

クリープ損傷評価に用いる設計係数の策定に係わる検討

— 局所的応力集中と総体的な弾性追従が重畳する場合の弾性追従係数の算定法 —

1993年4月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

クリープ損傷評価に用いる設計係数の策定に係わる検討
—局所的応力集中と総体的な弾性追従が重畳する場合の弾性追従係数の算定法—

山下 卓哉*

要 旨

高速炉主要機器の構造設計では、クリープ疲労損傷の制限が設計の支配要因となる場合が多く、評価法の高度化が期待されている。このためには、高速炉機器のクリープによる弾性追従の基本的なメカニズムを明らかにし、精度の良い弾性追従係数の算出法及び個々の要因による弾性追従が重畳した場合の弾性追従係数の具体的な算出法が必要となる。

本研究では、

- 1) 一定のせん断変位を受けるはりのクリープ解析
- 2) たが締め変位を受ける円筒殻のクリープ解析
- 3) 総体的な弾性追従が重畳する環状切欠付き丸棒のクリープ解析
- 4) たが締め変位を受けるフィレット付円筒殻のクリープ解析

を行うとともに、クリープ則としてNorton則を仮定し、それぞれの構造に対する弾性追従のメカニズムについて理論的な検討を行った。

その結果、クリープによる応力緩和挙動について以下の知見を得た。

- 1) 応力緩和の初期には遷移的な挙動を示す領域が存在し、その後定常的な挙動に移行する。
- 2) 遷移領域の弾性追従は局所的な応力分布の再配分に起因し、総体的な応力分布の再配分には依存しない。
- 3) 定常領域の弾性追従は総体的な応力分布の再配分に起因し、局所的な応力集中による弾性追従との重畳はそれぞれの要因による弾性追従係数の積で表せる。

また、それぞれの構造に対する遷移領域と定常領域の弾性追従係数の具体的な算出式を導くとともに、FEM解析との比較により算出式の妥当性を示した。

* 大洗工学センター 機器構造開発部 構造工学室

Study on the Determination of Design Coefficients for Creep-Fatigue Damage Evaluation

Takuya Yamashita *

Abstract

Since the creep-fatigue damage limit is usually dominant in the structural design of FBR components, the improvement of the creep-fatigue damage evaluation method is expected. In this study creep analyses of the following structures are carried out to clarify the basic mechanism of elastic follow-up due to creep relaxation of the FBR components and develop the calculating methods of the elastic follow-up parameters precisely.

- 1) Creep analysis of a beam
- 2) Creep analysis of a cylindrical shell
- 3) Creep analysis of a bar with circumferential notch
- 4) Creep analysis of a cylindrical shell with fillet

Theoretical examinations on the elastic follow-up mechanism of the structures are carried out assuming the Norton's law as a creep equation and concrete calculating methods of the elastic follow-up parameters for the structures are developed. Validity of the methods was confirmed by FEM analyses.

And the following knowledge is obtained in this study.

- 1) Structures exhibit transient elastic follow-up behavior in the initial stage of the creep relaxation and stationary behavior after that.
- 2) The transient behavior is caused by re-distribution of the locally distributed stress and not dependant on re-distribution of the grossly distributed stress.
- 3) The stationary behavior is caused by re-distribution of the grossly distributed stress and the elastic follow-up parameter of the interaction between local and gross re-distributions is calculated by multiplying the elastic follow-up parameters which are calculated independently.

* Structural Engineering Section, Systems and Components Development Division,
O-arai Engineering Center

目 次

1. 緒 言	1
2. 片持ちはりの弾性追従係数	2
2.1 はりの弾性追従挙動に関する今までの知見と問題点	2
2.2 一定変位を受けるはりの弾性追従挙動と弾性追従係数	3
2.3 固定部の板厚が変化する場合のはりの弾性追従係数	5
3. 円筒殻の弾性追従係数	27
3.1 円筒殻の応力形態	27
3.2 円筒殻の弾性追従挙動	28
3.3 端部の板厚が変化する場合の円筒殻の弾性追従係数	30
4. 環状切欠を有する丸棒の弾性追従係数	47
4.1 環状切欠を有する丸棒の弾性追従挙動	47
4.2 応力集中係数 K_o が一定の場合	48
4.3 応力集中係数 K_o が時間に依存する場合	49
4.4 式(23)、(31)及び(32)の適用性	50
4.5 切欠底の弾性追従挙動の簡易予測手法の検討	52
4.6 弾性応力集中係数の定義に関する補足	53
5. フィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従係数	77
5.1 フィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従挙動	77
5.2 フィレット付円筒殻の応力集中部の簡易予測手法	79
6. 考 察	98
6.1 簡易評価法のまとめ	98
6.2 弾塑性・クリープに対する適用性に関する考察	101
6.3 全体のまとめ	101
7. 結 言	105
謝 辞	106
参考文献	107
付録-A 定常領域の弾性追従係数	108
付録-B 遷移領域の弾性追従係数	116
付録-C はりの固定部の板厚が変化する場合の定常領域の弾性追従係数	120
付録-D 円筒殻の固定部の板厚が変化する場合の弾性追従係数の補正	126

付録－E ノッチ底の弾性追従係数	128
付録－F 解析モデルの概要	133

List of Tables

Table 5.1 Time Dependence of the Stress Amplification Factor K_s	81
Table 5.2 Comparison of Predictions with FEM	82

List of Figures

Fig. 2. 1 Elastic Follow-up Behaviour of a Beam	8
Fig. 2. 2 Elastic Follow-up Behaviour of a Beam under Norton's Law	9
Fig. 2. 3 Relation between Elastic Follow-up Parameters (Q_{BDS} , Q_T and Q_N)	10
Fig. 2. 4 (1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 3$)	11
Fig. 2. 4 (2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 5$)	12
Fig. 2. 4 (3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 7$)	13
Fig. 2. 5 (1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam ($n = 3$)	14
Fig. 2. 5 (2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam ($n = 5$)	15
Fig. 2. 5 (3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam ($n = 7$)	16
Fig. 2. 6 Dependence of Elastic Follow-up Parameter with n	17
Fig. 2. 7 (1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 3$, $r = 5.0$ mm)	18
Fig. 2. 7 (2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 5$, $r = 5.0$ mm)	19
Fig. 2. 7 (3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 7$, $r = 5.0$ mm)	20
Fig. 2. 8 (1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 3$, $r = 15.0$ mm)	21
Fig. 2. 8 (2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 5$, $r = 15.0$ mm)	22
Fig. 2. 8 (3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 7$, $r = 15.0$ mm)	23
Fig. 2. 9 (1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 3$, $r = 30.0$ mm)	24
Fig. 2. 9 (2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 5$, $r = 30.0$ mm)	25
Fig. 2. 9 (3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n = 7$, $r = 30.0$ mm)	26
Fig. 3. 1 Stresses in a Cylindrical Shell under Hoop Loading	27
Fig. 3. 2 Elastic Follow-up Analysis Model of a Cylindrical Shell	28

Fig. 3.3 Comparison of Elastic Follow-up Parameters predicted by Equations (2) and (3) with FEM Analysis ($n = 7$)	32
Fig. 3.4(1) Variation of Axial Stress σ_z in the Wall	33
Fig. 3.4(2) Variation of Hoop Stress σ_θ in the Wall	34
Fig. 3.4(3) Variation of Equivalent Stress σ_{eq} in the Wall	35
Fig. 3.5(1) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B (Inner Surface, $n = 7$)	36
Fig. 3.5(2) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B (Outer Surface, $n = 7$)	37
Fig. 3.6(1) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B ($n = 3$)	38
Fig. 3.6(2) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B ($n = 5$)	39
Fig. 3.7 Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell ($n = 7$)	40
Fig. 3.8(1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell with Corner r ($n = 3$, $r = 5.0$ mm)	41
Fig. 3.8(2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell with Corner r ($n = 5$, $r = 5.0$ mm)	42
Fig. 3.8(3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell with Corner r ($n = 7$, $r = 5.0$ mm)	43
Fig. 3.9(1) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) with FEM Analysis (with Corner r model, $n = 3$)	44
Fig. 3.9(2) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) with FEM Analysis (with Corner r model, $n = 5$)	45
Fig. 3.9(3) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) with FEM Analysis (with Corner r model, $n = 7$)	46
Fig. 4.1 Cylindrical Bar with Circumferential Notch	47
Fig. 4.2 Elastic Follow-up Behaviour of a Bar with Circumferential Notch ..	54
Fig. 4.3 Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 7$, $K = 2.75$)	55
Fig. 4.4(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 3$, $K = 2.75$)	56
Fig. 4.4(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 5$, $K = 2.75$)	57
Fig. 4.5(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 3$, $K = 2.75$, $q_G = 2.0$)	58
Fig. 4.5(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 5$, $K = 2.75$, $q_G = 2.0$)	59

Fig. 4. 5(3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 7$, $K = 2.75$, $q_c = 2.0$)	60
Fig. 4. 6(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 3$, $K = 1.625$)	61
Fig. 4. 6(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 5$, $K = 1.625$)	62
Fig. 4. 6(3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 7$, $K = 1.625$)	63
Fig. 4. 7(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 3$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$)	64
Fig. 4. 7(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 5$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$)	65
Fig. 4. 7(3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 7$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$)	66
Fig. 4. 8 Elastic Follow-up Behaviour at Notch Bottom by Gross Re-distribution	67
Fig. 4. 9(1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution ($n = 3$, $K = 2.75$, $q_c = 2.0$)	68
Fig. 4. 9(2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution ($n = 5$, $K = 2.75$, $q_c = 2.0$)	69
Fig. 4. 9(3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution ($n = 7$, $K = 2.75$, $q_c = 2.0$)	70
Fig. 4.10(1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution ($n = 3$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$)	71
Fig. 4.10(2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution ($n = 5$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$)	72
Fig. 4.10(3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution ($n = 7$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$)	73
Fig. 4.11 Envelope Curve for Simplified Analysis	74
Fig. 4.12(1) Envelope of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution for Simplified Analysis ($n = 3$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$) ..	75
Fig. 4.12(2) Envelope of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution for Simplified Analysis ($n = 7$, $K = 1.625$, $q_c = 2.0$) ..	76
Fig. 5. 1(1) Comparison between Elastic Follow-up Parameters Predicted by Several Simplified Equations for the Transition Region of Creep Relaxation ($n = 3$, $K = 2.13$, $q_c = 2.15$)	83
Fig. 5. 1(2) Comparison between Elastic Follow-up Parameter Predicted by Equation (31) and FEM Analysis in the Stational Region of Creep Relaxation ($n = 3$, $K = 2.13$, $q_c = 2.15$)	84
Fig. 5. 2 Elastic Follow-up Behaviour of a Cylindrical Shell with Fillet	85

Fig. 5. 3 (1) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 3$, $K = 2.13$, $q_c = 2.15$)	86
Fig. 5. 3 (2) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 5$, $K = 2.13$, $q_c = 2.37$)	87
Fig. 5. 3 (3) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 7$, $K = 2.13$, $q_c = 2.56$)	88
Fig. 5. 4 (1) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 3$, $K = 1.31$, $q_c = 2.11$)	89
Fig. 5. 4 (2) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 5$, $K = 1.31$, $q_c = 2.32$)	90
Fig. 5. 4 (3) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 7$, $K = 1.31$, $q_c = 2.46$)	91
Fig. 5. 5 (1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 3$, $K = 2.13$, $q_c = 2.15$)	92
Fig. 5. 5 (2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 5$, $K = 2.13$, $q_c = 2.37$)	93
Fig. 5. 5 (3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 7$, $K = 2.13$, $q_c = 2.56$)	94
Fig. 5. 6 (1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 3$, $K = 1.31$, $q_c = 2.11$)	95
Fig. 5. 6 (2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 5$, $K = 1.31$, $q_c = 2.32$)	96
Fig. 5. 6 (3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 7$, $K = 1.31$, $q_c = 2.46$)	97
Fig. 6. 1 Elastic Follow-up Behaviour of a Bar with Cylindrical Notch after Plastic Deformation	103
Fig. 6. 2 Elastic Follow-up Behaviour of a Bar with Cylindrical Notch under Constant Force	104

1. 緒 言

高速炉主要機器の構造設計では、クリープ疲労損傷の制限が設計の支配因子になっている場合が多い。このため、信頼性及び経済性に優れた構造設計を行なうためには、合理的なクリープ疲労損傷評価法の策定が重要である。「高速原型炉第1種機器の高温構造設計方針」のクリープ疲労損傷規定は、クリープ損傷評価に応力緩和を取り入れることにより他国の規定に比べてより合理的な評価になっているが、構造物強度試験による検証では設計許容値と実際の破損発生時点とに大幅な隔たりがある場合も認められ、評価法の高度化が期待されている。

クリープ損傷評価手法を高度化し、実機設計をより合理的に行えるようにするためには

- (1) クリープ損傷が問題となる主要な構造の弾性追従のメカニズムを明らかにし、精度の良い具体的な弾性追従係数の算出法を提示する。
- (2) 個々の要因による弾性追従の相互作用を明らかにし、それらが重畳した場合の弾性追従係数の具体的な算出法を提示する。

ことが必要である。

上記(2)に関しては、局所的構造不連続、総体的構造不連続及び冶金的不連続による相互作用を考慮した一般化弾性追従モデルが提案され¹⁾、構造物強度試験結果との比較等によりその有効性が検証されつつある。一方、上記(1)についてはほとんど検討された例が無く、谷川等の検討による局所的構造不連続部（環状切欠付き丸棒）の弾性追従係数の算出例²⁾が唯一のものである。ただし、この手法で求めた弾性追従係数は、ひずみ範囲については保守的な包絡ができるものの応力緩和については過少評価になる場合があることが指摘されている。

以上のような背景から、高速炉機器のクリープによる弾性追従の基本的な挙動を把握するために

- 1) 一定のせん断変位を受けるはりのクリープ解析
- 2) たが締め変位を受ける円筒殻のクリープ解析
- 3) 総体的な弾性追従が重畳する環状切欠付き丸棒のクリープ解析
- 4) たが締め変位を受けるフィレット付円筒殻のクリープ解析

を行うとともに、クリープによる弾性追従のメカニズムについて理論的な観点から検討を行う。また、これらの検討結果を基に、これらの構造に対する具体的な弾性追従係数の算出法を提案する。

尚、議論の本筋を見失わないために、本報告書の本文には上記解析の詳細（使用した要素、要素分割、境界条件等）についてはほとんど記載せず、結果のみを記した。詳細は、付録-Fとしてまとめたのでそちらを参照されたい。

2. 片持ちはりの弾性追従係数

2.1 はりの弾性追従挙動に関する今までの知見と問題点

「高速原型炉第1種機器の高温構造設計方針」（以下では、BDSと略記する）のクリープ疲労損傷評価では、総体的構造不連続に起因する弾性追従の評価には $q = 3$ の弾性追従係数を適用することを規定している。一方、「解説 高速原型炉第1種機器の高温構造設計方針」

（以下では、BDSの解説と略記する）は、 $q = 3$ が応力緩和に伴う弾性追従係数の上限値である理論的な根拠として、下式で与えられるNorton則（ $\dot{\epsilon} = B \sigma^n$: B 、 n は定数）に従うクリープはりの解析解を与えている。

$$q_{BDS} = \frac{n+2}{3} \quad (1)$$

しかしながら、この式は強制変位を受けるはりの応力緩和を厳密に解いて得られたものではなく、一定荷重下のはりに生じるクリープひずみと弾性はりのひずみの比から間接的に求められたものである。

ここで、問題点を明らかにするために強制変位を受けるはりの弾・クリープ解析結果を示す。Fig. 2.1は、一定の強制変位を与えた片持ちはりの最大応力点（はりの付け根）における応力緩和挙動を示しており、横軸はひずみ、縦軸は応力である。この解析では、クリープ則としてNorton則を用い、Norton則の指数は $n = 7$ とした。この図から、はりの応力緩和は、弾性追従係数がほぼ $q = 1.5$ で表せる緩和初期の挙動と弾性追従係数がほぼ $q = 4$ で表せる緩和後期の挙動の二つの挙動に明瞭に分かれることがわかる。因みに、BDSの方法で求められる $n = 7$ に対する弾性追従係数 $q = 3$ の応力緩和は、Fig. 2.1に示した点線で与えられる。即ち、クリープによる応力緩和時のひずみ範囲についてはすべての領域にわたって $q = 3$ の弾性追従係数で包絡できるが、緩和後期の応力については緩和速度を過少に評価することになる。従って、緩和開始時点の応力分布がNorton型の分布に近い弾塑性状態から緩和する場合には、緩和後期の挙動が初めから現れるため、 $q = 3$ ではクリープ損傷を低めに見積もる可能性がある。

ただし、ここで一言付け加えると、もんじゅの機器に対する $q = 3$ の保守性に関しては、もんじゅの安全審査時に行なわれた数々の解析や今までに行なわれた熱過渡強度試験の評価解析等により検証されており、これらの解析では $q = 3$ を超えるような弾性追従が見られた例はない。この理由は、弾性追従が生じやすい応力集中部（配管と容器の接合部、容器と支持スカートとの接合部、Y型構造の分岐部等）には、応力集中をできるだけ小さくするために、コーナーを丸くしたり板厚を除々に変化させる等応力の集中を緩和する対策を施すが、このような応力集中緩和構造は単に応力の集中を緩和するだけでなく弾性追従も緩和する効果があるためと考

えられる。以下では、応力集中緩和構造の弾性追従に対する緩和効果も含め、総体的構造不連続に起因する弾性追従の基礎モデルとなるはりの弾性追従挙動について二三の検討を行う。

2.2 一定変位を受けるはりの弾性追従挙動と弾性追従係数

先ほどの解析結果を分析することにより、はりの応力緩和時に見られる二つの挙動について以下のことがわかった (Fig. 2.2 参照)。

弾性追従係数がほぼ $q = 1.5$ で表せる初期の応力緩和は、緩和の開始時期のごく短い間に起こり、板厚内の応力分布が変化するだけで曲げモーメントはほとんど変化しない。この挙動は、主として板厚方向の応力分布が直線分布からNorton型の曲線分布に移行するまでの遷移的な挙動と解釈できる。そこで、以下では、この領域の挙動を遷移領域の挙動と呼ぶことにする。

一方、緩和時間の大部分を占める弾性追従係数がほぼ $q = 4$ で表せる応力緩和の後期後期では、曲げモーメントが変化するだけで板厚内の応力分布の形状はほとんど変化せず相似形のままである。この領域では、分布形状がほぼ定常的に保たれるので定常領域の挙動と呼ぶことにする。

これら二つの領域の挙動は厳密には相互に影響し不可分のものであるが、二つのメカニズムを同時に考慮した方程式を解くのは困難である。しかしながら、Fig. 2.1 からわかるように、応力緩和が定常領域に達した後では、遷移領域の挙動の影響はほとんど無視できそうである。そこで、定常領域の弾性追従を支配する方程式を予め求め、遷移領域については定常領域の挙動の影響を考慮するという方法で、これら二つの領域の弾性追従係数の算出式を別々に導いた。式の導出は長くなるためそれぞれ付録として示すものとし (付録-A、B 参照)、以下では、導出した二つの領域の弾性追従係数の算出式と BDS の算出式の関係について若干の考察を加えるとともに FEM 解析結果との比較によりこれらの算出式の妥当性を示す。

1) BDS の算出式との関係

遷移領域弾性追従係数 q_T (elastic follow-up parameter in the transition region) と定常領域の弾性追従係数 q_G (elastic follow-up parameter due to gross re-distribution) は、クリープ則として Norton 則を仮定するとはりの形状 (厚さ、幅及び長さ) には依らず、それぞれ以下の式で与えられる。

$$q_T = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left[1 - \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \right] \right\}^{-1} \quad (2)$$

$$q_G = \frac{n(n+2)}{2n+1} \quad (3)$$

ここに、 n はNorton則の指数である。

BDSの算出式(1)と式(2)及び(3)の関係を、ひずみを横軸、応力を縦軸に採った図の上で比較するとFig. 2.3のようになる。即ち、一定の変位を与えられたはりの応力は、遷移領域では式(2)で与えられる弾性追従係数 q_r に沿って緩和し、定常領域では式(3)で与えられる弾性追従係数 q_c に沿って緩和する。また、応力が0になった時点のひずみは、初期応力からひいたBDSの算出式(1)で与えられる弾性追従係数 q_{BDS} の傾きを持つ直線と横軸との交点におけるひずみに完全に一致する。このような関係が成り立つ理由については、以下のように考察できる。

BDSの算出式(1)は、変位 δ を与えられたはりの弾性ひずみ ε_e と一定荷重を受けるはりのクリープ変形によって生じたたわみが δ に等しくなった時点のクリープひずみ ε_c の比で定義されている。

$$q_{BDS} = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_c} \quad (4)$$

ここに、

$$\varepsilon_e = \frac{S n}{E} \quad (5)$$

である。 $S n$ は弾性応力範囲、 E はヤング率である。一方、BDSの算出式の導出過程では、Norton則に従うクリープ緩和によって板厚内の応力分布が、最初から定常分布になっていることを仮定している。従って、応力緩和に伴う弾性追従係数を求める際にクリープひずみ ε_c と比較すべき弾性ひずみは式(5)で与えられる弾性ひずみではなく、Norton則による定常分布に対する弾性ひずみ

$$\varepsilon_e = \frac{2n+1}{3n} \frac{S n}{E} \quad (6)$$

と比較すべきである。即ち、式(1)を式(6)の係数で割ると

$$q_{BDS} \Big/ \frac{2n+1}{3n} = \frac{n+2}{3} \Big/ \frac{2n+1}{3n} = \frac{n(n+2)}{2n+1} = q_c \quad (7)$$

となり、本検討で求めた定常領域の弾性追従係数 q_c に一致する。言い換えると、BDSの方法で求めた緩和が完了した時点のクリープひずみは、一定変位を受けるはりの応力緩和を厳密に解いた場合のクリープひずみと完全に一致する。但し、定常領域の弾性追従係数を求めるためには比較する弾性ひずみとして、式(5)ではなく式(6)を用いなければならない。

2) 式(2)及び(3)の妥当性

Fig. 2.4(1)、(2)及び(3)に、 n をそれぞれ3、5、7とした場合のはりの弾性追従解析結果と

式(1)、(2)及び(3)による予測値の比較を示す。これらの比較から、どのような n の値に対しても

- (イ) ひずみ範囲は、式(1)により保守的に包絡される。
- (ロ) 遷移領域の弾性追従係数は、式(2)による予測値とほぼ一致する。
- (ハ) 定常領域の弾性追従係数は、式(3)による予測値とほぼ一致する。

ことが確認できる。式(2)及び(3)の予測値が解析結果と完全に一致しないのは、解析に使用した有限要素BEAM2の積分点が板厚方向に5点しかないため、応力分布の形状を完全に模擬できていないためと考えられる。これは、 n の値が大きいほど、即ち非線形性が大きいほど予測値とのずれが大きいことから確認できる。

Fig. 2.5(1)、(2)及び(3)に、 n がそれぞれ3、5、7に対するFEM解析から得られたはりの弾性追従係数の長手方向分布を示す。Fig. 2.5(1)、(2)及び(3)には、式(2)による遷移領域の弾性追従係数と式(3)の基になった次式(付録-Aの式(A-44)参照)より求めた定常領域の弾性追従係数の分布が併記してある。

$$q_c(x) = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{x}{\ell} \right]^{n-1} \quad (8)$$

これらの図からわかるように、緩和初期のはりの付け根の弾性追従係数は式(2)による予測値に、時間が十分に経った時点、即ち定常領域の弾性追従係数の分布は式(8)から予測される分布と良く一致していることが確認できる。

3) ベローズの弾性追従係数について

過去に行われた配管用ベローズのフィージビリティスタディでは多くのクリープ解析を行い、その際に緩和初期の弾性追従係数はどのような条件でもほぼ1.5になることが確認されていたが³⁾、その当時はこの理由がわからなかった。式(2)及び(3)から計算される弾性追従係数を、横軸にNorton則の指数 n をとり線図化するとFig. 2.6のようになる。この図から分かるように、遷移領域の弾性追従係数の指数 n に対する依存性は小さく、 $n=3\sim7$ の範囲ではほぼ1.5になる。一方、ベローズの応力状態は矩形断面を持つはりではほぼモデル化することができるが一連の検討によりわかっている。即ち、ベローズの緩和初期の弾性追従係数がほぼ1.5になる理由は、ベローズがはりと全く同じ応力緩和挙動をとるということで理解できる。また、今回の検討によりその理論的な裏付けが得られたものと言える。

2.3 固定部の板厚が変化する場合のはりの弾性追従係数

実機構造では、フランジ付きの円筒殻やフィレット付きの円筒殻等、はりの弾性追従が応用できる構造が少なくない。ただし、フランジやフィレット等比較的剛な構造に円筒殻を接続す

