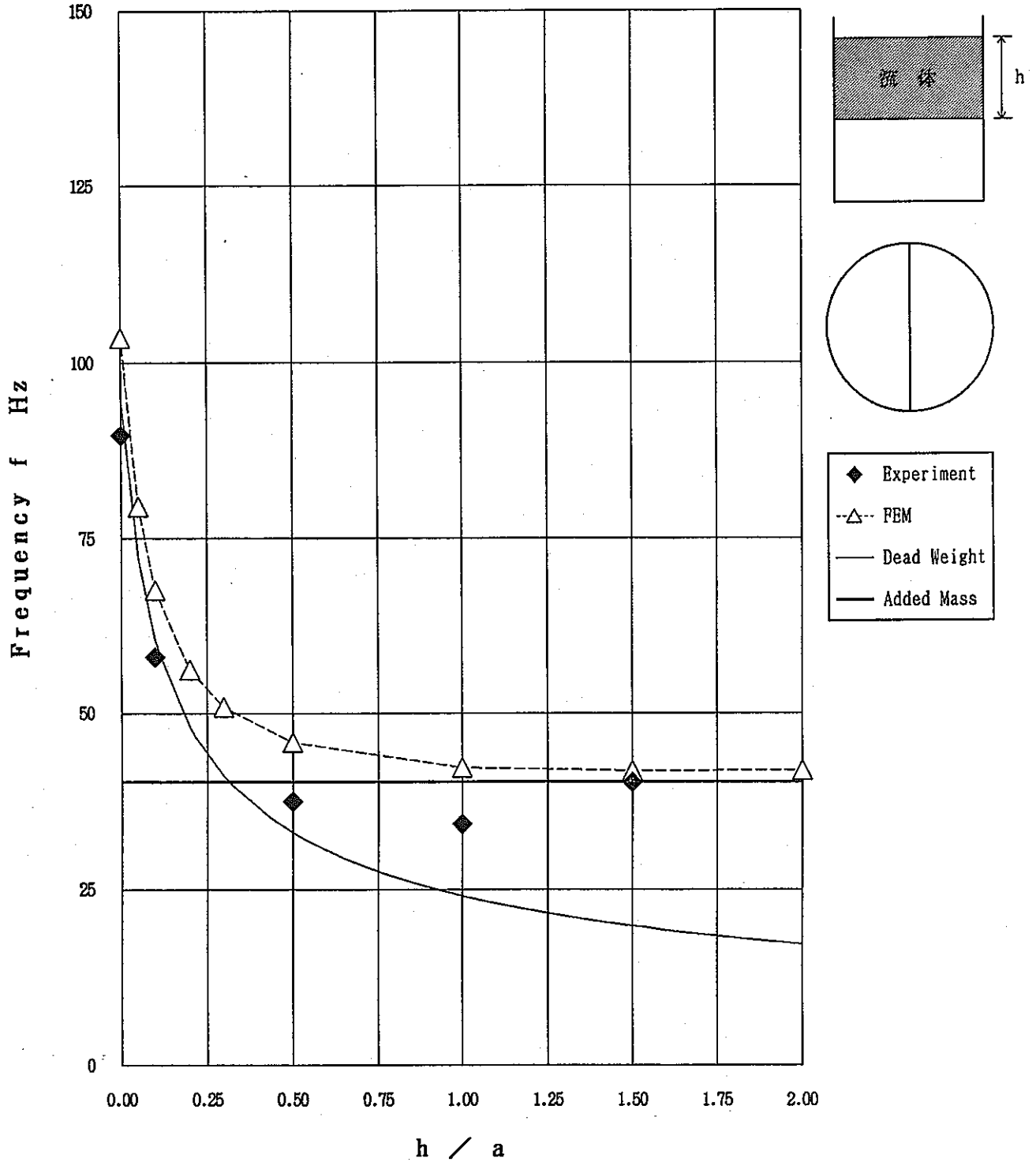


図 4.1(2) 試験と解析の比較 (Mode 11, Case 2)

Fig 4.1(2) Comparison between experimental and numerical results (Mode 11, Case 2)

MODE 21

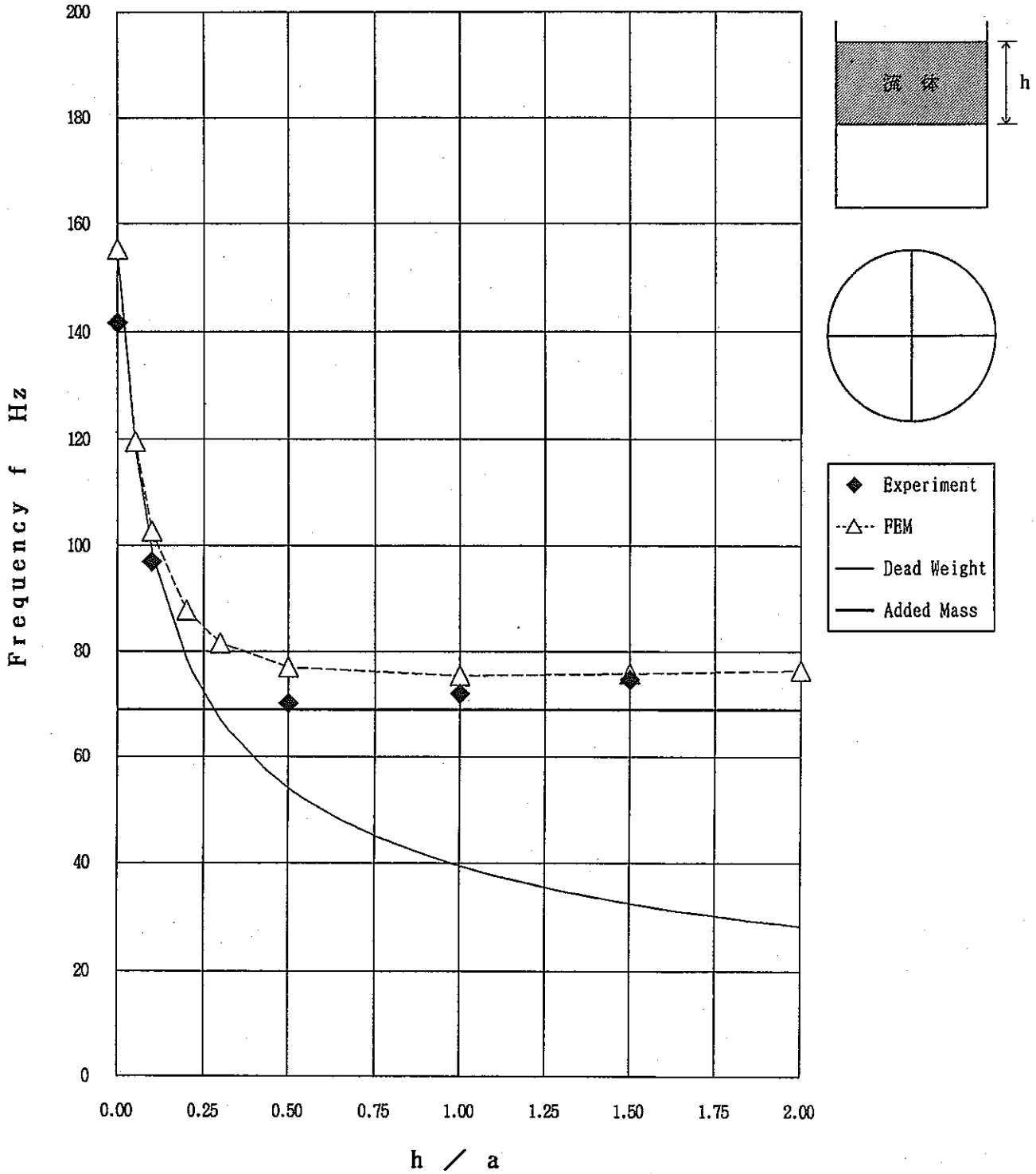


図 4.1 (3) 試験と解析の比較 (Mode 21, Case 2)

Fig 4.1 (3) Comparison between experimental and numerical results (Mode 21, Case 2)

MODE 02

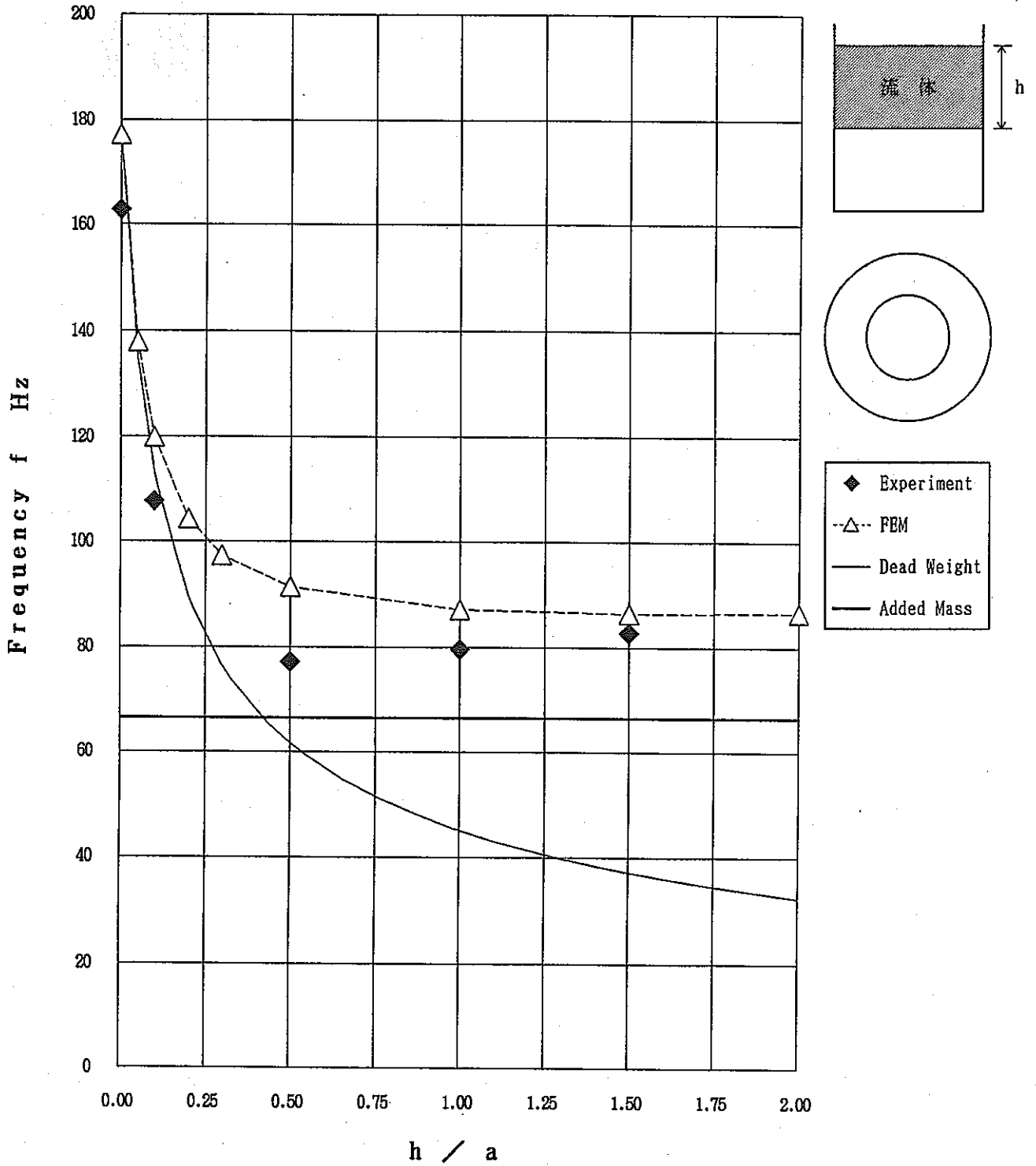


図 4.1(4) 試験と解析の比較 (Mode 02 , Case 2)

Fig 4.1(4) Comparison between experimental and numerical results (Mode 02 , Case 2)

MODE 12

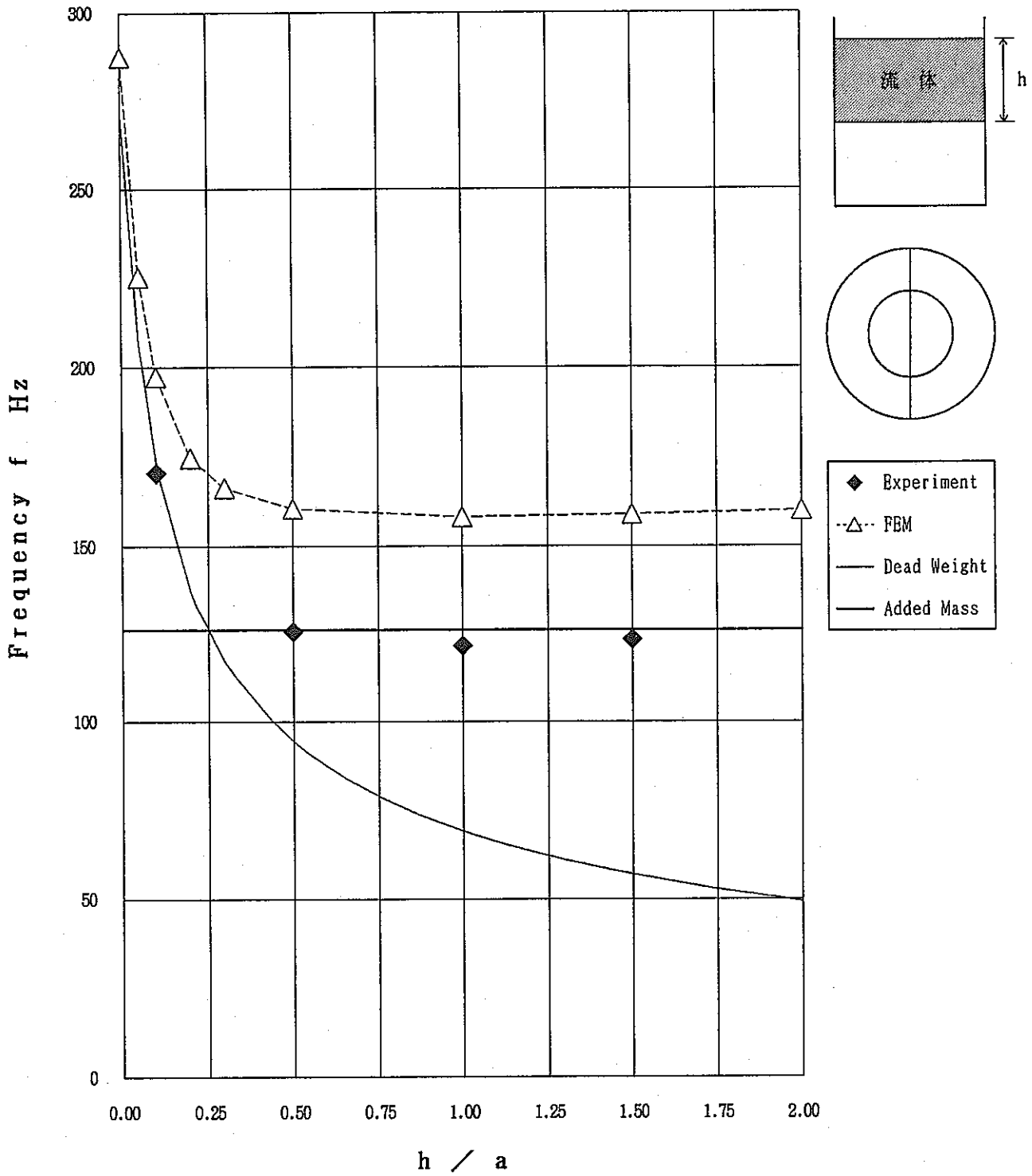


図 4.1(5) 試験と解析の比較 (Mode 12, Case 2)

Fig 4.1(5) Comparison between experimental and numerical results (Mode 12, Case 2)

MODE 22

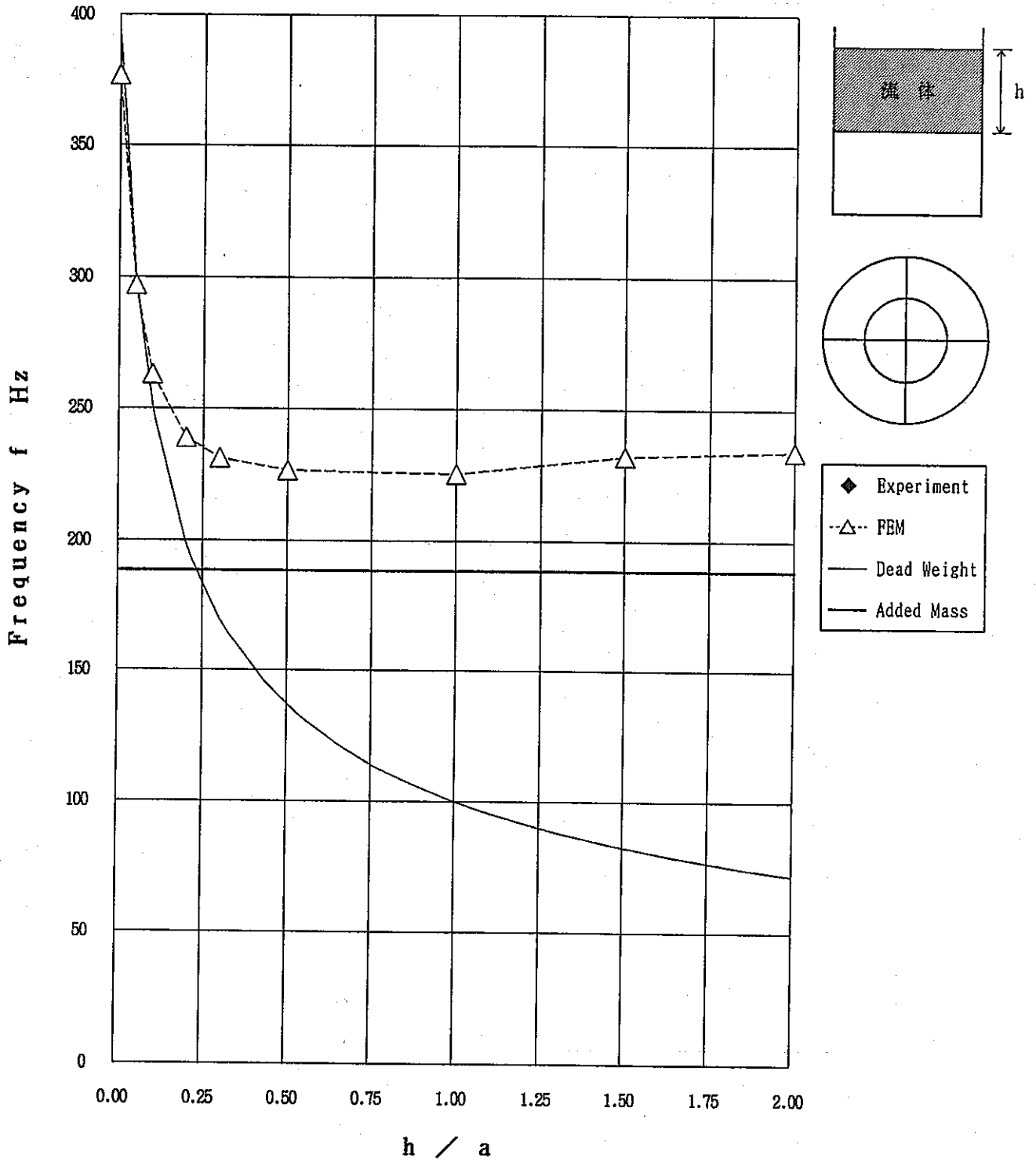


図 4.1(6) 試験と解析の比較 (Mode 22 , Case 2)

