

汎用非線形構造解析システム
FINAS Version 12.0 における機能拡張

1992年3月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

汎用非線形構造解析システム F I N A S Version12.0 における機能拡張

岩田 耕司*, 月森 和之*, 柄谷 和輝*

要 旨

本報告は高速炉等の各種構造解析に適用するために開発した汎用非線形構造解析システム F I N A S (Finite Element Nonlinear Structural Analysis System)の機能拡張に関するものであり、平成2年4月から平成3年3月までの間に検討した内容およびその成果をまとめたものである。

以下に今回の主な機能拡張と検討項目を示す。

- 1) Mod. 9Cr-1Mo鋼に関する材料データライブラリを追加した。
- 2) 平面要素を3次元空間で使えるように拡張した。
- 3) 動的解析に静的縮合機能を組込んだ。
- 4) ユーザーサブルーチンにより任意の構成モデルを組み込み可能とした。
- 5) ユーザーサブルーチンにより任意の要素を組み込み可能とした。
- 6) 荷重増分自動決定機能を改良した。
- 7) 流体の大変位運動を伴う流体構造連成問題解析機能を検討した。
- 8) プリント及びプロット機能を強化した。
- 9) 破壊力学パラメータ計算のための後処理プログラム F N S F R C T を改良した。
- 10) 面接触機能を用いた解析例を作成した。

これら拡張した機能は適切な例題によりその機能を検証した後、F I N A Sへ組み込み、F I N A S V12.0として公開を予定している。

* 機器構造開発部 構造工学室

Extension of Finite Element Nonlinear Structural Analysis System FINAS Version 12.0

Koji Iwata*, Kazuyuki Tsukimori*, Kazuteru Garatani*

Abstract

This report describes the functional extension of general purpose finite element nonlinear structural analysis system FINAS (Finite Element Nonlinear Structural Analysis System) which has been developed to solve various kind of structural analysis problem for fast reactor components. Extension, improvement and maintenance of this system has been continued since 1990. The following functions were added or extended.

- 1) The material data library for Mod.9Cr-1Mo steel was added.
- 2) The plane element was extended to 3-D space.
- 3) Static condensation procedure for dynamic analysis was implemented.
- 4) User's subroutines to introduce arbitrary constitutive models were developed.
- 5) User's subroutines to introduce arbitrary finite elements were developed.
- 6) The automatic load incrementation function was improved.
- 7) The function of fluid-structure interaction analysis with large displacements of fluid was studied.
- 8) Printing and plotting formats were improved.
- 9) The post processor for calculation of fracture mechanics parameters (FNSFRCT) was improved.
- 10) The examples of surface contact problem were analyzed.

After verification of these function with example analyses, the new version of FINAS (FINAS V12.0) is to be published. This report describes with these functional extensions and verification examples.

* Structural Engineering Section, Oarai engineering Center, PNC

目 次

緒 言	1
第 I 編 F I N A S の機能拡張	
1. 概 要	3
2. 材料データライブラリの拡張	5
3. 2次元平面要素の3次元化	11
4. 動的解析における静的縮合の組み込み	14
5. ユーザーサブルーチンによる任意の要素組み込み機能	17
6. ユーザーサブルーチンによる任意の構成モデル組み込み機能	72
7. 荷重増分自動決定機能の改良	88
8. 流体構造連成解析機能の検討	90
9. 出力機能の強化	98
10. F N S F R C T の改良	105
第 II 編 F I N A S の検証と応用	
1. 概 要	111
2. 検証例題	112
VP-189 面接触機能を用いた円板塑性加工問題	112
VP-190 移動マンドレルを用いた円筒キャップの引抜き塑性加工問題	127
VP-191 Mod. 9Cr-1Mo鋼データライブラリを利用した時間硬化則クリープ問題	137
VP-192 Mod. 9Cr-1Mo鋼データライブラリを利用した弾塑性問題	141
VP-193 荷重増分自動決定機能を適用したベローズ弾塑性問題	145
VP-194 任意の構成モデルサブルーチン機能による弾塑性問題	154
VP-195 F N S F R C T による応力拡大係数の計算	158
VP-747 静的縮合機能を用いた固有値問題	161
VP-748 静的縮合機能を用いた直接積分法動的問題	167
結 言	177
謝 辞	180
参 考 文 献	178

図 表 目 次

第 I 編

図. 4. 1-1	自由度の包含関係	16
図. 5. 3-1	任意要素における積分点番号	24
図. 5. 5. 1-1	棒の曲げ座屈	29
図. 5. 5. 1-2	有限要素	29
図. 5. 5. 1-3	片持梁	31
図. 5. 5. 1-4	有限要素	31
図. 5. 5. 1-5	8 節点六面体要素	33
図. 5. 5. 1-6	要素の正規化した座標での積分点の位置と番号	33
図. 5. 5. 2-1	片持梁	52
図. 5. 5. 2-2	有限要素モデル	52
図. 5. 5. 2-3	要素の内部評価点	54
図. 5. 5. 3-1	円形プレート	62
図. 5. 5. 3-2	たわみ u_z の比較	63
図. 6. 1-1	構成モデルサブルーチンを組込む場合のアルゴリズム	74
図. 6. 2-1	モジュール EMSALL のプログラム構成	75
図. 6. 2-2	モジュール EMSUPD のプログラム構成	76
図. 8. 1-1	ALE 法での形状表示	91
図. 9. 1-1	mm 系の点列データ例	100
図. 9. 1-2	インチ系の点列データ例	101
図. 9. 1-3	Y 軸の符号を反転した点列データ例	102
図. 9. 1-4	点列値および XY プロットの出力をコントロールするデータ	103
図. 10. 2-1	き裂先端	106
表. 2. 2-1	Mod. 9Cr-1Mo 鋼 (NT 材) のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数	6
表. 2. 2-2	Mod. 9Cr-1Mo 鋼 (NT 材) の単調応力, ひずみ関係式	7
表. 2. 2-3	Mod. 9Cr-1Mo 鋼 (NT 材) のクリープひずみ式	8
表. 3. 3-1	各要素に対するサブルーチン一覧	13
表. 4. 1-1	動的問題における自由度	16
表. 5. 2-1	要素関連モジュールおよびサブルーチン	19
表. 5. 2-2	要素関係のコモン	19
表. 5. 3-1	FINAS の応力場	22
表. 5. 5. 1-1	座屈荷重 P_{cr} の比較	30
表. 5. 5. 1-2	E, F, G, H 点の変位 u_z の比較	32
表. 5. 5. 2-1	D, F 点の変位 u_y の比較	53
表. 6. 2-1	拡張サブプログラム	75
表. 6. 2-2	拡張サブプログラム	70

第II編

図. 189-1	構造モデル	112
図. 189-2	有限要素モデル	113
図. 189-3	軸対称問題での評価ライン	116
図. 189-4	各評価ラインの位置	116
図. 189-5	押し込み量10mmでの変形図	117
図. 189-6	押し込み量20mmでの変形図	118
図. 189-7	押し込み量30mmでの変形図	119
図. 189-8	押し込み量35mmでの変形図	120
図. 189-9	Z方向変位分布の履歴	121
図. 189-10	子午線方向ひずみ分布	122
図. 189-11	周方向ひずみ分布	123
図. 189-12	評価ライン1に沿う子午線方向ひずみ分布	124
図. 189-13	評価ライン2に沿う子午線方向ひずみ分布	125
図. 189-14	評価ライン3に沿う子午線方向ひずみ分布	126
図. 190-1	構造モデル	127
図. 190-2	有限要素モデル	128
図. 190-3	引き抜き量3mmでの変形図	129
図. 190-4	引き抜き量6mmでの変形図	130
図. 190-5	引き抜き量9mmでの変形図	131
図. 190-6	引き抜き量12mmでの変形図	132
図. 190-7	引き抜き量3mmでの相当塑性ひずみ分布	133
図. 190-8	引き抜き量6mmでの相当塑性ひずみ分布	134
図. 190-9	引き抜き量9mmでの相当塑性ひずみ分布	135
図. 190-10	引き抜き量12mmでの相当塑性ひずみ分布	136
図. 191-1	構造モデル	137
図. 191-2	有限要素モデル	137
図. 192-1	構造モデル	141
図. 192-2	有限要素モデル	141
図. 192-3	応力ひずみ曲線図	144
図. 193-1	構造モデル	145
図. 193-2	有限要素モデル	146
図. 193-3-a)	最終ステップの変形図 (荷重増分直接入力)	147
図. 193-3-b)	最終ステップの変形図 (荷重増分自動決定)	147

図. 193-4-a) 荷重変位曲線図	(荷重増分直接入力) ...	148
図. 193-4-b) 荷重変位曲線図	(荷重増分自動決定) ...	148
図. 193-5-a) 子午線方向応力ひずみ曲線	(荷重増分直接入力) ...	149
図. 193-5-b) 子午線方向応力ひずみ曲線	(荷重増分自動決定) ...	149
図. 193-6-a) 周方向応力ひずみ曲線	(荷重増分直接入力) ...	150
図. 193-6-b) 周方向応力ひずみ曲線	(荷重増分自動決定) ...	150
図. 193-7-a) Mises応力-子午線方向ひずみ曲線	(荷重増分直接入力) ...	151
図. 193-7-b) Mises応力-子午線方向ひずみ曲線	(荷重増分自動決定) ...	151
図. 193-8-a) Mises応力-周方向ひずみ曲線	(荷重増分直接入力) ...	152
図. 193-8-b) Mises応力-周方向ひずみ曲線	(荷重増分自動決定) ...	152
図. 193-9-a) F I N A S 実行情報	(荷重増分直接入力) ...	153
図. 193-9-b) F I N A S 実行情報	(荷重増分自動決定) ...	153
図. 194-1 構造モデル	154
図. 194-2 有限要素モデル	154
図. 194-3 負荷条件	155
図. 195-1 中央き裂試験片	158
図. 195-2 有限要素モデル	158
図. 195-3 K値計算点	158
図. 747-1 構造モデル	161
図. 747-2 縮合なしの場合の振動モード	163
図. 747-3 縮合ありの場合の振動モード	164
図. 747-4 縮合機能を用いない場合の実行サマリー	166
図. 747-5 縮合機能を用いた場合の実行サマリー	166
図. 748-1 構造モデル	167
図. 748-2 有限要素モデル	167
図. 748-3 立体モデルにおける入力波	169
図. 748-4 縮合接点	169
図. 748-5 時刻7.704秒での変形図	171
図. 748-6 自由表面変位の時刻歴	172
図. 748-7 縮合なしの場合の実行サマリー	174
図. 748-8 縮合ありの場合の実行サマリー	174
図. 748-9 縮合節点	175
図. 748-10 時刻歴4.28秒の変位図	176
図. 748-11 自由表面の応答 (縮合あり)	176

表. 1-1	実施した検証例題一覧	111
表. 189-1	解析ステップ	114
表. 191-1	Mod. 9Cr-1Mo鋼(NT材)のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数 ...	138
表. 191-2	Mod. 9Cr-1Mo鋼(NT材)のクリープひずみ式	139
表. 191-3	解析結果	140
表. 192-1	Mod. 9Cr-1Mo鋼(NT材)の単調応力, ひずみ関係式	142
表. 194-1	F I N A Sの解と理論解	156
表. 195-1	FNSFRCTの応力拡大係数 K_I (シフトなし)	159
表. 195-2	FNSFRCTの応力拡大係数 K_I (シフトあり)	160
表. 195-3	ハンドブックの応力拡大係数 K_I	160
表. 747-1	理論解およびF I N A Sによる計算結果.....	162
表. 748-1	時刻 $t=7.704$ 秒の自由表面変位	170

緒 言

有限要素法による汎用非線形構造解析システム F I N A S (Finite Element Nonlinear Structural Analysis System) は高速炉の開発に伴う構造解析上の様々な問題を解決するために昭和51年よりその開発が始まった。F I N A S は初期の5年間 (Phase I) で非弾性解析機能を中心に汎用構造解析プログラムとしての骨組みと基本的な解析機能^{1), 2), 3), 4), 5), 6)}を備えた。そして昭和55年4月より大洗工学センターの大型計算機に導入され、事業団内部の研究者により広範な利用が行われるようになった。昭和56年からの5年間 (Phase II) は F I N A S を実用に供しながら各種解析機能、前/後処理機能、検証例題の充実^{7), 8), 9), 10), 11)}を図った。また昭和60年9月より F I N A S は一般公開され、大学等の研究機関や各種メーカーでの利用が始まった。昭和61年度からの5ヶ年では高速炉における各種の解析要求に応えるのみならず、他の分野の利用も考慮して F I N A S をより高度で汎用性の高い構造解析システム^{12), 13), 14), 15), 16)}とすることが意図された。今回の拡張はこの5ヶ年の最終年度に当たり、F I N A S をより高度化、高効率化、自動化することを目的としている。

本報は今回行った機能拡張とその検証例題をまとめたものであり、この成果として F I N A S は V12.0 を作成した。これは近々動燃内外の利用者に公開される予定である。

第 I 編 F I N A S の機能拡張

1. 概 要

機能拡張項目の詳細については本編の各節で述べるがここではその概要を記す。

まず材料データライブラリの拡張ではMod. 9Cr-1Mo鋼に関する弾性特性(ヤング率, ポアソン比, 線膨張係数)、単調応力ひずみ関係式、クリープひずみ式の組込みを行った。なお材料データは文献^{17), 18)}によるがこれらは研究開発中の暫定値であるために取扱いには十分な注意が必要である。また拡張したライブラリを検証するために例題 VP-191, VP-192の解析を実施した。

2次元平面要素の3次元化では従来2次元空間でしか使用できなかった平面要素(TME M3, QMEM4, HTMEM3, HQMEM4, FLIN2, CNLINK4)を3次元空間で使用できるように拡張した。

動的解析における縮合機能の組込みでは、大規模な動的解析を効率的に計算するための静的縮合機能の組込みを行った。これについてはVP-747, VP-748にて各々固有値解析、直接積分による応答解析を行い計算効率の比較を行った。

ユーザーサブルーチンによる任意の有限要素組込みは3つのユーザーサブルーチン(XNM TRX, XBMTRX, XDMTRX)により有限要素を定義する機能である。これについては8節点六面体要素、4節点平面応力要素¹⁹⁾、2節点軸対称シェル要素²⁰⁾による組込み例を作成した。

ユーザーサブルーチンによる任意の構成モデル組込みは2つのユーザーサブルーチン(XMAT1, XMAT2)により構成モデルを定義する機能である。これについてはVP-194により組込み機能の検証を行った。

荷重増分自動決定機能の改良では特定問題に対して安定性に問題のあった従来のアルゴリズムを改良し、安定して解が得られるようにした。これについてはVP-193で問題となった解析例を示した。

流体構造連成解析機能の検討では流体の大変位運動を含む流体構造連成問題を解析するために、ALE法^{21), 22), 23), 24)}の検討を行った。

出力機能の強化ではXYプロットにおけるスケーリング機能の追加、荷重増分自動決定機能使用時におけるプリント出力の拡張を行った。

FNSFRCTの改良では破壊力学パラメータを計算するFINASの後処理プログラムFNSFRCTについて、応力拡大係数の計算方法及びプリント出力の改良を行った。これについてはVP-195でその機能を検証した。

以上、今回は9項目についての機能拡張及び検討が行われたが、この他に面接触機能についての解析例を作成した。これについてはII編に示す。

2. 材料データライブラリの拡張

表2.2-2 Mod. 9Cr-1Mo鋼 (NT材) の単調応力、ひずみ関係式

<p>(1) $\sigma \leq \sigma_p$ のとき</p> $\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$ $\varepsilon_p = 0$ <p>(2) $\sigma > \sigma_p$ のとき</p> $\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$ $\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$ <p><使用単位></p> $\varepsilon_e(\text{mm/mm}), \varepsilon_p(\text{mm/mm}), \sigma(\text{kg/mm}^2)$ <p><適用限界></p> 最大ひずみ $(\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03(\text{mm/mm})$	
パラメータ	温度(°C)
	$300 \leq T \leq 650$
$E(\text{kgmm}^2)$	$315 \leq T < \leq 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 < T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
$\sigma_p(\text{kgmm}^2)$	$\sigma_Y - K(0.002)^m$
$\sigma_Y(\text{kgmm}^2)$	$(5.463696 \times 10^1 - 7.062338 \times 10^{-2}T + 2.567754 \times 10^{-4}T^2 - 3.526828 \times 10^{-7}T^3) / \alpha_Y$
$K(\text{kgmm}^2)$	$83.0 - 8.75 \times 10^{-2}T$
m	$0.417 - 5.125 \times 10^{-4}T$
α_Y	MATERIALデータB11カードで指定した値。B11カードの α_Y が無記入の場合は1.0

表2.2-3 Mod.9Cr-1Mo鋼 (NT材)のクリープひずみ式

$\varepsilon^c = c_1(1 - e^{-r_1 t}) + c_2(1 - e^{-r_2 t}) + \dot{\varepsilon}_m t$ <p>ここで</p> $r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56858}, r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$ $c_1 = 0.30546 \dot{\varepsilon}_m^{0.59285} / r_1, c_2 = 0.26505 \dot{\varepsilon}_m^{0.81657} / r_2$ $\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.09319}$ $\log_{10} \alpha_R t_R = B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 \quad (2.0 \leq \sigma)$ <p>ただし、$0 \leq \sigma \leq 2.0$に対しては、$r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$</p> <p><使用単位> ε^c(mm/mm)、σ(kg/mm²)、t(hr)、T(°C)</p>	
温度(°C) パラメータ	$375 \leq T \leq 650$
F	$13.5699 \exp \left\{ - \frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-29.11460 + 31808.82 / (T + 273.15)$
B_1	$3055.52 / (T + 273.15)$
B_2	$-5148.248 / (T + 273.15)$
α_R	MATERIALデータ B ₁₂ カードで指定した値。B ₁₂ カードの α_R が無記入の場合は1.0

2.3 システム設計

2.3.1 システム構成

システム全体の流れおよび構成は変更なし。

2.3.2 入力データ

入力データとして“MATERIAL”データが拡張される。次ページ以降に入力書式を示す。

2.3.3 出力データ

- 1) プリント出力変更なし
- 2) プロット出力変更なし
- 3) ポストテープ出力変更なし

2.3.4 データブロック

変更なし

2.3.5 グローバルコモン

変更なし

2.3.6 組み込みATOM

変更なし

2.4 モジュール設計

2.4.1 入力関連のモジュール (IFP1)

新しくMod.9Cr-1Mo鋼 (NT材) の組み込みに対して“MATERIAL”データの入力処理およびデータブロック“MATN”へ材料特性をセットする各サブルーチンを拡張する。

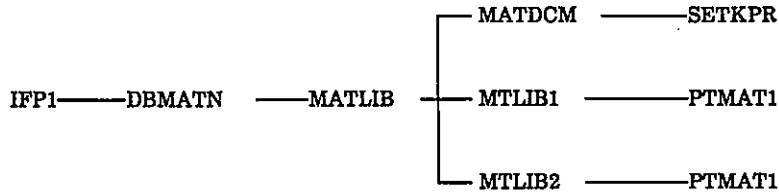


図2.4-1 IFP1モジュールにおける材料データライブラリのためのサブルーチンツリー

また、図2.4-1に示されるサブプログラムにおいて以下のサブルーチンを拡張、修正する。

MATLIB、SETKPR、MATLIB2(MATLIB1)

なお、Mod.9Cr-1Mo鋼 (NT材) のプログラム内のライブラリ番号は“26”、材料特性名は“M9CRM0”、クリープひずみ番号は“206”とする。また、今回は旧データライブラリも修正する。

2.4.2 解析計算関連モジュール (EMSALL, EMSUPO)

各解析計算関連モジュールにおいて材料データライブラリから各種特性を取り出すための以下のサブルーチンへ新しくMod.9Cr-1Mo鋼 (NT材) を組み込む。

- MATEXT : データブロック“MATN”から材料を取り出すためのメインプログラム
- LIBEXT : 単調、応力ひずみ関係式よりヤング係数、降伏応力、加工硬化係数等を計算する。
- LIBINT : 単調、応力ひずみ関係式より降伏曲面の拡がりを計算する。
- CRPCRM : 各クロモリ鋼のクリープひずみ式からクリープひずみ増分を計算する。
- PLAMTIN : 単調、応力ひずみ関係式から弾塑性領域における塑性特性マトリックスを計算する。

また次のプログラムを拡張する。

- CCRMN : Mod.9Cr-1Mo鋼のクリープひずみ式の係数を評価する。

2.5 検証

- (1) VP191 : Mod.9Cr-1Mo鋼のクリープ式を用いた時間硬化クリープ問題 (VP118参考)
- (2) VP192 : Mod.9Cr-1Mo鋼の単調応力ひずみ関係式を用いた弾塑性問題 (VP119参考)

3. 2次元平面要素の3次元化

3.1 機能拡張の概要

応力解析および熱伝導解析における次の2次元平面要素の3次元化を行なう。

TMEM3	:	3節点三角形平面応力要素
QMEM4	:	4節点四角形平面応力要素
HTMEM3	:	熱伝導3節点三角形平面要素
HQMEM4	:	熱伝導4節点四角形平面要素

なお、熱伝導要素の拡張に伴ない次の熱伝達要素、熱伝達リンク要素も3次元化を行なう。

FLIN2	:	熱伝導2節点辺要素
CNLINK4	:	熱伝導リンク4節点平面要素

上記の要素はすべて全体座標系で定式化されているが、本拡張に伴ない要素座標系で取り扱うように変更される。また、本拡張に伴い、以下の項目の変更もあわせて行う。

- ・現在の2次元平面要素 TMEM3,QMEM4 を TMEM3D2 (要素コード44), QMEM4D2 (要素コード43) として新たに登録する。
- ・4辺形要素 QMEM4,HQMEM4 の要素座標系の定義方法を4辺形シェル要素のものに合わせる。
- ・3角形要素 TMEM3 の積分点数は4点から1点に変更する。

3.2 システム設計

3.2.1 システム構成

システム全体の流れおよび構成は変更なし。

3.2.2 入力データ

入力データは変更がないがユーザーズマニュアルについては次ページ以降の変更がある。

3.2.3 出力データ

- 1) プリント出力変更なし
- 2) プロット出力変更なし
- 3) ポストテープ出力変更なし

3.2.4 データブロック

変更なし

3.2.5 グローバルコモン

変更なし

3.2.6 組み込みATOM

変更なし

3.3 モジュール設計

入力および解析関連モジュールにおける各要素に対する以下のサブルーチンを拡張する。

表3.3-1 各要素に対するサブルーチン一覧

要素名	サブルーチン名
QMEM4 (28)	CHAQM4, KQMEM4, KSQME4, BNQME4, BLQME4 PQMEM4, PDQME4, PBQME4, SQMEN4, SQMEN4 EQMEM4, TPQME4, UQMEM4, SPQME4, MQMEM4 SSQME4
TMEM3 (20)	CHTRA3, KTRIA3, BTRIA3, PTRIA3, PDTRA3 PBTRA3, STRIA3, QTRIA3, ETRIA3, MTRIA3 SSTRI3
HQMEM4 (105)	CHHQM4, HHQME4, BHQME4, CHQME4, PHQME4 DHQME4, GHQME4, FHQME4, THQME4
HTMEM3 (103)	CHHTM3, HHTME3, BHTME3, CHTME3, PHTME3 DHTME3, GHTME3, FHTME3, THTME3
FLIN2 (202)	CHFLN2, HAFLN2, QAFLN2, FAALN2
CMLINK4 (207)	CHCXLX, HACXLX, FACXLX

4. 動的解析における静的縮合の組み込み

本年度の拡張・整備では、動的解析に静的縮合機能が組込まれた。ここでは、この静的縮合機能について説明する。
 動的問題の解析手順は次の3つのステップに分けることができる。

- 1) 動的な平衡方程式の組立て
- 2) 平衡方程式の求解
- 3) 応力・ひずみ等、動的応答値の計算

一般に、問題の規模が大きくなるに従い、ステップ1とステップ3のための計算コストは、自由度数に比例して増大する。これに対しステップ2のための計算コストは自由度数の2乗ないしは3乗に比例して増大する。このため、ごく小規模な問題を除いて、計算コストの大半はステップ2で費やされるものである。

静的縮合はステップ1と2の間に位置し、実際に解くべき自由度数を縮小することによって、ステップ2での計算コストを低減するための解析ステップである。

モーダル応答解析では、少数の固有モードベクトルを用いて、実際の変位自由度を一般化変位座標系に写像することにより、解くべき自由度数を縮小している。従ってモーダル法も縮合の一種と言えるが、自由度数の大きい問題(大略1000自由度超)では固有値の計算に大きなコストがかかるため、コスト的な利点はなくなってしまう。

そこで、より大きな問題に対して効率的に自由度を縮小する方法として考えられたのが静的縮合である。

4.1. 静的縮合の理論

静的縮合ではまず f-set, 変位ベクトル $\{u\}$ (表4.1-1参照) を $\{u_o\}$ と $\{u_a\}$ に分割する。

$$\{U_f\} = \begin{bmatrix} U_o \\ U_a \end{bmatrix} \tag{1}$$

同様に動的な平衡方程式も分割して次のように書く。

$$\begin{bmatrix} K_{oo} & K_{oa} \\ K_{oa}^T & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_o \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{oo} & C_{oa} \\ C_{oa}^T & C_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_o \\ \dot{U}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{oo} & M_{oa} \\ M_{oa}^T & M_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_o \\ \ddot{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_o(t) \\ P_a(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

式の第一行から、 $\{u_o\}$ は次のように書ける。

$$\{U_o\} = [Goa] \{U_a\} + [Koo]^{-1} \{Po(t)\} + \{U_o^d\} \tag{3}$$

ただし

$$[Goa] = -[Koo]^{-1} [Koa] \tag{4}$$

$$\{U_o^d\} = -[Koo]^{-1} \{Coo\dot{U}_o + Coa\dot{U}_a + Moo\ddot{U}_o + Moa\ddot{U}_a\} \tag{5}$$

である。式5は o-set 自由度に働く、動的な力による変位を表している。
 いま、式5による変位が無視できると仮定し、外力もない場合を考えると式3より

$$\{U_o\} = [Goa] \{U_a\} \tag{6}$$

となる。これは、外力の働かない場合には $\{U_o\}$ は $\{U_a\}$ に従属して定まることを表しており、1式は次のようになる。

$$\{U_f\} = \begin{bmatrix} Goa \\ I \end{bmatrix} \{U_a\} \tag{7}$$

$\{\dot{U}_o\}$ 、 $\{\ddot{U}_a\}$ も同様に $\{\dot{U}_a\}$ 、 $\{\ddot{U}_a\}$ に従属して定まるものとする

$$\{\dot{U}_f\} = \left[\frac{Goa}{I} \right] \{\dot{U}_a\} \tag{8}$$

$$\{U_f\} = \left[\frac{Goa}{I} \right] \{U_a\} \tag{9}$$

式7、8、9を式2に代入し $[Goa^T I]$ を左乗すると次式が得られる。

$$[\bar{K}aa] \{U_a\} + [\bar{C}aa] \{\dot{U}_a\} + [\bar{M}aa] \{\ddot{U}_a\} = \{\bar{P}a(t)\} \tag{10}$$

ただし

$$[\bar{K}aa] = [Kaa + KaoGoa] \tag{11}$$

$$[\bar{M}aa] = [Maa + Moa^T Goa + Goa^T Moa + Goa^T MooGoa] \tag{12}$$

$$[\bar{C}aa] = [Caa + Coa^T Goa + Goa^T Coa + Goa^T CooGoa] \tag{13}$$

$$\{\bar{P}a(t)\} = \{Pa(t) + Goa^T Po(t)\} \tag{14}$$

である。以上により f-set 自由度は a-set 自由度に縮合される。

表4.1-1 動的問題における自由度

添字	意味
s	ファスニング関係式および境界条件で拘束される自由度
p	圧力自由度
o	静的縮合により除外される自由度
l	未知自由度
r	基盤加振入力自由度
a	IUr、解析対象となる自由度
t	aUo、全構造自由度
f	tUp、拘束を受けない自由度
g	fUs、総自由度

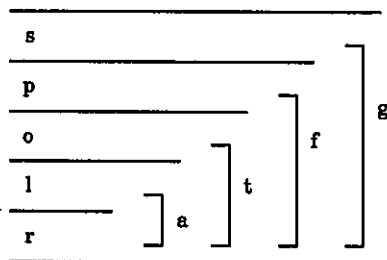


図4.1-1 自由度の包含関係

5. ユーザーサブルーチンによる任意の要素組込み機能

5.1 機能拡張の概要

一般に、有限要素法をベースにした汎用構造解析プログラムでは、種々の構造物(平面、軸対称、3次元、シェル構造等)を取り扱うことが可能なように、いくつかの有限要素が用意されている。FINASにおいても、これまでいろいろな種類の要素の組み込みが行われ、現在、応力解析のための要素44、熱伝導解析のための要素28が有限要素ライブラリとして登録されている。利用者はこの中から問題の内容に対応して、いくつかの要素を選択し、解析を行えるようになってきている。

現在、FINASに新しい要素を組み込む場合には、FINASの入力関連モジュール、解析関連モジュール、出力関連モジュール等について、拡張および新しいルーチンの追加作業が行われる。その作業では、各モジュールの機能や処理の流れ等について、ある程度の知識が要求される。また、それらの資料の整備も十分になされていないために、新しい要素を開発して組み込むことができるのは、開発担当者を含めたある限られた者のみであった。一方、FINASのユーザーの中に、独自に開発した要素をFINASへ組み込み、要素の定式化、精度の調査および検証、さらに実用問題への適用という要望が生じ、FINASの汎用性の向上、知名度のアップ、ユーザーの拡大が見込まれる。

昨年度は、以上の観点からFINASへユーザー定義の任意の要素の組み込みが容易に行われるように、新規要素登録の手続、すなわち関連モジュールデータブロック、専用サブルーチン、処理の流れ等の調査と整理が行われ、それらに基づき仕様が検討された。本年度はそれらの仕様を参考にさらに、ユーザー向けの任意の要素サブルーチンの仕様の再検討が行われた。

5.2 任意の要素サブルーチンの仕様

昨年度の調査および報告が述べているように、FINASシステムへ新しい要素を組み込むためには、静的応力解析に限定すると表5.2-1における各モジュールでの7つのサブルーチン(CHA、T、P、K、Q、E、S)を別々の形式で作成しなければならない。各サブルーチンが参照している要素関係のコモンも複雑であり、特に表5.2-2のコモンEIVCOMの内容および取扱いは決して容易であるとは言えない。このコモンは各要素の各積分点に対する内部変数テーブルであり、FINAS内部に用意されている専用のサブルーチンを介して値がセットされる。また、新しい要素の応力場に対応して、拡張あるいは変更を行わなければならないサブルーチンもあり、必然的にユーザーはある程度FINASシステムに精通していることが要求される。

表. 5.2-1 要素関連モジュールおよびサブルーチン

モジュール	サブルーチン	内容
IFPI	CHAルーチン	要素特性データ定義
EMSALL	Tルーチン	要素節点温度の内部点補間
	Pルーチン	要素に作用する分布荷重と等価な荷重ベクトルの計算
	Kルーチン	要素剛性マトリックスの計算
	Qルーチン	要素に作用する初期ひずみ増分と等価な疑似荷重ベクトルの計算
	Sルーチン	要素に作用する初期応力増分と等価な疑似荷重ベクトルの計算
EMSUPD	Eルーチン	要素内部点のひずみ増分の計算
	Sルーチン	要素内部点の応力と等価な内部力ベクトルの計算

表. 5.2-2 要素関係のコモン

コモン名	内容
ECHA	解析に用いるすべて要素タイプの要素の特性に関する情報のテーブル
ESTCOMM	要素に関する要約のテーブル
EIVCOM DIVCOM	要素の内部変数(温度、応力、ひずみ等)に関するテーブル

以上のことから、昨年度と同様に任意の要素サブルーチン機能はある程度制限されたものとし、かつユーザーが作成するサブルーチンの数を最小限にする方向で再検討した仕様内容を次に示す。

・適用可能な範囲は静的応力解析とする。熱応力、材料非線形および幾何学的非線形問題は考慮する。

・ユーザーには一切要素関係のコモン、要素関連のサブルーチン等を公開しない。

・荷重は要素依存的なものは考慮せず、節点荷重のみとする。ただし、熱荷重だけは入力可能とする。

・材料定数、塑性の硬化則等はFINASの "MATERIAL" データを用いて入力する。

・要素の幾何学的データはFINASの "GEOMETRY" データを用いて入力する。

・応力場はFINASの既存のものを適用する。

・ユーザーが作成するサブルーチンは、ひずみ変位マトリックス[B]、変形勾配マトリックス[BD]および応力マトリックス[S]、変位補間関数マトリックス[N]を計算する3つとする。ただし、形状補間マトリックスは変位補間マトリックスと一致するものとする。

・ユーザールーチンの子あるいは孫ルーチンは幾つ存在してもよいが、子および孫ルーチン名はYで始まるものとする。

・ユーザー作成の要素の使用はFINASの "ELEMENT TYPE" データで指定する。ただし、ユーザー作成の要素の定義は、1個のみとする。

・要素の次の特性は前の "ELEMENT TYPE" データに新しい書式を設けて定義する。

 応力場の番号、節点総数、要素の節点自由度数、幾何データの総数
 数値積分法とその次数

なお、要素の節点数、自由度を有する節点数、形状表示のための節点数および温度が入力される節点数は等しいものとする。また、各節点の座標成分数は3(X,Y,Z)とする。

・要素の節点数および節点自由度はともに32以下で、要素の総自由度数250を越えてはならない。

・要素構成節点の自由度数は全て等しいものとする。

・出力機能については、プリント、ポスト、プロット出力を可能とする。

5.3 "ELEMENT TYPE" データの拡張

ここでは、前の仕様に従い "ELEMENT TYPE" データの書式の拡張について述べる。

	10		20		30		40		50		60		70		80													
A	ELEMENT TY		PE																									
B	ietyp		ecode																									
C			kfld		nnod		nndof		ngeom		mthd1		ndim1		mthd2		ndim2		mthd3		ndim3		ncomps					

このデータは解析に使用する要素のタイプを定義するデータで、各要素タイプ識別番号を CONNECTION データで参照する。

データは識別カードの A カードと要素のタイプを入力する B カードからなり、一つの要素タイプに対して B カード 1 枚が必要である。使用する要素タイプ数や同一要素タイプの重複定義については制限はない。

また、ユーザー定義の要素サブプログラムを使用する場合、A、B カードの他に要素の特性を入力する C カードを指定しなければならない。FINAS の要素ライブラリに登録されている要素を用いる場合は C カードは不要。

カードの種類	カラム	タイプ	変数	内 容	無記入の場合
A	1~12	英 字	—	1~12カラムにELEMENT TYPEと記入	*
B	1~5	正整数	ietyp	要素タイプ識別番号	*
	11~20	英数字	ecode	要素の種類を表すコード ユーザ定義の要素サブプログラムを使用する場合はUSERと記入する。	*
C	11~15	正整数	kfld	ユーザ定義の要素の応力場の番号 注1) (表5.3-1参照)	*
	16~20	正整数	nnod	要素の構成節点の総数 注2)	*
	21~25	正整数	nndof	要素の節点当りの自由度数 注3)	*
	26~30	正整数	ngeom	要素の幾何データの数	0
	31~35	整 数	mthd1	ξ方向の積分法 (1:GUSS積分 2:SIMPSON積分)	*
	36~40	正整数	ndim1	その積分点数 注4)	1
	41~45	整 数	mthd2	η方向の積分法 (0:積分なし1:GUSS積分 2:SIMPSON積分)	0
	46~50	正整数	ndim2	その積分点数 注4)	1
	51~55	整 数	mthd3	ζ方向の積分法 (0:積分なし1:GUSS積分 2:SIMPSON積分)	0
	56~60	正整数	ndim3	その積分点数 注4)	1
61~65	正整数	ncomps	大変形解析における変形勾配の成分数 注5)	0	

注1) 応力場の番号は表5.3-1に示す既存の応力場の中から選択しなければならない。

表5.3-1 FINASの応力場

KFLD	応力場	成分数	応力成分					
			S1	S2	S3	S4	S5	S6
1	単軸応力場	1	σ_x					
2	平面応力場	3	σ_x	σ_y	τ_{xy}			
3	3次元応力場	6	σ_X	σ_Y	σ_Z	τ_{XY}	τ_{YZ}	τ_{ZX}
4	軸対称応力場	4	σ_R	σ_Z	σ_θ	τ_{RZ}		
5	平面ひずみ応力場	4	σ_X	σ_Y	σ_Z	τ_{XY}		
6	梁応力場	3	σ_x	τ_{xy}	τ_{zx}			
7	シェル応力場	5	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}	
8	軸対称薄肉シェル応力場	2	σ_s	σ_θ				
11	軸対称シェル応力場	3	σ_s	σ_θ	τ			

なお、各応力場の応力特性マトリックスは以下のようになっている。

1. 単軸応力場

$$\{\sigma\} = [E]\{\epsilon\}$$

2. 平面応力場

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

3. 3次元応力場

$$\begin{pmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} & 0 \\ & & & & & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} \end{pmatrix}$$

4. 軸対称応力場

$$\begin{Bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_Z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{RZ} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & \text{sym.} & 1 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_Z \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{RZ} \end{Bmatrix}$$

5. 平面ひずみ応力場

$$\begin{Bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & \text{sym.} & 1 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \\ \gamma_{XY} \end{Bmatrix}$$

6. 梁応力場

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

7. シェル応力場

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & \frac{1-\nu}{2k} & 0 \\ & & & & \frac{1-\nu}{2k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$k = \frac{6}{5}$$

8. 軸対称薄肉シェル応力場

$$\begin{Bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \end{Bmatrix}$$

11. 軸対称シェル応力場 (せん断変形を考慮)

$$\begin{pmatrix} \sigma_s \\ \sigma_\theta \\ \tau \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2k} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad k = \frac{6}{5}$$

- 注2) 要素の構成節点数は32以下でなければならない。
- 注3) 要素の節点当りの自由度数は32以下で、各節点の自由度は等しいものとする。さらに、要素の総自由度数は256以下でなければならない。
- 注4) 任意要素における積分点番号は図5.3-1に示すように、正規化座標成分(ξ, η, ζ)の順に通し番号が自動的にとられる。なお、積分点数が偶数の場合、自動的に要素の図心位置にもう一点がとられる(図5.3-1(b)参照)。また、正規化座標成分(ξ, η, ζ)は、-1.0から1.0の値をとる。

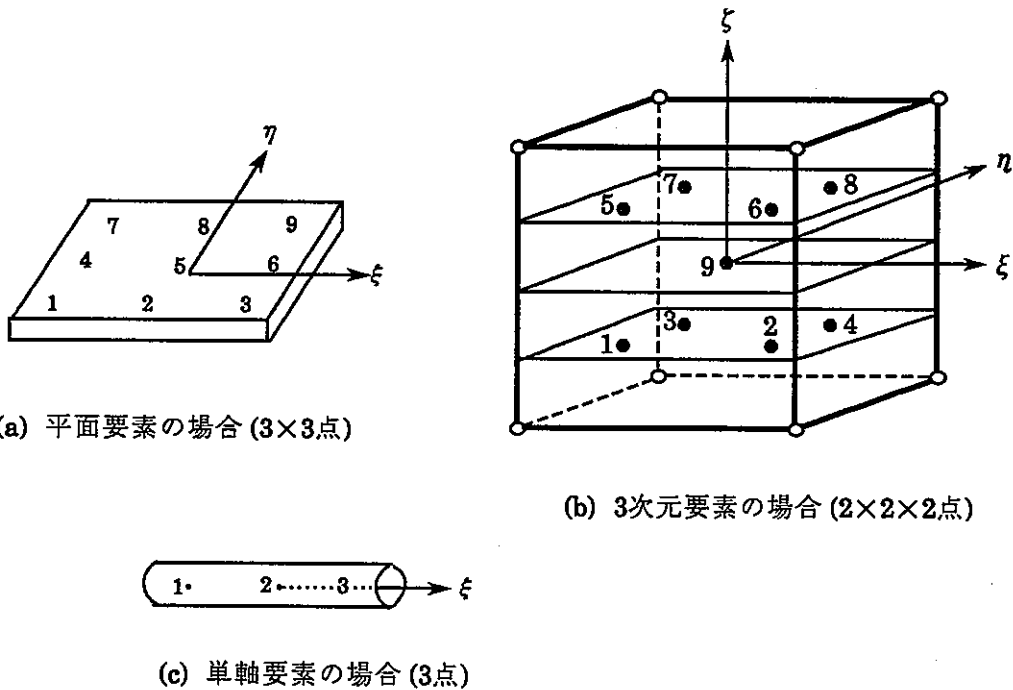


図5.3-1 任意要素における積分点番号

注5) **ncomps** は大変形解析を行なう場合に必要であり、微小変形解析の場合には不用である。

5.4 任意の要素のためのサブプログラム

要素の接線剛性マトリックスは、微小変形剛性マトリックス $[K^L]$ と初期変位剛性マトリックス $[K^U]$ 、初期応力剛性マトリックス $[K^S]$ に分類され、一般的に次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} [K^L]+[K^U] &= \int_V ([B^L]+[B^U])^T [D] ([B^L]+[B^U]) dV \\ [K^S] &= \int_V [B^D]^T [S] [B^D] dV \end{aligned}$$

ここで、 $[B^L]$ は1次の線形ひずみ—変位マトリックス
 $[B^U]$ は2次の線形ひずみ—変位マトリックス
 $[B^D]$ は非線形ひずみ—変位勾配マトリックス
 $[D]$ は応力特性マトリックス
 $[S]$ は応力マトリックス

上式は、2次元平面応力場を例にとると次式の数値積分で求めることができる。

$$\begin{aligned} [K^L]+[K^U] &= \int_A ([B^L]+[B^U])^T [D] ([B^L]+[B^U]) t dX dY \\ &= \int \int ([B^L]+[B^U])^T [D] ([B^L]+[B^U]) t |J| d\xi d\eta \\ &= \sum \sum ([B^L]+[B^U])^T [D] ([B^L]+[B^U]) t |J| W_i W_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [K^S] &= \int_A [B^D]^T [S] [B^D] t dX dY \\ &= \int \int [B^D]^T [S] [B^D] t |J| d\xi d\eta \\ &= \sum \sum [B^D]^T [S] [B^D] t |J| W_i W_j \end{aligned}$$

ここで、 ξ, η は-1.0から1.0に正規化された座標成分、 n, m はガウスまたはシンプソン積分の積分次数、 t は板厚、 $|J|$ はヤコビアン行列のデターミナント、 W_i, W_j はガウスまたはシンプソン積分の重み値である。

FINASではユーザーが独自に、 $[K]$ の計算における積分方法とその次数、各マトリックス $[BL]+[BU], [BD], [S]$ および $t|J| W_i W_j$ に相当する積分定数CONTを定義することにより任意の要素を組み込むことができる。以下にその方法について説明する。なお、応力特性マトリックス $[D]$ はFINAS既存の応力場から自動的にセットされる。また、積分方法とその次数はELEMENT TYPEデータのCカードで与える。

FINASへユーザー定義の任意の要素を組み込むためには、次のサブプログラムをユーザーが作成しなければならない。なお、子及び孫ルーチンは幾つ作成してもよいが、それらはYで始まるルーチン名でなければならない。

XNMTRX :補間関数マトリックス $[N]$ の定義
 XBMTRX :ひずみ変位マトリックス $[B]$ の計算
 XDMTRX :変形勾配マトリックス $[B^D]$ および応力マトリックス $[S]$ の計算

5.4.1 サブプログラムXNMTRX

サブプログラムXNMTRXは、変位補間マトリックス[N]を定義するためのルーチンである。
 なお、変位補間マトリックスと形状の補間マトリックスは一致しなければならない。

(1) XNMTRXのパラメータ

```

SUBROUTINE  XNMTRX (IEXN,IP, NNOD, ABS, PHI)
IMPLICIT   REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION  ABS(3), PHI(NNOD)

```

使用者がコーディング

```

RETURN
END

```

入力パラメータ

```

IEXN      :要素番号
IP        :要素の積分点番号
NNOD     :要素の節点数
ABS       :正規化された座標系における積分点の座標 ( $\xi, \eta, \zeta$ )

```

出力パラメータ

```

PHI       :補間関数マトリックス

```

5.4.2 サブプログラムXBMTRX

サブプログラムXBMTRXは、微小変形剛性マトリックスに関する変位-ひずみマトリックス[B^L]および、初期変位剛性マトリックスに関する変位-ひずみマトリックス[B^U]を計算するためのルーチンである。なお、[B]マトリックスは全体座標系で作成しなければならない。

(1) XBMTRXのパラメータ

```

SUBROUTINE  XBMTRX (IEXN, KLARG, IP, NCOMP, NNOD, NDOF,
                   GDAT, XN, DISP, ABS, WGT, CONT, BL)
IMPLICIT   REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL       XN(3,NNOD), GDAT(1)
DIMENSION  ABS(3), WGT(3), DISP(NDOF,NNOD), BL(NCOMP,1)

```

使用者がコーディング

```

RETURN
END

```

入力パラメータ

IEYN	:要素番号	
KLARG	:大変形解析のスイッチ	0:微小変形解析 1:大変形解析 updated Lagrangian 2:大変形解析 total Lagrangian
IP	:要素の積分点番号	
NCOMP	:応力場に対応した応力成分数	
NNOD	:要素の節点数	
NDOF	:要素節点の自由度数	
GDAT	:要素の幾何データ (GEOMETRYデータで定義されたもの)	
XN	:要素節点の座標	
DISP	:要素節点の前のステップの変位	
ABS	:正規化された座標系における積分点の座標 (ξ, η, ζ)	
WGT	:正規化された座標ABSにおけるガウスまたはシンプソン積分の重み値	

出力パラメータ

CONT	:ガウスまたはシンプソン積分における積分定数
BL	:変位-ひずみマトリックス (注)

注) 微小変形解析および、Updated Lagrangian定式による大変形解析の場合は

$$[B] = [B^L]$$

Total Lagrangian定式による大変形解析の場合は

$$[B] = [B^L] + [B^U] \quad \text{とする。}$$

5.4.3 サブプログラムXDMTRX

サブプログラムXDMTRXは、初期応力剛性マトリックスに関する変位-変形勾配マトリックス $[B^D]$ および、応力マトリックス $[S]$ を計算するためのルーチンである。ただし、 $[B^D]$ マトリックスは全体座標系で作成しなければならない。また、応力マトリックス $[S]$ は対称マトリックスである。なお、大変形解析を行なわない場合は不用である。

(1) XDMTRXのパラメータ

SUBROUTINE	XDMTRX (IEYN, IP, NCOMPS, NNOD, NDOF, GDAT, XN, SIG, ABS, WGT, CONT, BD, SS)
IMPLICIT	REAL*8 (A-H, O-Z)
REAL	XN(3, NNOD), GDAT(1)
DIMENSION	ABS(3), WGT(3), SIG(1), DB(NCOMPS, 1), SS(NCOMPS, NCOMPS)

使用者がコーディング

RETURN
END

入力パラメータ

IEXN :要素番号
IP :要素の積分点番号
NCOMPS :大変形解析における変形勾配ベクトルの数
NNOD :要素の節点数
NDOF :要素節点の自由度数
GDAT :要素の幾何データ (GEOMETRYデータで定義されたもの)
XN :要素節点の座標
SIG :応力成分
ABS :正規化された座標系における積分点の座標 (ξ, η, ζ)
WGT :正規化された座標ABSにおけるガウスまたはシンプソン積分の重み
値