る場合、接続部に生じる応力集中を小さくするために、接続部にコーナー r を設けたり円筒殻の板厚を徐々に厚くする等の応力緩和構造が採られる。従って、はりの弾性追従評価法を実機構造に応用するためには、はりの固定部の板厚が変化する場合の弾性追従係数を求める手法が無ければ、あまり実用的ではないであろう。そこで、はりの固定部の板厚が任意に変化する場合の定常領域の弾性追従係数の近似解を求めた（付録-C参照）。遷移領域の弾性追従係数は、板厚方向の応力分布に起因するため、はりの長手方向の板厚の変化にはほとんど依存しないものと考えられる。従って、遷移領域の弾性追従係数に対しては板厚が変化する場合にも式(2)が使えるものと考えられる。これに関しては、FEM解析により確認する。

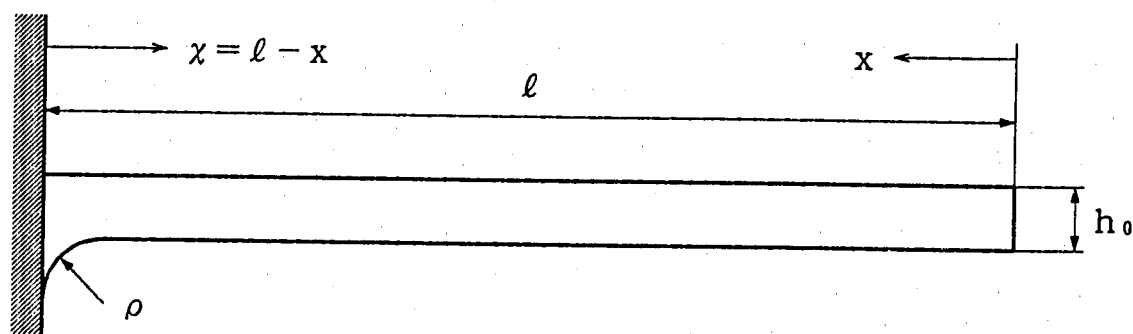
はりの固定部の板厚が変化する場合の近似解は、付録-Cの式(C-12)より

$$q_c = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-1} \left[\frac{\ell-x}{\ell-\Delta\ell} \right]^{n-1} \quad (9)$$

で与えられる。ここに、 h_0 ははりの一般部の、 $h(x)$ は板厚変化部の板厚を表す。 ℓ ははりの長さ、 x ははりの付け根からの長手方向距離、 $\Delta\ell$ ははりの長さの補正量である。

式(9)の妥当性を確認するために、例題としてコーナー r 付きはりの弾性追従係数を求め、FEM解析結果と比較する。はりの寸法は以下のようにとる。

長さ	:	$\ell = 150 \text{ mm}$
板厚	:	$h_0 = 15 \text{ mm}$
コーナーの曲率	:	$\rho = 5, 15, 30 \text{ mm}$



はりの板厚は、 x の関数として

$$h(x) = \begin{cases} h_0 + \rho - (2x\rho - x^2)^{1/2} & (x \leq \rho) \\ h_0 & (x > \rho) \end{cases} \quad (10)$$

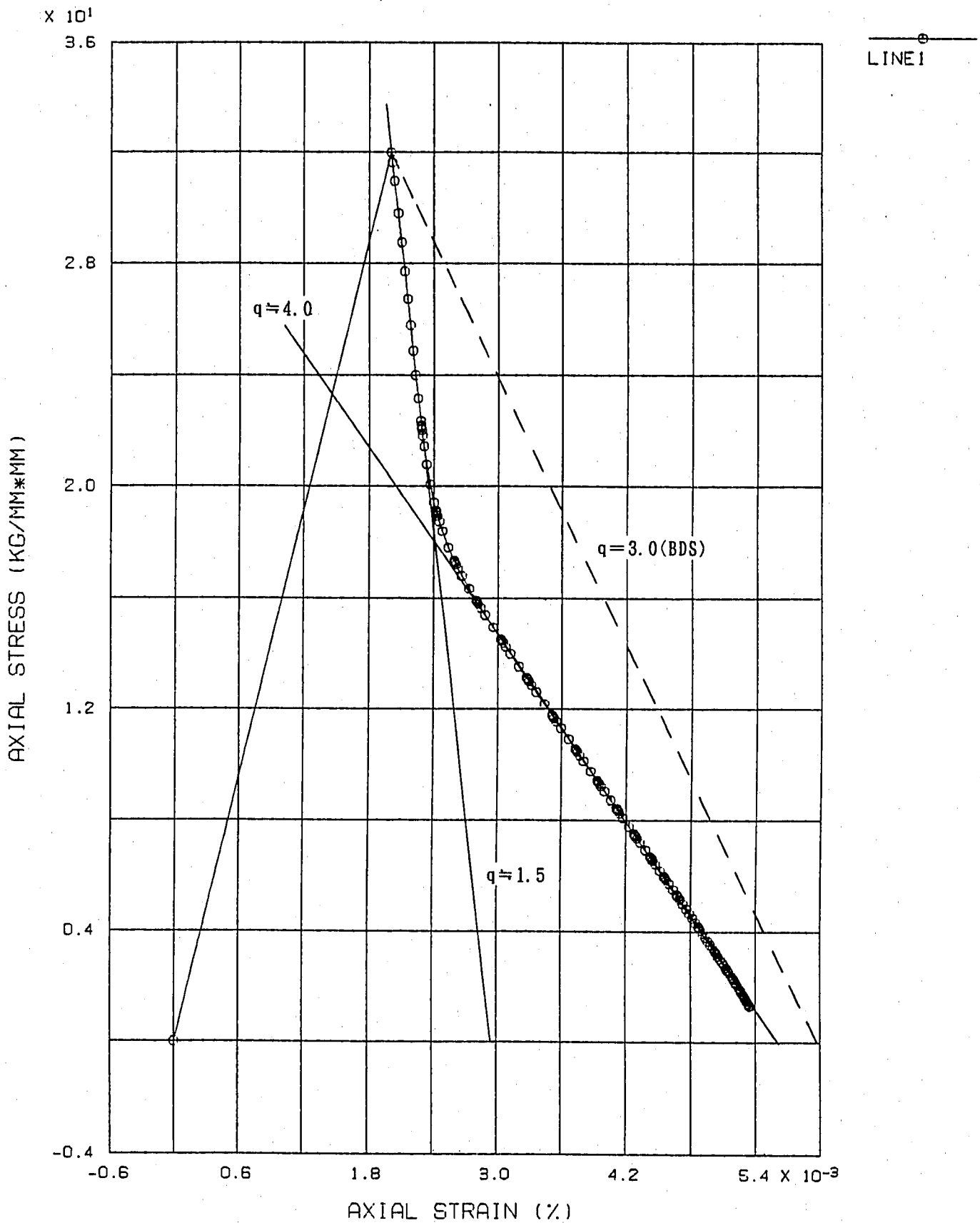
で与えられる。

Fig. 2.7(1)~(3)に、 $\rho = 5 \text{ mm}$ で n がそれぞれ 3、5、7 に対して FEM 解析から得られたはりの弾性追従係数の長手方向分布と式(9)から予測される弾性追従係数の長手方向分布の比較

を示す。これらの図には、式(2)から予測される遷移領域の弾性追従係数も併記した。これらの図から、緩和初期のはりの付け根の弾性追従係数は式(2)による予測値に、時間が十分に経った時点での弾性追従係数の分布は式(9)から予測される分布にほとんど一致していることが確認できる。

Fig. 2.8(1)~(3)に、FEM解析より求めた $\rho = 15$ mmに対する定常領域の弾性追従係数の分布と式(9)から予測される分布の比較を示す。また、Fig. 2.9(1)~(3)に $\rho = 30$ mmに対する同様の比較を示す。参考のため、これらの図にはコーナ r の無いはりの比較も示した。これらの図から、コーナ r の大きさが異なる場合にも式(9)は十分な予測精度を有することがわかる。

FINAS



DISTRIBUTION OF STRESS-STRAIN CURVE AT SURFACE

Fig. 2.1 Elastic Follow-up Behaviour of a Beam

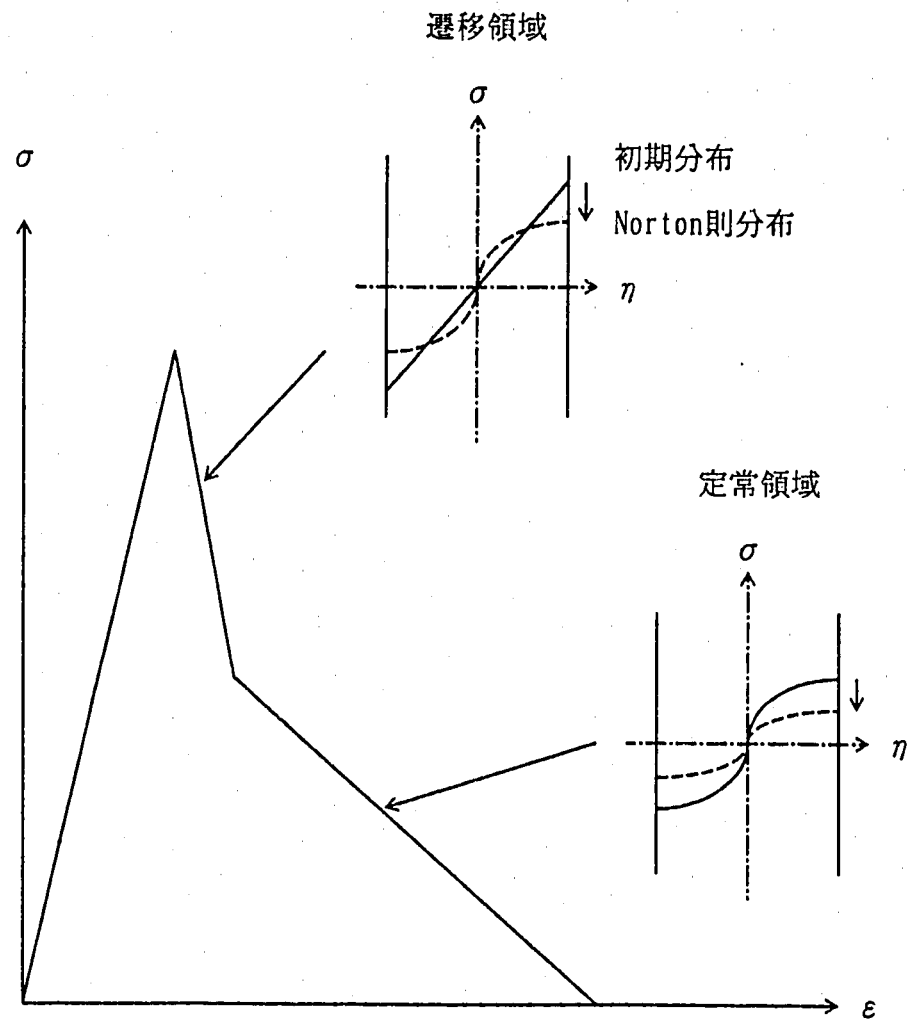
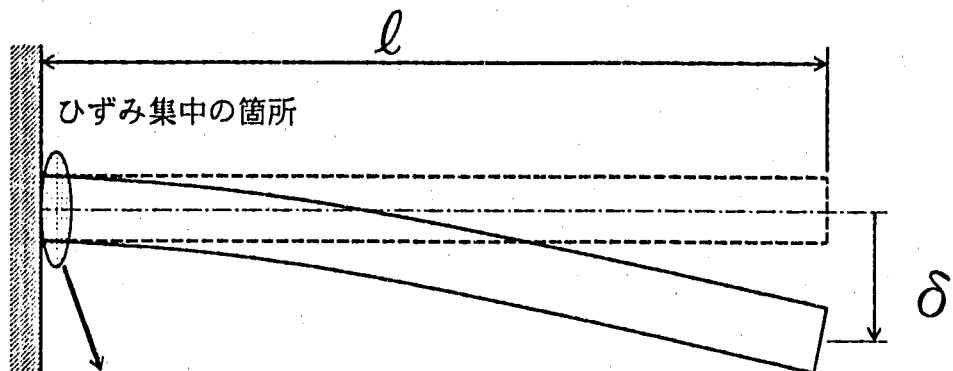


Fig. 2.2 Elastic Follow-up Behaviour of a Beam under Norton's Law

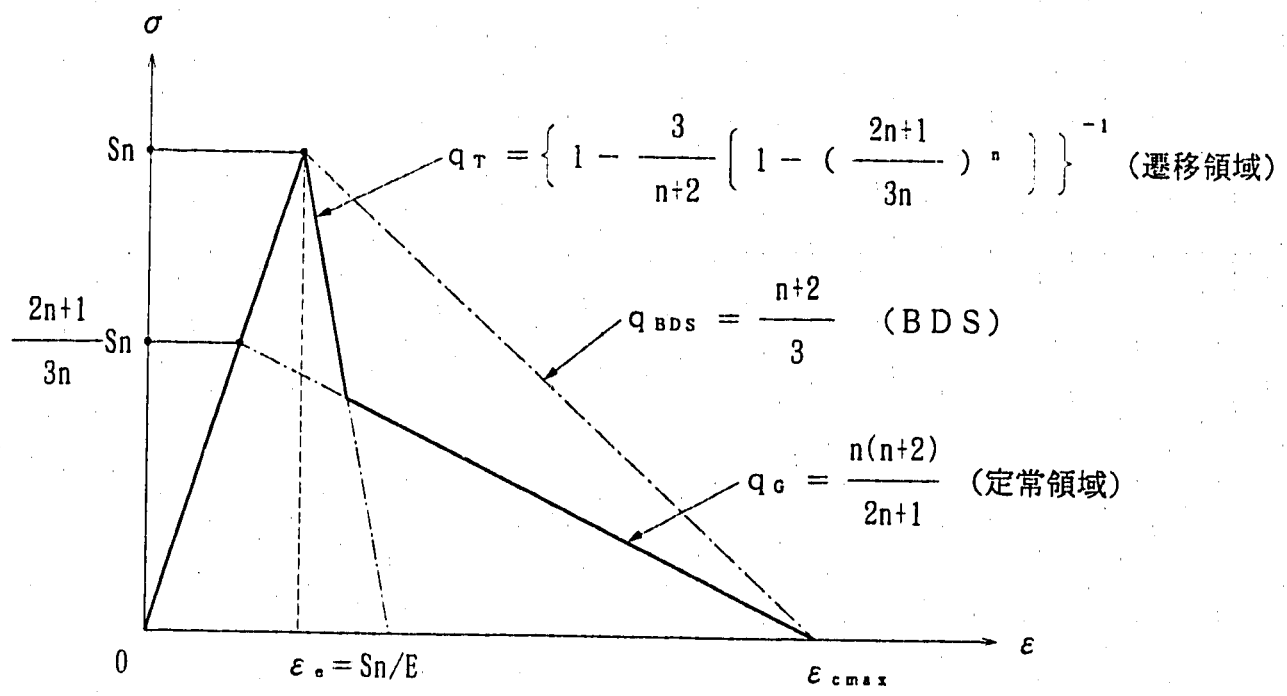
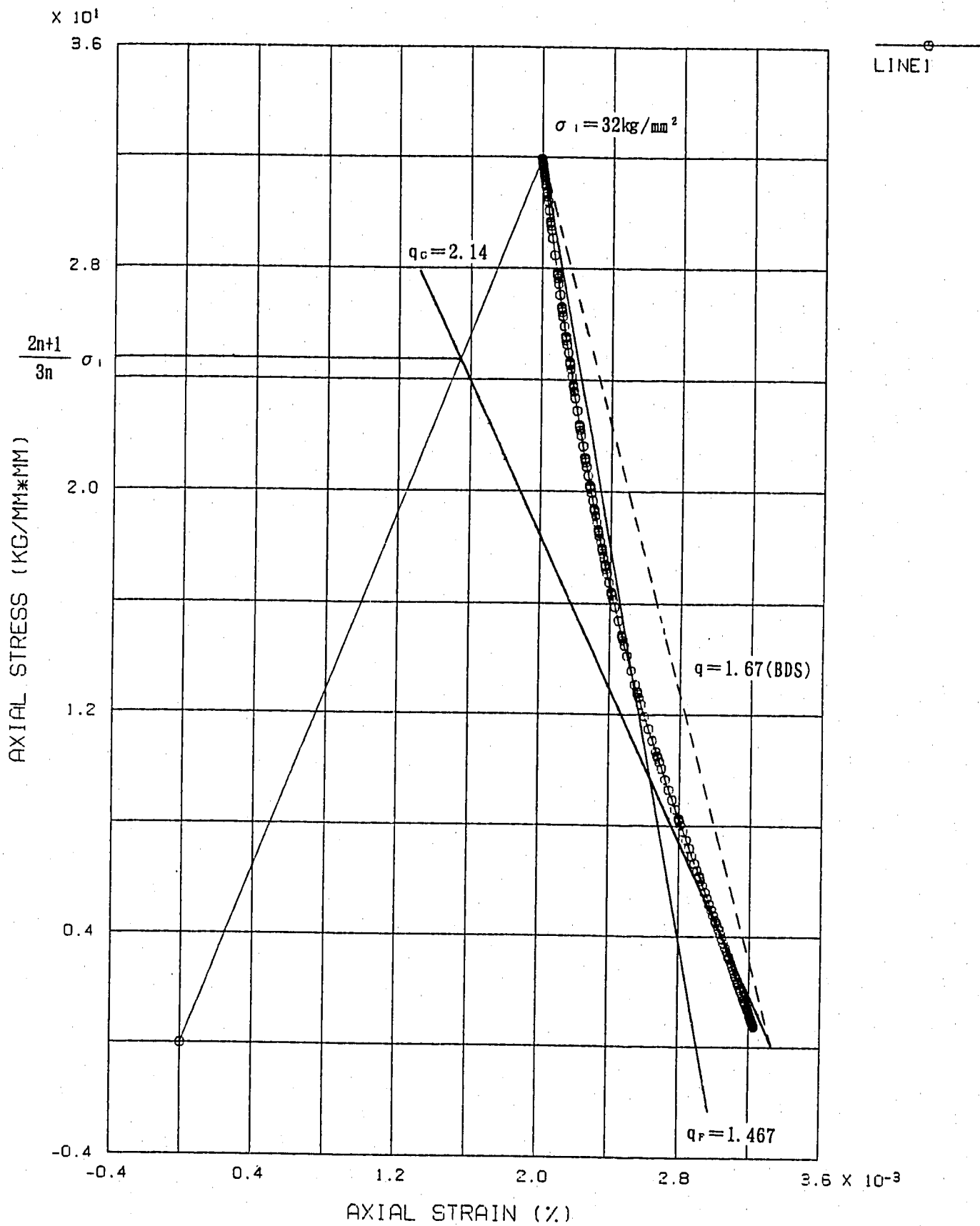


Fig. 2.3 Relation between Elastic Follow-up Parameters (q_{BDS} , q_{τ} and q_c)

FINAS

n = 3

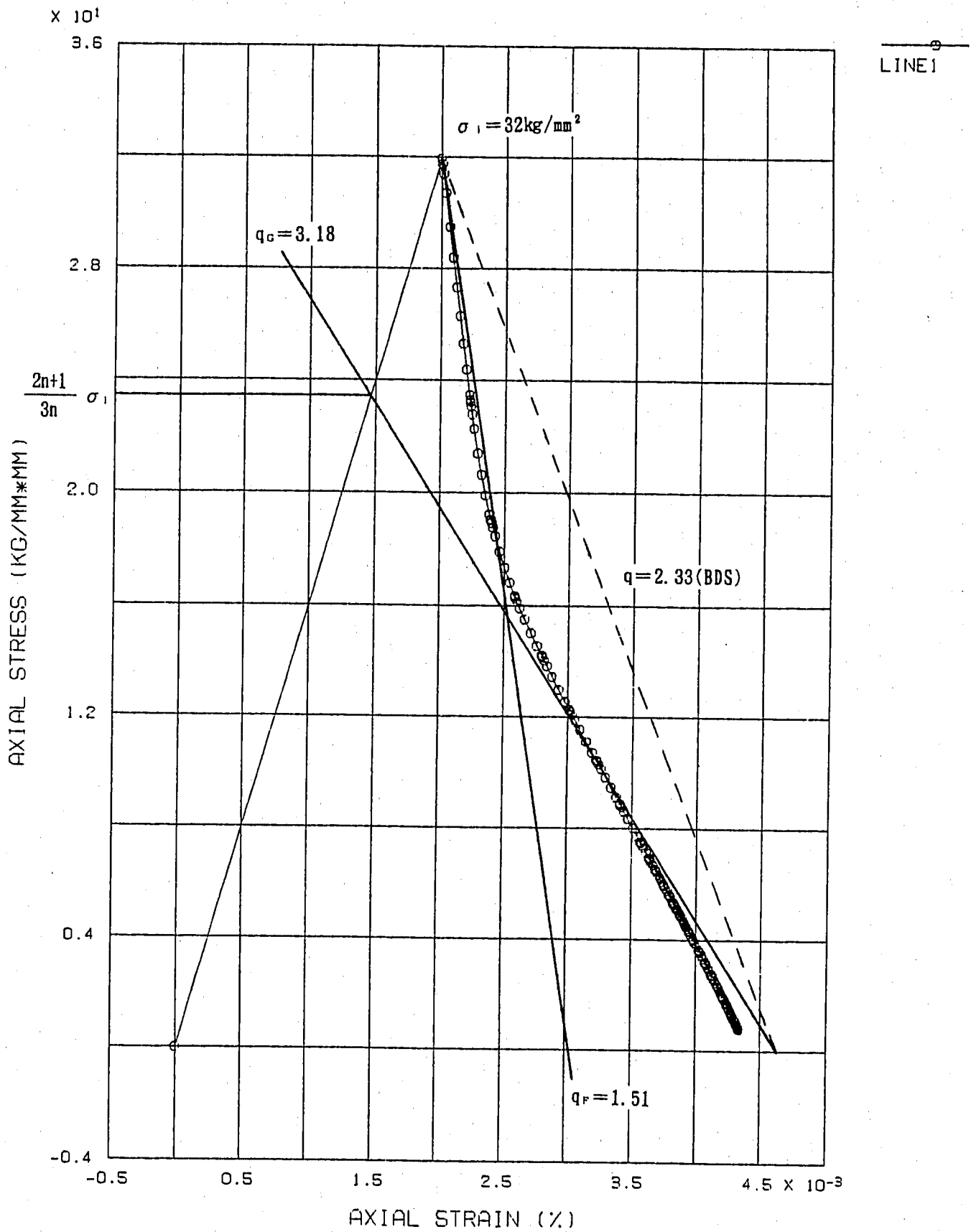


DISTRIBUTION OF STRESS-STRAIN CURVE AT SURFACE

Fig. 2. 4(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM (n = 3)

FINAS

$n = 5$

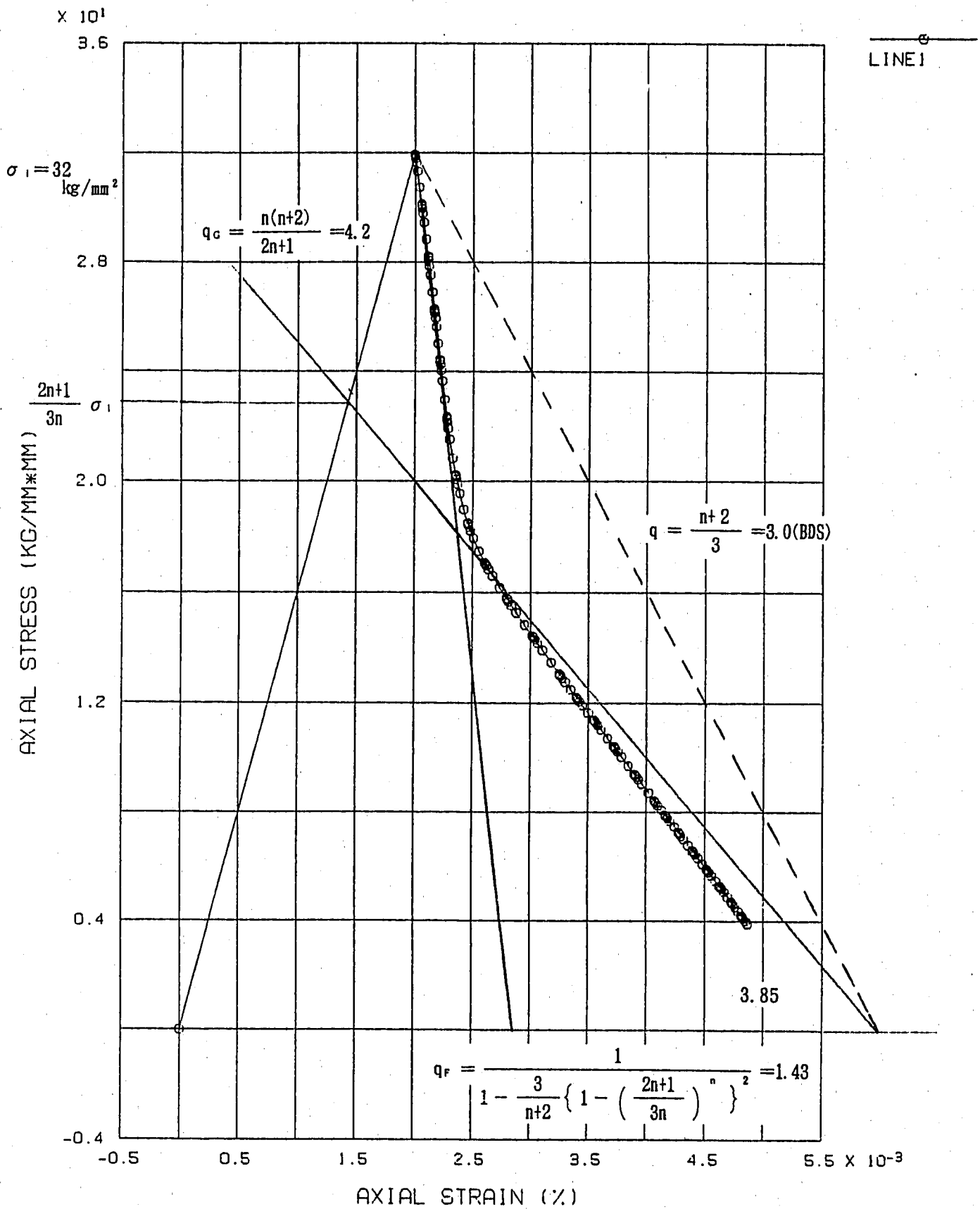


DISTRIBUTION OF STRESS-STRAIN CURVE AT SURFACE

Fig. 2. 4 (2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM ($n = 5$)