Fig 4.1(6) Comparison between experimental and numerical results (Mode 22 , Case 2)

MODE 03

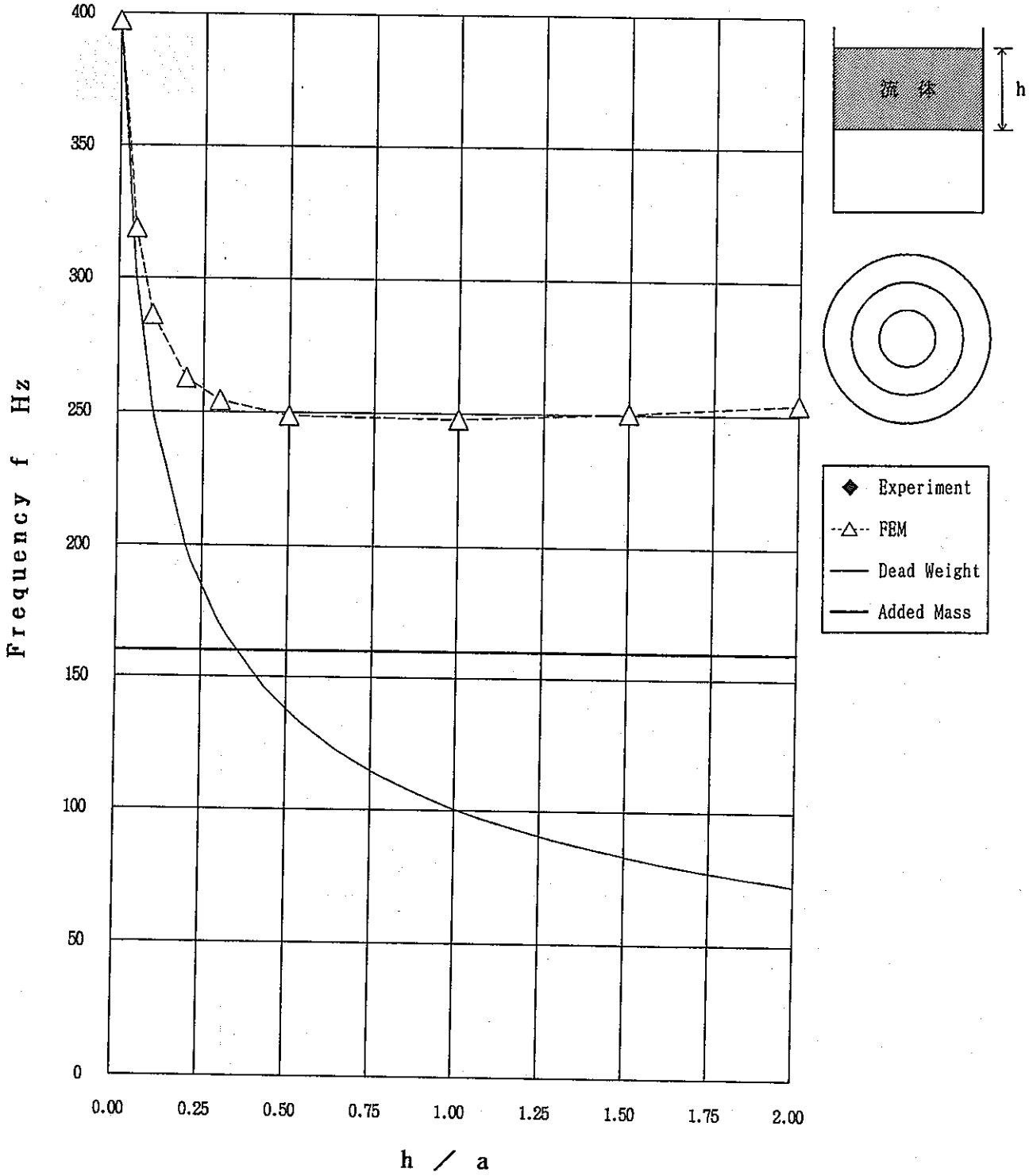


図 4.1(7) 試験と解析の比較 (Mode 03, Case 2)

Fig 4.1(7) Comparison between experimental and numerical results (Mode 03, Case 2)



MODE 13

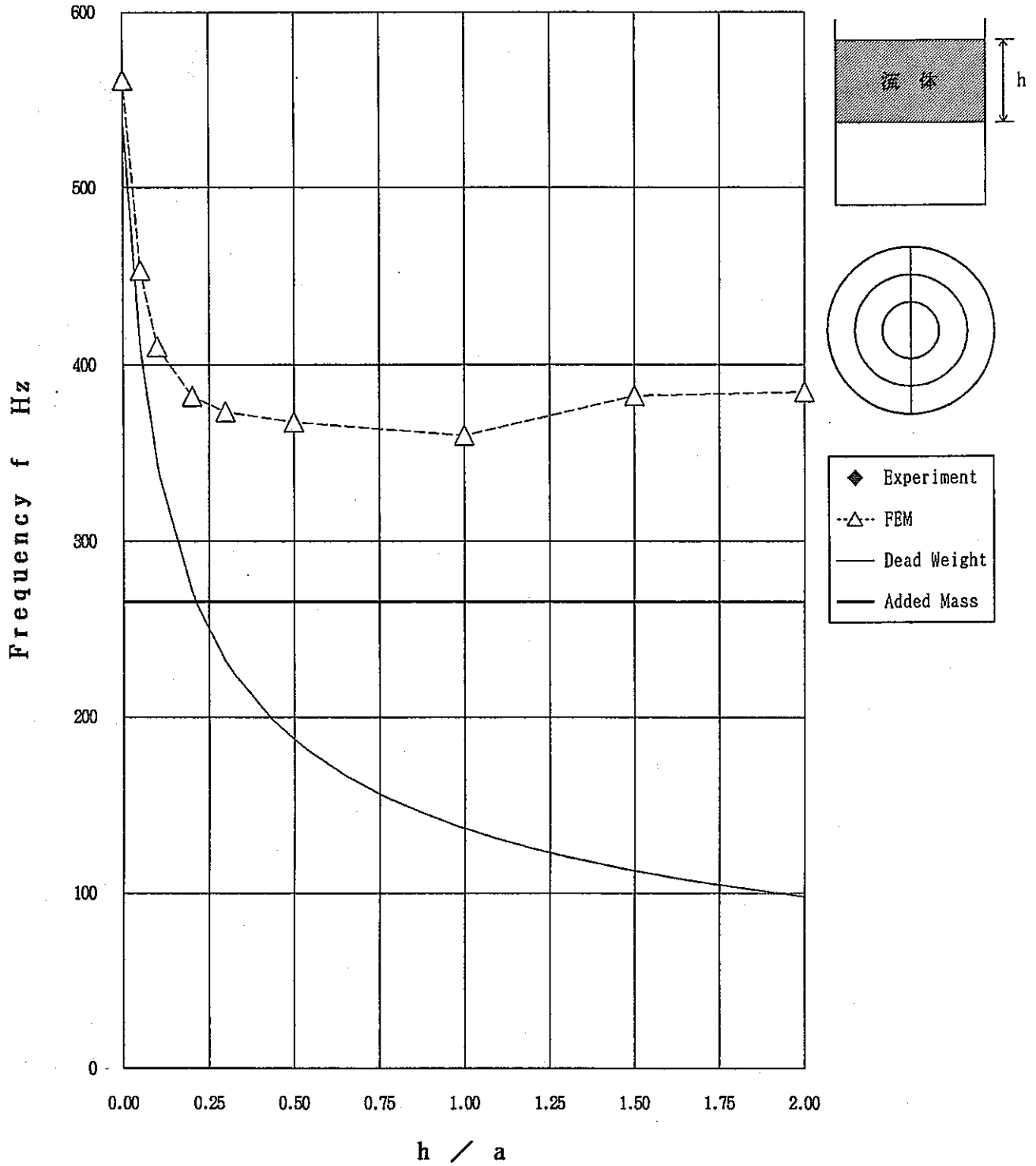


図 4.1(8) 試験と解析の比較 (Mode 13, Case 2)

Fig 4.1(8) Comparison between experimental and numerical results (Mode 13, Case 2)

MODE 23

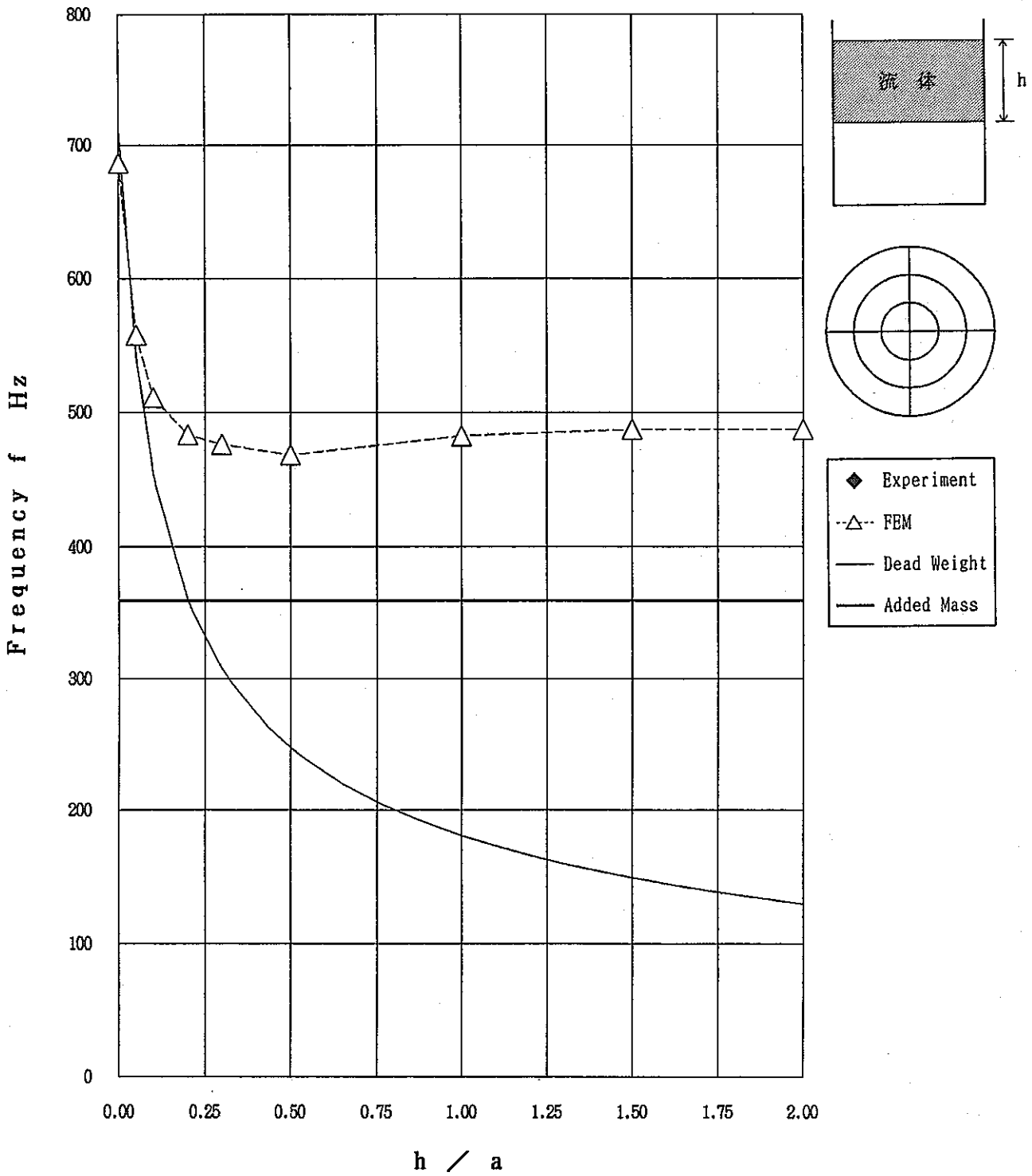


図 4.1(9) 試験と解析の比較 (Mode 23, Case 2)

Fig 4.1(9) Comparison between experimental and numerical results (Mode 23, Case 2)

5. ま と め

水中に設置された円板の固有振動数を、試験によって同定した。これらの振動数を有限要素法および簡易評価式で解析する手法の検討を行った。結果を以下にまとめる。

空気中の円板の固有振動数

有限要素法：

- ・通常の固有値解析手法と同じ

簡易評価式：

- ・以下の式に従う

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12\rho_s(1-\mu^2)}}$$

(5-1)

注記)  $B_{ns}$  の値は表 5.1参照

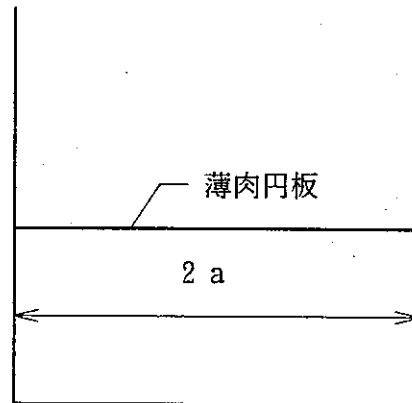


図 5.1 空気中の円板

Fig. 5.1 A plate in air

上部に流体がある場合

有限要素法：

- ・構造系は通常の固有値解析手法と同じ。
- ・流体系は円板の中心点（右図の黒点）の圧力を拘束する。

簡易評価式：

- ・液位 h の高低によって次のいずれかで評価できる。

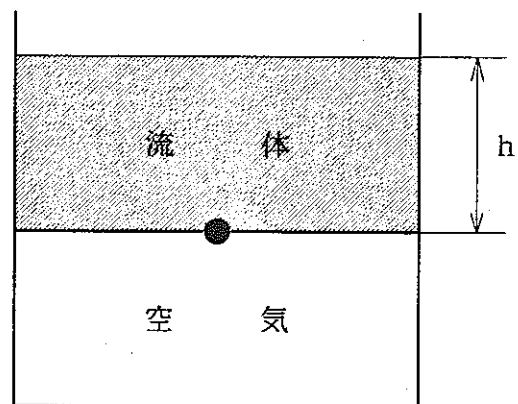


図 5.2 上部に流体がある場合

Fig. 5.2 Upper side filled with water with a free surface

$h < A_{ns} \cdot a$  のとき

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f h/t)}} \quad (5-2)$$

$h \geq A_{ns} \cdot a$  のとき

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f A_{ns} a/t)}} \quad (5-3)$$

注記)  $A_{ns}$ ,  $B_{ns}$  の値は表 5.1, 表 5.2参照

下部に流体がある場合

有限要素法:

- 構造系は通常の固有値解析手法と同じ。
- 流体系は下部円筒の底板全面 (太線) の圧力を拘束する。

簡易評価式:

- 上部に流体がある場合と同様に, 液位  $H$  の高低によって次のいずれかで評価できる。

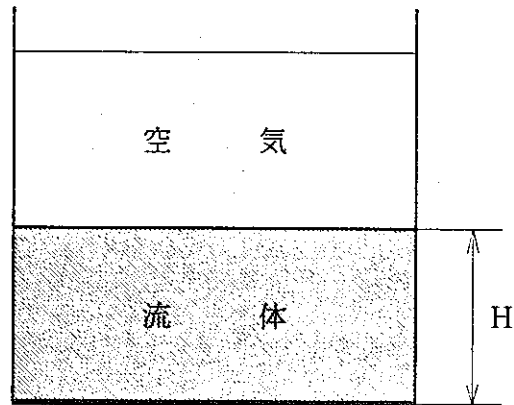


図 5.3 下部に流体がある場合  
Fig. 5.3 Lower side filled in full

$H < A_{ns} \cdot a$  のとき

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f H/t)}} \quad (5-4)$$

$H \geq A_{ns} \cdot a$  のとき

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f A_{ns} a/t)}} \quad (5-5)$$

注記)  $A_{ns}$ ,  $B_{ns}$  の値は表 5.1, 表 5.2参照

両方に流体がある場合

有限要素法：

- 円板を2つに分割する。一方の厚さは実寸法とし，他方は実寸に較べ十分小さい値とする。分割後，対応する節点のz
- 分割後，対応する節点のz方法の変位をファスニング拘束する。

簡易評価式：

- 上部に流体，下部の流体の液位を考慮し，その影響を足し合わせる。

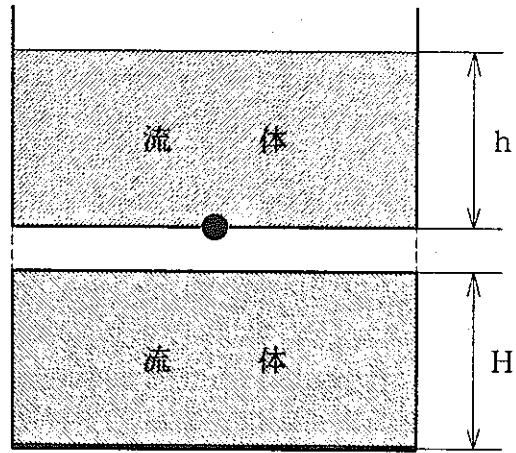


図 5.4 両方に流体がある場合  
Fig. 5.4 Both sides filled with water

$H < A_{ns} \cdot a$  のとき

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + \rho_f(h+H)/t)}} \quad (5-6)$$

