

# 高温構造設計基準「ひずみ制限」の評価体系の整備

—— 1次曲げ2次膜応力ラチェットの簡易評価法の開発 ——

1992年5月

動力炉・核燃料開発事業団  
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

## 高温構造設計基準「ひずみ制限」の評価体系の整備

### －1次曲げ2次膜応力ラチェットの簡易評価法の開発－

山下 卓哉\*, 月森 和之\*  
永田 敬\*

#### 要 旨

1次応力と2次応力の相互作用によって生じる単軸応力場のラチェットには、これまでに知られている2本棒、Bree円筒及びベローズタイプのラチェットの他に、1次応力が曲げ応力で2次応力が膜応力のタイプのラチェットの存在が予測されるが、このタイプのラチェットの発生条件については未だ検討された例がない。高速増殖炉の高温構造設計基準の中で規定される「ひずみ制限」を整備してゆくためには、基本的な条件下におけるラチェットの発生条件を明らかにし、体系的に整理しておく必要がある。そこで、単軸応力場のラチェットのひとつである定常1次曲げ応力と繰返し2次膜応力が重畳する場合のラチェットに対する簡易評価法の開発を行った。

ラチェットの発生条件は、Ponterらの提唱する1次応力の作用下で塑性変形によって消費されるエネルギーを計算する手法 (Kinematic Shakedown Theory) を用いて解析的に求めた。定常的な1次曲げ応力と繰返し2次膜応力が作用するはりに対する修正降伏応力を求め、Kinematic Shakedown Theoryを適用すると、ラチェットの発生条件は以下のようになる。

$$\frac{2}{3} X + \frac{1}{2} Y > 1$$

ここに、X及びYは、それぞれ定常1次曲げ応力と繰返し2次膜応力範囲を材料の降伏応力で無次元化したパラメータである。上記限界の妥当性を、一定の曲げモーメントと繰返し軸変位を受けるはりの有限要素法解析により確認した。

定常1次曲げ応力と繰返し2次膜応力が重畳する場合のラチェットの簡易評価法を開発したことにより、単軸応力場条件における定常1次応力と繰返し2次応力の4つの組合せに対するシェークダウン限界が整理できた。

---

\* 大洗工学センター 機器構造開発部 構造工学室

Systemization of "Strain Limit Requirements"  
of the Structural Design Rule at Elevated Temperature

Development of the Simplified Evaluation Method for Ratchetting  
due to Primary Bending Stress and Secondary Membrane Stress

Takuya Yamashita\* , Kazuyuki Tsukimori\*  
Takashi Nagata\*

Abstract

Four types of ratchetting are expected if the interaction of constant primary stress and cyclic secondary stress is considered in the uni-axial stress field. The ratchetting due to the interaction of primary bending stress and secondary membrane stress, which is one of them, has not been discussed, while others have been already clarified based on typical modes, i.e. 2-bar model, Bree model and bellows.

In this study a simplified evaluation method for the ratchetting due to primary bending stress and secondary membrane stress is developed in order to complete the evaluation methods of four types of ratchetting which are needed to systemize the strain limit requirements of the design rule for FBRs.

The ratchetting condition is obtained analytically by the kinematic shakedown theory proposed by Ponter et al.. Calculating the dissipated energy of a beam subjected to primary bending stress and secondary membrane stress using the modified yield stress for the beam, the ratchetting condition is obtained as follows

$$\frac{2}{3} X + \frac{1}{2} Y > 1$$

where X and Y are non-dimensional primary bending and secondary membrane stress parameters divided by the yield stress of materials respectively. The validity of the boundary is demonstrated in comparison with FEM analysis results of a simple beam subjected to constant bending moment and cyclic axial displacement loads.

The shakedown limits of the four modes of ratchetting due to interaction of primary and secondary stresses under uni-axial stress field could be arranged by the development of the simplified evaluation method for ratchetting due to primary bending stress and secondary membrane stress.

---

\* Structural Engineering Section, Systems and Components Development Division,  
O-arai Engineering Center

## 目 次

1. 緒 言 .....		1
2. 1次曲げ2次膜応力ラチェットの簡易評価法 .....		5
2.1 ラチェット限界の導出 .....		5
2.2 $S_1(R_1)$ 領域と $S_2(R_2)$ 領域の境界の導出 .....		7
2.3 1次曲げ2次膜応力ラチェットの簡易評価法 .....		10
3. 解析による確認 .....		14
3.1 解析モデル .....		14
3.2 解析結果 .....		14
4. 考 察 .....		24
5. 結 言 .....		31
参考文献 .....		32

## List of Tables

Table 1.1 State of the art of the Simplified Ratchetting	
Evaluation Method .....	3
Table 1.2 Ratchetting Modes Induced by Interaction of Uni-axial Stresses .....	4
Table 3.1 Analysis Conditions .....	17
Table 4.1 Ratchetting Modes Induced by Interaction of Uni-axial Stresses .....	27

## L i s t o f F i g u r e s

Fig. 2. 1 Concept of the Modified Yield Surface .....	11
Fig. 2. 2 Structural Model and Modified Yield Stress .....	11
Fig. 2. 3 A State of Primary plus Secondary Stress .....	12
Fig. 2. 4 Ratchet Diagram of Mode M-B .....	13
Fig. 3. 1 Analysis Model .....	16
Fig. 3. 2 Analysis Conditions .....	17
Fig. 3. 3 Integral Points of BEAM2 Element .....	18
Fig. 3. 4 Analytical Result of Case-1 (X= 0.5, Y= 1.0) .....	19
Fig. 3. 5 Analytical Result of Case-2 (X= 0.5, Y= 2.0) .....	20
Fig. 3. 6 Analytical Result of Case-3 (X= 0.5, Y= 3.0) .....	21
Fig. 3. 7 Analytical Result of Case-4 (X= 1.2, Y= 0.2) .....	22
Fig. 3. 8 Analytical Result of Case-5 (X= 1.0, Y= 3.0) .....	23
Fig. 4. 1 Mechanism of the Primary Membrane plus Secondary Bending Ratchetting in the R <sub>1</sub> Region (X= 0.5, Y= 2.2) .....	28
Fig. 4. 2 Comparison of the Stress Behavior between Bree Model and Primary Membrane plus Secondary Bending Ratchetting .....	29
Fig. 4. 3 Structures suspected Generation of the Primary Membrane plus Secondary Bending Ratchetting .....	30

## 1. 緒 言

圧力、自重等の一定荷重と繰返し熱荷重を受ける構造は、これらの荷重がある限界以上になると、熱荷重の繰返し毎に一定荷重の方向に永久変形が累積してゆく現象が知られており、ラチェット(Ratchet)あるいは進行性変形と呼ばれている。ラチェットは、クリープ疲労と並び原子炉機器の重要な破損モードのひとつと考えられており、軽水炉及び高速増殖炉(FBR)の設計基準ではひずみの制限によってその発生を防止することが義務づけられている。現在、FBRの経済性を向上させるためにプラントの高温化の検討が行われているが、FBRの機器や配管は更に過酷な温度変動を受けることになり、ひずみの制限はますます重要になるものと思われる。

軽水炉及びFBRのひずみの制限は、一定の圧力と繰返し熱応力を受ける円筒モデルに基づくBree<sup>1)</sup>線図によって評価され、アメリカの高温構造設計基準であるASME CODE CASE N-47<sup>2)</sup>や「高速原型炉第1種機器の高温構造設計方針(BDS)」<sup>3)</sup>のひずみ制限に採用されている。一方、ラチェットを生じるメカニズムとして良く知られている2本棒モデル<sup>4)</sup>やBreeモデル以外にも幾つかのラチェットメカニズムが存在することが、最近の研究によりわかってきた。Rocheらは、一定の軸力と繰返し捩じり変位を受ける管のラチェット現象を試験や解析により検討し<sup>5)</sup>、このようなラチェットモードとともに2本棒ラチェットやBree円筒のラチェットを有効1次応力という新しい概念を使って評価する簡易手法を提案しており、これはフランスのFBR用高温構造設計基準であるRCC-MR<sup>6)</sup>に採用されている。英国においては、Ponterらが軸力を受ける円筒に周方向に一様でかつ軸方向に勾配を持つ温度分布が軸方向に移動する場合のラチェット現象の研究を行い、このようなラチェットを制限する線図を提案している<sup>7)</sup>。また、和田らは軸力が無視できるような条件下で軸方向に移動するステップ状の温度分布が円筒に作用する場合のラチェット現象を検討しており、メカニズムの解明とラチェットひずみの推定式の提案を行っている<sup>8)</sup>。著者らは、一定の圧力と繰返し軸変位を受けるペローズ継手のラチェットメカニズムが従来知られていたラチェットのメカニズムとは異なることを示し、ペローズのラチェットの発生を予測する評価手法を提案している<sup>9) 10) 11)</sup>。また、1次荷重が無い場合であっても降伏応力に温度依存性があればラチェットを生じ得ること<sup>12)</sup>、2軸応力の相互作用によるラチェットには4つのモードが有ることを示し、4つのモードのラチェットを統一的に評価できる簡易評価手法の開発を行った<sup>13)</sup>。

このように、ラチェット現象についてはこれまでの検討により多くのことがわかってきたが、構造設計という立場から見るとかなり複雑な状況になりつつある。一般に構造設計基準の規定は、正確さ、保守的包絡性及び適用性(適用しやすさ、煩雑性の排除)をバランス良く兼ね備える必要がある。構造物のラチェットは、材料の非弾性挙動並びに機械的及び熱的境界条



件に依存するので、一般にその挙動は複雑であり的確な予測が困難である。従って、先ず構造物に生じるラチェットを単純な負荷及び材料特性条件の下で求めて分類し、次いで個々の条件下での挙動を当該単純条件下でのそれとの対比検討に基づいて類型化及び体系的に整備することを試みれば、構造設計基準用規定の準備に有効な寄与をなすものと期待できる。

単純な負荷及び材料特性条件の下でのラチェットの分類について、従来の研究成果を整理するとTable 1.1のようになる。2本棒、Breeの円筒及びペローズのラチェットは、基本的に単軸の応力場で生じ得るラチェットであり、その発生メカニズムは構造に作用する1次荷重と2次荷重の力学的な釣合いに支配されている。従って、これらのラチェット発生条件は、構造内部の1次応力と2次応力の分布に依存しており、2本棒のラチェットは1次応力と2次応力がいずれも膜応力の場合、Bree円筒のラチェットは1次応力が膜応力で2次応力が曲げ応力の場合、ペローズのラチェットは1次応力と2次応力がいずれも曲げ応力の場合に発生するラチェットに分類することができる (Table 1.2参照)。これら単軸の応力場で生じるラチェットのうち、定常1次曲げ応力と繰返し2次膜応力の組合せの場合が未検討となっている。

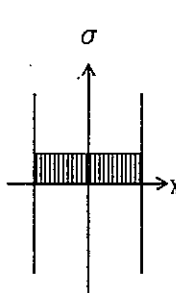
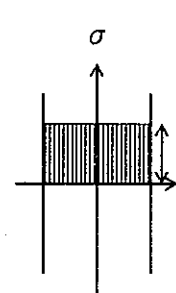
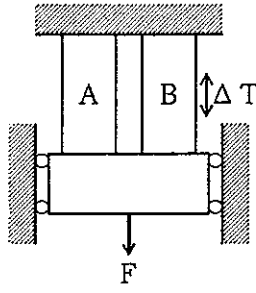
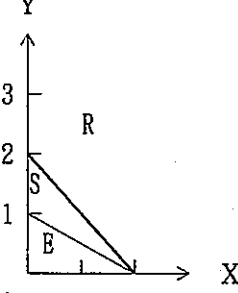
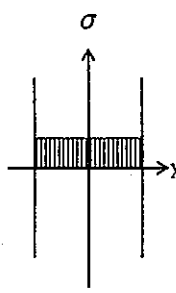
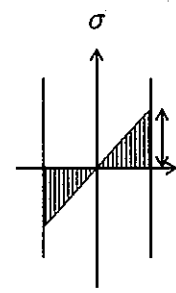
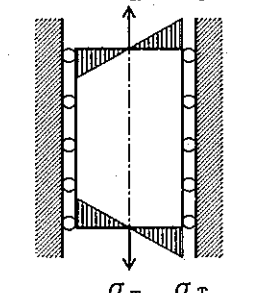
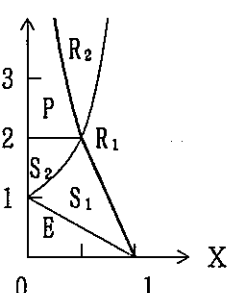
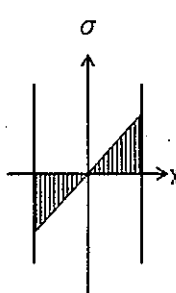
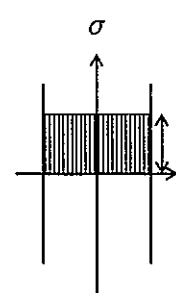
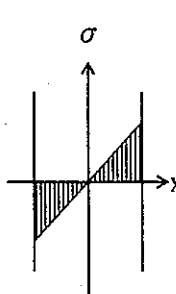
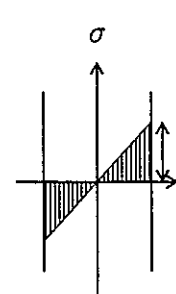
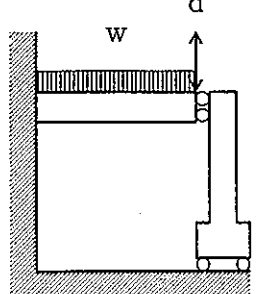
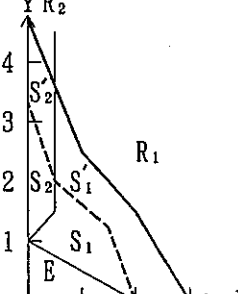
一方、従来メカニカルラチェットと呼ばれていた一定の軸力と繰返し振じり変位を受ける管等のラチェットは、2軸応力の相互作用により生じるラチェットであり、その発生メカニズムは材料の降伏条件 (降伏曲面の性質) に支配されている。このタイプのラチェットは応力の分布には依存せず、材料の降伏条件にのみ依存している。従って、1次応力と2次応力の組合せ (垂直応力とせん断応力) によらずラチェットの発生は同一の条件 (ラチェット線図) によって評価できる<sup>13)</sup>。また、降伏応力の温度依存性に起因するラチェットや温度分布の移動に起因するラチェットは、2次応力単独で発生する単軸応力場のラチェットに分類される。この他、2軸応力の相互作用に起因し2次応力単独で発生するラチェットも存在するともと思われるが、このタイプのラチェットに関する理論的な検討はまだ行われていない。