FINAS

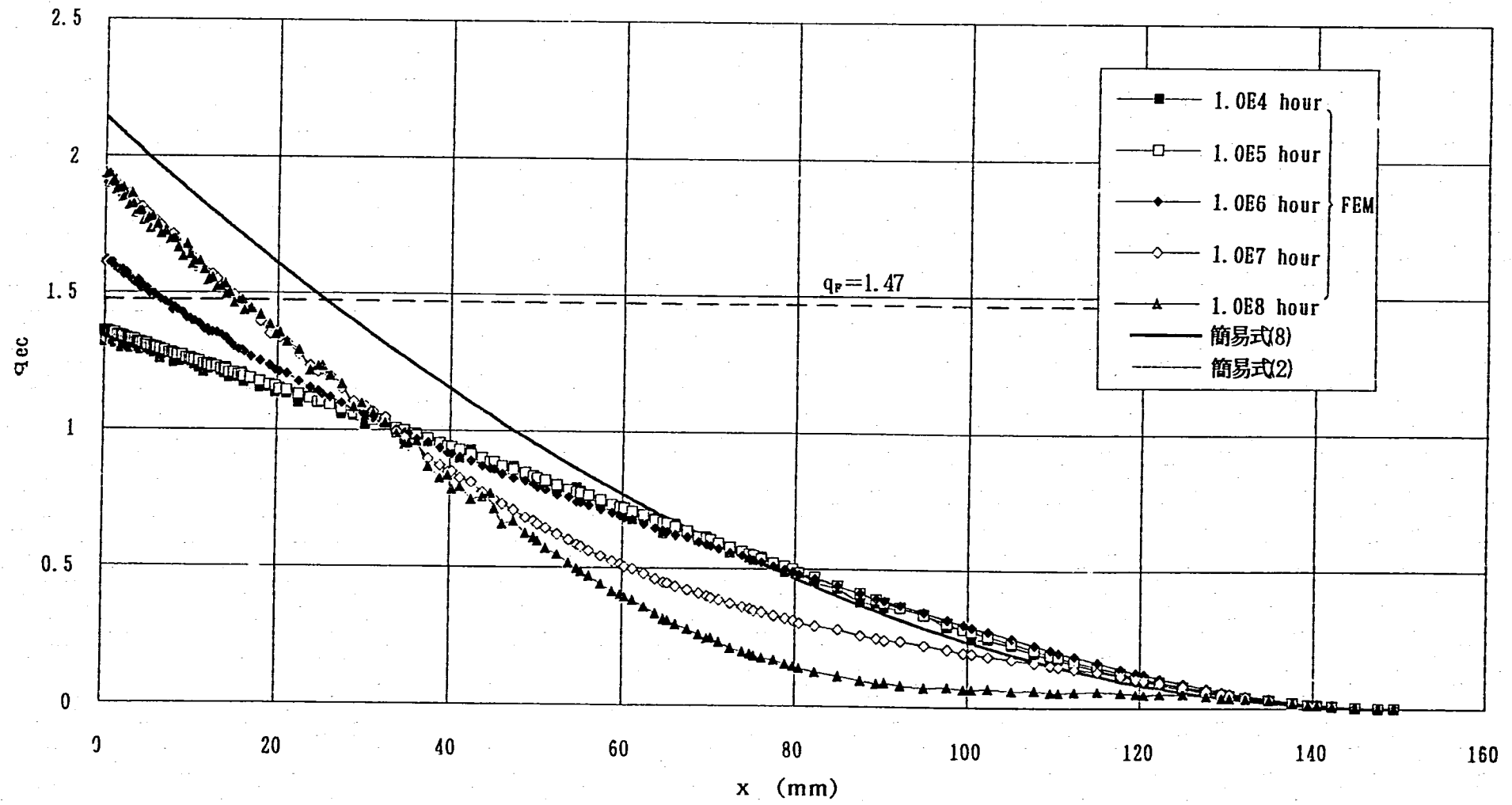
n = 7



DISTRIBUTION OF STRESS-STRAIN CURVE AT SURFACE

Fig. 2. 4 (3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM (n = 7)

q_{ec}のx軸方向分布 BEAM2、n=3、rなし、変位2mm



- 14 -

Fig. 2. 5(1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam (n = 3)

q_{ec}のx軸方向分布 BEAM2、n=5、rなし、変位2mm

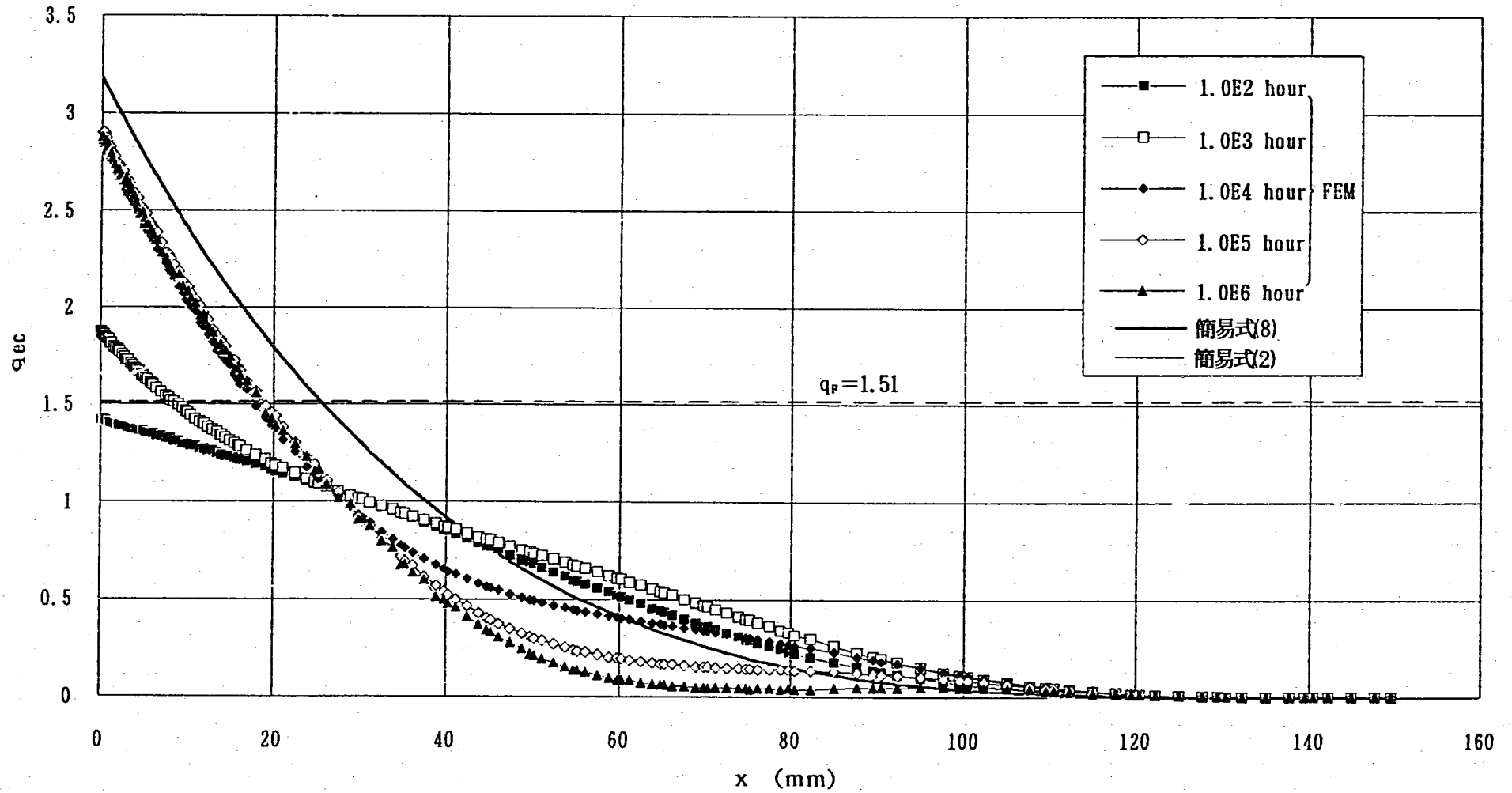


Fig. 2. 5(2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam (n = 5)

q_{ec}のx軸方向分布 BEAM2、n=7、rなし、変位2mm

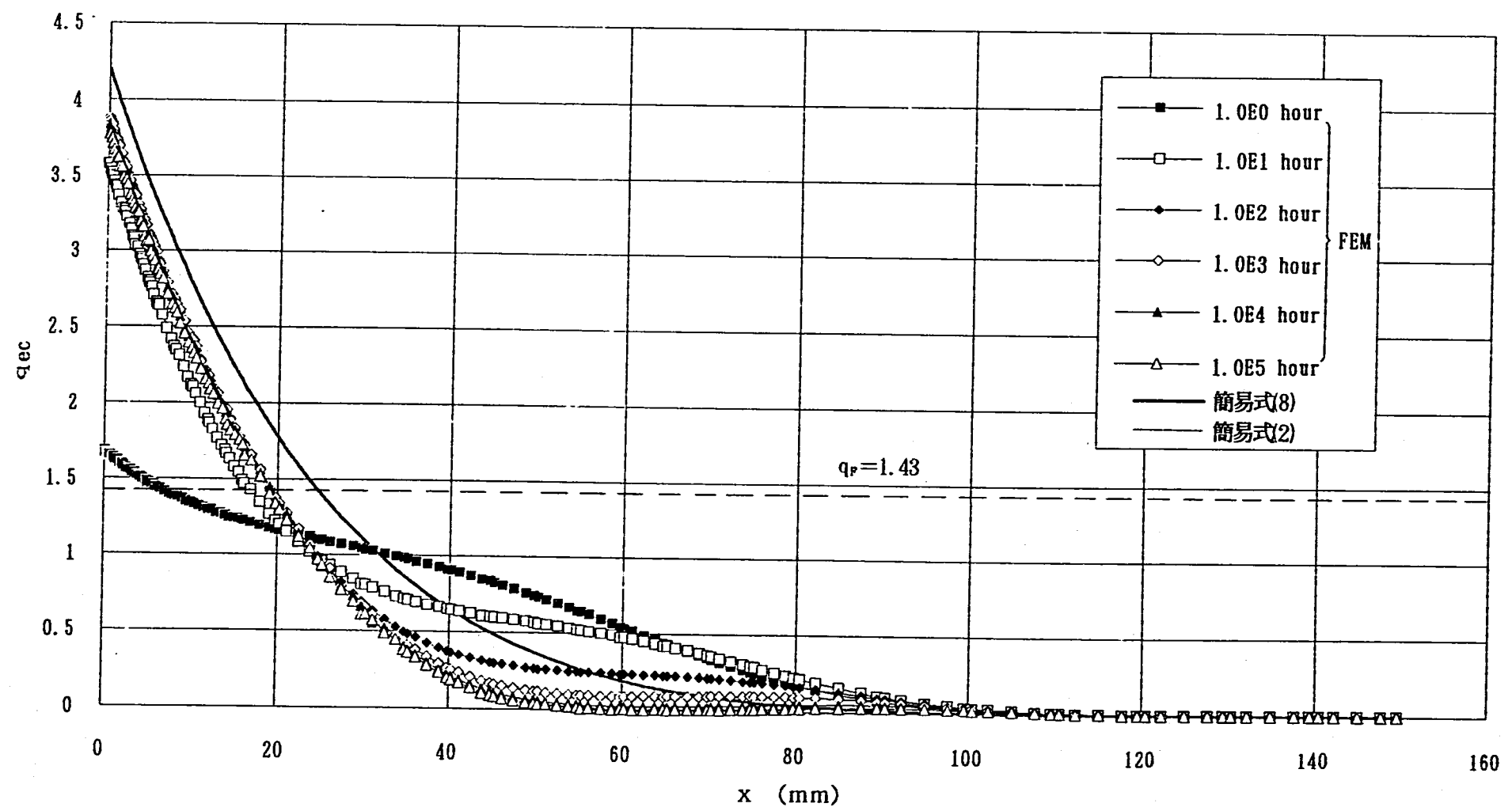


Fig. 2.5(3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam (n = 7)

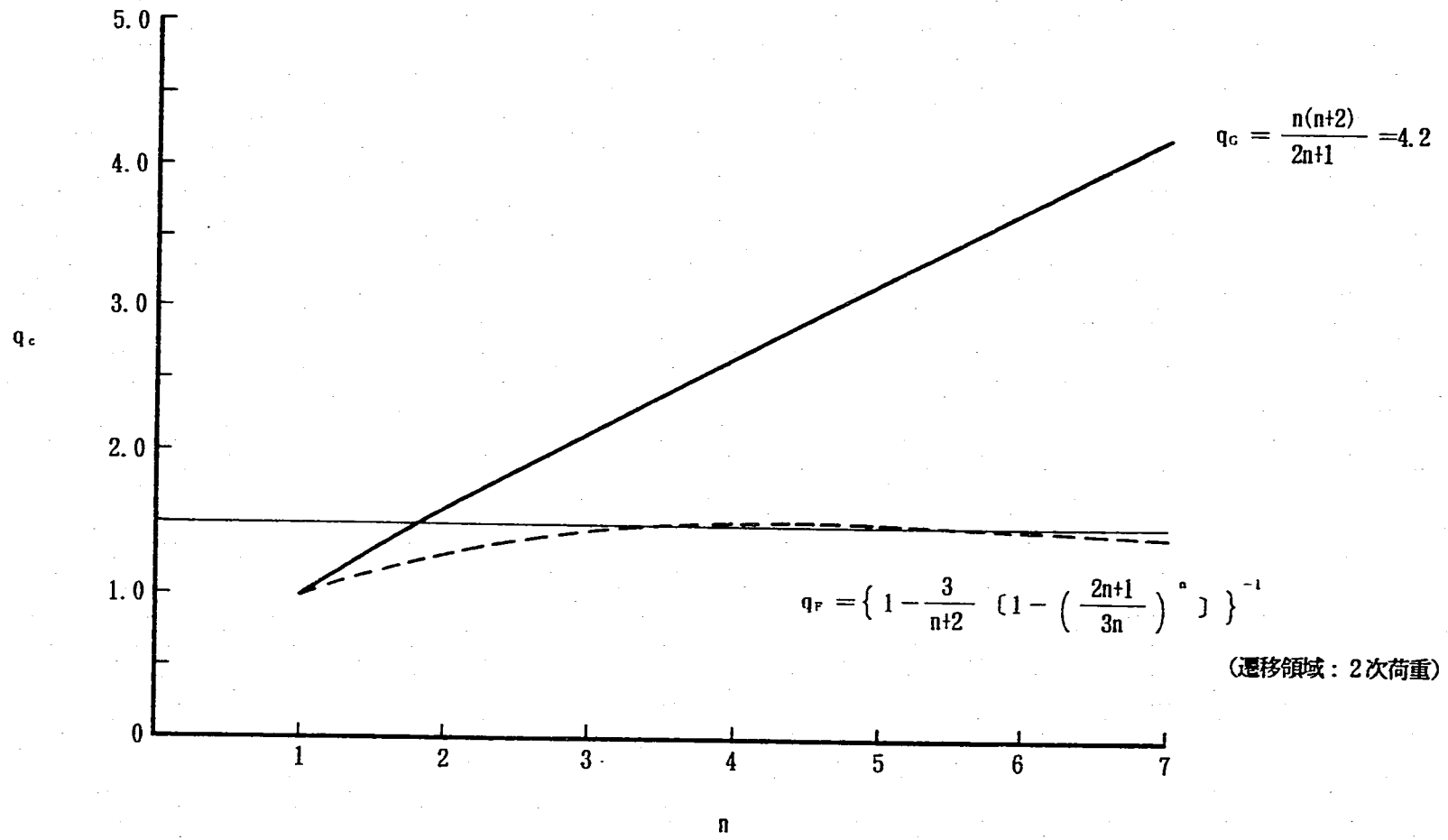


Fig. 2.6 Dependence of Elastic Follow-up Parameter with n

q_{ec} のx軸方向分布 BEAM2、 $n=3$ 、 $r=5\text{mm}$

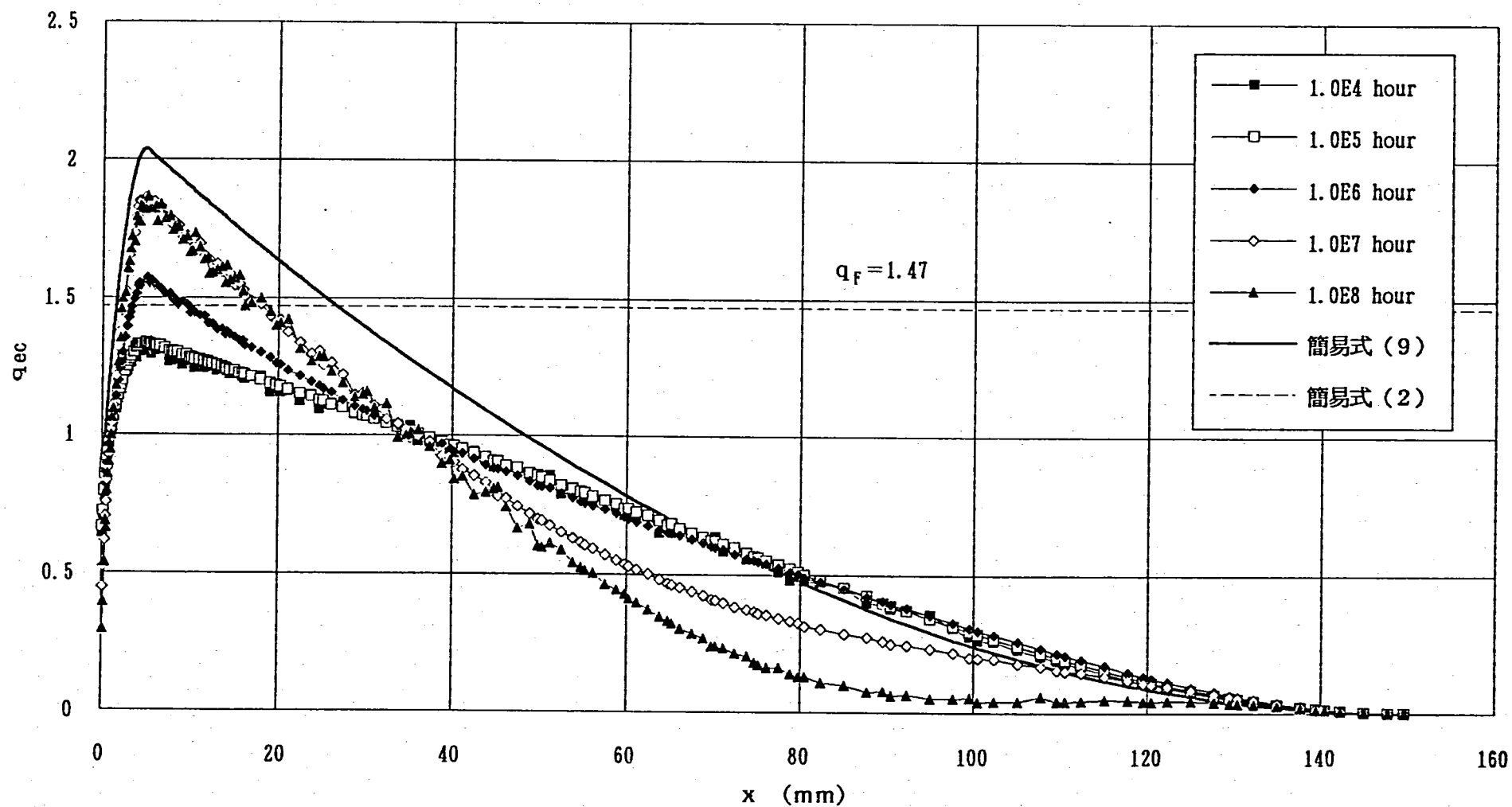


Fig. 2. 7(1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=3$, $r=5.0\text{mm}$)

qecのx軸方向分布 BEAM2、n=5、r=5mm

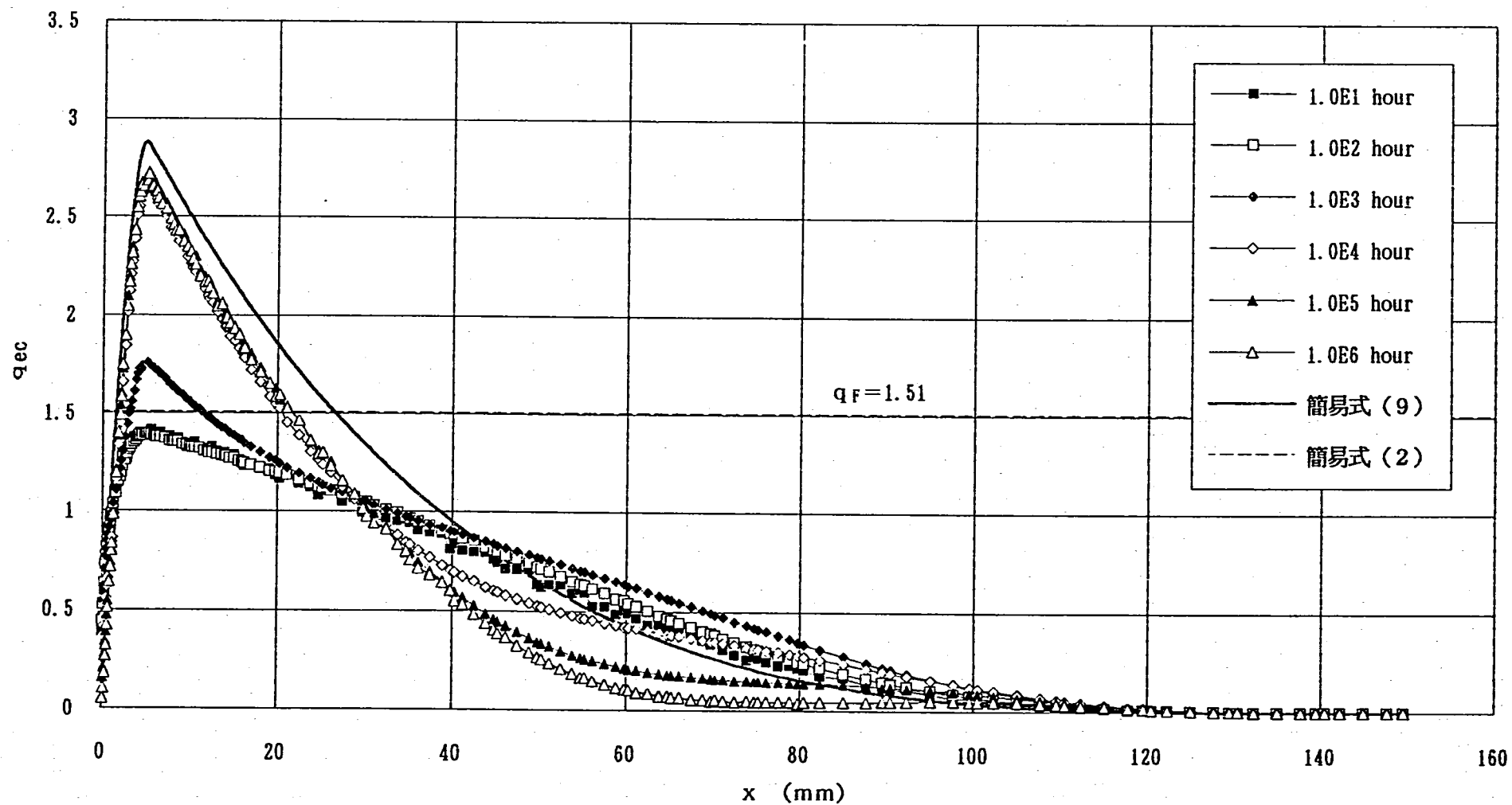


Fig. 2.7(2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=5$, $r=5.0$ mm)