$H \geq A_{ns} \cdot a$  のとき

$$f_{ns} = \frac{B_{ns}}{a^2} \sqrt{\frac{Et^2}{12(1-\mu^2)(\rho_s + 2\rho_f A_{ns} a/t)}} \quad (5-7)$$

表 5.1  $A_{ns}$  の値  
Table 5.1 Values of  $A_{ns}$

n \ s	1	2	3
0	0.5482	0.4207	0.3535
1	0.3149	0.2496	0.2132
2	0.2796	0.2314	0.2017

表 5.2  $B_{ns}$  の値  
Table 5.2 Values of  $B_{ns}$

n \ s	1	2	3
0	1.618	6.327	14.14
1	3.385	9.684	19.13
2	5.546	14.06	25.13

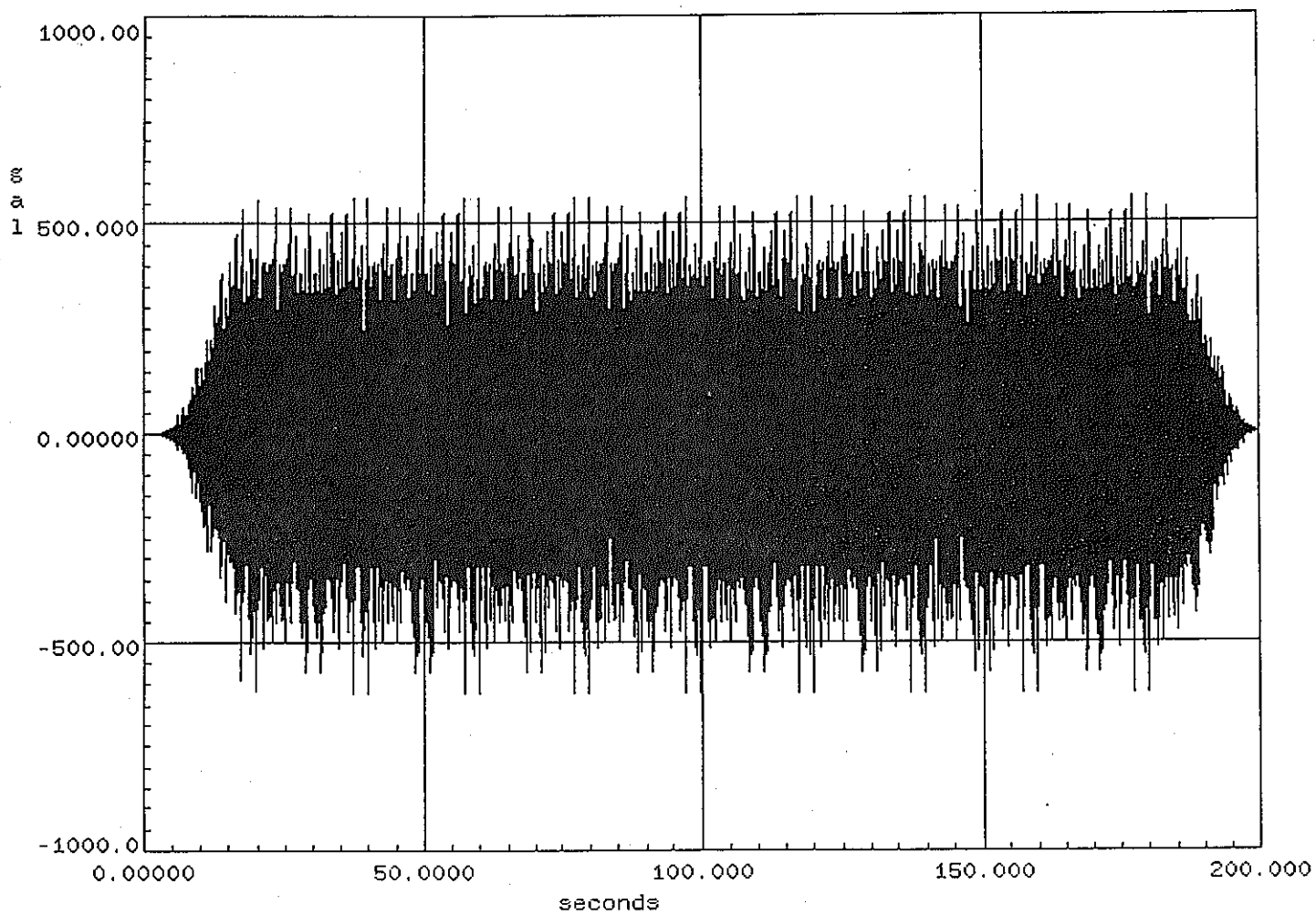
参 考 文 献

- (1) PNC N9520 89-11, FINAS:RM002 「汎用非線形構造解析システム使用説明書 VER11.0」, 1989年11月.
- (2) PNC N9410 90-099, 「薄肉容器の流体構造連成振動解析」, 1990年6月.
- (3) PNC SN9410 87-125, 「原子炉容器モデルのスロッシング解析」, 1987年9月.
- (4) Morse, P.M. and Ingard, K.U., 「Theoretical Acoustic」, 1968, McGraw-Hill.
- (5) Bisplinghof, R.L. et al., 「Aeroelasticity」, 1957, Addison-Wesley.

付 録

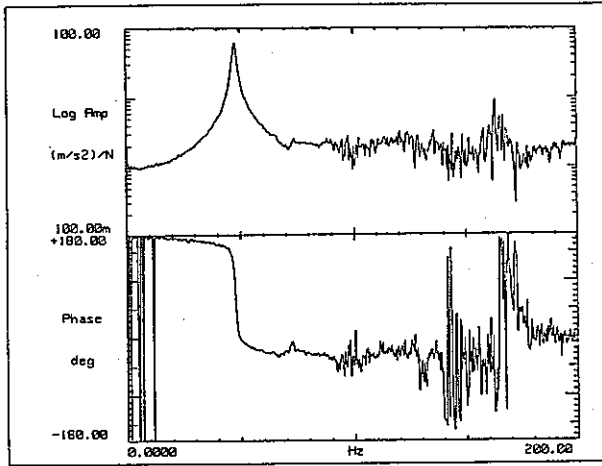
- 付録 A 入力地震動 ( CASE 1 )  
Appendix A Input wave ( CASE 1 )
- 付録 B 振動試験で得られた加速度伝達関数の例 ( 中心点 / テーブル )  
Appendix B Some of transfer functions ( measured point = plate center )
- 付録 C 試験で同定されたモード  
Appendix C Identified vibration mode
- 付録 D FINAS への入力データ  
Appendix D Input data image
- 付録 E FINAS による円板の振動モード  
Appendix E Vibration mode calculated by FINAS

DRIVE\_DATA

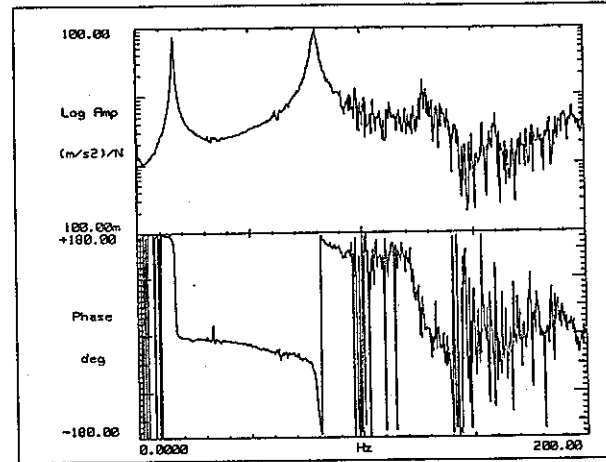


付録 A 入力地震動 ( CASE 1 )  
Appendix A Input wave ( CASE 1 )

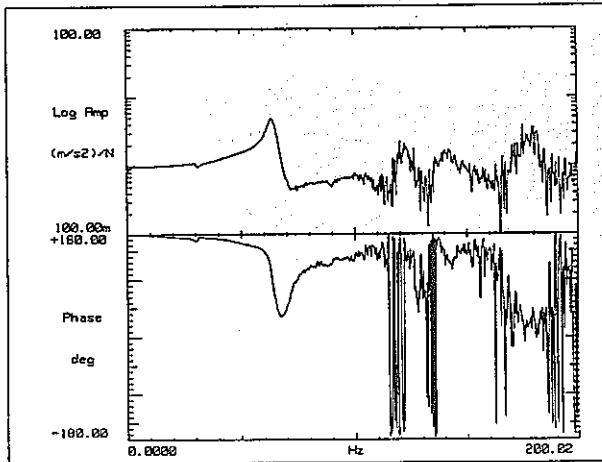




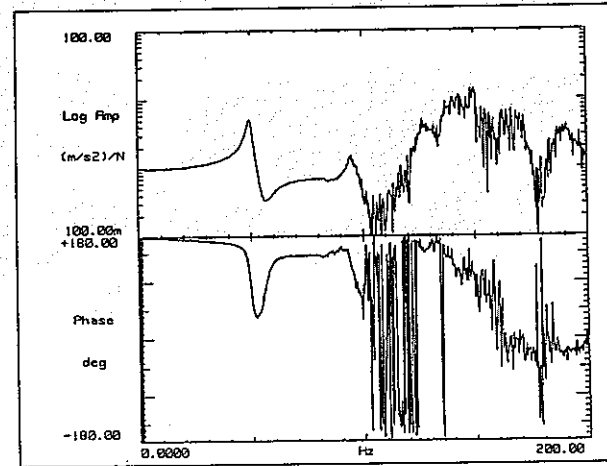
(a) CASE 1



(b) CASE 2-3

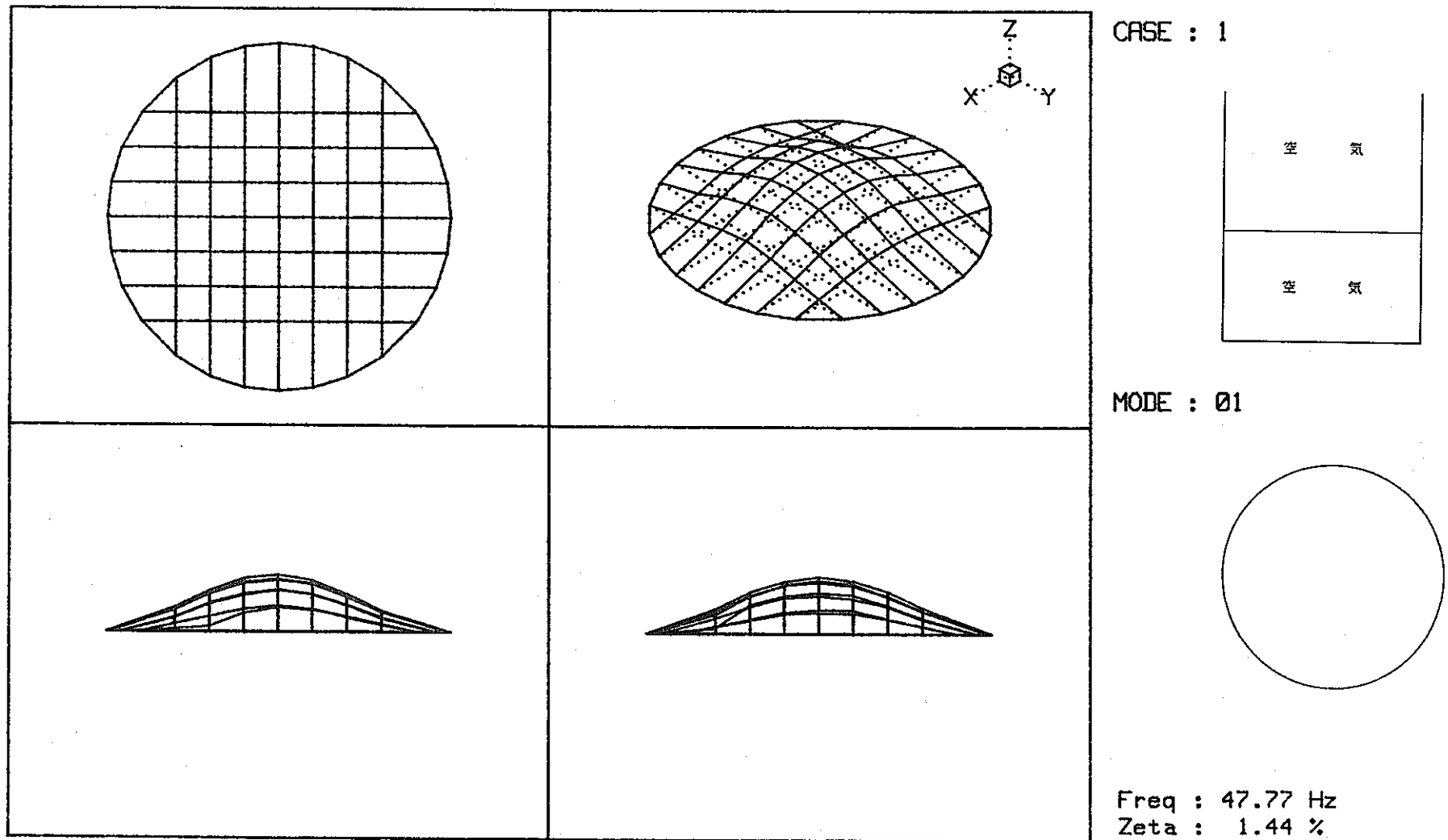


(c) CASE 3

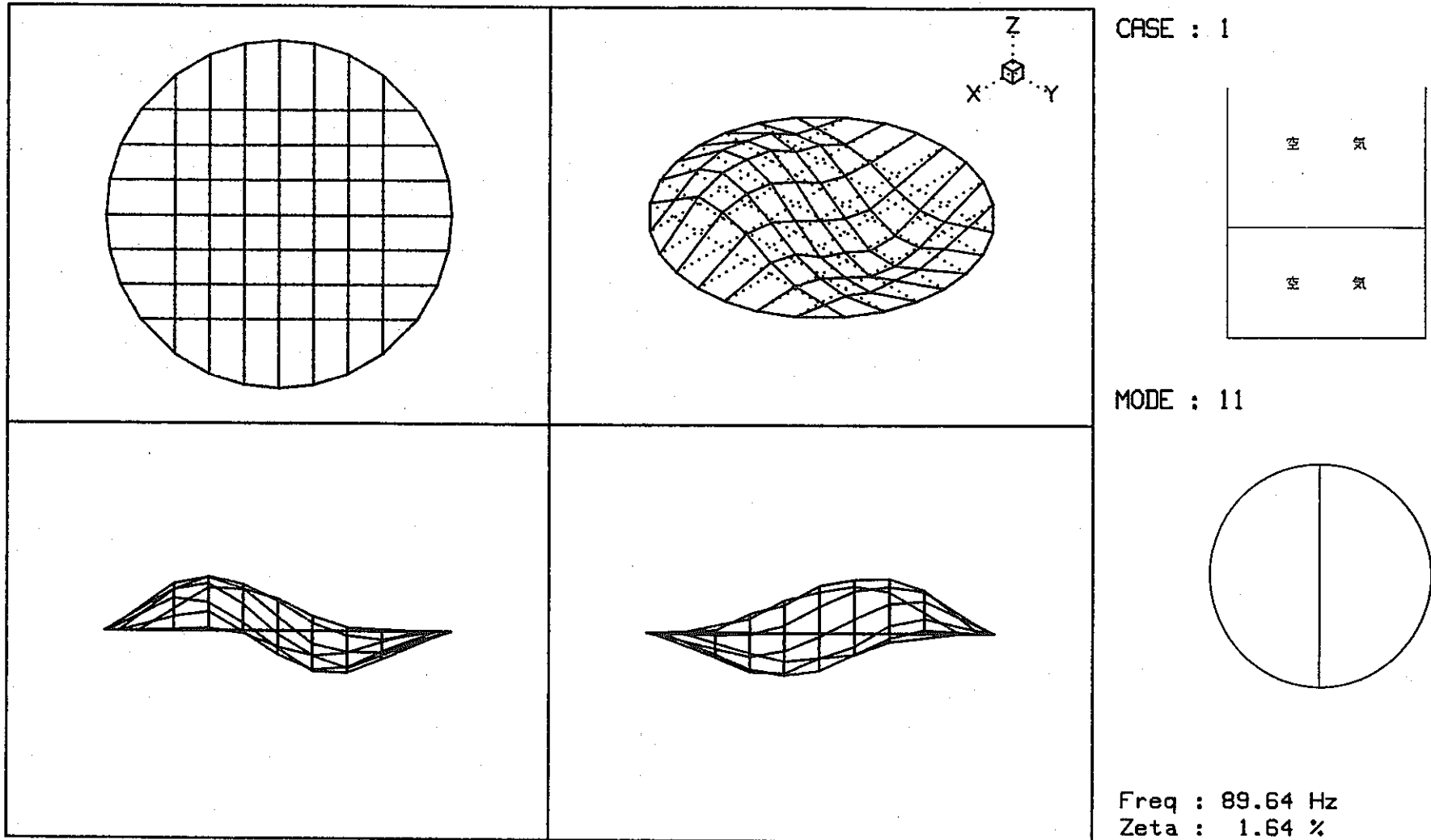


(d) CASE 4

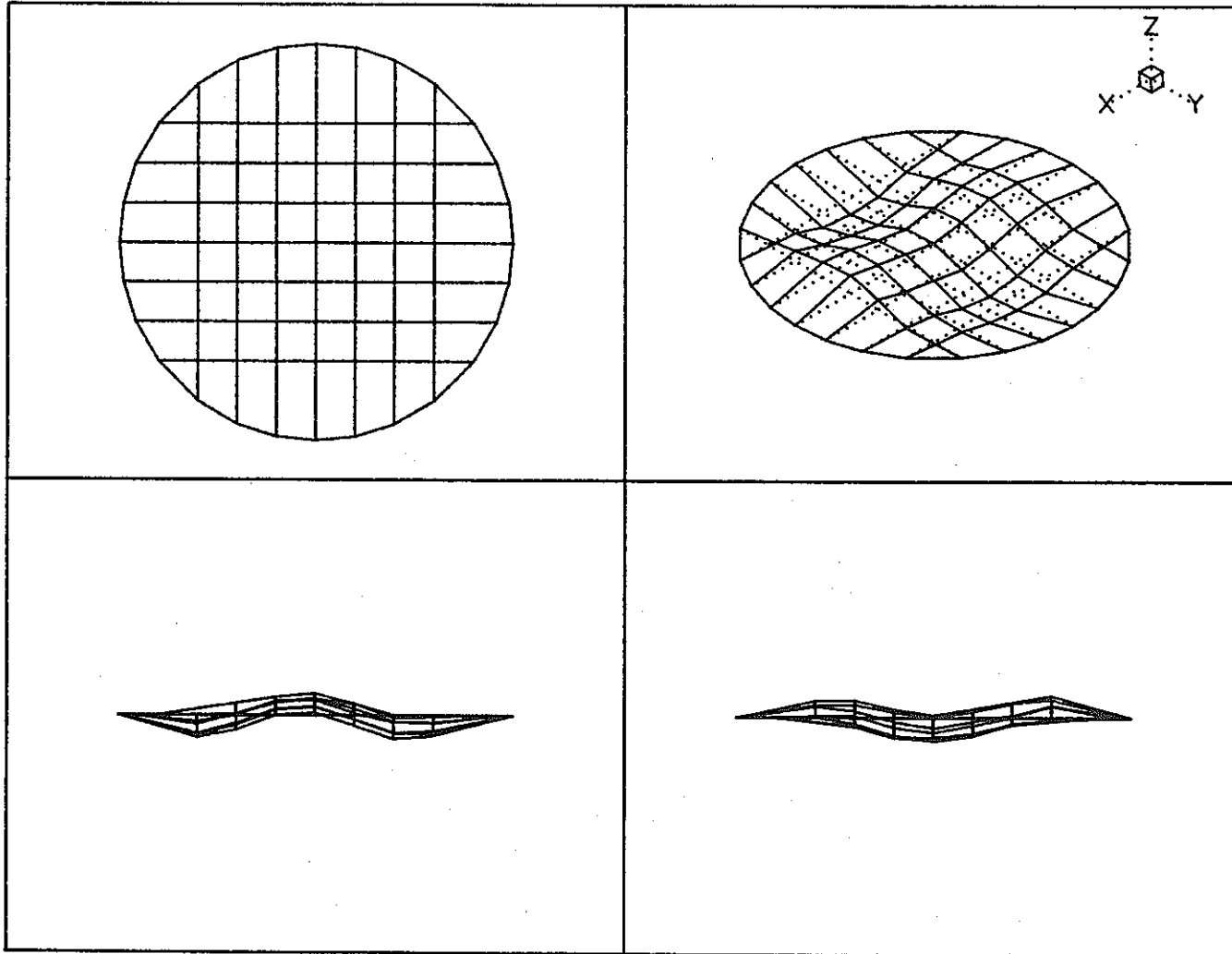
付録 B 振動試験で得られた加速度伝達関数の例 (円板中心の加速度/テーブルの加速度)  
Appendix B Some of transfer functions ( measured point = plate center )