出力パラメータ

CONT :ガウスまたはシンプソン積分における積分定数
BD :変位-変形勾配マトリックス
SS :応力マトリックス

5.5 解析例

5.5.1 任意要素サブルーチン機能を用いた計算例1

(1) 目的

FINASに組込まれた任意要素サブルーチン機能を用いて8節点六面体要素を作成し、棒の曲げ座屈解析を行ない機能の検証をする。

(2) 問題の設定

(a)解析モデル

・構造モデル

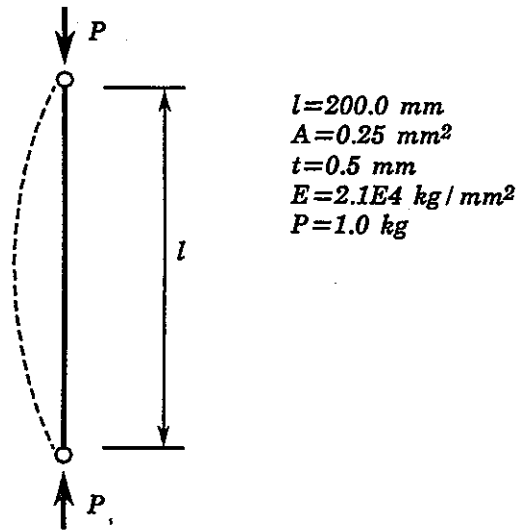


図5.5.1-1 棒の曲げ座屈

・有限要素モデル

解析は対称性を考慮して1/2モデルで行う。

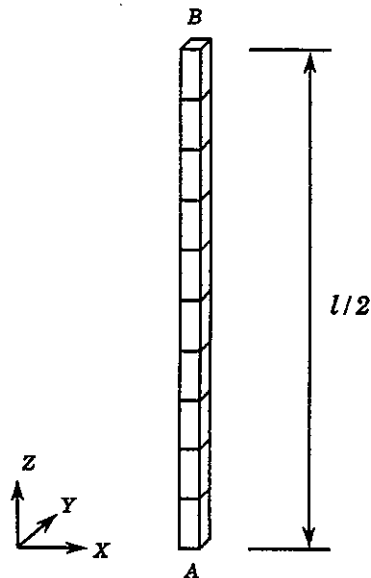


図5.5.1-2 有限要素

・使用要素

使用者定義の任意要素 (4) 参照

(b) 解析条件

・境界条件

$$\begin{array}{ll} \text{A点について} & u_z=0 \\ \text{B点について} & u_x=u_y=0 \end{array}$$

・荷重条件

$$\text{B点について} \quad P_z = -1.0 \text{ kg}$$

(c) 理論解

座屈荷重は次式により求めることができる。

$$P_{cr} = k \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad I = \frac{0.5^4}{12} \quad \text{ただし、} k = 1.0$$

(3) 解析結果

FINAS に組込んだ任意要素の計算結果を理論解と比較する。(表5.5.1-1参照)

表5.5.1-1 座屈荷重 P_{cr} の比較

	FINAS	理論解
$P_{cr} \text{ (kg)}$	2.709815E-02	2.698720×10^{-2}

任意要素サブルーチン機能を用いた計算例1 (その2)

(1) 目的

FINASに組み込まれた任意要素サブルーチン機能を用いて8節点六面体要素を作成し、片持梁の曲げ解析を行ない機能の検証をする。

(2) 問題の設定

(a) 解析モデル

- ・構造モデル

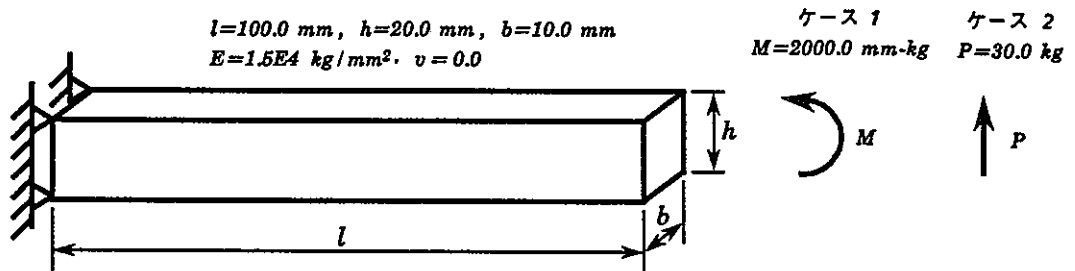


図5.5.1-3 片持梁

- ・使用要素

使用者定義の任意要素 (4)参照

- ・有限要素モデル

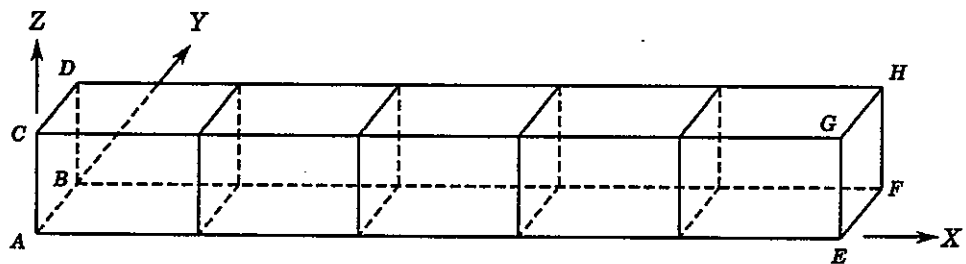


図5.5.1-4 有限要素

(b) 解析条件

- ・境界条件

A,B,C,D点について $u_x=u_z=0.0$
 全節点について $u_y=0.0$

- ・荷重条件

	ケース1	ケース2
E,F点について	$P_x= 50.0 \text{ kg}$	$P_z= 7.5 \text{ kg}$
G,H点について	$P_x= -50.0 \text{ kg}$	$P_z= 7.5 \text{ kg}$

(c) 理論解

$$\text{ケース1 } u_z = \frac{Ml^2}{2EI} \quad \text{ケース2 } u_z = \frac{Pl^3}{3EI} \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

(3) 解析結果

FINAS に組込んだ任意要素の計算結果を理論解と比較する。(表5.5.1-2参照)

表5.5.1-2 E,F,G,H 点の変位 u_z の比較

	ケース1	ケース2
FINAS	1.00000E-01	1.01000E-01
理論解	0.1	0.1

(4) 要素の作成

前記の仕様に従って比較的作成が簡単な8節点六面体要素を作成する。

(4)-1 要素の要約

• 形状	3次元六面体要素	
• 節点数	8	<i>nnod</i> =8
• 節点座標	X,Y,Z座標	
• 節点自由度	自由度番号1= U_x ,2= U_y ,3= U_z	<i>ndof</i> =3
• 変位関数	Serendipityの3次元1次式	
• ひずみ成分	$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	
• 応力成分	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	<i>kfld</i> =3 (3次元応力場)
• 積分点数	9点 (2×2×2点及び重心)	
	ξ 方向 2点	<i>ndim1</i> =2
	η 方向 2点	<i>ndim2</i> =2
	ζ 方向 2点	<i>ndim3</i> =2
• 積分法	ξ 方向 Gauss積分	<i>mthd1</i> =1
	η 方向 Gauss積分	<i>mthd2</i> =1
	ζ 方向 Gauss積分	<i>mthd3</i> =1
• 幾何データ	なし	<i>ngeom</i> =0
• 変形勾配の成分数	9	<i>ncomps</i> =9

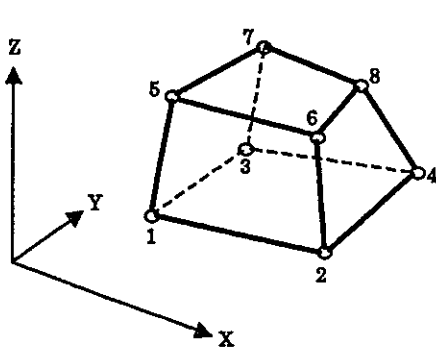


図5.5.1-5
8節点六面体要素

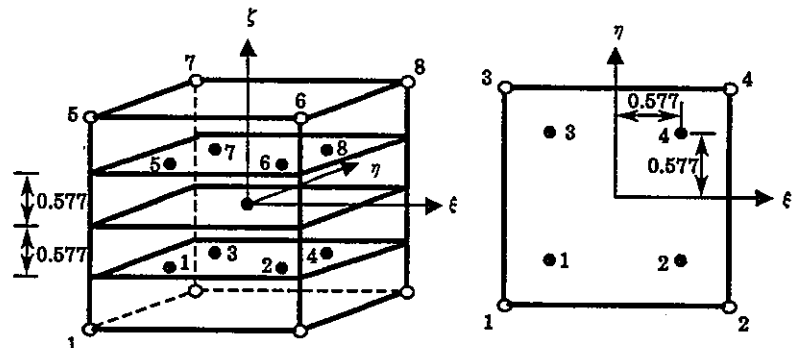


図5.5.1-6
要素の正規化した座標での積分点の位置と番号

(4.2) 要素の定式

(4.2.1) 変位関数

変位関数として、Serendipityの3次元一次式を用いる。要素内の変位は次式で補間される。

$$\Delta\{u\} = [N]_i \Delta\{u\}_i \tag{1}$$

ここで

$$\Delta\{u\} = \begin{Bmatrix} u_X \\ u_Y \\ u_Z \end{Bmatrix} \quad \Delta\{u\}_i = \begin{Bmatrix} u_X \\ u_Y \\ u_Z \end{Bmatrix}_{i=1\sim 8} \quad [N]_i = \begin{Bmatrix} Li & 0 & 0 \\ 0 & Li & 0 \\ 0 & 0 & Li \end{Bmatrix}_{i=1\sim 8} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{8} (1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & L_5 &= \frac{1}{8} (1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ L_2 &= \frac{1}{8} (1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta) & L_6 &= \frac{1}{8} (1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \\ L_3 &= \frac{1}{8} (1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta) & L_7 &= \frac{1}{8} (1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \\ L_4 &= \frac{1}{8} (1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta) & L_8 &= \frac{1}{8} (1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \end{aligned} \tag{3}$$

A.2.2 座標変換マトリックス

全体座標系から要素座標系への変換マトリックスを[T]とすると、節点変位は次式の関係がある。

$$\{u\}_i = [T]_i \{\hat{u}\}_i \tag{4}$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \hat{u}_X \\ \hat{u}_Y \\ \hat{u}_Z \end{Bmatrix}_i \tag{5}$$

ここで $t_{kl} = \cos \theta_{kl}$ であり、要素座標系の k 軸と全体座標系の l 軸とがなす角度の余弦として求められる。

(4).2.2 変位 - ひずみ関係式

(1) ひずみの定義

3次元弾性体における Green のひずみは次式で与えられる。

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial X} \\ \frac{\partial u_y}{\partial Y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial Z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Y} + \frac{\partial u_y}{\partial X} \\ \frac{\partial u_y}{\partial Z} + \frac{\partial u_z}{\partial Y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial X} + \frac{\partial u_x}{\partial Z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u_x}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial X} \right)^2 \right\} \\ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u_x}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial Y} \right)^2 \right\} \\ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u_x}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial Z} \right)^2 \right\} \\ \frac{\partial u_x}{\partial X} \frac{\partial u_x}{\partial Y} + \frac{\partial u_y}{\partial X} \frac{\partial u_y}{\partial Y} + \frac{\partial u_z}{\partial X} \frac{\partial u_z}{\partial Y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Y} \frac{\partial u_x}{\partial Z} + \frac{\partial u_y}{\partial Y} \frac{\partial u_y}{\partial Z} + \frac{\partial u_z}{\partial Y} \frac{\partial u_z}{\partial Z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Z} \frac{\partial u_x}{\partial X} + \frac{\partial u_y}{\partial Z} \frac{\partial u_y}{\partial X} + \frac{\partial u_z}{\partial Z} \frac{\partial u_z}{\partial X} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

(2) Total Lagrangian 定式

式(6)で定義したひずみ $\{\epsilon\}$ を、初期形状を X^0 とした Total Lagrangian 定式により増分表示すると、次式となる。

$$\Delta\{\epsilon\} = \Delta\{\epsilon^{L0}\} + \Delta\{\epsilon^U\} + \Delta\{\epsilon^{D0}\} \quad (7)$$

ここで、

$$\Delta\{\epsilon^{L0}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} \\ \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} \\ \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} + \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\Delta\{\epsilon^U\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_x}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} + \frac{\partial u_y}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} + \frac{\partial u_z}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \\ \left(\frac{\partial u_x}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} \right) + \left(\frac{\partial u_y}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} \right) + \left(\frac{\partial u_z}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} \right) \\ \left(\frac{\partial u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} \right) + \left(\frac{\partial u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} \right) + \left(\frac{\partial u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} \right) \\ \left(\frac{\partial u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} + \frac{\partial u_x}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} \right) + \left(\frac{\partial u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} + \frac{\partial u_y}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} \right) + \left(\frac{\partial u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} + \frac{\partial u_z}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \right) \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\Delta\{\epsilon^{D0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} \right)^2 \right\} \\ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} \right)^2 \right\} \\ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \right)^2 \right\} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} \end{array} \right\} \quad (10)$$

ここで式(8)、(9)について式(1)を用いてマトリックス表示すると

$$\Delta\{\epsilon^{L0}\} = [B^{L0}]_i \Delta\{u\}_i \quad (11)$$

$$\Delta\{\epsilon^U\} = [B^U]_i \Delta\{u\}_i \quad (12)$$

また、式(10)の非線形項について、変形勾配を $\Delta\{d\}$ 、Kirchhoff 応力マトリックスを $[S]$ とすると、次の関係式が成り立つ。

$$\Delta\{\epsilon^{D0}\}^T \{\sigma\} = \Delta\{d^0\}^T [S] \Delta\{d^0\} \quad (13)$$

$$\Delta\{d^0\} = [B^{D0}]_i \Delta\{u\}_i \quad (14)$$

式(13)より、変形勾配ベクトル $\Delta\{d^0\}$ を次のように定義すると、

$$\Delta\{d^0\}^T = \left\{ \begin{array}{ccccccccc} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X^0} & \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y^0} & \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z^0} & \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X^0} & \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y^0} & \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z^0} & \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X^0} & \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y^0} & \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z^0} \end{array} \right\} \quad (15)$$

以上より $[B^{L^0}]_i$, $[B^U]_i$, $[B^{D^0}]_i$ マトリックスは次式となる。

$$[B^{L^0}]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} \\ \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial X^0} \end{bmatrix} \quad i=1\sim 8 \quad (16)$$

$$[B^U]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & & \frac{\partial u_y}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & & \frac{\partial u_z}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & & \frac{\partial u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & & \frac{\partial u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & & \frac{\partial u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & & \frac{\partial u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & & \frac{\partial u_y}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & & \frac{\partial u_z}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} + \frac{\partial u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & & \frac{\partial u_y}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & & \frac{\partial u_z}{\partial Y^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} + \frac{\partial u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} \\ \frac{\partial u_x}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} + \frac{\partial u_x}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & & \frac{\partial u_y}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} + \frac{\partial u_y}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & & \frac{\partial u_z}{\partial Z^0} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} + \frac{\partial u_z}{\partial X^0} \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$i=1\sim 8$

$$[B^{D0}]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial X^0} \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} \end{bmatrix} \quad i=1\sim 8 \quad (18)$$

また、2nd-Piola-Kirchhoff の応力マトリックスは次のようになる。

$$[S] = \begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{O} & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{S} & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{O} & \bar{S} \end{bmatrix} \quad [\bar{O}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [\bar{S}] = \begin{bmatrix} S_X & S_{XY} & S_{ZX} \\ & S_Y & S_{XY} \\ sym. & & S_Z \end{bmatrix} \quad (19)$$

(3) Updated Lagrangian 定式

式(6)で定義したひずみ $\{\epsilon\}$ を時刻 t の形状 ${}_tX$ を参照した *Updated Lagrangian* 定式により増分表示すると次式となる。

$$\Delta\{\epsilon_t\} = \Delta\{\epsilon_t^L\} + \Delta\{\epsilon_t^D\} \tag{20}$$

ここで、

$$\Delta\{\epsilon_t^L\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X} \\ \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y} \\ \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X} \\ \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y} \\ \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X} + \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z} \end{array} \right\} \tag{21}$$

$$\Delta\{\epsilon_t^D\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial X} \right)^2 \right\} \\ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y} \right)^2 \right\} \\ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z} \right)^2 \right\} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Y} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Y} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Y} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z} \\ \frac{\partial \Delta u_x}{\partial Z} \frac{\partial \Delta u_x}{\partial X} + \frac{\partial \Delta u_y}{\partial Z} \frac{\partial \Delta u_y}{\partial X} + \frac{\partial \Delta u_z}{\partial Z} \frac{\partial \Delta u_z}{\partial X} \end{array} \right\} \tag{22}$$

ここで式(21)、(22)について式(1)を用いて *Total Lagrangian* 定式と同様にマトリックス表示すると次式となる。

$$[B^L]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial X} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z} \\ \frac{\partial L_i}{\partial Y} & \frac{\partial L_i}{\partial X} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z} & \frac{\partial L_i}{\partial Y} \\ \frac{\partial L_i}{\partial Z} & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial X} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$[B^D]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial X^0} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial X^0} \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Y^0} \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_i}{\partial Z^0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

また、Cauchy の応力マトリックスは次のように定義される。

$$[S] = \begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{O} & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{S} & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{O} & \bar{S} \end{bmatrix} \quad [\bar{O}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [\bar{S}] = \begin{bmatrix} \sigma_X & \sigma_{XY} & \sigma_{ZX} \\ & \sigma_Y & \sigma_{XY} \\ \text{sym.} & & \sigma_Z \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここで、[S]は真応力マトリックスである。

(5) 曲げ特性の改良

曲げ特性を向上させるため、せん断成分について選択的低減積分を行う。このとき、 $[B^L]$ マトリックスは要素座標系で作成し、その後ひずみの評価のために全体座標系に変換する。

3次元体における B^L マトリックスは一般に次式で表せられる。

$$[B^L]_a = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \\ B_2 & B_1 & 0 \\ 0 & B_3 & B_2 \\ B_3 & 0 & B_1 \end{bmatrix} \quad B_i = \frac{\partial N_a}{\partial x_i}, \quad i=1\sim 3 \quad (26)$$

ここで、 N_a は節点 a に関する形状関数、 x_i はその i 番目の *Cartesian* 座標である。上式のせん断成分について低減積分をおこなうと上式は以下のような。

$$[B^L]_a = \begin{bmatrix} B_1(\xi, \eta, \zeta) & 0 & 0 \\ 0 & B_2(\xi, \eta, \zeta) & 0 \\ 0 & 0 & B_3(\xi, \eta, \zeta) \\ B_2(0, 0, \zeta) & B_1(0, 0, \zeta) & 0 \\ 0 & B_3(\xi, 0, 0) & B_2(\xi, 0, 0) \\ B_3(0, \eta, 0) & 0 & B_1(0, \eta, 0) \end{bmatrix} \quad (27)$$

次に、全体座標系におけるひずみテンソルと要素座標系におけるひずみテンソルの関係は式(4)の変換マトリックス $[T]$ を用いて次式で表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \epsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \quad (28)$$

上式をベクトル表示すると全体座標系におけるひずみ増分 $\Delta\{\epsilon\}_X$ は次式となる。

$$\Delta\{\epsilon\}_X = [R] \Delta\{\epsilon\}_x \quad (29)$$

ここで、

$$[R] = \begin{bmatrix} (t_{11}t_{11}) & (t_{21}t_{21}) & (t_{31}t_{31}) & (t_{11}t_{21}) & (t_{21}t_{31}) & (t_{11}t_{31}) \\ (t_{12}t_{12}) & (t_{22}t_{22}) & (t_{32}t_{32}) & (t_{12}t_{22}) & (t_{22}t_{32}) & (t_{12}t_{32}) \\ (t_{13}t_{13}) & (t_{23}t_{23}) & (t_{33}t_{33}) & (t_{13}t_{23}) & (t_{23}t_{33}) & (t_{13}t_{33}) \\ 2(t_{11}t_{12}) & 2(t_{21}t_{22}) & 2(t_{31}t_{32}) & (t_{21}t_{12}+t_{11}t_{22}) & (t_{31}t_{22}+t_{21}t_{32}) & (t_{31}t_{12}+t_{11}t_{32}) \\ 2(t_{12}t_{13}) & 2(t_{22}t_{23}) & 2(t_{32}t_{33}) & (t_{12}t_{23}+t_{22}t_{13}) & (t_{22}t_{33}+t_{32}t_{23}) & (t_{12}t_{33}+t_{32}t_{13}) \\ 2(t_{11}t_{13}) & 2(t_{21}t_{23}) & 2(t_{31}t_{33}) & (t_{11}t_{23}+t_{21}t_{13}) & (t_{21}t_{33}+t_{31}t_{23}) & (t_{11}t_{33}+t_{31}t_{13}) \end{bmatrix} \quad (30)$$

また、要素座標系におけるひずみ増分 $\Delta\{\epsilon\}_x$ は、式(4)より次式で求めることができる。

$$\Delta\{\epsilon\}_x = [B_a^L] \Delta\{\hat{u}\}_i = [B_a^L][T] \Delta\{\hat{U}\}_i \quad (31)$$

したがって、全体座標系におけるひずみ増分 $\Delta\{\epsilon\}_X$ は式(29)、(31)より次式となる。

$$\Delta\{\epsilon\}_X = [R] \Delta\{\epsilon\}_x = [R][B_a^L][T] \Delta\{\hat{U}\}_i \quad (32)$$

よって、全体座標系における $[\bar{B}^L]$ マトリックスは次式のように変換される。

$$[\bar{B}^L] = [R][B_a^L][T] \quad (33)$$

(4).2.3 剛性マトリックスの計算

線形剛性マトリックス $[K^L]$ と初期応力剛性マトリックス $[K^S]$ は次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} [K^L] &= \int_V [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] dV \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] |J| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] |J| W_i W_j W_k \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} [K^S] &= \int_V [B^D]^T [S] [B^D] dV \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B^D]^T [S] [B^D] |J| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l [B^D]^T [S] [B^D] |J| W_i W_j W_k \end{aligned} \quad (35)$$

ただし *Total Lagrangian* 定式の場合

$$[B^L] = [B^{L0}] + [B^U] \quad (36)$$

ここで、 $[D]$ は3次元弾性体における応力特性マトリックス、 $|J|$ はヤコビアン行列のデターミナント、 n, m, l はガウス積分の積分次数 ($n=2, m=2, l=2$)、 W_i, W_j, W_k はガウス積分の重み値である

(6) 組み込みサブルーチン

```

SUBROUTINE  XBMTRX( IEXN,KLARG,IP,NCOMP,NNOD,NDOF,
-             GDAT,XN,DISP,ABS,WGT, CONT,BL )
C
C-----
C
C  PURPOSE
C    CALCULATE B-MATRIX FOR 8-NODE SOLID ELEMENT
C    REDUCE/SELECTIVE INTEGRATION FORMULATION
C
C  PARAMETERS
C    IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C    KLARG --- KEY OF LARGE DEFORMATION ANALYSIS
C    IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C    NCOMP --- STRESS COMPONENT NUMBER
C    NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C    NDOF  --- D.O.F OF NODES
C    GDAT  --- ELEMENT GEOMETRY DATA
C    XN    --- NODAL COORDINATES
C    DISP  --- NODAL DISPLACEMENTS
C    ABS   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C    WGT   --- WEIGHT FUNCTION OF GAUSS OR SIMPSON
C    CONT  --- INTEGRATION CONSTANT
C    BL   --- B-MATRIX
C-----
C
C  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C  REAL      XN(3,1), GDAT(1)
C  DIMENSION DISP(NDOF,1), ABS(3), WGT(3), BL(NCOMP,1)
C  DIMENSION PHI(8,4), XY(3,8), BG(6,24),
C  &          ABX(3), TR(3,3), RR(6,6),
C  &          DNDX1(8,3), DNDX2(8,3), DNDX3(8,3), DNDX4(8,3)
C
C
C....  SET TRANSFER MATRIX
C
C      CALL YTRANS( IEXN,XN, TR, RR )
C      DO 20 I = 1, NNOD
C      DO 20 J = 1, 3
C          XY(J,I) = 0.000
C      DO 20 K = 1, 3
C          XY(J,I) = XY(J,I)+TR(J,K)*XN(K,I)
C 20 CONTINUE
C
C....  SET B-MATRIX ON NORMAL COMPONENT
C
C      ABX(1) = ABS(1)
C      ABX(2) = ABS(2)
C      ABX(3) = ABS(3)
C      CALL XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABX,PHI )
C      CALL YJACOB( IEXN,NNOD,XY,PHI(1,2),DETJ,DNDX1 )
C
C....  SET B-MATRIX ON SHEAR XY-COMPONENT
C
C      ABX(1) = 0.000
C      ABX(2) = 0.000
C      ABX(3) = ABS(3)
C      CALL XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABX,PHI )
C      CALL YJACOB( IEXN,NNOD,XY,PHI(1,2),DMY,DNDX2 )
C
C....  SET B-MATRIX ON SHEAR YZ-COMPONENT
C
C      ABX(1) = ABS(1)
C      ABX(2) = 0.000
C      ABX(3) = 0.000
C      CALL XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABX,PHI )
C      CALL YJACOB( IEXN,NNOD,XY,PHI(1,2),DMY,DNDX3 )
C
C....  SET B-MATRIX ON SHEAR ZX-COMPONENT
C
C      ABX(1) = 0.000
C      ABX(2) = ABS(2)
C      ABX(3) = 0.000
C      CALL XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABX,PHI )
C      CALL YJACOB( IEXN,NNOD,XY,PHI(1,2),DMY,DNDX4 )
C
C      JP = 1
C      DO 50 I = 1, NNOD
C          BL(1,JP ) = DNDX1(I,1)

```

```

      BL(1,JP+1) = 0.000
      BL(1,JP+2) = 0.000
      BL(2,JP ) = 0.000
      BL(2,JP+1) = DNDX1(I,2)
      BL(2,JP+2) = 0.000
      BL(3,JP ) = 0.000
      BL(3,JP+1) = 0.000
      BL(3,JP+2) = DNDX1(I,3)
      BL(4,JP ) = DNDX2(I,2)
      BL(4,JP+1) = DNDX2(I,1)
      BL(4,JP+2) = 0.000
      BL(5,JP ) = 0.000
      BL(5,JP+1) = DNDX3(I,3)
      BL(5,JP+2) = DNDX3(I,2)
      BL(6,JP ) = DNDX4(I,3)
      BL(6,JP+1) = 0.000
      BL(6,JP+2) = DNDX4(I,1)
      JP = JP+NDOF
50 CONTINUE
C
C
C....  TRANSFER B-MATRIX TO GLOBAL SYSTEM
C
      JP = 0
      DO 420 IN = 1 , NNOD
      DO 410 I = 1 , NCOMP
      DO 410 J = 1 , NDOF
         BG(I,JP+J) = 0.000
      DO 410 K = 1 , NDOF
         BG(I,JP+J) = BG(I,JP+J) + BL(I,JP+K)*TR(K,J)
410 CONTINUE
      JP = JP+NDOF
420 CONTINUE
C
      JP = 0
      DO 520 IN = 1 , NNOD
      DO 510 I = 1 , NCOMP
      DO 510 J = 1 , NDOF
         BL(I,JP+J) = 0.000
      DO 510 K = 1 , NCOMP
         BL(I,JP+J) = BL(I,JP+J) + RR(I,K)*BG(K,JP+J)
510 CONTINUE
      JP = JP+NDOF
520 CONTINUE
C
C
C....  SET CONSTANT
C
      CONT = WGT(1)*WGT(2)*WGT(3)*DETJ
      GO TO 9000
C
C
C....  ERROR MESSAGE
C
8001 WRITE(6,8010) IEXN,IP,DETJ
8010 FORMAT(1H ,5X,'*****' ERROR OCCURED IN XBTRX *****',/,
-          5X,'ELEMENT=' ,I5,5X,'IP=' ,I5,5X,'DETJ=' ,F10.3)
C
9000 RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE  XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABS, PHI )
C
C-----
C
C  PURPOSE
C    SET INTERPOLATION FUNCTION FOR 8-NODE SOLID ELEMENT
C
C  PARAMETERS
C    IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C    IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C    NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C    ABS   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C    PHI   --- INTERPOLATION FUNCTION
C-----
C
C
C  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C  DIMENSION  ABS(1), PHI(NNOD,1)
C
C    XI = ABS(1)
C    ET = ABS(2)
C    ZE = ABS(3)
C
C....  SET 1ST ORDER INTERPOLATION FUNCTION (N)
C
C    PHI(1,1) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0-ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(2,1) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0-ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(3,1) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0+ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(4,1) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0+ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(5,1) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0-ET)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(6,1) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0-ET)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(7,1) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0+ET)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(8,1) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0+ET)*(1.0D0+ZE)
C
C....  DIFFERENTIATE 1ST ORDER FUNCTION BY XI (DN/DXI)
C
C    PHI(1,2) = -0.125D0*(1.0D0-ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(2,2) = 0.125D0*(1.0D0-ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(3,2) = -0.125D0*(1.0D0+ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(4,2) = 0.125D0*(1.0D0+ET)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(5,2) = -0.125D0*(1.0D0-ET)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(6,2) = 0.125D0*(1.0D0-ET)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(7,2) = -0.125D0*(1.0D0+ET)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(8,2) = 0.125D0*(1.0D0+ET)*(1.0D0+ZE)
C
C....  DIFFERENTIATE 1ST ORDER FUNCTION BY ETA (DN/DETA)
C
C    PHI(1,3) = -0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(2,3) = -0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(3,3) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(4,3) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0-ZE)
C    PHI(5,3) = -0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(6,3) = -0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(7,3) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0+ZE)
C    PHI(8,3) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0+ZE)
C
C....  DIFFERENTIATE 1ST ORDER FUNCTION BY ZETA (DN/DZETA)
C
C    PHI(1,4) = -0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0-ET)
C    PHI(2,4) = -0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0-ET)
C    PHI(3,4) = -0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0+ET)
C    PHI(4,4) = -0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0+ET)
C    PHI(5,4) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0-ET)
C    PHI(6,4) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0-ET)
C    PHI(7,4) = 0.125D0*(1.0D0-XI)*(1.0D0+ET)
C    PHI(8,4) = 0.125D0*(1.0D0+XI)*(1.0D0+ET)
C
C  RETURN
C  END

```

```

SUBROUTINE  YTRANS( IEXN, XN, TR, RR )
C-----
C      PURPOSE
C      SET TRANSFORMATION MATRIX FOR 8-NODE SOLID ELEMENT
C
C      PARAMETERS
C      IEXN  - ELEMENT NUMBER
C      XN    - NODAL COORDINATES
C      TR    - VECTOR TRANSFORMATION MATRIX
C      RR    - TENSOR TRANSFORMATION MATRIX
C-----
C      IMPLICIT  REAL*8 (A-H,O-Z)
C      REAL      XN(1)
C      DIMENSION TR(3,3), RR(6,6), SL(3)
C
C.....  VECTOR TRANSFORMATION MATRIX
C
TR(1,1) = XN(10)-XN(1)
TR(1,2) = XN(11)-XN(2)
TR(1,3) = XN(12)-XN(3)
TR(2,1) = XN( 7)-XN(4)
TR(2,2) = XN( 8)-XN(5)
TR(2,3) = XN( 9)-XN(6)
TR(3,1) = TR(1,2)*TR(2,3) - TR(1,3)*TR(2,2)
TR(3,2) = TR(1,3)*TR(2,1) - TR(1,1)*TR(2,3)
TR(3,3) = TR(1,1)*TR(2,2) - TR(1,2)*TR(2,1)
SL(3)   = TR(3,1)*TR(3,1) + TR(3,2)*TR(3,2) + TR(3,3)*TR(3,3)
IF( SL(3).LE.0.000 ) GO TO 8005
SL(3)   = 1.000/DSQRT(SL(3))
TR(3,1) = TR(3,1)*SL(3)
TR(3,2) = TR(3,2)*SL(3)
TR(3,3) = TR(3,3)*SL(3)
C
TR(2,1) = XN(4)-XN(1)
TR(2,2) = XN(5)-XN(2)
TR(2,3) = XN(6)-XN(3)
SL(1)   = TR(2,1)*TR(2,1) + TR(2,2)*TR(2,2) + TR(2,3)*TR(2,3)
IF( SL(1).GT.0.000 ) GO TO 110
TR(2,1) = XN(10)-XN(1)
TR(2,2) = XN(11)-XN(2)
TR(2,3) = XN(12)-XN(3)
110 SL(2) = TR(2,1)*TR(3,1)+TR(2,2)*TR(3,2)+TR(2,3)*TR(3,3)
TR(1,1) = TR(2,1)-SL(2)*TR(3,1)
TR(1,2) = TR(2,2)-SL(2)*TR(3,2)
TR(1,3) = TR(2,3)-SL(2)*TR(3,3)
SL(1)   = TR(1,1)*TR(1,1) + TR(1,2)*TR(1,2) + TR(1,3)*TR(1,3)
TR(2,1) = TR(3,2)*TR(1,3) - TR(3,3)*TR(1,2)
TR(2,2) = TR(3,3)*TR(1,1) - TR(3,1)*TR(1,3)
TR(2,3) = TR(3,1)*TR(1,2) - TR(3,2)*TR(1,1)
SL(2)   = TR(2,1)*TR(2,1) + TR(2,2)*TR(2,2) + TR(2,3)*TR(2,3)
IF( SL(1)*SL(2).LE.0.000 ) GO TO 8005
SL(1)   = 1.000/DSQRT(SL(1))
SL(2)   = 1.000/DSQRT(SL(2))
TR(1,1) = TR(1,1)*SL(1)
TR(1,2) = TR(1,2)*SL(1)
TR(1,3) = TR(1,3)*SL(1)
TR(2,1) = TR(2,1)*SL(2)
TR(2,2) = TR(2,2)*SL(2)
TR(2,3) = TR(2,3)*SL(2)
C
C.....  TENSOR TRANSFORMATION MATRIX
C
RR(1,1) = TR(1,1)*TR(1,1)
RR(2,1) = TR(1,2)*TR(1,2)
RR(3,1) = TR(1,3)*TR(1,3)
RR(4,1) = TR(1,1)*TR(1,2)*2.000
RR(5,1) = TR(1,2)*TR(1,3)*2.000
RR(6,1) = TR(1,1)*TR(1,3)*2.000
C
RR(1,2) = TR(2,1)*TR(2,1)
RR(2,2) = TR(2,2)*TR(2,2)
RR(3,2) = TR(2,3)*TR(2,3)
RR(4,2) = TR(2,1)*TR(2,2)*2.000
RR(5,2) = TR(2,2)*TR(2,3)*2.000
RR(6,2) = TR(2,1)*TR(2,3)*2.000
C

```



```

RR(1,3) = TR(3,1)*TR(3,1)
RR(2,3) = TR(3,2)*TR(3,2)
RR(3,3) = TR(3,3)*TR(3,3)
RR(4,3) = TR(3,1)*TR(3,2)*2.000
RR(5,3) = TR(3,2)*TR(3,3)*2.000
RR(6,3) = TR(3,1)*TR(3,3)*2.000
C
RR(1,4) = TR(1,1)*TR(2,1)
RR(2,4) = TR(1,2)*TR(2,2)
RR(3,4) = TR(1,3)*TR(2,3)
RR(4,4) = TR(2,1)*TR(1,2)+TR(1,1)*TR(2,2)
RR(5,4) = TR(1,2)*TR(2,3)+TR(2,2)*TR(1,3)
RR(6,4) = TR(1,1)*TR(2,3)+TR(2,1)*TR(1,3)
C
RR(1,5) = TR(2,1)*TR(3,1)
RR(2,5) = TR(2,2)*TR(3,2)
RR(3,5) = TR(2,3)*TR(3,3)
RR(4,5) = TR(3,1)*TR(2,2)+TR(2,1)*TR(3,2)
RR(5,5) = TR(2,2)*TR(3,3)+TR(3,2)*TR(2,3)
RR(6,5) = TR(2,1)*TR(3,3)+TR(3,1)*TR(2,3)
C
RR(1,6) = TR(1,1)*TR(3,1)
RR(2,6) = TR(1,2)*TR(3,2)
RR(3,6) = TR(1,3)*TR(3,3)
RR(4,6) = TR(3,1)*TR(1,2)+TR(1,1)*TR(3,2)
RR(5,6) = TR(1,2)*TR(3,3)+TR(3,2)*TR(1,3)
RR(6,6) = TR(1,1)*TR(3,3)+TR(3,1)*TR(1,3)
C
GO TO 9000
C
8005 WRITE(6,8010) IEXN
8010 FORMAT(1H ,5X,'***** ERROR OCCURED IN YTRANS *****',/,
&          5X,'ELEMENT=',I5)
C
9000 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE XDMTRX( IEXN,IP,NCOMPS,NNOD,NDOF,
-             GDAT,XN,EVSIG,ABS,WGT, CONT,BD,SS )
C
C-----
C  PURPOSE
C  CALCULATE BD-MATRIX FOR 8-NODE SOLID ELEMENT
C
C  PARAMETERS
C  IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C  IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C  NCOMPS --- COMPONENT NUMBER OF STRESS MATRIX
C  NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C  NDOF  --- D.O.F OF NODES
C  GDAT  --- ELEMENT GEOMETRY DATA
C  XN    --- NODAL COORDINATES
C  EVSIG --- STRESS VECTOR
C  ABS   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C  WGT   --- WEIGHT FUNCTION OF GAUSS OR SIMPSON
C  CONT  --- INTEGRATION CONSTANT
C  BD    --- BD-MATRIX
C  SS    --- STRESS MATRIX
C-----
C
C  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C  REAL XN(3,1), GDAT(1)
C  DIMENSION EVSIG(1), ABS(3), WGT(3), BD(NCOMPS,1), SS(NCOMPS,1)
C  DIMENSION XY(3,8), DNDX(8,3), PHI(8,4)
C
C.... INITIALIZE
C
NEDOF = NNOD*NDOF
DO 10 I = 1, NEDOF
DO 10 J = 1, NCOMPS
BD(J,I) = 0.000
10 CONTINUE
DO 20 I = 1, NCOMPS
DO 20 J = 1, NCOMPS
SS(J,I) = 0.000
20 CONTINUE
DO 30 I = 1, NNOD
DO 30 J = 1, 3
XY(J,I) = XN(J,I)
30 CONTINUE
C
C.... SET DN/DX, DN/DY, DN/DZ
C
CALL XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABS,PHI )
CALL YJACOB( IEXN,NNOD,XY,PHI(1,2),DETJ,DNDX )
C
C.... SET BD-MATRIX
C
JP = 1
DO 50 I = 1, NNOD
BD(1,JP ) = DNDX(I,1)
BD(2,JP ) = DNDX(I,2)
BD(3,JP ) = DNDX(I,3)
BD(4,JP+1) = DNDX(I,1)
BD(5,JP+1) = DNDX(I,2)
BD(6,JP+1) = DNDX(I,3)
BD(7,JP+2) = DNDX(I,1)
BD(8,JP+2) = DNDX(I,2)
BD(8,JP+2) = DNDX(I,3)
JP = JP+NDOF
50 CONTINUE
C
C.... SET STRESS MATRIX
C
JP = 1
DO 60 I = 1, 3
SS(JP ,JP ) = EVSIG(1)
SS(JP ,JP+1) = EVSIG(4)
SS(JP ,JP+2) = EVSIG(6)
SS(JP+1,JP ) = EVSIG(4)
SS(JP+1,JP+1) = EVSIG(2)
SS(JP+1,JP+2) = EVSIG(5)
SS(JP+2,JP ) = EVSIG(6)
SS(JP+2,JP+1) = EVSIG(5)

```

```
      SS(JP+2,JP+2) = EVSIG(3)
      JP = JP + 3
60 CONTINUE
C
C.... SET CONSTANT
C
      CONT = WGT(1)*WGT(2)*WGT(3)*DETJ
      GO TO 8000
C
C
C.... ERROR MESSAGE
C
      8001 WRITE(6,8010) IEXN,IP,DETJ
      8010 FORMAT(1H,5X,'***** ERROR OCCURED IN XDMTRX *****',/,
-           5X,'ELEMENT=',I5,5X,'IP=',I5,5X,'DETJ=',F10.3)
C
      9000 RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE YJACOB(IEXN,NNOD,XY,DPDXI,DETJ,DPDX)
C
C-----
C      PURPOSE
C      CALCULATE JACOBIAN
C
C      PARAMETERS
C      IEXN   --- ELEMENT NUMBER
C      NNOD   --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C      XY     --- NODAL COORDINATES
C      DPDXI  --- DPHI/DXI
C      DETJ   --- DETERMINANT OF JACOBIAN
C      DPDX   --- DPHI/DX
C-----
C      IMPLICIT      REAL*8 (A-H,O-Z)
C      DIMENSION     XY(3,1),DPDXI(NNOD,1),DPDX(NNOD,1),
C      &              EJ(3,3),FJ(3,3)
C
C      DO 100 I=1,3
C      DO 100 J=1,3
C      EJ(I,J) = 0.000
C      DO 100 K=1,NNOD
C      EJ(I,J) = EJ(I,J)+DPDXI(K,I)*XY(J,K)
100 CONTINUE
C
C      DETJ = EJ(1,1)*EJ(2,2)*EJ(3,3) - EJ(1,1)*EJ(3,2)*EJ(2,3)
C      &    + EJ(3,1)*EJ(1,2)*EJ(2,3) - EJ(2,1)*EJ(1,2)*EJ(3,3)
C      &    + EJ(2,1)*EJ(3,2)*EJ(1,3) - EJ(3,1)*EJ(2,2)*EJ(1,3)
C      IF( DETJ.LE.0.000) GO TO 9000
C      FJ(1,1) = ( EJ(2,2)*EJ(3,3)-EJ(2,3)*EJ(3,2) ) / DETJ
C      FJ(2,1) = ( EJ(3,1)*EJ(2,3)-EJ(2,1)*EJ(3,3) ) / DETJ
C      FJ(3,1) = ( EJ(2,1)*EJ(3,2)-EJ(3,1)*EJ(2,2) ) / DETJ
C      FJ(1,2) = ( EJ(3,2)*EJ(1,3)-EJ(1,2)*EJ(3,3) ) / DETJ
C      FJ(2,2) = ( EJ(1,1)*EJ(3,3)-EJ(3,1)*EJ(1,3) ) / DETJ
C      FJ(3,2) = ( EJ(3,1)*EJ(1,2)-EJ(1,1)*EJ(3,2) ) / DETJ
C      FJ(1,3) = ( EJ(1,2)*EJ(2,3)-EJ(2,2)*EJ(1,3) ) / DETJ
C      FJ(2,3) = ( EJ(2,1)*EJ(1,3)-EJ(1,1)*EJ(2,3) ) / DETJ
C      FJ(3,3) = ( EJ(1,1)*EJ(2,2)-EJ(2,1)*EJ(1,2) ) / DETJ
C
C      DO 200 I = 1, 3
C      DO 200 J = 1, NNOD
C      DPDX(J,I) = 0.000
C      DO 200 K = 1, 3
C      DPDX(J,I) = DPDX(J,I)+FJ(I,K)*DPDXI(J,K)
200 CONTINUE
GO TO 9999
C
C.....  ERROR MESSAGE
C
9000 WRITE(6,9001) IEXN
9001 FORMAT(1H ,5X, 'DETERMINANT OF ELEMENT',I6, ' IS ZERO OR NEGATIVE. ')
C
9999 RETURN
END

```

5.5.2 任意要素サブルーチン機能を用いた計算例2

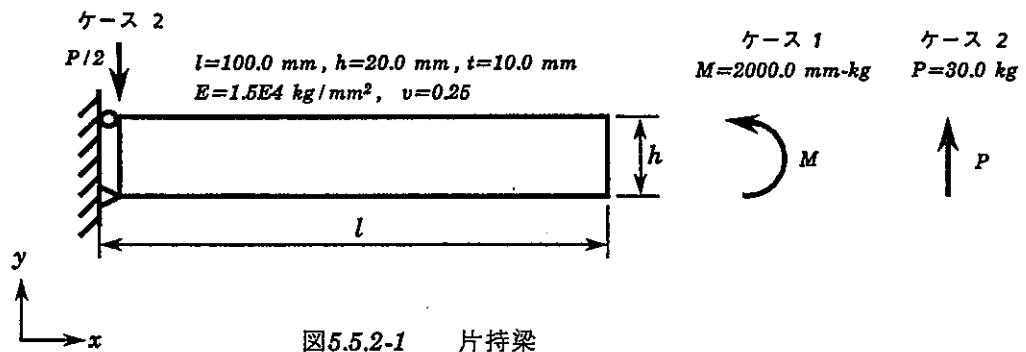
(1) 目的

FINASに組み込まれた任意要素サブルーチン機能を用いて3次元4節点平面応力要素を作成し、片持梁の弾性曲げ解析a)を行ない機能の検証をする。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

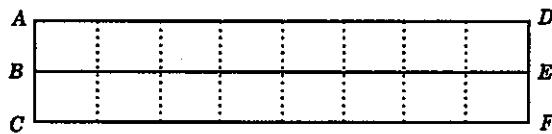


・使用要素

使用者定義の任意要素 (4)参照

・有限要素モデル

モデルは(高さ方向の分割数, 長さ方向の分割数) = (2, n)として、n = 1, 2, 4, 8 の4モデルとする。



b) 解析条件

・境界条件

A,B点について $u_x=0.0$
 C点について $u_x=u_y=0.0$
 全節点について $u_z=0.0$

・荷重条件

	ケース1	ケース2
F点について	$P_x = 100.0 \text{ kg}$	$P_y = 15.0 \text{ kg}$
D点について	$P_x = -100.0 \text{ kg}$	$P_y = 15.0 \text{ kg}$
A点について		$P_y = -15.0 \text{ kg}$

c) 理論式

$$\text{ケース1 } u_y = \frac{Ml^2}{2EI} \quad \text{ケース2 } u_y = \frac{Pl^3}{3EI} \quad I = \frac{th^3}{12}$$

(3) 解析結果

FINASに組込んだ任意要素の計算結果を理論解と比較する。

表5.5.2-1 D,F点の変位 u_y の比較 (mm)

	FINAS				理論解
	2要素	4要素	8要素	16要素	
ケース1	9.83607E-02	9.83607E-02	9.83607E-02	9.83607E-02	0.1000
ケース2	7.62986E-02	9.42450E-02	9.90104E-02	1.00250E-01	0.1026

(4) 要素の作成

以下に3次元4節点四辺形平面応力要素の定式について説明する

(4)-1 要素の要約

◦形状	3次元平面要素	
◦節点数	4	<i>nnod=4</i>
◦節点座標	X,Y,Z座標	
◦節点自由度	1= U_x , 2= U_y , 3= U_z	<i>ndof=3</i>
◦変位関数	Lagrangeの2次元1次式	
◦ひずみ成分	$\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$	<i>kfld=2</i> (平面応力場)
◦応力成分	$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	
◦積分点	5点 (2×2点及び図心)	
	ξ 方向 2点	<i>ndim1=2</i>
	η 方向 2点	<i>ndim2=2</i>
◦積分法	ξ 方向 Gauss積分	<i>mthd1=1</i>
	η 方向 Gauss積分	<i>mthd2=1</i>
◦幾何データ	板厚 t	<i>ngeom=4</i>
◦変形勾配ベクトル	なし	<i>ncomps=</i>

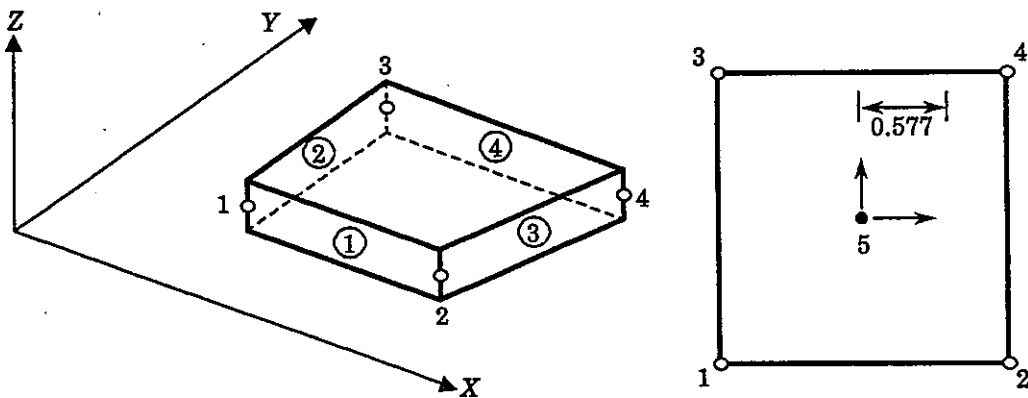


図5.5.2-3 要素の内部評価点

(4.2) 要素の定式

(4.2.1) 変位関数

変位関数として、Lagrange の2次元一次式を用いる。要素内の変位は次式のように補間される。

$$\Delta\{u\} = [N]_i \Delta\{\hat{u}\}_i \quad (1)$$

ここで

$$\Delta\{u\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} \quad \Delta\{\hat{u}\}_i = \begin{Bmatrix} \hat{u}_x^i \\ \hat{u}_y^i \end{Bmatrix} \quad i=1\sim 4 \quad (2)$$

$$[N]_i = \begin{bmatrix} L_i & 0 \\ 0 & L_i \end{bmatrix} \quad i=1\sim 4 \quad (3)$$

$$L_1 = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta)$$

$$L_2 = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta)$$

$$L_3 = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta) \quad (4)$$

$$L_4 = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta)$$

(4.2.2) 座標変換マトリックス

全体座標系から要素座標系への変換マトリックスを $[T]$ とすると、節点変位は次式の関係がある。

$$\{\hat{u}\}_i = [T]_i \{\hat{U}\}_i \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \hat{U}_X \\ \hat{U}_Y \\ \hat{U}_Z \end{Bmatrix}_i \quad (6)$$