q_{ec} のx軸方向分布 BEAM2、 $n=7$ 、 $r=5\text{mm}$

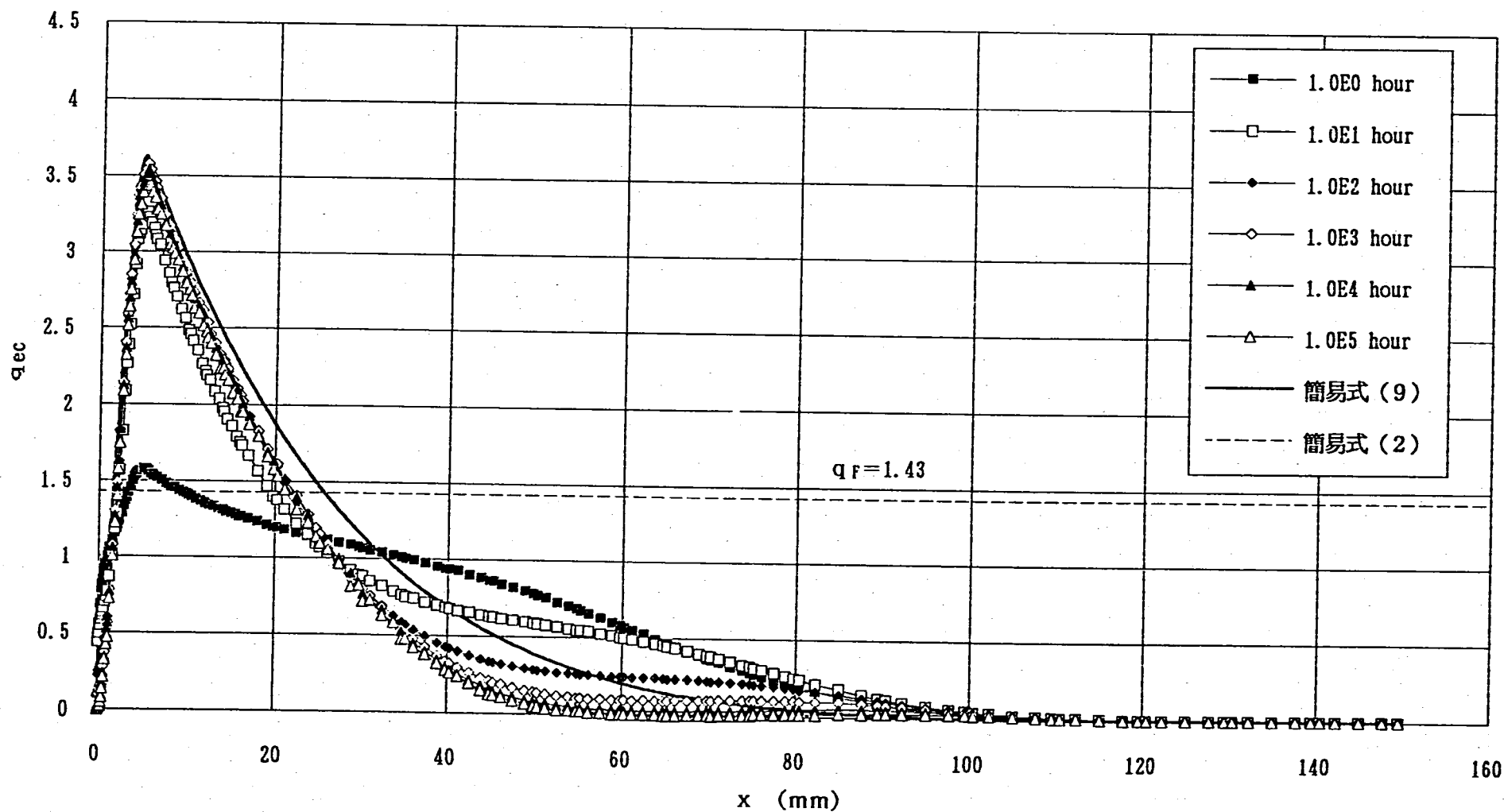


Fig. 2.7(3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=7$, $r=5.0\text{mm}$)

BEAM2結果、 $r=15\text{mm}$ 、 r なし、 $n=3$

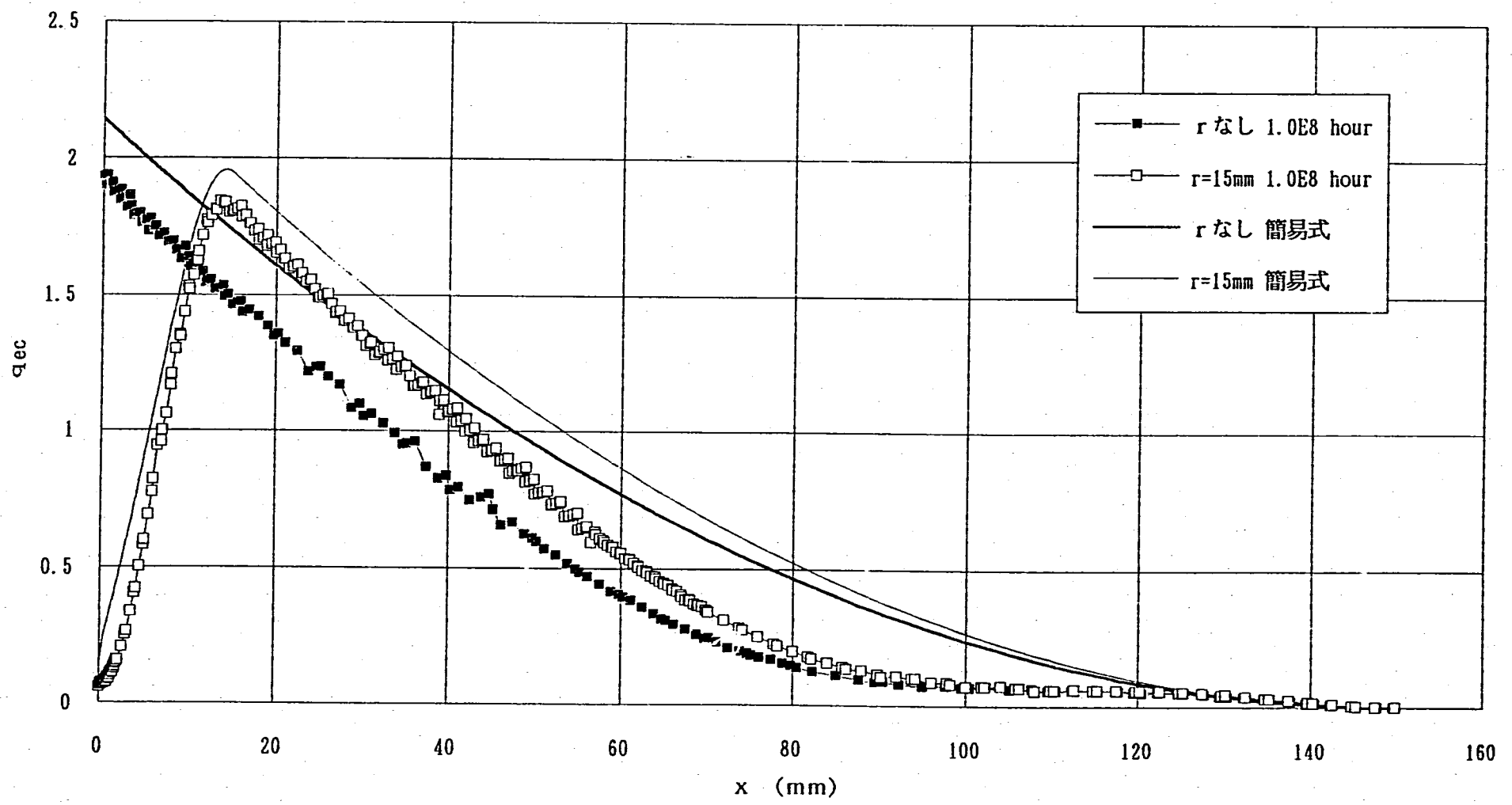


Fig. 2. 8(1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=3$, $r=15.0\text{ mm}$)

BEAM2結果、 $r=15\text{mm}$ 、 r なし、 $n=5$

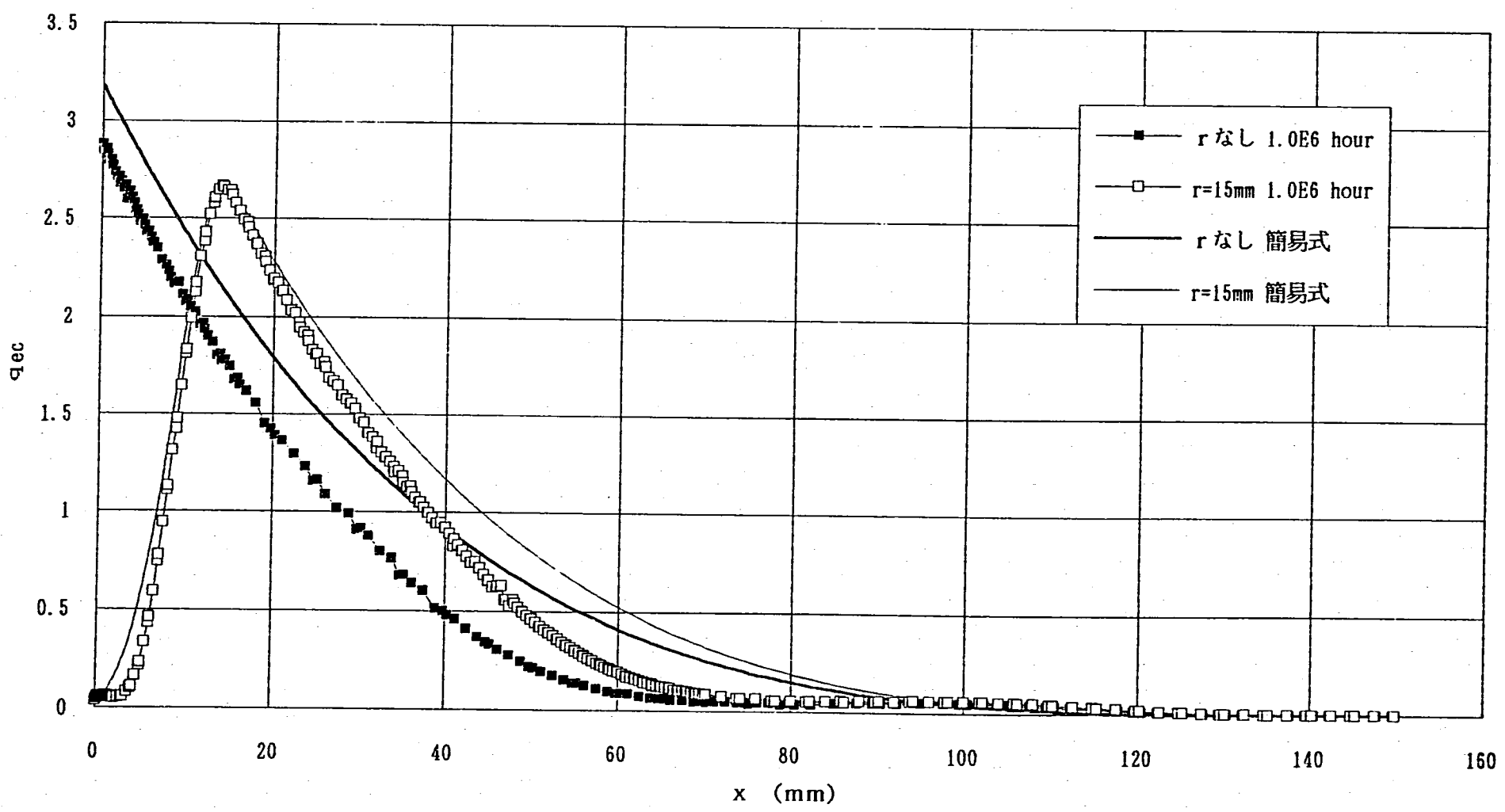


Fig. 2. 8(2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=5$, $r=15.0$ mm)

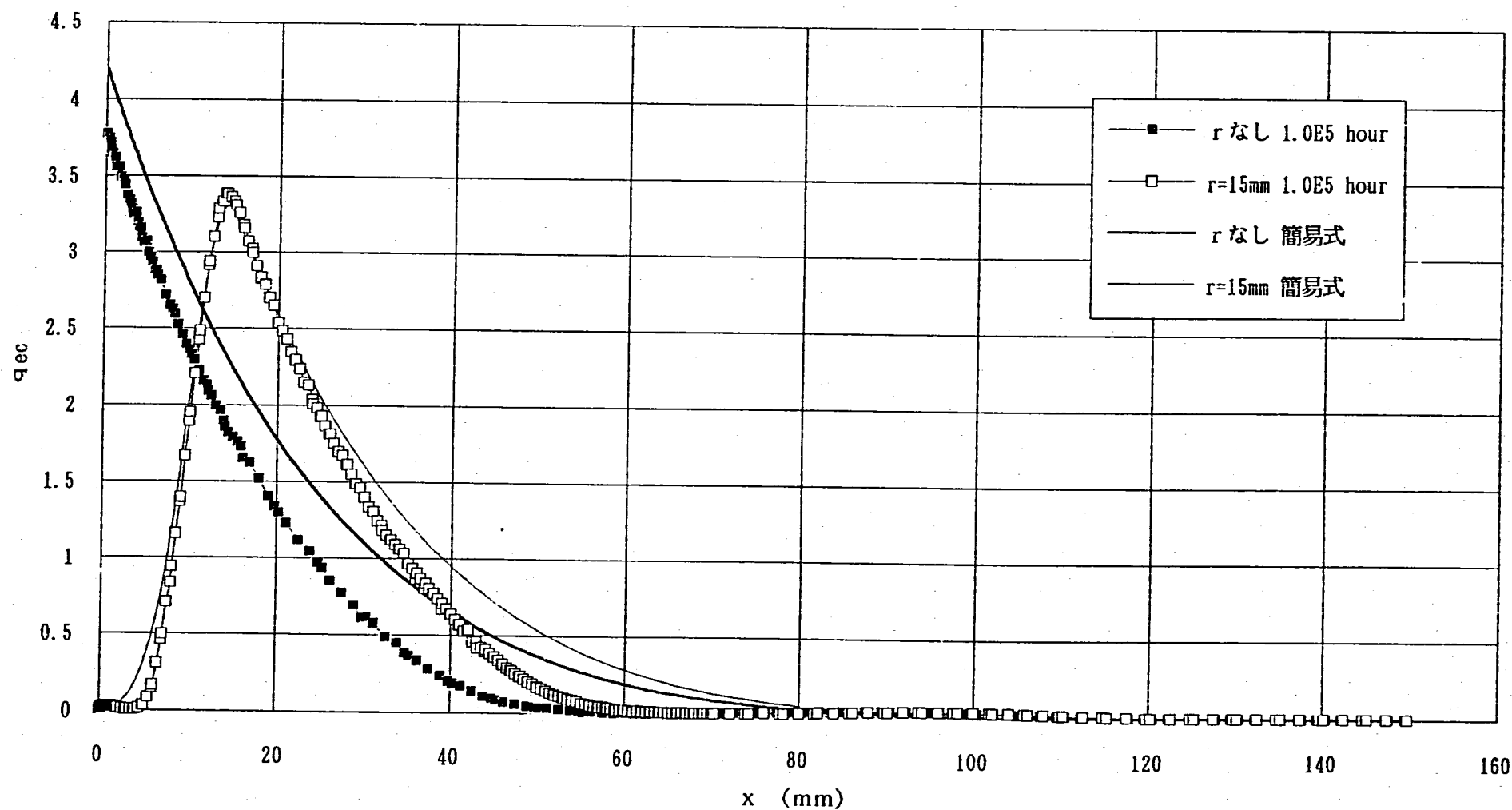
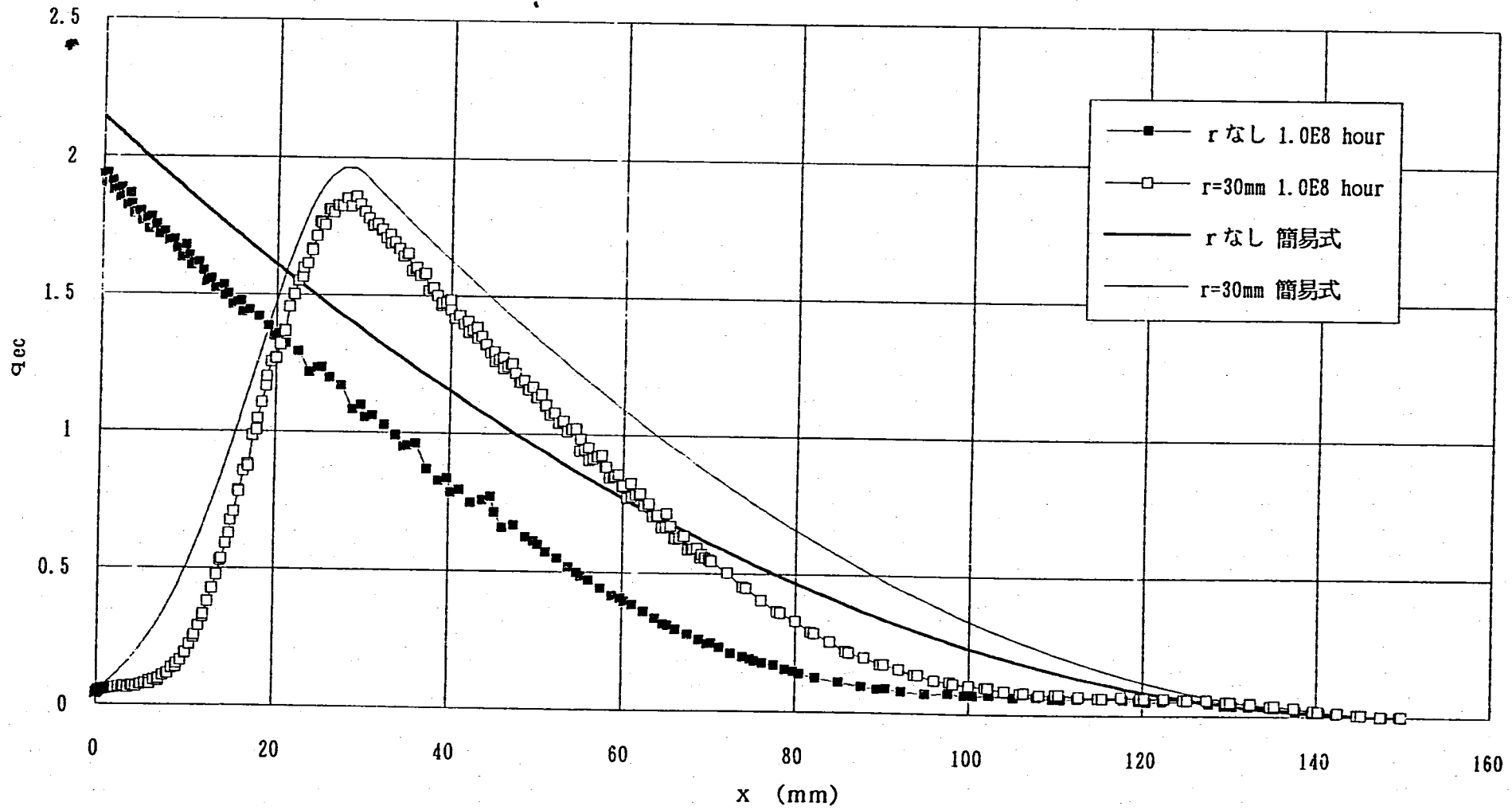
BEAM2結果、 $r=15\text{mm}$ 、 r なし、 $n=7$ 

Fig. 2. 8(3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=7$, $r=15.0$ mm)

BEAM2結果、 $r=30\text{mm}$ 、 r なし、 $n=3$



- 24 -

Fig. 2. 9(1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=3$, $r=30.0\text{mm}$)

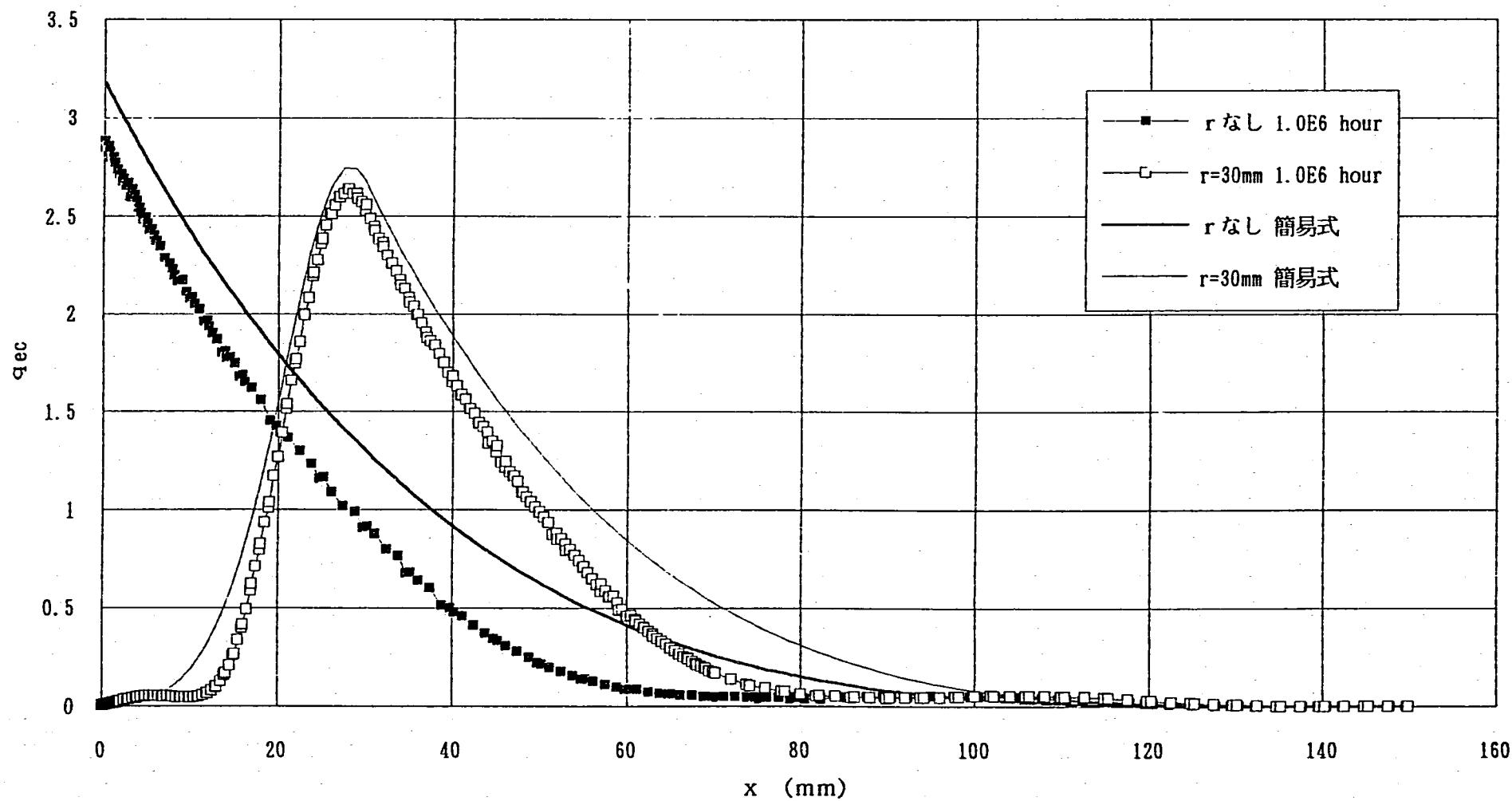
BEAM2結果、 $r=30\text{mm}$ 、 r なし、 $n=5$ 

Fig. 2.9(2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=5$, $r=30.0\text{mm}$)