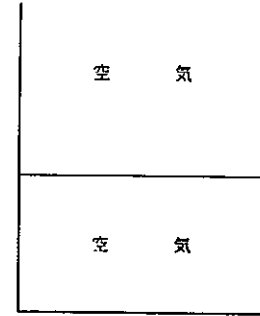
付 録 C (1) 試験で同定されたモード (Mode 01 , Case 1)  
Appendix C (1) Identified vibration mode (Mode 01 , Case 1)



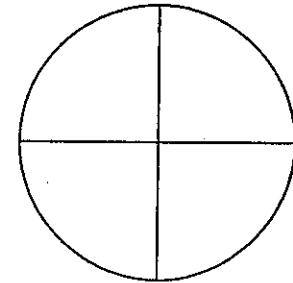
付 録 C (2) 試験で同定されたモード (Mode 11 , Case 1)  
Appendix C (2) Identified vibration mode (Mode 11 , Case 1)



CASE : 1

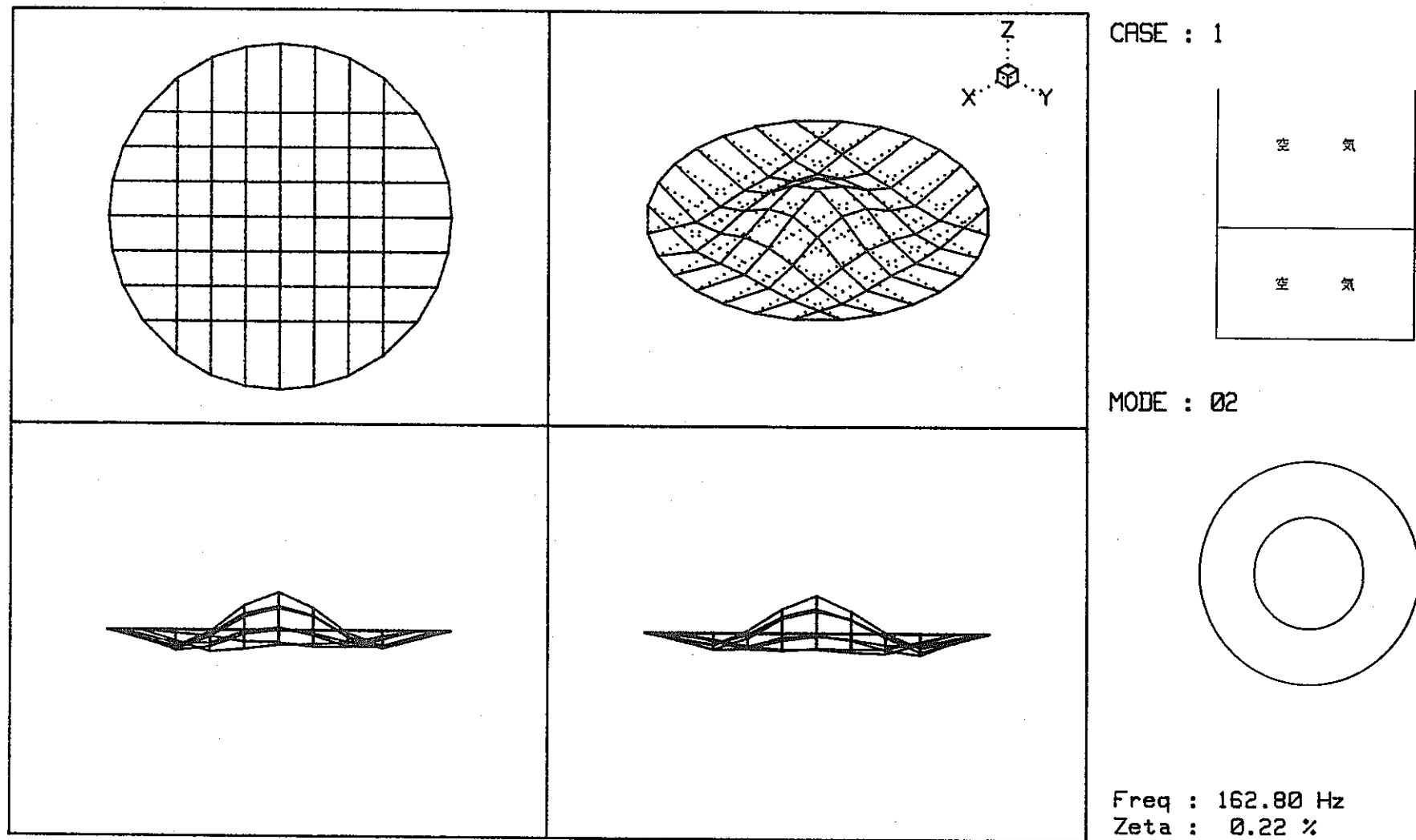


MODE : 21

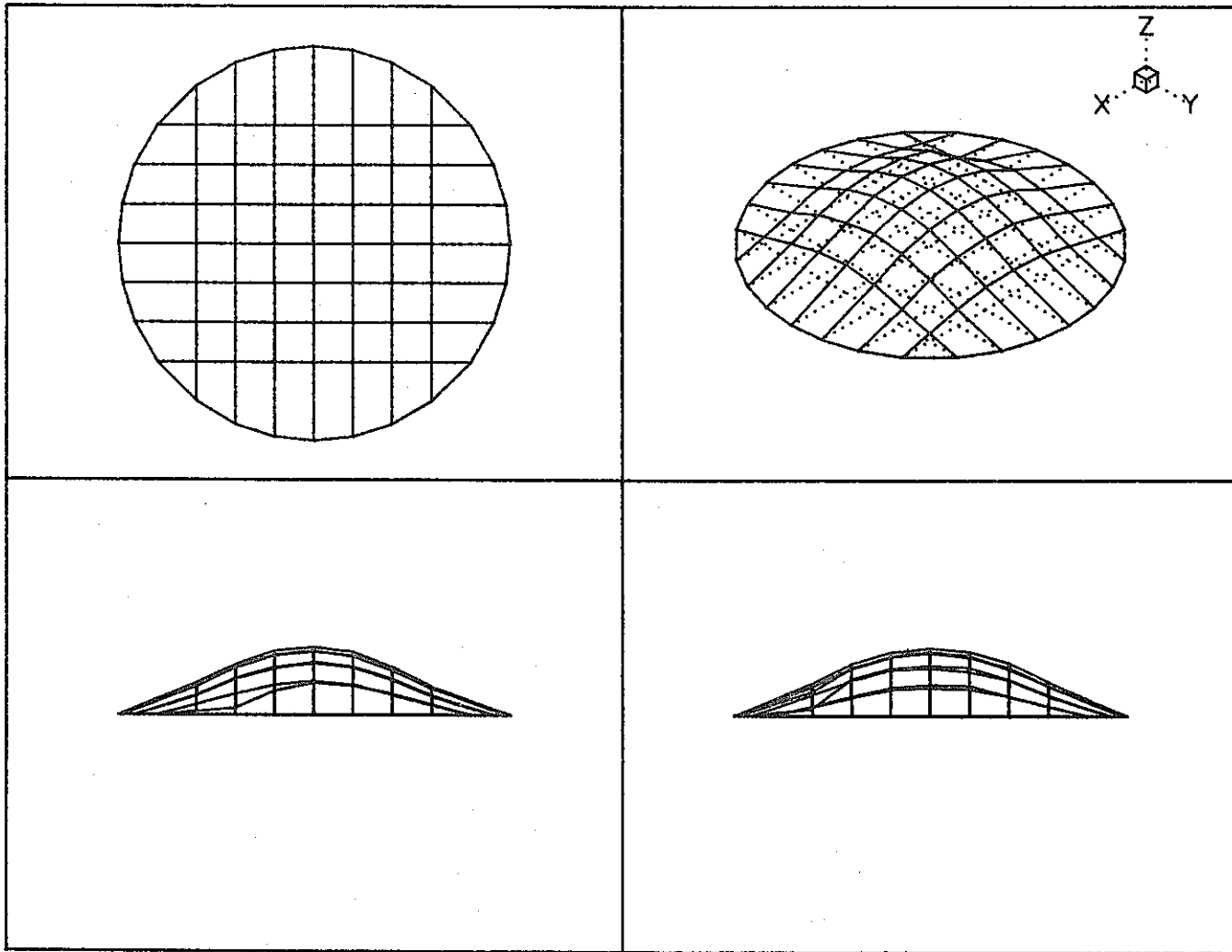


Freq : 147.81 Hz  
Zeta : 1.13 %

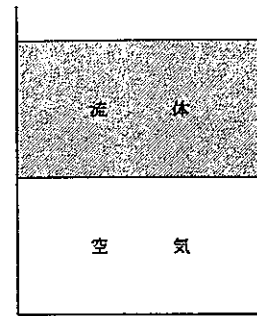
付 録 C (3) 試験で同定されたモード (Mode 21 , Case 1)  
Appendix C (3) Identified vibration mode (Mode 21 , Case 1)



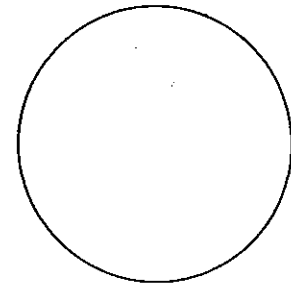
付 録 C (4) 試験で同定されたモード (Mode 02 , Case 1)  
Appendix C (4) Identified vibration mode (Mode 02 , Case 1)



CASE : 2

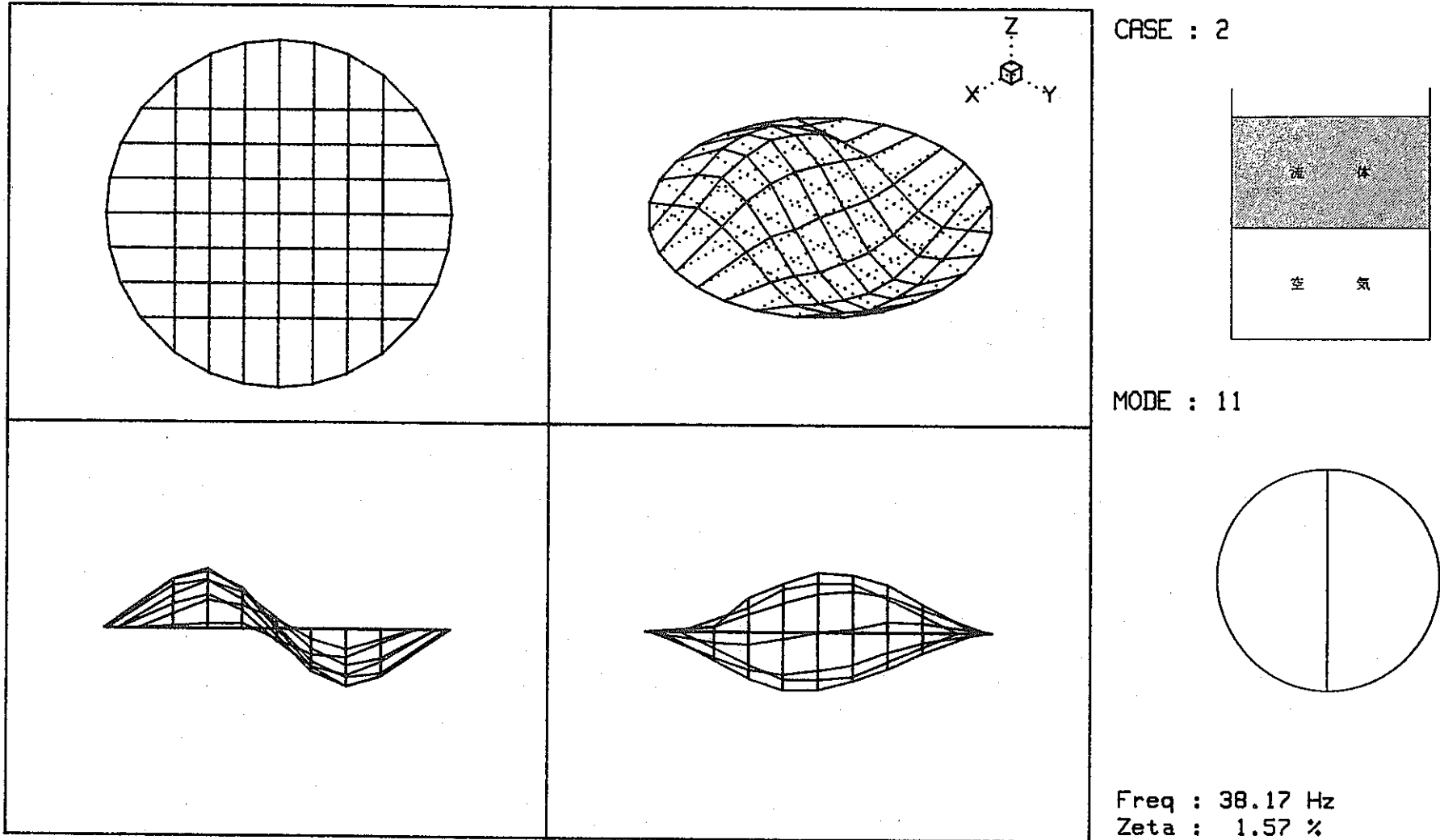


MODE : 01

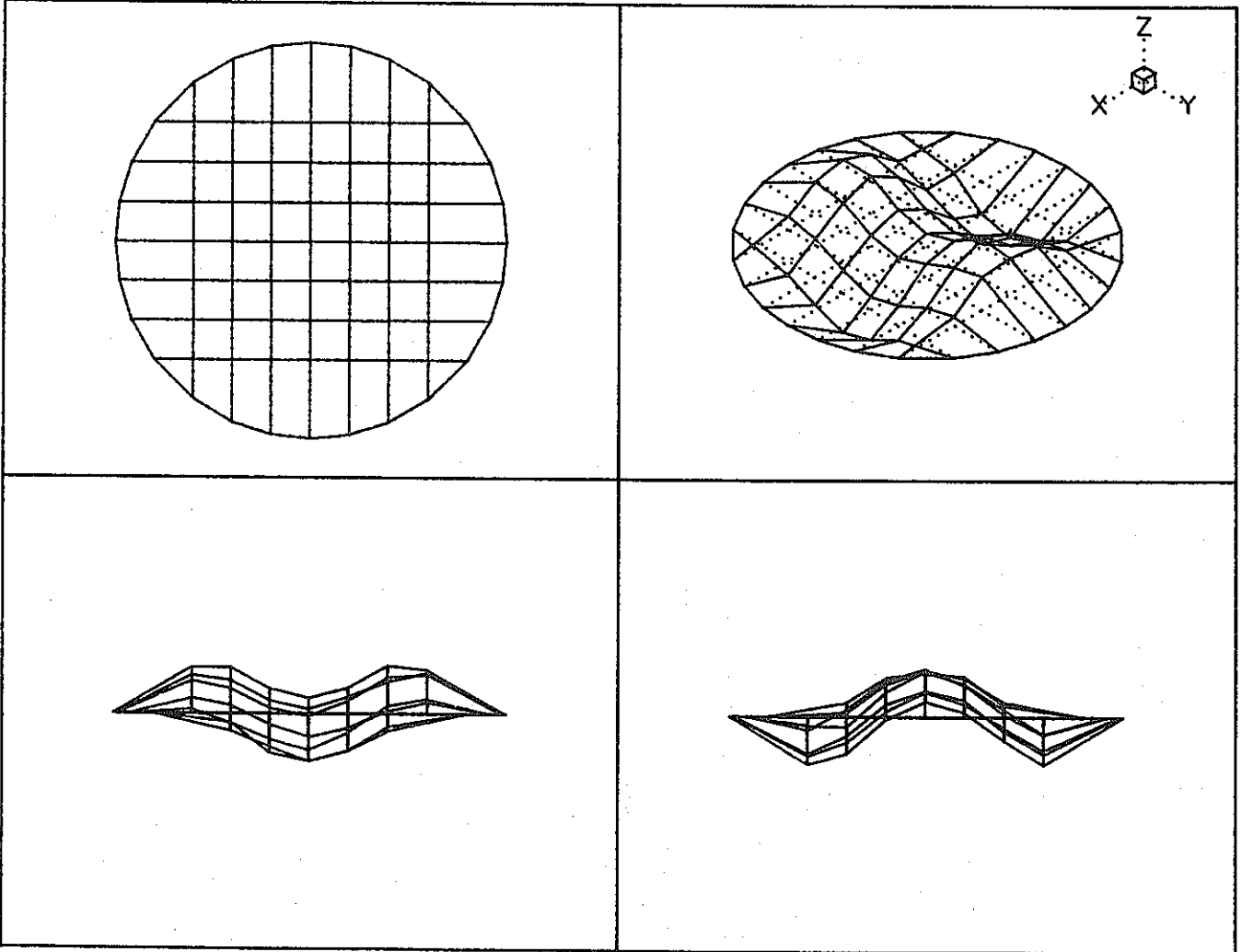


Freq : 16.59 Hz  
 Zeta : 0.91 %

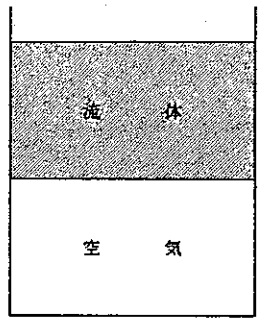
付 録 C (5) 試験で同定されたモード (Mode 01 , Case 2)  
 Appendix C (5) Identified vibration mode (Mode 01 , Case 2)