ここで $t_{kl} = \cos \theta_{kl}$ であり、要素座標系の k 軸と全体座標系の l 軸 とがなす角度の余弦として求められる。

(4).2.3 変位-ひずみ関係式

(1) ひずみの定義

2次元平面応力場における Green のひずみ増分は次式で定義される。

$$\Delta\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial\Delta u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial\Delta u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial\Delta u_x}{\partial y} + \frac{\partial\Delta u_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

上式をマトリックス表示すると次式となる。

$$\Delta\{\varepsilon\} = [B]\Delta\{u\} \quad (9)$$

よって

$$[B]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_i}{\partial y} \\ \frac{\partial L_i}{\partial y} & \frac{\partial L_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad i=1\sim 4 \quad (10)$$

(2) 曲げ特性の改良

四辺形低次要素の曲げ特性の改良として、Cook¹⁾が提案している方法の一つについて着目する。それは、四辺形要素を4つの三角形要素の合成体とし、4つのせん断成分を各三角形の面積の重み平均として定義するもので、次式のように表される。

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial L_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial L_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial L_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial L_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial L_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial L_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial L_4}{\partial y} \\ \frac{1}{D}(x_3-x_2) & \frac{1}{D}(y_2-y_3) & \frac{1}{D}(x_1-x_4) & \frac{1}{D}(y_4-y_1) & \frac{1}{D}(x_4-x_1) & \frac{1}{D}(y_1-y_4) & \frac{1}{D}(x_2-x_3) & \frac{1}{D}(y_3-y_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで、

$$D = (x_4-x_1)(y_3-y_2) + (x_2-x_3)(y_4-y_1) \quad (12)$$

(3) 全体系への [B] マトリックスの変換

要素座標系におけるひずみ増分 $\Delta\{\epsilon\}_x$ は、全体座標系における変位を用いると、次式となる。

$$\begin{aligned}\Delta\{\epsilon\}_x &= [B]\Delta\{u\}_i \\ &= [B][T]\Delta\{U\}_i \\ &= [\bar{B}]\Delta\{U\}_i\end{aligned}\tag{13}$$

(4).2.4 剛性マトリックスの計算

線形剛性マトリックス [K] は次のように正規化した ξ, η 系で計算する。

$$\begin{aligned}[K] &= \int_V [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] dV \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] t |J| d\xi d\eta \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] t |J| W_i W_j\end{aligned}\tag{14}$$

ここで、 t は板厚、 $|J|$ はヤコビアン行列のデターミナント、 n, m はガウス積分の積分次数 ($n=2, m=2$)、 W_i, W_j はガウス積分の重み値である。

(5) 組み込みサブルーチン

```

SUBROUTINE  XBMTRX( IEXN, KLARG, IP, NCOMP, NNOD, NDOF,
-             GDAT, XN, UG, ABX, WGT, CONT, BG )
C
C-----
C      PURPOSE
C      CALCULATE B-MATRIX FOR 4-NODE PLANE STRESS ELEMENT
C      COOK FORMULATION
C
C      PARAMETERS
C      IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C      KLARG --- KEY OF LARGE DEFORMATION ANALYSIS
C      IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C      NCOMP --- STRESS COMPONENT NUMBER
C      NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C      NDOF  --- D.O.F OF NODES
C      GDAT  --- ELEMENT GEOMETRY DATA
C      XN    --- NODAL COORDINATES
C      DISP  --- NODAL DISPLACEMENTS
C      ABX   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C      WGT   --- WEIGHT FUNCTION OF GAUSS OR SIMPSON
C      CONT  --- INTEGRATION CONSTANT
C      BG   --- B-MATRIX
C-----
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      REAL      XN(3,1), GDAT(1)
C      DIMENSION UG(NDOF,1), ABX(2), WGT(2), BG(NCOMP,1)
C      DIMENSION DNDXI(4,2), DNDX(4,2), PHI(4,3), TR(3,3),
-             XY(2,4), BL(3,12), AJ(4), AJX(4), GM(2,4)
C
C      C.... INITIALIZE
C
C      NEDOF = NNOD*NDOF
C      DO 10 I = 1, NEDOF
C      DO 10 J = 1, NCOMP
C      BL(J,I) = 0.0
C 10 CONTINUE
C      DO 15 I = 1, 4
C      AJ(I) = 0.0
C 15 CONTINUE
C
C      C.... SET TRANSFER MATRIX
C
C      CALL YTRANS( IEXN, XN, TR )
C
C      C.... TRANSFER GEOMETRY (GLOCAL ---> LOCAL)
C
C      DO 20 I = 1, NNOD
C      DO 20 J = 1, 2
C      XY(J,I) = 0.0
C      DO 20 K = 1, 3
C      XY(J,I) = XY(J,I) + TR(J,K)*XN(K,I)
C 20 CONTINUE
C
C      C.... SET SHEAR COMPONENT OF B-MATRIX
C
C      DD      = ( XY(1,4)-XY(1,1) ) * ( XY(2,3)-XY(2,2) )
C      &      + ( XY(1,2)-XY(1,3) ) * ( XY(2,4)-XY(2,1) )
C      GM(1,1) = ( XY(1,3)-XY(1,2) ) / DD
C      GM(2,1) = ( XY(2,2)-XY(2,3) ) / DD
C      GM(1,2) = ( XY(1,1)-XY(1,4) ) / DD
C      GM(2,2) = ( XY(2,4)-XY(2,1) ) / DD
C      GM(1,3) = ( XY(1,4)-XY(1,1) ) / DD
C      GM(2,3) = ( XY(2,1)-XY(2,4) ) / DD
C      GM(1,4) = ( XY(1,2)-XY(1,3) ) / DD
C      GM(2,4) = ( XY(2,3)-XY(2,2) ) / DD
C
C      C.... SET DN/DXI, DN/DET
C
C      CALL XNMTRX( IEXN, IP, NNOD, ABX, PHI )
C      DO 25 I = 1, NNOD
C      DNDXI(I,1) = PHI(I,2)
C      DNDXI(I,2) = PHI(I,3)
C 25 CONTINUE
C
C      C.... SET JACOBIAN
C

```

```

      DO 30 K = 1, NNOD
        AJ(1) = AJ(1) + DNDXI(K,1)*XY(1,K)
        AJ(2) = AJ(2) + DNDXI(K,2)*XY(1,K)
        AJ(3) = AJ(3) + DNDXI(K,1)*XY(2,K)
        AJ(4) = AJ(4) + DNDXI(K,2)*XY(2,K)
      30 CONTINUE
C
C.... SET DETERMINANT
C
      DETJ = AJ(1)*AJ(4) - AJ(2)*AJ(3)
      IF( DETJ.LE.0.0 ) GO TO 8001
C
C.... SET J-INVERSE
C
      AJX(1) = AJ(4)
      AJX(2) = -AJ(2)
      AJX(3) = -AJ(3)
      AJX(4) = AJ(1)
      DETX = 1.0/DETJ
      DO 35 I = 1, 4
        AJX(I) = DETX*AJX(I)
      35 CONTINUE
C
C.... SET DN/DX, DN/DY
C
      DO 40 I = 1, NNOD
        DNDX(I,1) = AJX(1)*DNDXI(I,1) + AJX(3)*DNDXI(I,2)
        DNDX(I,2) = AJX(2)*DNDXI(I,1) + AJX(4)*DNDXI(I,2)
      40 CONTINUE
C
C.... SET (B)LD-MATRIX
C
      JP = 1
      DO 50 I = 1, NNOD
        BL(1,JP) = DNDX(I,1)
        BL(2,JP+1) = DNDX(I,2)
        BL(3,JP) = GM(1,I)
        BL(3,JP+1) = GM(2,I)
        JP = JP+NDOF
      50 CONTINUE
C
C.... TRANSFER B-MATRIX
C.... (E) = (BL)(UL) = (BL)(TR)(UG) = (BG)(UG)
C
      JP = 0
      DO 7020 IN = 1, NNOD
        DO 7010 I = 1, NCOMP
          DO 7010 J = 1, NDOF
            BG(I,JP+J) = 0.0
          DO 7010 K = 1, NDOF
            BG(I,JP+J) = BG(I,JP+J) + BL(I,JP+K)*TR(K,J)
          7010 CONTINUE
          JP = JP+NDOF
        7020 CONTINUE
C
C.... SET CONSTANT
C
      TH = 0.0
      DO 7100 I = 1, NNOD
        TH = TH + GDAT(I)*PHI(I,1)
      7100 CONTINUE
      CONT = WGT(1)*WGT(2)*DETJ*TH
      GO TO 9000
C
C.... ERROR MESSAGE
C
      8001 WRITE(6,8010) IEXN,IP,DETJ
      8010 FORMAT(1H,5X,'***** ERROR OCCURED IN XBMTRX *****',/,
        -      5X,'ELEMENT=',I5,5X,'IP=',I5,5X,'DETJ=',F10.3)
C
      9000 RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE  XNMRX( IEXN,IP,NNOD,ABX, PHI )
C
C-----
C  PURPOSE
C    SET INTERPOLATION FUNCTION FOR 4-NODE PLANE STRESS ELEMENT
C
C  PARAMETERS
C    IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C    IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C    NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C    ABX   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C    PHI   --- INTERPOLATION FUNCTION
C-----
C
C  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C  DIMENSION  ABX(1), PHI(NNOD,1)
C
C    XI = ABX(1)
C    ET = ABX(2)
C
C....  SET 1ST ORDER INTERPOLATION FUNCTION (N)
C
C    PHI(1,1) = 0.25*(1.0-XI)*(1.0-ET)
C    PHI(2,1) = 0.25*(1.0+XI)*(1.0-ET)
C    PHI(3,1) = 0.25*(1.0-XI)*(1.0+ET)
C    PHI(4,1) = 0.25*(1.0+XI)*(1.0+ET)
C
C....  DIFFERENTIATE 1ST ORDER FUNCTION BY XI (DN/DXI)
C
C    PHI(1,2) = -0.25*(1.0-ET)
C    PHI(2,2) = 0.25*(1.0-ET)
C    PHI(3,2) = -0.25*(1.0+ET)
C    PHI(4,2) = 0.25*(1.0+ET)
C
C....  DIFFERENTIATE 1ST ORDER FUNCTION BY ETA (DN/DETA)
C
C    PHI(1,3) = -0.25*(1.0-XI)
C    PHI(2,3) = -0.25*(1.0+XI)
C    PHI(3,3) = 0.25*(1.0-XI)
C    PHI(4,3) = 0.25*(1.0+XI)
C
C  RETURN
C  END

```

```

SUBROUTINE  YTRANS( IEXN, XN, TR )
C-----
C      PURPOSE
C      SET TRANSFORMATION MATRIX FOR 4-NODE PLANE STRESS ELEMENT
C
C      PARAMETERS
C      IEXN - ELEMENT NUMBER
C      XN   - NODAL COORDINATES
C      TR   - VECTOR TRANSFORMATION MATRIX
C-----
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      REAL      XN(1)
C      DIMENSION TR(3,1) , SL(3)
C
C      TR(1,1) = XN(10)-XN(1)
C      TR(1,2) = XN(11)-XN(2)
C      TR(1,3) = XN(12)-XN(3)
C      TR(2,1) = XN( 7)-XN(4)
C      TR(2,2) = XN( 8)-XN(5)
C      TR(2,3) = XN( 9)-XN(6)
C      TR(3,1) = TR(1,2)*TR(2,3) - TR(1,3)*TR(2,2)
C      TR(3,2) = TR(1,3)*TR(2,1) - TR(1,1)*TR(2,3)
C      TR(3,3) = TR(1,1)*TR(2,2) - TR(1,2)*TR(2,1)
C
C      SL(3) = TR(3,1)**2 + TR(3,2)**2 + TR(3,3)**2
C      IF( SL(3).LE.0.0 ) GO TO 8001
C      SL(3) = 1.0/DSQRT(SL(3))
C
C      TR(3,1) = TR(3,1)*SL(3)
C      TR(3,2) = TR(3,2)*SL(3)
C      TR(3,3) = TR(3,3)*SL(3)
C
C      TR(2,1) = XN(4)-XN(1)
C      TR(2,2) = XN(5)-XN(2)
C      TR(2,3) = XN(6)-XN(3)
C
C      SL(1) = TR(2,1)*TR(2,1)+TR(2,2)*TR(2,2)+TR(2,3)*TR(2,3)
C      IF( SL(1).GT.0.0 ) GO TO 110
C
C      TR(2,1) = XN(10)-XN(1)
C      TR(2,2) = XN(11)-XN(2)
C      TR(2,3) = XN(12)-XN(3)
C
C 110 SL(2) = TR(2,1)*TR(3,1)+TR(2,2)*TR(3,2)+TR(2,3)*TR(3,3)
C      TR(1,1) = TR(2,1)-SL(2)*TR(3,1)
C      TR(1,2) = TR(2,2)-SL(2)*TR(3,2)
C      TR(1,3) = TR(2,3)-SL(2)*TR(3,3)
C
C      SL(1) = TR(1,1)*TR(1,1)+TR(1,2)*TR(1,2)+TR(1,3)*TR(1,3)
C
C      TR(2,1) = TR(3,2)*TR(1,3) - TR(3,3)*TR(1,2)
C      TR(2,2) = TR(3,3)*TR(1,1) - TR(3,1)*TR(1,3)
C      TR(2,3) = TR(3,1)*TR(1,2) - TR(3,2)*TR(1,1)
C
C      SL(2) = TR(2,1)**2 + TR(2,2)**2 + TR(2,3)**2
C      IF( SL(1)*SL(2).LE.0.0 ) GO TO 8001
C
C      SL(1) = 1.0/DSQRT(SL(1))
C      SL(2) = 1.0/DSQRT(SL(2))
C
C      TR(1,1) = TR(1,1)*SL(1)
C      TR(1,2) = TR(1,2)*SL(1)
C      TR(1,3) = TR(1,3)*SL(1)
C      TR(2,1) = TR(2,1)*SL(2)
C      TR(2,2) = TR(2,2)*SL(2)
C      TR(2,3) = TR(2,3)*SL(2)
C      GO TO 9000
C
C....  ERROR MESSAGE
C
C 8001 WRITE(6,8010) IEXN
C 8010 FORMAT(1H ,5X,'***** ERROR OCCURED IN YTRANS *****',/,
C           -      5X,'ELEMENT=',I5)
C
C 9000 RETURN
C      END

```

5.5.3 任意要素サブルーチン機能を用いた計算例3

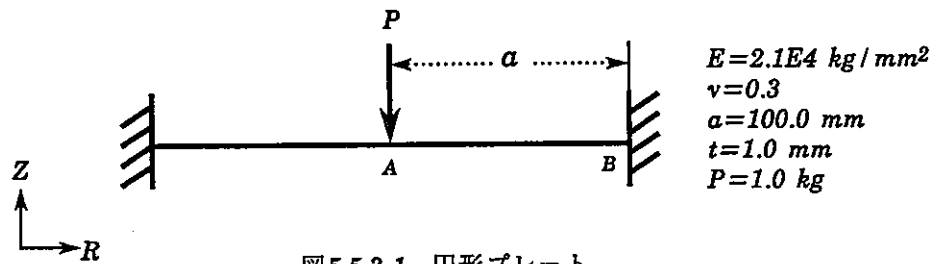
(1) 目的

図1に示す全周を固定された円形プレートの中心に集中荷重が作用する問題20)を、任意要素サブルーチン機能を用いて作成した2節点軸対称シェル要素で解析し、機能の検証を行う。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル



・使用要素

使用者定義の任意要素 付録C参照

b) 解析条件

・境界条件

A点について	$u_R = u_\theta = 0.0$
B点について	$u_R = u_z = u_\theta = 0.0$

・荷重条件

A点について	$P_z = -1.0 \text{ kg}$
--------	-------------------------

c) 理論解

$$u_z = \frac{Pr^2}{8\pi D} \log \frac{r}{a} + \frac{P}{16\pi D} (a^2 - r^2)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

(3) 解析結果

FINAS に組み込んだ任意要素の計算結果を理論解と比較する。

表5.5.3-1 たわみ u_z の比較 (mm)

位置 r	FINAS				理論解
	2要素	4要素	8要素	16要素	
0.0	-7.76511E-02	-9.70643E-02	-1.01930E-01	-1.03159E-01	-1.03451×10^{-1}
50.0	-3.88098E-02	-4.09655E-02	-4.15506E-02	-4.17007E-02	-4.17347×10^{-2}

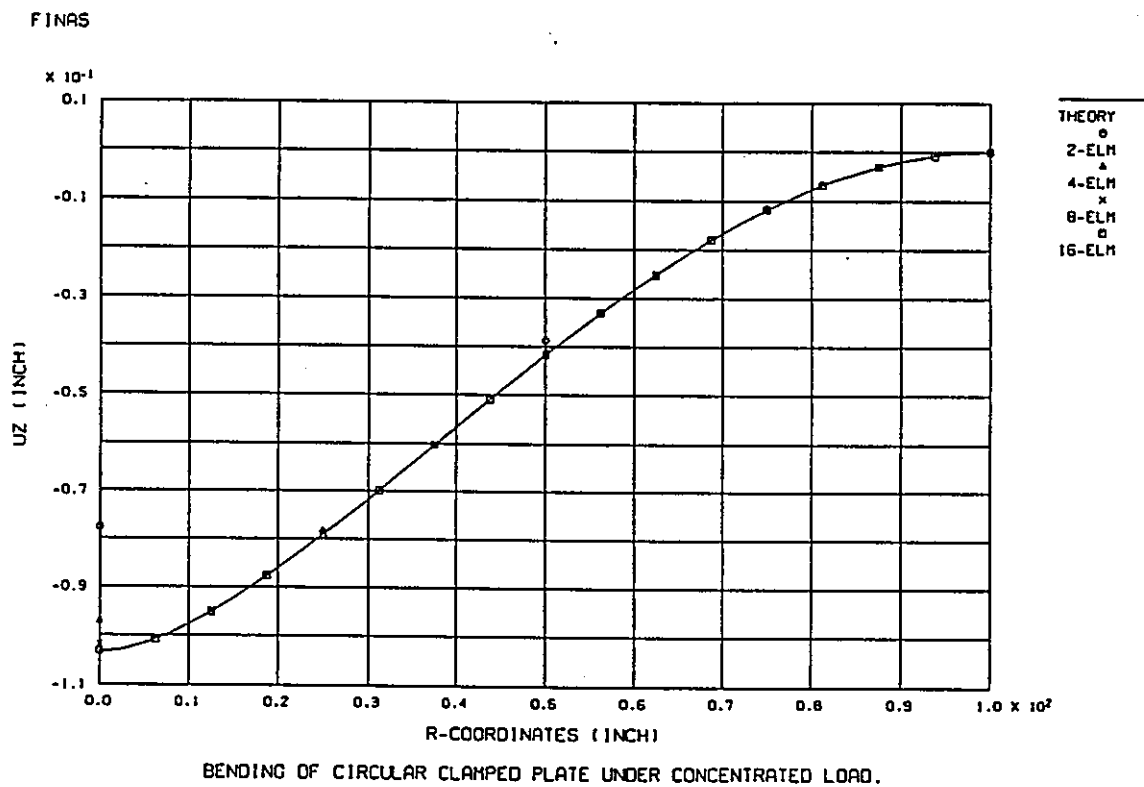
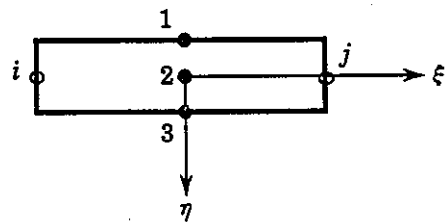
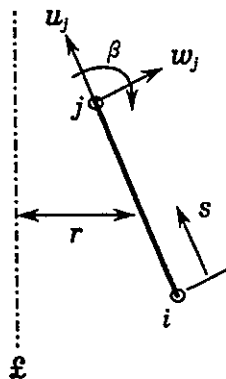


図5.5.3-2 たわみ u_z の比較

(4) 要素の作成

(4)-1 要素の要約

◦形状	2節点軸対称要素	
◦節点数	2	<i>nnod</i> =2
◦節点座標	R,Z座標	
◦節点自由度数	3 1= u_R , 2= u_Z , 3= β	<i>nn dof</i> =3
◦変位関数	Lagrangeの1次式	
◦ひずみ成分	$\epsilon_r, \epsilon_\theta, \gamma$	<i>kfld</i> =11 (軸対称シェル応力場)
◦応力成分	$\sigma_r, \sigma_\theta, \tau$	
◦積分点	3点	
	ξ 方向1点	<i>ndim1</i> =1
	η 方向3点	<i>ndim2</i> =3
◦積分法	ξ 方向 Gauss積分	<i>mthd1</i> =1
	η 方向 Simpson積分	<i>mthd2</i> =2
◦幾何データ	2, 板厚 t	<i>ngeom</i> =2
◦変形勾配ベクトル	なし	<i>ncomps</i> =



(4.2 要素の定式

(4.2.1 変位関数

変位関数として、Lagrange の3次元一次式を用いる。

$$\Delta\{u\} = [N]_i \Delta\{\hat{u}\}_i \tag{1}$$

ここで

$$\Delta\{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \beta \end{Bmatrix}, \quad \Delta\{\hat{u}\}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ \beta_i \end{Bmatrix} \quad i=1\sim 2 \tag{2}$$

$$[N]_i = \begin{bmatrix} L_i & 0 & 0 \\ 0 & L_i & 0 \\ 0 & 0 & L_i \end{bmatrix} \quad i=1\sim 2 \tag{3}$$

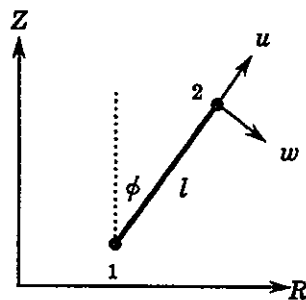
$$L_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi) \tag{4}$$

$$L_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi)$$

(4.2.2 座標変換マトリックス

全体系から要素系への変換マトリックスを [T] とすると、次式となる。

$$\{\hat{u}\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \beta \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} U_R \\ U_Z \\ \beta \end{Bmatrix}_i = [T]\{\hat{U}\} \tag{5}$$



$$\cos\phi = \frac{Z_2 - Z_1}{l} \tag{6}$$

$$\sin\phi = \frac{R_2 - R_1}{l}$$

(4.2.2) 変位 - ひずみ関係式

(1) ひずみの定義

直線軸対称シェルにおける Kirchhoff のひずみは、せん断ひずみを

$$\gamma = \frac{dw}{ds} + \beta$$

のように定義すると次式となる。ただし、 z は中立軸から厚さ方向への距離である。

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{ds} + z \frac{d\beta}{ds} \\ \frac{\sin\phi}{r} u + \frac{\cos\phi}{r} w + z \frac{\sin\phi}{r} \beta \\ \frac{dw}{ds} + \beta \end{Bmatrix} \quad (7)$$

(2) 変位 - ひずみマトリックス

式(7)で定義したひずみを増分形でマトリックス表示すると次式となる。

$$\Delta\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_r \\ \Delta\varepsilon_\theta \\ \Delta\gamma \end{Bmatrix} = [B^L]_i \Delta\{\hat{u}\}_i \quad (8)$$

$$[B^L]_i = \begin{bmatrix} \frac{dL_i}{ds} & 0 & z \frac{dL_i}{ds} \\ \frac{\sin\phi L_i}{r} & \frac{\cos\phi L_i}{r} & z \frac{\sin\phi}{r} L_i \\ 0 & \frac{dL_i}{ds} & L_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで式(9)の $[B^L]$ マトリックスを全体系に変換すると、式(5)を用いて、次式となる。

$$\Delta\{\varepsilon\} = [B^L]_i \Delta\{\hat{u}\}_i = [\bar{B}^L]_i [T]_i \Delta\{\hat{U}\}_i = [\bar{B}^L]_i \Delta\{\hat{U}\}_i \quad (10)$$

ここで

$$[\bar{B}^L]_i = \begin{bmatrix} L'_i S & L'_i C & z L'_i \\ \frac{1}{r} L_i & 0 & z \frac{S}{r} L_i \\ L'_i C & -L'_i S & L_i \end{bmatrix}$$

ただし、 $L'_i = \frac{dL_i}{ds}$ 、 $S = \sin\phi$ 、 $C = \cos\phi$ とした。

(4.2.4 応力-ひずみ関係式

応力とひずみには次の関係が成り立つ

$$\Delta\{\sigma\} = [D]\Delta\{\epsilon\} \quad (12)$$

ここで

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{E\nu}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & k \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{ただし、} \quad k = \frac{5}{6} \quad (14)$$

(4.2.5 要素剛性マトリックス

微小変形剛性マトリックス $[K^L]$ は次式で計算される。

$$\begin{aligned} [K^L] &= \int_V [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] dV \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^t \int_0^l [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] r \, dl \, dt \, d\theta \\ &= \int_0^t \int_0^l 2\pi r [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] \, dl \, dt \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 2\pi r [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] |J| \, d\xi \, d\eta \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m 2\pi r [\bar{B}^L]^T [D] [\bar{B}^L] \frac{l}{2} \frac{t}{2} W_i H_j \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 t, l は要素の板厚および長さであり、 r は要素の半径、 W_i, H_j はガウス積分およびシンプソン積分の重みである。なお、 n, m はガウス積分およびシンプソン積分の積分次数であり、 $n=1, m=3$ とする。

(5) 組み込みサブルーチン

```

SUBROUTINE  XBMTRX( IEXN,KLARG,IP,NCOMP,NNOD,NDOF,
-           GDAT,XN,UG,ABS,WGT, CONT, BG )
C
C-----
C      PURPOSE
C      CALCULATE B-MATRIX FOR 2-NODE AXISYMMETRIC SHELL ELEMENT
C
C      PARAMETERS
C      IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C      KLARG --- KEY OF LARGE DEFORMATION ANALYSIS
C      IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C      NCOMP --- STRESS COMPONENT NUMBER
C      NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C      NDOF  --- D.O.F OF NODES
C      GDAT  --- ELEMENT GEOMETRY DATA
C      XN    --- NODAL COORDINATES
C      UG    --- NODAL DISPLACEMENTS
C      ABS   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C      WGT   --- WEIGHT FUNCTION OF GAUSS OR SIMPSON
C      CONT  --- INTEGRATION CONSTANT
C      BG    --- B-MATRIX
C-----
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      REAL      GDAT(1), XN(3,1)
C      DIMENSION UG(NDOF,1), ABS(2), WGT(2), BG(NCOMP,1)
C      DIMENSION DNDXI(2), DNDX(2), PHI(4), TR(3,3),
-             XY(2,2), BL(3,6)
C      DATA PAI / 3.141592653590 /
C
C      C.... SET TRANSFER MATRIX
C
C      CALL YTRANS( IEXN,XN, RLNG,TR )
C
C      C.... TRANSFER GEOMETRY (GLOCAL ---> LOCAL)
C
C      DO 20 I = 1, NNOD
C      DO 20 J = 1, 2
C          XY(J,I) = 0.0
C      DO 20 K = 1, 3
C          XY(J,I) = XY(J,I) + TR(J,K)*XN(K,I)
C 20 CONTINUE
C
C      C.... SET JACOBIAN'S INVERSE
C
C      CALL XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABS, PHI )
C      DNDXI(1) = PHI(3)
C      DNDXI(2) = PHI(4)
C      AJ = DNDXI(1)*XY(1,1) + DNDXI(2)*XY(1,2)
C      IF( AJ.LE.0.0 ) GO TO 8001
C      AJX = 1.0/AJ
C      DNDX(1) = AJX*DNDXI(1)
C      DNDX(2) = AJX*DNDXI(2)
C
C      C.... SET CONSTANT
C
C      TH = GDAT(1)*PHI(1) + GDAT(2)*PHI(2)
C      RR = XN(1,1)*PHI(1) + XN(1,2)*PHI(2)
C      CONT = 2.0*PAI*RR*WGT(1)*WGT(2)*0.5*RLNG*0.5*TH
C
C      C.... SET (B)LO-MATRIX
C
C      RINV = 1.0/RR
C      ZZ = 0.5*TH*ABS(2)
C      SIN = TR(1,1)
C      COS = TR(2,1)
C      JP = 1
C      DO 50 I = 1, NNOD
C          BL(1,JP) = DNDX(I)
C          BL(1,JP+1) = 0.0
C          BL(1,JP+2) = DNDX(I)*ZZ
C          BL(2,JP) = PHI(I)*SIN*RINV
C          BL(2,JP+1) = PHI(I)*COS*RINV
C          BL(2,JP+2) = PHI(I)*SIN*RINV*ZZ
C          BL(3,JP) = 0.0
C          BL(3,JP+1) = DNDX(I)
C          BL(3,JP+2) = PHI(I)
C          JP = JP+NDOF

```

```

50 CONTINUE
C
C.... TRANSFER B-MATRIX TO GLOVAL SYSTEM
C.... (E) = (BL)(UL) = (BL)(TR)(UG) = (BG)(UG)
C.... (BG) = (BL)(TR)
C
      JP = 0
      DO 7020 IN = 1 , NNOD
      DO 7010 I = 1 , NCOMP
      DO 7010 J = 1 , NDOF
         BG(I,JP+J) = 0.0
      DO 7010 K = 1 , NDOF
         BG(I,JP+J) = BG(I,JP+J) + BL(I,JP+K)*TR(K,J)
7010 CONTINUE
      JP = JP+NDOF
7020 CONTINUE
      GO TO 9000
C
C.... ERROR MESSAGE
C
8001 WRITE(6,8010) IEXN,IP,AJ
8010 FORMAT(1H ,5X,'***** ERROR OCCURED IN XBTRX *****',/,
-          5X,'ELEMENT=',I5,5X,'IP=',I5,5X,'DETJ=',F10.3)
C
9000 RETURN
      END

```

```
      SUBROUTINE  XNMTRX( IEXN,IP,NNOD,ABS, PHI )
C-----
C      PURPOSE
C      SET INTERPOLATION FUNCTION
C      FOR 2-NODE AXISYMMETRIC SHELL ELEMENT
C
C      PARAMETERS
C      IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C      IP    --- INTEGRATED POINT NUMBER
C      NNOD  --- NUMBER OF ELEMENT NODES
C      ABS   --- NATURAL COORDINATES OF INTEGRATION POINT
C      PHI
C-----
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      DIMENSION  ABS(2), PHI(4)
C
C      XI = ABS(1)
C....  SET 1ST ORDER INTERPOLATION FUNCTION (N)
C
C      PHI(1) = 0.5*(1.0-XI)
C      PHI(2) = 0.5*(1.0+XI)
C
C....  DIFFERENTIATE 1ST ORDER FUNCTION BY XI (DN/DXI)
C
C      PHI(3) = -0.5
C      PHI(4) = 0.5
C
C      RETURN
C      END
```

```

SUBROUTINE  YTRANS( IEXN,XN, BLNG,TR )
C
C-----
C      PURPOSE
C      SET TRANSFORMATION MATRIX FOR 8-NODE SOLID ELEMENT
C
C      PARAMETERS
C      IEXN  --- ELEMENT NUMBER
C      XN    --- NODAL COORDINATES
C      BLNG  --- LENGTH OF ELEMENT
C      TR    --- VECTOR TRANSFORMATION MATRIX
C-----
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      REAL      XN(3,1)
C      DIMENSION TR(3,1)
C
C
C      COS      = XN(2,2)-XN(2,1)
C      SIN      = XN(1,2)-XN(1,1)
C      BLNG     = COS*COS + SIN*SIN
C      IF( BLNG.LE.0.0 )          GO TO 8005.
C      BLNG     = DSQRT( BLNG )
C      COS      = COS/BLNG
C      SIN      = SIN/BLNG
C
C
C..... (TR) MATRIX
C      TR(1,1) = SIN
C      TR(2,1) = COS
C      TR(3,1) = 0.0
C      TR(1,2) = COS
C      TR(2,2) = -SIN
C      TR(3,2) = 0.0
C      TR(1,3) = 0.0
C      TR(2,3) = 0.0
C      TR(3,3) = 1.0
C      GO TO 9000
C
C..... ERROR MESSAGE
C
C      8005 WRITE(6,8010) IEXN,BLNG
C      8010 FORMAT(1H ,5X,'***** ERROR OCCURED IN XBMTX *****',/,
C      -          5X,'ELEMENT=',I5,5X,'BLNG=',F10.3)
C
C      9000 RETURN
C      END

```


6. ユーザーサブルーチンによる任意の構成モデル組込み機能

6.1 はじめに

昨年度は、簡易的に任意の構成モデルを定義するサブルーチン機能が組み込まれ、同時に組み合わせ硬化モデルのためのサブルーチンXMAT1, XMAT2の具体的なプログラムの例が示された。しかし昨年度の拡張範囲では、構成式として任意の構成モデルサブルーチンで定義されたモデルしか適用できなかった。

本年度は、FINASに用意されている既存の構成モデルと任意の構成モデルサブルーチンで定義されたモデルとの併用が可能のように、解析関連モジュールの拡張・整備の仕様が再検討され、その仕様に従ってプログラムの拡張が行われた。

ここでは、FINASへの“任意の構成モデルサブルーチン機能”の組み込みに伴う解析関連モジュールの拡張・整備に関し、その仕様を述べる。

図6.1-1は構成モデルサブルーチンを組み込む場合の解析全体のアルゴリズムを示したもので、SUB.XMAT1を含んだ要素ループの部分がモジュールEMSALLに対応し、SUB.XMAT2を含んだ要素ループの部分がモジュールEMSUPDに対応している。

EMSALLは剛性マトリックス[K]、荷重ベクトル増分 $\Delta\{P\}$ 、初期ひずみ/応力に依存した荷重ベクトル増分 $\Delta\{P^i\}$ 等を計算するためのモジュールである。

一方、EMSUPDは要素の内部状態に応じて、応力増分 $\Delta\{\sigma\}$ 、ひずみ増分 $\Delta\{e\}$ の評価および応力に等価な内部力ベクトル $\{Q\}$ の計算等を行うモジュールである。

したがって、“任意の構成モデルサブルーチン機能”の組み込みに伴う解析関連モジュールの拡張・整備は前述の2つのモジュールEMSALLおよびEMSUPDに対して行う。

次ページ以降に拡張・整備の仕様を示す。

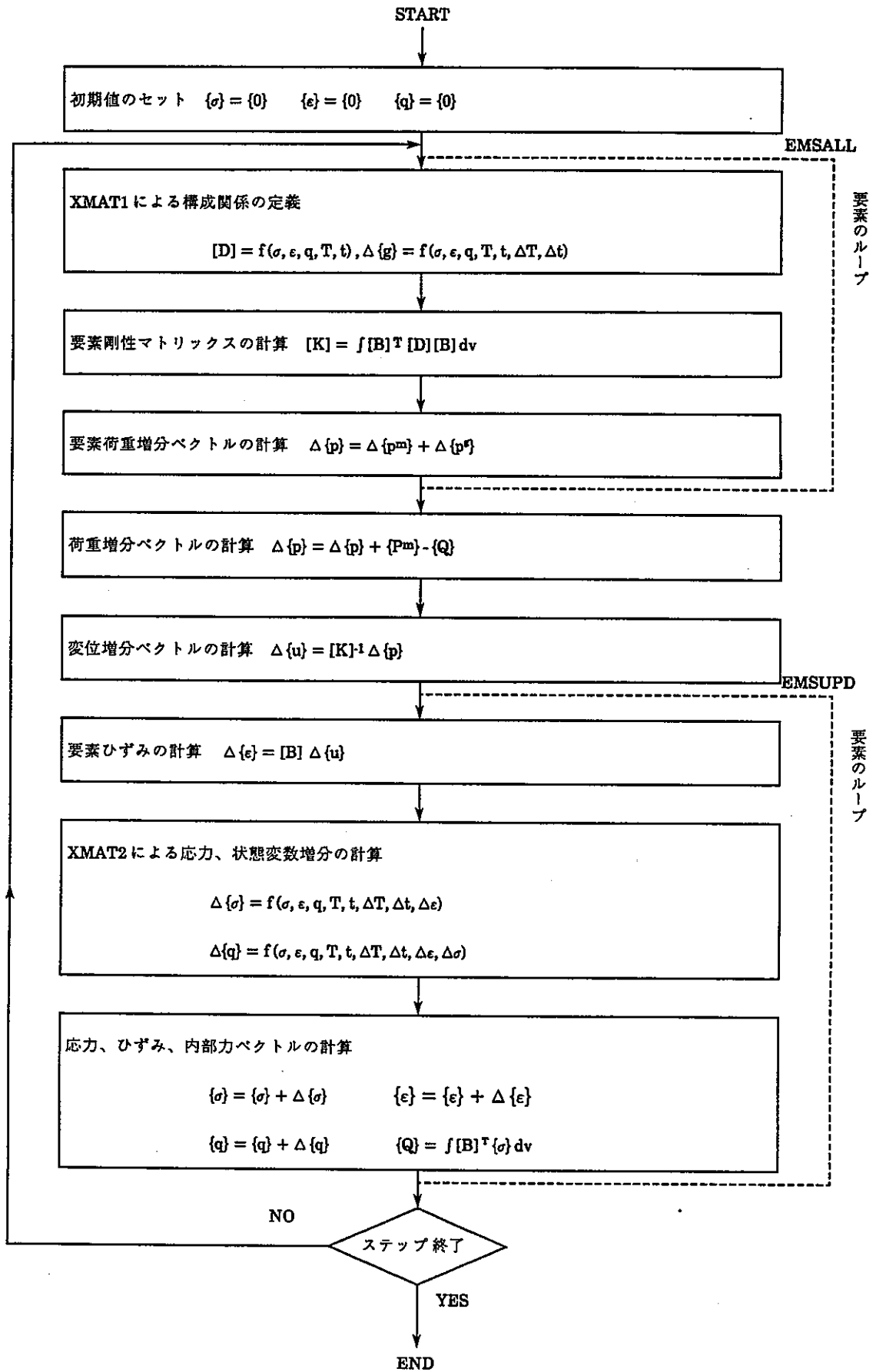


図6.1-1 構成モデルサブルーチンを組み込む場合のアルゴリズム

6.2 モジュール設計

6.2.1 モジュールEMSALL

モジュール EMSALL の構成は図6.2-1に示されるように、大きく5個のプログラム STREMS、EMSTP、CAPEIX、CAPSIX、EMSKQS からなっている。それぞれのプログラムは次の機能を有している。

- STREMS : 全体系の変位を要素変位に変換
- EMSTP : 要素の温度、機械荷重増分等の計算
- CAPEIX : 初期ひずみ増分の計算
- CAPSIX : 初期応力増分の計算
- EMSKQS : 要素剛性マトリックス、疑似的荷重増分の計算

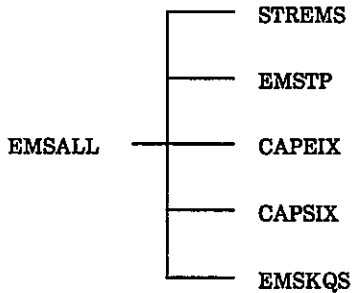


図6.2-1 モジュール EMSALL のプログラム構成

任意の構成モデルサブルーチン XMAT1 は、図6.1-1から明白なように、材料マトリックス(増分形応力-ひずみ関係マトリックス)[D]と初期応力増分 $\Delta[g]$ (状態変数の変化による見かけの応力増分)を評価するものである。

また、任意の構成モデルサブルーチンの組み込みに際しては、既存の構成モデルとの併用も考慮するため、モジュール EMSALL の処理の流れを変更しないような拡張が行われなければならない。

したがって、今回の拡張は表6.2-1に示されるサブプログラムに対して行われる。

表6.2-1 拡張サブプログラム

サブプログラム	拡張内容
EMSALL	任意の構成モデルサブルーチンを使用した要素に対する処理のコントロールの変更
MFSTAX	任意の構成モデルサブルーチンを使用した要素の積分点へ温度増分のセット
EMSKQS	任意の構成モデルサブルーチンを使用した要素の初期応力増分のセット
K-Routine Q-Routine	任意の構成モデルサブルーチンを使用した要素に対する材料特性マトリックスのセット

表6.2-1からわかるように、任意の構成モデルサブルーチン XMAT1 の組み込みは応力解析のための全要素の K, Q-Routine に対して行われなければならない。

6.2.2モジュール EMSUPD

モジュール EMSUPD の構成は図6.2-2に示されるように、大きく5個のプログラム GEDISX、ELMEPX、ELMSGX、SMODFX、ELMBSX からなっており、それぞれのプログラムは次の機能を有している。

- GEDISX : 全体系の変位を要素変位に変換
- ELMEPX : 変位増分から全ひずみ増分の計算
- ELMSGX : 応力増分の計算
- SMODFX : 状態に応じて応力増分の修正及びトータル応力/ひずみの計算
- ELMBSX : 応力に等価な内部力の計算

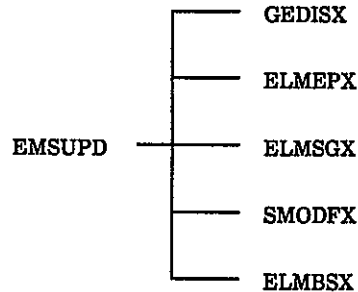


図6.2-2 モジュール EMSUPD のプログラム構成

任意の構成モデルサブルーチン XMAT2 は、図6.2-1に示されるように、応力/状態変数増分 $\Delta\{\sigma\}$ 、 $\Delta\{q\}$ を計算するものである。XMAT1 の組み込みと同様にモジュール EMSUPD の処理の流れを変更しないような拡張を行う(表6.2-2参照)

表6.2-2 拡張サブプログラム

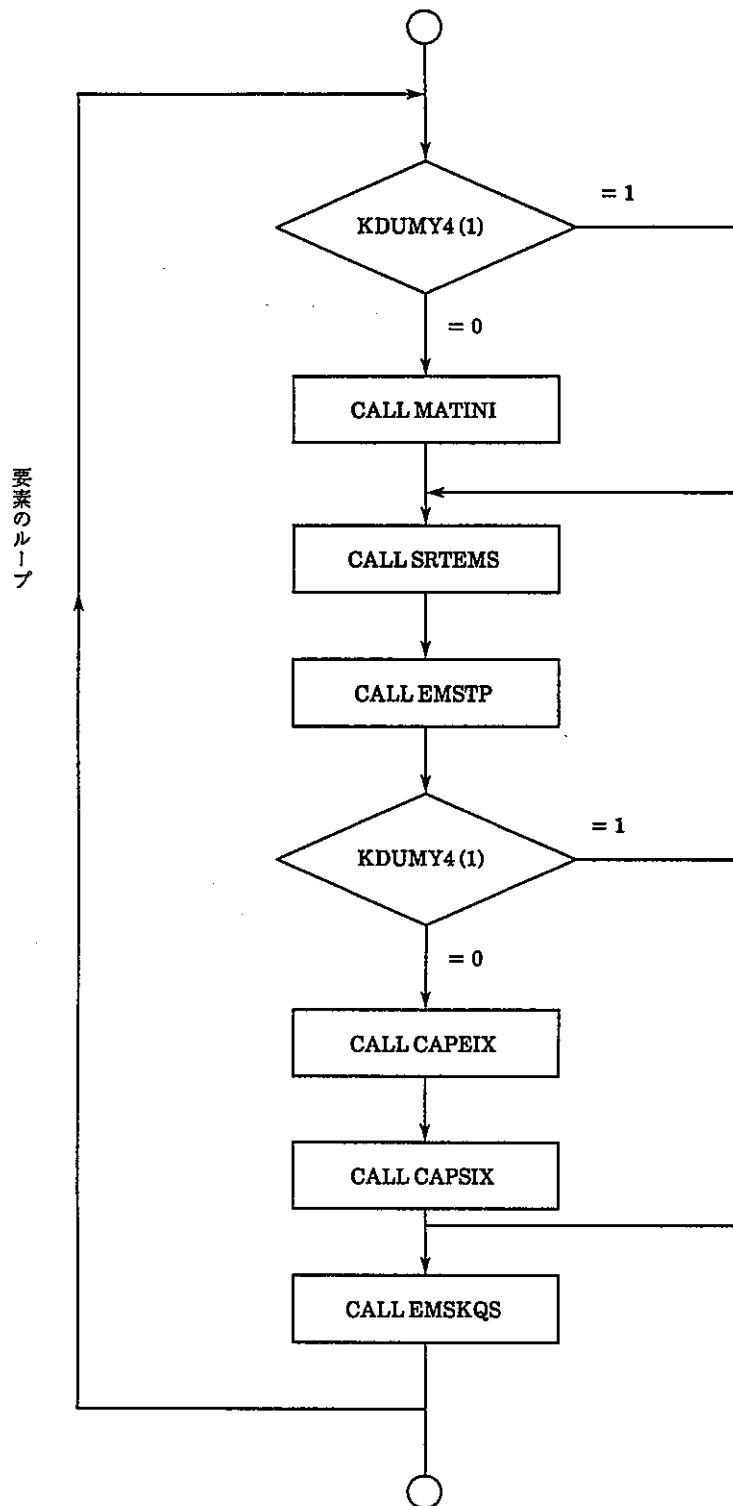
サブプログラム	拡張内容
EMSUPD	任意の構成モデルサブルーチンを使用した要素に対する処理のコントロールの変更
ELMSGX	任意の構成モデルサブルーチンを使用した要素の積分点に対する応力、状態変数等のセット