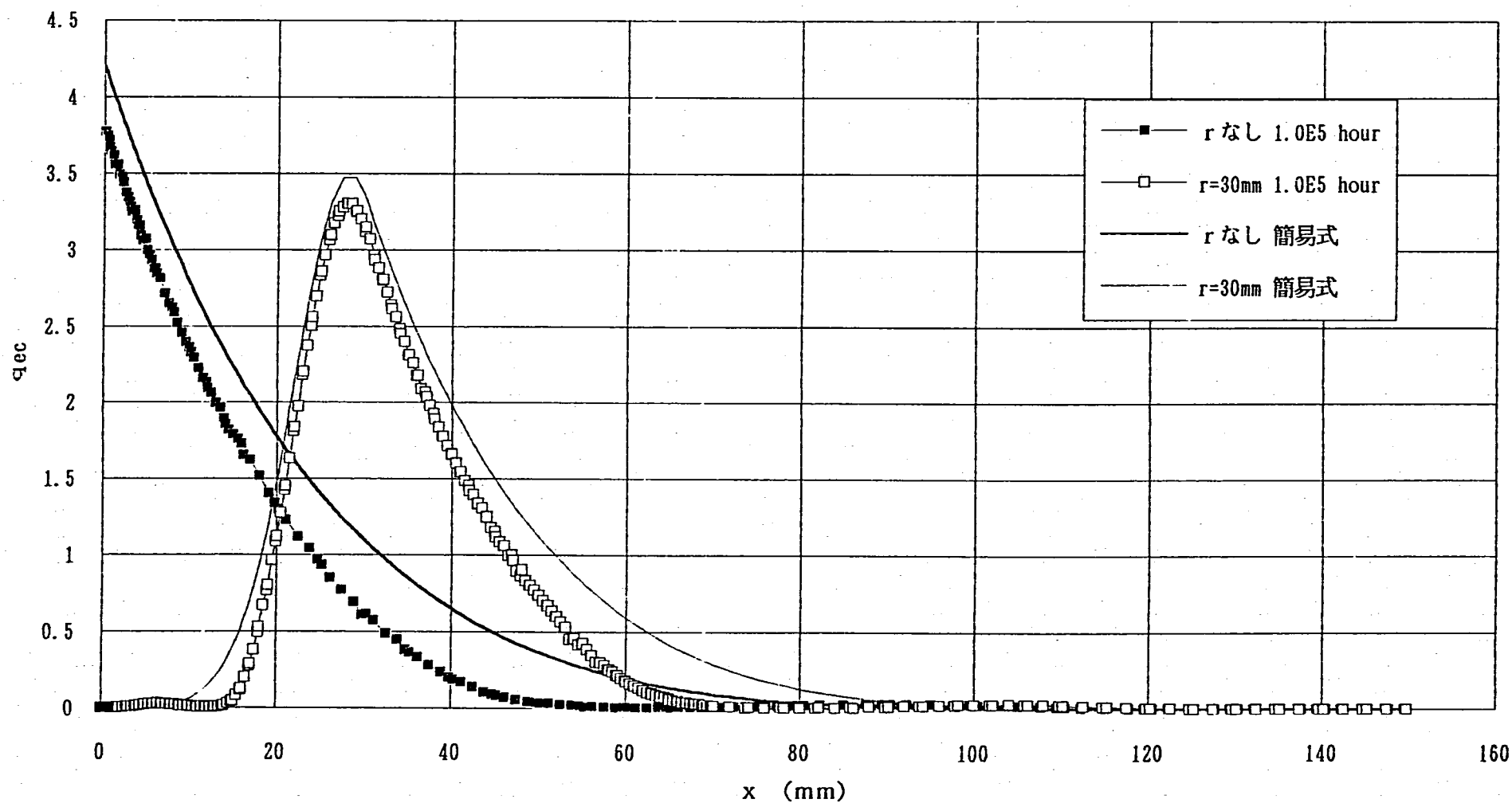
BEAM2結果、 $r=30\text{mm}$ 、 r なし、 $n=7$ 

Fig. 2. 9(3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Beam with Corner r ($n=7$, $r=30.0$ mm)

3. 円筒殻の弾性追従係数

本章では、前章で導いたはりの弾性追従予測式の円筒殻端部に対する適用性の検討を行う。

3.1 円筒殻の応力形態

円筒殻に生じる応力は、大きく分けると、板厚内の温度分布に起因する応力と円筒殻の軸方向の温度分布による熱膨張差に起因する応力がある。ここで取り扱う応力状態は後者の方であり、総体的な温度差による半径方向の熱膨張変形がフランジ等の厚肉構造によって拘束されることにより生じる応力状態である。このような応力状態の代表的な例としては、たが締め応力場を挙げることができる。

たが締め力を受ける円筒殻には、Fig. 3.1 に示すように、軸方向の曲げ応力 σ_{bx} と周方向の膜応力 $\sigma_{m\theta}$ を生じる。これらの応力の及ぶ範囲は、以下に示すシェルパラメータを使って表すことができる⁴⁾。

$$\beta^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{a^2 h^2} \quad (11)$$

ここに、 ν 、 a 及び h は、それぞれポアソン比、円筒殻の半径及び板厚である。軸方向の曲げ応力 σ_{bx} は、Fig. 3.1 に示すように、 $\pi/(4\beta)$ の位置で0になり、 $x < 5\pi/(4\beta)$ の範囲で有限の値を持つ。一方、周方向の膜応力 $\sigma_{m\theta}$ は、 $x < \pi/(2\beta)$ で0になり、 $x < 3\pi/(2\beta)$

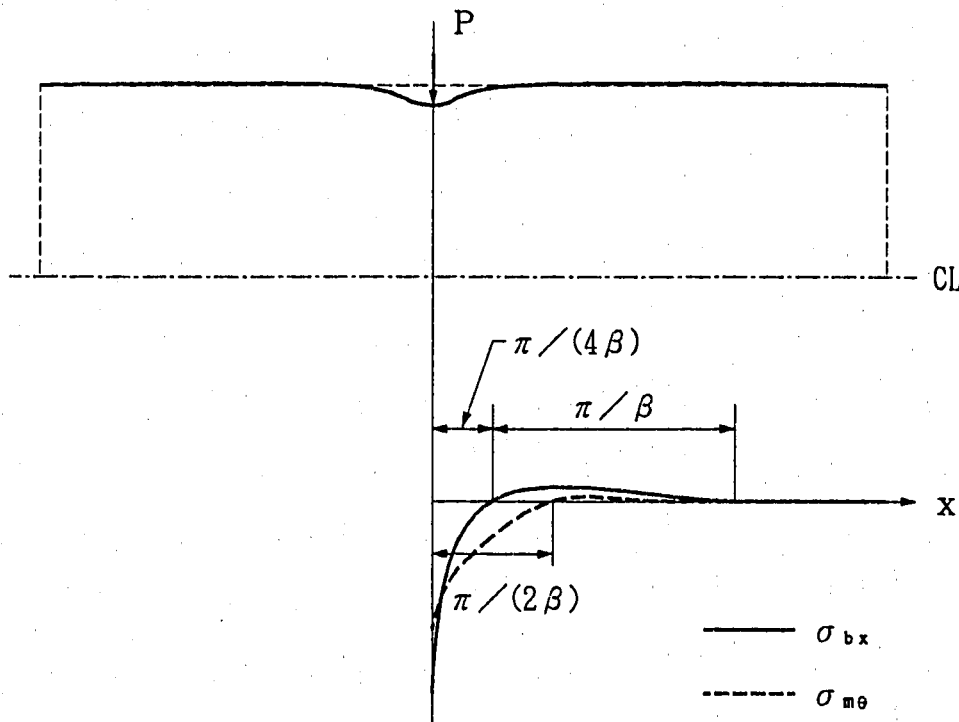


Fig. 3.1 Stresses in a Cylindrical Shell under Hoop Loading

の範囲で有限の値を持つ。

3.2 円筒殻の弾性追従挙動

円筒殻の弾性追従挙動を理解するために、円筒殻のFEMによる弾性追従解析結果を示す。

円筒殻の寸法は下記の通りである。

長さ	:	$L = 2000 \text{ mm}$
半径	:	$a = 500 \text{ mm}$
板厚	:	$h = 15 \text{ mm}$

解析は、Fig. 3.2 に示すように円筒殻の下端部に一定の強制変位 δ を半径方向に与えた場合の弾・クリープ解析とし、クリープ則は $n = 7$ のNorton則とした。Fig. 3.3 は、円筒殻の下端の内外表面における相当応力・相当ひずみを示しており、はりの遷移領域の弾性追従係数の予測式(2)及び定常領域の弾性追従係数の予測式(3)より求めた q_T 及び q_C の傾きが併記されている。この図から、緩和初期の弾性追従係数の傾きは式(2)による予測値と大きく異なり、内表面側は急勾配に、外表面側はかなり緩やかな勾配になっていることがわかる。一方、緩和の後期の弾性追従係数の傾きは、内表面・外表面ともに式(3)による予測値に漸近し、最終的にはほぼ一致することがわかる。即ち、緩和の後期の弾性追従係数の傾きは式(3)で予測できるが、緩和初期の弾性追従係数の傾きは式(2)では予測できないことになる。

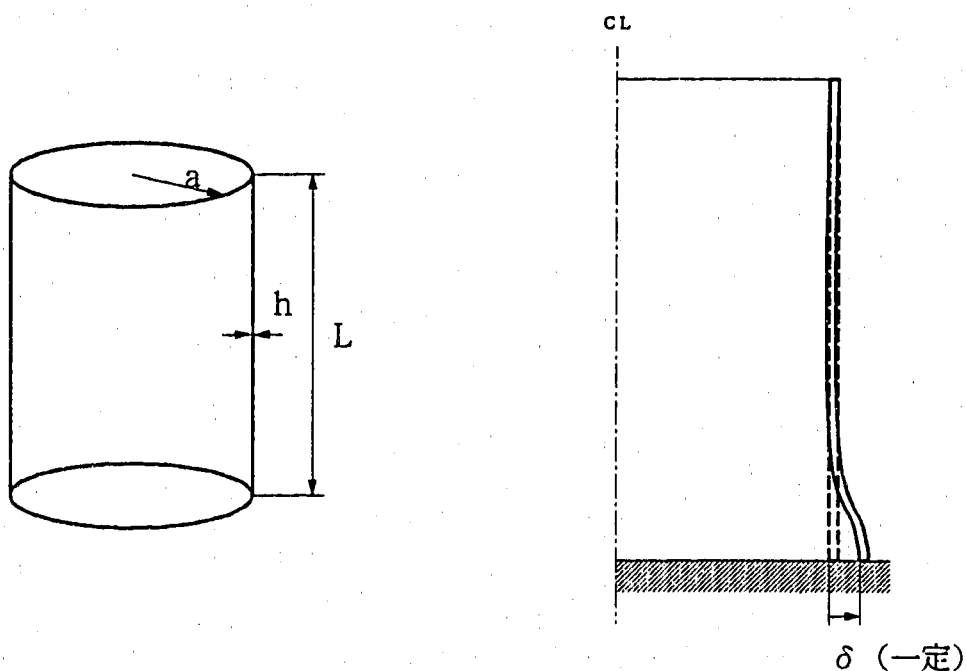


Fig. 3.2 Elastic Follow-up Analysis Model of a Cylindrical Shell

ここで、円筒殻の緩和初期の弾性追従係数が内・外表面で異なる理由と緩和後期の弾性追従係数が式(3)で予測できる理由を考察してみる。Fig. 3. 4(1)~(3)に、円筒殻の下端部における応力の板厚内分布の変化を示す。Fig. 3. 4(1)は軸方向応力 σ_z 、Fig. 3. 4(2)は周方向応力 σ_θ 、Fig. 3. 4(3)はMisesの相当応力 σ_{eq} の分布である。

応力が多軸の場合、Norton則は相当クリープひずみ ϵ_{eq} と相当応力 σ_{eq} により関係付けられる($\epsilon_{eq} = B \sigma_{eq}^n$)。従って、多軸応力場の弾性追従挙動を考える場合には、相当応力の挙動に注目する必要がある。Fig. 3. 4(3)を見ると、緩和初期の相当応力は板の中心に対して非対称な分布になっていることから、緩和初期の弾性追従係数の違いはこの応力分布の非対称性によって生じているものと考えられる。この非対称性は、Fig. 3. 4(3)に示したように相当応力の最小位置が板の中心から約 $0.07h$ (h は板厚である)外表面側にずれた形で現れる(このずれの量は、円筒殻の形状に依存しないことをシェルの弾性論により示すことができる)。即ち、 $0.07h$ だけ中心をずらせば、相当応力の分布はほとんど対象になっている。一方、はりの緩和初期における弾性追従係数の板厚内分布は、付録-Bの式(B-20)より求めることができる。そこで、式(B-20)を用いてこの応力分布の非対称性による影響を検討してみる。

Fig. 3. 5(1)及び(2)に、板厚中心からのずれ量 $\Delta\eta$ をパラメータとして($\Delta\eta = 0 \sim 0.07h$)式(B-20)を用いて求めた緩和初期における弾性追従係数とFEM解析結果の比較を示す。比較したケースは $n=7$ の場合である。これらの図から、 $n=7$ の場合には、板厚中心からのずれ量 $\Delta\eta$ を $0.07h$ の $3/4$ 程度としたときに最も良く一致することがわかる。また、 $n=3$ 及び 5 のケースについて同様な検討を行った結果、 n が 3 に対しては $\Delta\eta = 0.07h \times 3/2$ 、 n が 5 に対しては $\Delta\eta = 0.07h$ とした場合に最も良い一致が得られた。即ち、Norton則の指数 n に対して

$$\Delta\eta = 0.07h \times 6 / (n + 1) \quad (12)$$

の依存性を持つ。但し、この依存性についての明確な根拠は示せない。また、この依存性が円筒殻の形状によらず一般性を持つものかについても不明である。式(12)の依存性に関する検討は、今後の課題とするが、緩和初期における円筒の内外面の弾性追従挙動の違いは、応力の多軸性に起因する相当応力の非対称性によるものと結論して良いであろう。式(12)の依存性を考慮して式(B-20)より求めた、 $n=3$ 及び 5 に対する緩和初期における弾性追従係数とFEM解析の比較をFig. 3. 6(1)及び(2)に示す。

一方、Fig. 3. 4(3)からわかるように、緩和初期の相当応力分布の非対称性は応力緩和が進むにつれて解消し、表面応力が約 12kg/mm^2 になるあたりではほぼ対称になる。この時点の相当応力の分布は、点線で示したNorton則を仮定した場合の定常応力分布に非常に近い分布になっており、はりの定常領域の予測式(3)が緩和後期の弾性追従係数の予測に適用できる理由のひとつと

考えられる。はりの定常領域の弾性追従係数の予測手法が、円筒殻の緩和後期の弾性追従係数の予測に適用できることを別の観点から確認する。Fig. 3.7に、円筒殻の解析から得られた定常領域の弾性追従係数の軸方向分布と予測式(8)との比較を示す。予測式(8)の中のはり長さ l として、円筒殻の応力影響範囲を特徴付ける以下の二つの値を用いた。

$$l_1 = \frac{\pi}{4\beta} \approx 52.9 \text{ mm} \quad : \quad \text{軸方向曲げ応力が0となる距離}$$

$$l_2 = \frac{\pi}{2\beta} \approx 105.8 \text{ mm} \quad : \quad \text{周方向膜応力が0となる距離}$$

Fig. 3.7からわかるように、FEM解析から得られた弾性追従係数の分布は、円筒殻の応力が最大となる端部で鋭いピークを持つ。また、このピーク近傍の弾性追従係数の分布は、軸方向曲げ応力が0となる距離 l_1 を用いて求めた分布と傾向がほぼ一致することから、円筒殻の弾性追従は主として軸方向の曲げ応力に起因することと、長さ l_1 のはりと等価な挙動を示すことが確認できる。即ち、円筒殻のクリープ疲労損傷評価の対象となる端部近傍に対しては、はりの長さ l として軸方向曲げ応力が0となる距離 l_1 を用いることにより、はりの予測式(8)を適用することができる。

また、 $x \approx 100 \text{ mm}$ で弾性追従係数が1.7程度の二つめのピークを持つが、このピークは曲げ応力の2番めのピークの位置($x = \pi/(2\beta) = 105.8 \text{ mm}$)とほぼ一致することから、曲げ応力に起因する弾性追従であると思われる。さらに、一つめのピークと二つめのピークの間、弾性追従係数がほぼ1.0の領域がある。この領域は、ちょうど軸方向曲げ応力が小さくかつ周方向膜応力の影響範囲であること、及び弾性追従係数がひずみ制御型の値1.0であることから、周方向膜応力に起因するものと考えて良いであろう。ただし、これらの領域は端部に比べ応力が小さいため、クリープ疲労損傷評価上はあまり重要ではない。

3.3 端部の板厚が変化する場合の円筒殻の弾性追従係数

はりの固定部の板厚が変化する場合の定常領域における弾性追従係数の予測値は式(9)で与えられたが、端部の板厚が変化する場合も同様に与えられる。ただし、はりの場合には固定部の剛性が高くなることにより、はりの全長 l が見かけ上補正長さ Δl だけ短くなる効果を取り入れたが、円筒殻の場合にはこの補正長さ Δl の考え方が多少異なる。即ち、円筒殻の場合には、端部の剛性が高くなることにより、応力の影響範囲も変化することを考慮しなければならない。この効果を考慮して導いた予測式が次式である(詳細は付録-D参照)。

$$q_c = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-1} \left[\frac{l-x+\Delta l}{l} \right]^{n-1} \quad (13)$$

Fig. 3.8(1)~(3)に、半径5mmのコーナ r を持つ円筒殻の外表面の弾性追従係数をFEM解析によって求めた結果を示す。図には、 l として軸方向曲げ応力が0となる距離 l_1 を用いて式(13)より計算した長手方向の弾性追従係数を併記した。これらの図から、円筒殻がコーナ r を持つ場合の定常領域の弾性追従係数は式(13)により予測し得ることが確認できる。また、コーナ r が無い場合の定常領域の弾性追従係数は $q_G = 4.2$ ($n=7$ の場合)であるが、コーナ r を設けることにより $q_G = 2.8$ と大幅に低減できることがわかる。即ち、フィレット付き円筒殻の半径と板厚及びコーナ r の曲率を適切に定めることにより、弾性追従係数を更に低減することが可能である。

Fig. 3.9(1)~(3)に、コーナ r を有する円筒殻の弾性追従係数が最大になる位置の応力緩和挙動を示す。これらの図には、式(12)の依存性を考慮して式(B-20)より求めた遷移領域の弾性追従係数の傾きを併記した。これらの図とFig. 3.5~Fig. 3.6との比較すると、式(B-20)による予測値はコーナ r が有る場合もコーナ r が無い場合と同程度の一致を示すことから、円筒殻の遷移領域の弾性追従係数は、はりの場合と同様に、コーナ r の有無にはほとんどよらないものと言える。

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC 2、rなし、n=7、変位0.543mm

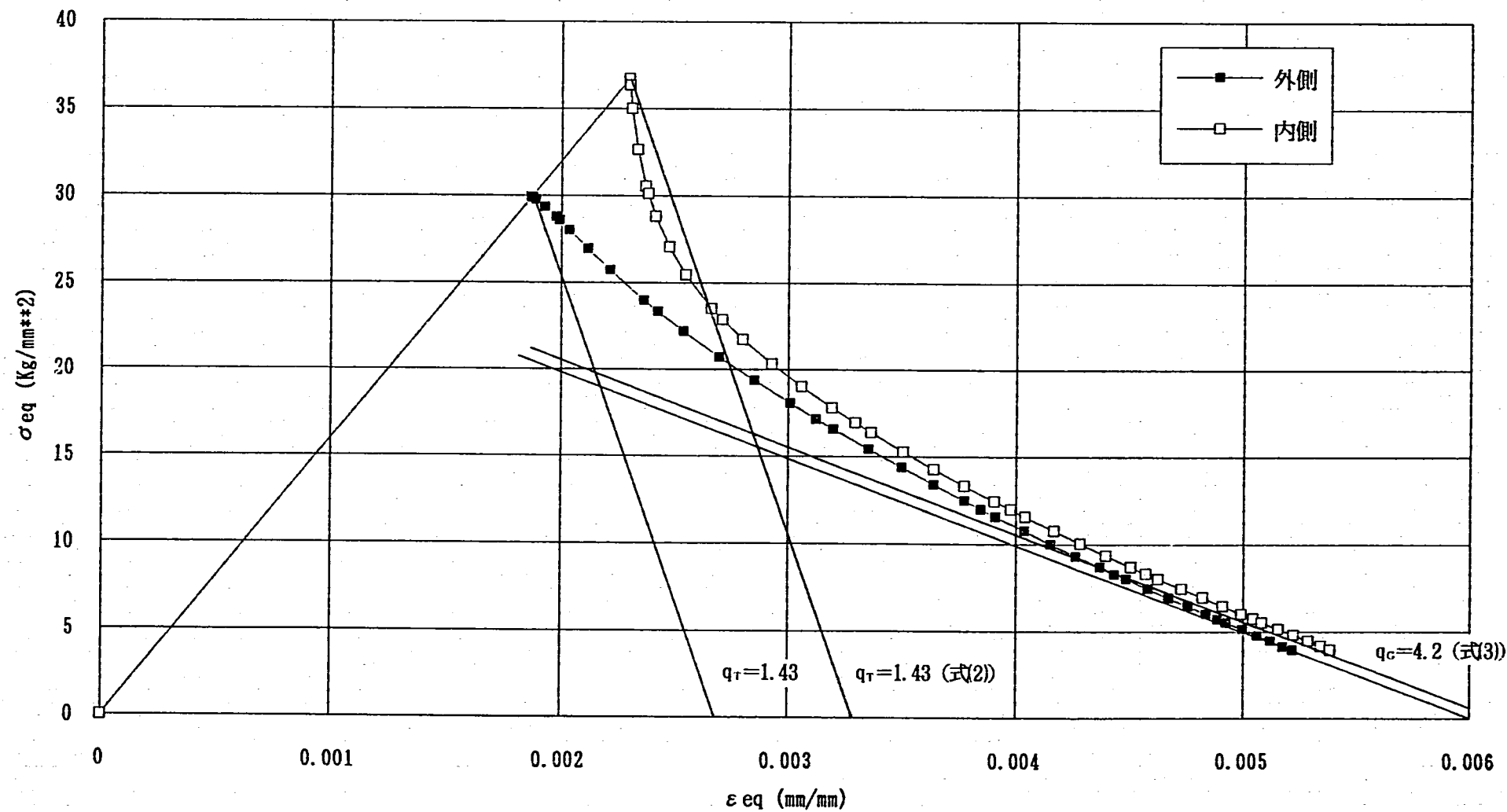
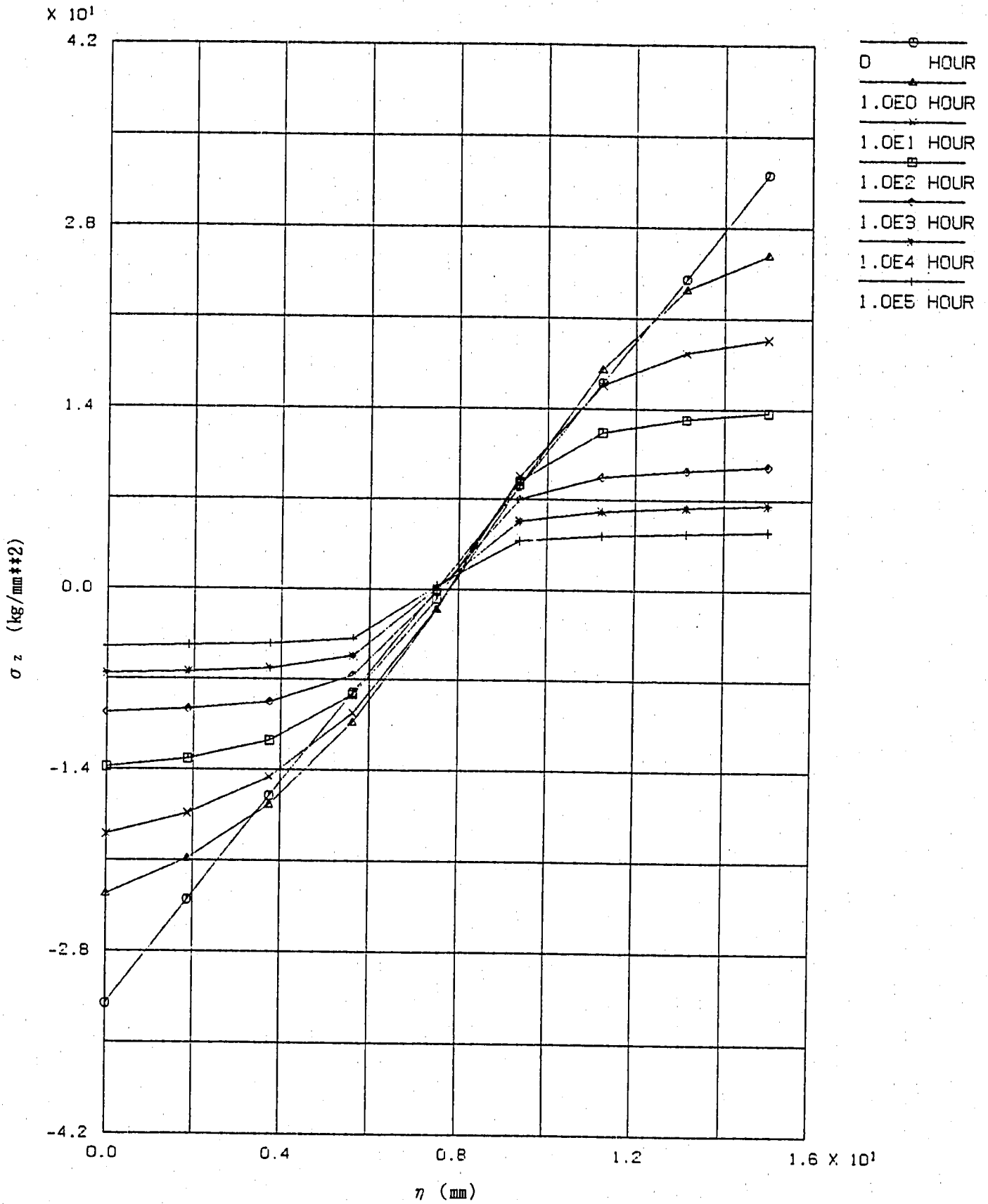


Fig. 3.3 Comparison of Elastic Follow-up Parameters predicted by Equations (2) and (3) with FEM Analysis (n = 7)