ここでは、基本条件下でのラチェットの発生条件を整理するため、単軸応力場条件における定常1次曲げ応力と繰返し2次膜応力を組合せた場合のラチェットの制限条件を解析的に求め、有限要素法解析により確認する。

Table 1.1 State of the art of the simplified ratchetting evaluation methods

応力場	荷重の組合せ	メカニズム	構造モデル	評価法	理 論
単 軸	1次+2次	膜 + 膜	2本棒	○	Miller <sup>4)</sup>
		膜 + 曲げ	内圧と繰返し熱応力を受ける円筒	○	Bree <sup>1)</sup>
		曲げ + 膜	梁		未検討
		曲げ + 曲げ	梁, ベローズ	○	山下他 <sup>9) 10) 11)</sup>
	2次単独	降伏応力の温度依存	円筒, 2本棒	○	柄谷他 <sup>12)</sup>
		温度分布の移動	円筒, 3本棒	○	和田他 <sup>7)</sup>
多 軸	1次+2次	垂直 + 垂直	内圧と軸変位を受ける円筒	○	Ponter他 <sup>6)</sup>
		垂直 + せん断	軸力と振じりを受ける円筒	○	山下他 <sup>13)</sup>
		せん断 + 垂直	振じりと軸変位を受ける円筒	○	〃
		せん断 + せん断		○	〃
	2次単独				未検討

Table 1.2 Ratchetting Modes Induced by Interaction of Uni-axial Stresses

MODE	STRESS		STRUCTURAL MODEL	DIAGRAM
	Primary	Secondary		
M-M	 <p>membrane</p>	 <p>membrane</p>	 <p>2-Bar model</p>	
M-B	 <p>membrane</p>	 <p>bending</p>	 <p>Bree Model</p>	
B-M	 <p>bending</p>	 <p>membrane</p>		
B-B	 <p>bending</p>	 <p>bending</p>	 <p>Beam &amp; Bellows</p>	

## 2. 1次曲げ2次膜応力ラチェットの簡易評価法

ラチェット限界を解析的に求める最も一般的な方法は、構造が満たす力学的な釣合いを直接解く方法である。2本棒、Bree及びペローズのラチェット線図はいずれも力学的な釣合いを解く方法で求められている。一方、力学的な釣合いでなく、1次応力の作用下で塑性変形によって消費されるエネルギーを計算する手法(Kinematic Shakedown Theory)<sup>14)</sup>によってもラチェット限界を求めることができる。2次膜ラチェットの場合も力学的な釣合いを解く方法でラチェット限界を求めることができるが、釣合い式が複雑になり簡単には解けないためこの方法によった。ただし、 $S_1$ 領域と $S_2$ 領域及び $R_1$ 領域と $R_2$ 領域の境界（これらの領域の定義に関しては2.2節参照）については、Kinematic Shakedown Theoryでは求められないため、力学的な釣合いを直接解く方法により求める。材料は、弾完全塑性体を仮定する。

### 2.1 ラチェット限界の導出

Kinematic Shakedown Theoryによると、ラチェットを生じる条件は次式により与えられる。

$$\int_{\bar{x}} \int_{\varepsilon} \sigma_p(\bar{x}) \cdot d\varepsilon(\bar{x}) \cdot d\bar{x} > \int_{\bar{x}} \int_{\varepsilon} \bar{\sigma}_y(\bar{x}) \cdot d\varepsilon(\bar{x}) \cdot d\bar{x} \quad (1)$$

ここに、

$\sigma_p(\bar{x})$ : 1次応力

$d\varepsilon(\bar{x})$ : 1サイクル当たりのラチェットひずみ

$\bar{\sigma}_y(\bar{x})$ : 修正降伏応力

である。左辺は、外力（1次応力）が1サイクル当たりになす仕事量である。また、右辺はラチェットによって内部で消費される1サイクル当たりのエネルギーである。式(1)は、外力がなす仕事が修正降伏応力によって消費されるエネルギーより大きい場合にラチェットすることを意味している。式(1)の右辺に含まれる修正降伏応力の概念をFig. 2.1に示す。主応力空間で2次応力がFig. 2.1(a)に示すように変化する場合、1次応力を組み合わせても降伏しない範囲はFig. 2.1(b)に示す点線で与えられる。これが修正降伏応力であり、2次応力が重畳する場合の1次応力に対する見かけ上の降伏応力と解釈することができる。

2次膜ラチェットは、1次応力が曲げ応力で2次応力が膜応力であるから、Fig. 2.2(a)に示すような、一定の集中荷重F（分布荷重でもかまわない）による曲げ応力 $\sigma_b$ と軸方向の繰返し変位 $\Delta d$ による膜応力 $\Delta \sigma_m$ を受ける単純支持はりモデル化することができる。こ

のような荷重を受けるはりの曲げ応力 $\sigma_p$ と膜応力 $\Delta\sigma_t$ は、はり中央でそれぞれFig. 2.2 (b), (c)に示すような分布を持つ。下向きにx軸をとると、1次応力、即ち曲げ応力 $\sigma_p$ の分布は

$$\sigma_p(x) = \frac{2\sigma_p}{h} \cdot x \quad (2)$$

と表せる。ここに、 $h$ 、 $\sigma_p$ は、それぞれはりの板厚と表面応力である。1次応力 $\sigma_p$ は一定であるから、常に $x < 0$ では圧縮応力、 $x > 0$ では引張応力となる。従って、1次応力 $\sigma_p$ から見た修正降伏応力 $\bar{\sigma}_y$ は、Fig. 2.2 (d)に示すように分布しているものと考えればよい。即ち、

$$\bar{\sigma}_y(x) = \begin{cases} -\sigma_y + \frac{\Delta\sigma_t}{2} & : -\frac{h}{2} \leq x \leq 0 \\ \sigma_y - \frac{\Delta\sigma_t}{2} & : 0 < x \leq \frac{h}{2} \end{cases} \quad (3)$$

と表せる。ここに、 $\sigma_y$ は材料の降伏応力である。

一方、ラチェットひずみの進行方向は、1次応力の作用方向と同じであることが従来の経験からわかっている。従って、この場合のラチェットは、ベローズと同じように曲げひずみが進行するタイプのラチェットである。そこで、ラチェットひずみの板厚方向の分布を次のように仮定する。

$$d\epsilon^f(x) = \frac{2d\epsilon^f}{h} \cdot x \quad (4)$$

ここに、 $d\epsilon^f$ は1サイクル当たりのラチェットひずみの板厚表面における値である。

式(2)及び(4)より、式(1)の左辺は

$$\int \sigma_p(x) \cdot d\epsilon^f(x) \cdot dx = \frac{4}{h^2} \sigma_p \cdot d\epsilon^f \int_{-h/2}^{h/2} x^2 dx = \frac{\sigma_p \cdot d\epsilon^f}{3} h \quad (5)$$

となる。

式(3)及び(4)より、式(1)の右辺は

$$\begin{aligned} \int \bar{\sigma}_y(x) \cdot d\epsilon^f(x) \cdot dx &= \frac{4}{h} d\epsilon^f \left( \sigma_y - \frac{\Delta\sigma_t}{2} \right) \int_0^{h/2} x dx \\ &= \frac{d\epsilon^f}{2} \left( \sigma_y - \frac{\Delta\sigma_t}{2} \right) h \end{aligned} \quad (6)$$

と表せる。

式(5)及び(6)より、式(1)のラチェットを生じる条件は

$$2\sigma_p + \frac{3}{2} \Delta\sigma_t > 3\sigma_y \quad (7)$$

となる。ここで、Bree線図と同様に1次応力 $\sigma_p$ と2次応力範囲 $\Delta\sigma_t$ を降伏応力 $\sigma_y$ で無次元化した応力パラメータを以下のように定義する。

$$X = \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \quad (8)$$

$$Y = \frac{\Delta\sigma_t}{\sigma_y} \quad (9)$$

式(7)より、ラチェットを生じる条件は

$$\frac{2}{3} X + \frac{1}{2} Y > 1 \quad (10)$$

となる。

## 2.2 $R_1(S_1)$ 領域と $R_2(S_2)$ 領域の境界の導出

前に述べたように、 $S_1$ 領域と $S_2$ 領域及び $R_1$ 領域と $R_2$ 領域の境界は、Kinematic Shakedown Theoryからは求めることができない。従って、これらの領域の境界については力学的な釣合いを直接解く方法により求める。

はじめに、 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $R_1$ 及び $R_2$ の各領域の定義を示す。1次応力と2次応力の大きさにより、いくつかの異なる挙動が現れるが、Breeはその特徴を整理して以下のように分類している。

E 領域：1次応力と2次応力が重畳しても弾性挙動をとる領域。

$S_1$  領域：1サイクル目に板の片側で塑性し、2サイクル目以降は弾性挙動にシェークダウンする領域。

$S_2$  領域：1サイクル目に板の両側で塑性し、2サイクル目以降は弾性挙動にシェークダウンする領域。

$R_1$  領域：2次応力の負荷・除荷に合わせて板の両側が交互に塑性しながらラチェットする領域（片側が降伏している間、他方は弾性状態）。

$R_2$  領域：2次応力の負荷・除荷に合わせて板の両側が同時に塑性しながらラチェットする領域。

P 領域：塑性サイクルを繰返し、ラチェットしない領域 ( $Y \geq 2$  となる  $S_2$  領域と見なすこともできる)。

2次膜ラチェットの場合も、基本的に同じように分類できる。但し、式(10)からわかるように、2次膜ラチェットの場合  $Y \geq 2$  の領域はラチェット領域であるため P 領域は存在しないことになる (特別な場合として、2次応力単独の単なる塑性サイクルは存在する)。  $S_1$  領域と  $S_2$  領域の基本的な違いは、1次応力と2次応力が重畳したときに板の片側だけが塑性するか両側で塑性するかの違いである。また、  $R_1$  領域と  $R_2$  領域の境界は  $S_1$  領域と  $S_2$  領域の境界と同じ式で表される。以下では、Fig. 2. 2(a)に示した構造モデルをベースに、1次応力と2次応力が重畳したときに板の両側が塑性する条件を求める。

Fig. 2. 3に、1次応力  $\sigma_1$  と2次応力  $\Delta \sigma_1$  を重畳させたときの板厚内の応力の状態を示す。1次応力と2次応力を弾性的に重ねた場合は、一点鎖線で示すようになる。また、1次応力と2次応力を重ねた状態が降伏応力を超える場合、実線で示すような分布になる。1次応力と2次応力を重畳させたとき、その状態が弾性状態であるか塑性状態であるかに係わらず以下の二つの条件を満たす必要がある。

- (1) 1次荷重、即ち集中荷重は常に一定に作用するので、これによって生じる曲げモーメントは一定のまま保存される。

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(x) \cdot x \cdot dx = \text{const.} \quad (11)$$

- (2) 2次荷重、即ち軸方向に負荷される繰返し変位は変位制御であるからはりの中立軸 (板厚中心) は、ひずみ範囲  $\Delta \varepsilon = \Delta \sigma_1 / E$  ( $E$  はヤング率) のひずみ制御になっている。

2次膜ラチェットは、塑性状態においてこれらの二つの条件を満たすために生じるといえる。即ち、塑性状態において曲げモーメントを一定に保つためには、  $a \leq x \leq b$  の範囲の応力の勾配は弾性的に重ねた応力の勾配より急勾配になる必要がある。一方、はりの中心はひずみ制御であるから、中立軸 (Fig. 2. 3の p 点) のひずみは  $\Delta \varepsilon = \Delta \sigma_1 / E$  になる必要がある。このため、p 点を中心にひずみの回転 ( $\Delta \theta$ )、即ち曲げひずみを生じる。

上述の条件(1)、(2)を考慮して、板の両側が塑性する条件、即ちFig. 2. 3に示した a 点が

$$a \geq -\frac{h}{2} \quad (12)$$

となる条件を求める。塑性状態の応力分布は、Fig. 2. 3から

$$\sigma(X) = \begin{cases} -\sigma_y & -\frac{h}{2} \leq x < a \\ \frac{\sigma_y - \Delta\sigma_t}{b} x + \Delta\sigma_t & a \leq x \leq b \\ \sigma_y & b < x \leq \frac{h}{2} \end{cases} \quad (13)$$