6.2.3 各サブルーチン

ここでは、前節のモジュール設計の内容に従って各サブルーチンの仕様を示す。

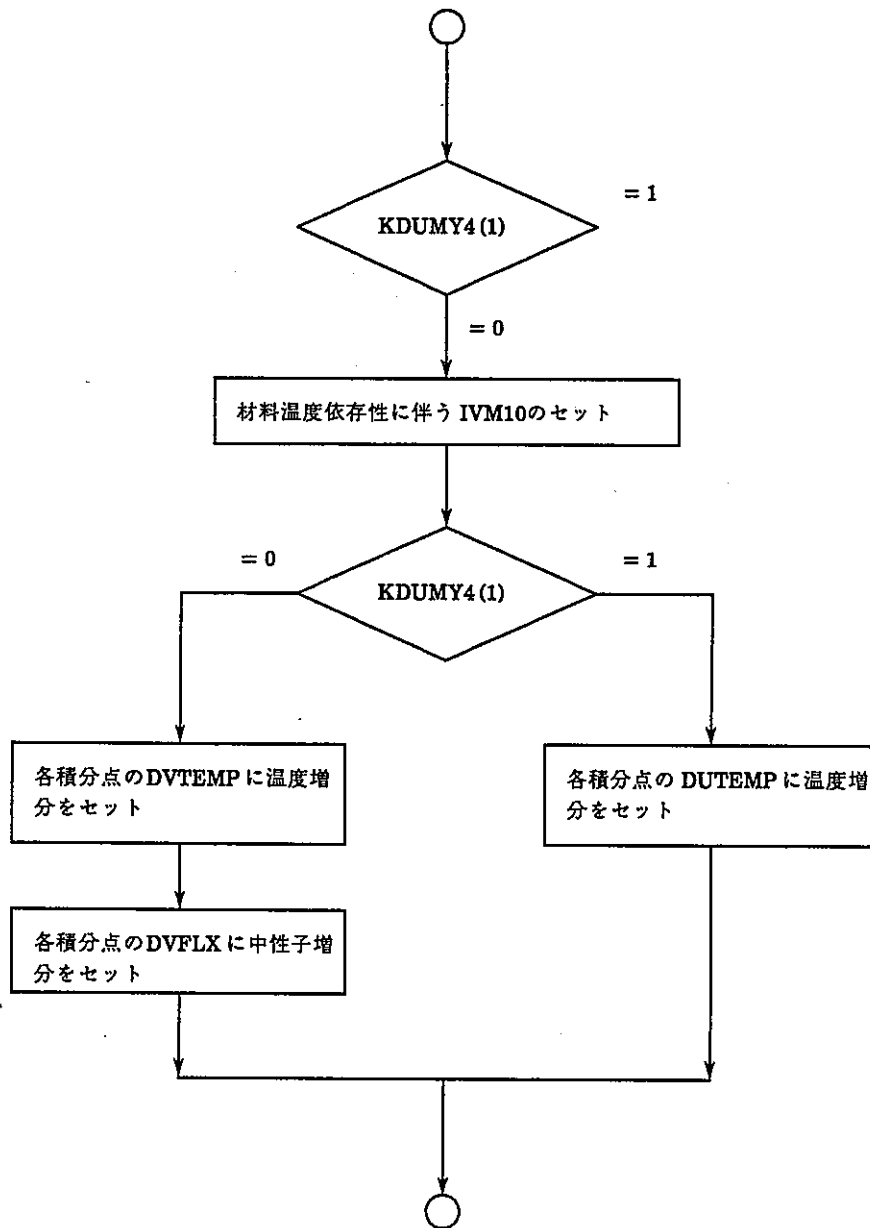
(1) サブルーチン EMSALL

- ・ コモン/ESTCOM/のKDUMY4(1)の値により処理を以下のように変更する。



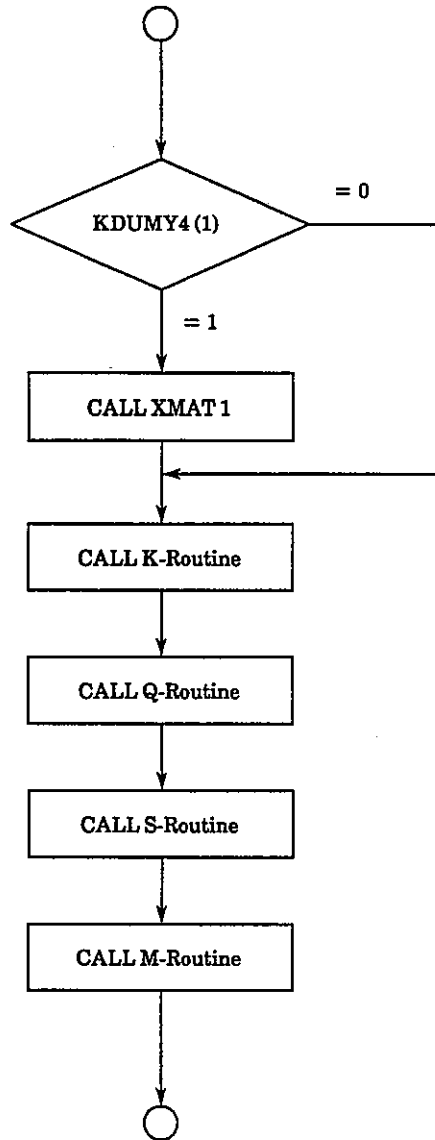
(2) サブルーチン MFSTAX

- ・ コモン/ESTCOM/の KDUMY4(1) の値により処理を以下のように拡張する。



(3) サブルーチン EMSKQS

- ・ コモン/ESTCOM/の KDUMMY 4(1) の値により処理を以下のように拡張する。



(4) サブルーチン K, Q-Routine

- ・弾性特性マトリックス ELMATX、弾塑性特性マトリックス STPMTX を呼んでいる部分を次のように変更する。

```
CALL ELMATX (0, MATD, DD)
IF(IVM10. NE.0) CALL STPMTX (MAT, DD)
↓
CALL DSEMTX (0, MAT, DISP, DD)
```

(5) サブルーチン DSEMTX

・目的

このサブルーチンは増分形応力-ひずみマトリックス [D] を計算する。

・ Calling sequence

```
CALL DSEMTX (KDT, MATD, DISP, DD)
```

入力パラメータ

KDT : 温度による微分のキー =0 なし =1 あり

MATD : 材料特性データテーブル

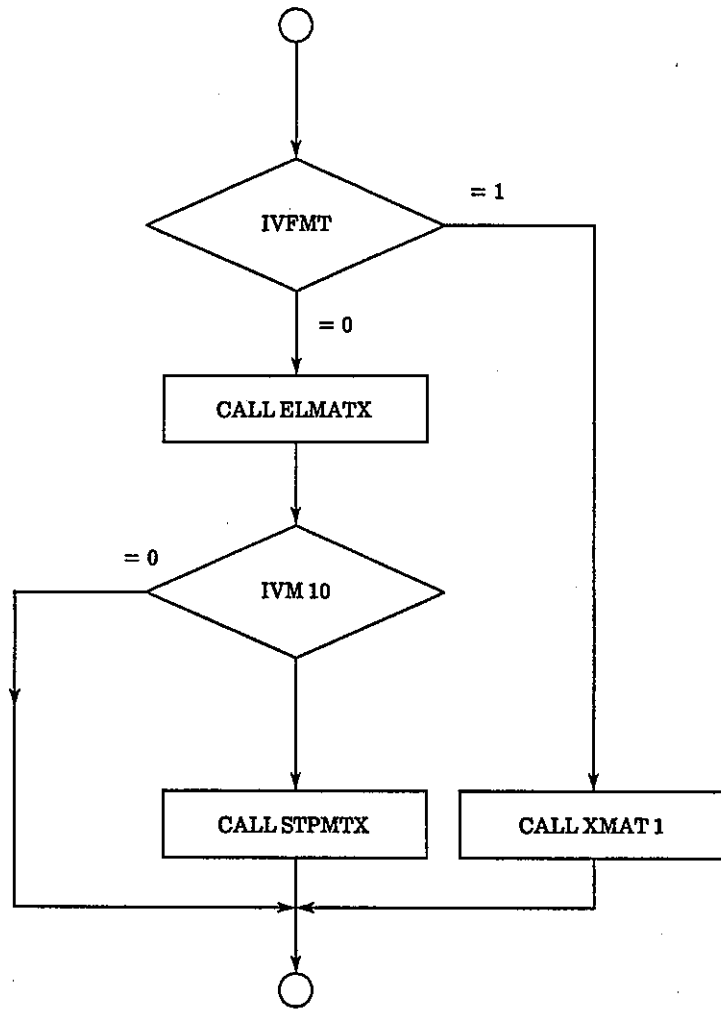
DISP : 要素の各節点の変位ベクトル

出力パラメータ

DD : 増分形応力-ひずみマトリックス [D]

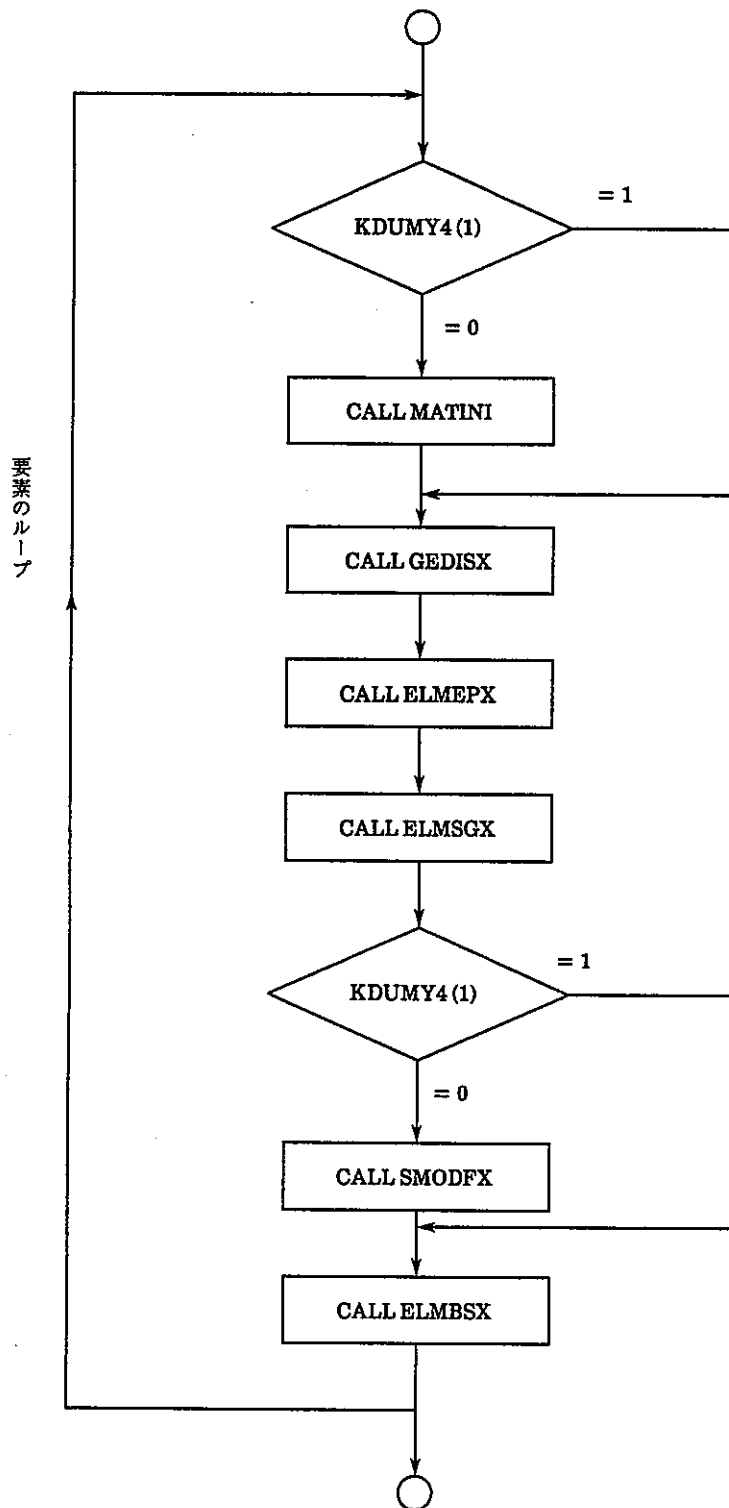
・備考

コモン/EIVCOM/の IVFMT の値により次のようになる。



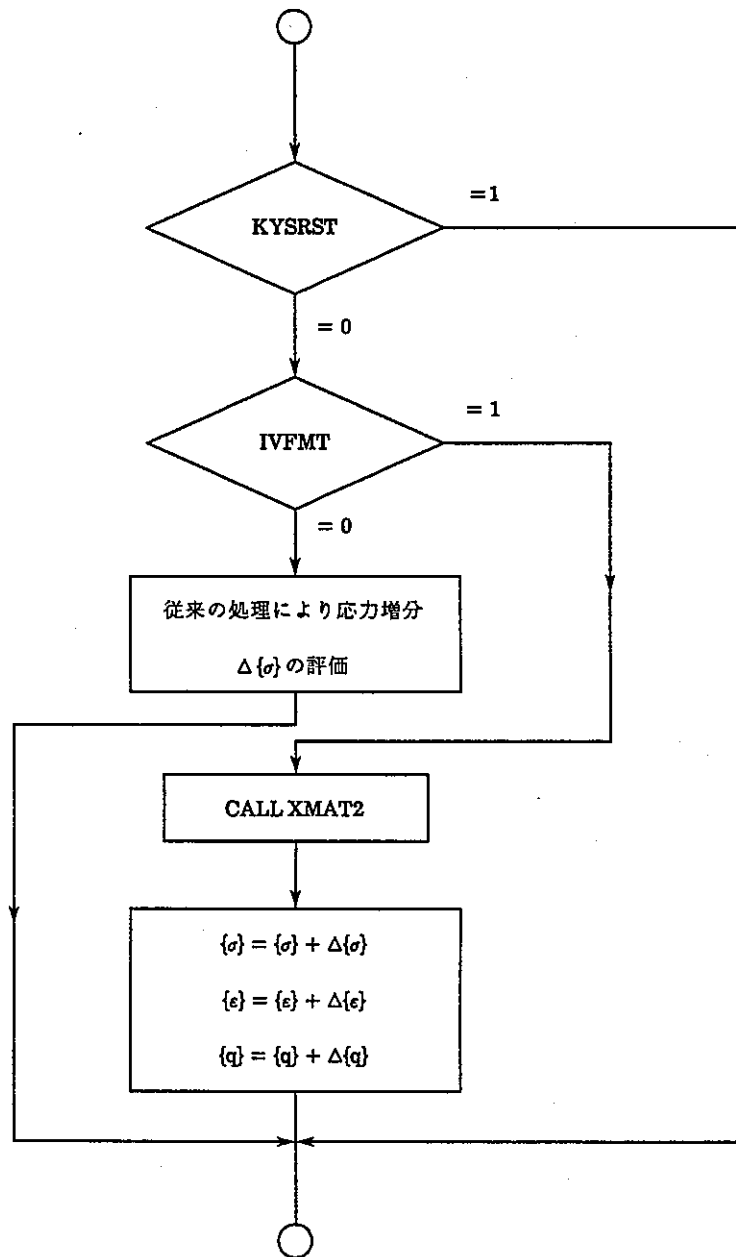
(6) サブルーチン EMSUPD

- ・ コモン/ESTCOM/の KDUMMY 4(1) の値により処理を以下のように変更する。



(7) サブルーチン ELMSGX

- ・ コモン/EIVCOM/の IVFMT の値により以下のように拡張する。



注)サブルーチンELMSGXの入力パラメータDEPSは、既存の構成モデル、任意の構成モデルの場合は出力の内容が異なる。

既存のモデル	応力増分
任意のモデル	トータル応力

(8) サブルーチンXMAT1

```

SUBROUTINE      XMAT1 (IEKN,IECOD,NCOMP,IDMAT,IP,ISTEP,TIME,
*               DTIME,TEMP,DTEMP,GEOM,CORD,DISP,EPS,
*               SIG,USTV,USTS,EMAT,GG,IFLG)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION GEOM (1),CORD (1),DISP (1),EPS (6),SIG (NCOMP),
*         USTV (6,1),USTS (1),EMAT (NCOMP,NCOMP),GG (NCOMP),
*         IFLG(1)
    
```

↓
使用者がコーディング

```

RETURN
END
    
```

・入力パラメータ

IEKN	:要素番号
IECOD	:要素タイプコード
NCOMP	:応力成分数
IDMAT	:材料特性識別番号
IP	:要素内の積分点番号
ISTEP	:解析ステップ番号
TIME	:時間
DTIME	:時間増分
TEMP	:積分点IPの温度
DTEMP	:積分点IPの温度増分
GEOM	:幾何学データ (GEOMETRYデータで定義されたもの)
CORD	:要素の節点座標
DISP	:要素の節点変位
EPS	:積分点IPの全ひずみ
SIG	:積分点IPの応力
USTV	:積分点IPの使用者が定義した内部状態変数(ベクトル型)
USTS	:積分点IPの使用者が定義した内部状態変数(スカラー型)
IFLG	:積分点IPの使用者が定義した内部状態変数(整数型)

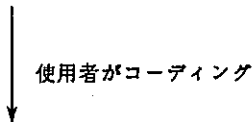
・出力パラメータ

EMAT	:増分形応力ひずみ関係マトリックス
GG	:状態変数の変化による応力増分
IFLG	:積分点IPの使用者が定義した内部状態変数(整数型)

(9) サブルーチン XMAT2

```

SUBROUTINE XMAT2 (IEXN, IECOD, NCOMP, IDMAT, IP, ISTEP, TIME,
*               DTIME, TEMP, DTEMP, GEOM, CORD, DISP, EPS,
*               SIG, USTV, USTS, DDISP, DEPS, DSIG, DUSTV,
*               DUSTS, IFLG)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION GEOM (1), CORD (1), DISP (1), EPS (NCOMP), SIG (NCOMP),
*         USTV (6, 1), USTS (1), DDISP (1), DEPS (NCOMP),
*         DSIG (NCOMP), DUSTV (6, 1), DUSTS (NCOMP), IFLG (1)
    
```



```

RETURN
END
    
```

・入力パラメータ

- IEXN : 要素番号
- IECOD : 要素タイプコード
- NCOMP : 応力成分数
- IDMAT : 材料特性識別番号
- IP : 要素内の積分点番号
- ISTEP : 解析ステップ番号
- TIME : 時間
- DTIME : 時間増分
- TEMP : 積分点 IP の温度
- DTEMP : 積分点 IP の温度増分
- GEOM : 幾何学データ (GEOMETRYデータで定義されたもの)
- CORD : 要素の節点座標
- DISP : 要素の節点変位
- EPS : 積分点 IP の全ひずみ成分
- SIG : 積分点 IP の応力成分
- USTV : 積分点 IP の使用者が定義した内部状態変数 (ベクトル型)
- USTS : 積分点 IP の使用者が定義した内部状態変数 (スカラー型)
- DDISP : 要素の節点変位の増分
- DEPS : 積分点 IP の全ひずみ成分の増分
- IFLG : 積分点 IP の使用者が定義した内部状態変数 (整数型)

・出力パラメータ

- DSIG : 積分点 IP の応力成分の増分
- DUSTV : 積分点 IP の使用者が定義した内部状態変数 (ベクトル型) の増分
- DUSTS : 積分点 IP の使用者が定義した内部状態変数 (スカラー型) の増分
- IFLG : 積分点 IP の使用者が定義した内部状態変数 (整数型)

6.3 その他

解析関連モジュールの拡張に伴い以下の点に注意が必要である。

(1) コモン/ESTCOM/が拡張され、次のようになる。

(変更前)

```

REAL      GDAT      , XN      ; UXXX
COMMON    /ESTCOM/
*         IEYN      , IECOD   , IDMAT   , IECSEQ  , KFILD   ,
*         NUMIP     , ICP     , LEG     , LEX     , LEC     ,
*         NCOMP     , KDUMMY1 , KDUMMY2 ,
*         GDAT (32) , XN (96)  , IECT (32) , UXXX (250)
    
```

(変更後)

```

REAL      GDAT      , XN      , UXXX
COMMON    /ESTCOM/
*         IEYN      , IECOD   , IDMAT   , IECSEQ  , KFILD   ,
*         NUMIP     , ICP     , LEG     , LEX     , LEC     ,
*         NCOMP     , KDUMMY1 , KDUMMY2 , KDUMMY4 (4),
*         GDAT (32) , XN (96)  , IECT (32) , UXXX (250)
    
```

KDUMMY4 (1)=IVFMT, KDUMMY4 (2)=IUNFLG, KDUMMY4 (3)=IUNSCL,
 KDUMMY4 (4)=IUNVFC

(2) コモン/EIVCOM/が拡張され、次のようになる。

(変更前)

```

COMON     /EIVCOM/  IVDY (6) , IVKEPC , IVIP      , IVINF (16)
-         , EVP30F (3)
-         , EVSIGB  , EVSIG (6) , EVEE (6) , EVEPS (6)
1         , EVSIGA (6)
2         , EVEPB   , EVEP (6) , IVM10   , IVNCYC
3         , EVTEMP  , EVET (6)
4         , EVECB (5) , EVEC (6)
5         , EVFLX   , EVES (6)
6         , EVEM (6)
7         , EVEI (6)
8         , IVORGC  , IVORGS , EVEOL   , EVEOP (6) , EVEON (6)
9         , EVEPWP
A         , EVRHO   , EVALPH (6)
B         , IVIST1  , IVIST2 , EVGAP
C         , EVETA (6) , EVEQQ  , EVEAA (6) , EVERD
D         , EVFBT (10) , EVFEP (60)
E         , EVEPV  , EVEPV (6) , EVBSIG (18) , EVDSIG , IVVISC , IVQQQ1
F         , EVTYL (36)
    
```

(変更後)

```

COMON     /EIVCOM/  IVDY (6) , IVKEPC , IVIP      , IVFMT
-         , IVINF (17)
-         , EVP30F (3)
-         , EVSIGB  , EVSIG (6) , EVEE (6) , EVEPS (6)
    
```

```

1      ,EVSIGA (6)
2      ,EVEPB   ,EVEP (6) ,IVM10   ,IVNCYC
3      ,EVTEMP  ,EVET (6)
4      ,EVECB (5) ,EVEC (6)
5      ,EVFLX   ,EVES (6)
6      ,EVEM (6)
7      ,EVEI (6)
8      ,IVORGC  ,IVORGS  ,EVEOL   ,EVEOP (6) ,EVEON (6)
9      ,EVEPWP
A      ,EVRHO   ,EVALPH (6)
B      ,IVIST1  ,IVIST2  ,EVGAP
C      ,EVETA (6) ,EVEQQ   ,EVEAA (6) ,EVERD
D      ,EVFBT (10) ,EVFEP (60)
E      ,EVEPVB  ,EVEPV (6) ,EVBSIG (18), EVDSIG  ,IVVISC  ,IVQQQ1
F      ,EVTYL (36)

```

C

DIMENSION IUUFLG (9)

DIMENSION EUSIG (6), EUEPS (6), EUUSS (9), EUUSV (6, 9)

C

```

EQUIVALENCE (IVINF (1), IUNVEC)
-           (IVINF (2), IUNSCL)
-           (IVINF (3), IUNFLG)
-           (IVINF (4), IUUFLG (1))

```

C

```

EQUIVALENCE (EVSIGB, EUSIGB)
EQUIVALENCE (EVSIG (1), EUSIG (1))
EQUIVALENCE (EVEPS (1), EUEPS (1))
EQUIVALENCE (EVSIGA (1), EUTEMP)
EQUIVALENCE (EVSIGA (2), EUUSS (1))
EQUIVALENCE (EVEP (4), EUUSV (1, 1))

```

・ /EIVCOM/の内容は通常モードとユーザ定義モードの2通りの形式をもつ。

・ 変数の説明

```

IVFMT      : EIVCOMのフォーマットタイプコード =0 通常モード =1 ユーザ定義モード
IUNFLG     : ユーザ定義フラッグの個数
IUNSCL     : ユーザ定義スカラーデータの個数
IUNVFC     : ユーザ定義ベクトルデータの個数
IUUFLG (9) : ユーザ定義フラッグデータ
EUSIGB     : 相当応力
EUSIG (6)  : 応力
EUEPS (6)  : 全ひずみ
EUTEMP     : 積分点温度
EUSS       : ユーザ定義スカラーデータ
EUUSV      : ユーザ定義ベクトルデータ

```

・ コモン/DIVCOM/も/EIVCOM/と同様に拡張されている。

(3) ユーザサブルーチンXMAT1、XMAT2、サブルーチンDSEMTEXが追加されるためにセグメントテキストカードが拡張される。

7. 荷重増分自動決定機能の改良

現在、FINASに組み込まれている荷重増分自動決定機能は、弧長増分法とNewton-Raphson収束法を組み合わせた方法により定式化されている。

この機能を用いて、半山ペローズの弾塑性問題を解析したとき、応力の履歴に乱れが生じた。すなわち、ある要素に着目すると、相当塑性ひずみが増加しているにもかかわらず相当応力の減少するステップが表れ、通常の荷重増分自動決定機能を用いない結果と一致しない。

FINASでは、収束判定の方法はエネルギー変化率、変位変化率、弧長の変化率の3つの変化率を用いて行っている。ただし、エネルギー変化率と変位変化率では、どちらか一方が満足されると収束と判定される。はじめはこのエネルギー変化率と変位変化率の両方を満足したときに収束と判定するようにアルゴリズムを変更して、解析が行われた。しかし、応力の履歴の乱れは、前回の結果と比較すると小さくはなっているが、生じている。

さらに、アルゴリズムの検討、収束繰り返し計算時の要素の応力、状態等の調査が行われた。その結果、収束繰り返し計算時に除荷が発生し、塑性から弾性へという状態の変化があり、その状態で収束と見なされていることが解った。

今回の改良では、モジュールEMSUPDのパラメータKTRANSが復活し、各ステップの収束繰り返し計算時に於いて、最初の繰り返し計算で決定された状態を変更しないようなアルゴリズムが組み込まれた。

VP-193にその改良アルゴリズムによる半山ペローズの弾塑性解析の結果を示す。

8. 流体構造連成解析機能の検討

8. 流体の大変位運動解析機能の検討(21),22),23),24)

8.1 概要

一般的な連続体の質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則、構成則等の支配偏微分方程式は、有限要素法などの空間的離散化により連立常微分方程式へ近似することができる。空間離散化の方法は、大きく Lagrange 表示法と Euler 法に分けることができる。

Lagrange法では、離散化された連続体の節点とメッシュは物質に固定され、物質の移動もしくは変位とともに動くように設定され、Euler法では離散化した節点とメッシュは空間座標に固定され、物質の移動もしくは変位はその空間点の通過という形で設定される。ある状態量の時間微分を考えると Lagrange法では

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} \tag{1}$$

となるのに対して Euler 法では

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v_1 \frac{\partial f}{\partial X_1} + v_2 \frac{\partial f}{\partial X_2} + v_3 \frac{\partial f}{\partial X_3} \tag{2}$$

となり右辺に移流項が含まれる。Lagrange 表示法には移流項がないために質量保存則、エネルギー保存則等の支配方程式と境界条件を簡単に表示できるが、物質点が離散化メッシュと直接関連づけられているために材料特性、境界条件、応力状態、接触による相互作用等が正確に定義できるという長所の反面、物質の流れによる大きなひずみがある場合、適切なメッシュ構造と境界条件を維持するためにはリメッシュング (remeshing) やリゾーニング (rezoning) の必要がある。

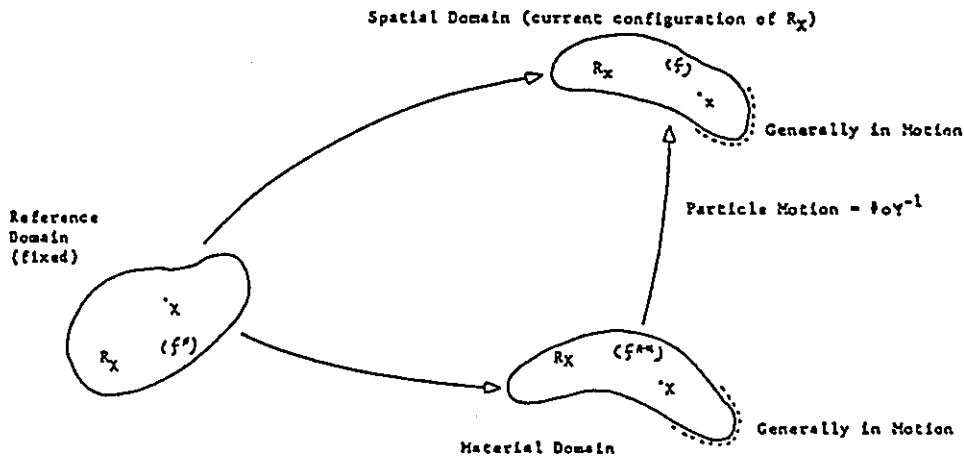


図8.1-1 ALE法での形状表示

また、Euler法は Lagrange法に比べて大きな流れやひずみの解析に有効であるが、物質の固定空間に対する相対移動のための質量やエネルギーの流率の移流項、物質の自由表面や物質量の境界移動や変位履歴に関して特別な対応が必要である。物質の移動量が大きい場合、例えば自由表面の大変形挙動では、移動領域についてメッシュをあらかじめ準備しなくてはならない。

以上の特性により流体-構造連成問題、衝撃貫通、接触等の問題において、Lagrange法も Euler法も十分に対応できない場合がある。このような問題に関してALE法 (Arbitrary Lagrangian Eulerian method) が提案されている。ALE法では物質点およびメッシュの挙動は独立変数として定義され、支配方程式が節点での任意速度で表現されるために Lagrange法と Euler法の双方の利点を活かすことができる。

図8.1-1のように物質領域を R_x と座標点 X 、メッシュの参照形状を R_x 、座標点を x 、空間形状を R_x 、座標点を x とすれば各形状への写像を次のように表すことができる。

$$X = \Phi(x, t) \tag{3}$$

また

$$X = \Psi(x, t) \tag{4}$$

ここで、 t は時間を表す。写像関数 Φ を一定と仮定すれば Euler 表示法となり、 Ψ を一定とすれば参照領域 R_χ と物質領域 R_x は同一となり Lagrange 表示法となる。一般的には物質領域も空間領域も運動するものであるので、便宜的に参照領域を固定した場合の物質時間微分を考える。式 (3)、式 (4) の写像より次のような状態量変数をかんがえる。

$$f(X, t) = f^*(x, t) = f^{**}(X, t) \tag{5}$$

ここで*と**は χ と X に関する表示を表し、写像変換を用いると次のように表示できる。

$$f^* = f \cdot \Phi, \quad f^{**} = f \cdot \phi \cdot \Psi^{-1} \tag{6}$$

物質座標 X について時間微分 (f^{**} の物質時間微分) は、連鎖則 (chain rule) を用いると次のように参照形状で表すことができる。

$$\frac{\partial f^{**}}{\partial t}(X, t) = \frac{\partial f^*}{\partial t}(x, t) \Big|_\chi + w_i \frac{\partial f^*}{\partial x_i}(x, t) \tag{7}$$

ここで

$$w_i = \frac{\partial x_i}{\partial t} \Big|_X \tag{8}$$

w は参照形状での物質粒子の速度を表している。ある関数を空間座標で表すと、式 (6)、式 (7) より次式が得られる。

$$X_i = X_i^*(x, t) = X_i^{**}(X, t) \tag{9}$$

そして

$$\frac{\partial X_i^{**}}{\partial t}(X, t) \Big|_X = \frac{\partial X_i^*}{\partial t}(x, t) \Big|_\chi + w_j \frac{\partial X_i^*}{\partial x_j}(x, t) \tag{10}$$

よって物質速度 v とメッシュ速度 ϕ は次のように定義する。

$$v_i = \frac{\partial X_i^{**}}{\partial t}(X, t) \Big|_X \tag{11}$$

$$\phi_i = \frac{\partial X_i^*}{\partial t}(x, t) \Big|_\chi \tag{12}$$

よって式(10)は次のように表すことができる。

$$v_i = \dot{v}_i + w_j \frac{\partial X_i^*}{\partial x_j} \quad (13)$$

また

$$c_i = v_i - \dot{v}_i \quad (14)$$

c_i は物質速度とメッシュ速度の相対速度である。

$$c_i = w_j \frac{\partial X_i^*}{\partial x_j} \quad (15)$$

式(13)～式(15)は文献1)において Hughes らにより導かれたものであり、ALE法による自動的なメッシュリゾーニングの基礎式と考えられる。式(15)を式(7)へ代入し、連鎖則を適用することで物質時間微分と参照形での時間微分は次のように表される。

$$\left. \frac{df^{**}}{dt} (X, t) \right|_X = \left. \frac{df^*}{dt} (X, t) \right|_X + c_i \frac{df}{dX_i} (X, t) \quad (16)$$

8.2 ALE法によるリゾーニング法

ALE法を用いてメッシュを任意に移動する方法は流体の自由表面や構造との連成問題の大変形挙動を考慮する場合に不可欠なものである。自由表面の運動や連成面の運動は Lagrange 表示で正確に表すことができるので、非線形挙動をシミュレーションすることができる。メッシュリゾーニング法は経験則で行われることが多いが、ALE法を用いることによるメッシュの変位 (\hat{d})、速度 (\hat{v})、加速度 (\hat{a}) を用いて理論的に行うアルゴリズムが可能である。

ALE法において参照枠からみた物質速度 w とメッシュ速度は任意に与えられるが、式(13)で表されるように一方が仮定されると他方は自動的に決定される。 \hat{v} が与えられると \hat{d} と \hat{a} は差分式より計算することができるが、 w が既知で \hat{v} が未知であれば、メッシュを更新するためにはメッシュ速度 \hat{v} を求める必要がある。

w を任意に定義する方法は Hughes らが文献1)で提案したもので、 w_i を次のように表示する。

$$w_j = \left. \frac{\partial X_i}{\partial t} \right|_X = (\delta_{ij} - \alpha_{ij}) v_j \quad (17)$$

ここで δ_{ij} は Kroneker のデルタ、 $[\alpha_{ij}]$ は Lagrange-Euler パラメタマトリックスであり $i \neq j$ でゼロ、 α_{ii} で実数値をとる。一般的に α は空間と時間に依存するものであるが、Hughes らは時間非依存として単純化している。式(17)は w を物質速度の線形関数と考えているので、 $\alpha_{ij} = \delta_{ij}$ とすれば $w = 0$ で Lagrange 表示、 $\alpha_{ij} = 0$ とすれば $w = v$ で Euler 表示である。

式(17)より参照形状からみた物質速度 w が定義されると、物質速度とメッシュ速度の相対速度は次のように表される。

$$c_i = \frac{\partial X_i^*}{\partial x_j} = (\delta_{jk} - \alpha_{jk}) v_k \quad (18)$$

そしてメッシュ速度は次のよう求まる。

$$\dot{v}_i = v_i - (\delta_{jk} - \alpha_{jk}) v_k \frac{\partial X_i^*}{\partial x_j} \quad (19)$$

式(12)と式(19)よりメッシュリゾーニング基礎式が得られる。

$$\left. \frac{\partial X^*_i}{\partial t} \right|_X + (\delta_{jk} - \alpha_{jk}) v_k \frac{\partial X^*_i}{\partial x_j} - v_i = 0 \quad (20)$$

式(20)による Lagrange-Euler マトリックス法は長波伝播などの自由表面を有する流れの問題における自由表面のモデル化に有効である。例えば自由表面運動を空間座標 $X_{3S} = X_{3S}(X_1, X_2, t)$ の関数で仮定すれば、 X_{3S} については ALE 表示、 X_1, X_2 については Euler 法で表される ($X_1 = x_1, X_2 = x_2$)。自由表面の運動は空間座標の X_3 成分で定義され、他の2つの空間座標と時間微分での、ALE 支配式は次のように与えられる。

$$\left. \frac{\partial X_{3s}}{\partial t} \right|_X + v_i \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_i} + v_2 \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} - v_3 = (\alpha_{33} - 1) v_3 \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_3} \quad (21)$$

式(21)は自由表面の運動方程式であり、次のように書き直すことができる。

$$\left. \frac{\partial X_{3s}}{\partial t} \right|_X + v_i n_i N_s = a(X_1, X_2, X_3, t) \quad (22)$$

ここで n_i は自由表面の外向き単位法線ベクトルである。

$$\frac{1}{N_s} \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_1} \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} - 1 \right) \quad (23)$$

ここで N_s は、

$$N_s = \left\{ 1 + \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} \right)^2 \right\}^{1/2} = \left\{ 1 + \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (24)$$

また $a(X_1, X_2, X_3, t)$ は次のように表せる。

$$a(X_1, X_2, X_3, t) = (\alpha_{33} - 1) v_3 \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_3} = w_3 \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_3} \quad (25)$$

自由表面は物質境界面であるので、境界を横切る粒子は存在しないので $\alpha_{33} = 1, w_3 = 0$ である。式(20)をメッシュリゾーニング式とすることは座標 X_1, X_2 を非 Euler 的に解決することになるので、流体内部のメッシュ形状をコントロールする方法とすることは困難である。

Hughes らによる Lagrange-Euler マトリックス法をメッシュリゾーニング式として用いる方法として混合定式を考える。ALE法の目的は物質表面である移動境界面の精度良い写像である。このような表面において粒子の移動がないので $w \cdot \eta = 0$ であり、 η は境界面の外向き法線ベクトルである。もう1つの ALE法の適用はメッシュ形状をコントロールして、メッシュの集中などを緩和して解析精度を上げることであるので、境界については $w \cdot \eta = 0$ をみだし、内部領域ではメッシュ変位 (\mathbf{d}) とメッシュ速度 (\mathbf{v}) を求めることである。

はじめに式(13)を移動境界に沿って解析する。式(13)をヤコビアンを用いて書き直す。

$$\hat{J}^i (v_j - \hat{v}_j) = \hat{J} w_i \quad (26)$$

または

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} \Big|_x - v_i - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{NSD} \frac{v_j - \hat{v}_j}{\hat{j}_{ii}} \hat{j}_{ji} = - \frac{\hat{j}}{\hat{j}_{ii}} w_i \quad (27)$$

ここで \hat{j} はヤコビアンマトリックスの行列式、 \hat{j}_{ii} はヤコビアンマトリックス $\partial X_i / \partial x_j$ の余因子 (cofactor)、NSD は空間次元を表す。式(27)の分母に表れる \hat{j}_{ii} は参照形状での x_i に垂直な平面でのメッシュ運動を表している。

自由表面は x_3 と垂直であると仮定すれば、自由表面のメッシュ運動を表示することができる。

$$\hat{v}_3 - \frac{\hat{j}_{13}}{\hat{j}_{33}} (v_1 - \hat{v}_1) - \frac{\hat{j}_{23}}{\hat{j}_{33}} (v_2 - \hat{v}_2) - \hat{v}_3 = - \frac{J}{\hat{j}_{33}} w_3 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{3s}}{\partial t} \Big|_x - \frac{v_1 - \hat{v}_1}{\hat{j}_{33}} \hat{j}_{13} \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_1}, \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} \right) - \frac{v_2 - \hat{v}_2}{\hat{j}_{33}} \hat{j}_{23} \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_1}, \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} \right) - v_3 \\ = - \frac{w_3}{\hat{j}_{33}} \hat{j} \left(\frac{\partial X_{3s}}{\partial x_1}, \frac{\partial X_{3s}}{\partial x_2} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

式(28)において \hat{v}_1 と \hat{v}_2 のメッシュ速度をゼロとすれば、Hughesらの提案した式(21)が得られる。混合定式ではメッシュ速度として \hat{v}_1 、 \hat{v}_2 、 \hat{v}_3 を考慮するので、より精度良い結果が得られる。

8.3 ALE法による非圧縮性粘性流体の解析

非圧縮性流体の非定常解析アルゴリズムとして、Hughesらの文献(21)をベースにして考察する。流体の支配方程式は次のように表される。

$$\rho \ddot{u}_i = t_{ij,j} + f_i \quad (30)$$

$$(\dot{u}_i)_{,i} = 0 \quad (31)$$

$$t_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu [(\dot{u}_i)_{,j} + (\dot{u}_j)_{,i}] \quad (32)$$

ここで ρ は流体密度、 f_i は単位体積あたりの物体力であり、重力による物体力などが考えられる。 t_{ij} は応力成分である。第2式は非圧縮性条件であり、第3式は構成方程式であり、 p は圧力、 μ は粘性係数である。圧力の定義として近似的な非圧縮性粘性流体を仮定すると圧力は次のように表すことができる。

$$p = -\lambda (\dot{u}_i)_{,i} \quad (33)$$

λ はペナルティパラメータとして仮定される。

境界条件および初期条件としては

$$\dot{u}_i = g_i \tag{34}$$

$$t_{ij}n_j = h_i \tag{35}$$

$$\dot{u}_i = \dot{u}_0 \tag{36}$$

式(34)は規定速度、式(35)は規定外荷重、式(36)は初期速度、以上の外に自由表面での境界条件が考えられる。式(30)～式(36)の変分式は次のように得られる。

$$\int (\rho \dot{u}_i \dot{u}_i + t_{ij} \dot{u}_{i,j}) d\Omega = \int f_i \dot{u}_i d\Omega + \int h_i \dot{u}_i d\Gamma \tag{37}$$

ここで u_i は任意の仮想変位を表している。

式(37)を有限要素法を用いて離散化し、時間方向に積分する基礎式は Hughes らの文献1)に示されている。時刻 n より時刻 $n+1$ は次の手順で計算される。

$$i = 0 \text{ (繰り返しパラメータ)} \tag{38}$$

$$d_{n+1}^{(0)} = d_n + \Delta t \theta_n + (1/2) \Delta t^2 (1-2\beta) a_n \tag{39}$$

$$\theta_{n+1}^{(0)} = \theta_n + \Delta t (1-\gamma) a_n \tag{40}$$

$$v_{n+1}^{(0)} = v_n + \Delta t (1-\gamma) a_n \tag{41}$$

$$(M + \Delta t \gamma C) v_{n+1}^{(i+1)} = M v_{n+1}^{(0)} + \Delta t \gamma [F_{n+1} - N v_{n+1}^{(i)}] \tag{42}$$

$$\theta_{n+1}^{(i+1)} = A (v_{n+1}^{(i+1)}) \tag{43}$$

$$a_{n+1}^{(i+1)} = (\theta_{n+1}^{(i+1)} - \theta_{n+1}^{(0)}) / (\Delta t \gamma) \tag{44}$$

$$d_{n+1}^{(i+1)} = d_{n+1}^{(0)} + \Delta t^2 \beta a_{n+1}^{(i+1)} \tag{45}$$

以上を収束計算を行い、時間ステップを進める。ここで M と C マトリックスは

$$C = \int_{\Omega} B^T D \lambda B d\Omega + \int B^T D \mu B d\Omega \tag{46}$$

B は形状関数の微分マトリックス、 $D\lambda$ と $D\mu$ は材料マトリックスであり、2次元問題では次のように表される。

$$B a = \begin{bmatrix} N_{a,x} & 0 \\ 0 & N_{a,y} \\ N_{a,y} & N_{a,x} \end{bmatrix} \tag{47}$$

$$D\lambda = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{48}$$

$$D\mu = \mu \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{49}$$

M はマスマトリックスに対応するものである。

$$M = \int_{\Omega} \rho [N]^T [N] d\Omega \quad (50)$$

以上のアルゴリズムにおいて重要な問題は式(43)によるメッシュ速度をいかに計算するかの方法である。Hughesらは式(20)のLagrange-Eulerマトリックス法を用いて、自由表面の大変形問題を解析しているが、解の精度を向上させるためには、自由表面などの物質表面の更新と流体内部のメッシュリゾーニングの定式も考える必要がある。このためには質量保存やエネルギー保存を考慮した新しいALEを開発する必要がある。

9. 出力機能の強化

9.1. XYプロットにおけるスケーリング機能

XYプロットにおいて、X,Y軸の値をそれぞれ定数倍してプロットする機能が追加された。

9.1.1 入力データ

ユーザズマニュアルの10.8節「XYプロットの出力をコントロールするデータ」に、次のカードが追加された。

10.8.16 XYSCALE カード

	10	20	30	40	50	60	70	80
A	XYSCALE	xscl	yscl					

XYSCALE カードは、後続の PLOT1 カード、PLOT2 カード、および PLOT3 カードで出力する XY プロット図の、X と Y の値に倍率を与えるものである。

xscl, yscl はそれぞれ、これからプロットしようとする点列データの持っている X 軸、Y 軸の値に対する倍率である。XYSCALE カードによる倍率は、このカードの後にある PLOT1, PLOT2, または PLOT3 カードによる図面出力に一度だけ有効で、以降の図面出力は、再度 XYSCALE カードによる倍率の指定がない限り、点列データの持っている値をそのまま等倍率でプロットすることになる。

カードの種類	カラム	タイプ	変数名	内 容	無記入の場合
A	1-7	英字	—	1~7カラムにXYSCALEと記入	*
	11-20	実数	xscl	X軸に対する倍率	1.0
	21-30	実数	yscl	Y軸に対する倍率	1.0

9.1.2 XYプロットにおけるスケーリング機能の使用例

XYプロットにおけるスケーリング機能は、計算課程での単位系と表示上での単位系を変換するために、あるいは単純に、計算結果の数値の負号を反転するために、用いることができる。図9.1-1、9.1-2はそれぞれ、mm系と与えられている点列データの例と、同一点列データをインチ系で示したものである。また図9.1-3は、同一点列データのY軸の負号を反転させて表示したものである。図9.1-4に、例に用いた点列の値と、XYプロットの出力をコントロールするデータを示す。