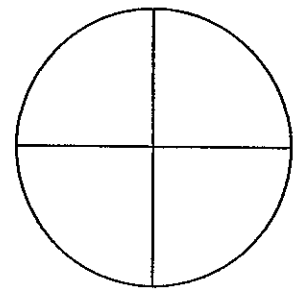
付 録 C (6) 試験で同定されたモード (Mode 11 , Case 2)  
Appendix C (6) Identified vibration mode (Mode 11 , Case 2)



CASE : 2



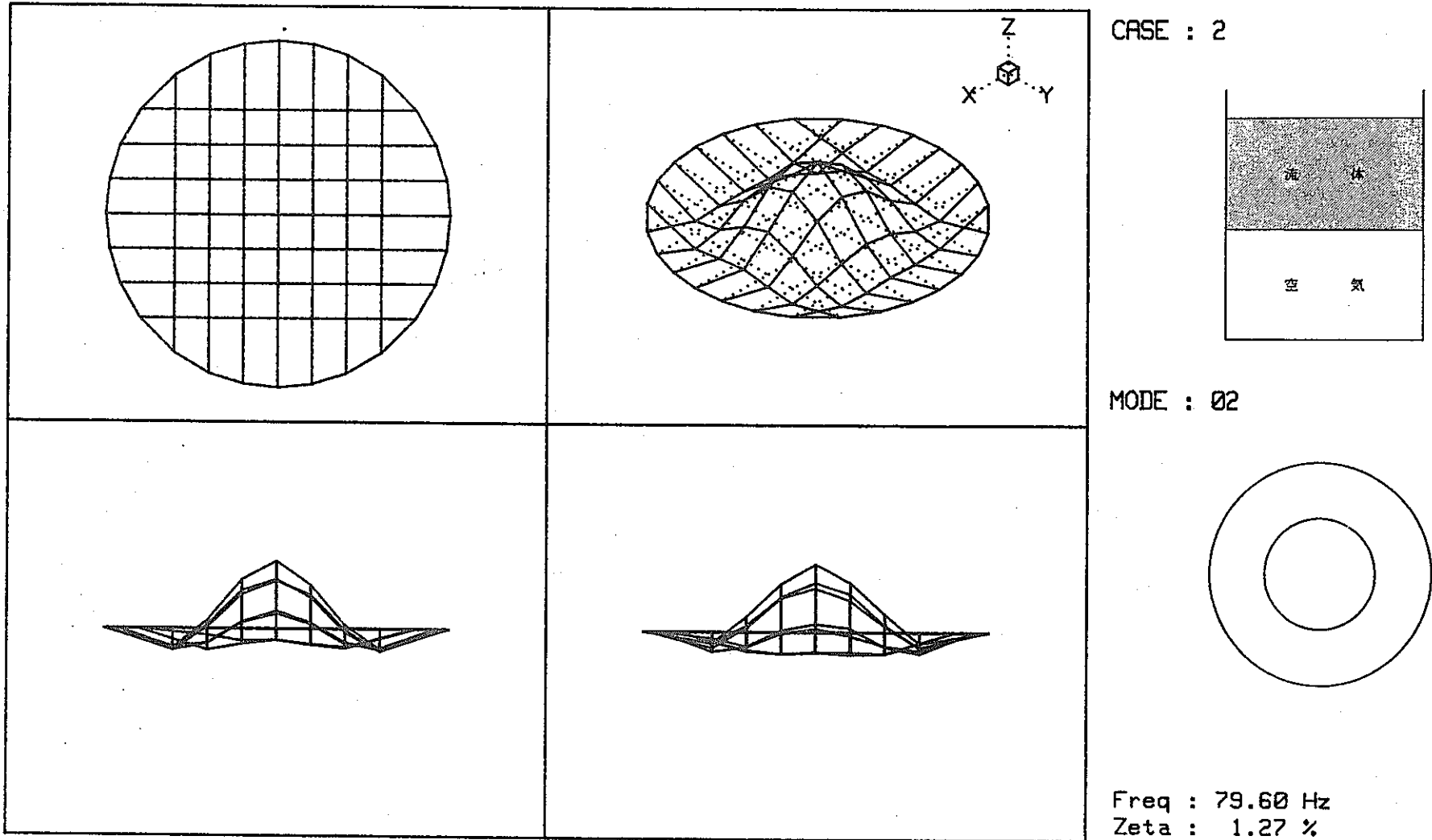
MODE : 21



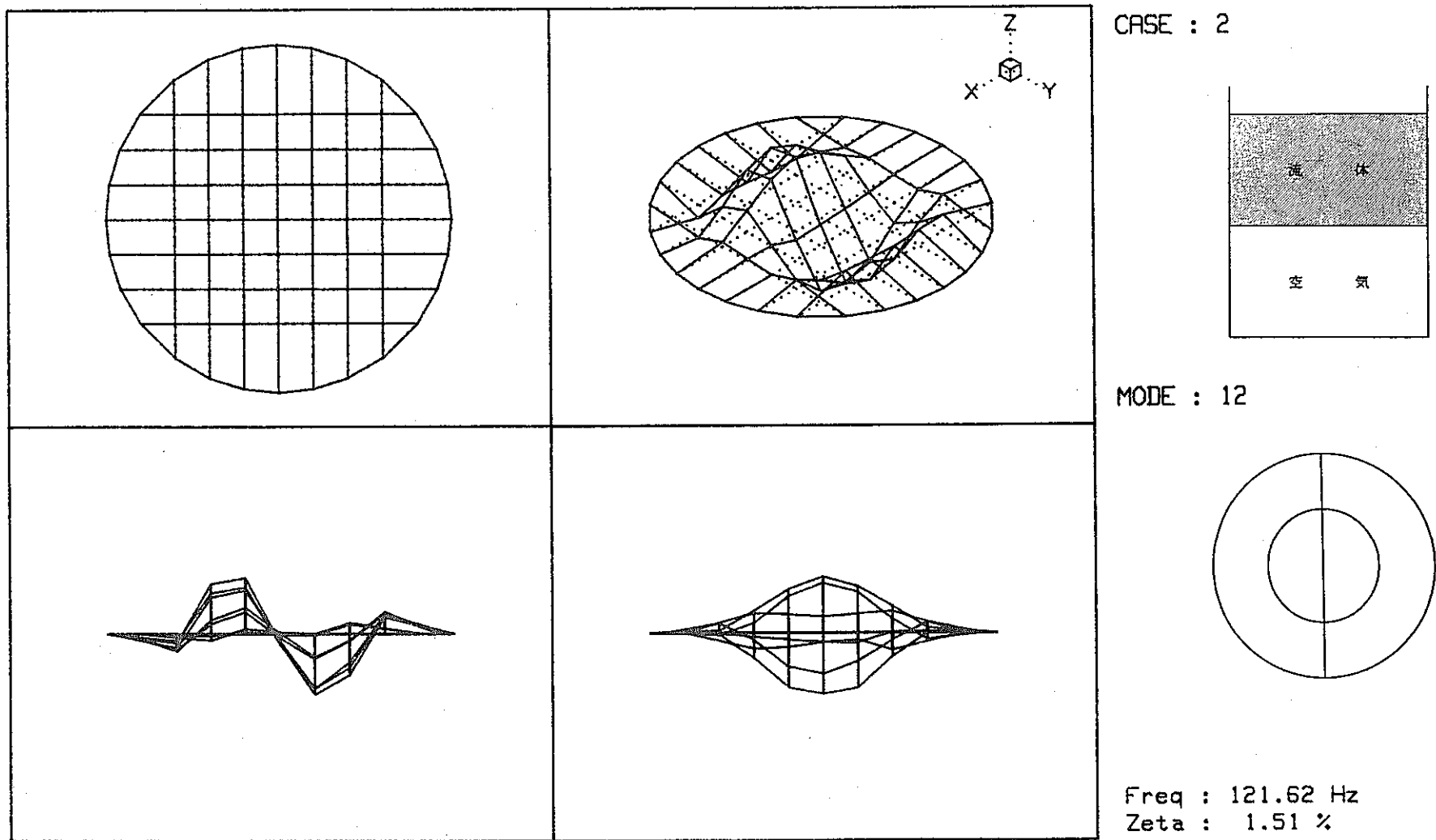
Freq : 72.06 Hz  
Zeta : 1.06 %

付 録 C (7) 試験で同定されたモード (Mode 21 , Case 2)  
 Appendix C (7) Identified vibration mode (Mode 21 , Case 2)

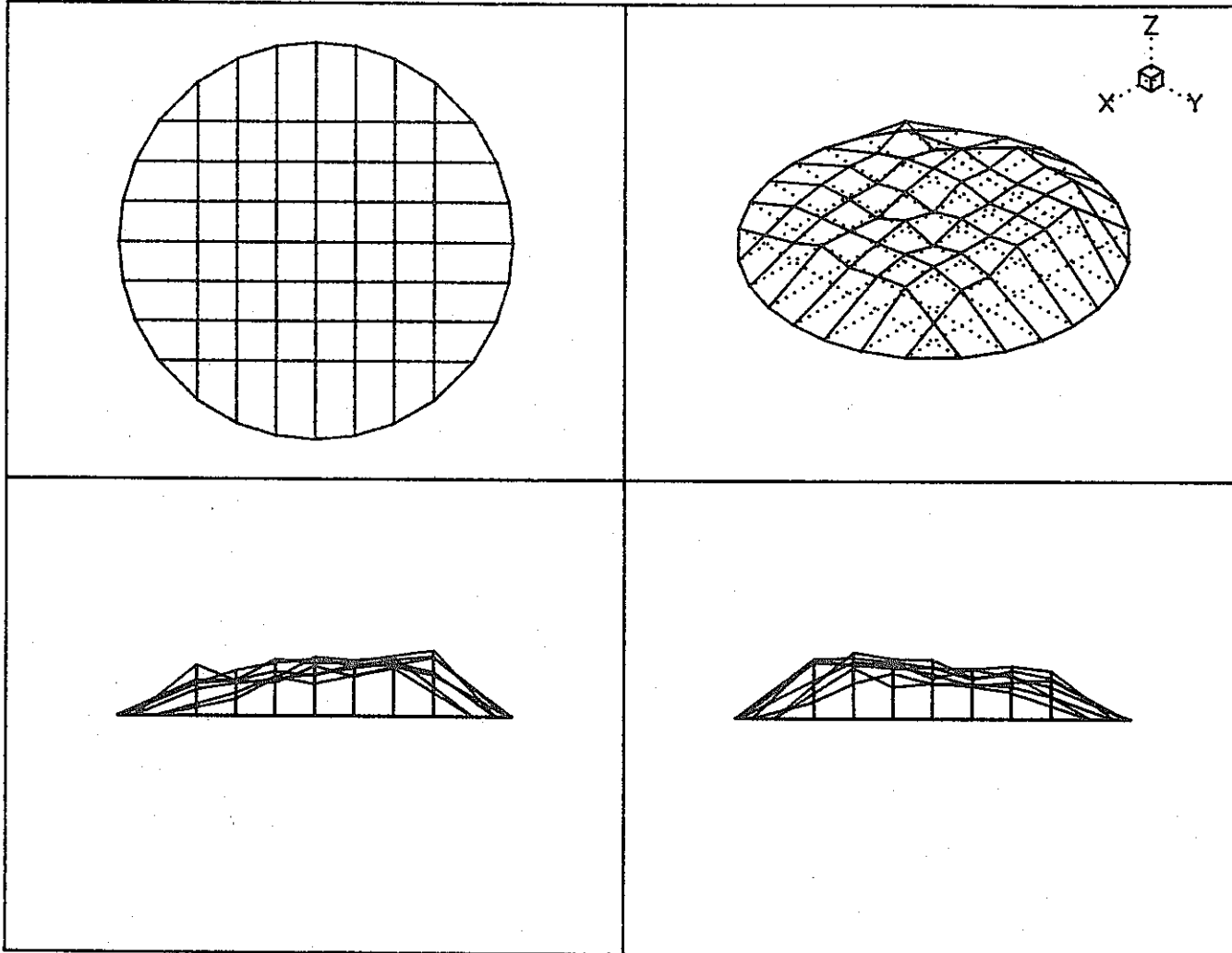




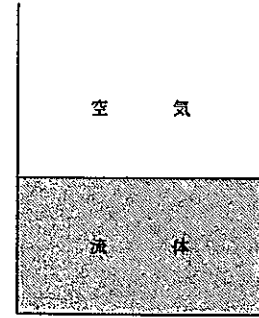
付 録 C (8) 試験で同定されたモード (Mode 02 , Case 2)  
Appendix C (8) Identified vibration mode (Mode 02 , Case 2)



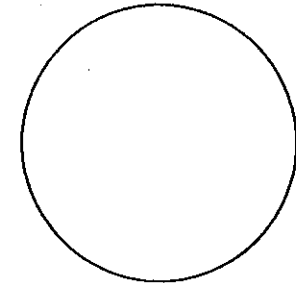
付 録 C (9) 試験で同定されたモード (Mode 12, Case 2)  
Appendix C (9) Identified vibration mode (Mode 12, Case 2)



CASE : 3



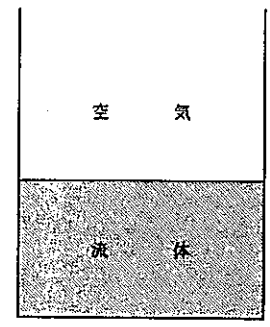
MODE : 01



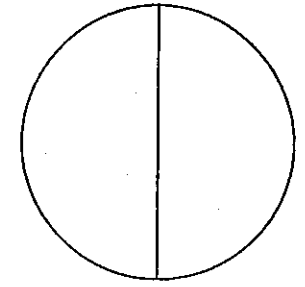
Freq : 14.84 Hz  
Zeta : 12.40 %

付 録 C (10) 試験で同定されたモード (Mode 01 , Case 3)  
Appendix C (10) Identified vibration mode (Mode 01 , Case 3)