であることがわかる。この応力分布に対する曲げモーメントは

$$\begin{aligned} M &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(X) \cdot x \cdot dx \\ &= -\sigma_y \int_{-h/2}^a x \cdot dx + \int_a^b [(\sigma_y - \Delta\sigma_t)/b + \Delta\sigma_t] x \cdot dx + \sigma_y \int_b^{h/2} x \cdot dx \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} M &= \frac{h^2}{4} \sigma_y - (a^2 + b^2) \frac{\sigma_y}{2} + (b^2 - a^2) \frac{\Delta\sigma_t}{2} \\ &\quad - \frac{\Delta\sigma_t - \sigma_y}{3b} (b^3 - a^3) \end{aligned} \quad (14)$$

となる。一方、 $a$ 、 $b$ には以下の関係がある。

$$a^2 + b^2 = \left\{ \left( \frac{\Delta\sigma_t + \sigma_y}{\Delta\sigma_t - \sigma_y} \right)^2 + 1 \right\} b^2 \quad (15)$$

$$b^2 - a^2 = \left\{ 1 - \left( \frac{\Delta\sigma_t + \sigma_y}{\Delta\sigma_t - \sigma_y} \right)^2 \right\} b^2 \quad (16)$$

$$b^3 - a^3 = \left\{ 1 - \left( \frac{\Delta\sigma_t + \sigma_y}{\Delta\sigma_t - \sigma_y} \right)^3 \right\} b^3 \quad (17)$$

これらを式(14)に入れ、整理すると

$$M = \frac{h^2}{4} \sigma_y - \frac{3(\Delta\sigma_t)^2 + \sigma_y^2}{3(\Delta\sigma_t - \sigma_y)^2} \sigma_y b^2 \quad (18)$$

となる。この曲げモーメントは、(1)の条件により1次応力が単独に負荷されているときの曲げモーメント

$$M = \frac{h^2}{6} \sigma_p \quad (19)$$



に等しい。式(16), (18)及び(19)より

$$\frac{h^2}{4} \sigma_y - \frac{h^2}{6} \sigma_p = \frac{3 (\Delta \sigma_t)^2 + \sigma_y^2}{3 (\Delta \sigma_t + \sigma_y)^2} \sigma_y a^2 \quad (20)$$

が得られる。また、式(20)は式(12)より

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_y} \geq \frac{3 \Delta \sigma_t / \sigma_y + 1}{(\Delta \sigma_t / \sigma_y + 1)^2} \quad (21)$$

となる。式(8), (9)で定義した無次元応力パラメータを用いると、式(21)は

$$X \geq \frac{3 Y + 1}{(Y + 1)^2} \quad (22)$$

と表せる。

式(10)を満たしかつ式(22)を満たす領域が $R_2$ 領域であり、式(10)を満たし式(22)を満たさない領域が $R_1$ 領域である。同様に、シェークダウン領域で式(22)を満たす領域が $S_2$ 領域であり、式(22)を満たさない領域が $S_1$ 領域である。これらの領域を、横軸を $X$ 縦軸を $Y$ とした線図上に図示するとFig. 2.4のようになる。

### 2.3 1次曲げ2次膜ラチェットの簡易評価法

1次曲げ2次膜ラチェットを防止するためには、下式で定義される $X$ 及び $Y$ がFig. 2.4の $E$ ,  $S_1$ 及び $S_2$ のいずれかの領域にあれば良い。

$$X = \frac{\sigma_p}{S_y} \quad (23)$$

$$Y = \frac{\Delta \sigma_t}{S_y} \quad (24)$$

ここに、 $\sigma_p$ は1次荷重による曲げ応力の等価線形成分、 $\Delta \sigma_t$ は2次荷重による膜応力成分で応力範囲をとるものとする。また、 $S_y$ は設計降伏応力とする。