FINAS STATIC ANALYSIS

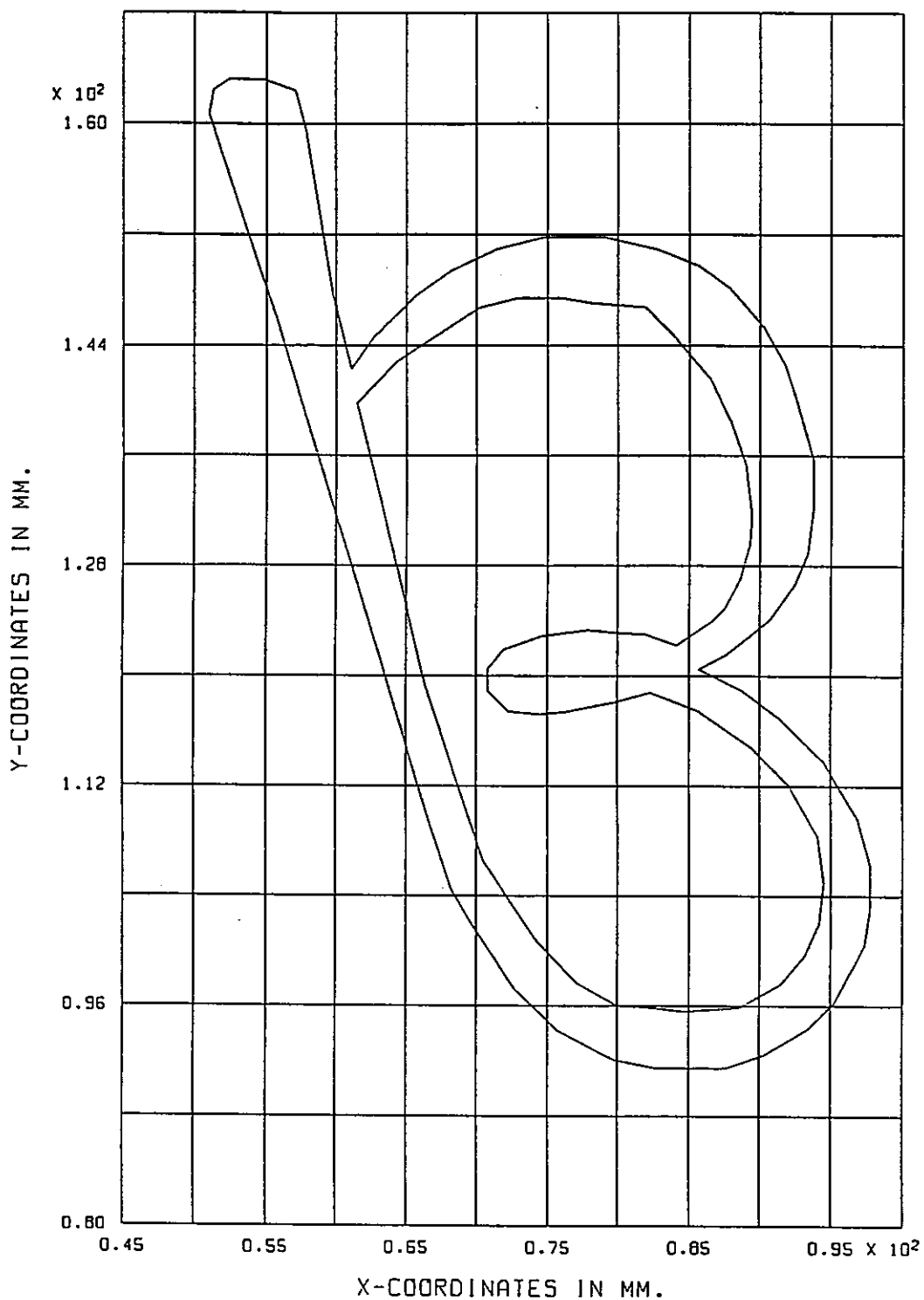


FIG.1 SAMPLE X-Y DATA IN MILLI-METER
EXAMPLE OF XYSCALE CARD IN XY-PLOTS

図9.1-1 mm系の点列データ例

FINAS STATIC ANALYSIS

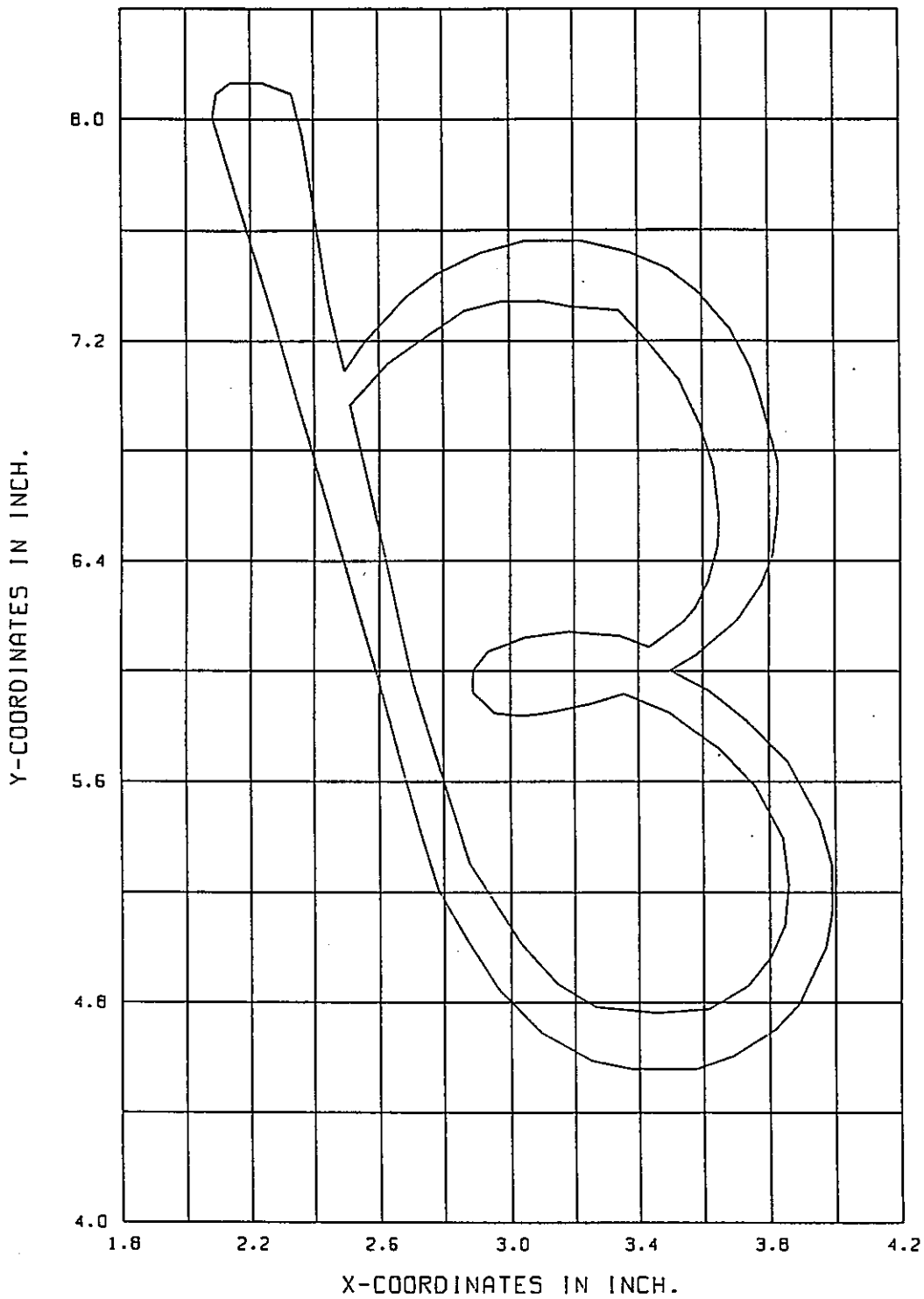


FIG.2 EXAMPLE OF UNIT CHANGE
EXAMPLE OF XYSCALE CARD IN XY-PLOTS

図9.1-2 インチ系の点列データ例

FINAS STATIC ANALYSIS

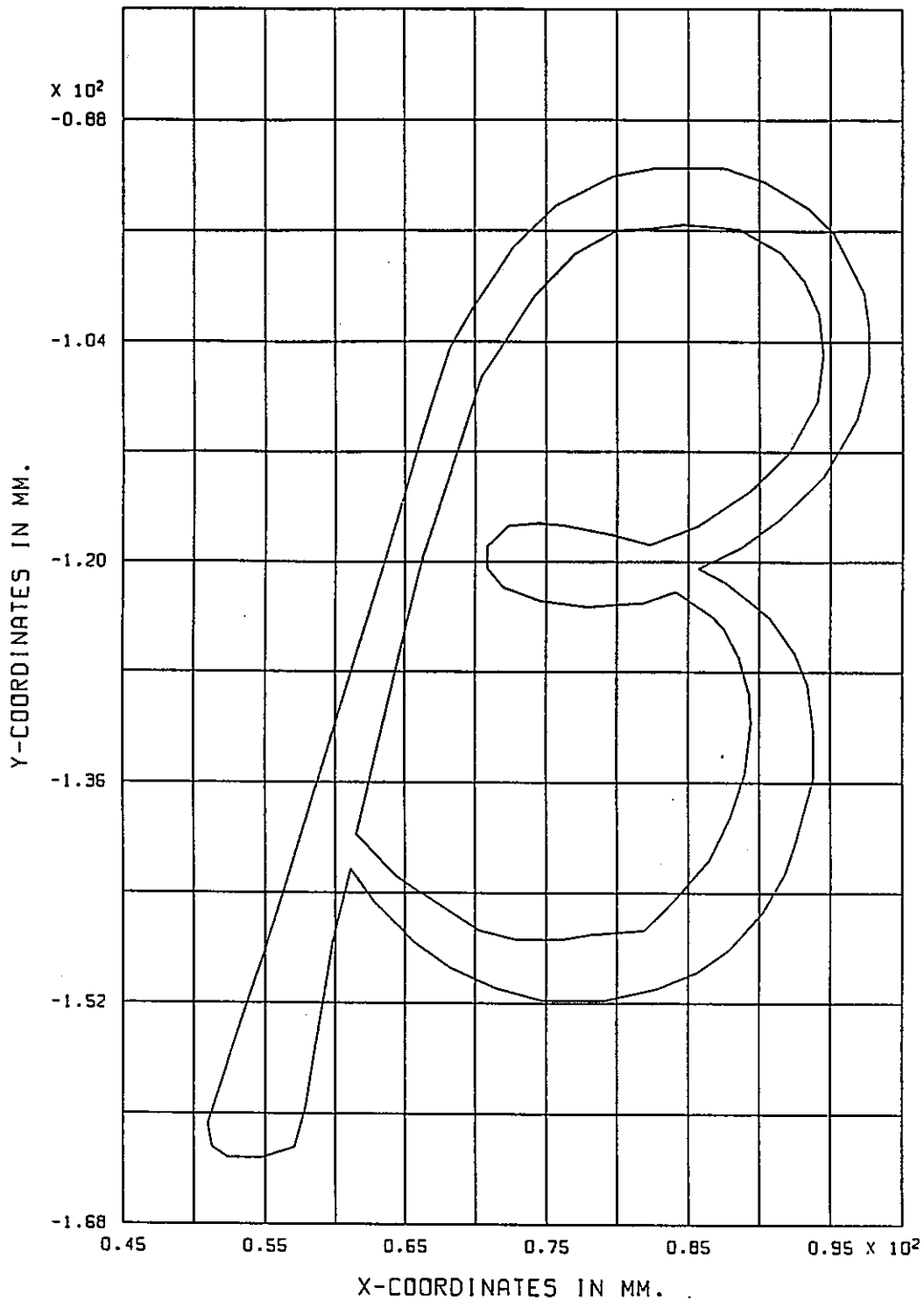


FIG.3 EXAMPLE OF AXIS REVERSAL
EXAMPLE OF XYSCALE CARD IN XY-PLOTS

図9.1-3 Y軸の符号を反転した点列データ例

```

      OUTPUT CONTROL DATA IMAGE
      1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8
      1.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0
OUTPUT
XYPLOT
FRAME  A4V
DMIT   0
%
XVALU  1      51.0      55.7      63.2      66.8      68.2      69.8
        72.6      75.7      79.7      82.6      87.6      90.4
        93.5      95.3      97.3      97.7      97.7      96.8
        94.5      91.4      88.7      85.7      87.7      90.7
        92.5      93.4      93.8      93.8      92.5      91.8
        90.3      87.9      85.7      82.8      79.0      74.7
        71.4      68.2      65.7      62.7      61.1      59.8
        57.9      57.1      54.8      52.4      51.3      51.0
%
YVALU  1      160.7     146.0     121.2     108.9     104.5     101.7
        97.3      94.2      92.1      91.5      91.5      92.5
        94.4      96.3      100.4     103.0     106.3     109.6
        113.8     116.9     119.0     120.5     121.6     124.1
        126.7     128.9     132.2     135.7     140.4     142.6
        145.3     148.1     149.7     150.9     151.8     151.8
        150.9     149.4     147.6     144.6     142.3     147.7
        159.5     162.4     163.2     163.2     162.4     160.7
%
XVALU  2      61.5      66.3      70.5      74.2      77.0      80.0
        82.6      84.5      88.6      91.5      93.2      94.2
        94.5      94.1      92.1      89.4      85.7      82.2
        79.8      76.3      74.3      72.3      70.8      70.8
        71.9      74.6      77.8      80.1      81.9      84.1
        86.7      87.6      88.6      89.3      89.4      89.0
        88.0      86.5      84.1      81.9      78.1      75.9
        72.9      70.2      64.3      61.5
%
YVALU  2      139.8     119.6     106.5     100.7     97.7      96.0
        95.8      95.6      95.9      97.6      99.7      102.0
        104.9     108.3     112.0     114.8     117.4     118.8
        118.1     117.4     117.2     117.4     118.9     120.5
        121.9     122.9     123.3     123.1     123.0     122.2
        124.0     125.0     127.0     129.6     131.7     135.3
        138.4     141.6     144.4     146.7     147.0     147.4
        147.4     146.7     142.8     139.8
%
CURVE  1      0
CURVE  2      0
%
PTITLE  FIG.1 SAMPLE X-Y DATA IN MILLI-METER
XTITLE  X-COORDINATES IN MM.
YTITLE  Y-COORDINATES IN MM.
PLOT3   XVALU 1      YVALU 1      XVALU 2      YVALU 2
%
PTITLE  FIG.2 EXAMPLE OF UNIT CHANGE
    
```

```

      OUTPUT CONTROL DATA IMAGE
      1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8
      1.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0
XTITLE  X-COORDINATES IN INCH.
YTITLE  Y-COORDINATES IN INCH.
XYSCALE 0.040816 0.049816
PLOT3   XVALU 1      YVALU 1      XVALU 2      YVALU 2
%
PTITLE  FIG.3 EXAMPLE OF AXIS REVERSAL
XTITLE  X-COORDINATES IN MM.
YTITLE  Y-COORDINATES IN MM.
XYSCALE 1.0      -1.0
PLOT3   XVALU 1      YVALU 1      XVALU 2      YVALU 2
%
END OUTPUT
END FINAS
    
```

図9.1-4 点列値およびXYプロットの出力とコントロールするデータ

9.2 荷重増分自動決定機能使用時における出力機能の拡張

荷重増分決定機能を使用している場合、一つのインターバル内のステップ数は、FINASの実行時に動的に定まるものであるから、ステップ数を解析の実行前に予測することができない。このため、解析の実行前に「出力をコントロールするデータ」で、利用者が出力を希望する時点を、ステップ番号で指定することは難しい。

また、得られた解析結果についても、ステップ番号を見ただけでは、そのステップが一連の負荷履歴の中の、何時の時点のものが判りにくい、という問題もあった。

以上の問題点をふまえて、出力機能の拡張について、その仕様を次に示す。

9.2.1 プリント出力

解析結果のプリント出力において、現行のステップ番号に加え、インターバル番号とインターバル内ステップ番号を表示する。

9.2.1 出力をコントロールするデータ

出力する時点を、インターバル番号とインターバル内ステップ番号で指定できるようにするため、「出力をコントロールするデータ」にOTIME3カードを新設する。

OTIME3カード

	10	20	30	40	50	60	70	80
A	OTIMES3							

OTIME3カードは、出力するインターバル番号とインターバル内ステップ番号の集りを定義するためのデータである。OTIME3カードでは始まりと終りのインターバル番号およびインターバル番号の増分により、一連のインターバル番号を指定する。また、インターバル内ステップ番号は、各インターバルごとに、最大10個までの番号を並べて指定する。インターバル内ステップ番号として文字LASTを記入することができる。文字LASTは、そのインターバルにおける最後のステップを意味する。

OTIME3カードで指定されたインターバル番号とインターバル内ステップ番号の集りに与えた識別番号は、プリント出力やポストテープ出力などの各種出力を指示するデータから参照される。このカードは何枚入力してもよいが、同じ識別番号を持つものを入力してはならない。また、OTIME1、OTIME2、LDSET1、LDSET2カードで定義する識別番号とも重複してはならない。

カードの種類	カラム	タイプ	変数名	内 容	無記入の場合
A	1-6	英字	—	1~6カラムにOTIME3と記入	*
	11-15	整数	otsid	識別番号	*
	16-20	整数	intsl	始まりのインターバル番号	*
	21-25	整数	intel	終わりのインターバル番号	intsl
	26-30	整数	Δintl	インターバル番号の増分	1
	31-35	整数	stp1l	インターバル内ステップ番号または文字 LAST	*
	36-40	整数	stp12	インターバル内ステップ番号	*
		.			
		.			
		.			

10. FNSFRCTの改良

10.1. はじめに

き裂を有する物体に外力が作用する場合、き裂の上下面の相対変位は三つの変形様式に分類され、それぞれモードⅠ（開口型）、モードⅡ（面内せん断型）およびモードⅢ（面外せん断型）と呼ばれる。一般に、き裂先端の変形や応力分布はこれら三つのモードの組み合わせとして考えることができる。

また、破壊力学パラメータの応力拡大係数 K 値は、応力法、変位法、エネルギー法、重ね合わせ法などいくつかの方法により求めることができる。FINASの後処理プログラムFNSFRCTでは、応力法により応力拡大係数を求めているが、ここではこれらのいくつかの方法により応力拡大係数を求め(VP-195)、各方法の特性や使用に当たっての注意事項を調査検討する。

10.2. 応力拡大係数の概要

図10.2-1に示すき裂先端近傍の点 P 点の応力および変位は弾性論により近似的に次式で表され $1/\sqrt{r}$ の特異性を有する。

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (1)$$

$$u_i = K \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i(\theta) \quad (2)$$

ここで、 $f_{ij}(\theta)$ 、 $g_i(\theta)$ は、各変形様式について定まる θ のみの無次元関数であり、 K は試験片の形状と負荷応力によって定まる係数である。

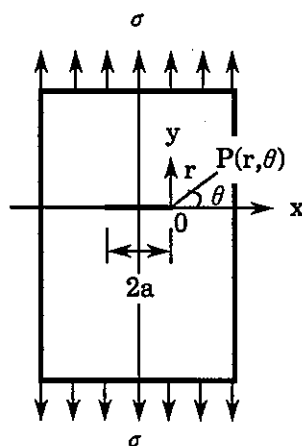


図10.2-1 き裂先端

また、混合モードの場合には式(1)、(2)は、次式となる。

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \quad (3)$$

$$u_i = K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i^I(\theta) + K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i^{II}(\theta) + K_{III} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i^{III}(\theta) \quad (4)$$

式(1)、(2)を具体的に示すと

モード I:

$$\begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{matrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{matrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{matrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

モード II:

$$\begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{matrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{matrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{matrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

モード III:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$w = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (10)$$

ただし

$$\kappa = \begin{cases} 3-4\nu & (\text{平面ひずみ}) \\ (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{平面応力}) \end{cases} \quad (11)$$

であり、 ν :ポアソン比、 $G=E/2(1+\nu)$:横弾性係数、 E :縦弾性係数である。また、 z 方向の応力成分 σ_z は、モードI、モードIIで

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \nu(\sigma_x + \sigma_y) && (\text{平面ひずみ}) \\ \sigma_z &= 0 && (\text{平面応力}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

10.3. 2次元問題における応力拡大係数

有限要素法によって応力拡大係数を求める方法は、大別すると、応力法、変位法、エネルギー法、重ね合わせ法、解析的方法、体積力法、特異要素法、等がある。以下に、応力法、変位法、エネルギー法について説明する。

1) 応力法

この方法は、式(1)を用いて応力値より K 値を求める方法であり、点 $(r, 0)$ の応力値 σ_{ij} が求められると次式より求められる。

$$K = \frac{\sigma_{ij}}{f_{ij}(\theta)} \sqrt{2\pi r} \quad (13)$$

上記の応力値 σ_{ij} としては、モードIの場合 x 軸上の点 $(r, 0)$ の引張応力 σ_y を用いることが多い。

2) 変位法

この方法は式(2)を用いて点 $(r, 0)$ の変位 u_i から K 値を用いる。

$$K = \frac{u_i}{2Gg_i(\theta)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (14)$$

上記の変位値 u_i としては、モードIの場合、 $\theta=\pi$ における引張方向変位 u_y を用いることが多い。

また、混合モードの場合、式(4)から

$$u_i = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i^I + \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i^{II} \quad i=1\sim 2 \quad (15)$$

$$\begin{cases} u_1 = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_1^I + \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_1^{II} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} u_2 = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_2^I + \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_2^{II} \end{cases} \quad (17)$$

上記の式(16)、(17)を連立させて、 K_I 、 K_{II} を解くと、次式となる。

$$K_I = \frac{u_1 g_2^{II} - u_2 g_1^{II}}{g_1^I g_2^{II} - g_1^{II} g_2^I} 2G \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (18)$$

$$K_{II} = \frac{u_2 g_1^I - u_1 g_2^I}{g_1^I g_2^{II} - g_1^{II} g_2^I} 2G \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (19)$$

3) エネルギー法

J積分値と応力拡大係数との間には次式の関係がある。

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (\text{平面ひずみ}) \quad (20)$$

上式は2次元の単一モードにしか用いることができない。

モードIの場合次式から K_I を求めることができる。

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad (\text{平面ひずみ}) \quad (21)$$

$$J = \frac{1}{E} K_I^2 \quad (\text{平面応力}) \quad (22)$$

第II編 FINASの検証と応用

1. 概 要

FINASではその機能を検証するために検証問題VP (Verification Problem)を作成し、解析を実施している。以下に今回の機能拡張により作成した検証問題の一覧を示す。

表.1-1 実施した検証問題一覧

No.	タイトル	目的
VP-189	面接触機能を用いた円板塑性加工問題	ポンチを用いた円板の打ち抜きによる塑性加工解析例題 (NUMIFORM' 89のベンチマーク問題)
VP-190	移動マンドレルを用いた円筒キャップの引き抜き問題	面接触機能を用いた塑性加工解析例題
VP-191	Mod. 9Cr-1Mo鋼データライブラリを利用した時間硬化則クリープ問題	Mod. 9Cr-1Mo鋼データライブラリを使用して弾性クリープ解析を行い、理論解との比較を行う。
VP-192	Mod. 9Cr-1Mo鋼データライブラリを利用した弾塑性問題	Mod. 9Cr-1Mo鋼データライブラリを使用して単軸弾塑性解析を行い、理論解との比較を行う。
VP-193	荷重増分自動決定機能を用いたベローズ弾塑性解析	荷重増分自動決定機能を使用したベローズ弾塑性解析を行い、その結果を荷重増分を直接入力した結果と比較する。
VP-194	任意の構成モデルサブルーチン機能による弾塑性問題	任意の構成モデルサブルーチン機能を用いて単軸問題の解析を行いその結果を理論解と比較する。
VP-195	FNSFRCTによる応力拡大係数の計算	中央き裂を有する平板の弾性解析よりFNSFRCTを使い応力拡大係数を求め、その結果を理論解と比較する。
VP-747	静的縮合機能を用いた固有値問題	正方形の固有値解析において縮合機能を用いた場合と用いない場合について結果の比較を行う。
VP-748	静的縮合機能を用いた直接積分法動的解析	VP-739を縮合機能を用いて解析し、その結果を比較する。

VP-189 面接触機能を用いた円板塑性加工問題

(1) 目的

生産工程において板成形過程を解析する有限要素法シュミレーション手法 (CAE) の開発が新素材の導入および効率的な生産要求に伴い重要な課題となっている。FINASでは塑性加工過程をシュミレーションする弾塑性大変形状態での面接触機能を開発した。生産加工過程の数値解法に関する国際会議 (NUMIFORM'89) のベンチマーク問題を本機能を用いて解析して有効性を検証する。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・ 構造モデル

円板の縁全周をリング状固定のダイで拘束し、中央部より球頭ポンチにより押し込みを行う。構造としては円板、リング状固定ダイ、球頭ポンチの接触問題であり、ポンチに強制変位を与える。

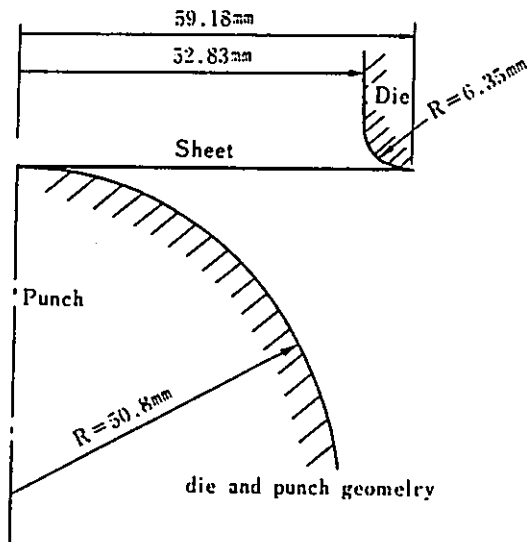


図189-1 構造モデル

・ 使用要素

- QAX4 : 4節点四辺形軸対称要素
- LCONT2 : 2節点辺接触要素

・ 有限要素モデル

図189-2に示すとおり円板部を厚さ方向2層、半径方向50分割とし、ダイとポンチは剛体であるが接触を考慮した分割とした。円板上面とダイ外面、円板下面とポンチ外面の各面を接触要素で定義し、各面間において接触拘束を与える。

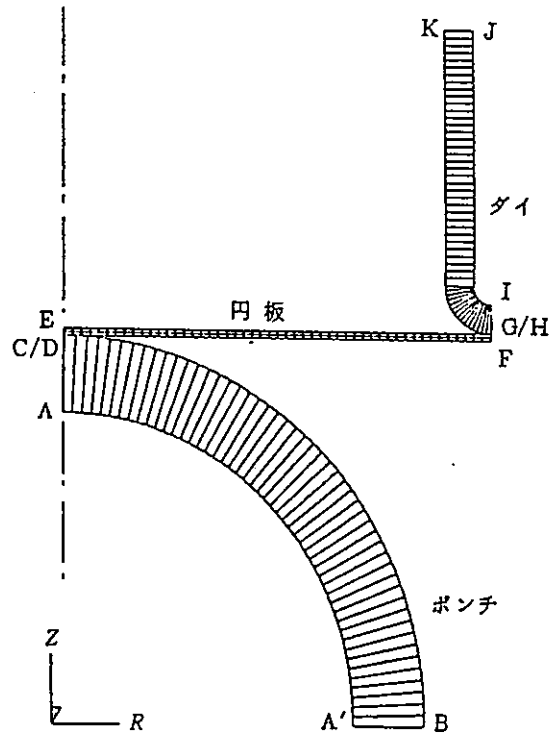


図189-2 有限要素モデル

b) 材料定数

・ 円板部

- 弾性係数 : $E=68\text{GPa}$
- ポアソン比 : $\nu=0.3$
- 降伏応力 : $\sigma_Y=80.56\text{MPa}$
- 応力-ひずみ式 : $\sigma=589(10^{-4}+e^P)0.216\text{MPa}$
- 降伏条件 : Mises条件 (等方硬化)

・ ダイ、ボンチ部 (剛体と仮定)

- 弾性係数 : $E=68 \times 10^4\text{GPa}$
- ポアソン比 : $\nu=0.3$

c) 境界条件

- ・ A-C, D-E, F-Gについて半径方向変位拘束 ($U_R = 0$)
- ・ G-H-Iについて完全拘束 ($U_R = U_Z = 0$)
- ・ B-C辺と D-F辺間の接触条件 (マサツなし)
- ・ E-G辺と K-H辺間の接触条件 (マサツなし)
- ・ A点に強制変位 ($U_Z = 0 \sim 40.0\text{mm}$)

b) 解析条件

参照形状を更新する Updated Lagrangian 定式による大変形弾塑性解析を行う。負荷ステップは次のとおり。

表189-1 解析ステップ

ポンチ進行量 (mm)	ステップ数	1ステップ当りの増分量 (mm)
0~4	400	0.01
4~10	300	0.02
10~40	750	0.04

(3) 解析結果

図1.189-3~6はポンチ押し込み量10mm, 20mm, 30mm, 35mmにおける変形図を示す。図189-7は円板中央面のZ方向変位分布を同様の解析ステップにおいて示したものである。図189-8は、各ステップでのひずみ分布を示す。参考に上げた仲町の解析結果は、膜要素を用いて子午線方向ひずみを示したものであり、FINASでは、せん断変形を考えないと主ひずみが子午線方向ひずみに近似されるので、次式により主ひずみを計算し表示した。

$$\epsilon_m = \frac{1}{2} (\epsilon_R + \epsilon_Z) + \frac{1}{2} \sqrt{((\epsilon_R - \epsilon_Z)^2 + \gamma_{RZ}^2)}$$

参考として図189-9に各ステップでの周方向ひずみ分布を同一ステップで示す。

本解析は、計算および後処理を EWS の SUN SPARC station-1 で実施し、計算時間は約20時間程度である。

(4) 考察

図189-3~6の変形図に示されように、接触面の適合は良く表されている。また、文献1)で示される膜ひずみ分布は良く一致を示している。ダイ端部域におけるひずみ分布の相異は、端部拘束条件が FINAS の場合と文献1)の場合とは異なることが原因であろう。また、押し込み量が大きくなる高ひずみ域において、ひずみ分布に多少の相異が見られるが、この原因としては応力客観性の取り扱いや大変形大ひずみ定式などが原因であると思われる。FINASでは客観量として Jaumann 応力速度を用いているが、極分解 (Polar decomposition) を用いた厳密な定式との比較などが今後の課題であるが、面接触機能に関しては有効性が確認できた。

(5) 参考文献

- 1) 仲町英治, "板材成形", 塑性と加工 (日本塑性加工学会誌) 第31巻第350号, p. p. 311-316.
- 2) 仲町英治, R. H. ワゴナー, "板材成形過程の有限要素シュミレーション (剛-粘塑性および弾塑性解析の比較)", 平成元年度 塑性加工春季講演会 講演論文集, p. p. 39-394.

(6) 各評価ラインに沿った子午線方向ひずみ分布

FINAS のポストファイルに格納されている全体系での節点ひずみ (工学ひずみ成分への座標変換を行う。具体的には、図189-10に示す節点列 (1~n) で得られた全体系での節点ひずみ成分を節点列に沿う局所系での成分に変換する。

軸対称問題でのひずみ座標変換は次のように表される。

$$[S_L] = [T][S_G][T]^T \tag{1}$$

ここで、[S_L]、[S_G]は局所系でのひずみマトリックス、[T]は全体系から局所系への座標変換マトリックス、Tは転置を表す。

$$[S_L] = \begin{bmatrix} \epsilon_r & \gamma_{rz} & 0 \\ \gamma_{rz} & \epsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & \theta \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$[S_G] = \begin{bmatrix} \epsilon_R & \gamma_{RZ} & 0 \\ \gamma_{RZ} & \epsilon_Z & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)の座標変換マトリックス内の β は、全体系のR軸と節点列の接線ベクトルr軸とのなす角度とする。

図189-11に示す各評価ラインに沿った子午線方向ひずみ分布を図189-12~図189-14にしめす。

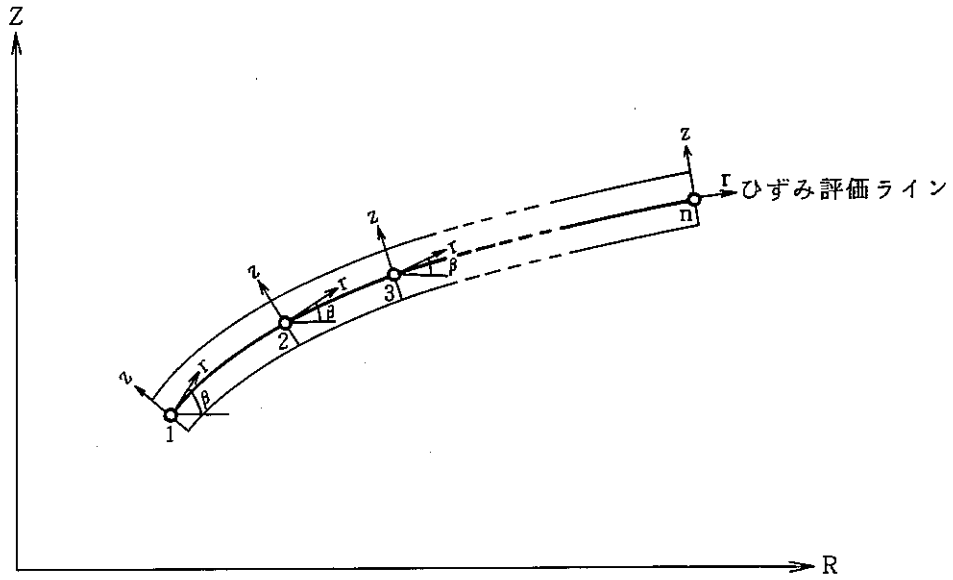


図189-3 軸対称問題での評価ライン

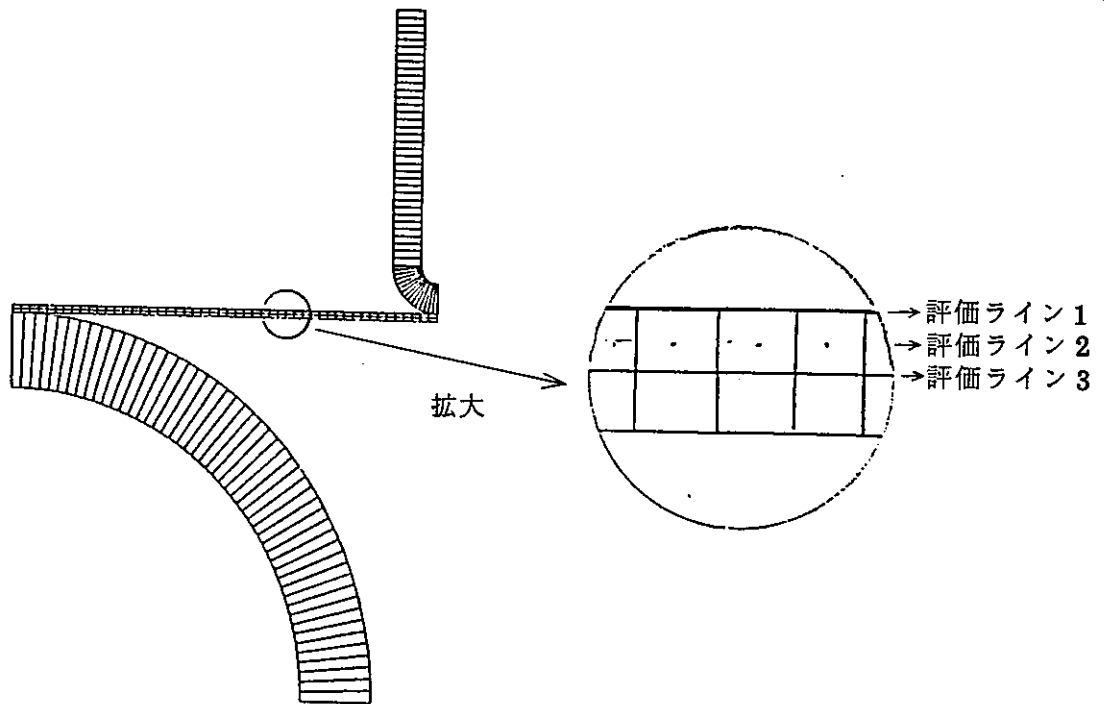
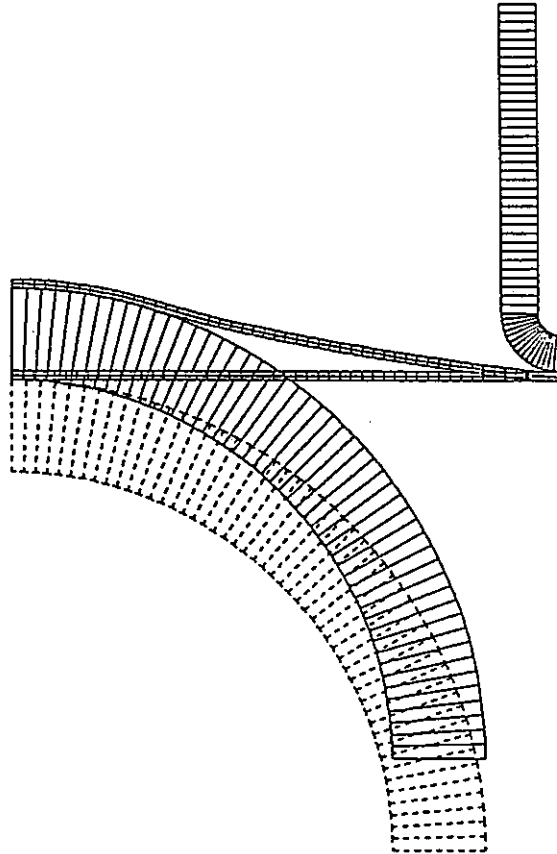


図189-4 各評価ラインの位置

FINAS
DEFORMED SHAPE



STEP NO. 700



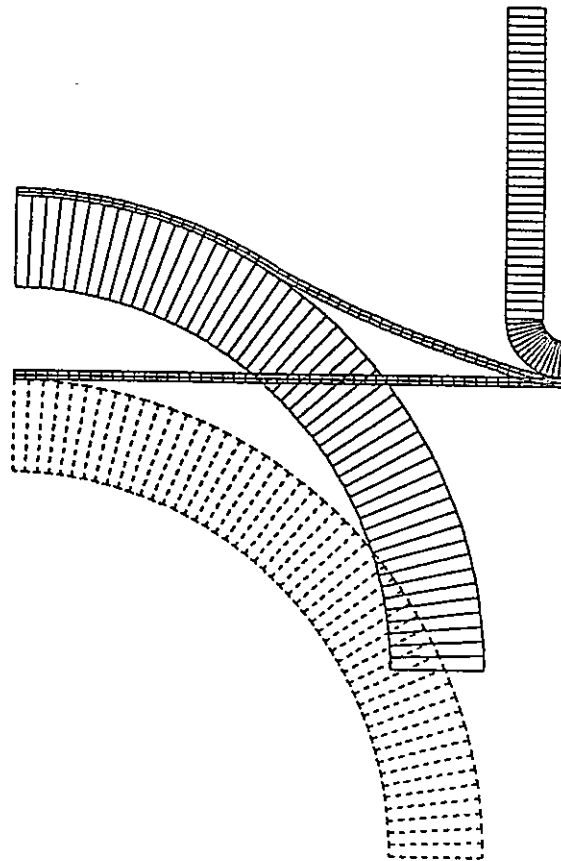
DISP. SCALE  20.0000
GEOM. SCALE  20.0000

PLATE FORMING

図189-5 押し込み量10mmでの変形図

FINAS
DEFORMED SHAPE



STEP NO. 950



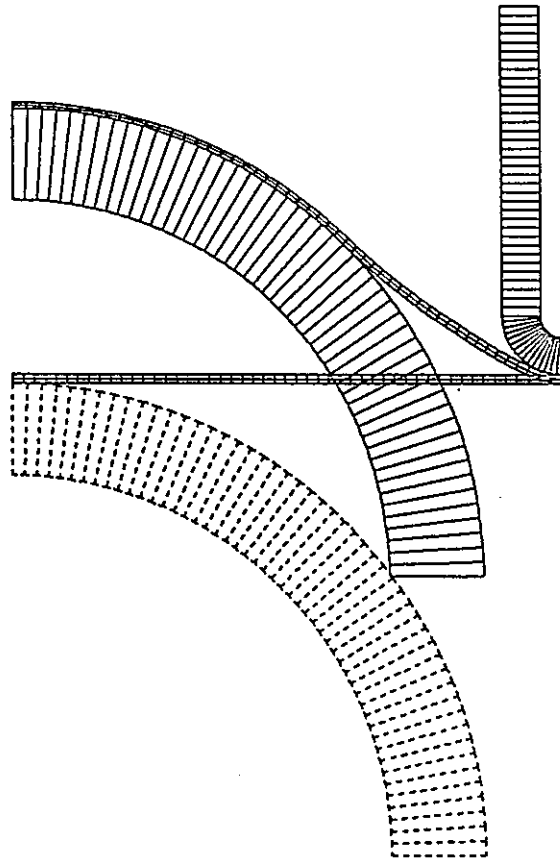
DISP. SCALE  20.0000
GEOM. SCALE  20.0000

PLATE FORMING

図189-6 押し込み量20mmでの変形図

FINAS
DEFORMED SHAPE



STEP NO. 1200


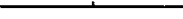
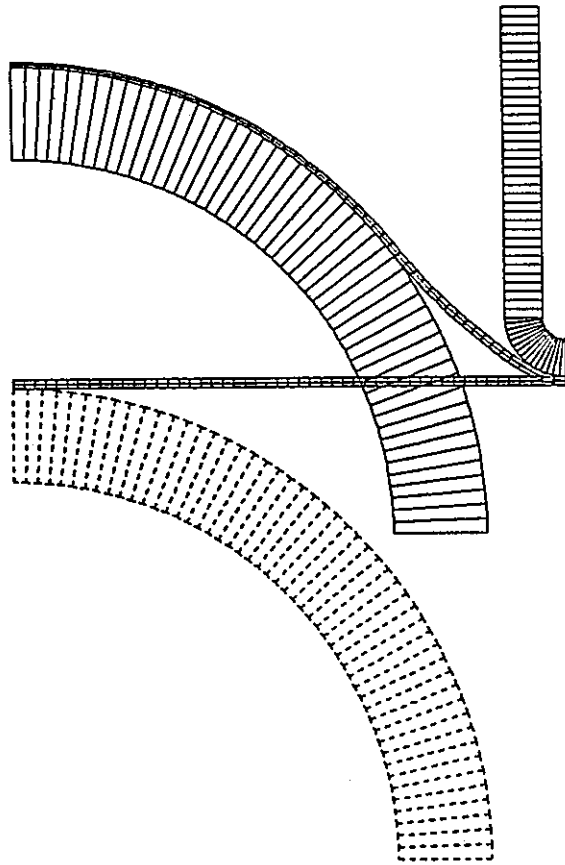
DISP. SCALE  20.0000
GEOM. SCALE  20.0000

PLATE FORMING

図189-7 押し込み量30mmでの変形図

FINAS
DEFORMED SHAPE



STEP NO. 1325



DISP. SCALE  20.0000
GEOM. SCALE  20.0000

PLATE FORMING

図189-8 押し込み量35mmでの変形図

FINAS

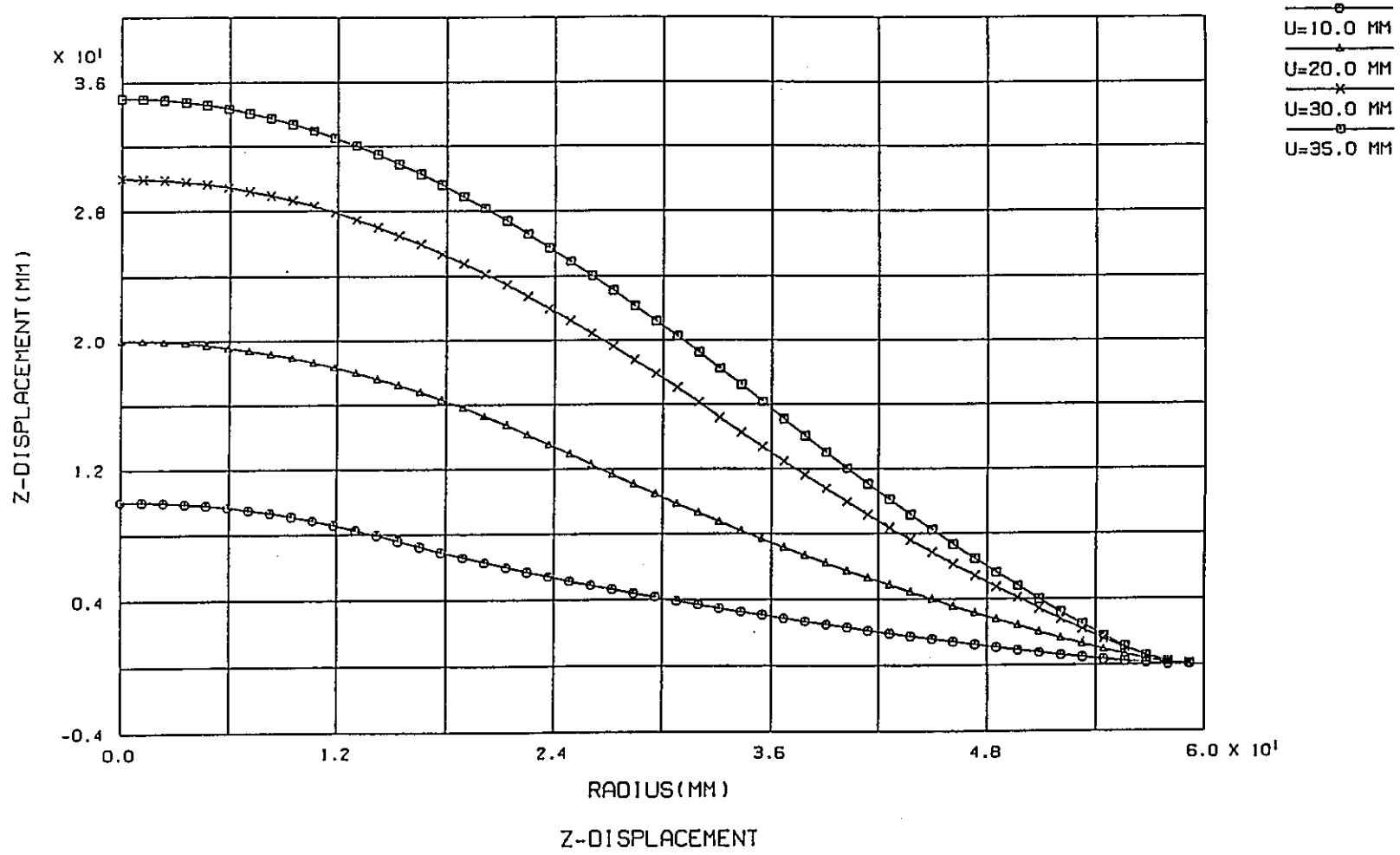
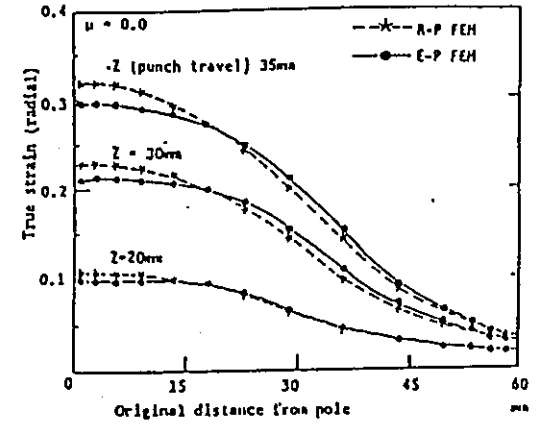
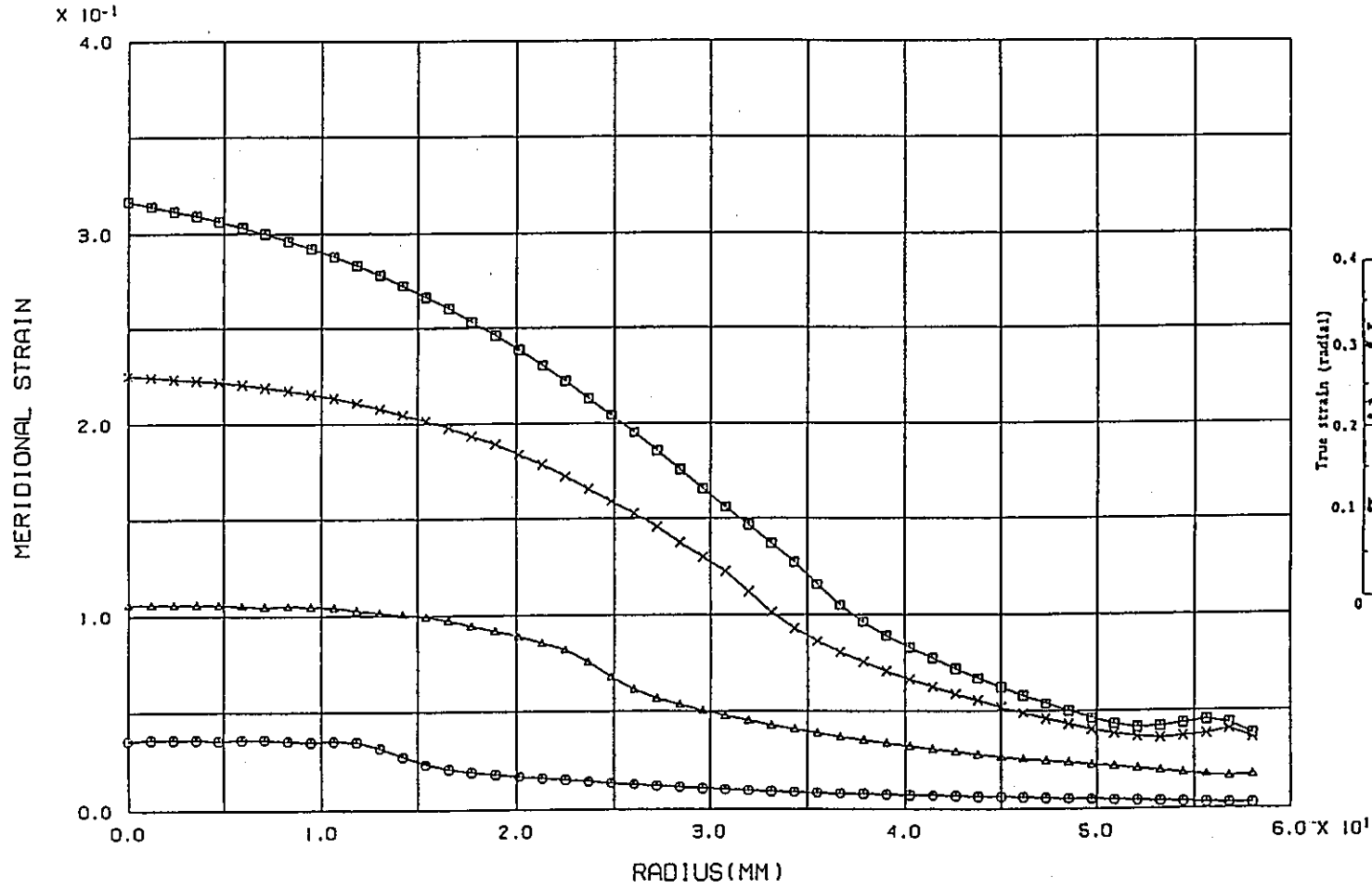