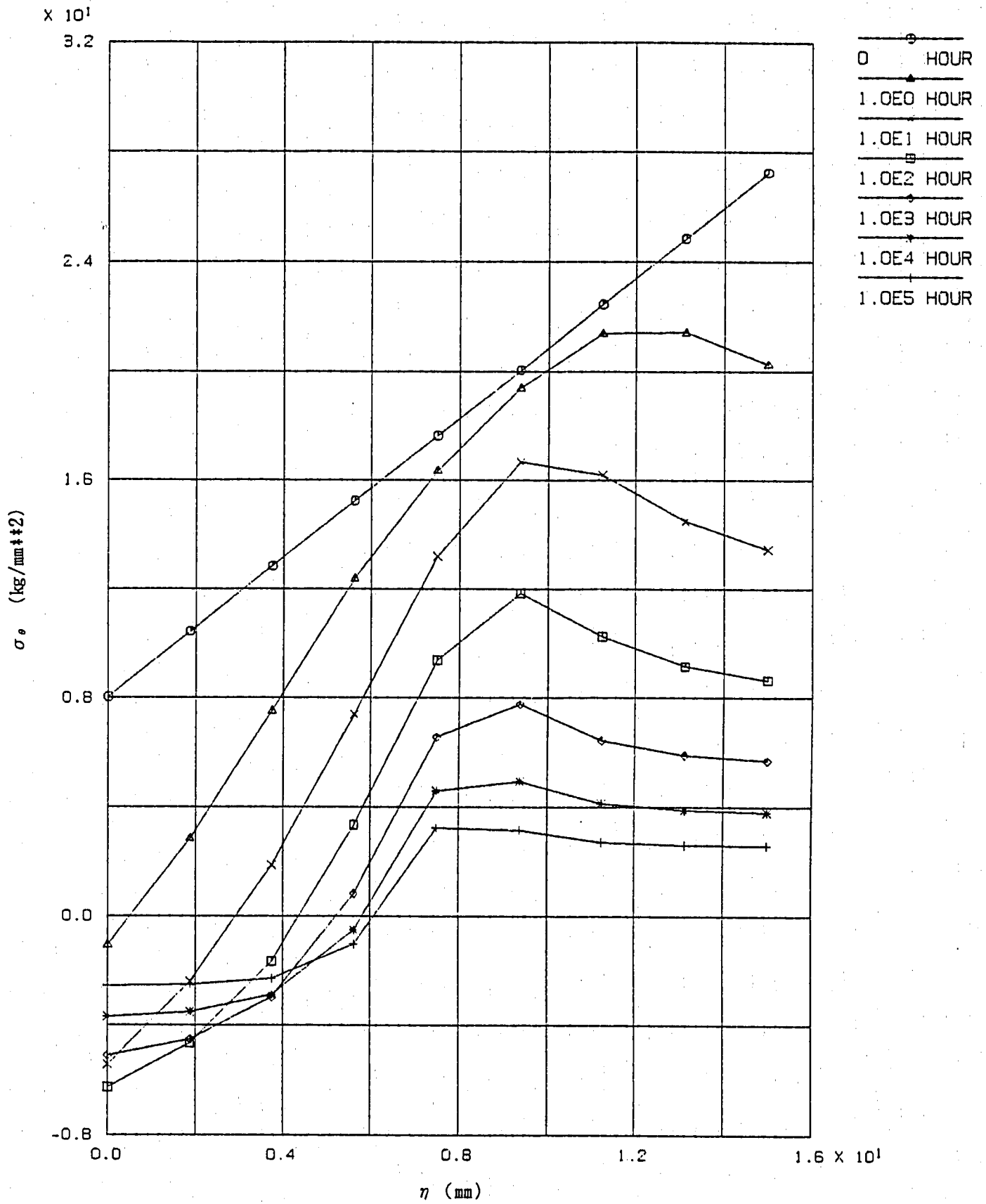
FINAS



CONIC2 R=DMM / N=7 STRS Z

Fig. 3.4(1) Variation of Axial Stress σ_z in the Wall

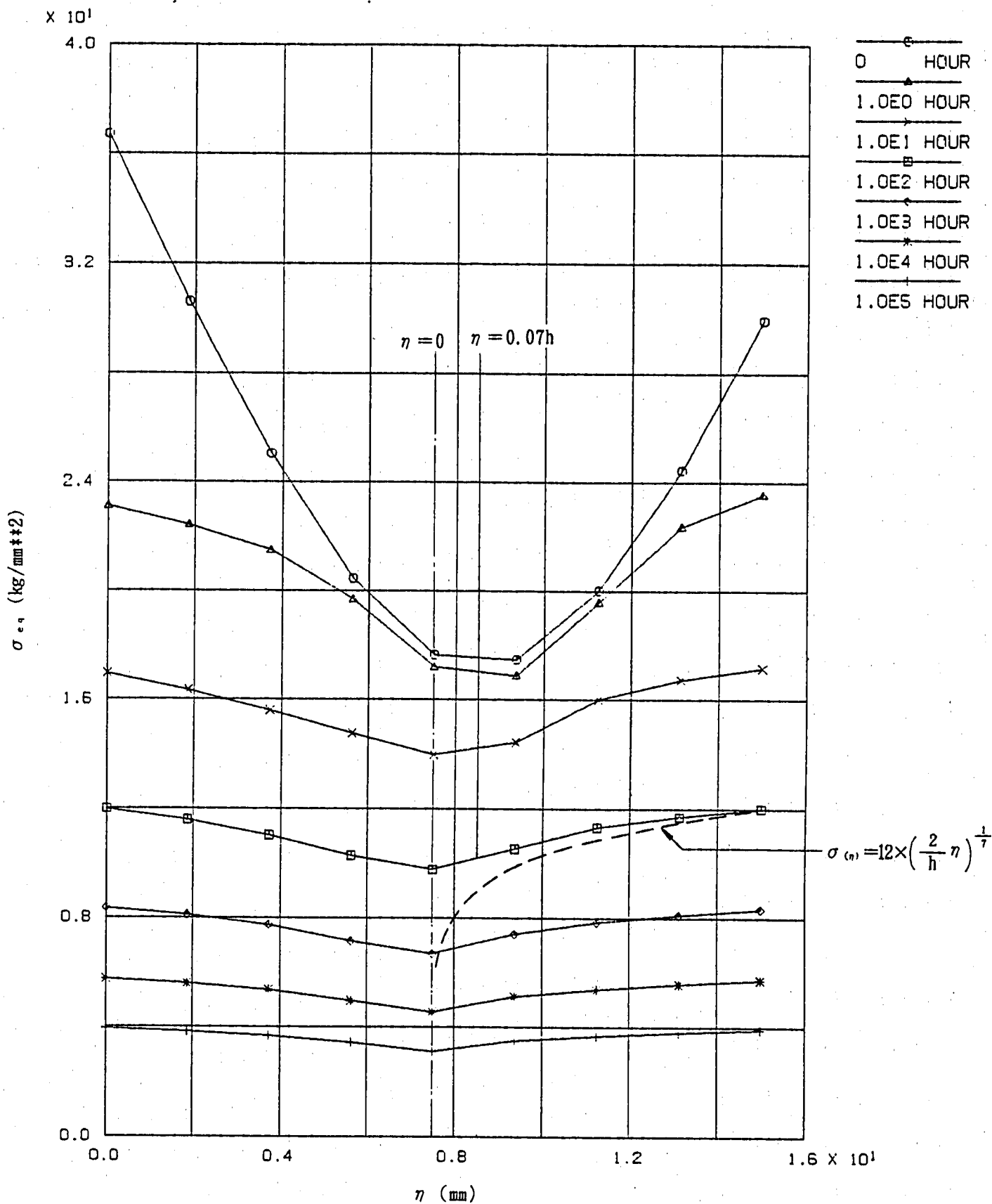
FINAS



CONIC2 R=QMM / N=7 STRS THITA

Fig. 3. 4(2) Variation of Hoop Stress σ_θ in the Wall

FINAS



CONIC2 R=0MM / N=7 STRES VMS

Fig. 3. 4 (3) Variation of Equivalent Stress $\sigma_{e\eta}$ in the Wall

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC 2、rなし、n=7、変位0.543mm、内側

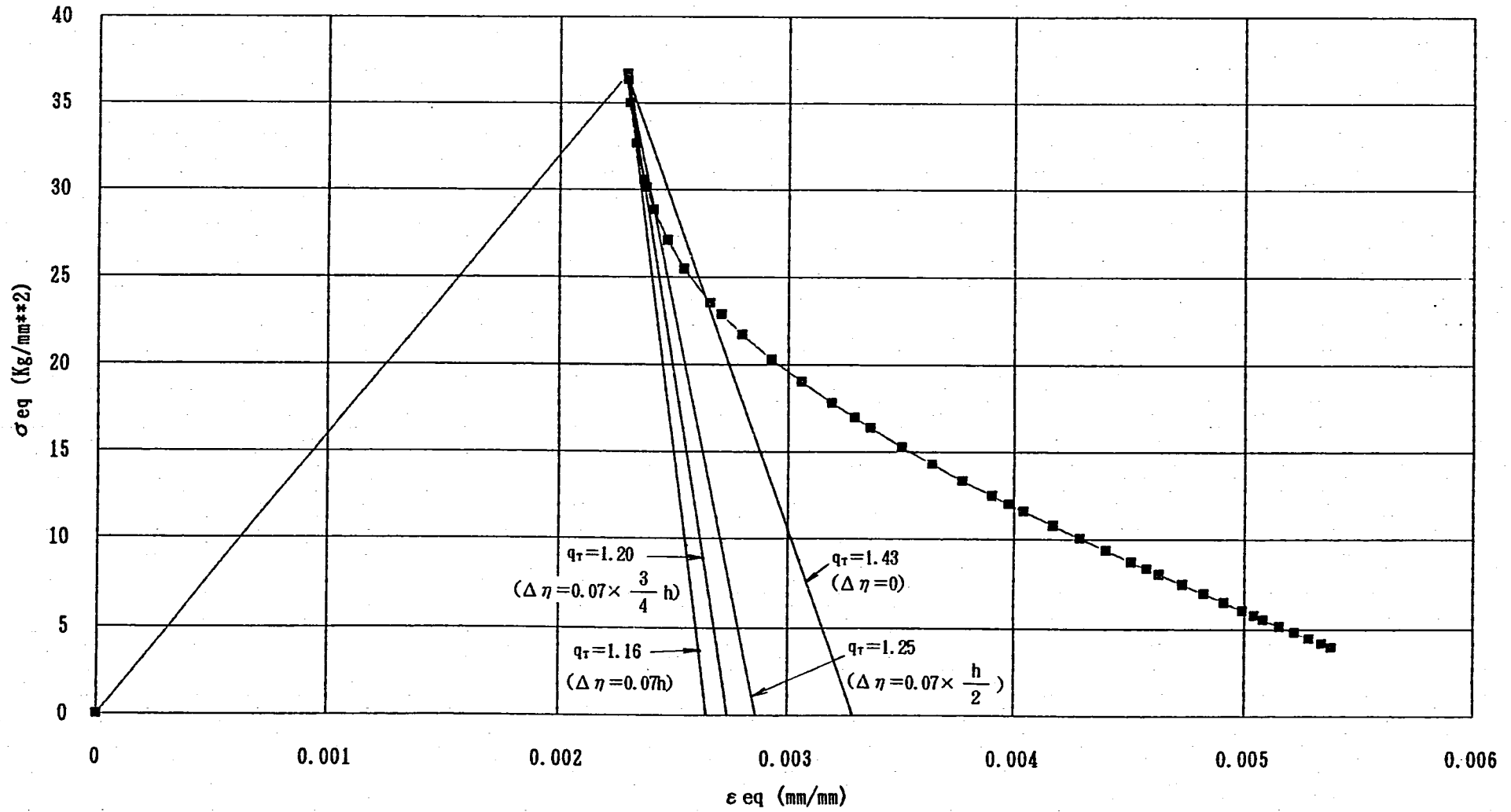


Fig. 3. 5(1) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B (Inner Surface, n = 7)

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC2、rなし、n=7、変位0.543mm、外側

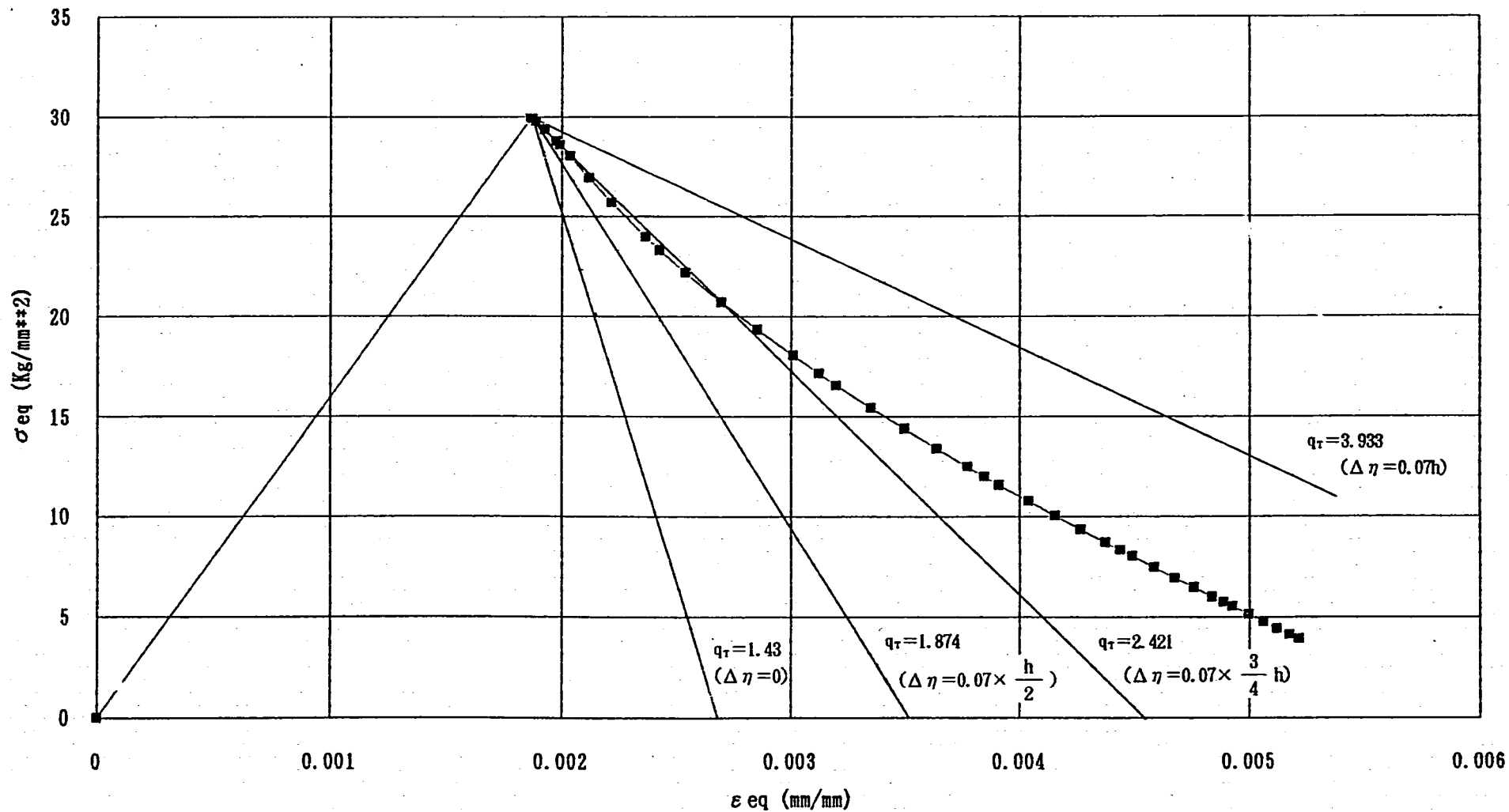


Fig. 3. 5 (2) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B (Outer Surface, n = 7)

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC2、rなし、n=3、変位0.543mm

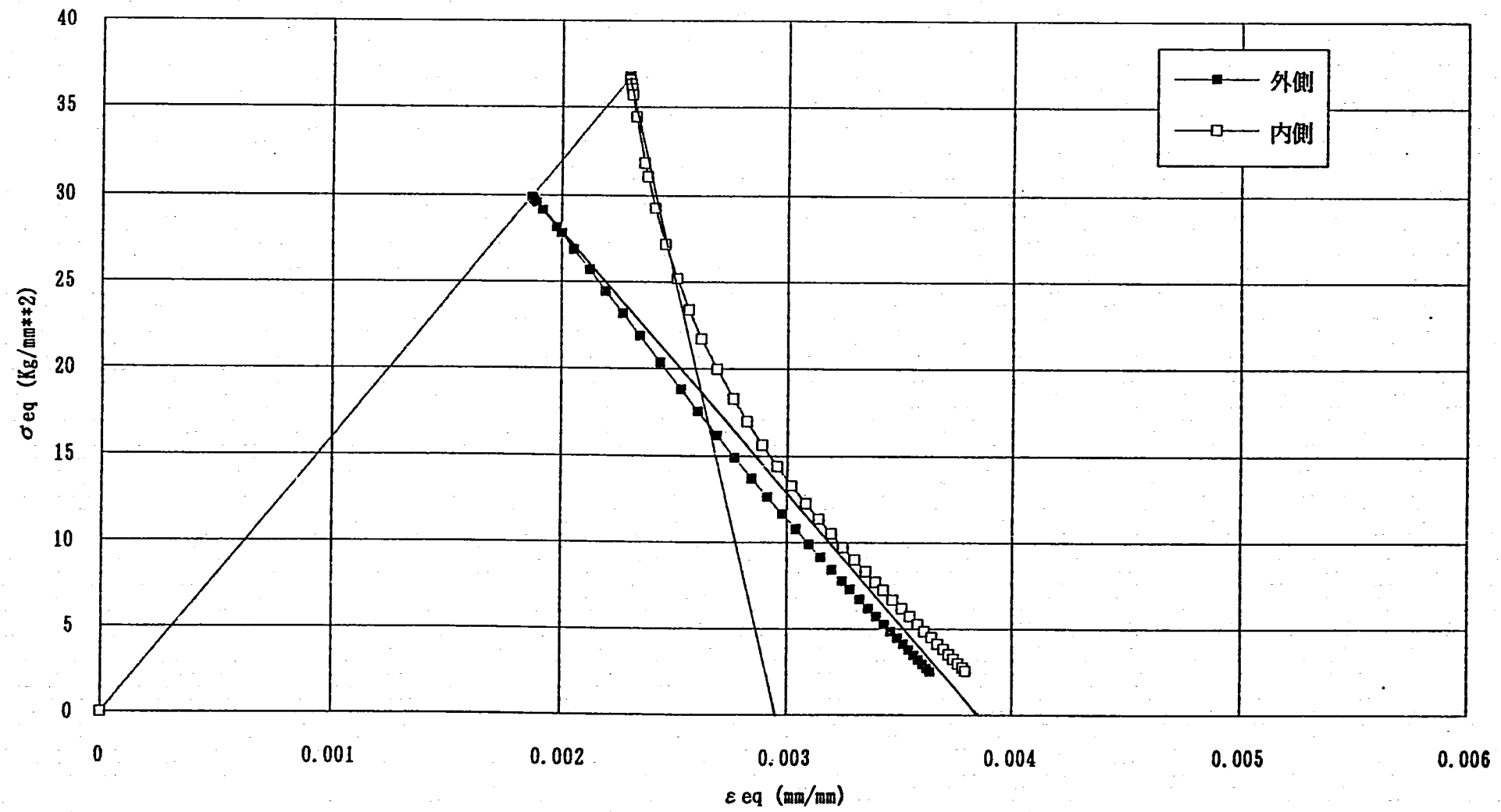


Fig. 3.6(1) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B (n=3)

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC 2、rなし、n=5、変位0.543mm

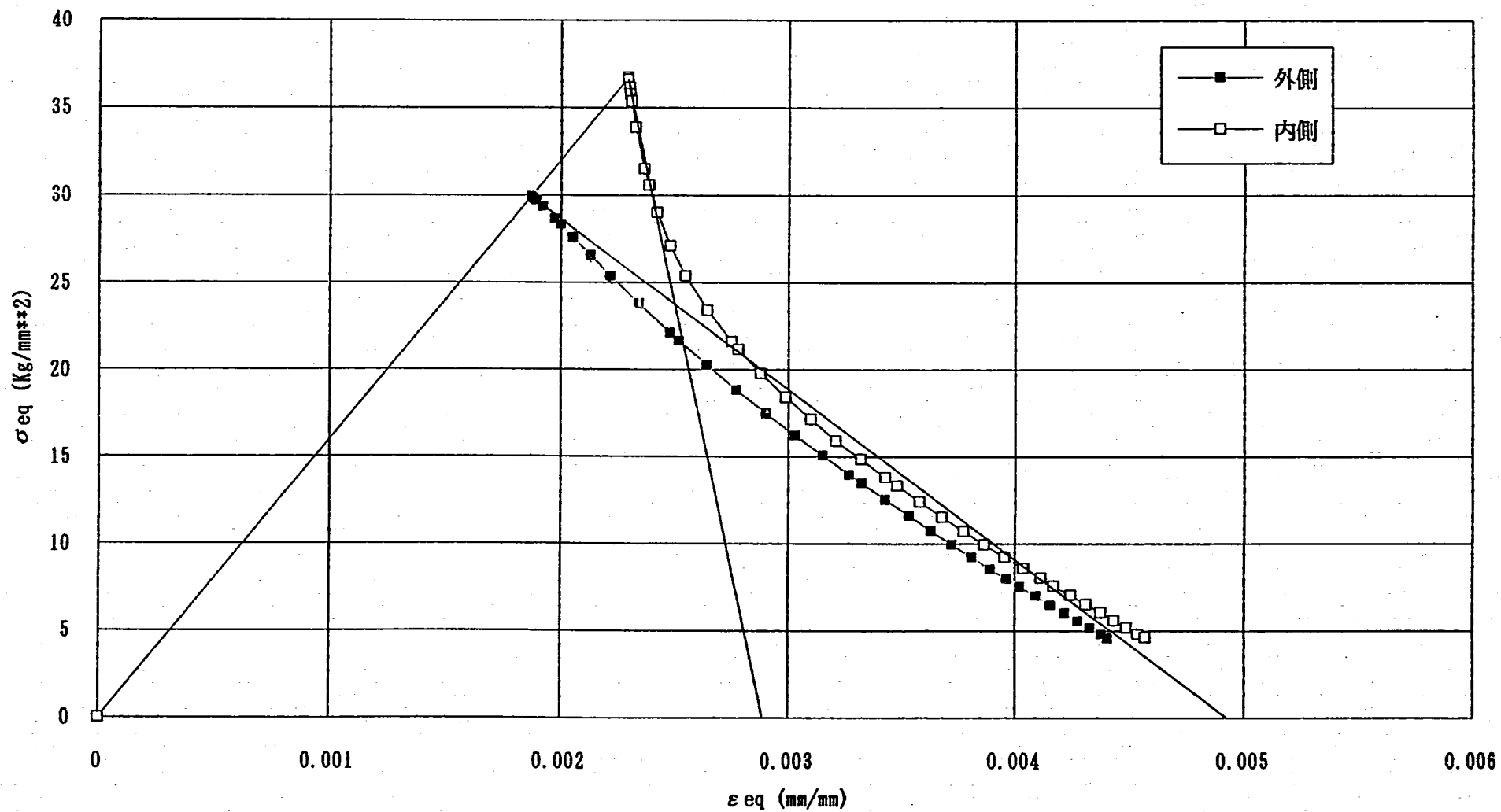


Fig. 3. 6 (2) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) of Appendix-B ($n = 5$)