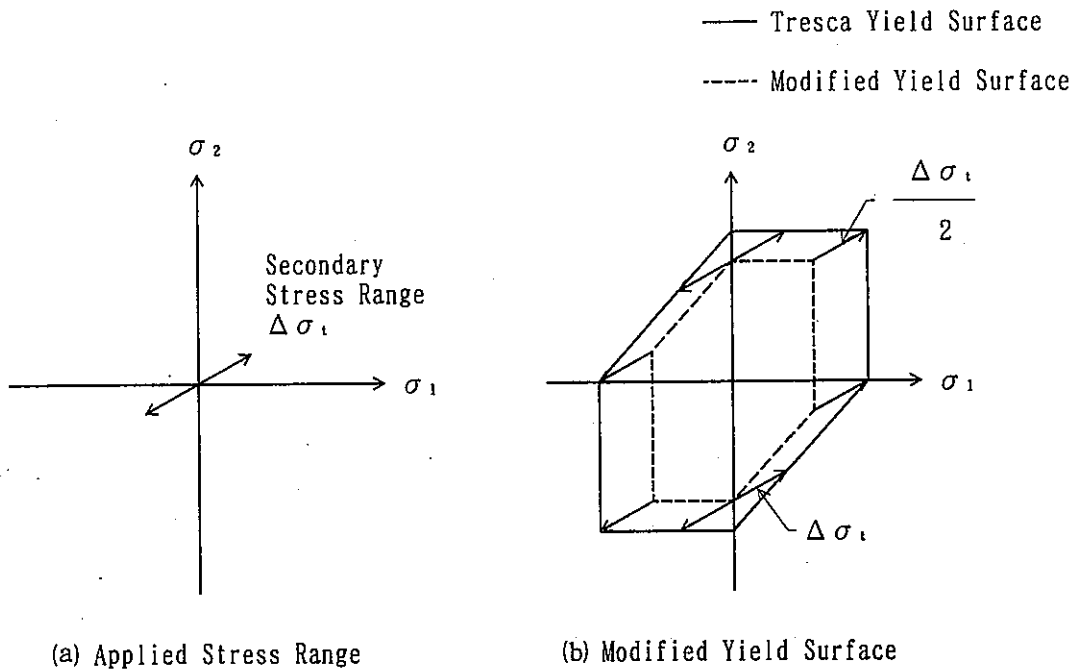


Fig. 2.1 Concept of the Modified Yield Surface

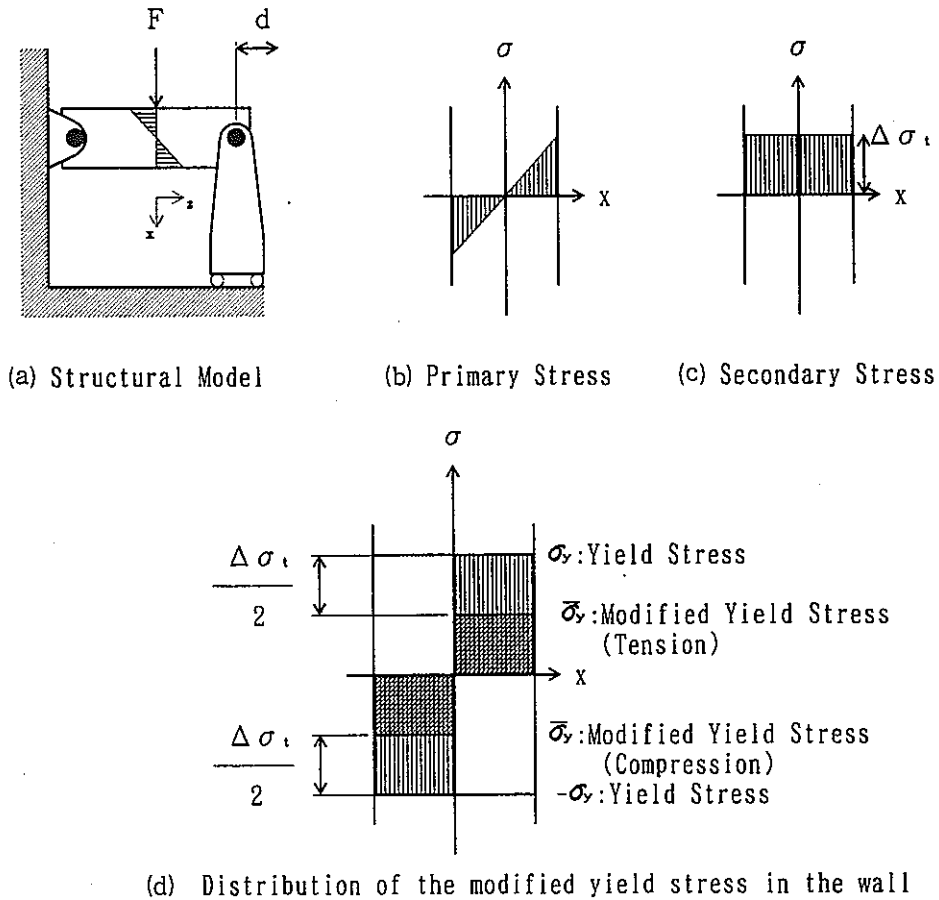


Fig. 2.2 Structural Model and Modified Yield Stress

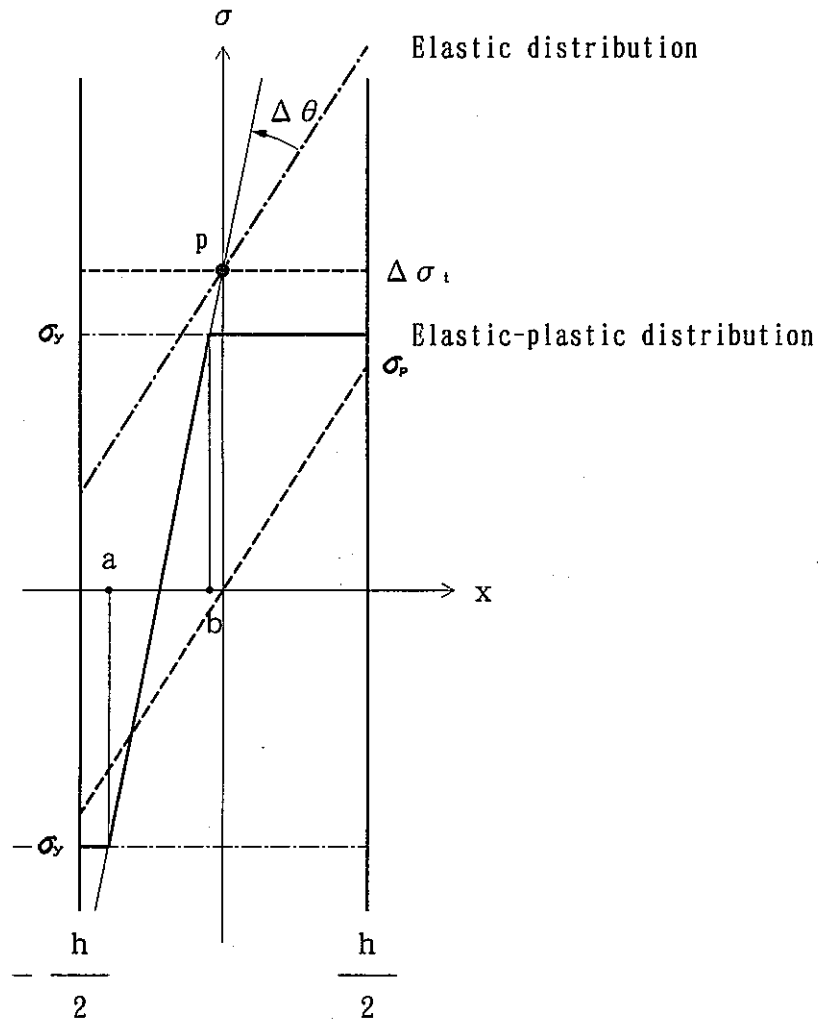


Fig. 2.3 A state of Primary plus Secondary Stress

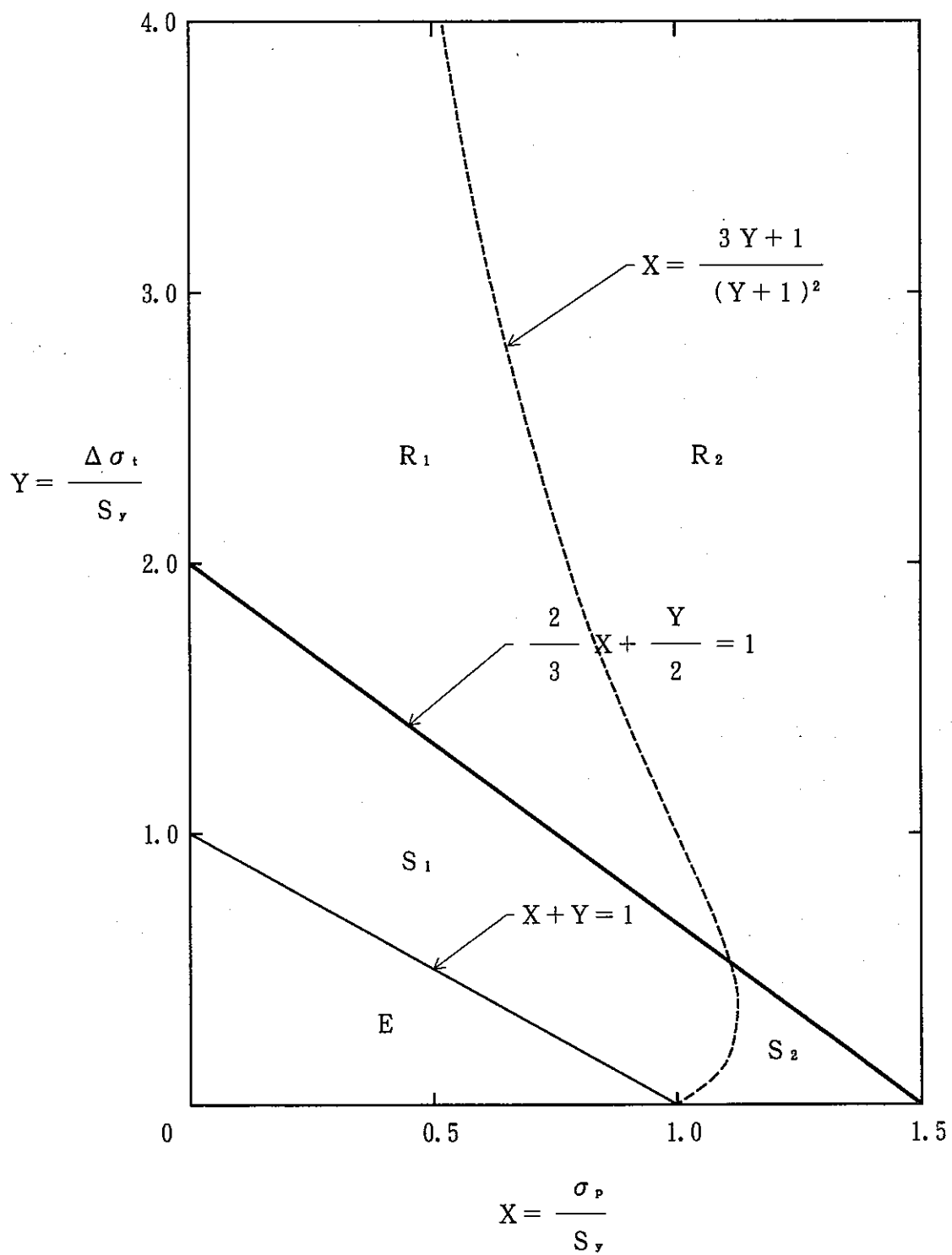


Fig. 2.4 Ratchet diagram of mode M-B

### 3. 解析による確認

2次膜ラチェットが実際に存在すること及び前章で述べたラチェット限界と評価線図の妥当性を検証するために、有限要素法によるラチェット解析を実施した。

#### 3.1 解析モデル

解析モデルは、Fig. 3.1に示すようにはりの中央部だけを長さ10mm、一辺が1.0 mmの矩形断面はり1要素でモデル化する。解析プログラムはFINASとし、有限要素は3次元はり要素(BEAM2)を用いる。1次荷重は、はりの両端に曲げモーメントとして与える(長手方向に一様なモーメント分布)。また、2次荷重として長手方向に繰返し変位を負荷するものとする。

材料は、以下の定数を持つ弾完全塑性体とする。

縦弾性係数 :  $E = 20000 \text{ kg/mm}^2$

ポアソン比 :  $\nu = 0.3$

降伏応力 :  $S_y = 20 \text{ kg/mm}^2$

ただし、解の安定性を考慮して以下に示す加工硬化係数を用いた。

加工硬化係数 :  $H' = 20 \text{ kg/mm}^2$

$$(H' / E = 10^{-3})$$

Fig. 3.2及びTable 3.1に解析条件を示す。解析条件は、ラチェット線図から予測される $S_1$ 、 $S_2$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ のそれぞれの領域を含むように全部で5ケース設定した。変位の繰返し数は、各ケースとも3サイクルとした。

#### 3.2 解析結果

Fig. 3.3にBEAM2要素の積分点位置を示す。BEAM2要素は、断面内 $5 \times 5$ 点、長軸方向に5点の計125点の積分点を持つ。以下に示す解析結果は、これらの積分点の内はりの中央面に位置する53, 58, 63, 68, 73の各積分点における応力-ひずみ履歴である。各ケースの解析結果をFig. 3.4~Fig. 3.8に示す。いずれの図も横軸は長軸方向のひずみ、縦軸は長軸方向の応力であり、はりの下側から上側の積分点の順に配置してある。

(1) ケース1 (Fig. 3.4) :

ケース1は、1サイクル目の変位負荷時にはりの下側(積分点53及び58)が降伏し、2サイクル目以降は弾性挙動を示している。また、はりの中央(63)及び上側(68及び73)は終始弾性挙動であることがわかる。よって、ケース1は $S_1$ 領域の挙動であることが確

認できる。

(2) ケース2 (Fig. 3.5) :

ケース2は、はりの下側の積分点(53及び58)では+方向に、下側の積分点(68及び73)では-方向にひずみが進行しており、はりの中央の積分点(63)は2サイクル目以降は弾性サイクルとなりひずみは進行していない。これにより、曲げのラチェットが発生していることがわかる。また、3サイクル目の終了時点の応力を見ると、下側の積分点は弾性範囲、上側の積分点は降伏応力になっていることがわかる。従って、はりの片側が降伏しているとき、他方は弾性であることになる。これは $R_1$ 領域の挙動であることを示している。

(3) ケース3 (Fig. 3.6) :

ケース3は、はりの下側の積分点(53及び58)では+方向に、下側の積分点(68及び73)では-方向にひずみが進行しており、はりの中央の積分点(63)は2サイクル目以降は塑性サイクルとなりひずみは進行していない。これにより、曲げのラチェットが発生していることがわかる。また、3サイクル目の終了時点の応力を見ると、ケース2と同様に下側の積分点は弾性範囲、上側の積分点は降伏応力になっていることがわかる。従って、ケース3も $R_1$ 領域の挙動であることが確認できる。ケース2との違いは、ケース2の中央の積分点は2サイクル目以降弾性サイクルになるのに対して、ケース3は塑性サイクルとなりループを描いている。

(4) ケース4 (Fig. 3.7) :

ケース4は、1サイクル目の変位負荷時に下側の積分点(53)と上側の積分点(73)が同時に降伏し、2サイクル目以降は弾性挙動を示している。また、はりの内部の積分点(58及び68)は終始弾性挙動をとり、ひずみの進行はない。よって、ケース4は $S_2$ 領域の挙動であることが確認できる。

(5) ケース5 (Fig. 3.8) :

ケース5は、はりの下側の積分点(53及び58)では+方向に、下側の積分点(68及び73)では-方向にひずみが進行しており、はりの中央の積分点(63)は2サイクル目以降は塑性サイクルとなりひずみは進行していない。これにより、曲げのラチェットが発生していることがわかる。また、3サイクル目の終了時点の応力を見ると、 $R_1$ 領域の挙動と異なり、下側の積分点も上側の積分点も降伏応力になっていることがわかる。従って、ケース5は $R_2$ 領域の挙動であることが確認できる。

以上の結果から、1次曲げ2次膜ラチェットが実際に存在し、曲げひずみが進行するタイプのラチェットであることが確認できた。また、その挙動は前章に示したラチェット線図(Fig. 2.4)によって適切に予測できることを確認した。

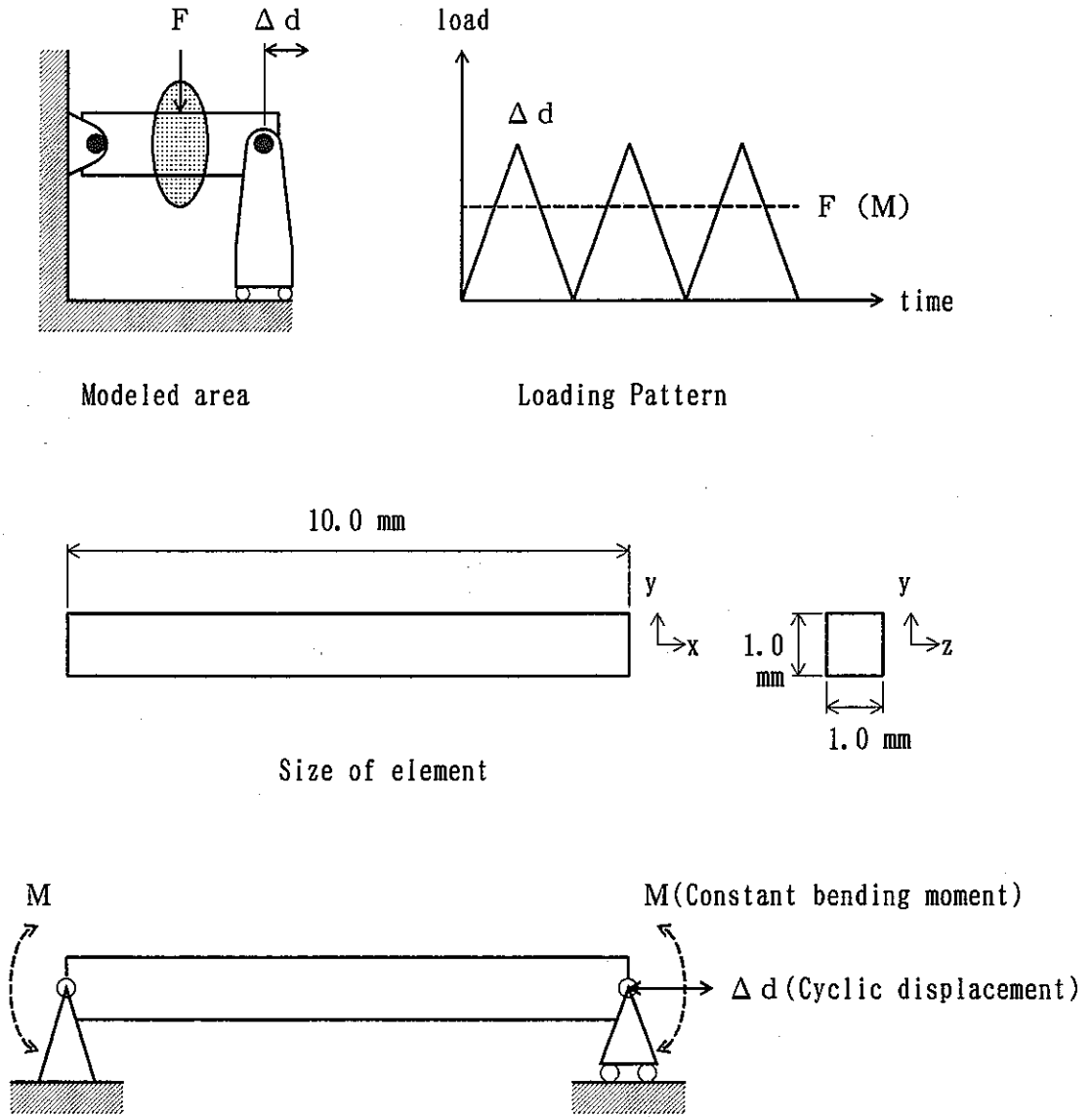


Fig. 3. 1 Analysis Model

Table 3.1 Analysis Conditions

Case	X	Y	Predicted Behavior
1	0.5	1.0	S <sub>1</sub>
2	0.5	2.0	R <sub>1</sub>
3	0.5	3.0	R <sub>1</sub>
4	1.2	0.2	S <sub>2</sub>
5	1.0	3.0	R <sub>2</sub>