図189-9 Z方向変位分布の履歴

FINAS



文献1) 仲町5の結果

MERIDIONAL STRAIN DISTRIBUTION

図189-10 子午線方向ひずみ分布

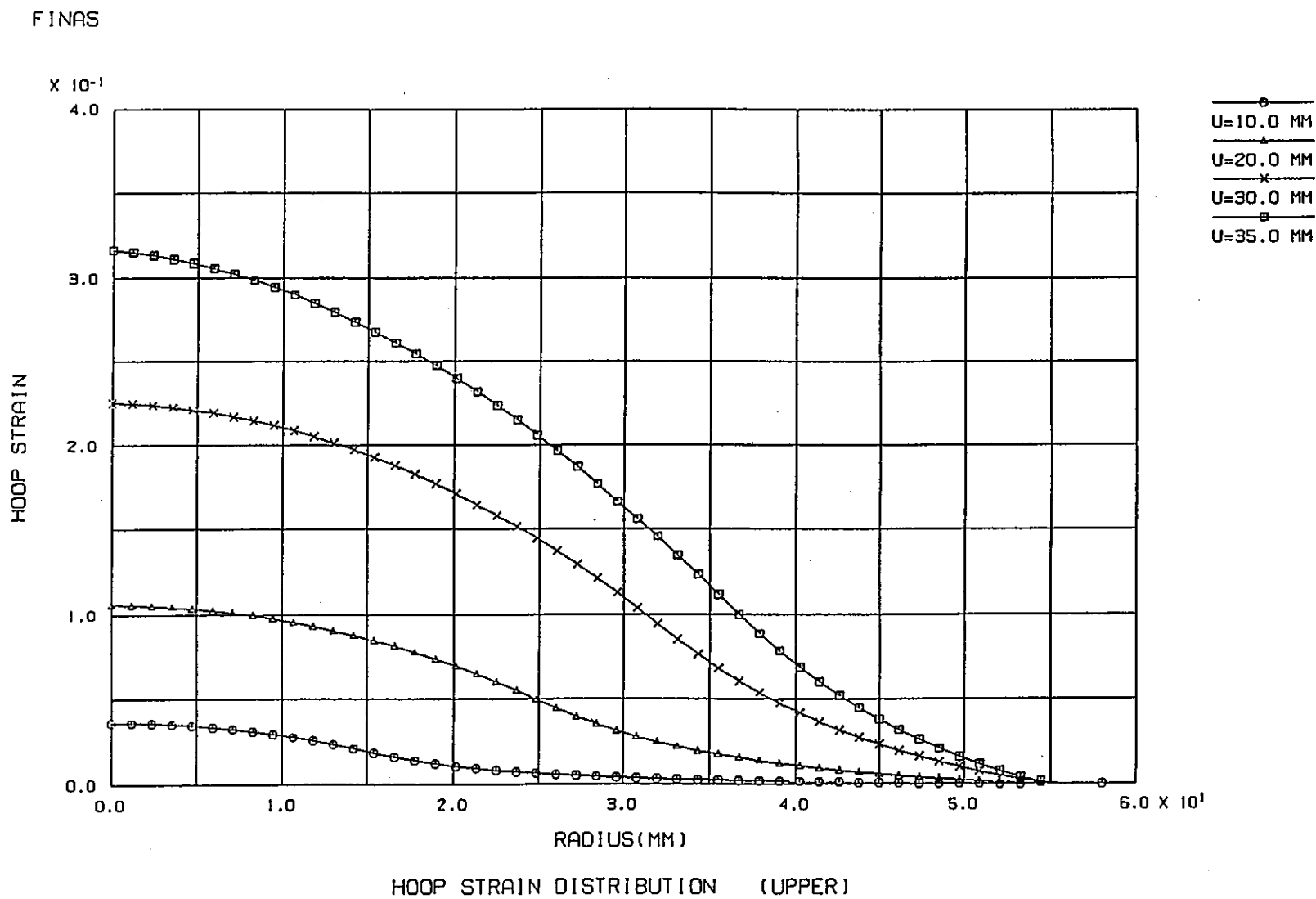


図189-11 周方向ひずみ分布

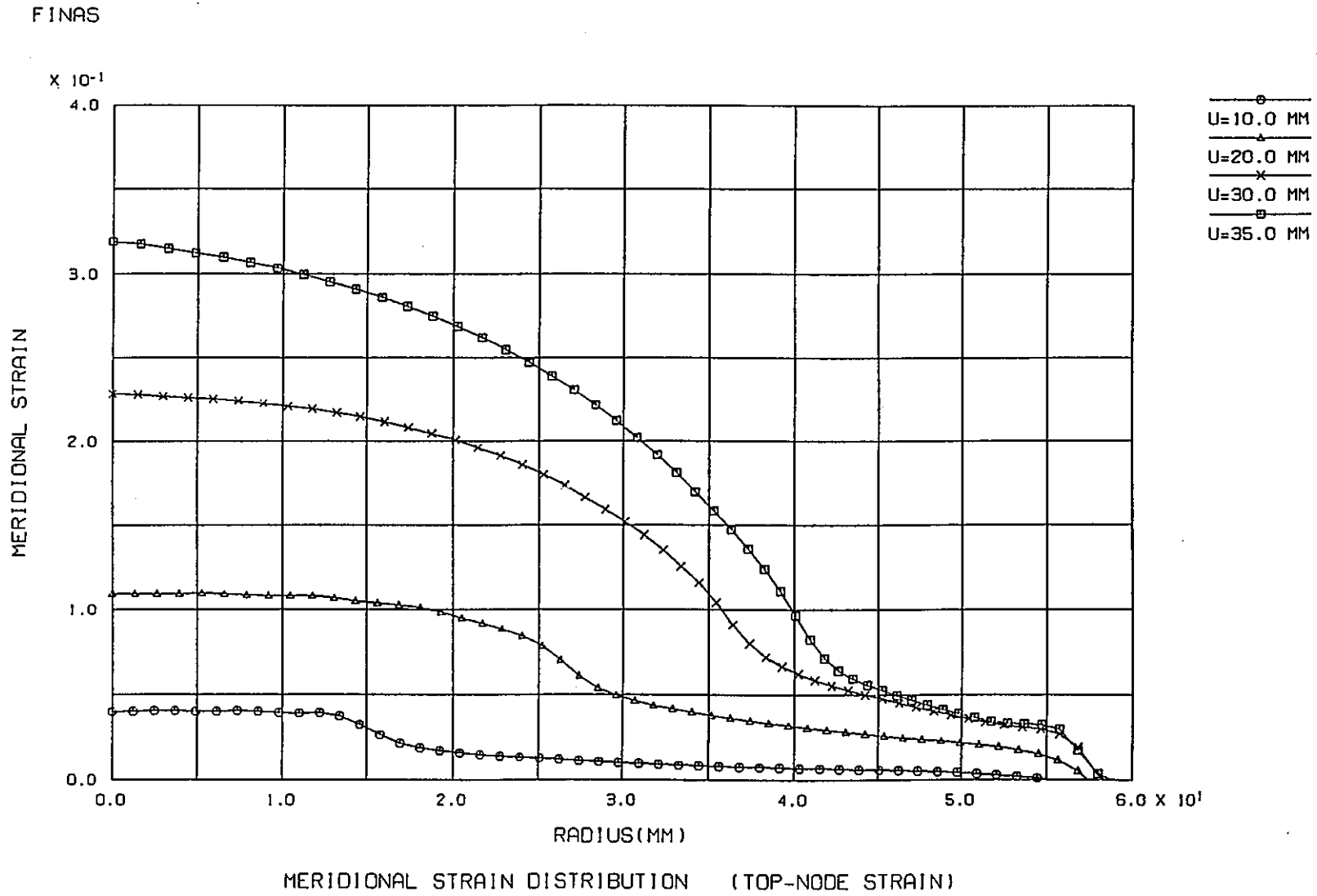
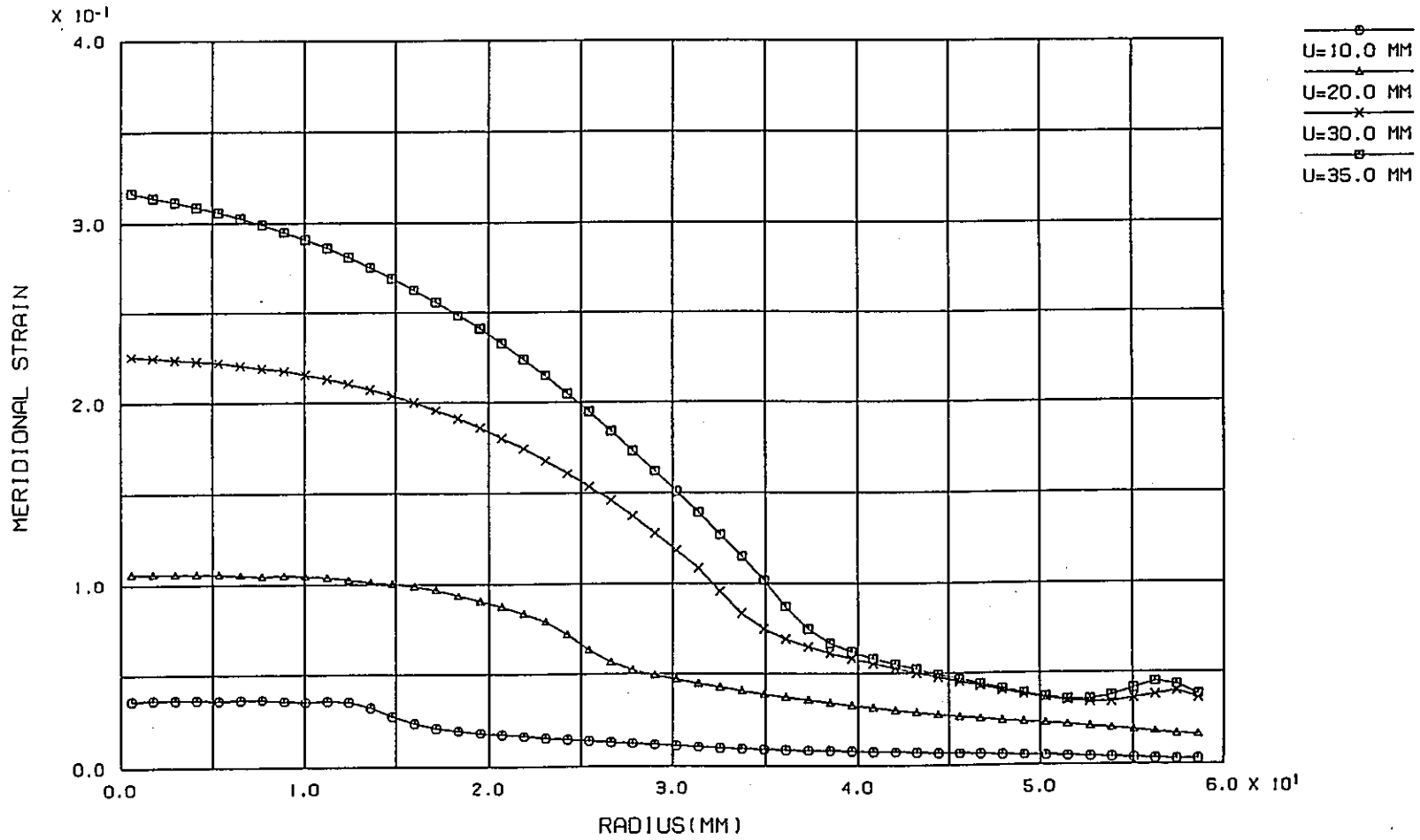


図189-12 評価ライン1に沿う子午線方向ひずみ分布

FINAS



MERIDIONAL STRAIN DISTRIBUTION (ELEMENT STRAIN)

図189-13 評価ライン2に沿う子午線方向ひずみ分布

FINAS

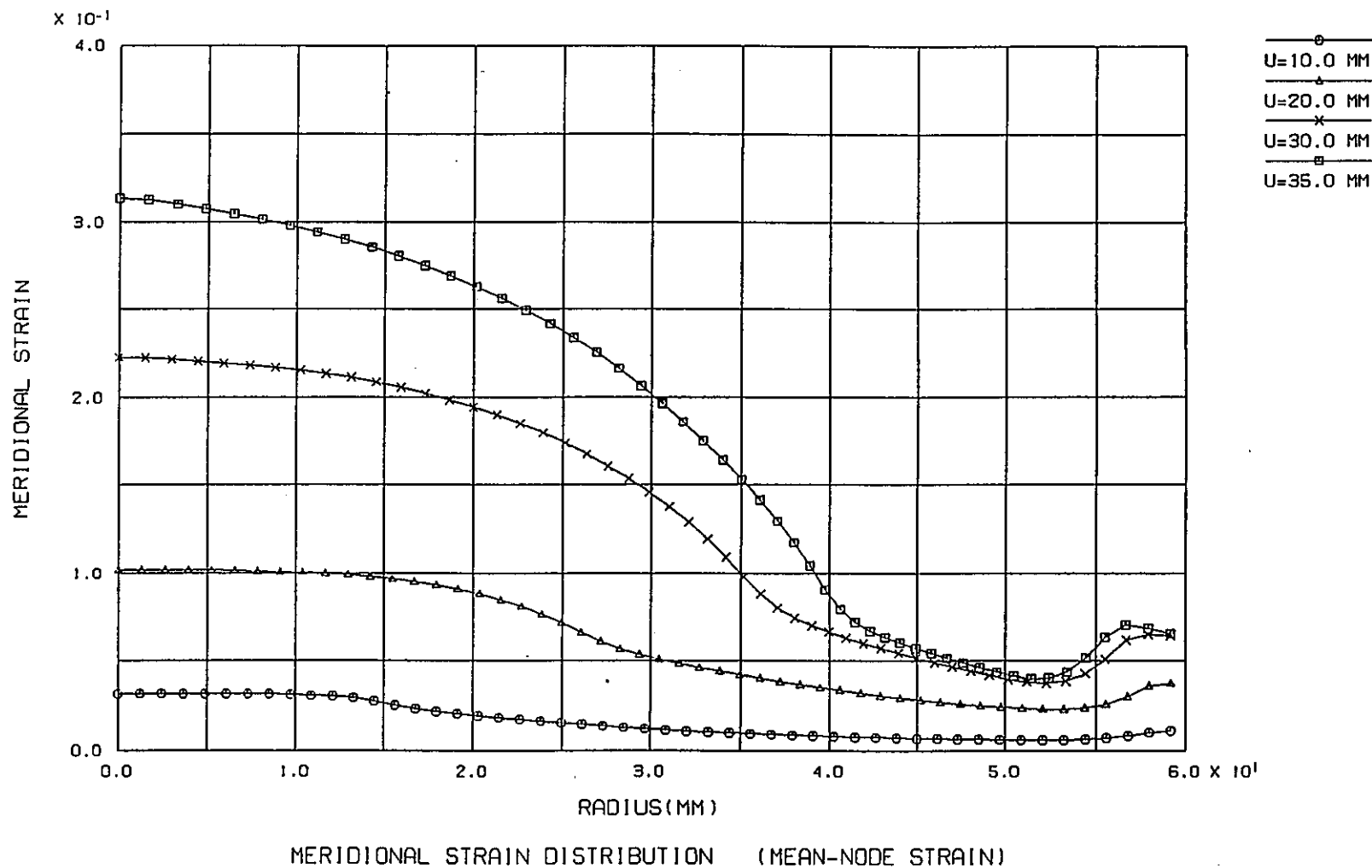


図189-14 評価ライン3に沿う子午線方向ひずみ分布

VP-190 移動マンドレルを用いた円筒キャップの引抜き塑性加工問題

(1) 目的

塑性加工問題では、材料が受ける応力、ひずみの解析が加工精度を高めるために不可欠である。加工力を求めるより加工機械および工具を設計することが可能となり、さらに機械と工具の変化を考慮して製品の寸法精度を知ることができる。また、材料に生ずる応力、ひずみの履歴を解析することにより製品強度などを予測することができる。中心軸に沿って移動する円筒キャップの加工ダイによる引き抜き加工シミュレーションを面接触機能を用いて解析し検証を行う。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・ 構造モデル

内半径6mm, 外半径8.4mm, 長さ21.4mmの円筒キャップを中心軸(Z軸)方向に移動リング形のダイにより引抜き加工を行う。

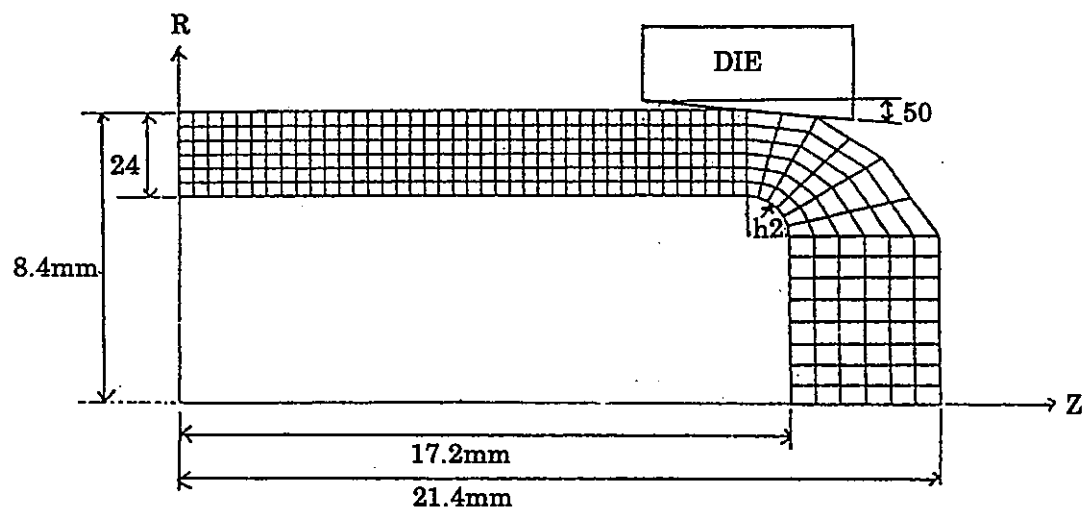


図190-1 構造モデル

・ 使用要素

- QAX4 : 4節点四辺形軸対称要素
- LCONT2 : 2節点辺接触要素

・有限要素モデル

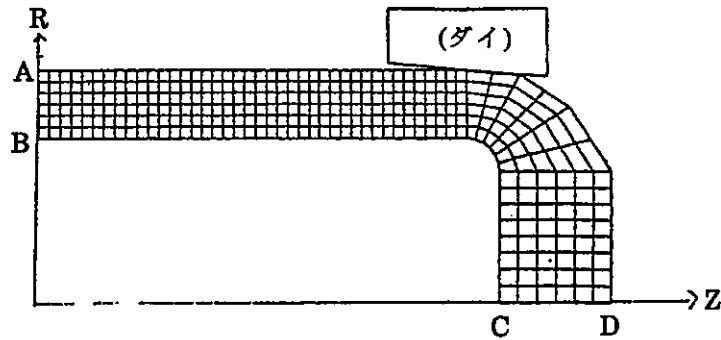


図190-2 有限要素モデル

b) 材料定数

・円筒部

弾性係数 : $E=7.031 \times 10^3 \text{kg/mm}^2$

ポアソン比 : $\nu=0.3$

降伏応力 : $\sigma_Y=20.0 \text{kg/mm}^2$

加工硬化係数 : $H'=232.0 \text{kg/mm}^2$

・ダイ部

弾性係数 : $E=7.031 \times 10^3 \text{kg/mm}^2$

ポアソン比 : $\nu=0.3$

c) 境界条件

- ・円筒R軸 (A-B) U_Z 拘束
- ・円筒内面 (B-D) 法線方向変位拘束
- ・円筒Z軸 (C-D) U_R 拘束
- ・ダイ U_R 拘束、 U_Z 強制変位(0~-12.0mm)
- ・接触面 摩擦係数 $\mu=0.3$

d) 解析条件

ダイの強制変位 0~12mm を 500ステップの等分割で負荷する。大変形機能は Updated Lagrangian 定式を用いる。

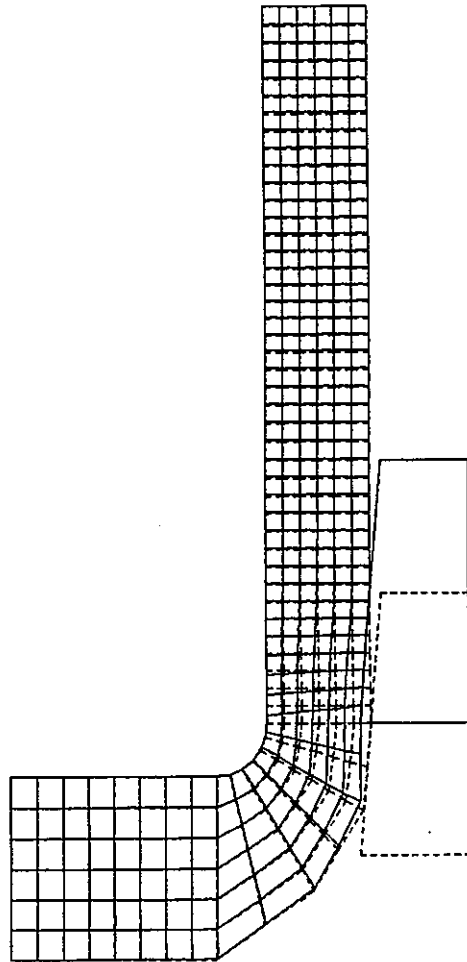
(3) 解析結果

図190-3~6は引き抜き量3mm,6mm,9mm、12mmでの変形図を表している。また図190-7~10は相当塑性ひずみの分布を表している。


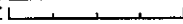
(5) 参考文献

- 1) Y. Huang, Y. Hwa, T. Hirakawa, Y. Yamada, "The elastic-plastic analysis of close-path drawing of tube with moving mandrel", Proc. 3rd Internatinal conference steel roil, 1985, p. 515~520.

FINAS
DEFORMED SHAPE



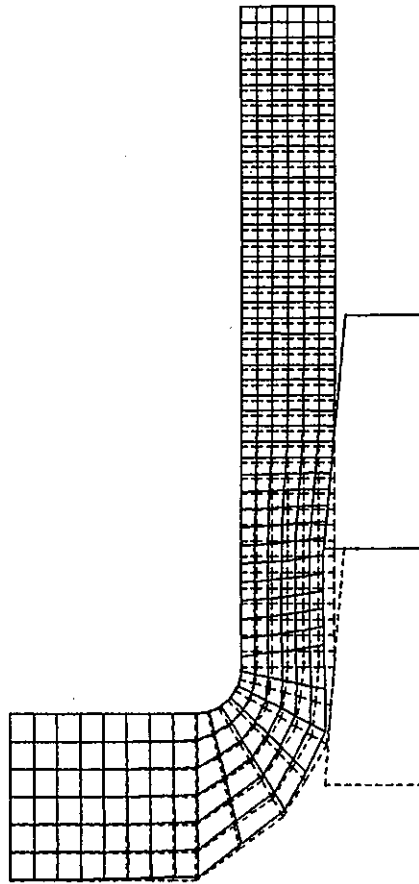
STEP NO. 125


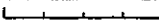
DISP. SCALE  4.00000
GEOM. SCALE  4.00000

VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-3 引き抜き量3mmでの変形図

FINAS
DEFORMED SHAPE



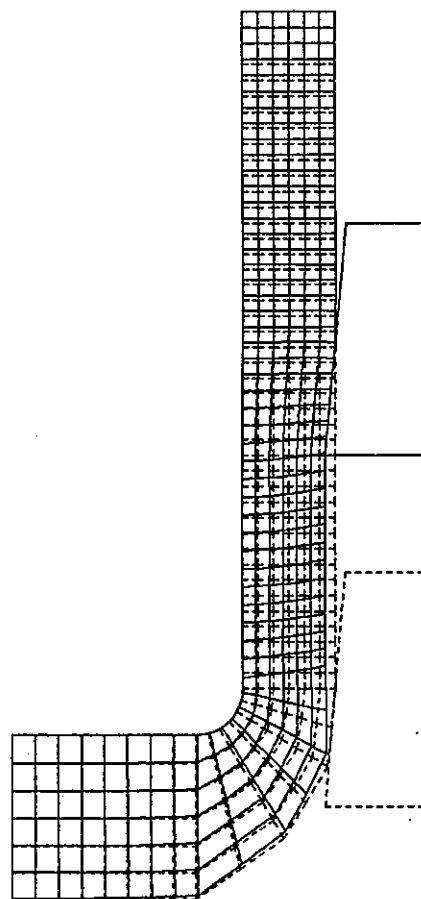
DISP. SCALE  4.00000
GEOM. SCALE  4.00000


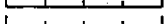
STEP NO. 250

VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-4 引き抜き量6mmでの変形図

FINAS
DEFORMED SHAPE



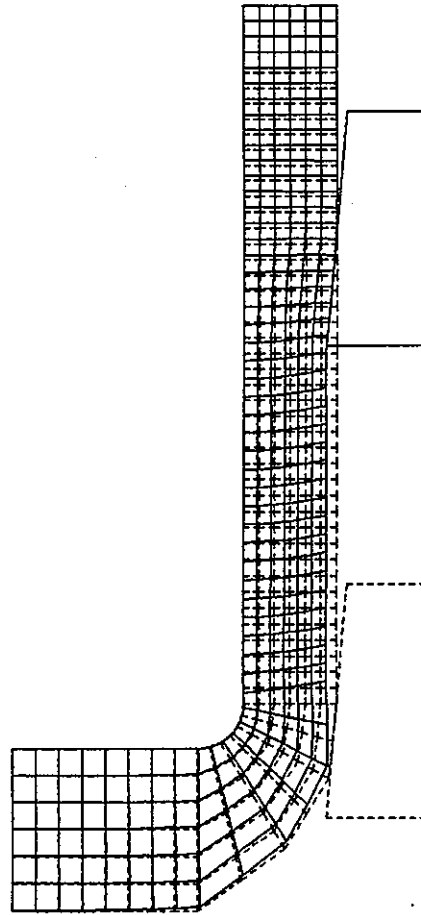
DISP. SCALE  4.00000
GEOM. SCALE  4.00000

STEP NO. 375



VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-5 引き込み量9mmでの変形図

FINAS
DEFORMED SHAPE



STEP NO. 500

DISP. SCALE  4.00000
GEOM. SCALE  4.00000

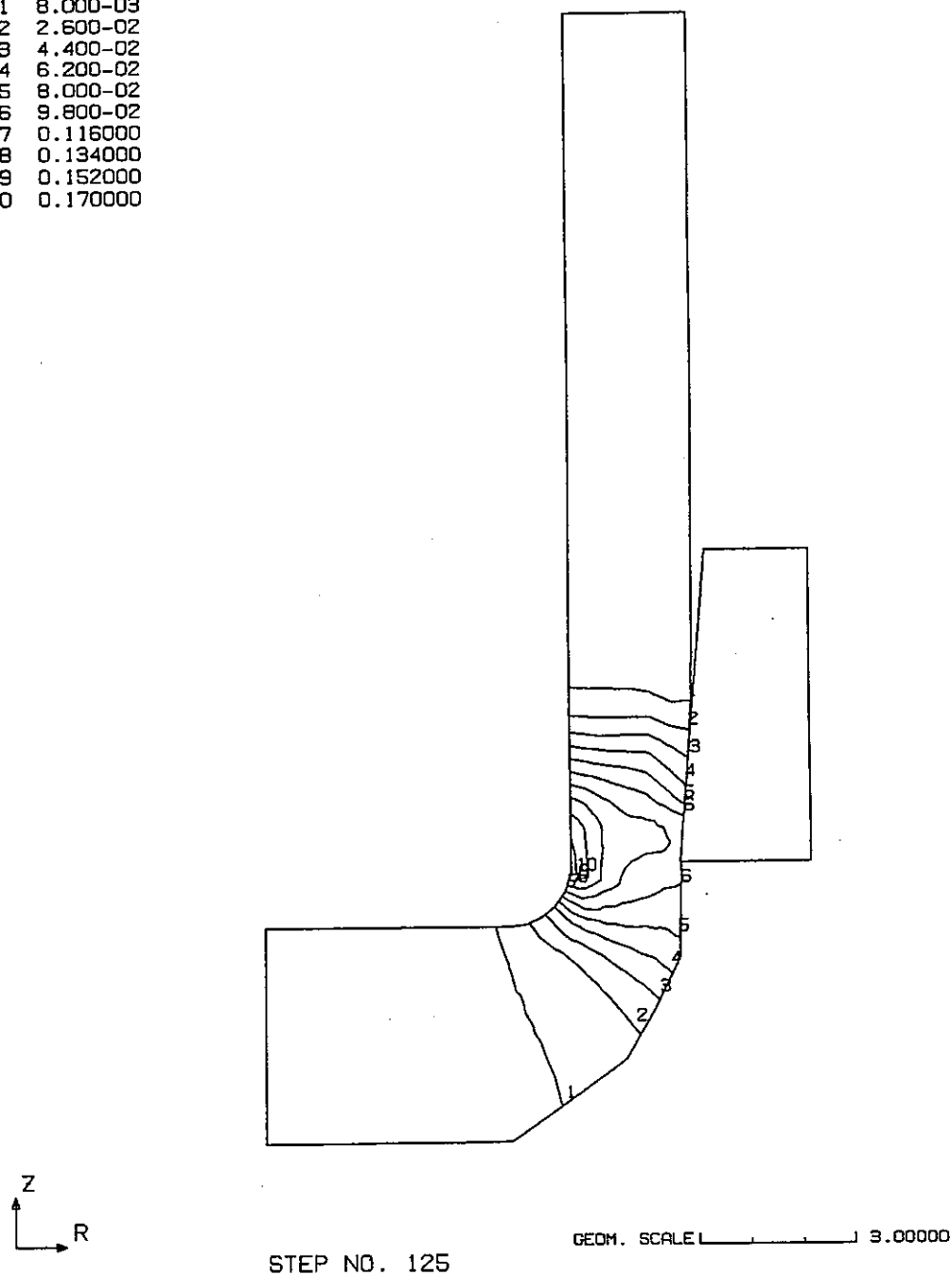
VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-6 引き抜き量12mmでの変形図

FINAS
EQUIVALENT PLASTIC STRAIN

CONTOUR VALUES

1	8.000-03
2	2.600-02
3	4.400-02
4	6.200-02
5	8.000-02
6	9.800-02
7	0.116000
8	0.134000
9	0.152000
10	0.170000



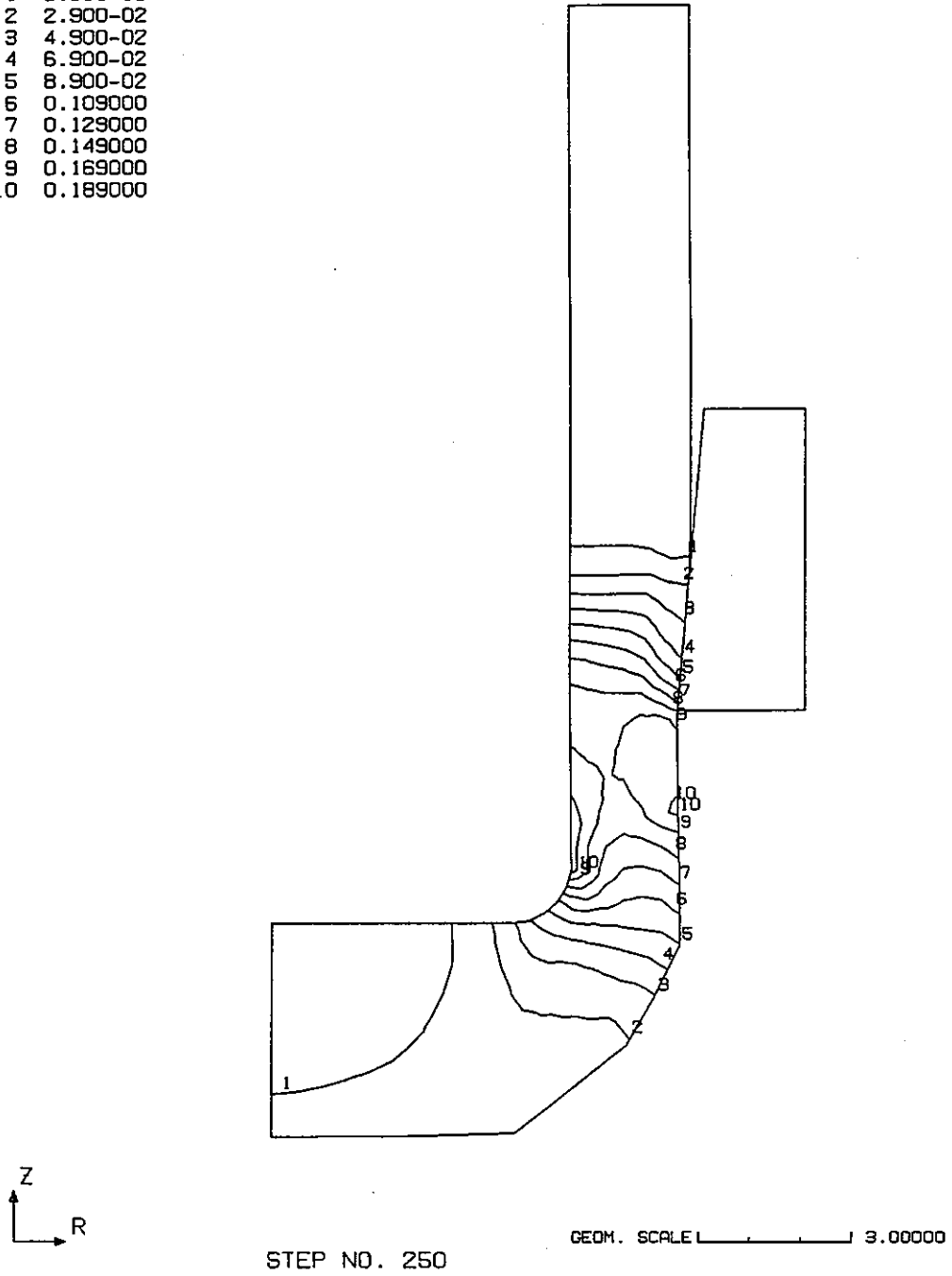
VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-7 引き抜き量3mmでの相当塑性ひずみ分布図

FINAS
EQUIVALENT PLASTIC STRAIN

CONTOUR VALUES

- 1 9.000-03
- 2 2.900-02
- 3 4.900-02
- 4 6.900-02
- 5 8.900-02
- 6 0.109000
- 7 0.129000
- 8 0.149000
- 9 0.169000
- 10 0.189000



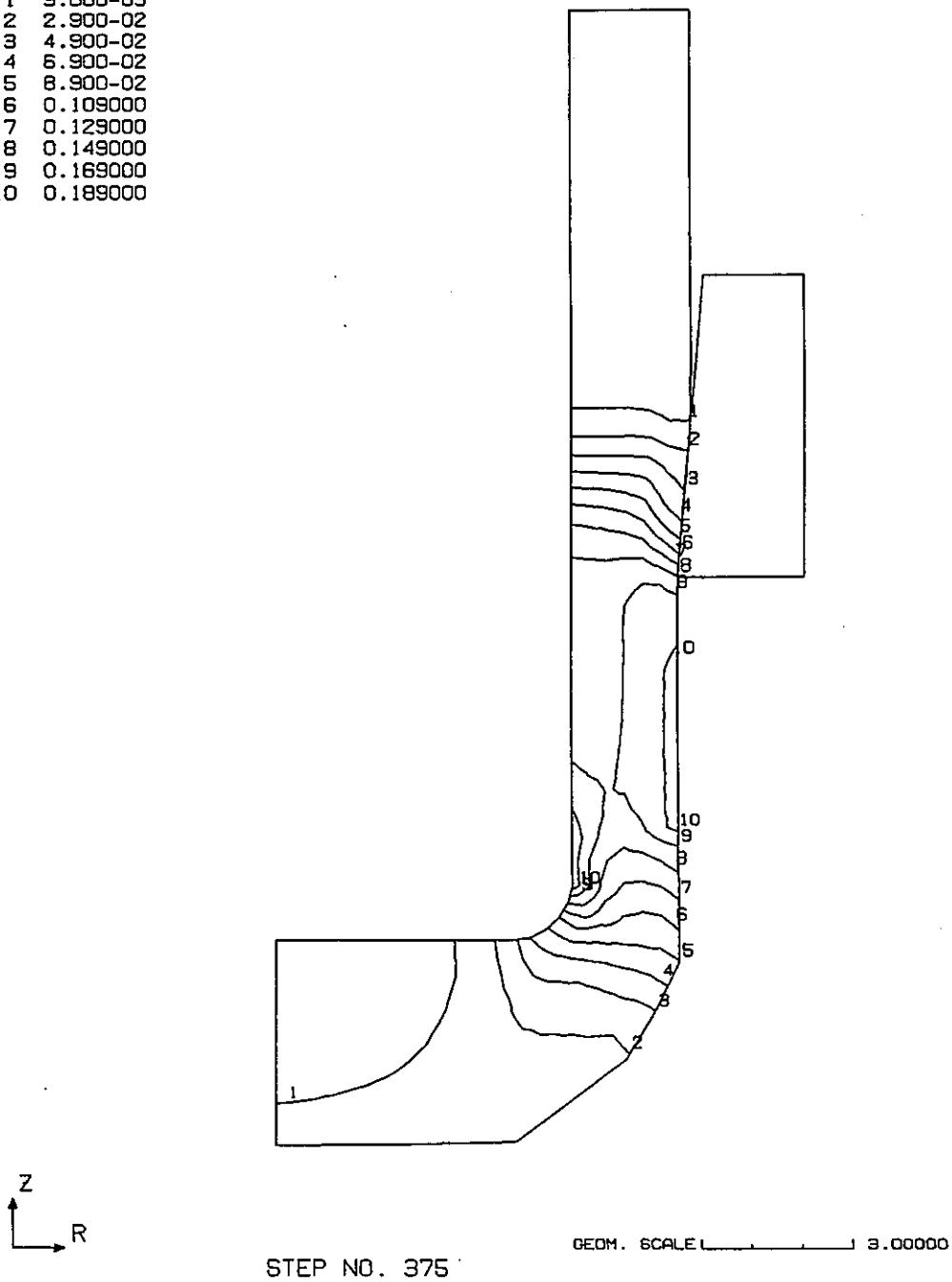
VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-8 引き抜き量6mmでの相当塑性ひずみ分布図

FINAS
EQUIVALENT PLASTIC STRAIN

CONTOUR VALUES

- 1 9.000-03
- 2 2.900-02
- 3 4.900-02
- 4 6.900-02
- 5 8.900-02
- 6 0.109000
- 7 0.129000
- 8 0.149000
- 9 0.169000
- 10 0.189000



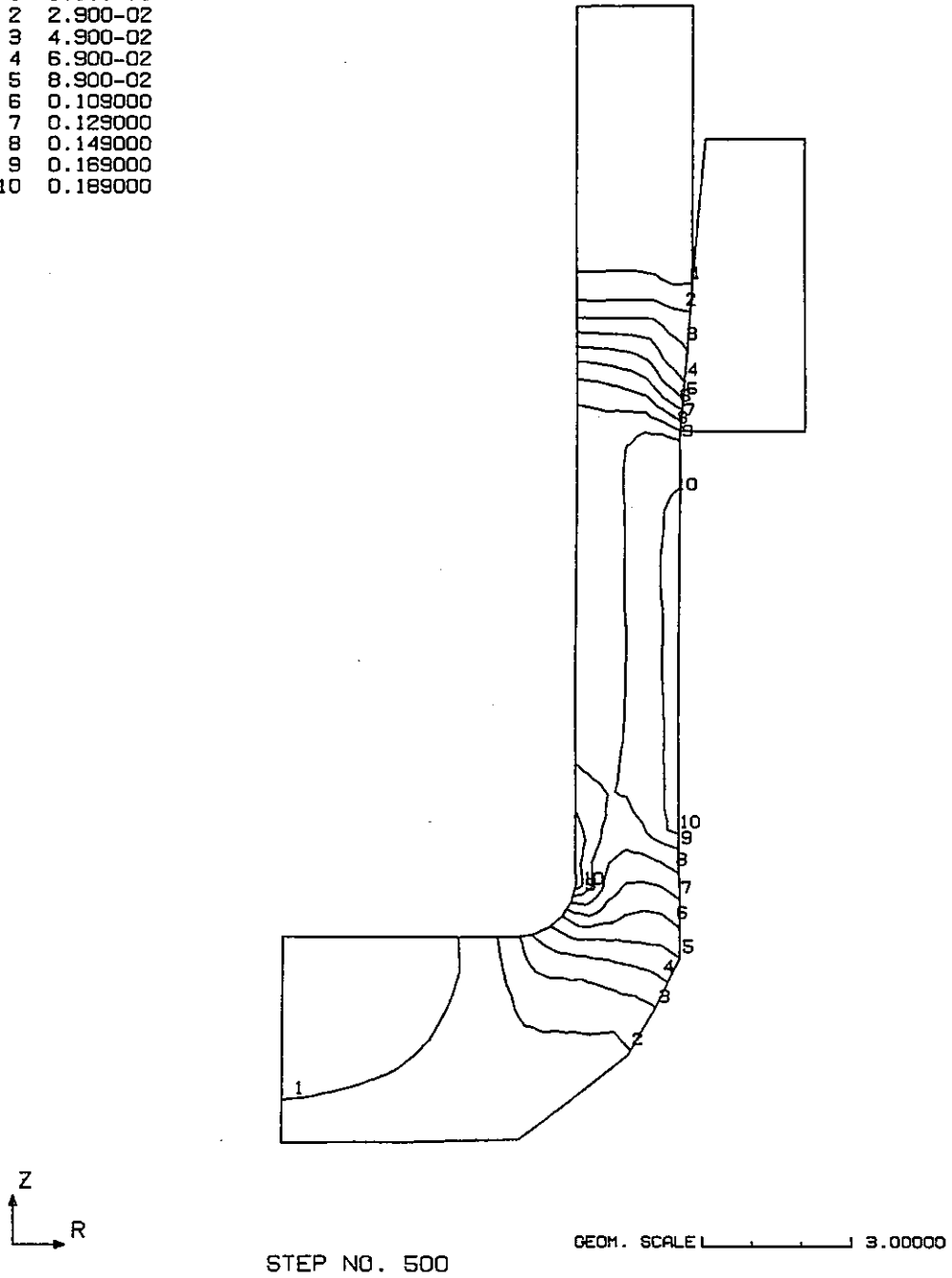
VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-9 引き抜き量9mmでの相当塑性ひずみ分布図

FINAS
EQUIVALENT PLASTIC STRAIN

CONTOUR VALUES

1	9.000-03
2	2.900-02
3	4.900-02
4	6.900-02
5	8.900-02
6	0.109000
7	0.129000
8	0.149000
9	0.169000
10	0.189000



VP-190 DRAWING OF TUBE WITH MOVING MANDREL (LCONT2)

図190-10 引き抜き量12mmでの相当塑性ひずみ分布図

VP191 Mod. 9Cr-1Mo 鋼データライブラリを利用した時間硬化則クリープ問題

(1) 目的

材料データライブラリに新たに組込んだ Mod. 9Cr-1Mo 鋼 (NT材) のクリープ式を利用し、時間硬化則による弾性クリープ解析を行い、FINASの解と理論解との比較を行う。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・ 構造モデル

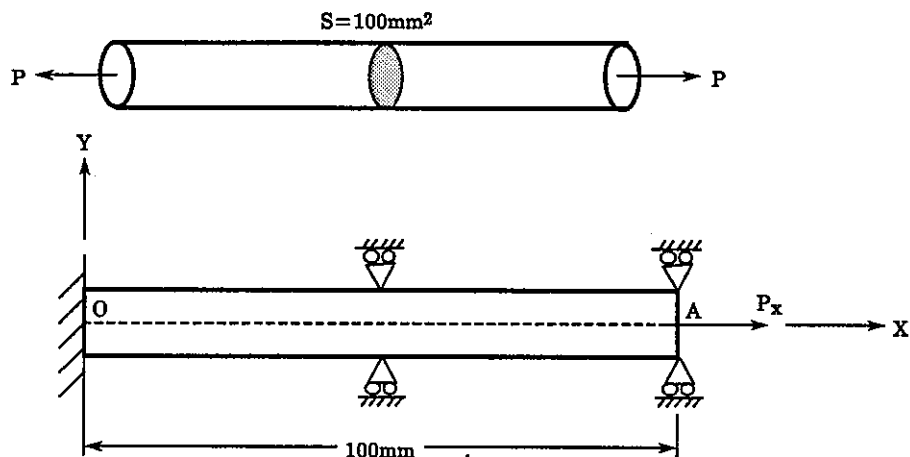


図191-1 構造モデル

・ 使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

・ 有限要素モデル

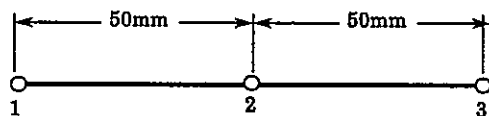


図191-2 有限要素モデル

b) 材料定数

表191-1に弾性特性及び表191-2にクリープひずみ式を示す。なお、クリープ則は時間硬化則を用い、材料参照温度は550℃である。

表191-1 Mod.9Cr-1Mo鋼 (NT材)のヤング係数、ポアソン比、線膨張係数

温度 (°C)	ヤング係数 (kg/mm ²)	ポアソン比	線膨張係数 (1/°C)
20	22720	0.300	10.48×10^{-6}
50	22300	0.300	10.72×10^{-6}
100	21600	0.300	11.12×10^{-6}
150	20900	0.300	11.50×10^{-6}
200	20200	0.300	11.86×10^{-6}
250	19500	0.300	12.21×10^{-6}
300	18800	0.300	12.53×10^{-6}
350	18100	0.300	12.83×10^{-6}
400	17400	0.300	13.12×10^{-6}
450	16700	0.300	13.38×10^{-6}
500	16200	0.302	13.63×10^{-6}
550	15700	0.306	13.86×10^{-6}
600	15200	0.310	14.07×10^{-6}
650	14700	0.314	14.28×10^{-6}

表191-2 Mod.9Cr-1Mo鋼 (NT材) のクリープひずみ式

$\epsilon^c = c_1(1 - e^{-r_1 t}) + c_2(1 - e^{-r_2 t}) + \epsilon_m t$														
<p>ここで</p> $r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56658}, \quad r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$														
$c_1 = 0.30546 \epsilon_m^{0.59235} r_1, \quad c_2 = 0.26505 \epsilon_m^{0.81657} r_2$														
$\epsilon_m = F t_R^{-1.09319}$														
$\log_{10} \alpha_R t_R = B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 \quad (2.0 \leq \sigma)$														
<p>ただし、$0 \leq \sigma \leq 2.0$ に対しては、$r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \epsilon_m = 0$</p>														
<p><使用単位> ϵ^c(mmmm)、σ(kgmm²)、t(hr)、T(°C)</p>														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; text-align: center;">温度(°C)</td> <td style="text-align: center;">375 ≤ T ≤ 650</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">パラメータ</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">F</td> <td style="text-align: center;">$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B₀</td> <td style="text-align: center;">-29.11460 + 31808.82(T+273.15)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B₁</td> <td style="text-align: center;">3055.52(T+273.15)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B₂</td> <td style="text-align: center;">-5148.248(T+273.15)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">α_R</td> <td style="text-align: center;">MATERIALデータ B₁₂カードで指定した値。B₁₂カードのα_Rが無記入の場合は1.0</td> </tr> </table>	温度(°C)	375 ≤ T ≤ 650	パラメータ		F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$	B ₀	-29.11460 + 31808.82(T+273.15)	B ₁	3055.52(T+273.15)	B ₂	-5148.248(T+273.15)	α _R	MATERIALデータ B ₁₂ カードで指定した値。B ₁₂ カードのα _R が無記入の場合は1.0
温度(°C)	375 ≤ T ≤ 650													
パラメータ														
F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$													
B ₀	-29.11460 + 31808.82(T+273.15)													
B ₁	3055.52(T+273.15)													
B ₂	-5148.248(T+273.15)													
α _R	MATERIALデータ B ₁₂ カードで指定した値。B ₁₂ カードのα _R が無記入の場合は1.0													

c) 境界条件 (図191-1参照)

0点について $u_x = u_y = u_z = 0$

0Aに沿って $u_y = u_z = 0$

d) 負荷条件

・機械荷重

A点について $P_x = 1000\text{Kg}$

・クリープ時間

最大クリープ時間 10000時間

(3) 解析結果

表 191-3に10000時間後の応力、弾性ひずみ、クリープひずみを理論解とともに示す。

表1.191-3 解析結果

	FINASの解	理論解
応力 (Kg/mm ²)	1.0000E+01	10.0
弾性ひずみ	6.3694E-04	6.36943×10 ⁻⁴
クリープひずみ	7.2511E-04	7.25 110×10 ⁻⁴

(4) 考 察

FINASの解と理論解は完全に一致しており、これよりMod.9Cr-1Mo鋼のクリープ式を用いた、時間硬化則による弾性クリープ解析が正しく作動したことが確認された。

VP192 Mod.9Cr-1Mo 鋼データライブラリを利用した弾塑性問題

(1) 目的

材料データライブラリに新たに組込んだ Mod.9Cr-1Mo 鋼 (NT材) の単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性解析を行ない、関数型弾塑性解析機能の検証をおこなう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