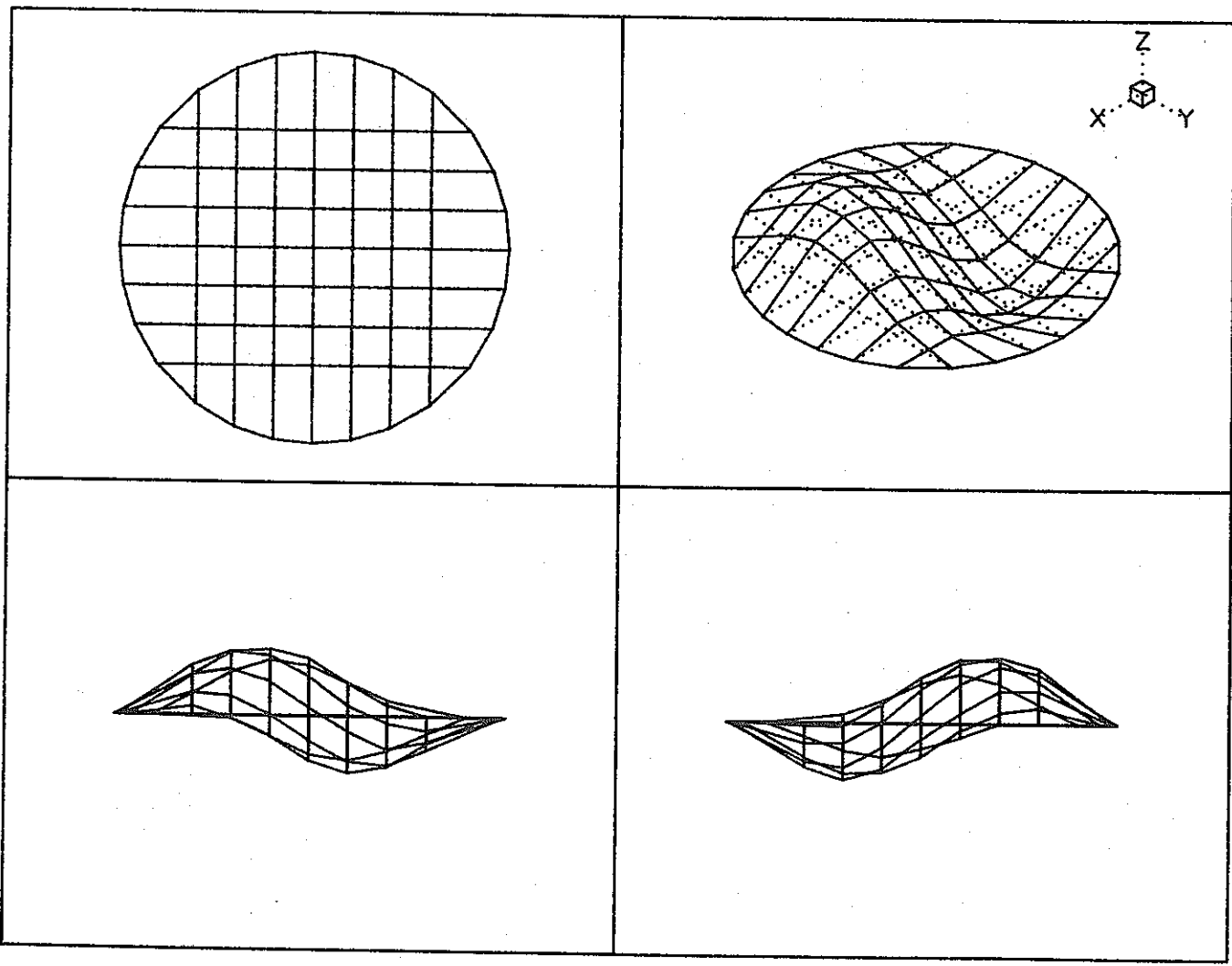
CASE : 3



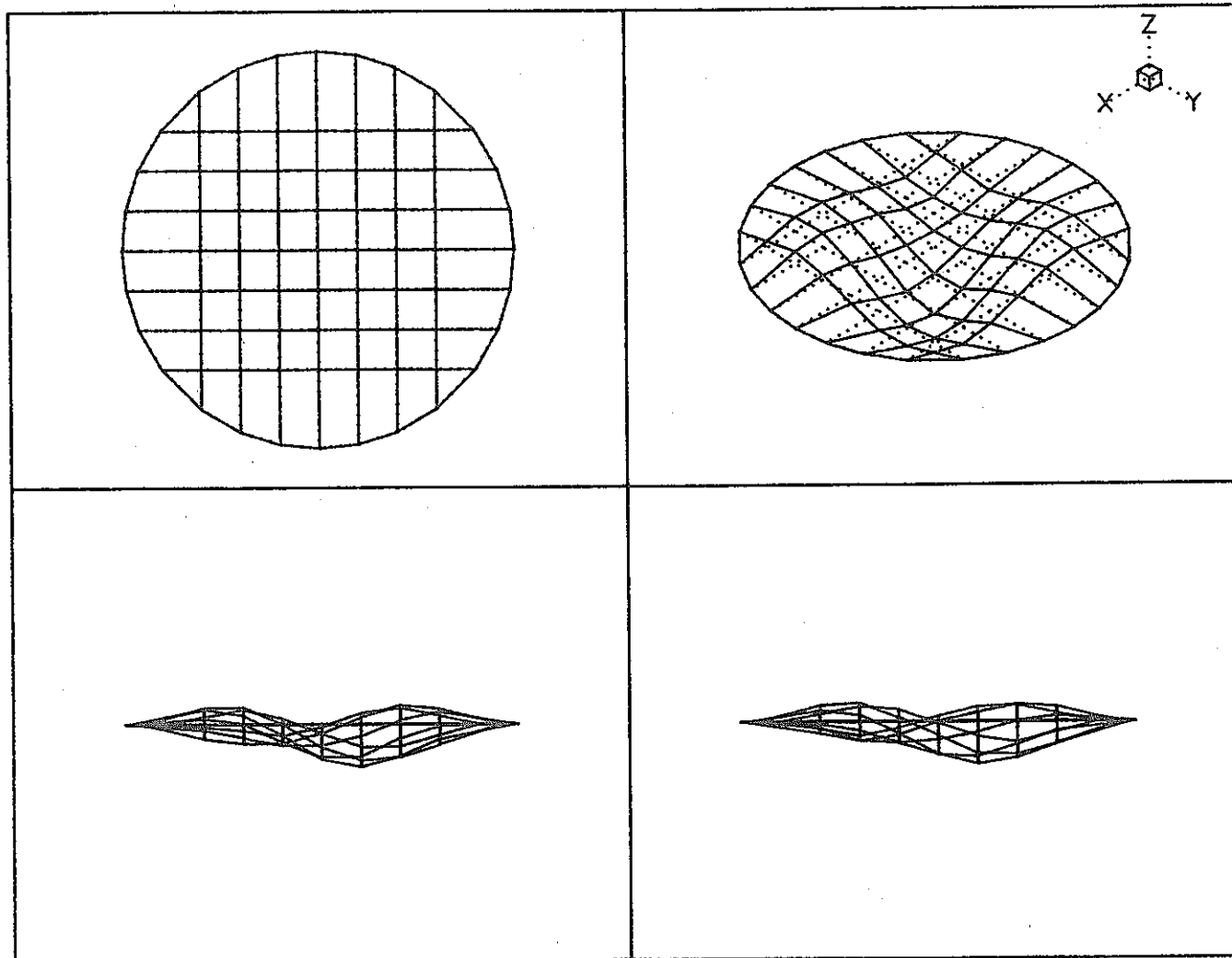
MODE : 11



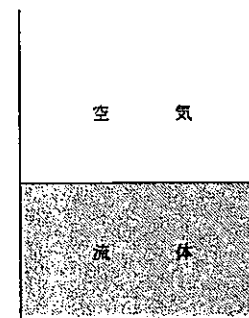
Freq : 31.58 Hz  
 Zeta : 2.98 %



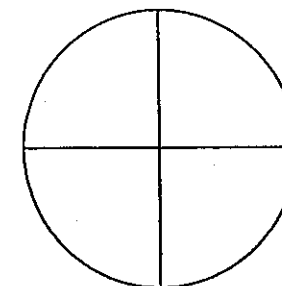
付 録 C (11) 試験で同定されたモード (Mode 11 , Case 3)  
 Appendix C (11) Identified vibration mode (Mode 11 , Case 3)



CASE : 3

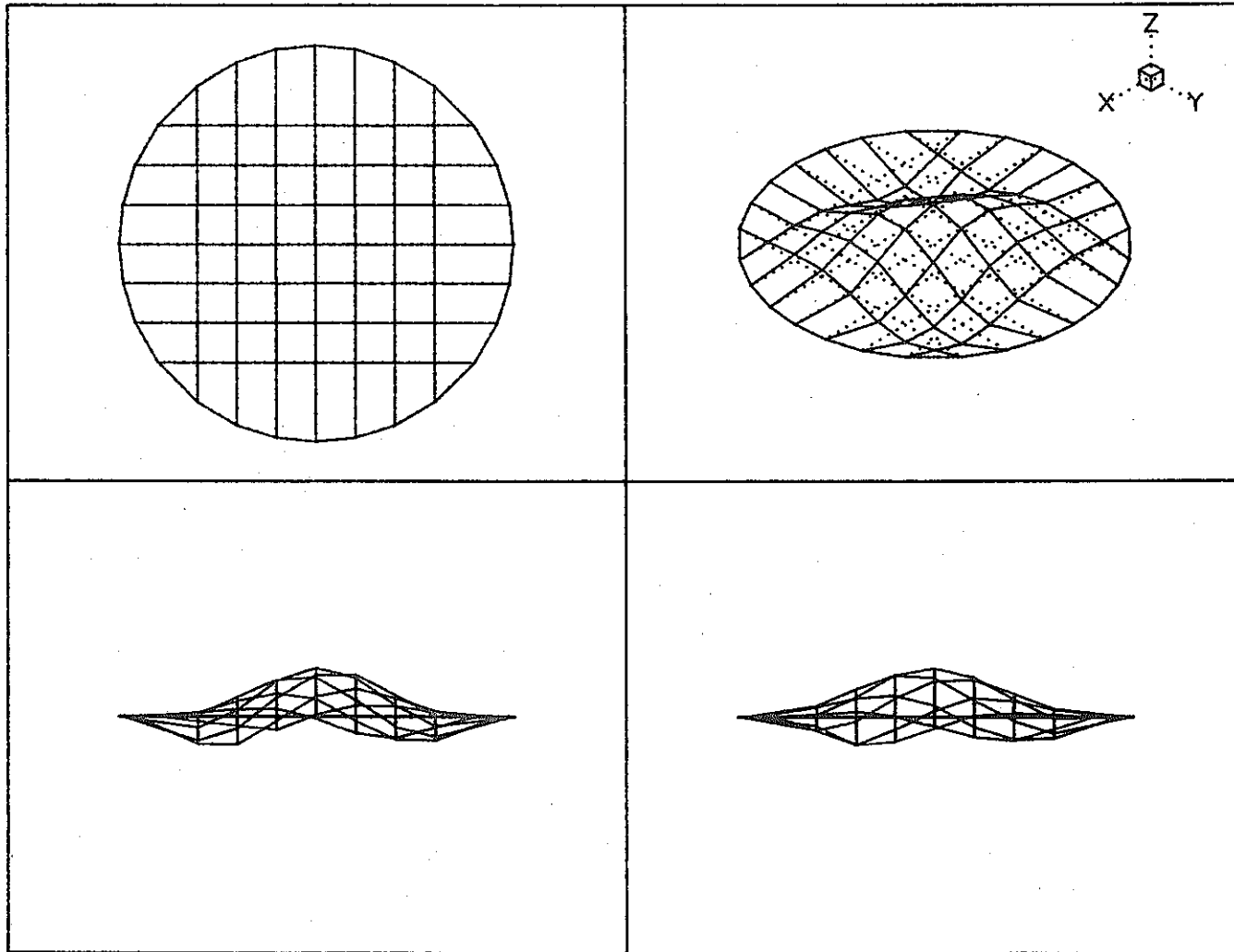


MODE : 21

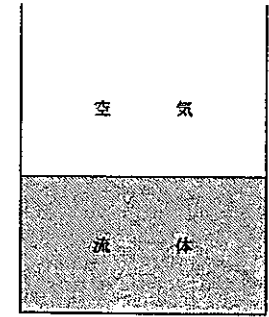


Freq : 65.71 Hz  
Zeta : 2.18 %

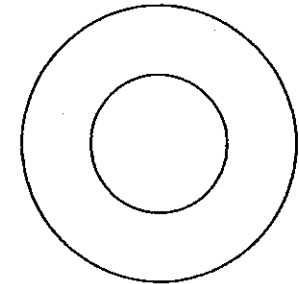
付 録 C (12) 試験で同定されたモード (Mode 21 , Case 3)  
Appendix C (12) Identified vibration mode (Mode 21 , Case 3)



CASE : 3

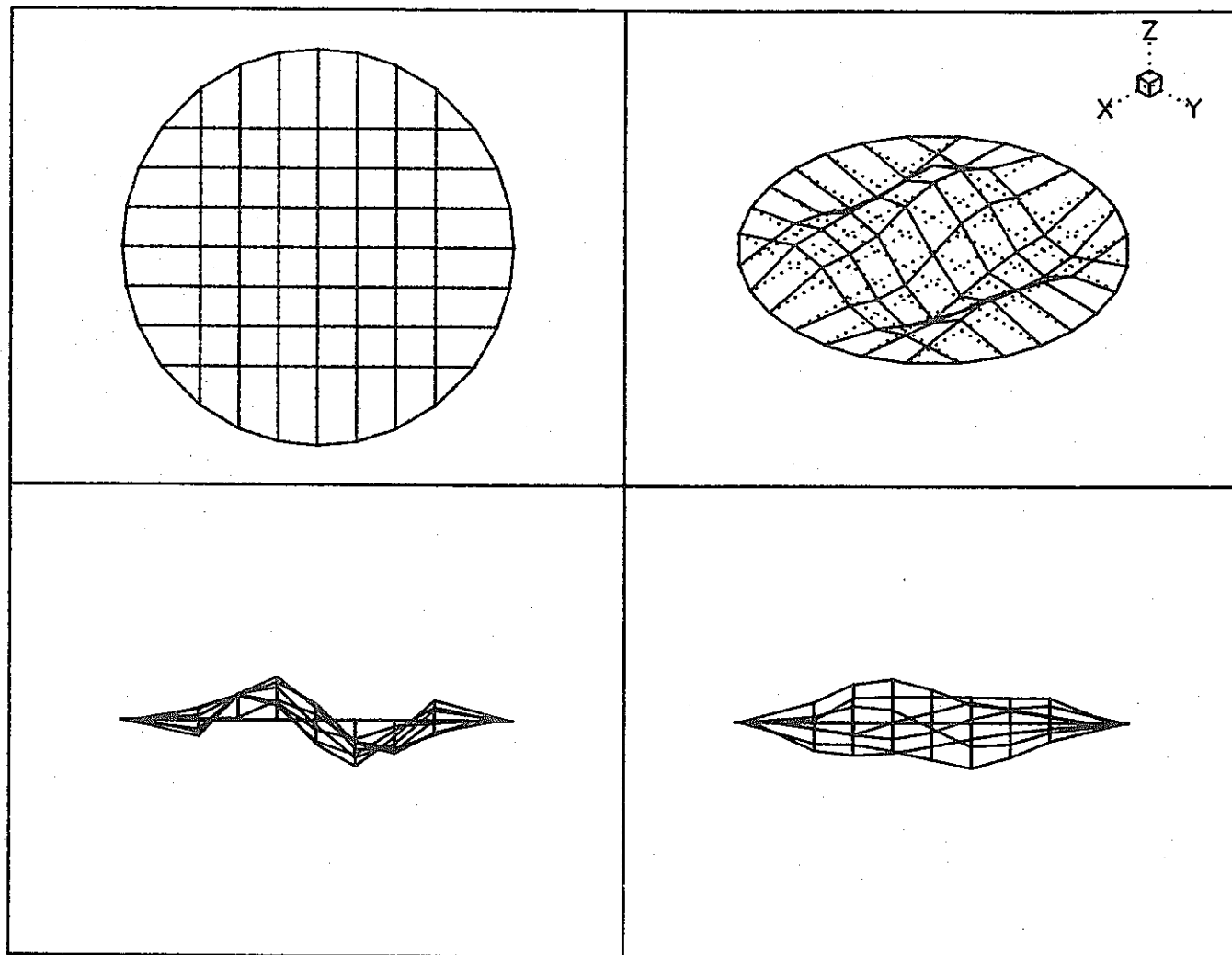


MODE : 02

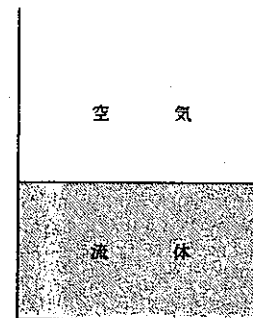


Freq : 63.72 Hz  
 Zeta : 2.42 %

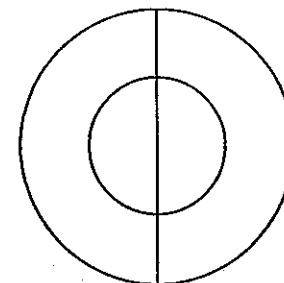
付 録 C (13) 試験で同定されたモード (Mode 02 , Case 3)  
 Appendix C (13) Identified vibration mode (Mode 02 , Case 3)



CASE : 3



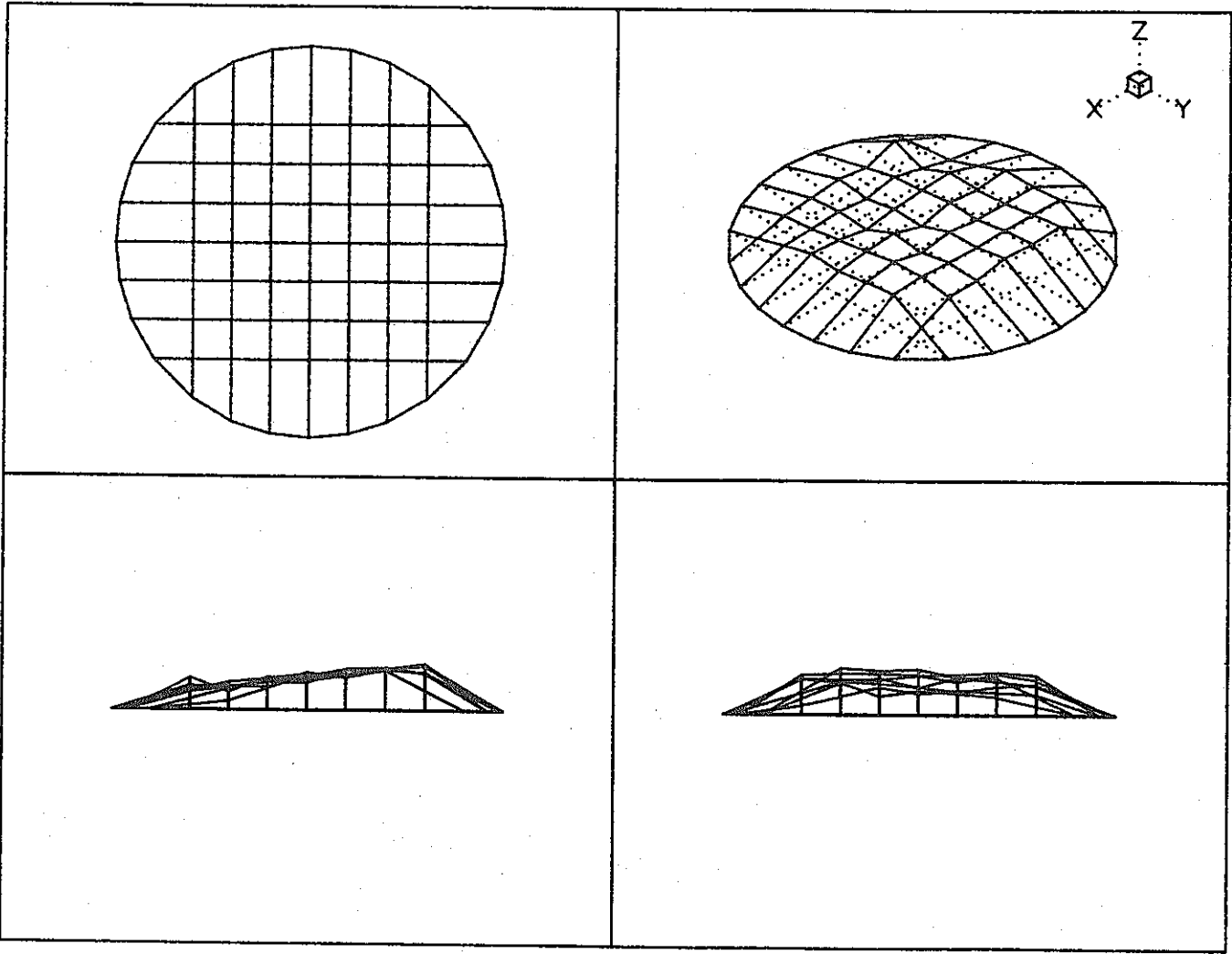
MODE : 12



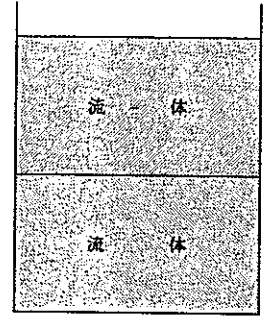
Freq : 105.07 Hz  
Zeta : 0.16 %

付 録 C (14) 試験で同定されたモード (Mode 12 , Case 3)