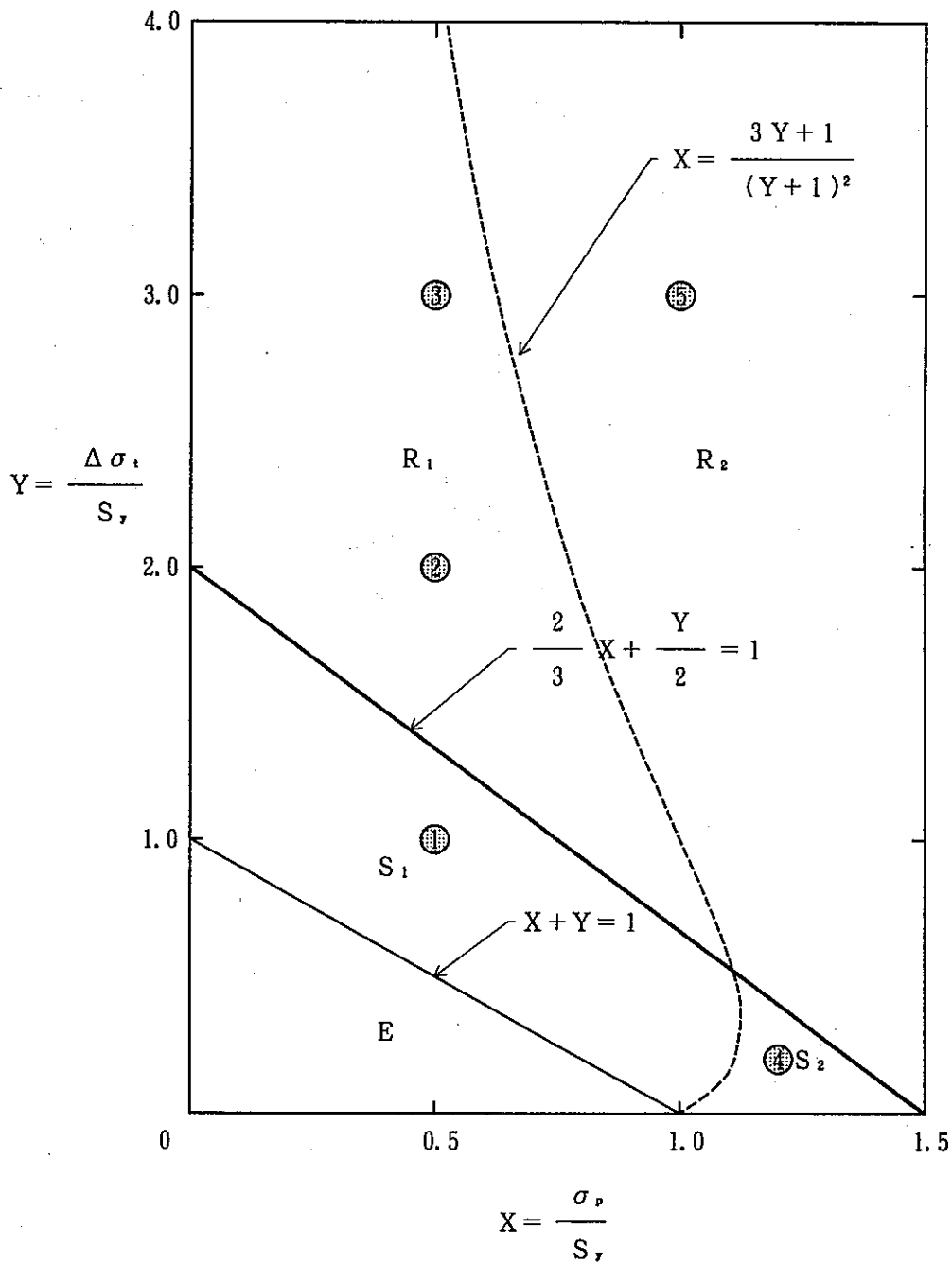


Fig. 3.2 Analysis Conditions



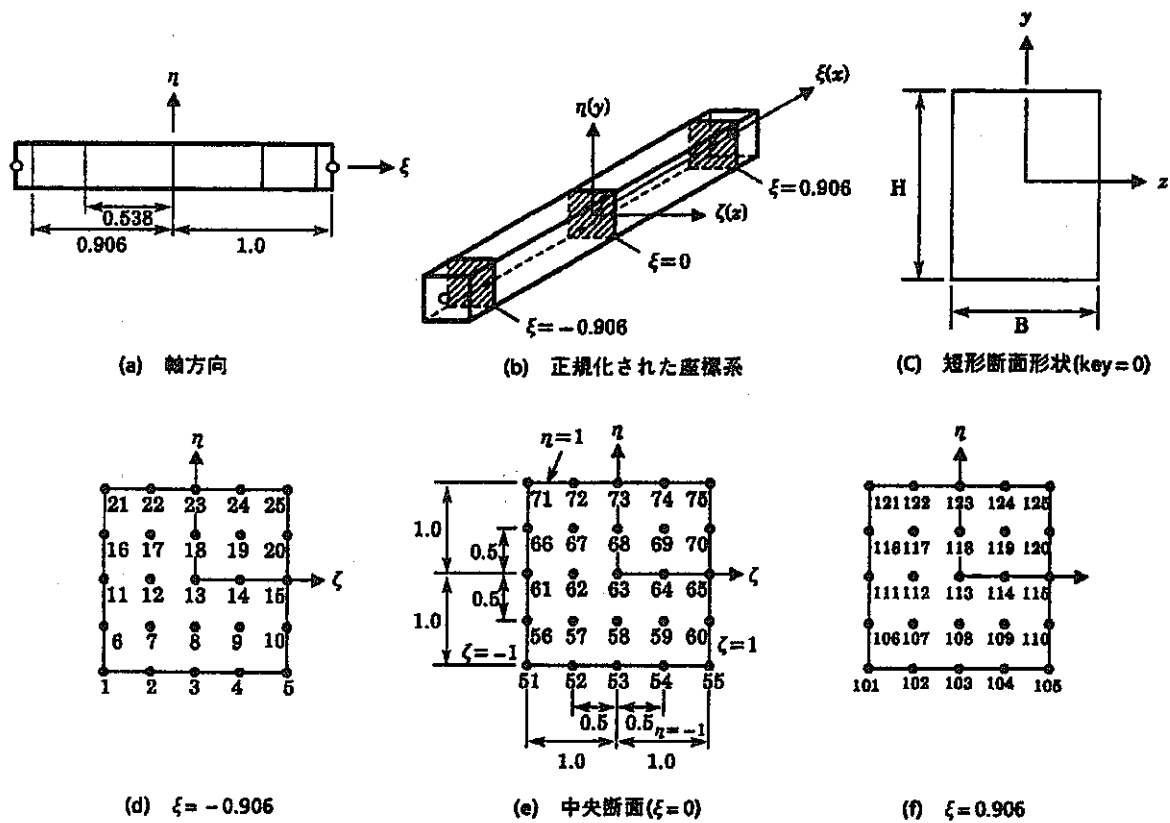
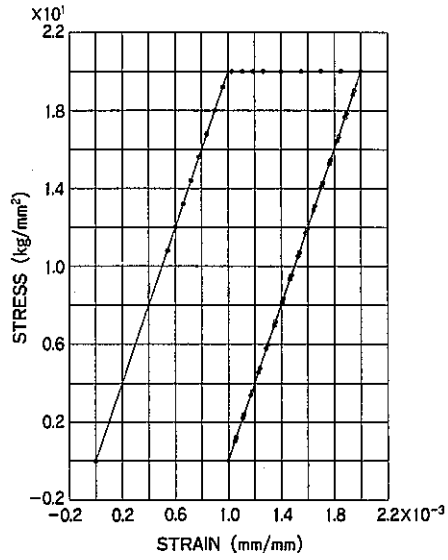
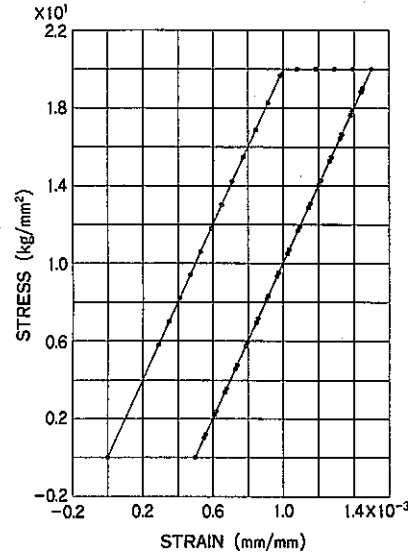


Fig. 3.3 Integral Points of BEAM2 Element

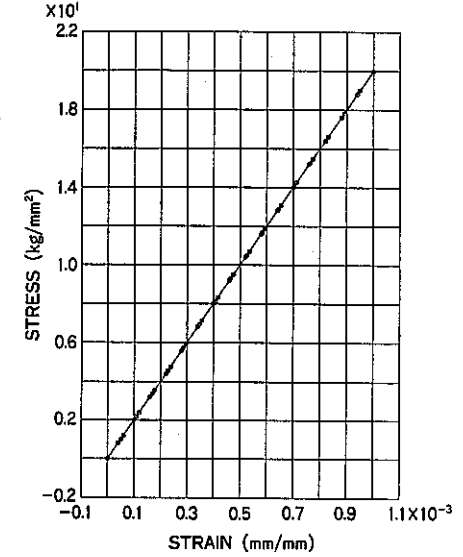
判定: S<sub>1</sub>



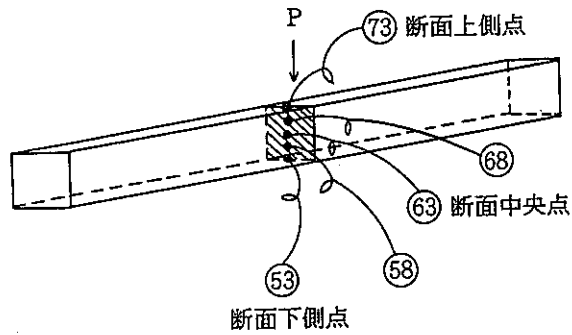
積分点53



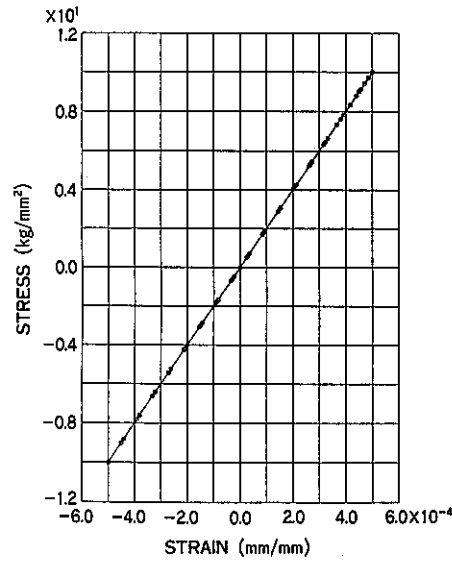
積分点58



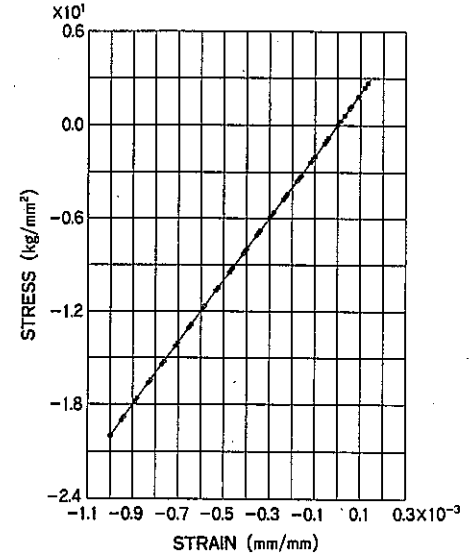
積分点63



CASE 1 の応力-ひずみ履歴



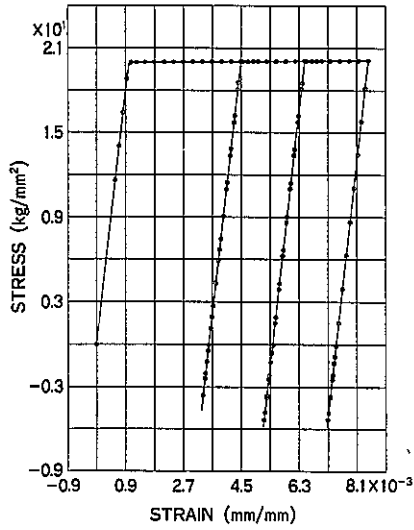
積分点68



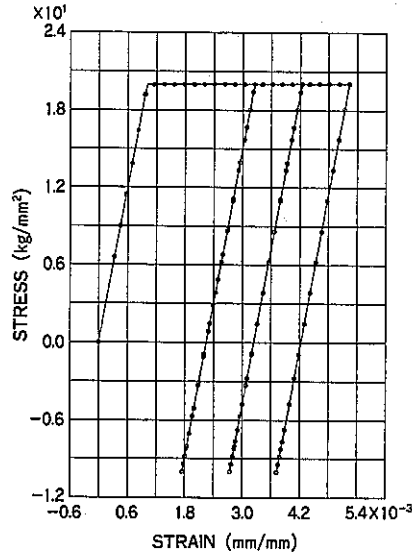
積分点73

Fig. 3.4 Analytical Result of Case-1 (X= 0.5,Y= 1.0)