- ・ 構造モデル

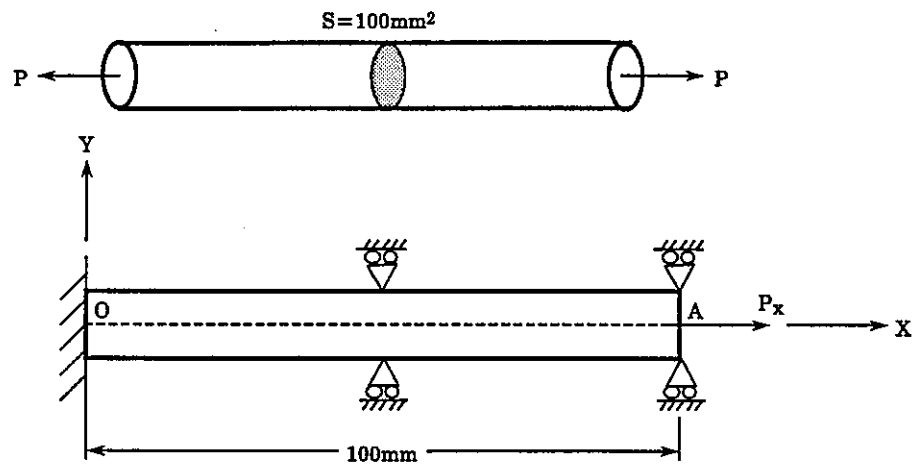


図192-1 構造モデル

- ・ 使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

- ・ 有限要素モデル

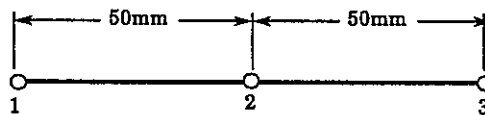


図192-2 有限要素モデル

b) 材料定数

表192-1に単調応力-ひずみ関係式を示す。なお、材料の参照温度は550℃とする。また塑性に関する硬化則は等方硬化とする。

表192-1 Mod.9Cr-1Mo鋼 (NT材)の単調応力、ひずみ関係式

<p>(1) $\sigma \leq \sigma_p$ のとき</p> $\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$ $\varepsilon_p = 0$ <p>(2) $\sigma > \sigma_p$ のとき</p> $\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$ $\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}}$ <p><使用単位></p> $\varepsilon_e(\text{mmmm}), \varepsilon_p(\text{mmmm}), \sigma(\text{kgmm}^2)$ <p><適用限界></p> $\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\text{max}} \leq 0.03(\text{mmmm})$	
パラメータ	温度(°C)
	$300 \leq T \leq 650$
$E(\text{kgmm}^2)$	$315 \leq T < \leq 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 < T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
$\sigma_p(\text{kgmm}^2)$	$\sigma_Y - K(0.002)^n$
$\sigma_Y(\text{kgmm}^2)$	$(5.463696 \times 10^1 - 7.062338 \times 10^{-2}T + 2.567754 \times 10^{-4}T^2 - 3.526828 \times 10^{-7}T^3)\alpha_Y$
$K(\text{kgmm}^2)$	$83.0 - 8.75 \times 10^{-2}T$
m	$0.417 - 5.125 \times 10^{-4}T$
α_Y	MATERIALデータ B11カードで指定した値。B11カードの α_Y が無記入の場合は1.0

c) 境界条件

0点について $u_x = u_y = u_z = 0$

0Aに沿って $u_y = u_z = 0$

d) 負荷条件

・機械荷重

A点について $P_x = 4100\text{Kg}$

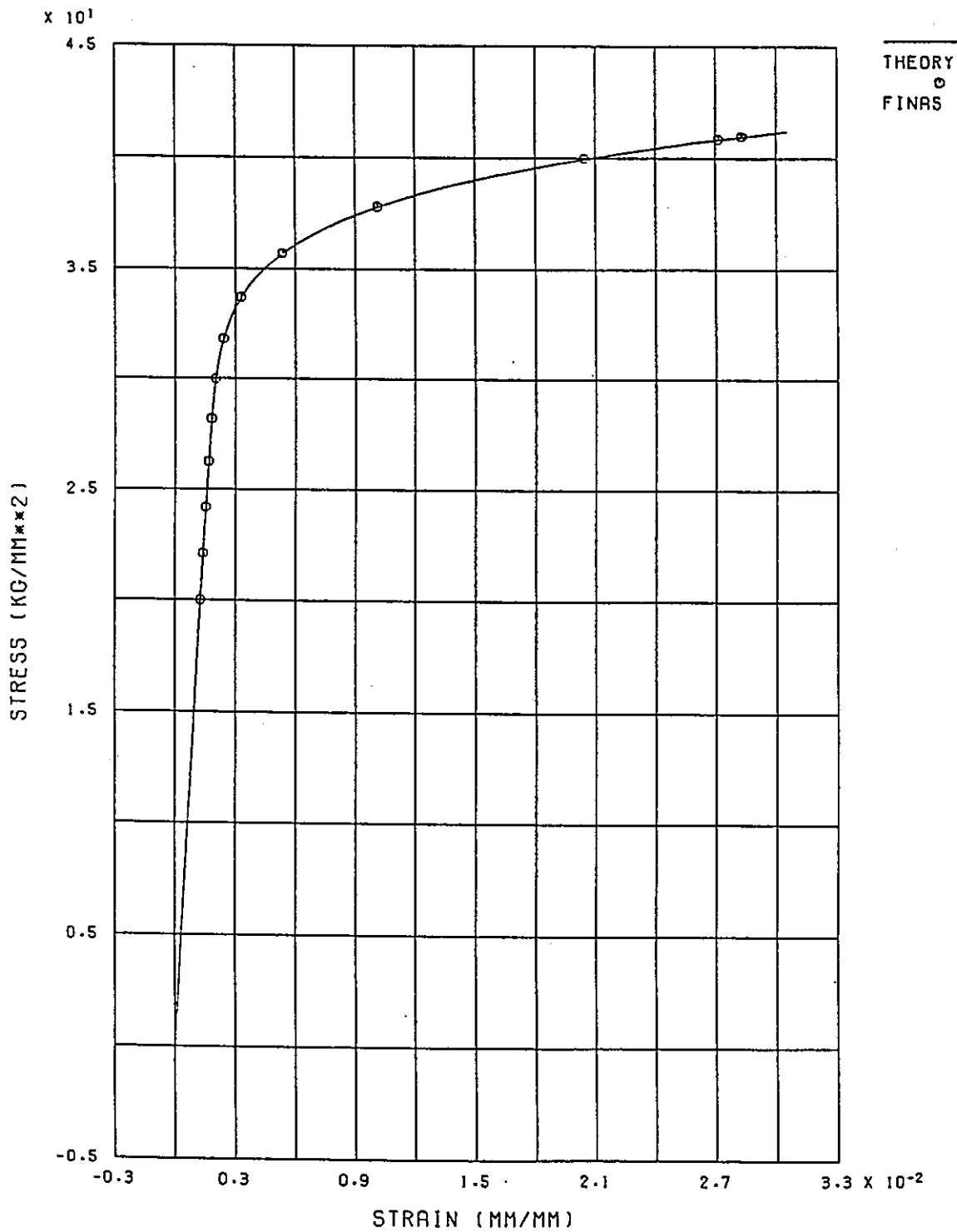
(3) 解析結果

図192-3 に応力-ひずみ曲線を理論解とともに示す。

(4) 考 察

FINASの解と理論解は完全に一致しており、これよりMod.9Cr-1Mo鋼の単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性解析が正しく作動したことが確認された。

FINAS



STRESS-STRAIN CURVE (MOD.9CR-1MO,REF.TEMP=550)

図192-3 応力-ひずみ曲線図

VP-193 荷重増分自動決定機能を用いたベローズ弾塑性解析

(1) 目的

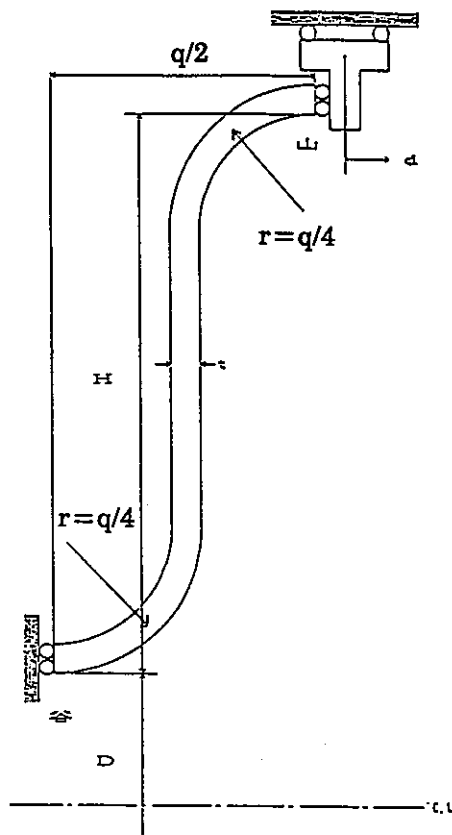
半山ベローズの弾塑性解析に対して荷重増分自動決定機能を用いて計算機能の妥当性を検討する。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・ 構造モデル

図193-1に示されるような半山ベローズの山部に軸変位を与える。



山高	H=	60mm
ピッチ	q=	50mm
板厚	t=	2.0mm
谷内径	D=	1100mm
軸変位	d=	2.62mm

図193-1 構造モデル

・ 使用要素

CONIC2

: 2節点円錐台シェル要素

- ・有限要素モデル (図193-2参照)

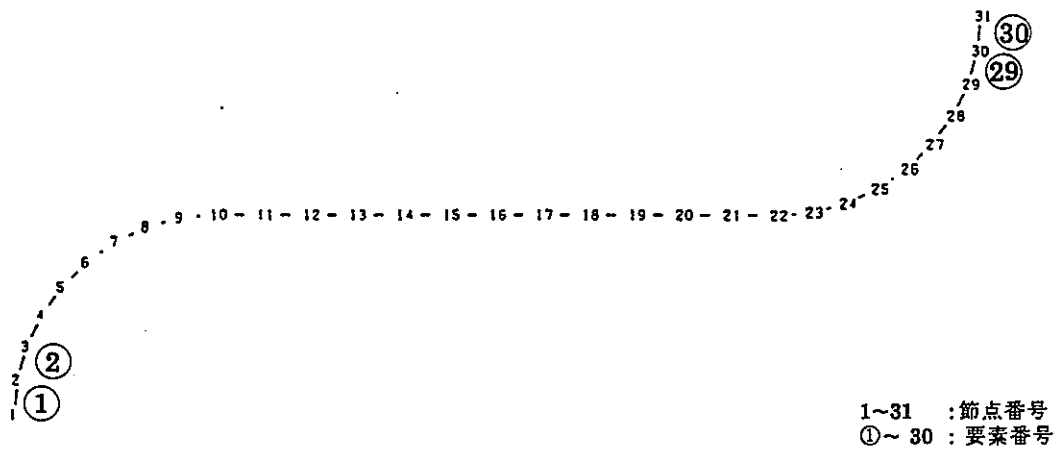


図193-2 有限要素モデル

b) 材料定数

- ・ FINAS材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS316の単調応力ひずみ関係式($\alpha Y=1.0$)を用いる。参照温度は550とする。
- ・ 塑性の硬化則は等方硬化とする。

c) 境界条件 (図193-1参照)

- 谷部(節点1) : $U_Z = \beta = 0.0$
 山部(節点31) : $U_R = 0.0$ およびZ方向に強制変位を与える。

d) 解析条件

- 山部(節点31)のZ方向変位 $U_Z = 2.62\text{mm}$ を与え荷重増分自動決定機能を用いて計算を行う。

(3) 解析結果

図193-3は最終ステップでの変形図、図193-4は節点31での荷重変位曲線図、図193-5から図193-8は谷部(要素1)および山部(要素30)の内外表面における子午線応力ひずみ曲線図、周方向応力ひずみ曲線、Misesの相当応力子午線方向ひずみ曲線図、Misesの相当応力周方向ひずみ曲線図を示したものである。また図193-9は FINASEXECUTION SUMMARを示したものである。

なお、すべての図において通常の方法(ユーザが荷重増分を直接入力)と荷重増分自動決定機能を適用した方法との比較が示されている。

FINAS
DEFORMED SHAPE

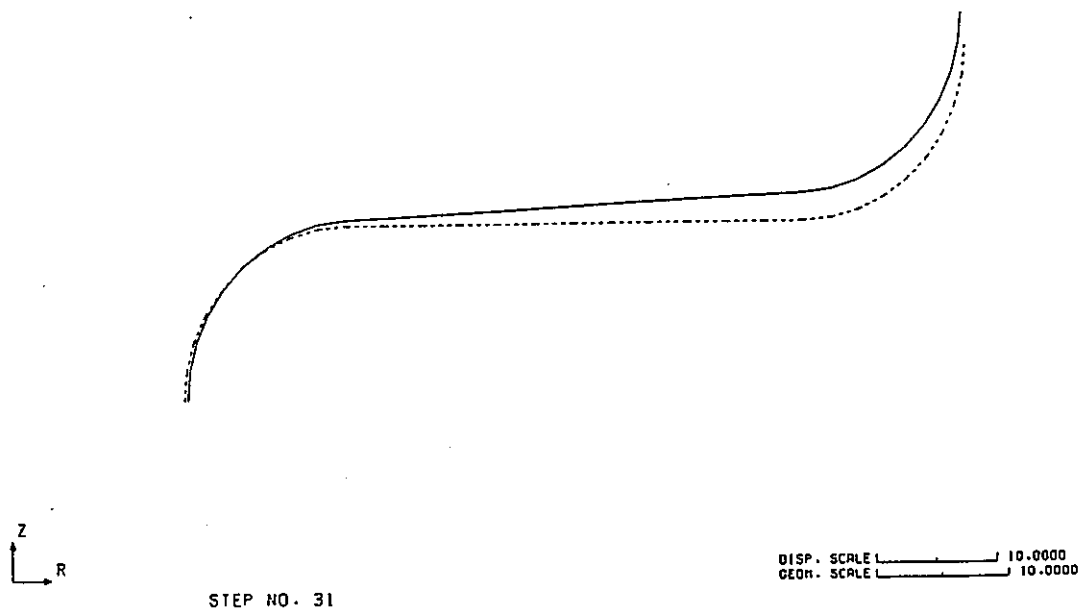


図193-3(a) 最終ステップの変形図 (荷重増分直接入力)

FINAS
DEFORMED SHAPE

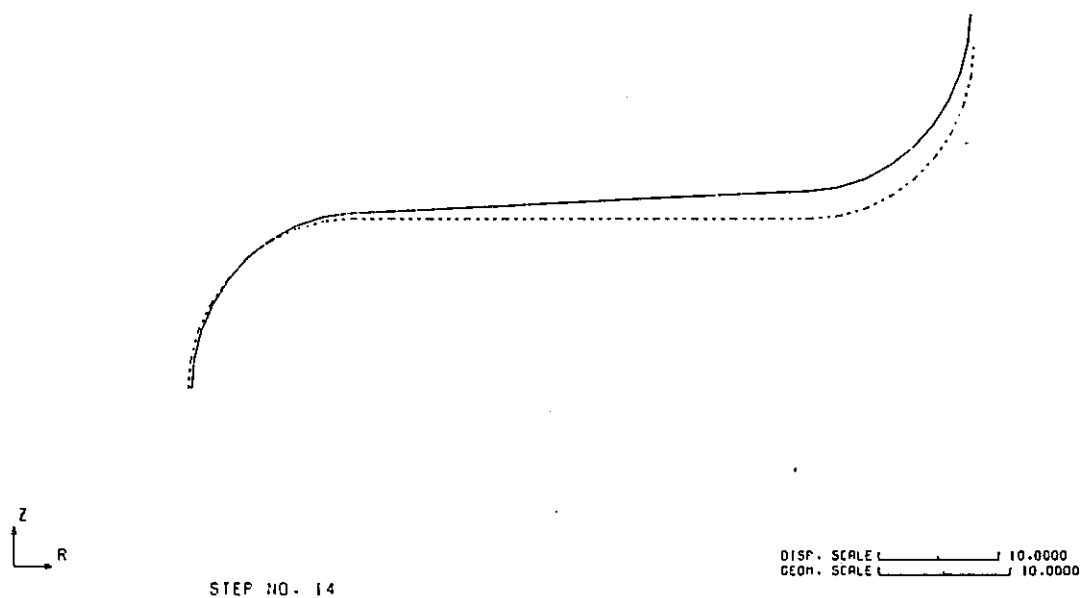
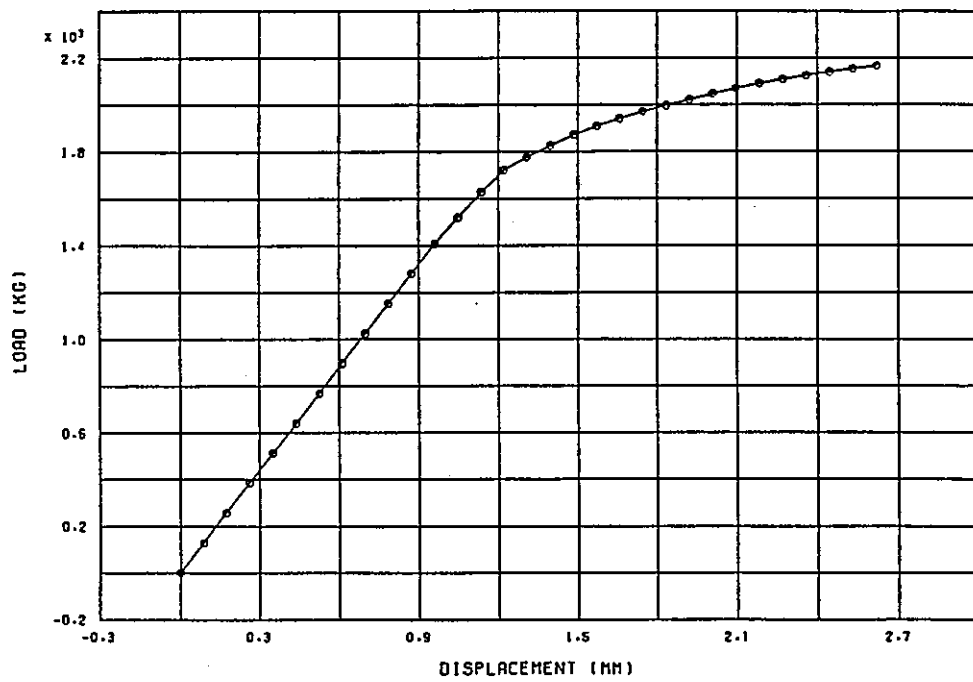


図193-3(b) 最終ステップの変形図 (荷重増分自動決定機能使用)

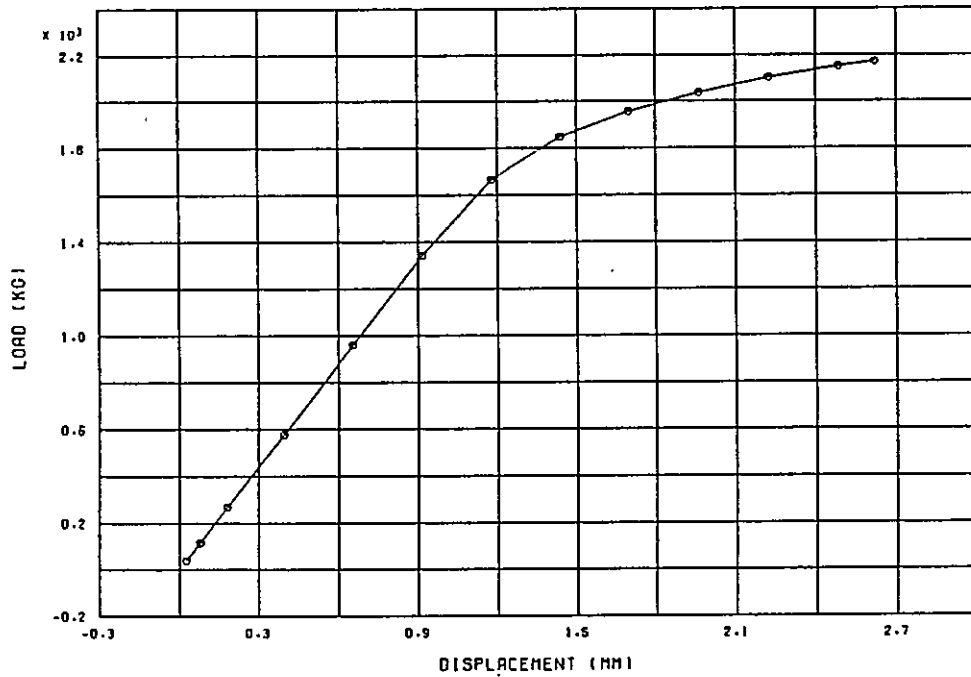
FINAS



LOAD-DISP. CURVE CASE 1(MODEL-A SUS316.P=0.0.0=2.62.T=550)

図193-4(a) 荷重変位曲線図(荷重増分直接入力)

FINAS



LOAD-DISP. CURVE CASE 1(MODEL-A SUS316.P=0.0.0=2.62.T=550)

図193-4(b) 荷重変位曲線図(荷重増分自動決定機能使用)

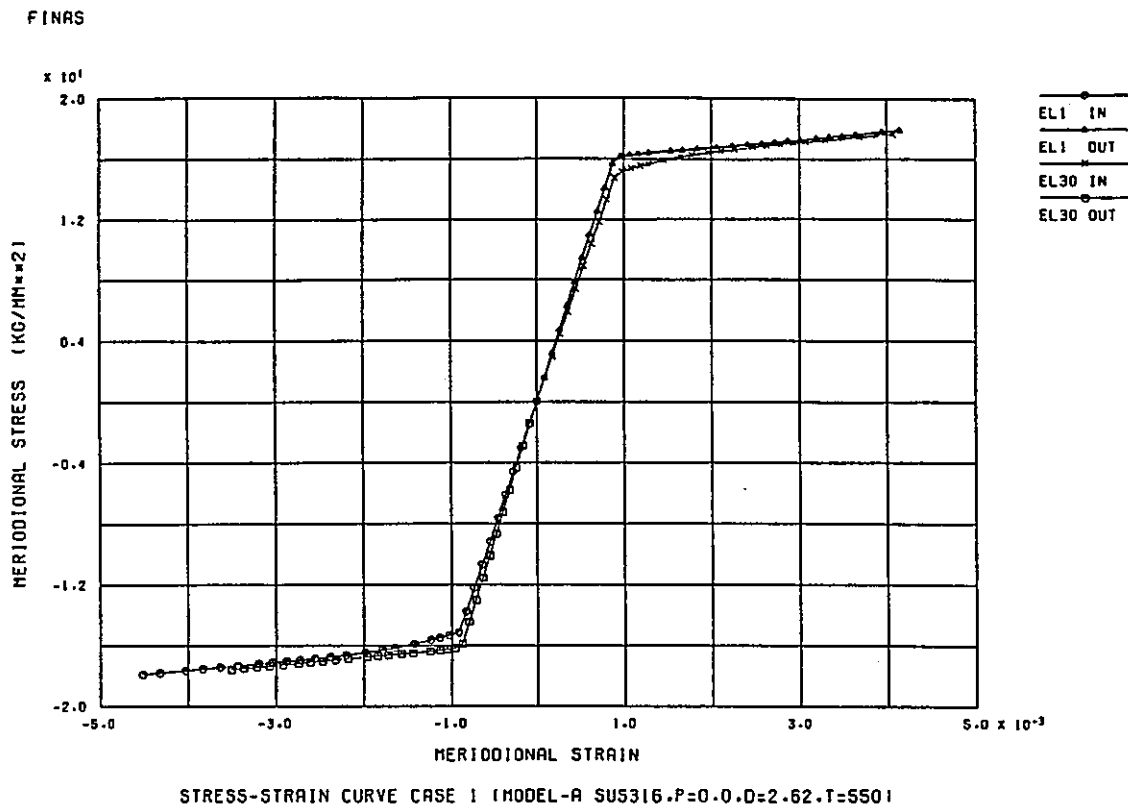


図193-5(a) 子午線方向応力ひずみ曲線図 (荷重増分直接入力)

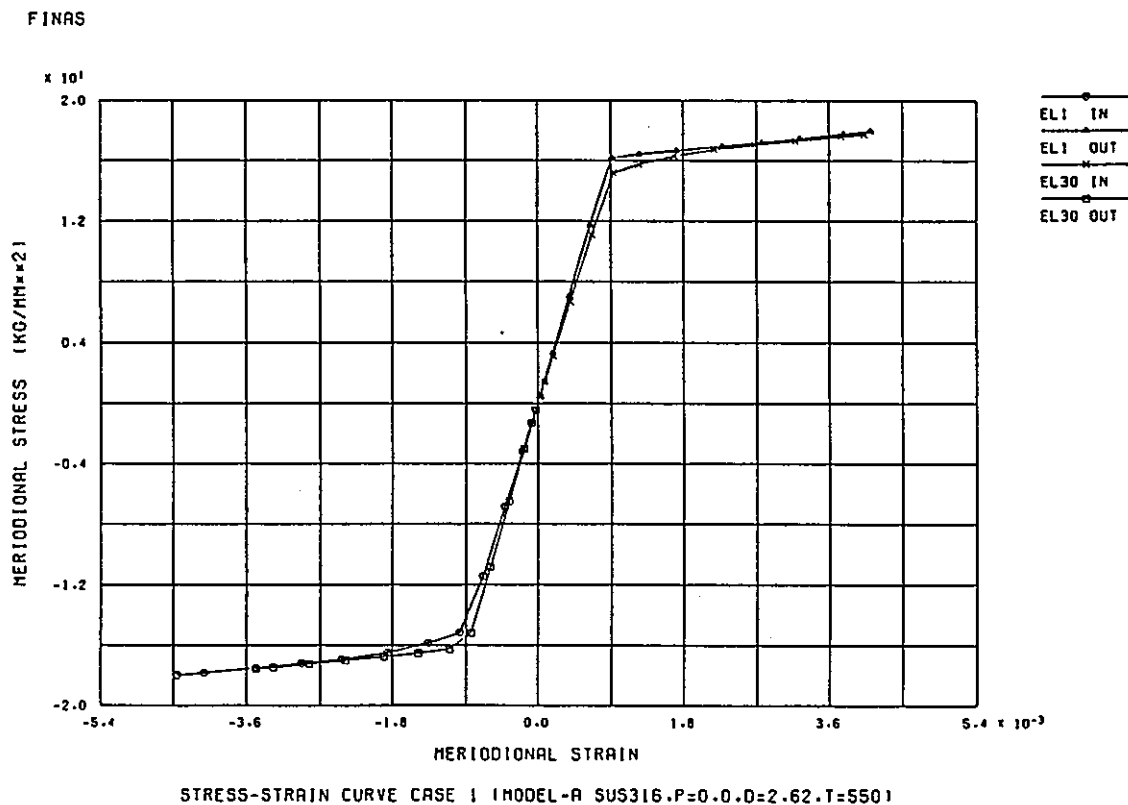


図193-5(b) 子午線方向応力ひずみ曲線図 (荷重増分自動決定機能使用)

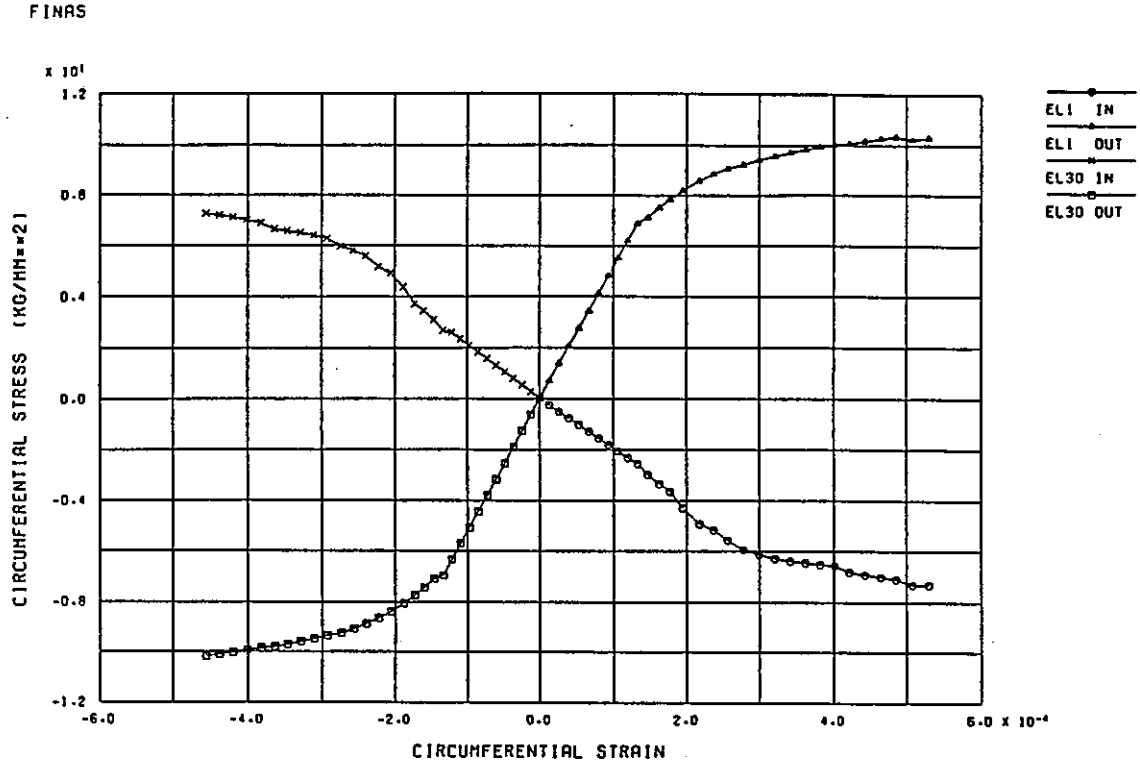


図193-6(a) 周方向応力ひずみ曲線図(荷重増分直接入力)

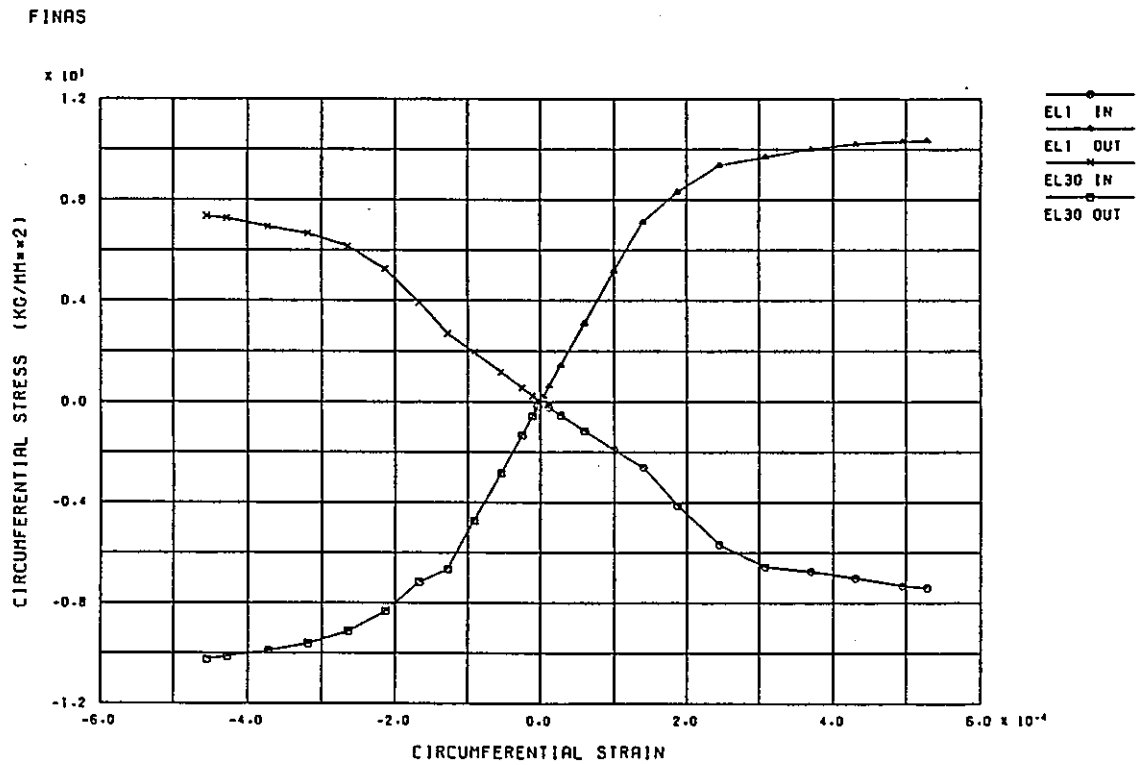


図193-6(b) 周方向応力ひずみ曲線図(荷重増分自動決定機能使用)

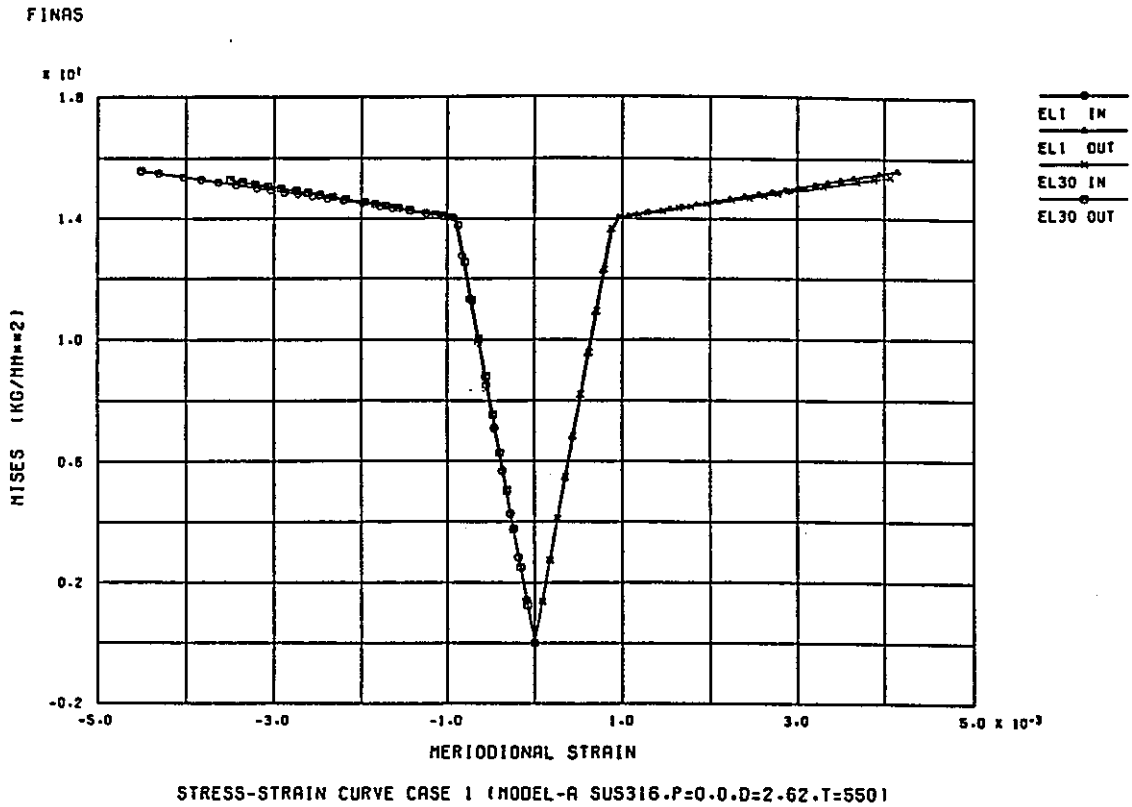


図193-7-(a) Misesの相当応力子午線方向ひずみ曲線図(荷重増分直接入力)

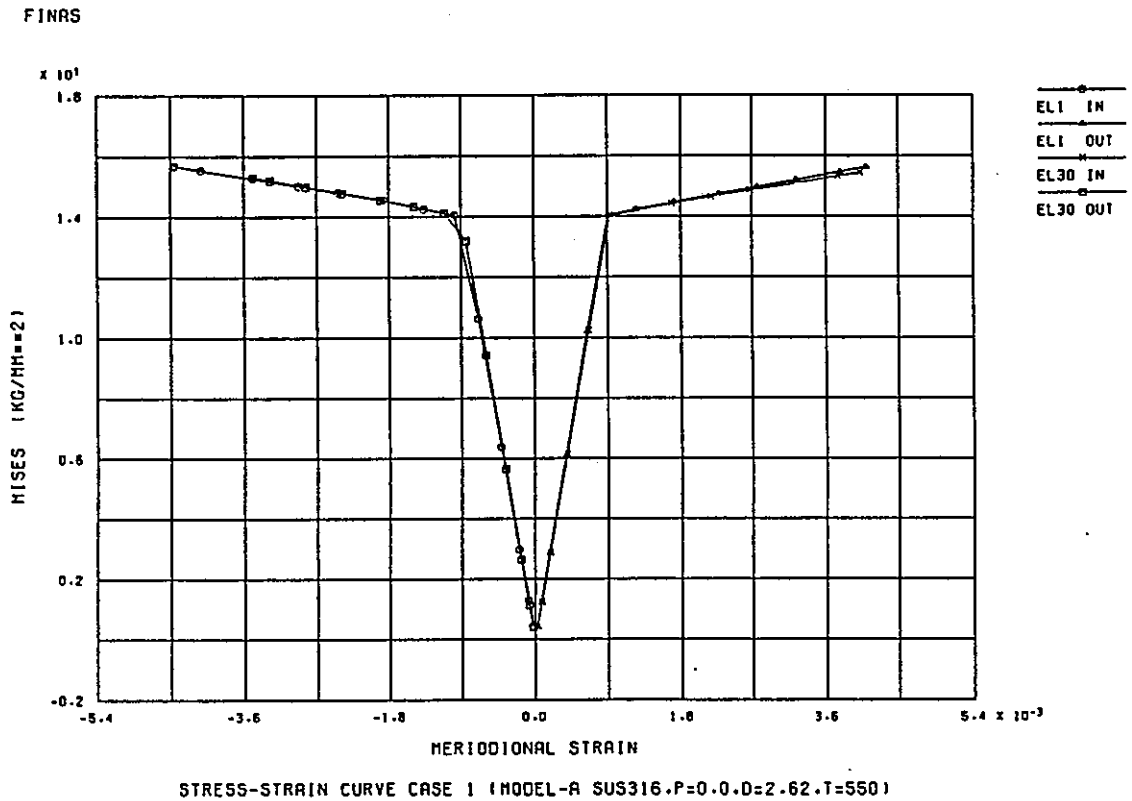


図193-7-(b) Misesの相当応力子午線方向ひずみ曲線図(荷重増分自動決定機能使用)

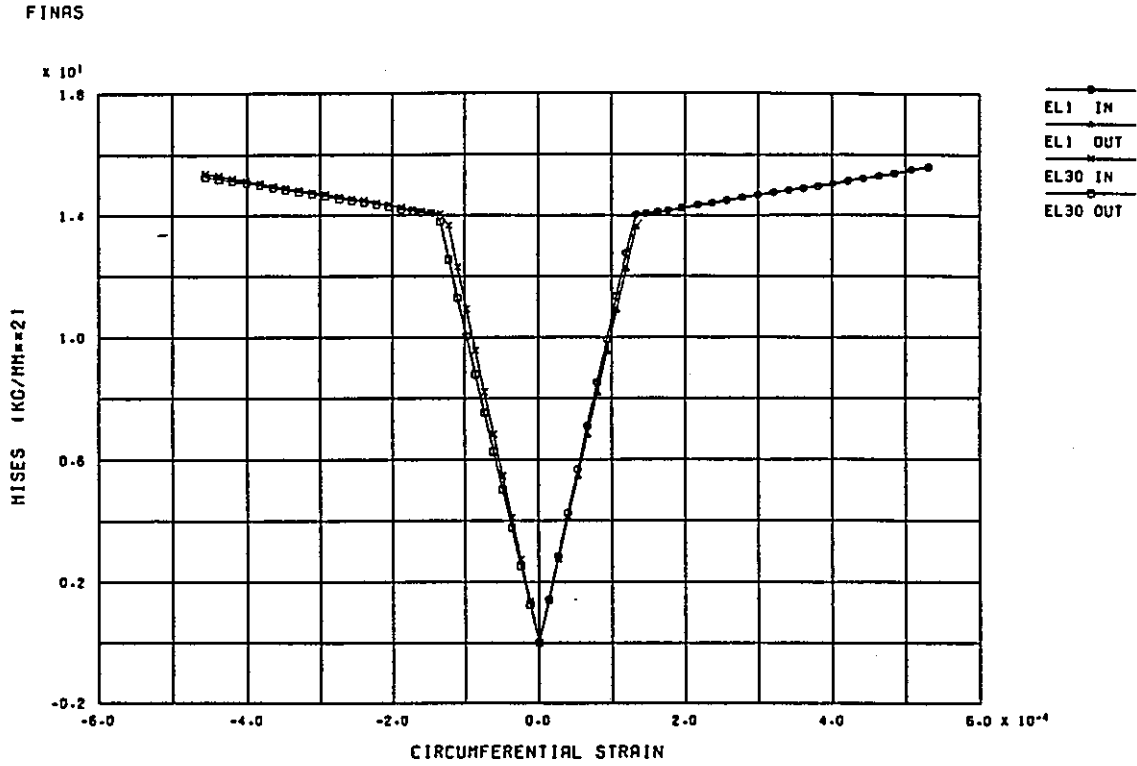


図193-8-(a) Misesの相当応力周方向ひずみ曲線図 (荷重増分自動決定機能使用)

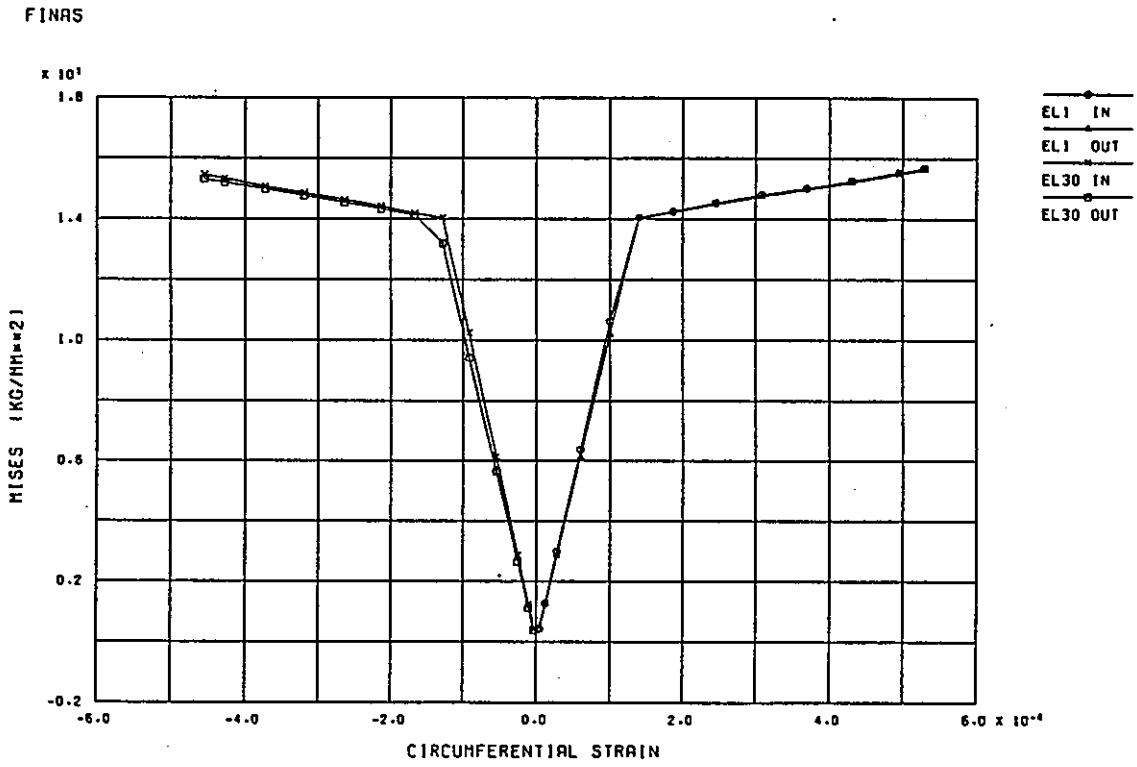


図193-8-(b) Misesの相当応力周方向ひずみ曲線図

F I N A S E X E C U T I O N S U M M A R Y

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC EP	
NUMBER OF LOAD STEPS	31	(FROM 1 TO 31)
NUMBER OF ELEMENTS	30	(30=CONIC2)
NUMBER OF NODES	31	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	89	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	6	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	4.9	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	12.8	(21.38 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.7	(1.23 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	2.6	(4.36 %)
STRESS DATA RECOVERY AND UPDATING LOAD VECTOR FOR NONLINEARITIES	31.8	(53.33 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	0.0	(0.01 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	11.7	(19.70 %)
TOTAL EXECUTION TIME	59.7 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	98 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS
	('SAVE' OPTION INACTIVE)

図193-9-(a) FINAS実行情報 (荷重増分直接入力)

F I N A S E X E C U T I O N S U M M A R Y

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC EP	
NUMBER OF LOAD STEPS	14	(FROM 1 TO 14)
NUMBER OF ELEMENTS	30	(30=CONIC2)
NUMBER OF NODES	31	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	89	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	6	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	4.9	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	11.8	(20.87 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.7	(1.27 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	2.3	(4.18 %)
STRESS DATA RECOVERY AND UPDATING LOAD VECTOR FOR NONLINEARITIES	30.1	(53.74 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	0.0	(0.01 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	11.3	(20.23 %)
TOTAL EXECUTION TIME	56.0 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	100 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS
	('SAVE' OPTION INACTIVE)

図193-9-(b) FINAS実行情報 (荷重増分自動決定機能使用)

VP-194 任意の構成モデルサブルーチン機能による弾塑性問題

(1) 目的

FINASに組み込まれている任意の構成モデルサブルーチン機能を用いて、繰り返し荷重が与えられる単軸弾塑性問題を解析し理論解との比較を行う。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

- ・ 構造モデル

断面積 1.0 mm^2 、長さ 10.0 mm

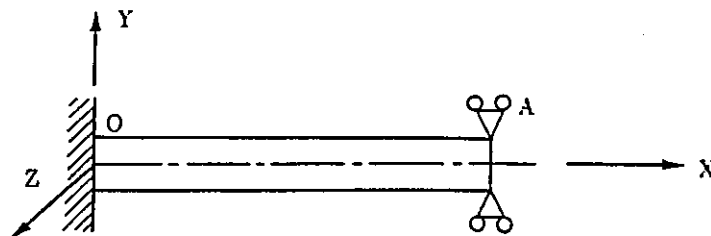


図194-1 構造モデル

- ・ 使用要素

ROD2 : 3次元軸力要素

- ・ 有限要素モデル

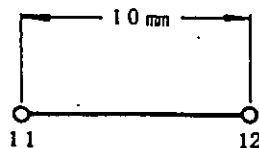


図194-2 有限要素モデル

b) 材料定数

構成モデルおよび材料定数等は任意の構成モデルサブルーチンXMAT1、XMAT2を用いて行う。

なお、ヤング係数 E 、降伏応力 σ_y 、加工硬化係数 H' は一定で次のものとしている。塑性に関する硬化則は移動硬化則とする。

$$E = 20,000 \text{ Kg/mm}^2$$

$$\sigma_y = 10 \text{ Kg/mm}^2$$

$$H' = 240 \text{ Kg/mm}^2$$

c) 境界条件

O点 : $u_x = u_y = u_z = 0.0$

OAに沿い : $u_y = u_z = 0.0$

d) 負荷条件

図194-3の繰り返し荷重 P をA点に与える。

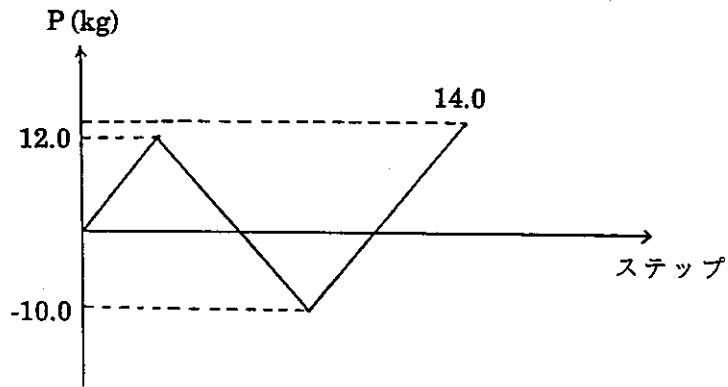


図194-3 負荷条件

e) 理論解

表194-1参照

(3) 解析結果

表194-1参照

表194-1 FINASの解と理論解

荷重	応力 ひずみ	FINASの解	理論解
P=12.0 (kg)	σ (kg/mm ²)	1.2000E+01	12.0
	α (kg/mm ²)	1.3333E+00	1.3333
	ϵ	8.9334E-03	8.9333E-3
	ϵ^e	6.0000E-04	6.0000E-4
	ϵ^D	8.3334E-04	8.3333E-3
P=-10.0	σ	-1.0000E+01	-10.0
	α	-1.4651E-06	0.0
	ϵ	-5.0000E-04	-5.0000E-4
	ϵ^e	-5.0000E-04	-5.0000E-4
	ϵ^D	-5.1830E-09	0.0
P=14.0	σ	1.4000E+01	14.0
	α	2.6666E+00	2.6667
	ϵ	1.7367E-02	1.7367E-2
	ϵ^e	7.0000E-04	7.0000E-4
	ϵ^D	1.6667E-02	1.6667E-2