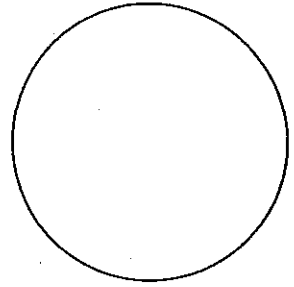
Appendix C (14) Identified vibration mode (Mode 12 , Case 3)



CASE : 4



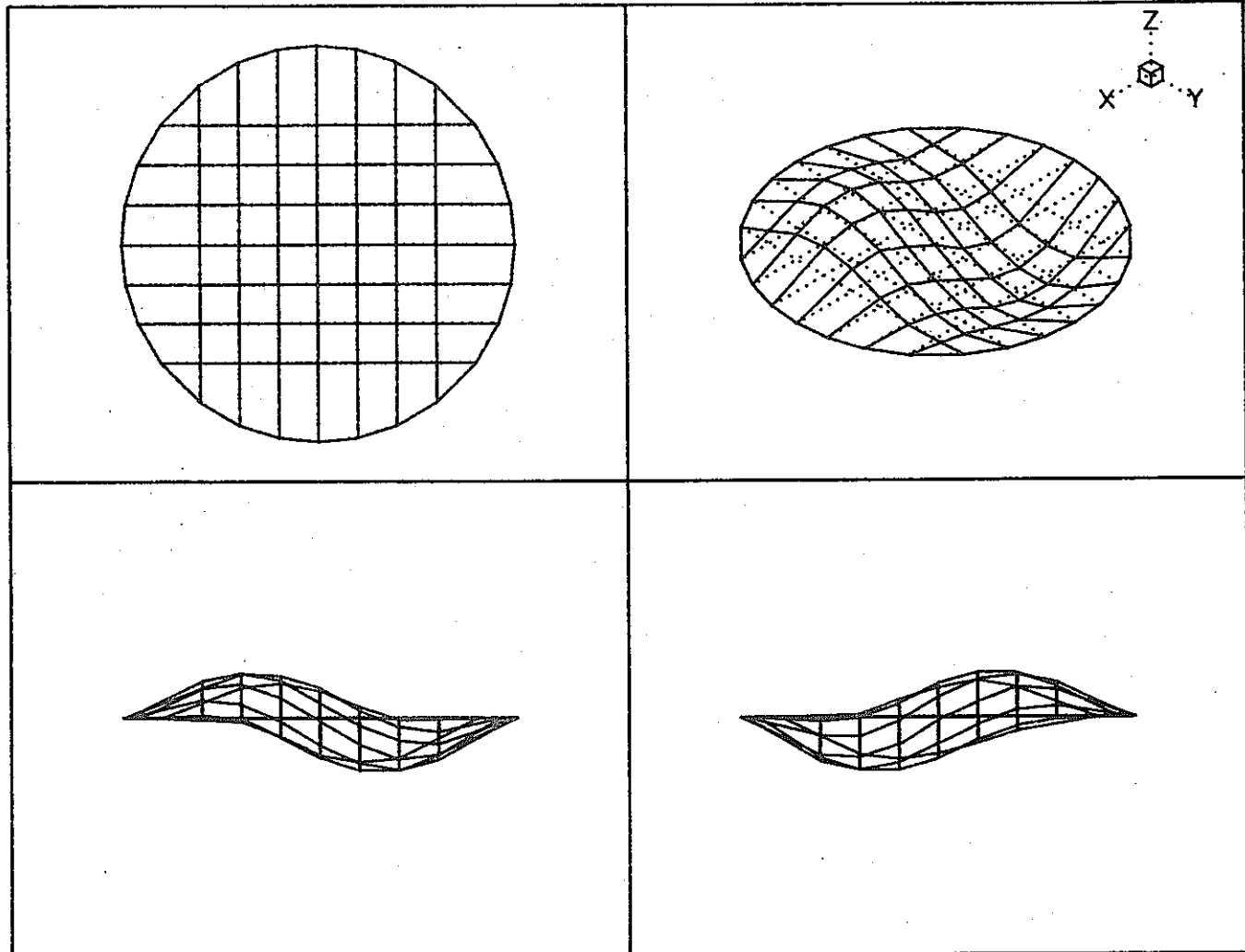
MODE : 01



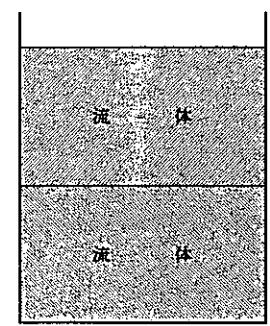
Freq : 10.67 Hz  
 Zeta : 40.25 %

付 録 C (15) 試験で同定されたモード (Mode 01 , Case 4)  
 Appendix C (15) Identified vibration mode (Mode 01 , Case 4)

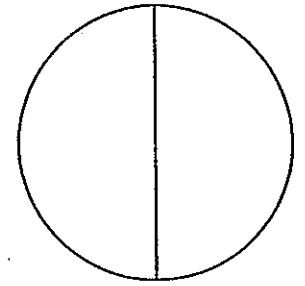




CASE : 4

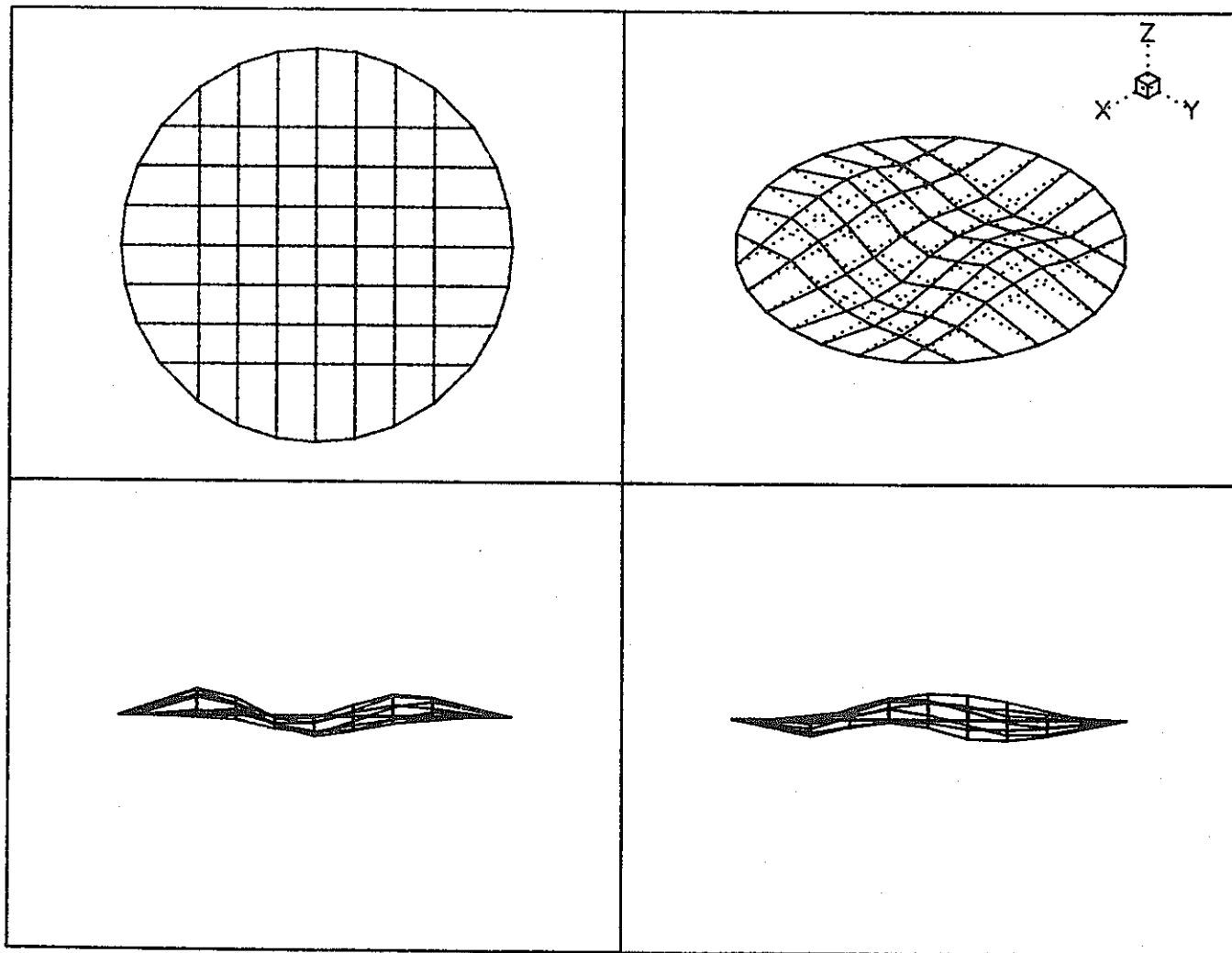


MODE : 11

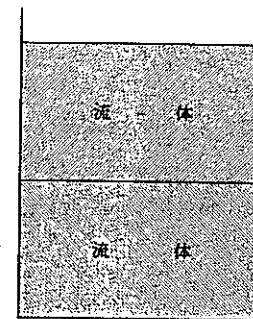


Freq : 23.49 Hz  
Zeta : 2.86 %

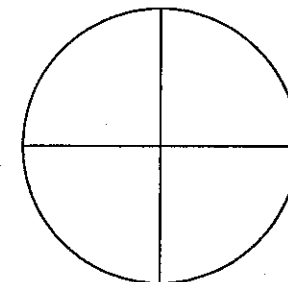
付 録 C (16) 試験で同定されたモード (Mode 11 , Case 4)  
Appendix C (16) Identified vibration mode (Mode 11 , Case 4)



CASE : 4

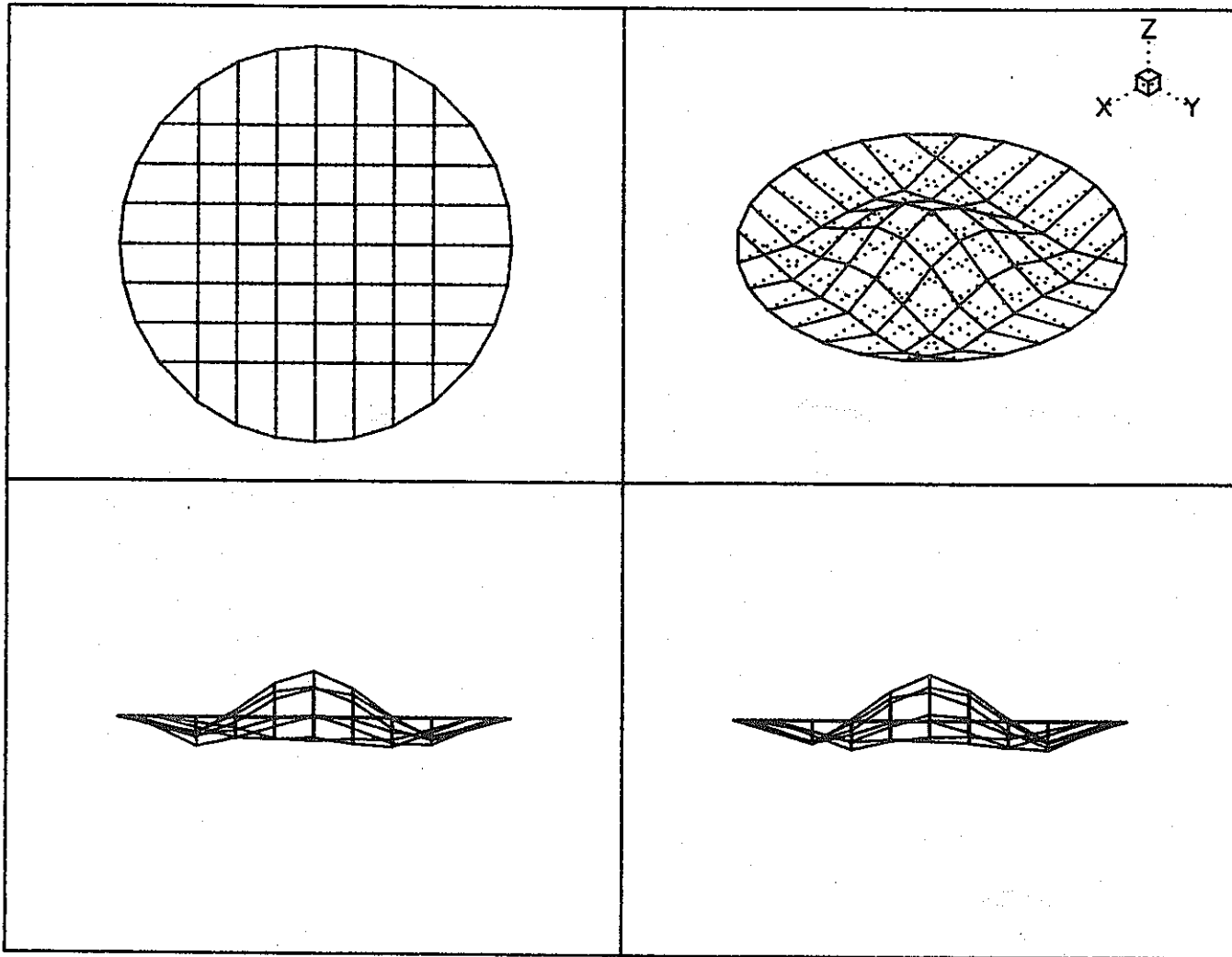


MODE : 21

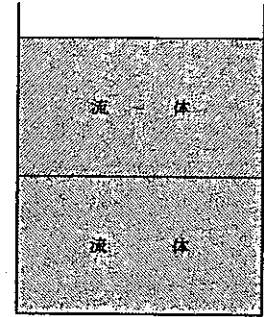


Freq : 50.25 Hz  
Zeta : 2.32 %

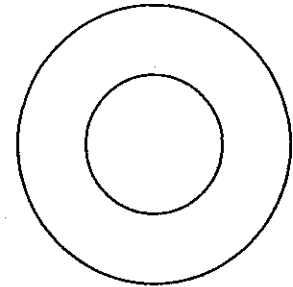
付 録 C (17) 試験で同定されたモード (Mode 21 , Case 4)  
Appendix C (17) Identified vibration mode (Mode 21 , Case 4)



CASE : 4



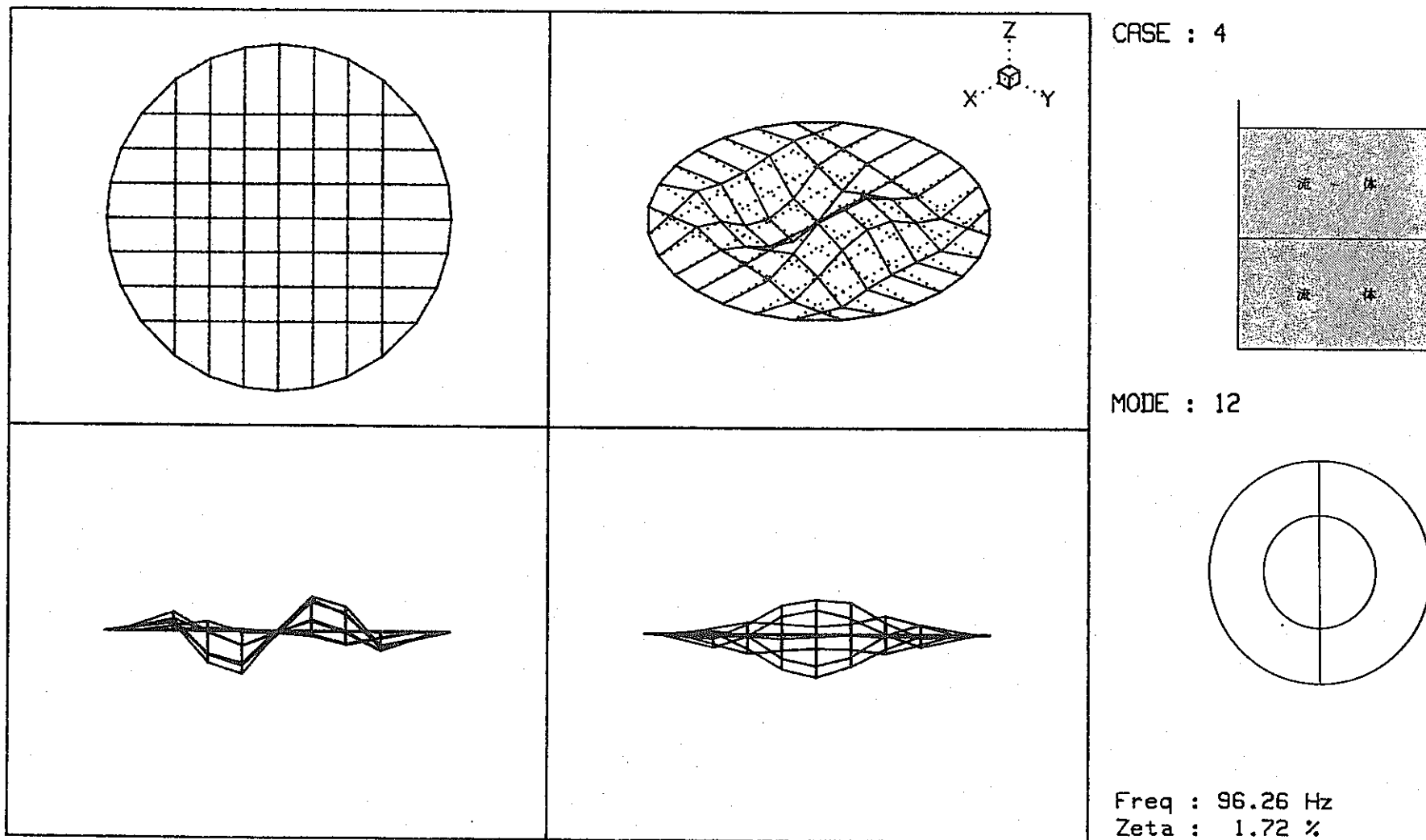
MODE : 02



Freq : 49.57 Hz  
Zeta : 2.64 %

付 録 C (18) 試験で同定されたモード (Mode 02 , Case 4)