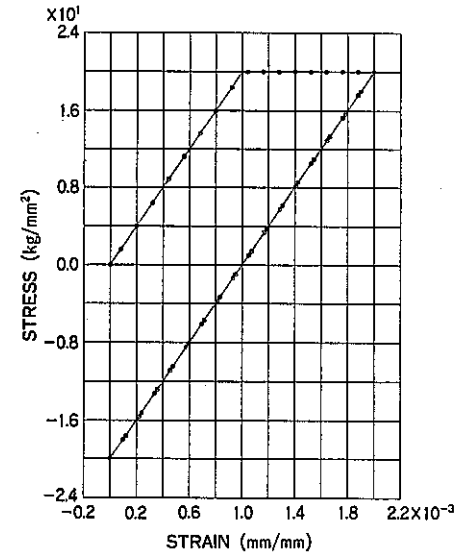
判定: R<sub>1</sub>



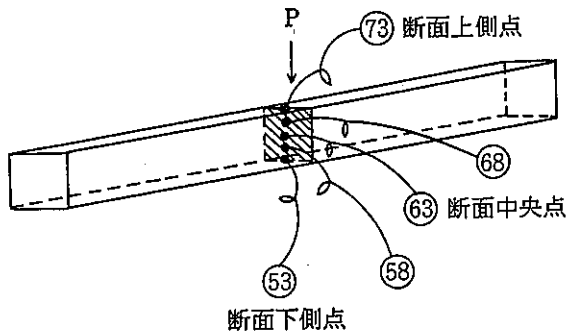
積分点53



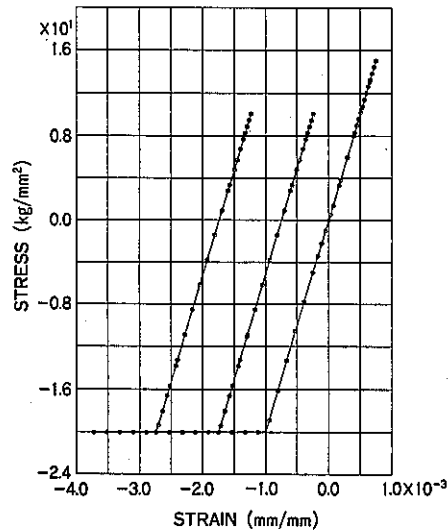
積分点58



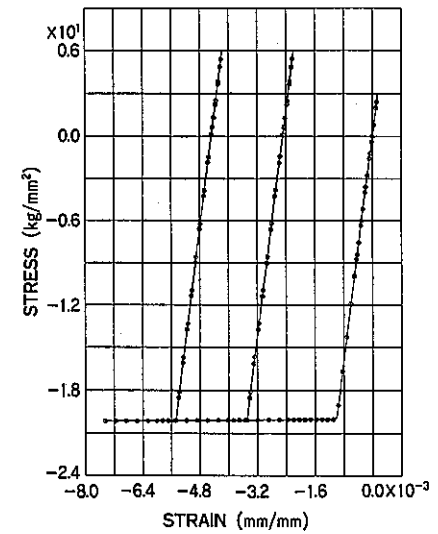
積分点63



CASE 2 の応力-ひずみ履歴



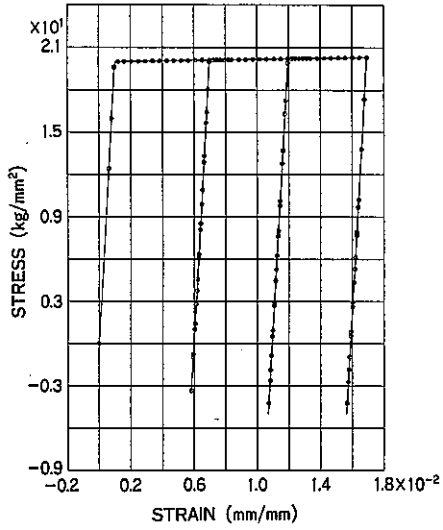
積分点68



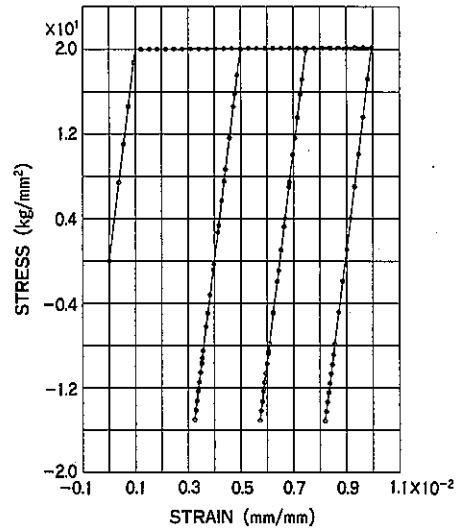
積分点73

Fig. 3.5 Analytical Result of Case-2 (X= 0.5, Y= 2.0)

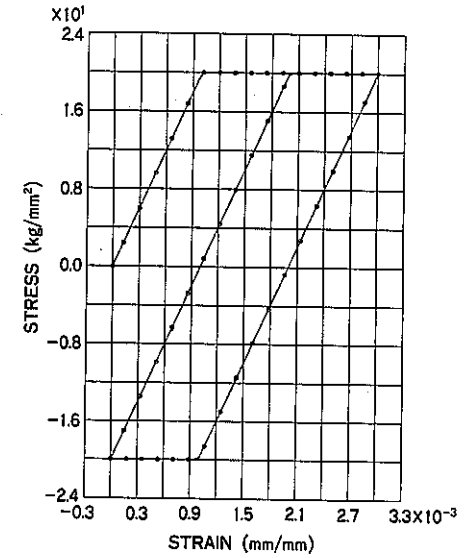
判定: R<sub>1</sub>



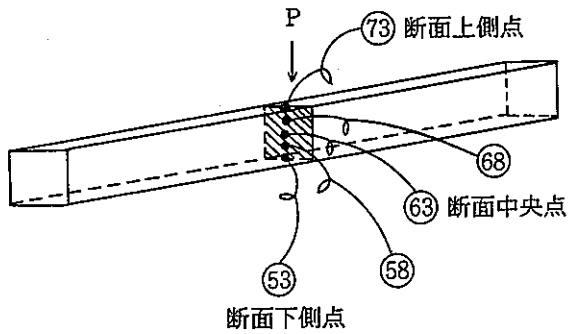
積分点53



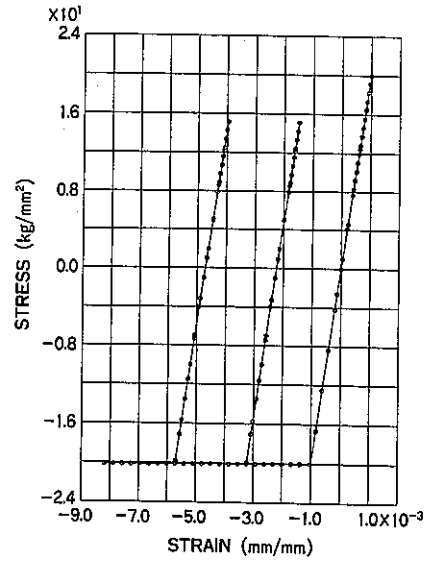
積分点58



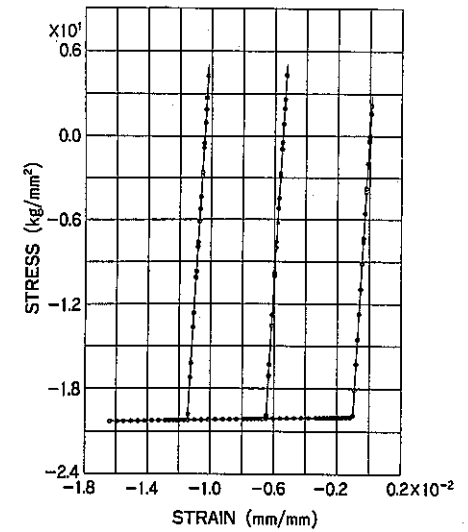
積分点63



CASE 3 の応力-ひずみ履歴



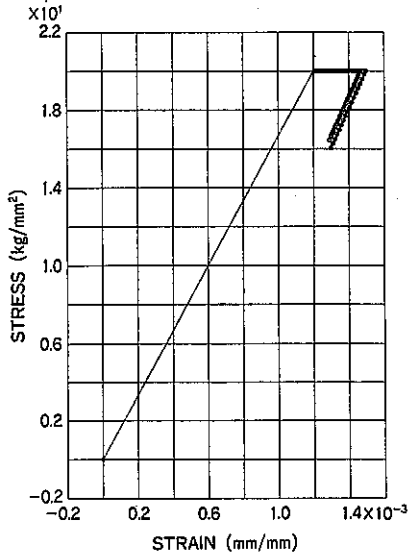
積分点68



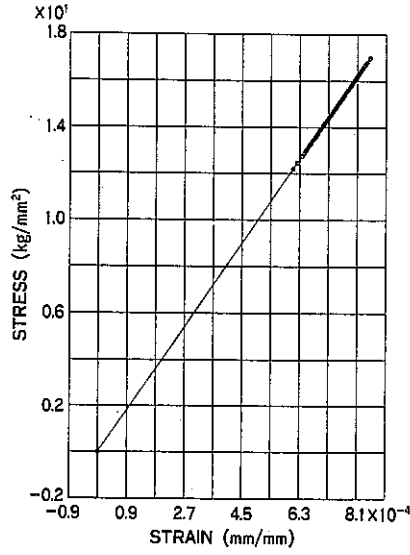
積分点73

Fig. 3.6 Analytical Result of Case-3 (X= 0.5, Y= 3.0)

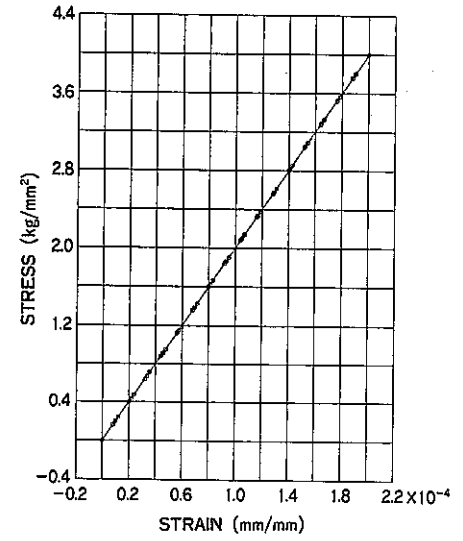
判定: S<sub>2</sub>



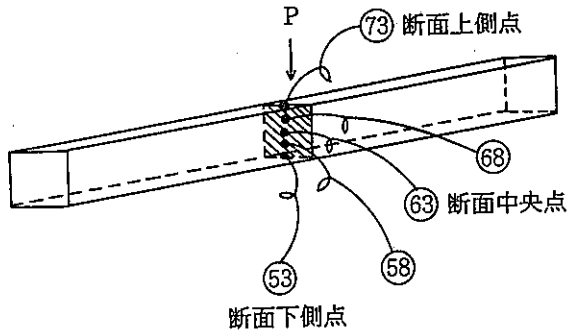
積分点53



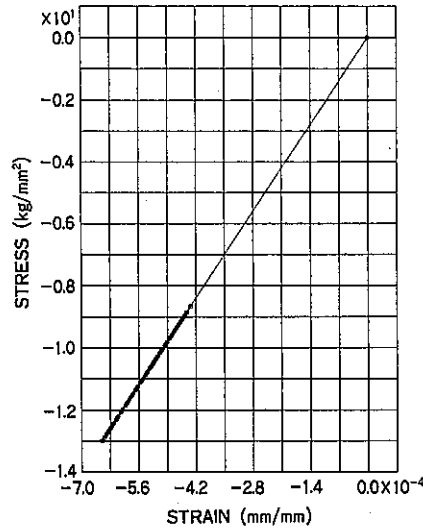
積分点58



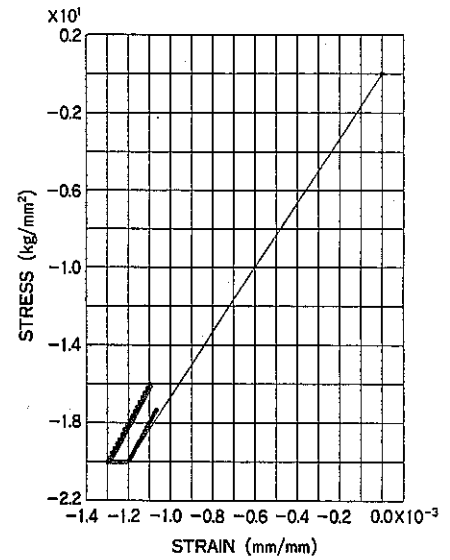
積分点63



CASE 4 の応力-ひずみ履歴



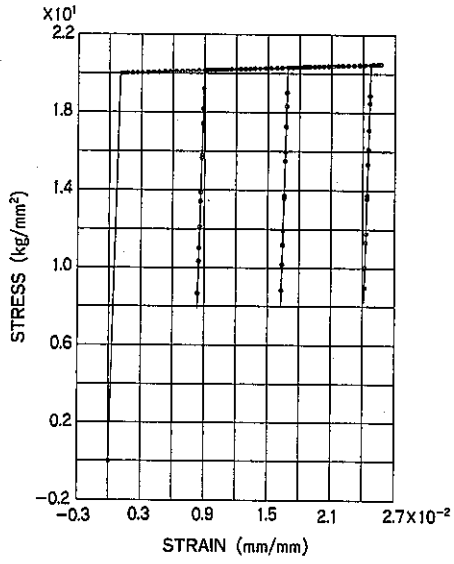
積分点68



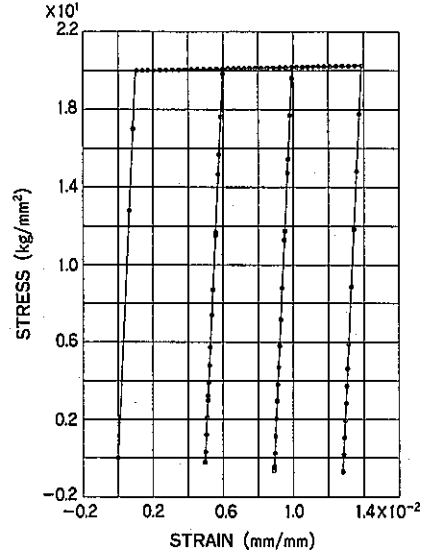
積分点73

Fig. 3.7 Analytical Result of Case-4 (X= 1.2, Y= 0.2)