(4) 考察

表194-1からFINASにおける任意の構成モデルサブルーチン機能が正しく作動したことが認められる。

・ FINAS入力データイメージ

```

                                MODEL DATA IMAGE
                                1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8
0- 1.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0.....0
1- MODEL
2- 11
3- 12 0.0
4- ELEMENT TYPE 10.0
5- 1 ROD2
6- CONNECTION
7- 1 1 1 1 11 12
8- GEOMETRY
9- 1 1 1.0
10- MATERIAL
11- 1 USER MODEL 3 1 1
12- BOUNDARY
13- 1
14- 11
15- 12 1 3
16- FORCE 2 3
17- 1
18- 12 1 1.0
19- STEP RATIO
20- 1 10.0 2.0
21- 2 -0.0001 -19.9999 -2.0
22- 3 0.0001 19.9999 4.0
23- HISTORY
24- INTERVAL 2 1
25- BOUN 1
26- FORC 1 12.0
27- INTERVAL 3 2
28- BOUN 1
29- FORC 1 -22.0
30- INTERVAL 3 3
31- BOUN 1
32- FORC 1 24.0
33- END MODEL
    
```

- ベクトル1 : 弾性ひずみ
- ベクトル2 : 塑性ひずみ
- ベクトル3 : オリジンシフト応力
- スカラー : 相当応力増分の累積値
- 整数型 : 弾塑性スイッチ

・ FINAS実行結果プリント

ステップ-2

```

                                TOTAL STRESS AND STRAIN
                                [ STEP NUM. 2 ]
ELM.ID-POINT      X      Y      Z      XY      YZ      ZX      VON MISES  TRESCA
1 - 1  STRESS  1.2000E+01  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0      1.2000E+01  1.2000E+01
      FLAGS  1
      SCALARS 1.2000E+01
      VECTOR 1 6.0000E-04  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      VECTOR 2 8.3334E-03  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      VECTOR 3 1.3333E+00  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      STRAIN  8.3334E-03  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
    
```

ステップ-5

```

                                TOTAL STRESS AND STRAIN
                                [ STEP NUM. 5 ]
ELM.ID-POINT      X      Y      Z      XY      YZ      ZX      VON MISES  TRESCA
1 - 1  STRESS -1.0000E+01  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0      1.0000E+01  1.0000E+01
      FLAGS  1
      SCALARS 3.4000E+01
      VECTOR 1 -5.0000E-04  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      VECTOR 2 -3.1830E-03  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      VECTOR 3 -1.4651E-06  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      STRAIN -5.0001E-04  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
    
```

ステップ-8

```

                                TOTAL STRESS AND STRAIN
                                [ STEP NUM. 8 ]
ELM.ID-POINT      X      Y      Z      XY      YZ      ZX      VON MISES  TRESCA
1 - 1  STRESS  1.4000E+01  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0      1.4000E+01  1.4000E+01
      FLAGS  1
      SCALARS 3.8000E+01
      VECTOR 1 7.0000E-04  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      VECTOR 2 1.6687E-02  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      VECTOR 3 2.6687E+00  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
      STRAIN  1.7367E-02  0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
    
```

VP-195 FNSFRCTによる応力拡大係数の計算

1. 目的

中央き裂を有する平板の弾性解析を行い、FNSFRCTにより応力拡大係数を、応力法、変位法、エネルギー法の各方法で求め、理論解と比較し精度を検討する。

2. 問題の設定

- a) 解析モデル
- ・構造モデル

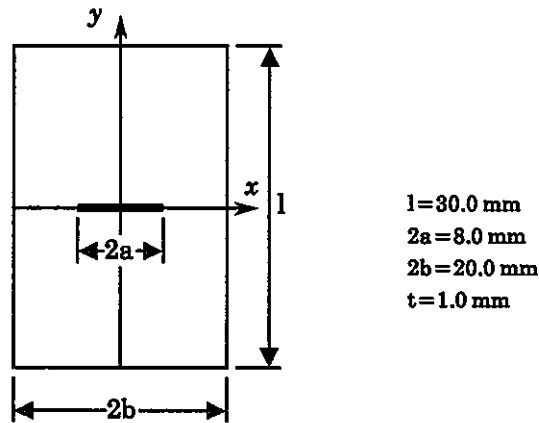


図195-1 中央き裂試験片

・使用要素

QMEM8 8節点四辺形平面応力要素

・有限要素モデル

構造および負荷の対称性を考慮して1/4モデルとする(図195-2参照)。なお、モデルの最小要素の寸法は 0.5 mmである。また、図195-3はK値の計算点である。

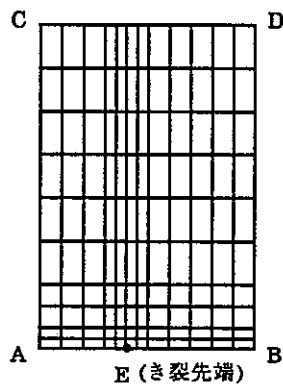


図195-2 有限要素モデル

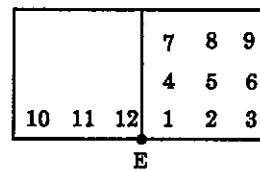


図195-3 K値計算点

b) 材料定数

弾性係数 $E=7200.0 \text{ kgf/mm}^2$
 ポアソン比 $\nu=0.33$

c) 境界条件 (図195-2参照)

E-Bに沿って $u_y=0$
 A-Cに沿って $u_x=0$
 全節点 $u_z=0$

d) 負荷条件 (図195-2参照)

C-Dに沿って $\sigma_0=10.0 \text{ kgf/mm}^2$

e) 理論解

$$(K_I)_a = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \left\{ 1 + 0.128 \left(\frac{a}{b} \right) - 0.288 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1.525 \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right\} = 39.09 \text{ kgf}\cdot\text{mm}^{-3/2}$$

3. 解析結果

表195-1に各計算法におけるK値を示す。表195-2はき裂近傍の節点をき裂の方向に1/4シフトさせた場合のK値である。また、表195-3は有限要素法ハンドブック¹⁾の値である。

表195-1 FNSFRCTの応力拡大係数 K_I (kgf·mm^{-3/2}) シフトなし

計算点 (r,θ)	応力法	変位法		エネルギー法	理論解
	σ_y	u_y	mix mode		
1 (0.080,0.785)	28.653	32.813	-83.394	39.551	39.09
2 (0.256,0.222)	42.685	52.375	-124.07		
3 (0.447,0.126)	40.921	46.940	-96.570		
4 (0.256,1.350)	41.942	34.362	25.076		
5 (0.354,0.785)	34.815	44.892	-173.00		
6 (0.509,0.513)	37.908	46.986	-46.238		
7 (0.447,1.440)	48.267	39.235	35.450		
8 (0.509,1.060)	37.488	42.702	17.461		
9 (0.627,0.785)	42.915	46.865	-4.135		
10 (0.447,3.02)	-3770.4	36.172	36.963		
11 (0.256,2.92)	1778.5	34.116	35.999		
12 (0.080,2.36)	118.81	24.555	34.973		

表195-2 FNSFRCTの応力拡大係数 K_I (kgf-mm^{-3/2}) シフトあり

計算点 (r,θ)	応力法	変位法		エネルギー法	理論解
	σ_y	u_y	mix mode		
1 (0.080,0.785)	38.242	53.714	-210.14	39.433	39.09
2 (0.256,0.222)	46.235	55.992	-176.92		
3 (0.447,0.126)	41.250	47.877	-104.66		
4 (0.256,1.350)	37.254	40.990	27.930		
5 (0.354,0.785)	38.453	47.425	-25.169		
6 (0.509,0.513)	40.829	48.495	-48.935		
7 (0.447,1.440)	42.901	42.986	38.832		
8 (0.509,1.060)	40.755	45.495	18.853		
9 (0.627,0.785)	43.180	48.704	-3.707		
10 (0.447,3.02)	632.75	38.166	39.020		
11 (0.256,2.92)	-178.21	38.007	40.651		
12 (0.080,2.36)	55.043	38.621	62.637		

表195-3 ハンドブックの K_I 値 (kgf-mm^{-3/2})

	応力法	変位法	エネルギー法
K_I 値	35.19	30.83	
(r,θ)	(0.25,0)	(0.5,π)	39.40

4. 考 察

表195-1,195-2より、J積分値から求めた(エネルギー法)K値は、理論解とよく一致していることがわかる。一方、応力法および変位法によるK値は、計算点によってかなりばらついている。応力法では、シフトをしない場合の計算点2の値、また変位法ではシフトをした場合の計算点10の値が比較的良好である。これらのことから、応力法および変位法によってK値を求める場合は、計算する点に十分注意を払う必要があることがわかる。

(参考文献)

- 1) 鷲津,宮本,山田,山本,川井、有限要素法ハンドブックII応用編、培風館、PP326-330、昭和58年1月。

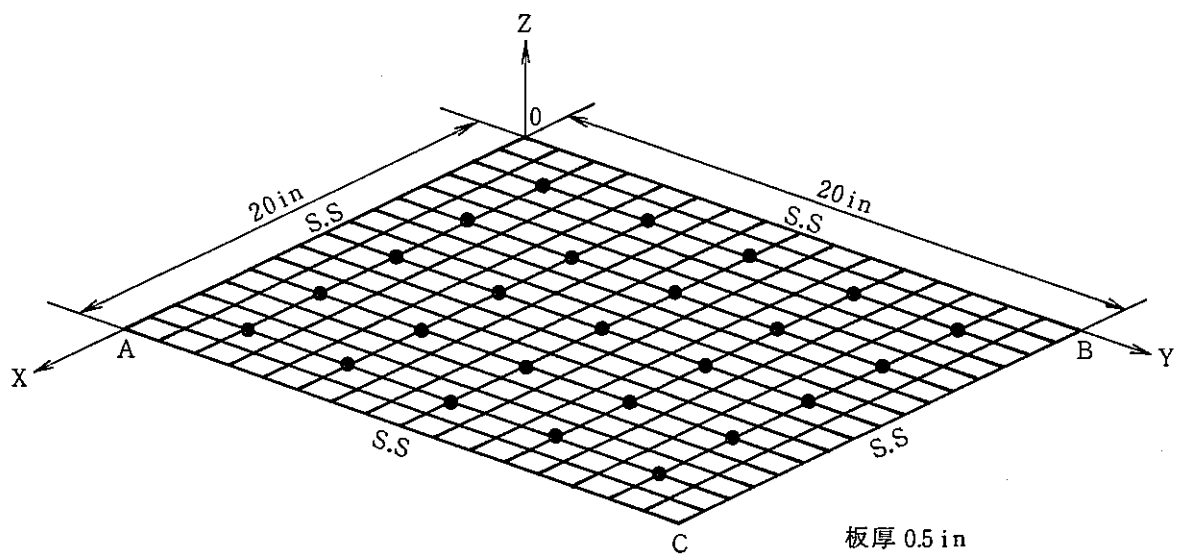
VP-747 静的縮合機能を用いた固有値問題

1) 目的

正方形の固有値解析において、静的縮合機能を用いた場合の解と、用いない場合の解を比較する。

2) 問題の設定

a) 解析モデル



・ 総合節点

図747-1 構造モデル

・ 使用要素

QFLA4R : 4節点四辺形低減積分シェル要素

b) 材料定数

弾性係数 $E=30.0 \times 10^6$ psi

ポアソン比 $\nu=0.3$

質量密度 $\rho=7.28 \times 10^{-4}$ lb-Sec²/in⁴

c) 境界条件 (図747-1参照)

O, A, B, C の各点において	$u_x = u_y = u_z = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$
OA, OC に沿い	$u_x = u_y = u_z = \theta_y = \theta_z = 0$
OB, AC に沿い	$u_x = u_y = u_z = \theta_x = \theta_z = 0$
各節点において	$u_x = u_y = \theta_z = 0$

d) 縮合条件

図747-1の・で示される節点の自由度
(u_z, θ_x, θ_y)へ縮合する。(25節点, 75自由度)

e) 質量特性

分布質量とする。

3) 解析結果

表747-1に26次までの固有振動数を、理論解、静的縮合を用いない場合、静的縮合を用いた場合のそれぞれについて示す。また、図747-2, 図747-3に、静的縮合を用いない場合と用いた場合のモード図を示す。

表747-1 理論解およびFINASによる計算結果

モード 番号	固有振動数 [Hz]		
	理論解	FINAS (縮合なし)	FINAS (縮合あり)
1	241.237	2.417227E+02	2.419812E+02
2	603.092	6.090684E+02	6.131511E+02
3	603.092	6.090684E+02	6.131511E+02
4	964.947	9.726689E+02	9.891272E+02
5	1206.18	1.239546E+03	1.272371E+03
6	1206.18	1.239546E+03	1.272434E+03
7	1568.04	1.596716E+03	1.666354E+03
8	1568.04	1.596716E+03	1.666354E+03
9	2050.51	2.161707E+03	2.312434E+03
10	2050.51	2.161707E+03	2.312434E+03
11	2171.13	2.209699E+03	2.386276E+03
12	2412.37	2.509474E+03	2.740882E+03
13	2412.37	2.509474E+03	2.744321E+03
14	3015.46	3.106251E+03	3.526793E+03
15	3015.46	3.106251E+03	3.526795E+03
16	3136.08	3.417892E+03	3.715477E+03
17	3136.08	3.417892E+03	3.716606E+03
18	3497.93	3.752856E+03	4.156730E+03
19	3497.93	3.752856E+03	4.156730E+03
20	3859.79	3.979016E+03	4.732906E+03
21	4101.03	4.327547E+03	4.937168E+03
22	4101.03	4.327547E+03	4.962121E+03
23	4462.88	5.066453E+03	6.149102E+03
24	4462.88	5.066453E+03	6.149102E+03
25	4824.74	5.167816E+03	7.582883E+03
26	4824.74	5.167816E+03	7.683512E+03

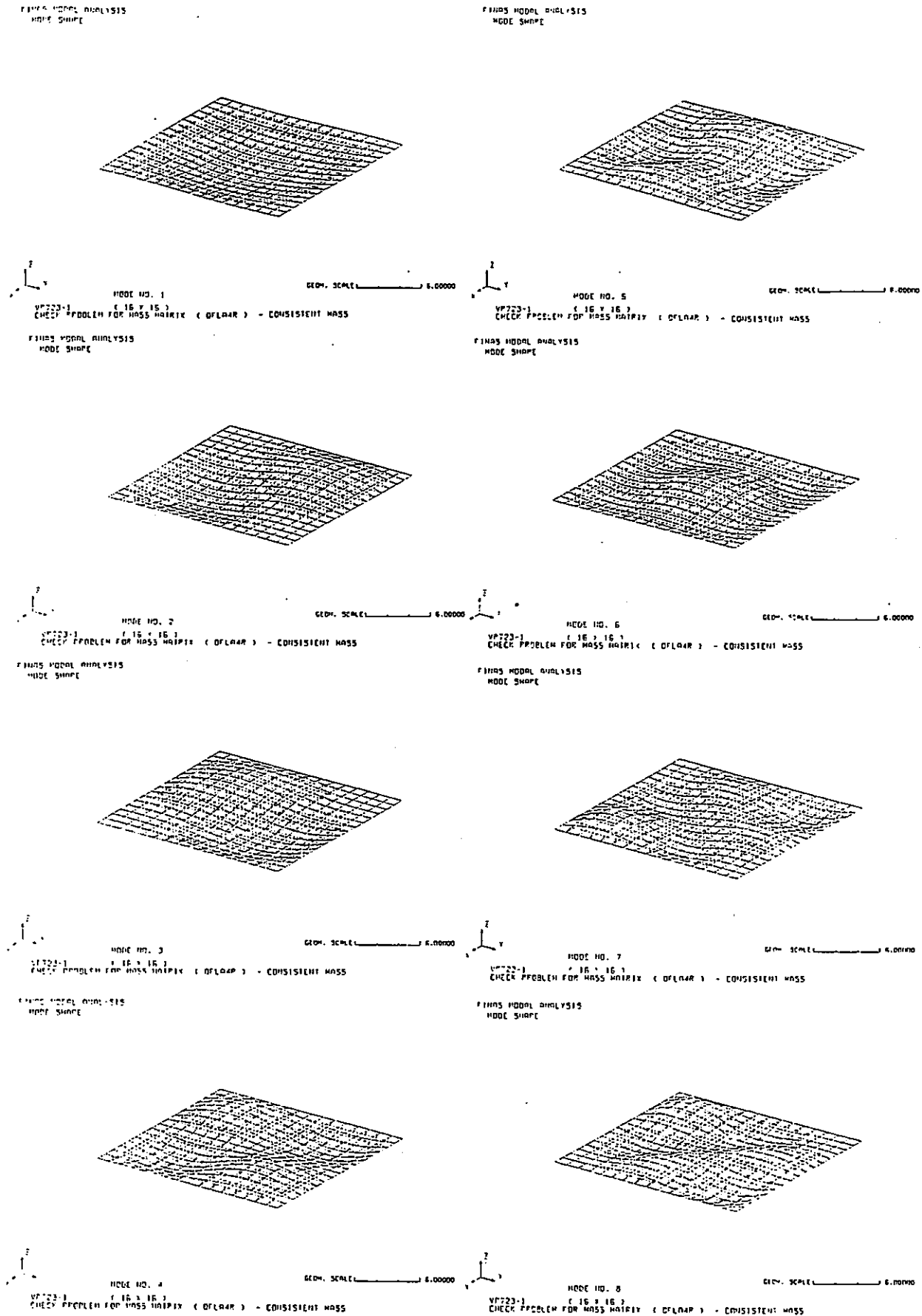


図747-2 縮合なしの場合の振動モード

4) 考 察

本例題で縮合に用いた節点は、総節点数の約一割に当たる25点であり、かつそれらは構造モデルの対称性を損なわないように配置されている。このような場合、求められた固有モードベクトルは、縮合機能を用いない場合のそれと比較して、大きな差は認められない。

一方、縮合機能を用いた場合、構造の剛性は硬めに評価される。そのため固有振動数は高い方にずれる傾向があり、特に高次の固有振動数でこの傾向が著しい。

5) 図747-4, 図747-5にそれぞれ縮合機能を用いない場合と用いた場合のFINAS実行サマリーを示す。

縮合機能を用いた場合、総合演算のためのcpu時間が上乘せされるが、固有値計算に要していたcpu時間は約1/6となり、全体として約1/2の計算時間で終了した。

VPT25-1 (16 X 16)
 CHECK PROBLEM FOR MASS MATRIX (QFLA4R) - CONSISTENT MASS

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	DYNAMIC N	
NUMBER OF TIME STEPS	0	(FROM 0 TO 0)
NUMBER OF ELEMENTS	256	(256=QFLA4R)
NUMBER OF NODES	289	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	735	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	53	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	49.2	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	8.9	(11.80 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	3.4	(4.50 %)
STRESS DATA RECOVERY	1.1	(1.40 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	0.1	(0.11 %)
EIGENVALUE EXTRACTION	51.4	(72.26 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	7.5	(9.94 %)
TOTAL EXECUTION TIME	75.3 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK 256 TRACKS
 AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE 0 TRACKS
 ('SAVE' OPTION INACTIVE)

図747-4 縮合機能を用いない場合の実行サマリー

VPT47-2 TEST OF STATIC CONDENSATION.
 EIGENVALUE PROBLEM. CONDENSE TO 25 POINTS

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	DYNAMIC M	
NUMBER OF TIME STEPS	0	(FROM 0 TO 0)
NUMBER OF ELEMENTS	256	(256=QFLA4R)
NUMBER OF NODES	289	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	735	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	75	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	43.9	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	8.9	(24.13 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	2.3	(6.35 %)
STRESS DATA RECOVERY	2.5	(6.71 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	0.1	(0.23 %)
EIGENVALUE EXTRACTION	6.1	(16.63 %)
STATIC CONDENSATION	9.4	(25.53 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	7.5	(20.42 %)
TOTAL EXECUTION TIME	36.8 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK 256 TRACKS
 AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE 0 TRACKS
 ('SAVE' OPTION INACTIVE)

図747-5 縮合機能を用いた場合の実行サマリー

VP-748 静的縮合機能を用いた直接積分法動的問題

1) 目的

直接積分法による円筒タンクの動的応答問題 (VP-738) を、静的縮合機能を用いて解き、VP-739の結果と比較する。

2) 問題の設定

(以下、a~eの項はVP-739の立体モデルと同一である。)

a) 解析モデル

半径R=880mm、高さH=2362mmの円筒タンクを立体1/2モデルでモデル化する。

b) 有限要素モデル

・半径方向8分割、高さ方向8分割とする。

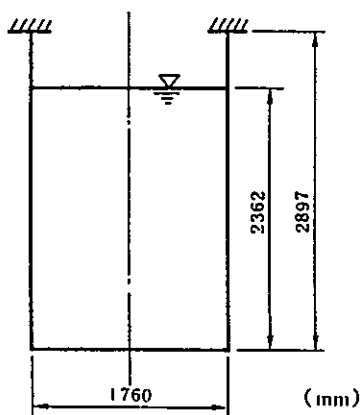


図748-1 構造モデル

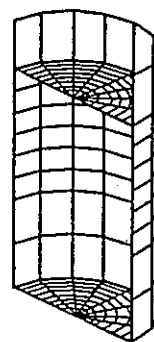


図748-2 有限要素モデル

・使用要素

LHEX8	8節点六面体流体要素
SQFAC4	4節点四辺形自由表面要素
IQFAC4	4節点四辺形流体構造境界要素
QFLA4R	4節点四辺形平板シェル要素

c) 材料定数

構造部	弾性定数	$E=1.98 \times 10^4 \text{ f/mm}$
	ポアソン比	$\nu=0.3$
	質量密度	$\rho=7.551 \times 10^{-10} \text{ kg-sec/mm}^4$
	板厚	$t=10.0 \text{ mm}$
流体部	質量密度	$\rho=1.019 \times 10^{-10} \text{ kg-sec/mm}^4$

d) 境界条件 (図739-1参照)

- 1) 上端部を完全拘束
- 2) 構造の対称面で対称条件

e) 負荷条件 (図739-4参照)

応答解析は構造の上端に正弦共振三波を入力し8秒まで応答解析を実施した。

- ・変位振幅

19.8mmとする。

- ・入力波の振動数(表739-4参照)

入力波の振動数としては、固有値解析を行い、その結果から得られたスロッシング1次の固有振動数を用いる。

- ・比例減衰

比例減衰(α, β)は、モード減衰($\zeta_1=0.1, \zeta_2=0.17$)より以下のように算定される。

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_2\omega_1 - \xi_1\omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = 7.556 \times 10^{-4}$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} = 4.016 \times 10^{-4}$$

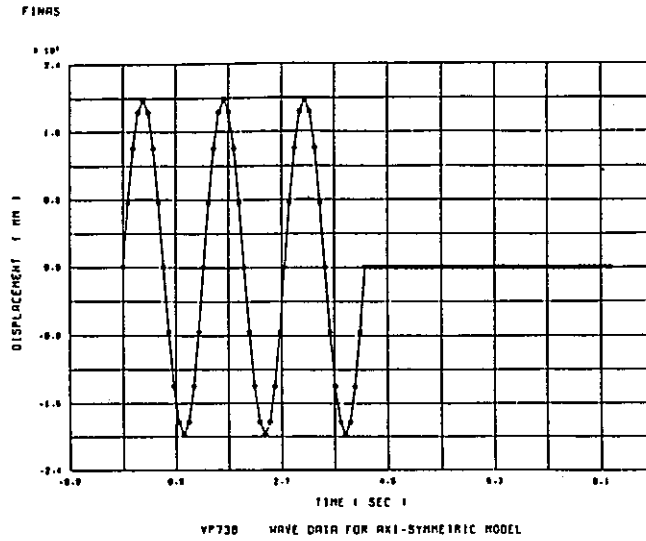


図748-3 立体モデルにおける入力波

1) 縮合条件

図748-1で示されるシェル節点の $u_x, u_y, \theta_z, \theta_x, \theta_y$ および自由表面の全自由度を縮合の後、残す。

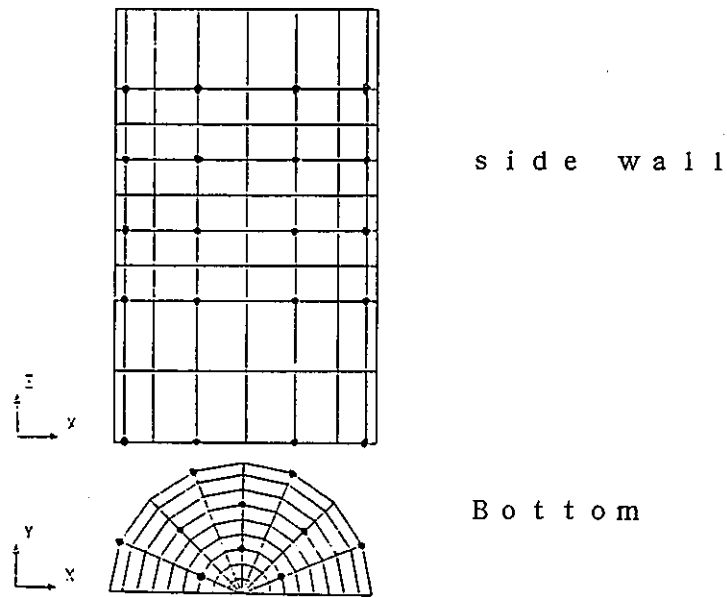


図748-4 縮合節点

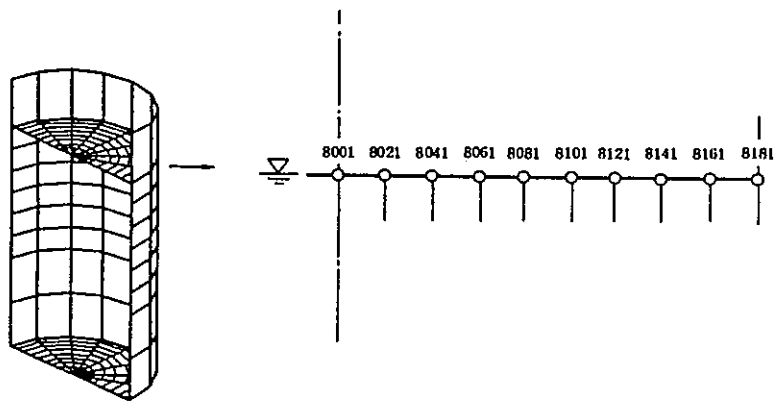
3) 解析結果

表748-1に、時刻 $t=7.704$ 秒(ステップ360)における、対称面上での自由表面変位を、VP-739の結果とともに示す。同時刻の変位図を、図747-2に示す。

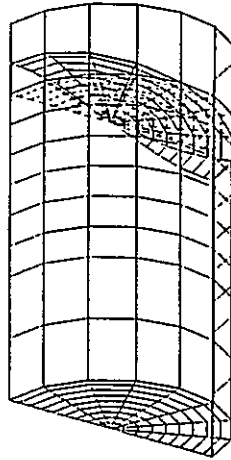
また、図747-3に自由表面変位の時刻歴図を示す。

表748-1 時刻 $t=7.704$ 秒の自由表面変位

節点番号	自由表面変位 (単位mm)	
	VP-748 (静的縮合あり)	VP-739 (静的縮合なし)
8001	-9.28817E-04	-9.44063E-04
8021	-3.53892E+01	-3.53898E+01
8029	3.53870E+01	3.53875E+01
8041	-7.21357E+01	-7.21367E+01
8049	7.21343E+01	7.21354E+01
8061	-1.14072E+02	-1.14074E+02
8069	1.14072E+02	1.14073E+02
8081	-1.51804E+02	-1.51806E+02
8089	1.51803E+02	1.51806E+02
8101	-1.79887E+02	-1.79890E+02
8109	1.79886E+02	1.79889E+02
8121	-2.02098E+02	-2.02101E+02
8129	2.02098E+02	2.02101E+02
8141	-2.19667E+02	-2.19670E+02
8149	2.19666E+02	2.19670E+02
8161	-2.30933E+02	-2.30936E+02
8169	2.30932E+02	2.30936E+02
8181	-2.31185E+02	-2.31188E+02
8189	2.31184E+02	2.31188E+02





FINAS DYNAMIC ANALYSIS
DEFORMED SHAPE



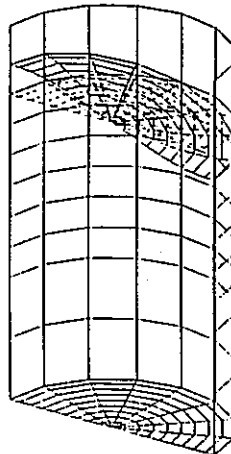
STEP NO. 90

VP748, TEST OF STATIC CONDENSATION,
STRUCTURE-FLUID 3D MODEL (LINEAR DIRECT INTEGRATION)

DISP. SCALE  800.000
GEOM. SCALE  000.000



静的縮合あり

FINAS DYNAMIC ANALYSIS
DEFORMED SHAPE



STEP NO. 90

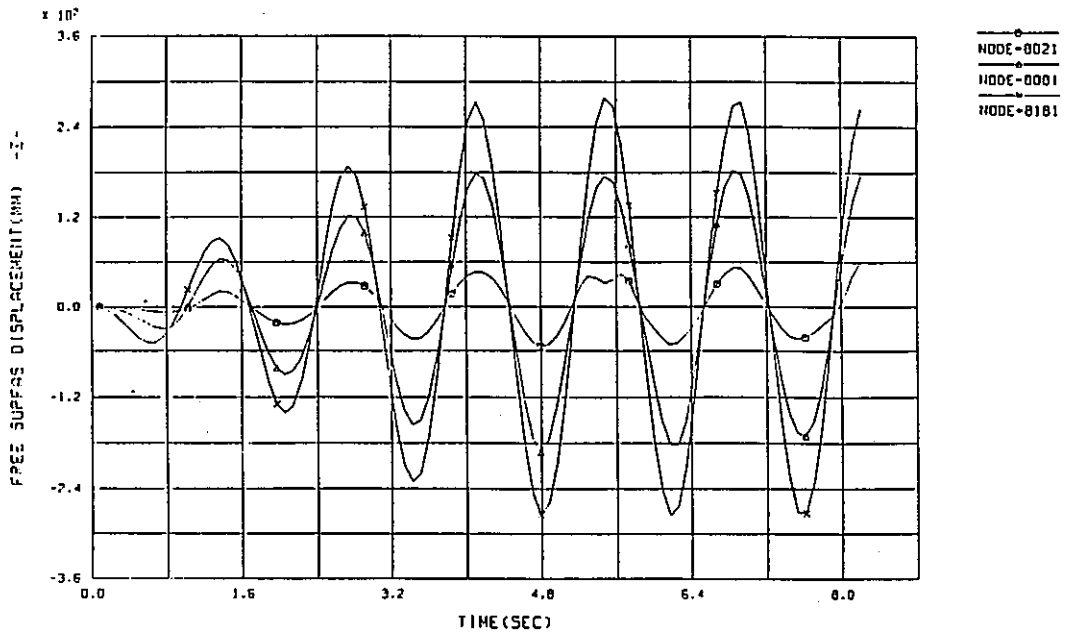
VP739-2
STRUCTURE-FLUID 3D MODEL (LINEAR DIRECT INTEGRATION)

DISP. SCALE  000.000
GEOM. SCALE  000.000

静的縮合なし

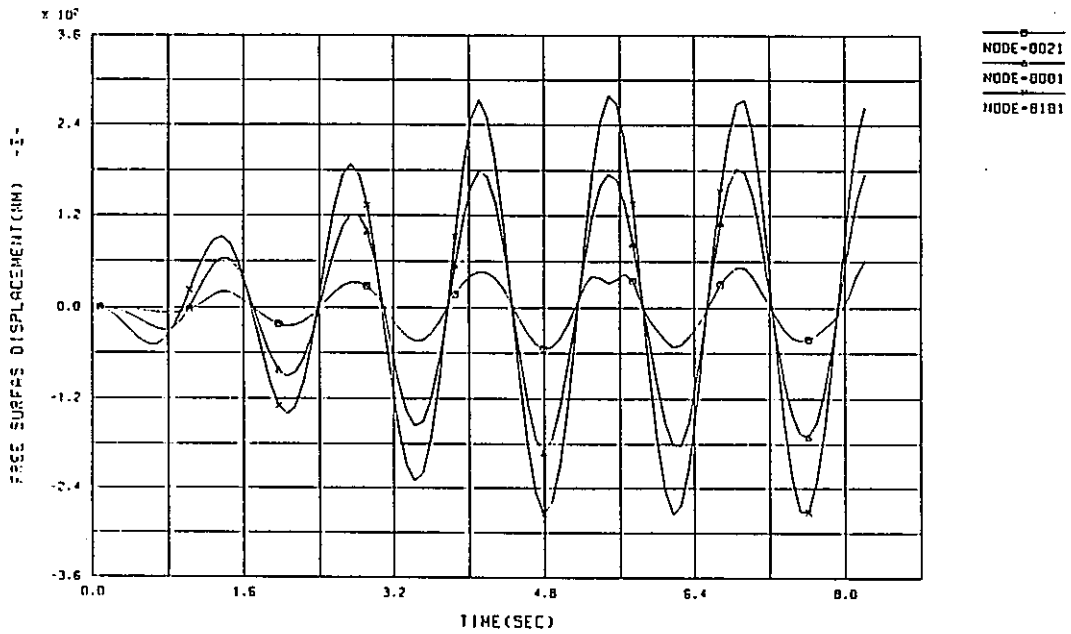
図748-5 時刻7.704秒での変位図

FINAS DYNAMIC ANALYSIS



静的縮合あり

FINAS DYNAMIC ANALYSIS



静的縮合なし

図748-6 自由表面変位の時刻歴

4) 考察

表748-1および図748-2、図748-3から静的縮合を行っても、結果に大きな差異はないことが分かる。

5) 計算時間の比較

静的縮合なしの場合と、ありの場合のFINAS実行サマリーを、それぞれ図748-4、図748-5に示す。

本例題での、時間積分を行う系のマトリックスサイズは

a) 縮合なしの場合

シェル節点	:	$(72+82) \times 6$:	+924
自由表面	:		:	+82
境界条件	:	35×3	:	<u>-105</u>
				計 901

b) 縮合ありの場合

シェル節点	:	26×6	:	+156
自由表面	:		:	<u>+82</u>
				計 238

であり、時間積分のための計算時間は、ほぼ自由度数に比例して減少している。

$$\left[\frac{238}{901} \doteq 0.26 \quad \frac{19.1}{104.3} \doteq 0.18 \right]$$

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	DYNAMIC LD	
NUMBER OF TIME STEPS	96	(FROM 1 TO 96)
NUMBER OF ELEMENTS	928	(216*QFLA4R) (576*LHXB) (64*IQFAC4) (72*SQFAC4)
NUMBER OF NODES	747	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	1647	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	93	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	83.1	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	10.0	(4.01 %)
LOAD VECTOR FORMATION	1.9	(0.77 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	19.8	(7.97 %)
STRESS DATA RECOVERY	69.0	(27.82 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	0.7	(0.30 %)
TIME STEP INTEGRATION	104.3	(42.03 %)
MATRIX REDUCTION FOR F.S.I.	31.6	(12.75 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	10.8	(4.35 %)
TOTAL EXECUTION TIME	248.0 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK 666 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE 0 TRACKS
('SAVE' OPTION INACTIVE)

図748-7 縮合なしの場合の実行サマリー (IBM 3084Q)

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	DYNAMIC LD	
NUMBER OF TIME STEPS	96	(FROM 1 TO 96)
NUMBER OF ELEMENTS	928	(216*QFLA4R) (576*LHXB) (64*IQFAC4) (72*SQFAC4)
NUMBER OF NODES	747	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	1647	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	156	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	83.1	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	10.0	(3.59 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.5	(0.19 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	6.9	(2.49 %)
STRESS DATA RECOVERY	98.6	(35.52 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	0.7	(0.27 %)
TIME STEP INTEGRATION	19.1	(6.89 %)
MATRIX REDUCTION FOR F.S.I.	31.6	(11.39 %)
STATIC CONDENSATION	101.1	(36.40 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	9.1	(3.27 %)
TOTAL EXECUTION TIME	277.7 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK 666 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE 0 TRACKS
('SAVE' OPTION INACTIVE)

図748-8 縮合ありの場合の実行サマリー (IBM 3084Q)

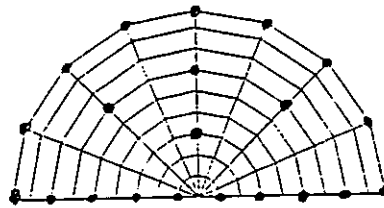
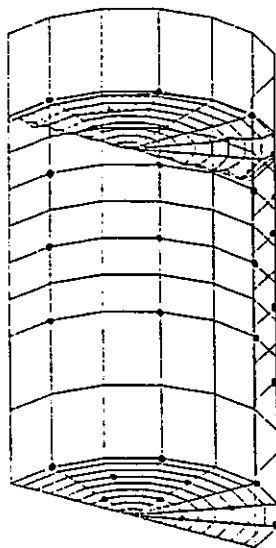
6) 補追

自由表面自由度に対して静的縮合を適用すると、結果は不当なものとなる。

一例として、図748-6に示す縮合節点を用いて計算した場合の、ステップ 50 (時刻=4.28秒) の変位を図748-7に、また自由表面変位の時刻歴を図748-8に示す。これは、静的縮合の前提条件、すなわち「O-set 自由度の変位は A-set 自由度の変位に従属して静的に定まり、O-set 自由度間の動的な力は無視でる」という条件が、自由表面では成立しないためである。ただし、O-set 自由度は縮合の結果取除かれる自由度、A-set は残される自由度であり CONDENSE データで指定したものである。

よって、プログラム内では、CONDENSE データの指定にかかわらず自由表面自由度はすべて、A-set 自由度として残すようにした。

自由表面縮合節点



∴ シェル縮合節点

図748-9
縮合節点

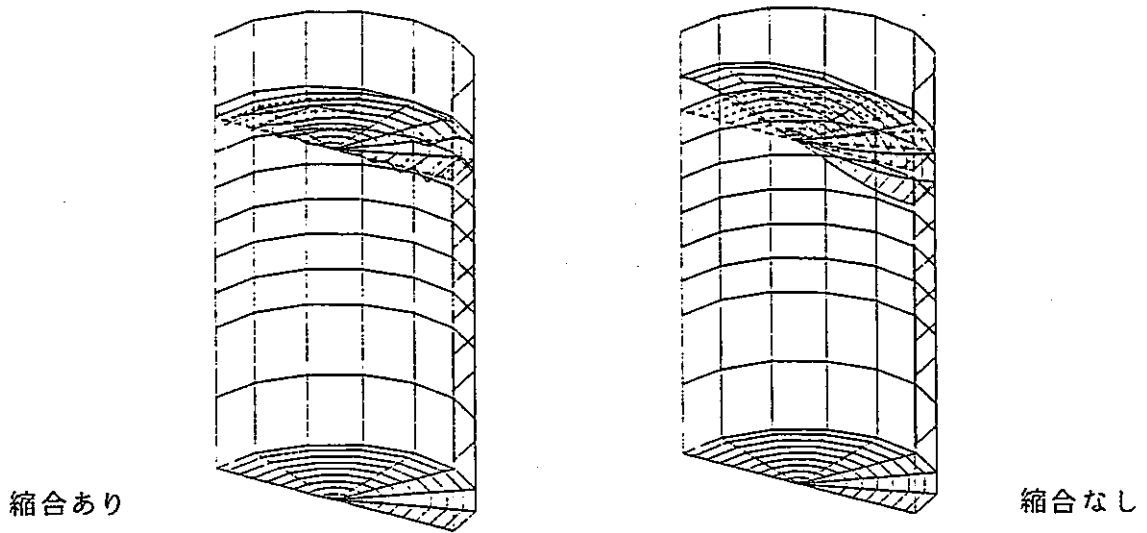


図748-10 時刻歴4.28秒の変位図

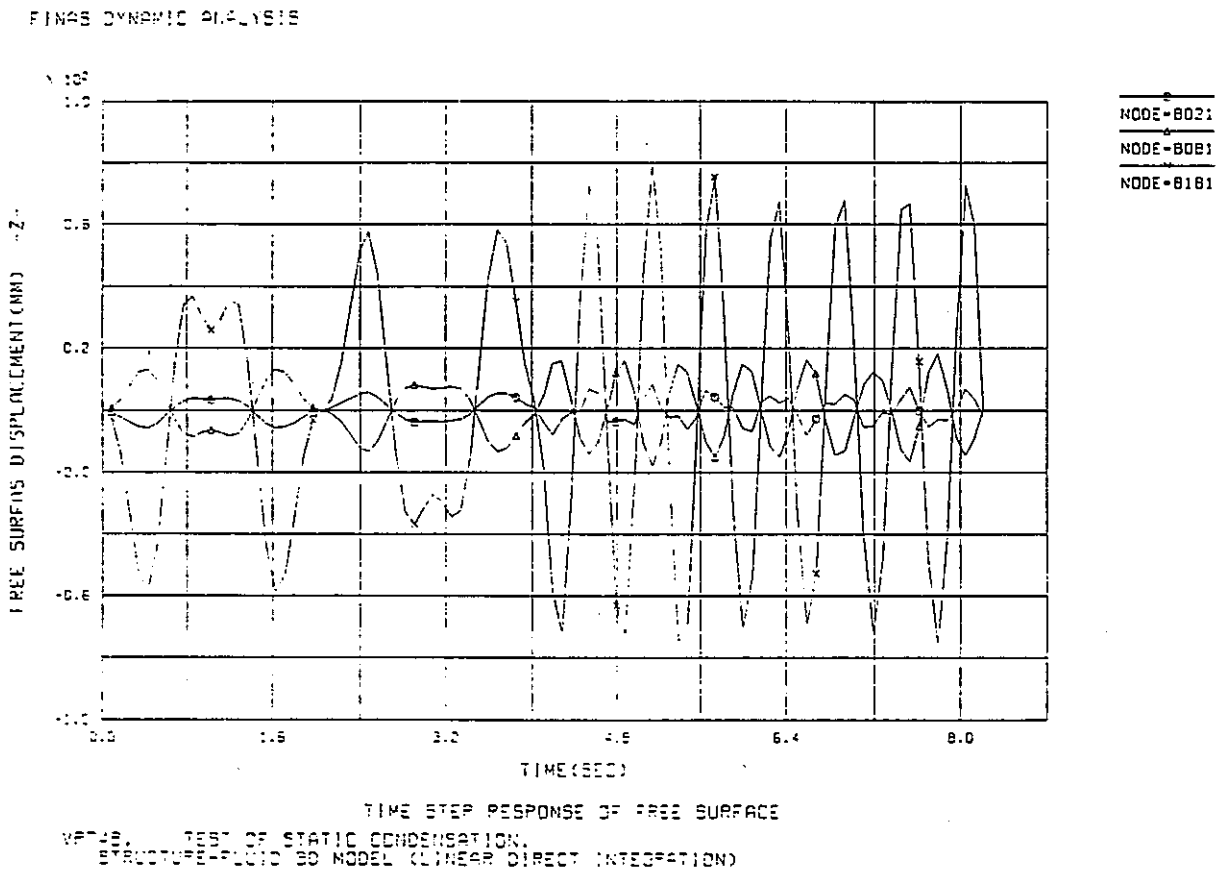


図748-10 自由表面の応答(縮合あり)

結 言

本報は平成2、3年度に実施した汎用非線形構造解析システムF I N A Sの拡張内容と検証例題についてまとめたものである。今回の機能拡張ではMod. 9Cr-1Mo鋼に関する材料データライブラリの追加、膜応力要素の3次元空間への拡張、動的解析における縮合機能の組み込み、及びプリントプロット機能の強化を行い、任意の構成モデルと任意の要素をユーザーサブルーチンにより組み込み可能とした。また、荷重増分自動決定機能、及び破壊力学パラメータ計算のための後処理プログラムF N S F R C Tのほか、面接触機能を用いた解析例の作成、流体の大変位運動を伴う流体構造連成解析機能について検討を行った。これらの機能はF I N A Sに組み込まれ次期バージョンV12.0として近々利用に供されることになる。

今後は接触機能の高速化、流体構造連成機能の高度化、輻射形態係数計算機能の付加、大変形材料モデルの組み込み、解析自動化等さまざまな開発ニーズに順次取り組んでいくとともに、計算機環境の変化に対応したシステム改良や、各種解析支援システムとのインターフェースの充実による使い易さの向上をはかっていく必要がある。

参考文献

- (1) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 開発計画書 : PNC SN241 78-29 (1978)
- (2) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 開発報告書 (I) : PNC SJ240 77-01 (1977)
- (3) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 開発報告書 (II) : PNC SJ240 78-01 (1978)
- (4) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 開発報告書 (III) : PNC SJ240 79-01 (1979)
- (5) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 開発報告書 (IV) : PNC SJ240 80-01 (1980)
- (6) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 開発報告書 (V) : PNC SJ240 81-01 (1981)
- (7) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 改良報告書 (I) : PNC SJ240 82-01 (1982)
- (8) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 改良報告書 (II) : PNC SJ240 83-01 (1983)
- (9) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 改良報告書 (III) : PNC SJ240 84-01 (1984)
- (10) 高速炉非弾性構造解析システム F I N A S 改良報告書 (IV) : PNC SJ240 85-01 (1985)
- (11) 汎用非線形構造解析システム F I N A S 改良報告書 (V) : PNC SJ9270 86-01 (1986)
- (12) 汎用非線形構造解析システム F I N A S 拡張・整備報告書 (I) : PNC SJ9270 87-001 (1987)
- (13) 汎用非線形構造解析システム F I N A S 拡張・整備報告書 (II) : PNC SJ9270 88-001 (1988)
- (14) 汎用非線形構造解析システム F I N A S 拡張・整備報告書 (III) : PNC SJ9270 89-001 (1989)
- (15) 汎用非線形構造解析システム F I N A S 拡張・整備報告書 (IV) : PNC SJ9270 90-004 (1990)
- (16) 汎用構造解析システム F I N A S (VERSION 11.0) 使用説明書 : PNC N9520 89-019 (1989)
- (17) 高速増殖炉高温構造設計基準材料強度基準等の高度化に関する検討報告 (I)
: PNC SN9410 88-105 (1988)
- (18) 高速炉用高温構造設計基準材料強度基準等 - 高度化案 - : PNC SN9410 89-086 (1989)
- (19) R. D. Cook, Ways to Improve the Bending Response of Finite Elements
: Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol11, 1029-1039(1977)
- (20) O. C. Zienkiewicz, A Simple and Efficient Element for Axisymmetric Shells
: Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol11, 1545-1588(1977)

- (21) T. J. R. Hughes, W. K. Liu, T. K. Zimwermann, Lagrange-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flow
: Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 29 (1981) 329-349
- (22) A. Huerta, W. K. Liu, Viscous flow with Large Free Surface Motion
: Comput. Meths. Appl. Mech. Eng. 69 (1988) 377-324
- (23) W. K. Liu, H. Chang, J. Chen, T. Belytschko, Arbitrary Lagrangian-Eulerian Petrov-Galerkin Finite Elements for Nonlinear Continua
: Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 68 (1988) 259-310
- (24) R. H. Crawford, D. C. Aderson, W. N. Waggenspack, Mesh rezoniing of 2D isoparametric element by inversion
: Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 28 (1989) 523-531

謝 辞

本報告書におけるF I N A Sの機能拡張作業、検証例題の実施にあたっては(株)C R C総合研究所の千葉隆久氏、上野睦郎氏、大鹿順司氏、津田徹氏、(株)アクシスの久保文男氏の御協力をいただいた。ここに深甚の謝意を表す。