評価 rなし

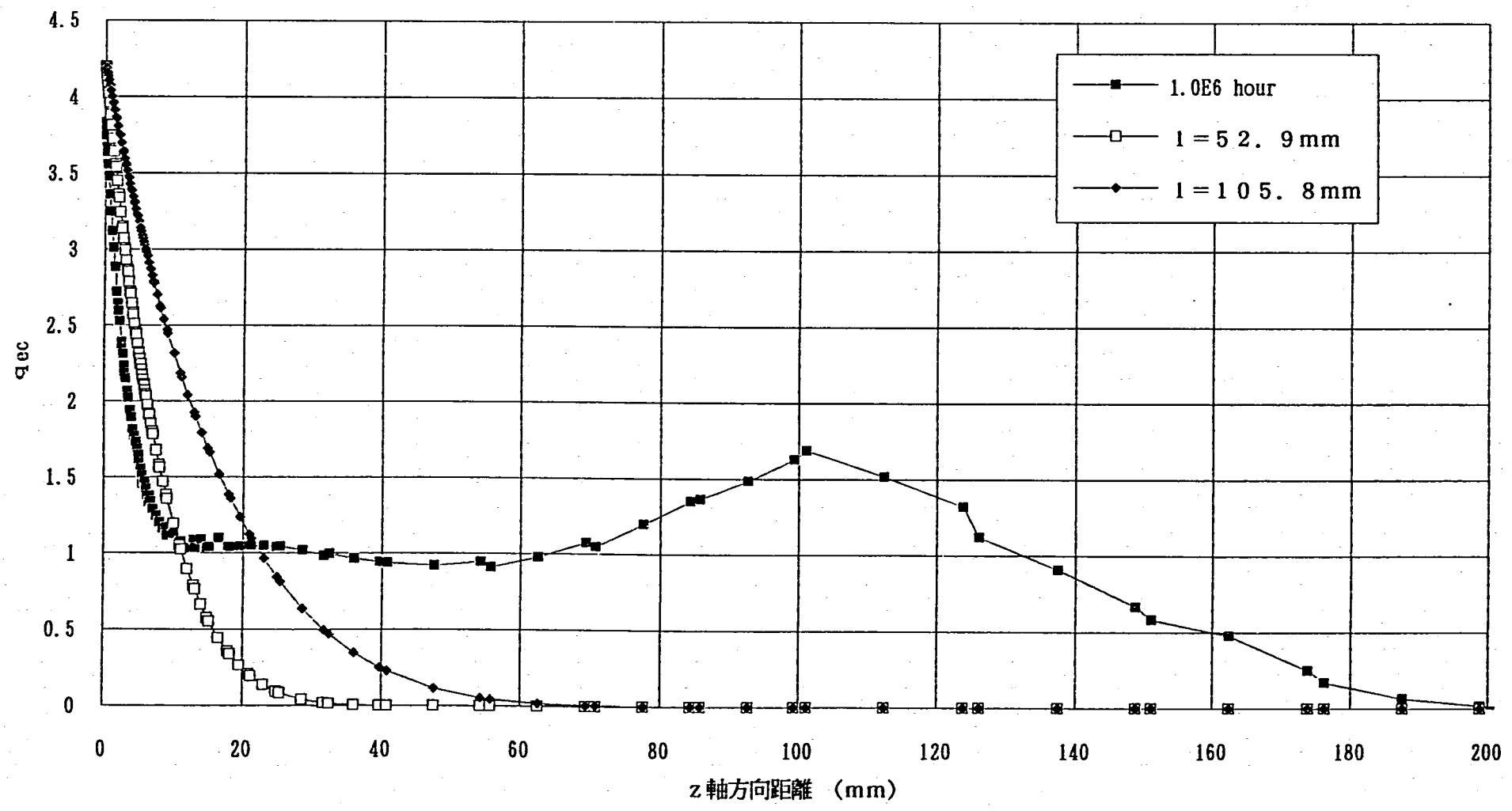


Fig. 3.7 Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell ($n=7$)

CONIC2、R=5mm、n=3、外側、回轉固定

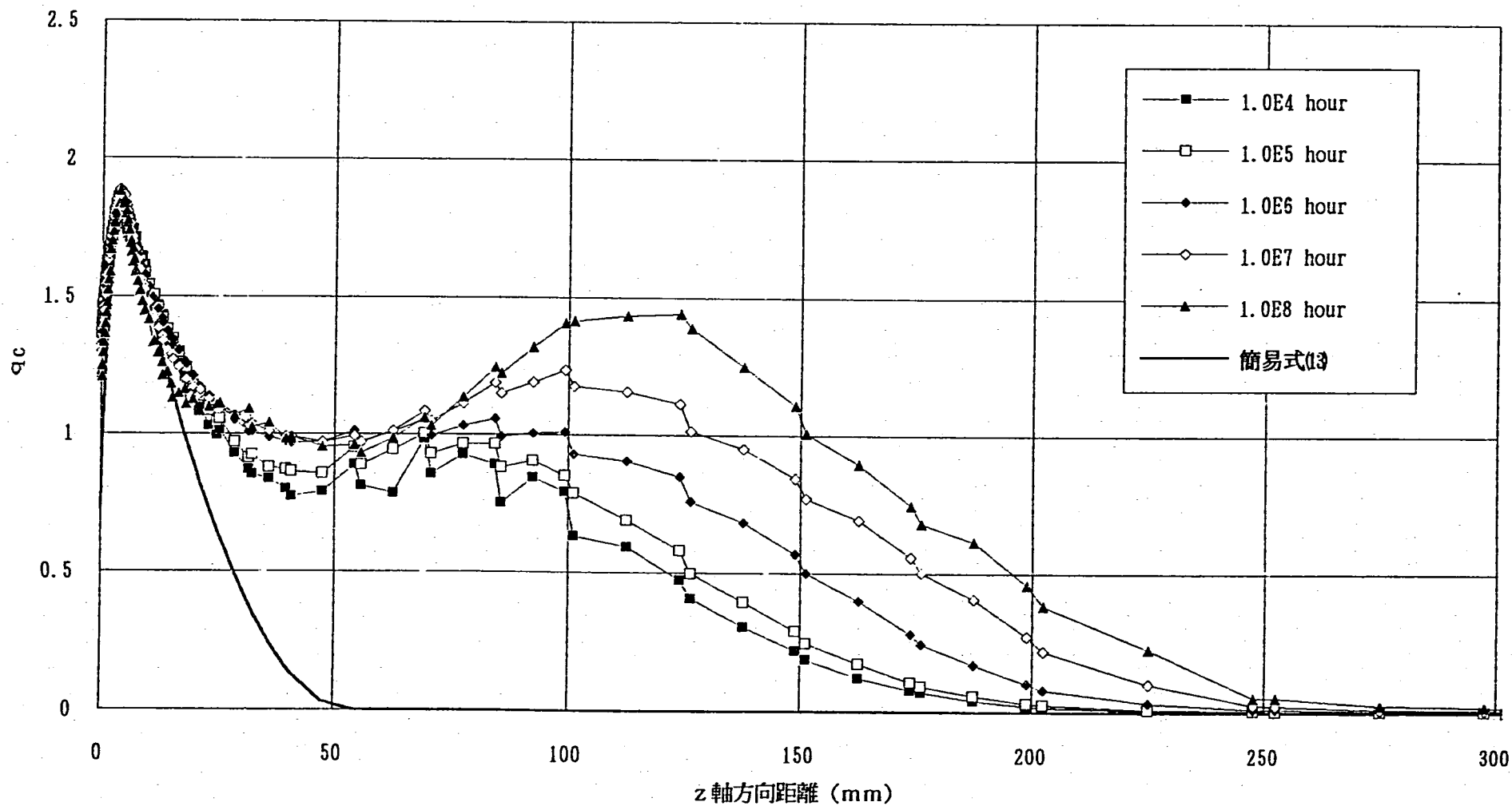


Fig. 3.8(1) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell with Corner r ($n=3$, $r=5.0$ mm)

CONIC2、R=5mm、n=5、外側、回轉固定

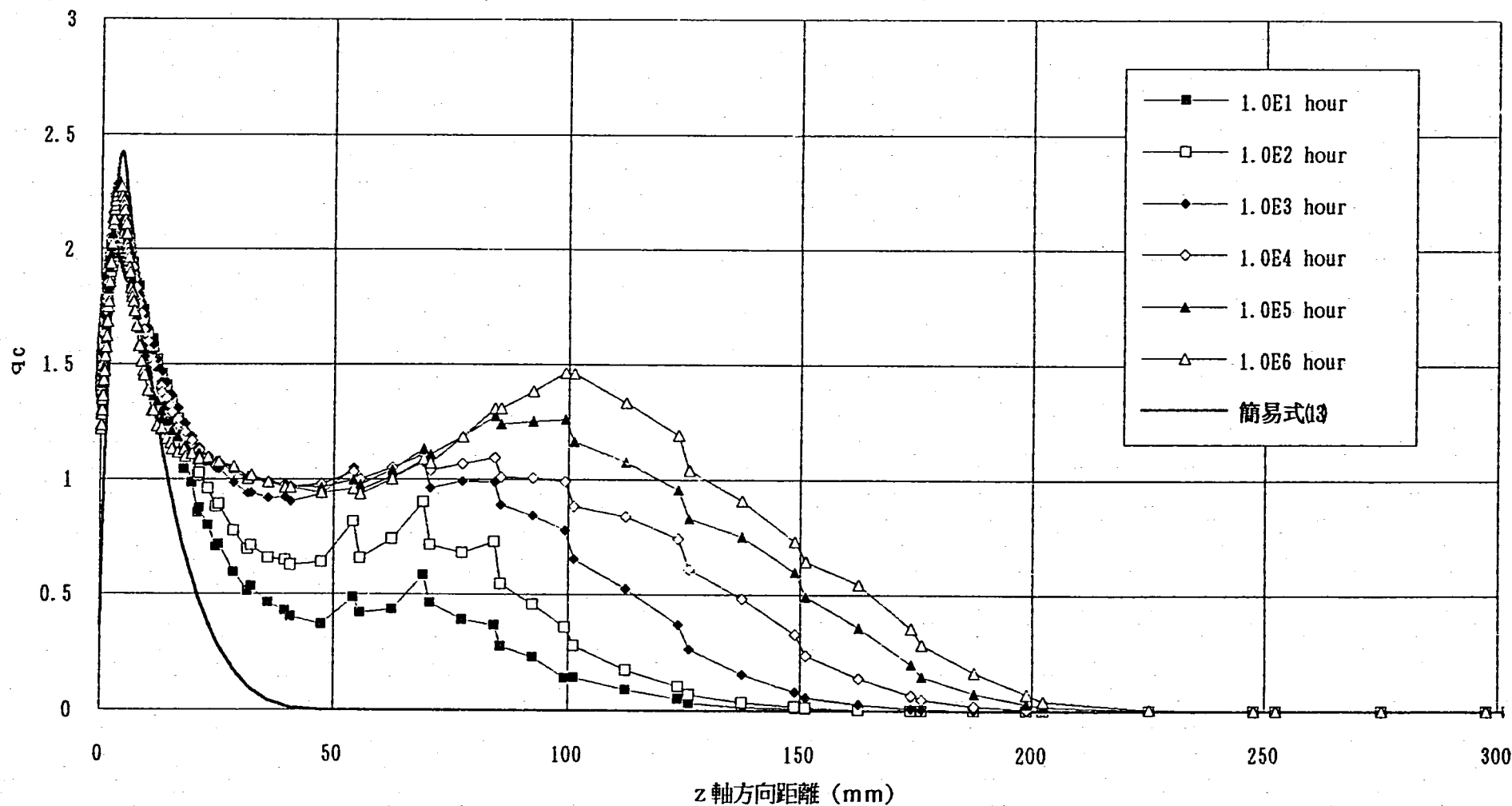


Fig. 3.8(2) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell with Corner r (n=5, r=5.0 mm)

CONIC2、R=5mm、n=7、外側、回轉固定

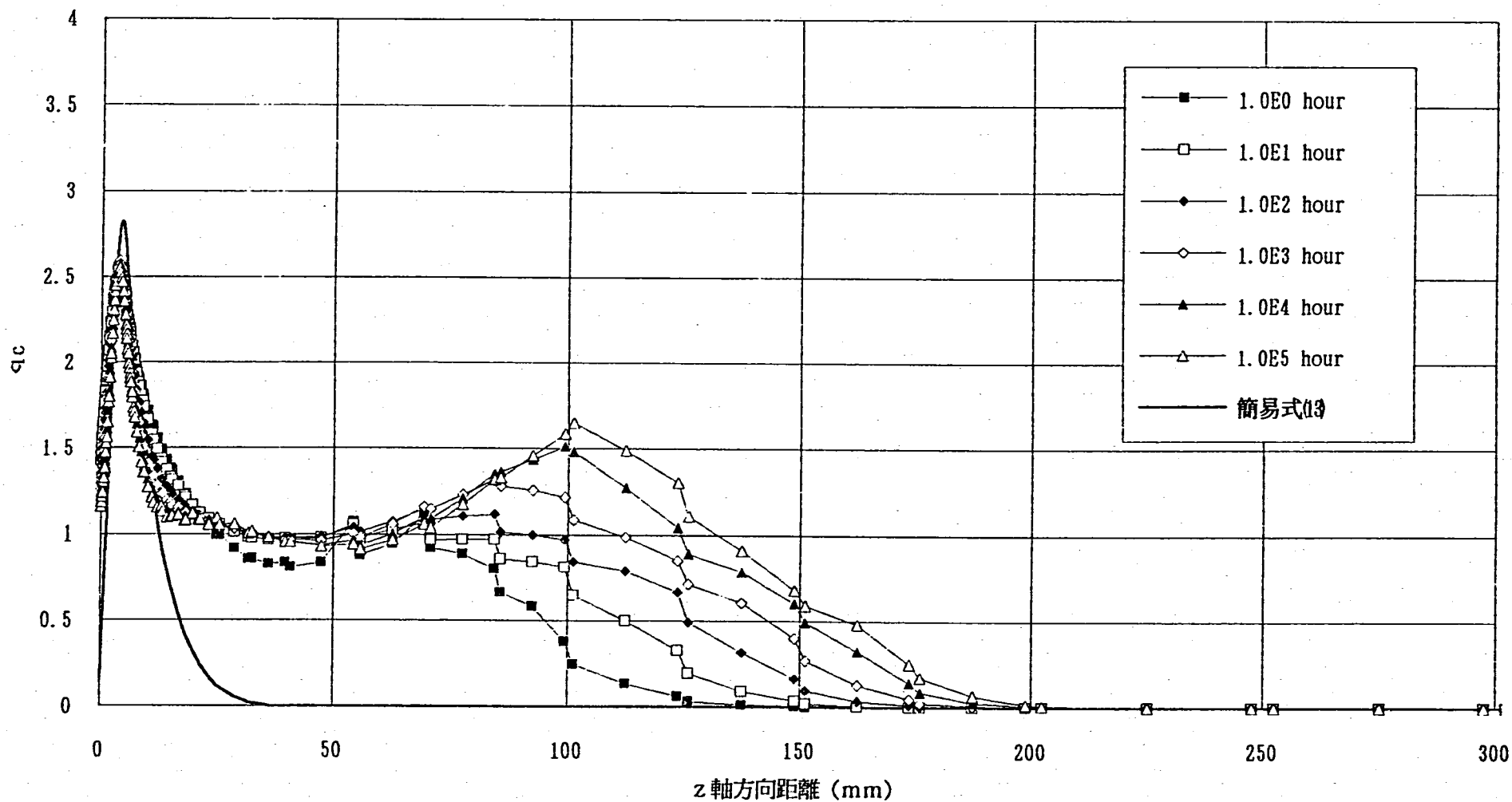
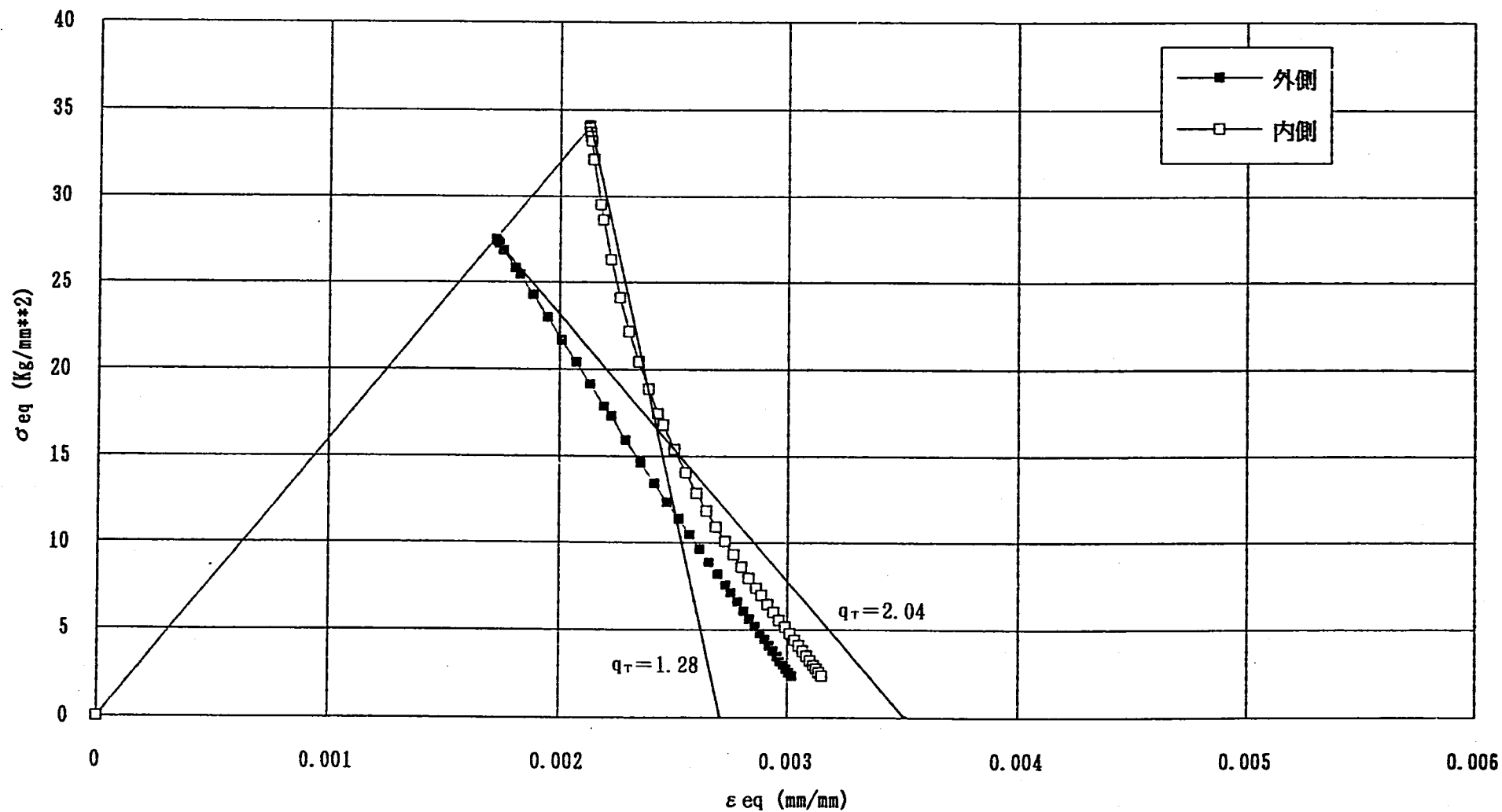
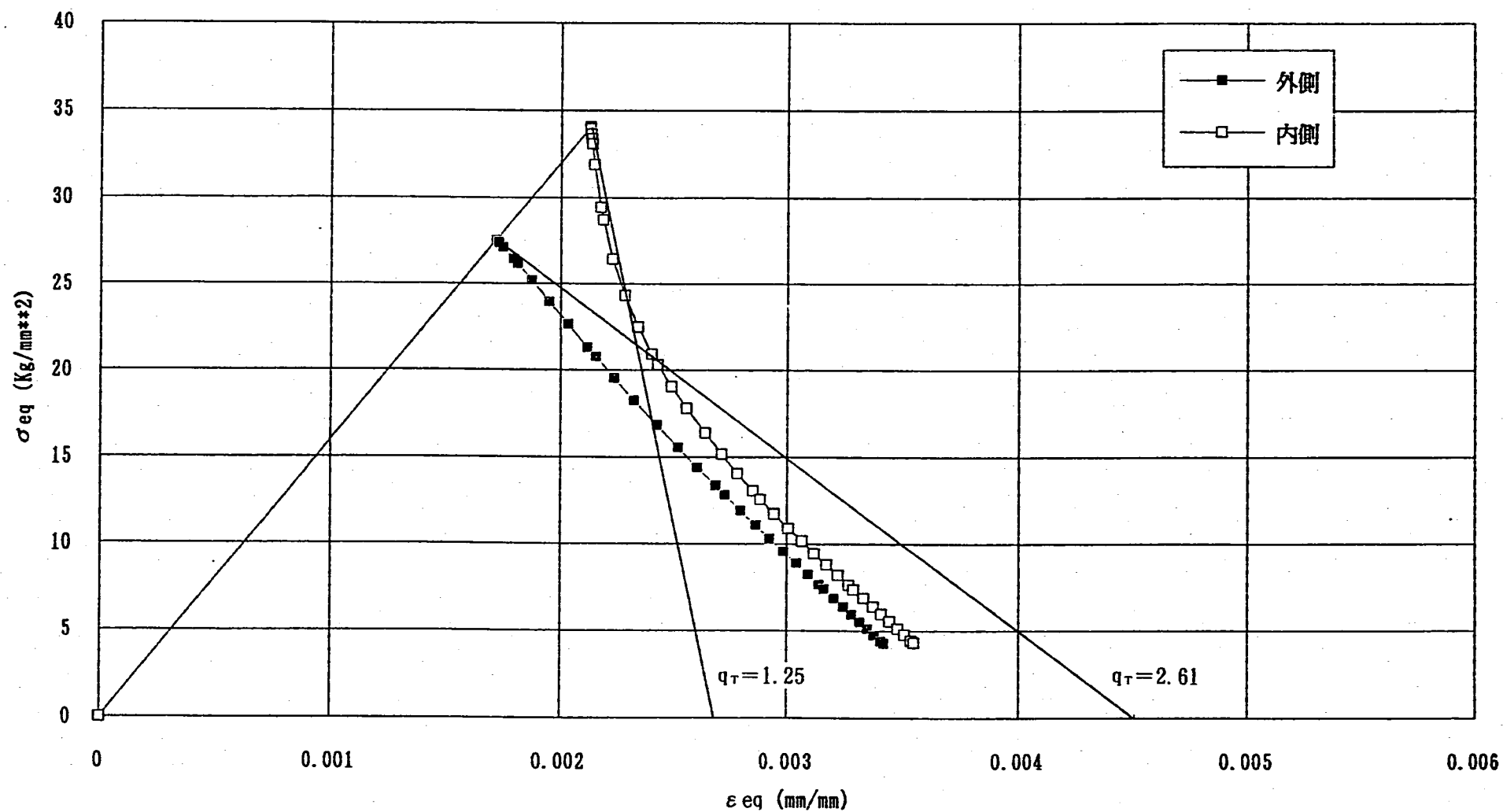
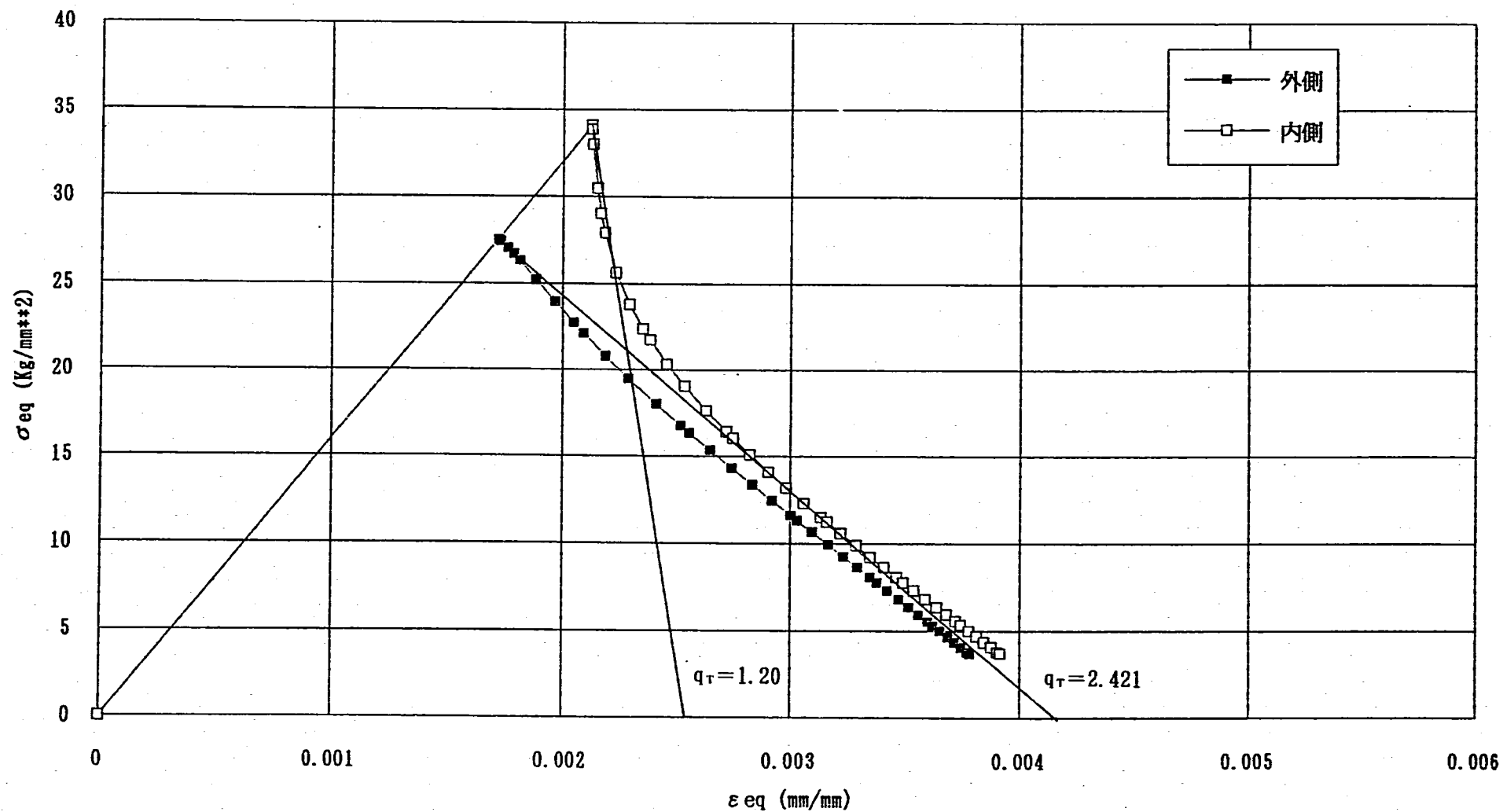