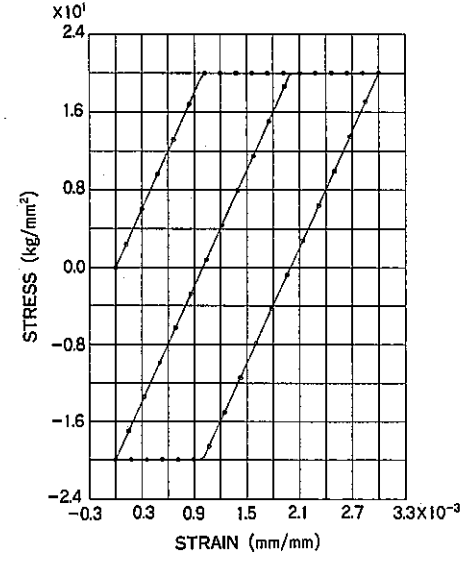
判定: R<sub>2</sub>



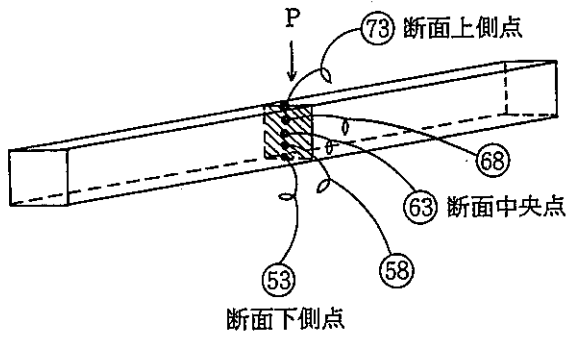
積分点53



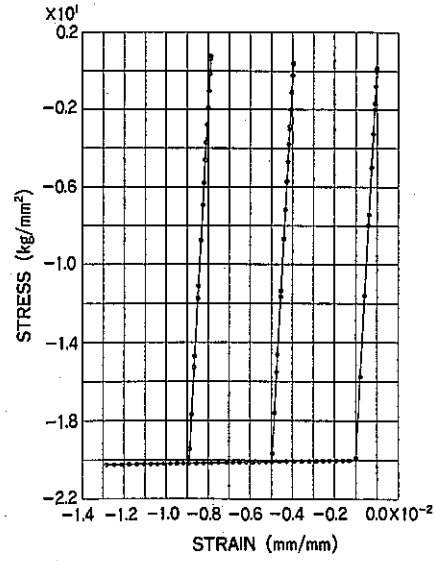
積分点58



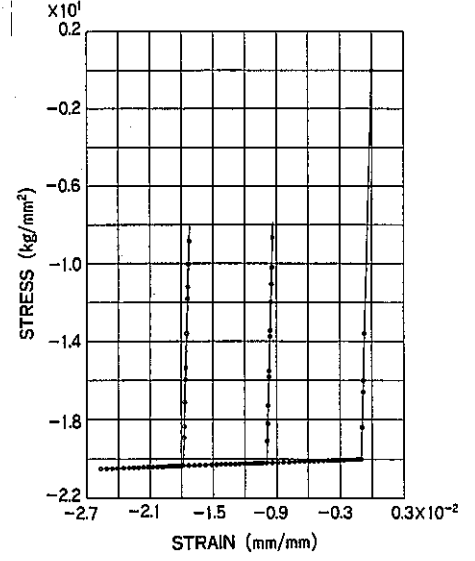
積分点63



CASE 5 の応力-ひずみ履歴



積分点68



積分点73

Fig. 3.8 Analytical Result of Case-5 (X= 1.0, Y= 3.0)

## 4. 考 察

前章までに、1次曲げ2次膜ラチェットの簡易評価手法を示すとともに、このようなラチェットが実際に存在すること及び作成した1次曲げ2次膜ラチェットの評価線図の妥当性をはりモデルによる有限要素法解析によって示した。ここでは、1次曲げ2次膜ラチェットの発生メカニズムを定性的に説明するとともに、軽水炉及びFBRのひずみ制限に使われているBreeモデルとの違いについて若干の考察を加える。

第2章でも簡単に述べたが、 $R_1$ 領域( $X=0.5, Y=2.2$ )のラチェットを例に、1次曲げ2次膜ラチェットの発生メカニズムを定性的に説明する。1次応力として $\sigma_0=0.5 \sigma_y$ の曲げ応力、2次応力として $\Delta \sigma_1=2.2 \sigma_y$ の膜応力を考える。1次応力は、曲げモーメントが常に一定になるように負荷されているものとする。

Fig. 4.1(a)は、1次応力が負荷された状態を示している。横軸は板厚方向の距離、縦軸は応力を表している。

Fig. 4.1(b)は、さらに2次応力を重畳させた状態を示している。1次応力と2次応力を弾性的に重ねた状態を破線で示したが、1次応力と2次応力が重畳すると降伏応力( $\sigma_y$ )を越えるため、実際には実線で示したような応力分布になる。このとき、はりの中立軸のひずみは2次応力として与えられた $\Delta \sigma_1/E$ に等しくなければならずかつ曲げモーメントを一定に保つような応力分布にならなければならない。この二つの条件を満たすため、はりではり中立軸を中心に曲げひずみを生じる。実線で示した弾塑性応力分布の弾性領域は、ちょうど中立軸と弾性的に重ねた応力の交点pを中心に回転( $\Delta \theta$ )したような分布になる。Breeモデルにもp点に対応する点が生ずる点があり、Pivoting Pointと呼ばれている。

Fig. 4.1(c)は、2次応力除荷時の応力分布を示している。破線は、2次応力負荷時の応力分布(2点鎖線)から弾性的に2次応力を除荷した状態を示しているが、この場合も降伏応力( $-\sigma_y$ )を越えるため、実際には実線で示したような応力分布になる。この場合も、曲げモーメントを一定に保つような応力分布にならなければならない、はりではり中立軸を中心に曲げひずみを生じる。2次応力除荷時の曲げひずみの方向は2次応力負荷時と同じ方向であり、2次応力を除荷しても変形は増す方向にある。従って、サイクルの繰返し毎に永久ひずみが累積して行くことになる。

Fig. 4.1(d)は、定常サイクルの応力分布を示している。定常サイクルでは、2次応力の負荷時と除荷時の応力分布は原点を中心に回転対称になり、負荷時には $X \geq 0$ の領域で引張ひずみが除荷時には $X \leq 0$ の領域で圧縮ひずみが累積する。Breeモデルの場合は、負荷時に累積するひずみと除荷時に累積するひずみが同方向であるため、サイクル当りの累積ひずみは膜ひずみ

となったが、2次膜ラチェットは曲げひずみとなる。

Fig. 4.2に、Breeモデルと2次膜ラチェットの応力挙動の比較を示す。横軸は板厚方向の距離、縦軸は応力を表している。また、破線は1次応力、実線は2次応力を負荷した状態、1点鎖線は2次応力を除荷した状態を表す。

S<sub>1</sub> 領域：Breeモデルも2次膜ラチェットも、第1サイクル目の2次荷重負荷時に板の片側が降伏し、2サイクル目以降は弾性挙動にシェークダウンする。Breeモデルとの違いは、Breeモデルは2次応力が曲げ応力であるので、弾性範囲内で曲げ応力が繰り返すが、2次膜ラチェットは2次応力が膜応力であるので、応力分布が一様に上下する挙動を示す。

S<sub>2</sub> 領域：Breeモデルとの違いは、2次膜ラチェットのS<sub>2</sub> 領域は $X > 1.0$  の範囲にあるため、1次応力負荷時にすでに板の両側が降伏しているが、Breeモデルは2次応力を負荷して初めて板の両側が降伏する。

R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> 領域：Breeモデルとの違いは、2次荷重負荷時と除荷時の応力分布がBreeモデルは中立軸に対して線対称なのに対して、2次膜ラチェットは原点に対して回転対称になる。この違いが、Breeモデルは膜ひずみ、2次膜ラチェットは曲げひずみのラチェットとして現れる。ひずみの進行方向は、いずれも1次応力の方向に一致する。また、大きな特徴の一つとして、 $Y > 2.0$  の場合2次膜ラチェットは中立軸の応力-ひずみ関係が塑性ループを描くことである。これはFig. 4.2からも読み取れるが、Fig. 3.6及びFig. 3.8に示した中立軸上の積分点63の応力-ひずみ挙動を見た方が明らかであろう。Breeモデルの場合、中立軸で塑性ループを描くことはない。

Breeモデルも2次膜ラチェットも、シェークダウン領域では常に弾性挙動をとる領域が存在する。Breeは、この領域をElastic Core (弾性核) と呼び、板厚内にElastic Coreが無い場合をラチェットの定義のひとつとして挙げている。2次膜ラチェットの場合も、この定義が当てはまる。

次に、2次膜ラチェットが実際の原子炉構造のどのような部分で発生し得るか、簡単に触れる。

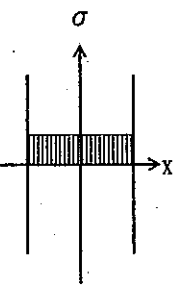
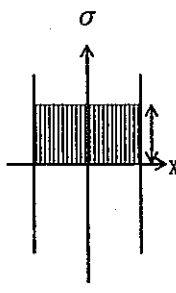
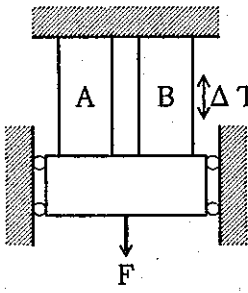
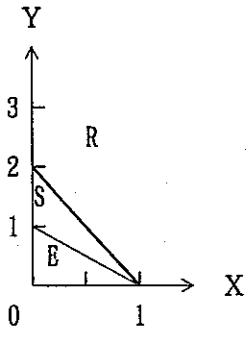
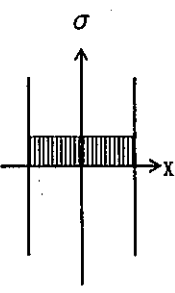
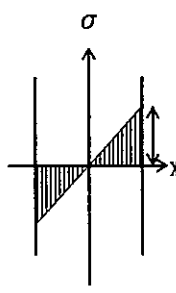
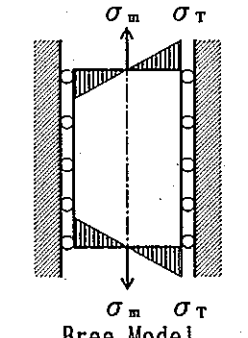
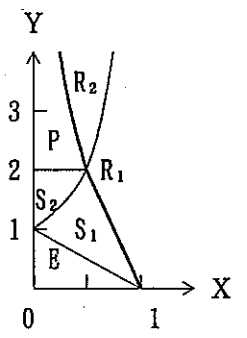
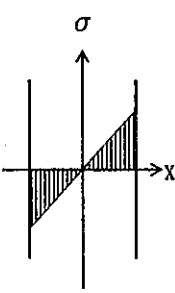
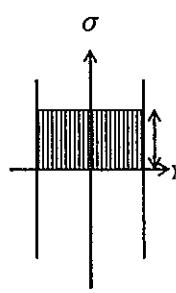
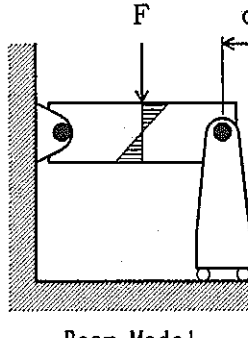
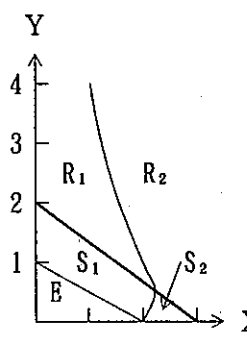
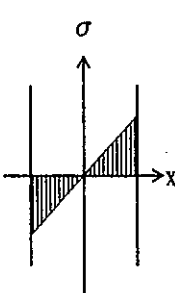
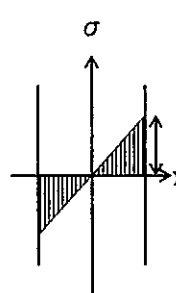
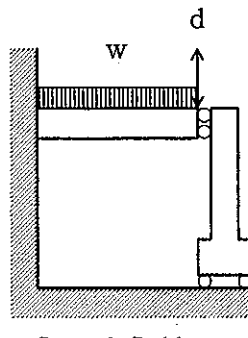
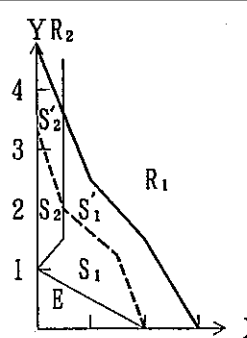
Breeタイプのラチェットは、自重や圧力による1次応力と壁厚内の温度分布による2次応力の重畳で生じる。このような応力の組合せが考えられる構造は、燃料被覆管、配管及び原子炉容器壁のような構造である。一方、2次膜ラチェットの発生する可能性があるのは、定常的な曲げ応力と繰返し膜応力が作用する構造である。原子炉構造で、このような応力の組合せが考えられる場所として、Fig. 4.3に示す炉心支持構造の接続部が考えられる。炉心支持構造の接続部は、自重や上部プレナムと下部プレナムの圧力差による荷重を定常的に受ける。これらの荷重は、接続部において曲げ荷重として働く。一方、炉心支持構造の接続部には、熱過渡時に



温度応答の遅れによるたが締めあるいはたが張りによる応力が膜応力として繰返し作用する。この他に、同じような応力の組合せが考えられる構造として、IHXの支持スカート等が挙げられる。

Table 4.1に、1次曲げ2次膜ラチェットを加えた単軸応力場のラチェットの一覧を示す。1次応力と2次応力の相互作用で起こる単軸応力場のラチェットは、膜応力と曲げ応力の組合せにより全部で4種類存在し、それぞれの組合せにより評価線図が異なることがわかる。従って、ラチェットの評価対象となる構造がどのような応力の形態を持つか、即ち1次応力が膜応力であるか曲げ応力であるか、また2次応力が膜応力であるか曲げ応力であるかを適切に判断し、それぞれの応力の組合せに適合する評価線図で評価することが必要である。従来、炉心支持構造や支持スカート等はBree線図やシェークダウン基準により評価されているが、Bree線図は1次応力が膜応力で2次応力が曲げのタイプの構造の評価にのみ適用すべきであり、シェークダウン基準は1次応力がほとんど無視でき、2次応力単独とみなせる構造の評価に適用すべきものである。今後は、1次曲げ2次膜ラチェット評価法をクリープラチェットひずみの評価ができるように拡張するとともに、Table 4.1を基に実構造物におけるラチェット挙動との対比検討を行うことにより、ひずみ制限の観点から応力分類の見直し及び個々の制限式の運用法について検討を進めて行く必要がある。