Appendix C (18) Identified vibration mode (Mode 02 , Case 4)

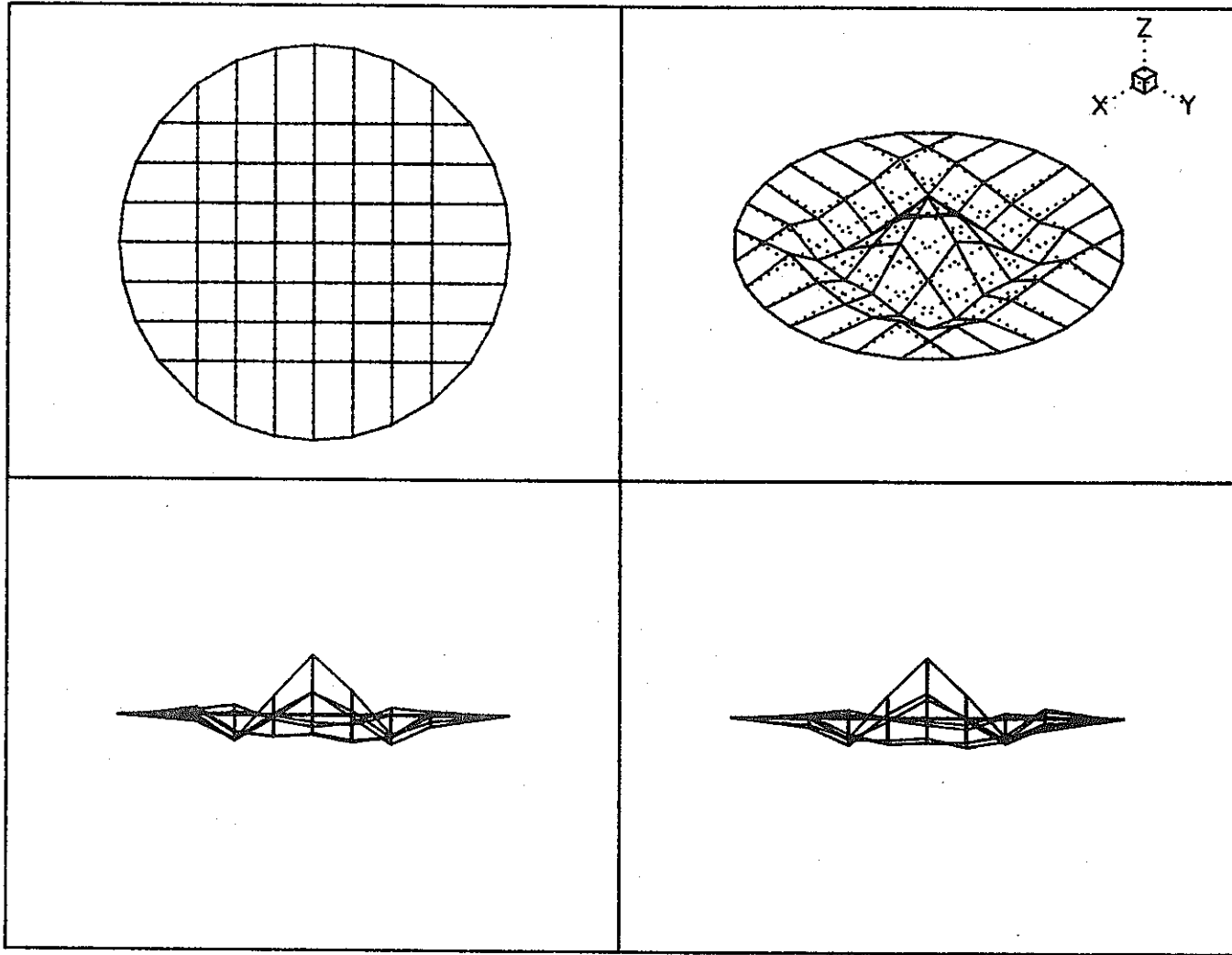


CASE : 4

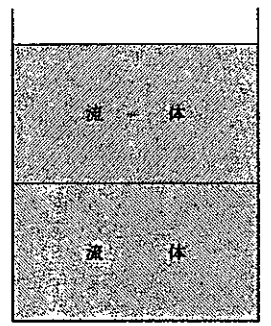
MODE : 12

Freq : 96.26 Hz  
Zeta : 1.72 %

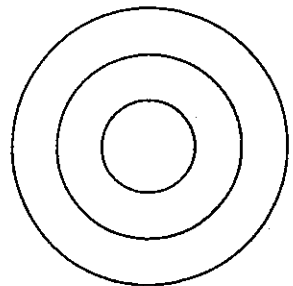
付 録 C (19) 試験で同定されたモード (Mode 12 , Case 4)  
Appendix C (19) Identified vibration mode (Mode 12 , Case 4)



CASE : 4



MODE : 03



Freq : 163.67 Hz  
 Zeta : 0.32 %

付 録 C (20) 試験で同定されたモード (Mode 03 , Case 4)  
 Appendix C (20) Identified vibration mode (Mode 03 , Case 4)

付 録 D (1) FINASへの入力データ (CASE 1)  
 Appendix D (1) INPUT DATA IMAGE (CASE 1)

```

FINAS
TITLE      2-D FSJ VERT MODEL A920
DIAG       4/1
NOPRINT    DESCR
DYNAMIC    M
CONTROL
            EIGENVALUE      10
Y          LUMP MASS
MODEL
Y
NODE
Y NO      RPT  DLT      X(MM)      Y(MM)      DIV PTCH DNOD NODE
110              0.0      0.0      8      10 190
190              460.0     0.0
1110             0.0      460.0      8      10 1190
1190             460.0     460.0
**ELOOP1      8 100      0.0      57.5
290              460.0     57.5
1290             460.0     517.5
**END1
Y
ELEMENT TYPE
1          NCONC2
Y
GEOMETRY
1 1          4.00
3 1          16.00
Y
MATERIAL
1
            E          1.98E4
            NU         0.266
            RHO        8.09E-10
3
            E          2.100E4
            NU         0.3
            RHO        8.25E-10
Y
CONNECTION
Y NO IEY IGEO IMAT      I      J      K      L      M      N      O      P LP1 ND1 LP2 ND2
Y          << SHELL ELEMENT >>
**ELOOP1      8 10 10 10
110 1 3 3 110 120
310 1 1 1 1110 1120
**EHD1
**ELOOP1      8 10 100 100
510 1 3 3 190 290
610 1 3 3 1190 1290
**END1
Y
FASTENING
Y F1 LOOP NOD1 DOF1 DNOD NOD2 DOF2 DNOD
1
F1 1 990 1 1190 1
F1 1 990 2 1190 2
F1 1 990 3 1190 3
F1 1 990 4 1190 4
Y
BOUNDARY
Y NO      NODS NODE DNOD      DOFS DOFE
1
1110              1
1110              3 4
110 190 10        1 4
Y
RESPONSE
TIME
BOUH 1
FAS 1
END MODEL
OUTPUT
PRINT SELECT
MODE ALL
STRUCTURE PLOT
YXES -Y X Z
VIEW 0.0 0.0 0.0
IPLOT
MPLOT
END OUTPUT
END FINAS
    
```

付 録 D (2) FINASへの入力データ ( CASE 2 )  
 Appendix D (2) INPUT DATA IMAGE ( CASE 2 )

```

FINAS
TITLE      2-D FSI VERT MODEL U920
NOPRINT   DESCR
DYNAMIC   M
OPTIONS   ISSPOPT=2
CONTROL
    EIGENVALUE      15
    NONAXCASE       SYM   0
Y
MODEL
Y
NODE
Y NO          RPT DLT      X(MM)      Y(MM)
**NLOOP1      9  100      0.0        57.5
  190          460.0      0.0
  1110         0.0        460.0
  1190         460.0      460.0
**END1
  110          0.0        0.0
  180          402.5     0.0
Y
ELEMENT TYPE
  1  HCONC2
  2  LNOAX4
  3  INLAX2
  4  SNLAX2
Y
GEOMETRY
  1  1      4.00
  2  1     9806.65
  3  1     16.00
Y
MATERIAL
  1
    E      1.980E4
    NU     0.266
    RHO    8.09E-10
  2
    E      0.0
    NU     0.0
    RHO    1.019E-10
  3
    E      2.100E4
    NU     0.3
    RHO    8.25E-10
Y
CONNECTION
Y NO IETY IGEO IMAT  I  J  K  L  H  N  O  P  LP1  ND1  LP2  ND2
Y
**ELOOP1      8  10  10  10
  110  1  3  3  110  120
  310  1  1  1  1110 1120
**END1
**ELOOP1      8  10  100  100
  510  1  3  3  190  290
  610  1  3  3  1190 1290
**END1
Y
**ELOOP1      8  10  100  100  100  100
  1210 2      2  1110 1120 1210 1220
**END1
Y.
**ELOOP1      8  10  100  100  100  100
  1540 3      1110 1120
  1550 3      1190 1290
**END1
Y.
2010 4  2  2  1910 1920
**END1
Y
FASTENING
Y
  1
    F1 LOOP ND01 DOF1 DN02 ND02 DOF2 DN02
      F1  1  990  1      1190  1
      F1  1  990  2      1190  2
      F1  1  990  3      1190  3
      F1  1  990  4      1190  4
Y
BOUNDARY
Y NO      ND0S ND0E DN0D      DOFS DOFE
  1
      110 190 10      1  4
    
```

```
      1110      7
      1110      1
      1110      3  4
Y
RESPONSE
  TIME
    BOUN  1
    FAS   1
END MODEL
OUTPUT
PRINT SELECT
MODE      ALL
STRUCTURE PLOT
YXES      -Y  X  Z
YIEW      0.0  0.0  0.0
IPLOT
HPLOT
END OUTPUT
END FINAS
```



付 録 D (3) FINASへの入力データ ( CASE 3 )  
 Appendix D (3) INPUT DATA IMAGE ( CASE 3 )

```

FINAS
TITLE      2-D FSI VERT MODEL A920
DIAG       4/1
NOPRINT    DESCR
DYNAMIC    M
CONTROL
    EIGENVALUE      10
Y LUMP MASS
MODEL
Y
NODE
Y NO      RPT DLT      X(MM)      Y(MM)      DIV PTCH DNOD NOD2
  110          0.0      0.0
  190      460.0      0.0
  1110         0.0     460.0      8          10 1190
  1190      460.0     460.0
**ELOOP1      8 100      0.0      57.5
  290      460.0      57.5
  1290     460.0     517.5
**END1
Y
ELEMENT TYPE
  1      HCONC2
Y
GEOMETRY
  1      1      4.00
  3      1      16.00
Y
MATERIAL
  1
    E      1.98E4
    NU     0.266
    RHO    8.09E-10
  3
    E      2.100E4
    NU     0.3
    RHO    8.25E-10
Y
CONNECTION
Y NO IETY IGEO IMAT      I      J      K      L      M      N      O      P LP1 N01 LP2 N02
Y          << SHELL ELEMENT >>
**ELOOP1      8 10 10 10
  110  1  3  3  110 120
  310  1  1  1  1110 1120
**END1
**ELOOP1      8 10 100 100
  510  1  3  3  190 290
  610  1  3  3  1190 1290
**END1
Y
FASTENING
Y      F1 LOOP N0D1 DOF1 DNOD N0D2 DOF2 DNOD
  1
    F1  1  990  1      1190  1
    F1  1  990  2      1190  2
    F1  1  990  3      1190  3
    F1  1  990  4      1190  4
Y
BOUNDARY
Y NO      N0DS N0DE DNOD      DOFS DOFE
  1
    1110          1
    1110          3  4
    110  190  10      1  4
Y
RESPONSE
    TIME
    BOUN      1
    FAS       1
END MODEL
    
```

```
OUTPUT
PRINT SELECT
MODE      ALL
STRUCTURE PLOT
YXES      -Y  X  Z
YVIEW     0.0  0.0  0.0
IPLOT
HPLOT
END OUTPUT
END FINAS
OUTPUT
PRINT SELECT
MODE      ALL
STRUCTURE PLOT
IPLOT
HPLOT
END OUTPUT
END FINAS
```

付 録 D (4) FINASへの入力データ (CASE 4)  
 Appendix D (4) INPUT DATA IMAGE (CASE 4)

```

FINAS
TITLE 2-D FS1 VERT MODEL B920
NOPRINT DESCR
DYNAMIC H
OPTIONS ISSOPT=2
CONTROL
    EIGENVALUE 15
    NONAXCASE SYM 0
Y LUMP MASS
MODEL
Y
NODE
Y NO RPT DLT X(MM) Y(MM) DIV PTCR DNOD NODE
**NLOOP1 9 100 0.0 57.5 8 10 190
110 0.0 0.0
190 460.0 0.0
1110 0.0 460.0 8 10 1190
1190 460.0 460.0
**END1
Y
ELEMENT TYPE
1 NCONC2
2 LNQAX4
3 INLAX2
4 SNLAX2
Y
GEOMETRY
Y 1 1 4.00
2 1 9806.65
3 1 16.00
Y 4 1 2.00
5 1 0.01
-6 1 4.00
Y
MATERIAL
1
E 1.98E4
NU 0.266
RHO 8.09E-10
2
E 0.0
NU 0.0
RHO 1.019E-10
3
E 2.10E4
NU 0.3
RHO 8.25E-10
Y
CONNECTION
Y NO-JEY I GEO IMAT I J K L H N O P LP1 ND1 LP2 ND2
Y << SHELL ELEMENT >>
**ELOOP1 8 10 10 10
110 1 3 3 110 120
210 1 6 1 910 920
310 1 5 1 1110 1120
**END1
**ELOOP1 8 10 100 100
510 1 3 3 190 290
610 1 3 3 1190 1290
**END1
Y << FLUID ELEMENT >>
**ELOOP1 8 10 100 100 100 100
1110 2 2 110 120 210 220 8 10
1210 2 2 1110 1120 1210 1220 8 10
**END1
Y << F.S.I ELEMENT >>
1510 3 110 120 8 10
1520 3 190 290 8 100
1530 3 920 910 8 10
1540 3 1110 1120 8 10
1550 3 1190 1290 8 100
Y << FREE SURFACE ELEMENT >>
2010 4 2 2 1910 1920 8 10
Y
FASTENING
Y F1 LOOP NOD1 DOF1 DNOD NOD2 DOF2 DNOD
1
F1 1 910 2 10 1110 2 10
F1 8 920 1 10 1120 1 10
    
```

F1	8	920	2	10	1120	2	10
F1	8	920	3	10	1120	3	10
F1	8	920	4	10	1120	4	10

Y

BOUNDARY

Y	NO	NOFS	NOFE	DNOD	DOFS	DOFE
1						
		110	190	10	1	4
		110	190	10	7	
		1110			7	
		910	1110	200	1	
		910	1110	200	3	4

Y

RESPONSE

TIME

BOUN	1
FAS	1

END MODEL

OUTPUT

PRINT SELECT

MODE ALL

STRUCTURE PLOT

YXES -Y X Z

VIEW 0.0 0.0 0.0

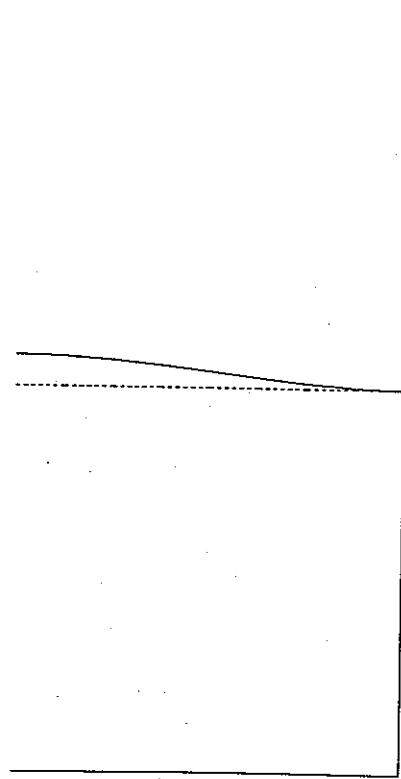
IPLOT

YPLOT NODES

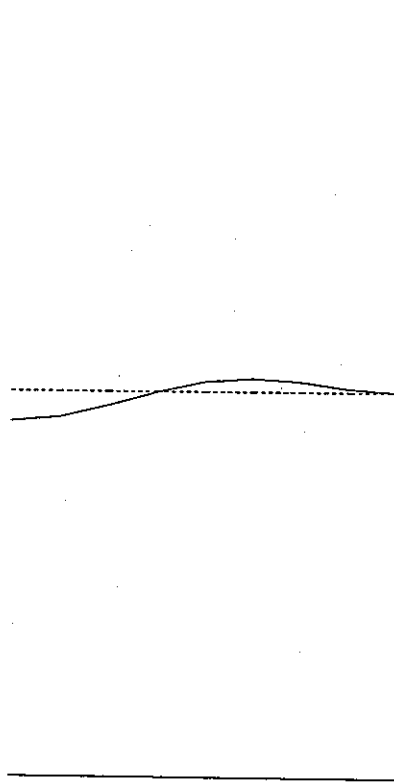
HPLOT

END OUTPUT

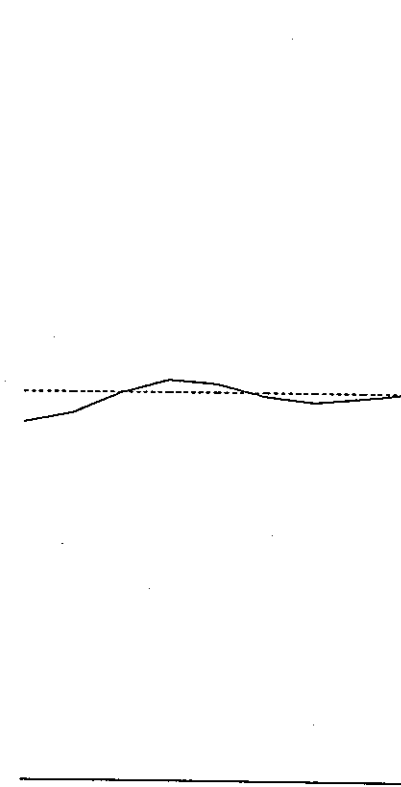
END FINAS



(a) 1次モード  
MODE 01



(b) 2次モード  
MODE 02



(c) 3次モード  
MODE 03

付録 E FINAS による円板の振動モード  
Appendix E Vibration mode calculated by FINAS

(CASE 1) 周方向展開次数 0