Table 4.1 Ratchetting Modes Induced by Interaction of Uni-axial Stresses

MODE	STRESS		STRUCTURAL MODEL	DIAGRAM
	Primary	Secondary		
M-M	 <p>membrane</p>	 <p>membrane</p>	 <p>2-Bar model</p>	
M-B	 <p>membrane</p>	 <p>bending</p>	 <p>Bree Model</p>	
B-M	 <p>bending</p>	 <p>membrane</p>	 <p>Beam Model</p>	
B-B	 <p>bending</p>	 <p>bending</p>	 <p>Beam &amp; Bellows</p>	

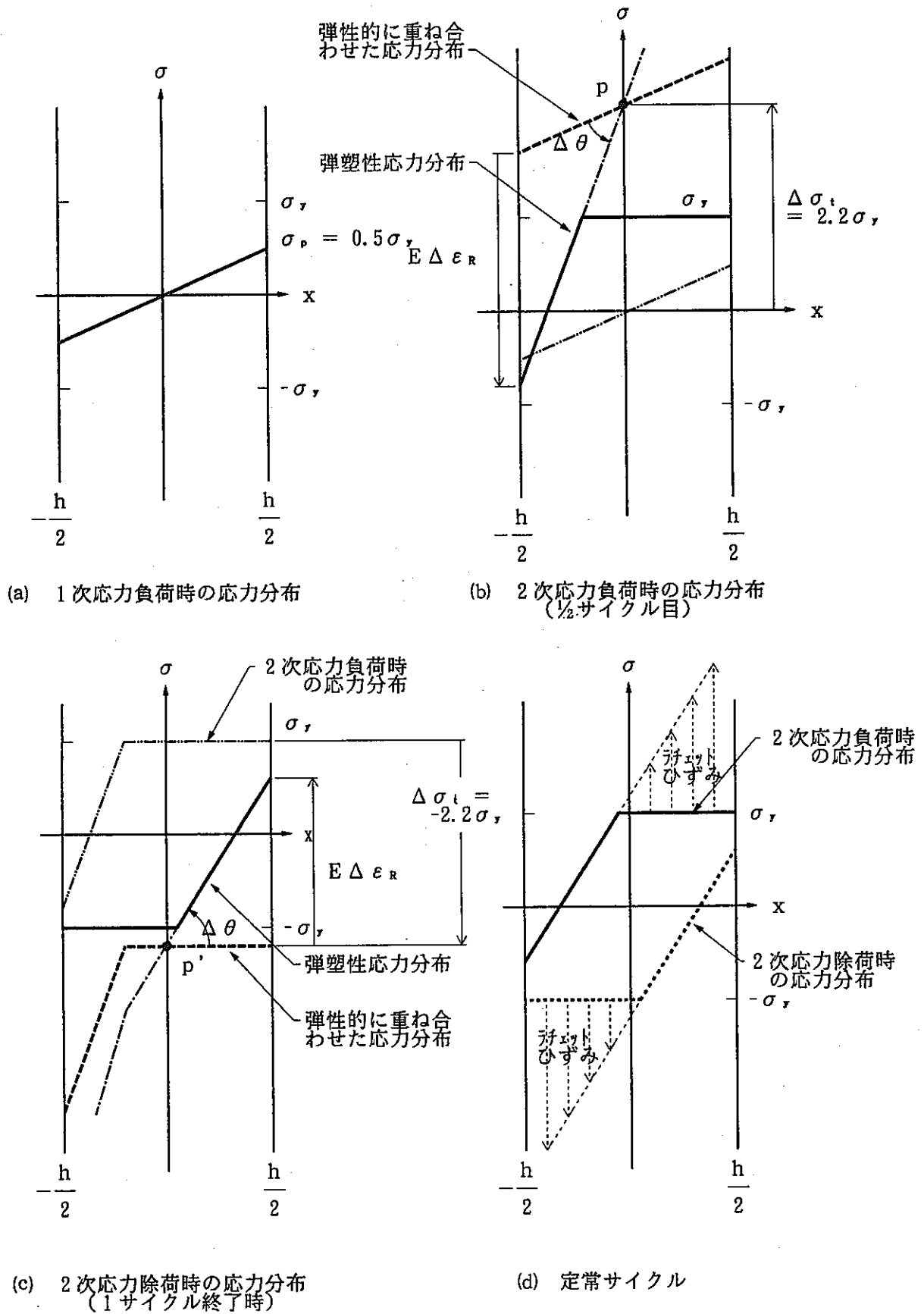


Fig. 4.1 Mechanism of the Primary Membrane plus Secondary Bending Ratchetting in the  $R_1$  Region ( $X=0.5, Y=2.2$ )

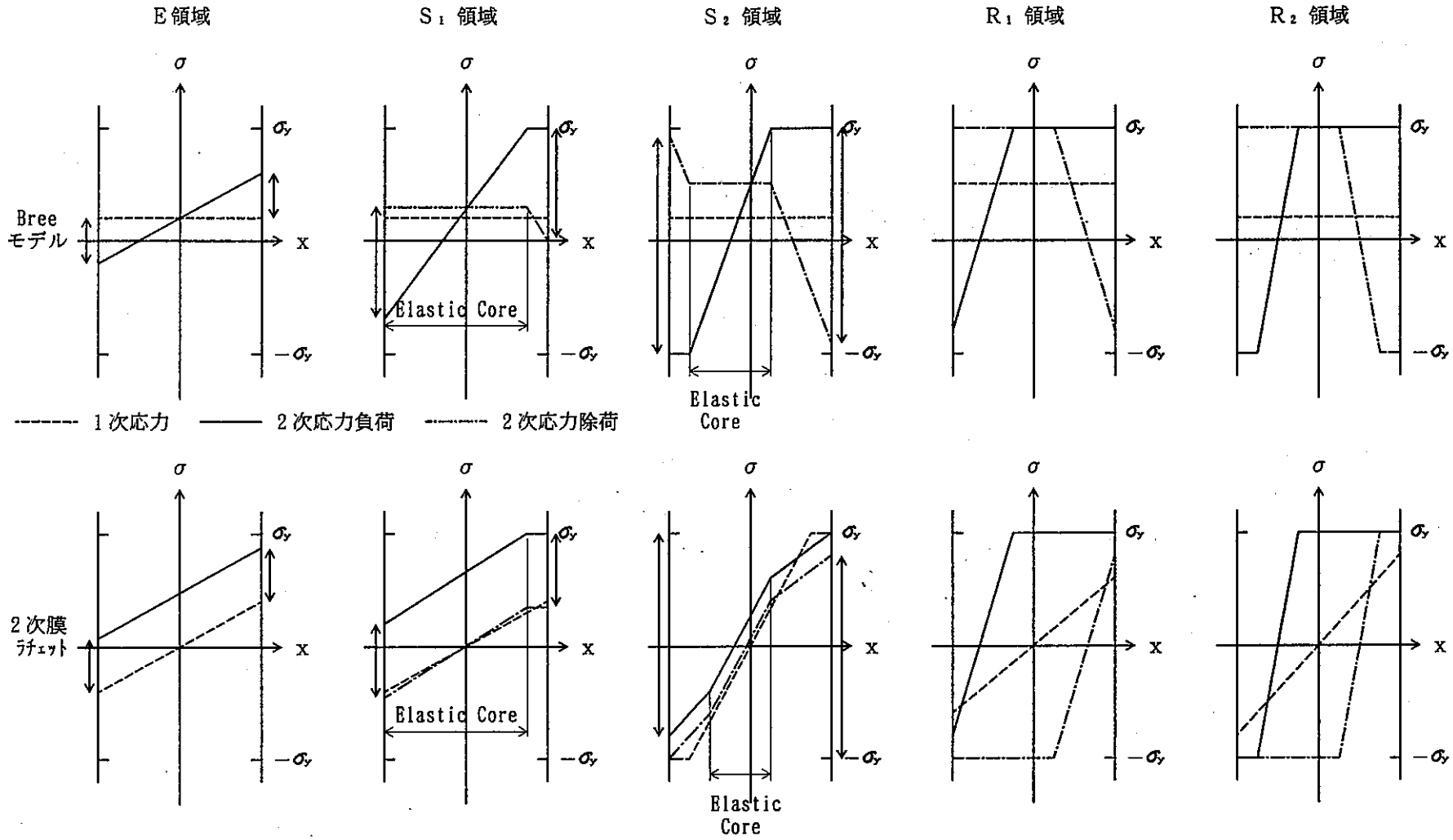


Fig. 4.2 Comparison of the Stress Behavior between Bree Model and Primary Membrane plus Secondary Bending Ratchetting

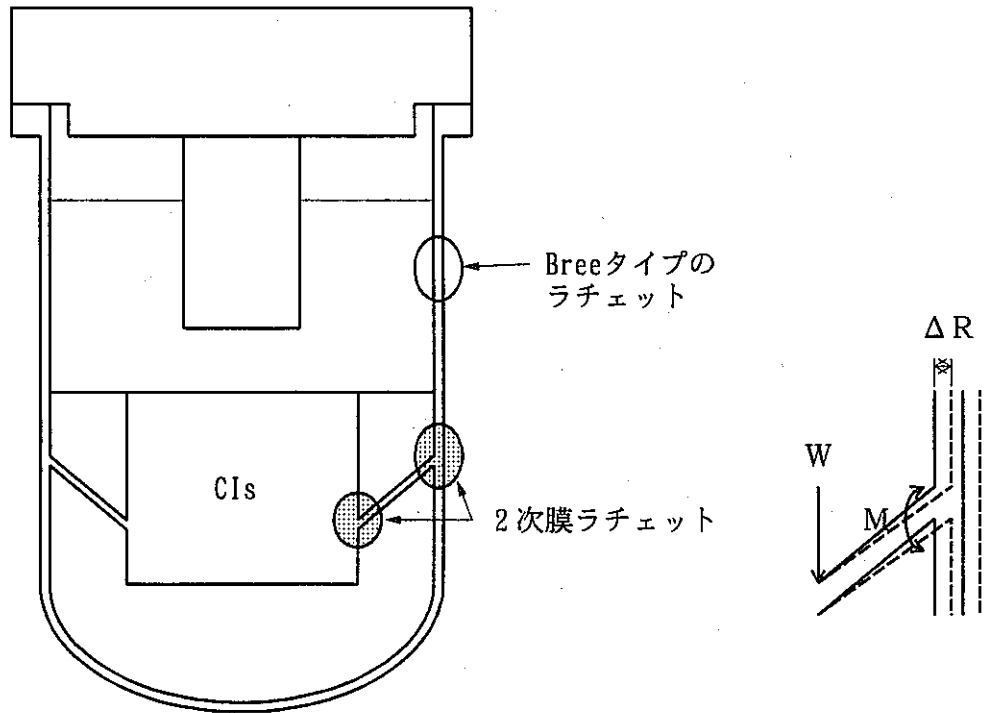


Fig. 4. 3 Structures suspected Generation of the Primary Membrane plus Secondary Bending Ratchitting

## 5. 結 言

1次応力が曲げ応力で2次応力が膜応力の場合の単軸応力場のラチェットの簡易評価法の開発を行った。ラチェット限界はPonterらの提唱するKinematic Shakedown Theoryにより求め、 $S_1$ 領域と $S_2$ 領域及び $R_1$ 領域と $R_2$ 領域の境界は、弾完全塑性体を仮定したはりの力学的な釣合いを解く方法で求めた。また、1次曲げ2次膜応力ラチェットが実際に存在し得ること及び作成したラチェット評価線図の妥当性を、はりモデルによる有限要素法解析により確認した。今後は、1次曲げ2次膜ラチェット評価法をクリープラチェットひずみの評価ができるように拡張するとともに、ひずみ制限の観点から応力分類の見直し及び個々の制限式の運用法について検討を進めて行く予定である。

## 参 考 文 献

- 1) Bree J., "Elastic-Plastic Behavior of Thin Tubes Subjected to Internal Pressure and Intermittent High-Heat Fluxes with Application to Fast-Nuclear-Reactor Fuel Elements", Journal of Strain Analysis, Vol. 2, p. 226, 1967.
- 2) ASME Code Case N-47, "Class 1 Components in Elevated Temperature Service," Section III, Division 1.
- 3) 高速原型炉第1種機器の高温構造設計方針, PNC N241 84-08(1)
- 4) Miller. D. R., "Thermal Stress Ratchet Mechanism in Pressure Vessels", Trans. of ASME, Journal of Basic Engineering, p. 190, 1959
- 5) Roche R. L. et al., "Practical Analysis of Ratchetting", Nuclear engineering and Design, Vol. 71, p. 51, 1982.
- 6) RCC-MR Design and Construction Rules for Mechanical Components of FBR Nuclear Islands, Section 1, Subsection B:Class 1 Components, 1985.
- 7) Ponter A. R. S. et al., "The Incremental Strain Growth of Elastic-Plastic Bodies Subjected to High Levels of Cyclic Thermal Loading", Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, p. 470, Vol. 51, 1984.
- 8) 和田 他, 「軸方向に温度分布移動を受ける円筒の熱ラチェット変形の推定法」, 機械学会論文集, 55-512, A, p. 985, 1989.
- 9) Yamashita T. et al., "Ratchetting Mechanism of Bellows and Evaluation Method", ASME PVP Conference, 1989 in Honolulu.
- 10) PNC SN9410 87-067 「ペローズの塑性ラチェット評価法」
- 11) PNC SN9410 90-021 「ペローズのクリーブラチェット評価法」
- 12) PNC ZN9410 91-350 「1次応力が無い場合の3本棒熱ラチェット挙動の検討」
- 13) PNC ZN9410 91-367 「2軸応力の相互作用によるラチェットの簡易評価法」