Fig. 3.8(3) Distributions of Elastic Follow-up Parameter along Longitudinal Direction of a Cylindrical Shell with Corner r ($n=7$, $r=5.0$ mm)

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC 2、 $r=5\text{mm}$ 、 $n=3$ 、変位 0.543mm 、回転なしFig. 3. 9 (1) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) with FEM Analysis (with Corner r model, $n = 3$)

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC 2、 $r = 5 \text{ mm}$ 、 $n = 5$ 、変位 0.543 mm 、回転なしFig. 3. 9(2) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) with FEM Analysis (with Corner r model, $n = 5$)

相当応力-相当ひずみ履歴 CONIC2、 $r=5\text{ mm}$ 、 $n=7$ 、変位 0.543 mm 、回転なしFig. 3. 9(3) Comparison of the Elastic Follow-up Parameters predicted by Equation (B-20) with FEM Analysis (with Corner r model, $n = 7$)

4. 環状切欠を有する丸棒の弾性追従係数

前章では、はりの弾性追従挙動を基に円筒殻構造の端部の弾性追従係数を導いた。しかしながら、前章までの検討は応力が単軸状態のはり及び平面応力場の円筒シェルの挙動に基づいているため、実構造の応力状態を完全に模擬したものではない。具体的に言うと、前章までの取扱いでは総体的な弾性追従は考慮されているが、局所的な応力集中による弾性追従が考慮されていないことになる。本章では、環状切欠（ノッチ）を有する丸棒の弾性追従挙動を調べ、総体的な弾性追従と局所的な弾性追従が重畳した場合の取扱いを検討する。

4.1 環状切欠を有する丸棒の弾性追従挙動

Fig. 4.1 に示すようなノッチ付き丸棒のノッチ底の応力緩和挙動を考える。最初に、ノッチ底の弾性追従挙動の特徴を理解するために、FEMによる応力緩和解析結果を示す。Fig. 4.2 は、弾性応力集中係数が $K=2.75$ の半円形の環状切欠を持つ丸棒の弾クリープ解析結果である。横軸は相当全ひずみ、縦軸は相当応力である。クリープ則はNorton則とし、 $n=7$ を用いた。図には、ノッチ底、ノッチ断面中央及びノッチから十分離れた一般部の応力緩和挙動が併記されている。

ノッチ断面中央及びノッチから十分離れた一般部の応力は、ほぼ垂直に緩和し、ひずみ制御型の挙動を示す。ノッチ底の応力ひずみ履歴は、大きく3つの挙動にわかれる。緩和初期には、比較的小さな弾性追従挙動を示すが、これははりの遷移領域に相当する。この初期の弾性追従係数は、次式で与えられることがわかっている²⁾。

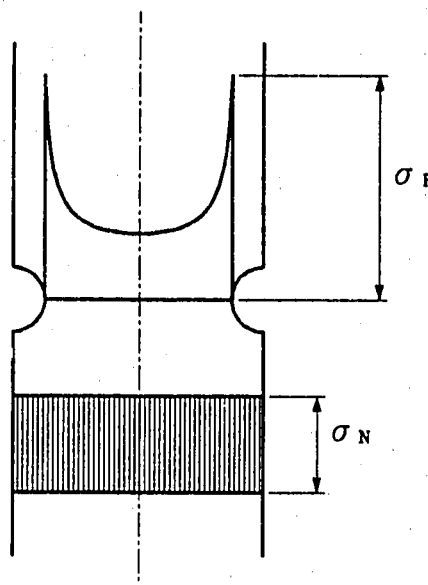


Fig. 4.1 Cylindrical Bar with Circumferential Notch

$$q_1 = \frac{1-\nu^2}{1-\nu+\nu^2} \frac{n+1}{n} \quad (14)$$

ここに、 ν はポアソン比である。 n は7であるから、 $q_1 = 1.32$ となり初期の弾性追従傾向と非常に良く合っている。2番目の領域では、はりの定常領域のような安定した応力緩和を示すことから、はりと同様に応力の分布がNorton則の定常分布に近い形で緩和する領域と思われる。3番目の領域は、はりには見られない、ひずみ制御型の応力緩和に近い挙動を示す。これは、応力緩和の最終段階では、応力集中が緩和によりほとんど消失することを示している。Fig. 4. 2の下図は、これを模式的に示したものである。

以下では、総体的な弾性追従係数 q_G とノッチの弾性応力集中係数 K が得られている場合の定常領域の弾性追従係数を簡易的に求める手法を検討する。

4.2 応力集中係数 K_0 が一定の場合

一般部の応力とノッチ底の応力を、Fig. 4. 1に示したようにそれぞれ σ_N 及び σ_F と表す。また、一般部の応力とノッチ底のクリープひずみを、それぞれ ϵ_{NC} 及び ϵ_{FC} と表す。

平均応力 σ_N と平均クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{cN}$ の間にノルトン則

$$\dot{\epsilon}_{NC} = B \{ \sigma_N(t) \}^n \quad (15)$$

が成り立つことを仮定すると、応力の時間変化は

$$\frac{d\sigma_N}{dt} = - \frac{E}{q_G} \frac{d\epsilon_{NC}}{dt} \quad (16)$$

で与えられる。ここに、 E はヤング率、 q_G は総体的な弾性追従係数である。式(15)及び(16)より

$$\frac{d\sigma_N}{dt} = - \frac{EB}{q_G} \{ \sigma_N(t) \}^n \quad (17)$$

となる。式(17)は、以下の解を持つ。

$$\sigma_N(t) = \left\{ \frac{(n-1)EBt}{q_G} + \sigma_{N0}^{-n+1} \right\}^{-1/(n-1)} \quad (18)$$

ここに、 σ_{N0} は $t=0$ における平均応力である。

一方、応力集中係数を K_0 とすると、定義により集中部の応力 σ_F は

$$\sigma_F(t) = K_0 \sigma_N(t) \quad (19)$$

と表せる。従って、 σ_F の時間微分は、式(18)及び(19)より

$$\dot{\sigma}_F = \frac{d\sigma_F}{dt} = K_0 \frac{d\sigma_N}{dt} = -K_0 \frac{EB}{q_G} \{ \sigma_N(t) \}^n \quad (20)$$

となる。ノルトン則を仮定しているので、集中部のクリープひずみ ϵ_{FC} に対しても

$$\dot{\epsilon}_{FC} = B \{\sigma_F(t)\}^n = BK_0^n \{\sigma_N(t)\}^n \quad (21)$$

が成り立つ。クリープによる弾性追従係数の瞬間値は以下の式で定義される。

$$q = - \frac{E \dot{\epsilon}_{FC}}{\dot{\sigma}_F} \quad (22)$$

式(20)~(22)より、ノッチ底の弾性追従係数 q_F は

$$q_F = q_G K_0^{n-1} \quad (23)$$

と表せる。即ち、総体的弾性追従係数 q_G と K_0^{n-1} の積となる。

4.3 応力集中係数 K_0 が時間に依存する場合

時間に依存する応力集中係数 K_0 及びひずみ集中係数 K_ϵ を以下のように定義する。

$$K_0(t) = \frac{\sigma_F(t)}{\sigma_N(t)} \quad (24)$$

$$K_\epsilon(t) = \frac{\sigma_F(t) / E + \epsilon_{FC}(t)}{\sigma_N(t) / E + \epsilon_{NC}(t)} \quad (25)$$

切欠底の弾性応力集中係数を K とすると、弾塑性の場合には以下に示すNeuber則が近似的に成り立っている。

$$K_0 \cdot K_\epsilon = K^2 \quad (26)$$

クリープの場合にも、Neuber則が成り立ち、応力集中係数とひずみ集中係数の積

$$K_0(t) \cdot K_\epsilon(t) = K^2 = \text{const.} \quad (27)$$

は応力緩和中一定であるものと仮定する。

式(24)、(25)及び(27)を用いると、以下のようなノッチ底の応力に対する微分方程式が得られる。式の導出は、やや長くなるので付録-Eを参照されたい。

$$\frac{d\sigma_F(t)}{dt} = -EB \frac{\{\sigma_F(t)\}^n + K^2 \{\sigma_{N0} + (1/q_G - 1)\sigma_N(t)\} \frac{\{\sigma_N(t)\}^n}{\sigma_F(t)}}{1 + K^2 \{q_G \sigma_{N0} + (1 - q_G)\sigma_N(t)\} \frac{\sigma_N(t)}{\{\sigma_F(t)\}^2}} \quad (28)$$

式(28)は、 $\sigma_F(t)$ に対して非線形になっており容易には解けないので、以下の二つの仮定の下に近似解を求めた。

- 1) 弾性追従係数が最大となる時点 (τ) の応力集中はほぼ定常状態に達しており、応力一定の場合の定常時の応力集中係数に等しい。即ち、

$$K_0(\tau) \approx K_0(\infty) = K^{2/(n+1)} \quad (29)$$

を仮定する。

- 2) 一般部の応力は、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) では、初期応力からほとんど緩和していない。即ち、

$$\sigma_N(\tau) \approx \sigma_{N0} \quad (30)$$

と仮定する。

式(29)及び(30)を式(28)に代入すると、ノッチ底の弾性追従係数は

$$q_{F1}(\tau) = \frac{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}}{2} q_G \quad (31)$$

となる。

付録-Eで述べたように、最初の仮定については、ノッチ底の弾性追従係数が最大になるあたりでは、はりに見られるような定常的な緩和挙動を示すことから近似的には十分許容できるものと思われるが、2目の仮定については、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) では、一般部の応力がある程度緩和しており、近似としては十分ではないことが考えられる。そこで、応力緩和の影響を考慮して予測式の改良を行った(付録-E参照)。

応力緩和の影響を考慮した予測式は、

$$q_F(\tau) = \frac{1 + q_G \alpha K^{2(n-1)/(n+1)} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{1}{q_G} - 1 \right) \right\}}{1 + \alpha^n \left\{ 1 + 2\alpha \left(\frac{1}{q_G} - 1 \right) \right\}} \quad (32)$$

で与えられる。ここに、 α は弾性追従係数が最大となる時点の一般部の応力 $\sigma_N(\tau)$ と一般部の初期応力 σ_{N0} の比であり、次式により与えられる。

$$\alpha = \left\{ \frac{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}}{2} (K^{-2(n-1)/(n+1)} - K^{-n+1}) + 1 \right\}^{-1/(n-1)} \quad (33)$$

4.4 式(23)、(31)及び(32)の適用性

4.2及び4.3節で求めた、ノッチ底の弾性追従係数の簡易算出式の適用性を調べる。Fig. 4.3に、総体的な弾性追従が無い場合のノッチ底の弾性追従解析結果と式(23)、(31)及び(30)より予測される弾性追従係数の傾きの比較を示す。弾性応力集中係数及びNorton則の指数は、それぞれ $K=2.75$ 、 $n=7$ である。比較のため、谷川等の導出による以下の式²⁾から予測される傾きも示した。

$$q_F = q_G K^{(n-1)/(n+1)} \quad (34)$$

尚、式(23)の一定の K_0 として、応力一定の場合の定常時の応力集中係数式(29)を用いている。

従って、式(23)は以下のように書き換えられる。

$$q_F = q_G K^{2(n-1)/(n+1)} \quad (35)$$

線の傾きは、弾性追従がほぼ定常となる応力が25kg/mm²の点を起点にとった。

Fig. 4. 3からわかるように、谷川等の式(23)から予測される弾性追従係数はかなり非保守的な値に、式(31)から予測される弾性追従係数はやや非保守的な値に、式(32)から予測される弾性追従係数はやや保守的な値になっている。ただし、式(31)及び式(32)いずれも予測精度としては十分である。一方、式(23)による予測値はかなり保守的な値になっており、予測式としては許容しがたい。式(23)は、定常領域の応力集中係数が一定であるという仮定の下に導出したが、切欠き底に対しては適切な仮定ではなかったものと思われる（常領域の切欠き底の応力集中係数が時間とともに変化することは、谷川等²⁾の検討が詳しいので、これを参照されたい）。以下では、式(31)及び式(32)についてのみFEM解析結果との比較を示す。

Fig. 4. 4 (1)及び(2)に、弾性応力集中係数が $K=2.75$ で総体的な弾性追従が無い場合の n が3及び5の解析結果と式(31)及び式(32)による予測結果の比較を示す。Fig. 4. 5 (1)~(3)に、弾性応力集中係数が $K=2.75$ で、総体的な弾性追従係数 q_N が2.0の場合の同様の比較を示す。

Fig. 4. 6 (1)~(3)に、弾性応力集中係数が $K=1.625$ で、総体的な弾性追従係数が $q_N=1.0$ の場合の弾性追従解析結果と予測値の比較を示す。また、Fig. 4. 7 (1)~(3)に、弾性応力集中係数が $K=1.625$ で、総体的な弾性追従係数が $q_N=2.0$ の場合の弾性追従解析結果と予測値の比較を示す。

これらの結果から、以下のことがわかる。

- (1) 総体的な弾性追従が重畳しない場合、式(31)はやや非保守的になるケースも見られるが、かなり良い近似になっている。また、式(32)はいずれの場合にも保守的な予測値になっている。
- (2) 総体的な弾性追従が重畳する場合、式(31)及び式(32)による予測値はいずれも非常に良い近似になっており、優劣がつけがたい。ただし、この場合には、式(31)の方がやや保守的な傾向が見られる。

以上により、予測式(31)及び(32)は、環状切欠を有する丸棒の定常領域の弾性追従係数を實際上問題のない精度で予測可能なことが示された。式(32)は、式(31)の予測精度を向上することを狙って導出したが、環状切欠を有する丸棒の解析結果との比較からは優劣がつけがたい。式の簡易さから言えば、式(31)の方がはるかに簡易であり扱い易いため、簡易評価には式(31)を用いた方が良いであろう。

4.5 切欠底の弾性追従挙動の簡易予測手法の検討

Fig. 4.8に、総体的な弾性追従が重畳しない場合と重畳する場合の切欠底の弾性追従挙動の比較を模式的に示す。緩和の初期には、いずれの場合も式(14)で与えられる弾性追従係数 q_1 に沿って応力が緩和する。その後、総体的な弾性追従が重畳する場合の緩和は、総体的な弾性追従が重畳しない場合の緩和曲線から徐々に離れ、式(31)で与えられる弾性追従係数 q_F の傾きに漸近しながら緩和する。

4.3節で仮定したように、弾性追従係数が最大になる時点の応力集中係数 K_0 と一般部の応力 σ_N は、それぞれ

$$\sigma_N(\tau) \approx \sigma_{N0} \quad (35)$$

$$K_0(\tau) \approx K^{2/(n+1)} \quad (36)$$

である。従って、弾性追従係数が最大になる時点の切欠底の応力は、

$$\sigma_F(\tau) \approx K_0 \sigma_N \approx K^{2/(n+1)} \sigma_{N0} \quad (37)$$

と表せる。一方、総体的な弾性追従が重畳しない場合の緩和曲線は、上記の応力レベルに緩和するまでは、切欠底の初期応力 σ_1 から引いた以下の傾きで十分包絡される。

$$q_0 = K^{(n-1)/(n+1)} \quad (38)$$

式(37)と式(38)の交点をCで表すと、弾性追従係数が最大になる時点の切欠底の応力とひずみの位置は、C点から差ほど離れていないものと考えられる。Fig. 4.9(1)~(3)及びFig. 4.10(1)~(3)は、上記の考え方に従って解析結果を整理したものである。これらの図から、切欠底の弾性追従挙動について上記の考え方がほぼ妥当なことがわかる。ただし、このままでは実際の緩和曲線を完全には包絡できないので、保守性を考慮し、以下のように考える。

1) 緩和初期の弾性追従係数は、式(14)と式(38)の大きい方を適用する。

$$q_T = \text{Max} \left\{ \frac{1-\nu^2}{1-\nu+\nu^2} \frac{n+1}{n}, K^{(n-1)/(n+1)} \right\} \quad (39)$$

2) 定常領域の弾性追従係数として式(31)を適用する。また、定常領域の包絡線は、初期応力 σ_1 から引いた緩和初期の弾性追従係数の傾きを持つ直線上の点 σ_c より引くものとする。 σ_c は、式(37)と式(38)の平均応力

$$\sigma_c = \frac{K + K^{2/(n+1)}}{2} \sigma_{N0} \quad (40)$$

である。

これを図示すると、Fig. 4.11のようになる。上記1)の配慮は、弾性応力集中係数が小さい場合、式(38)では初期の弾性追従傾向を包絡できない可能性があるからである。また、上記2)により、実機構造で考えられる比較的小さな弾性応力集中係数($K < 1.5$)に対する定常領域の

応力の包絡性を配慮した。

上記1)及び2)の手続きを、Fig. 4.9(1)~(3)及びFig. 4.10(1)~(3)の内で最も非保守的なケースであるFig. 4.10(1)及び(3)に適用した例をFig. 12(1)及び(2)に示す。これらの図から、上記の手続きを踏めば、十分保守的な包絡線が得られることがわかる。

4.6 弾性応力集中係数の定義に関する補足

弾性応力集中係数を定義する方法は幾つか有るが、通常以下の二つの定義が多く用いられている。

- 1) ノッチ底の表面応力とノッチ断面の平均応力の比
- 2) ノッチ底の表面応力と一般部（平滑部）の平均応力の比

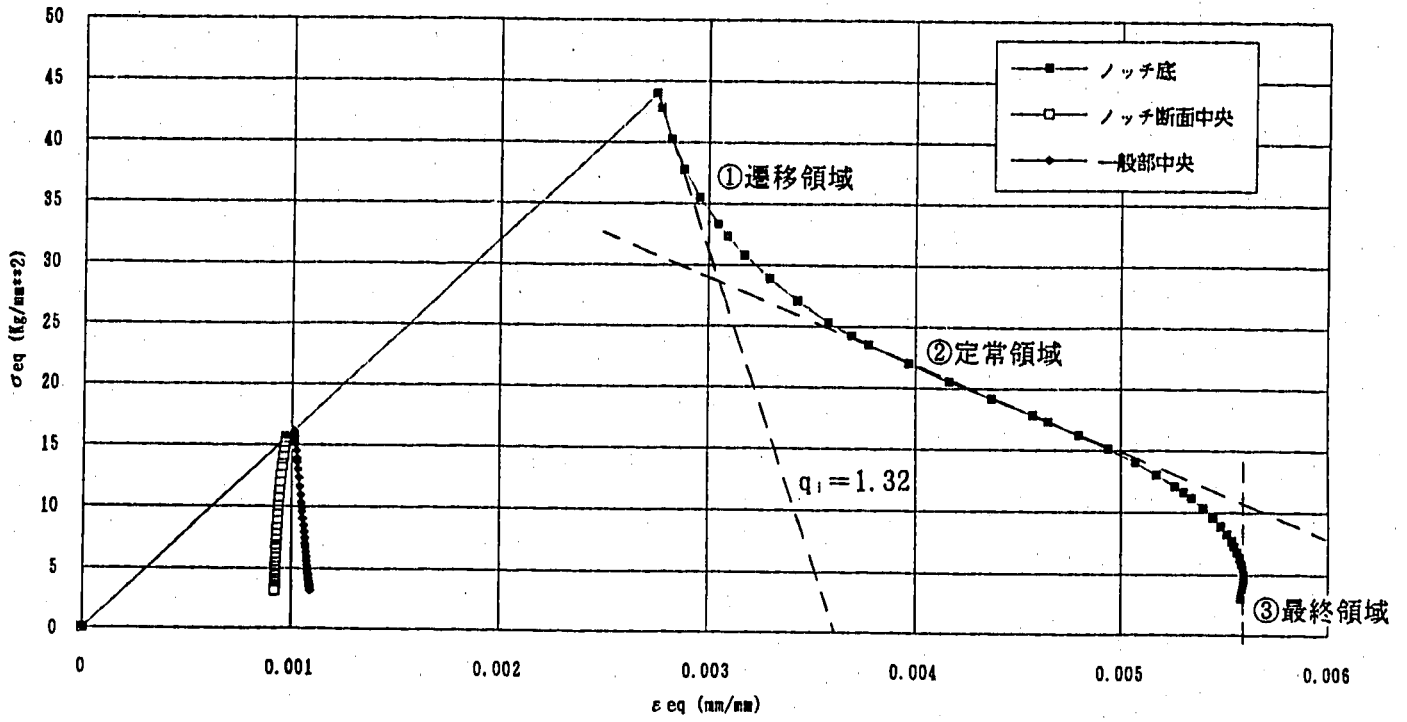
本章の評価に用いたノッチ底の弾性応力集中係数Kは、2番目の定義による。2番目の定義を用いた理由は、クリープによる丸棒の全体の伸びはノッチ底の近傍ではなく構造の大部分を占める平滑部に生じるクリープひずみによるものであり、丸棒の応力状態を支配している力学的な力の平衡は平滑部の挙動に支配されていると考えられるからである。また、2番目の定義を用いる場合にも、応力をどのように定義するかにより若干の違いがある。本章の定義は、以下のようにとった。

$$K = \frac{\text{ノッチ底の表面のMisesの相当応力}}{\text{平滑部の軸方向膜応力}}$$

一方、谷川等は、非弾性状態におけるひずみ集中係数をノッチ底と平滑部の相当ひずみの比として定義しているのに合わせてKを以下のように定義した²⁾。

$$K = \frac{\text{ノッチ底の表面のMisesの相当応力}}{\text{平滑部表面のMisesの相当応力}}$$

本章で前者の定義をとった理由は、平滑部の応力は断面内で一様ではなく若干の分布を持つため、前者で定義した方が平均的な傾向に合うと判断したからである。ただし、両者の違いは高々4%程度（前者の定義でK=2.75が後者の定義ではK=2.85になる）であり、この程度の差は定常領域の弾性追従係数の予測値に対して5%以下の違いにしかない。従って、議論の本質には影響しないが、より平均的な傾向をとらえると言う意味で前者の定義を採用した。



ノッチ底の応力-ひずみ履歴

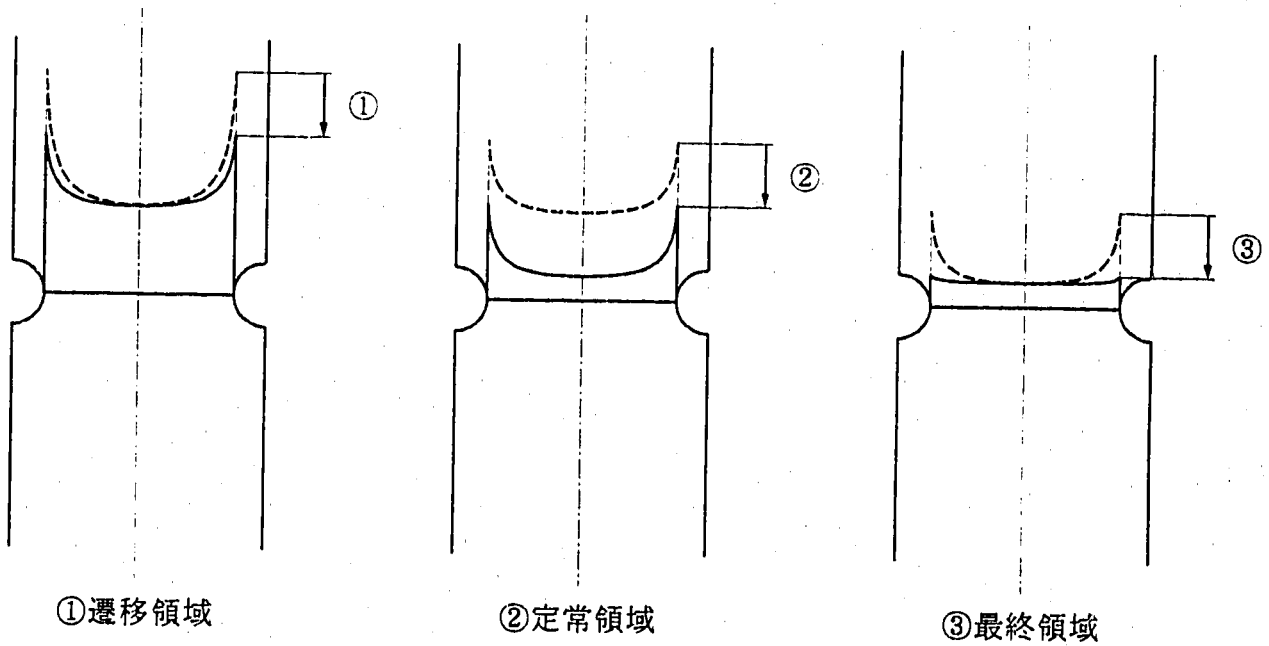


Fig. 4.2 Elastic Follow-up Behaviour of a Bar with Circumferential Notch

相当応力-相当ひずみ履歴 ノッチ付丸棒、 $r=10\text{mm}$ 、 $n=7$ 、変位 0.2mm

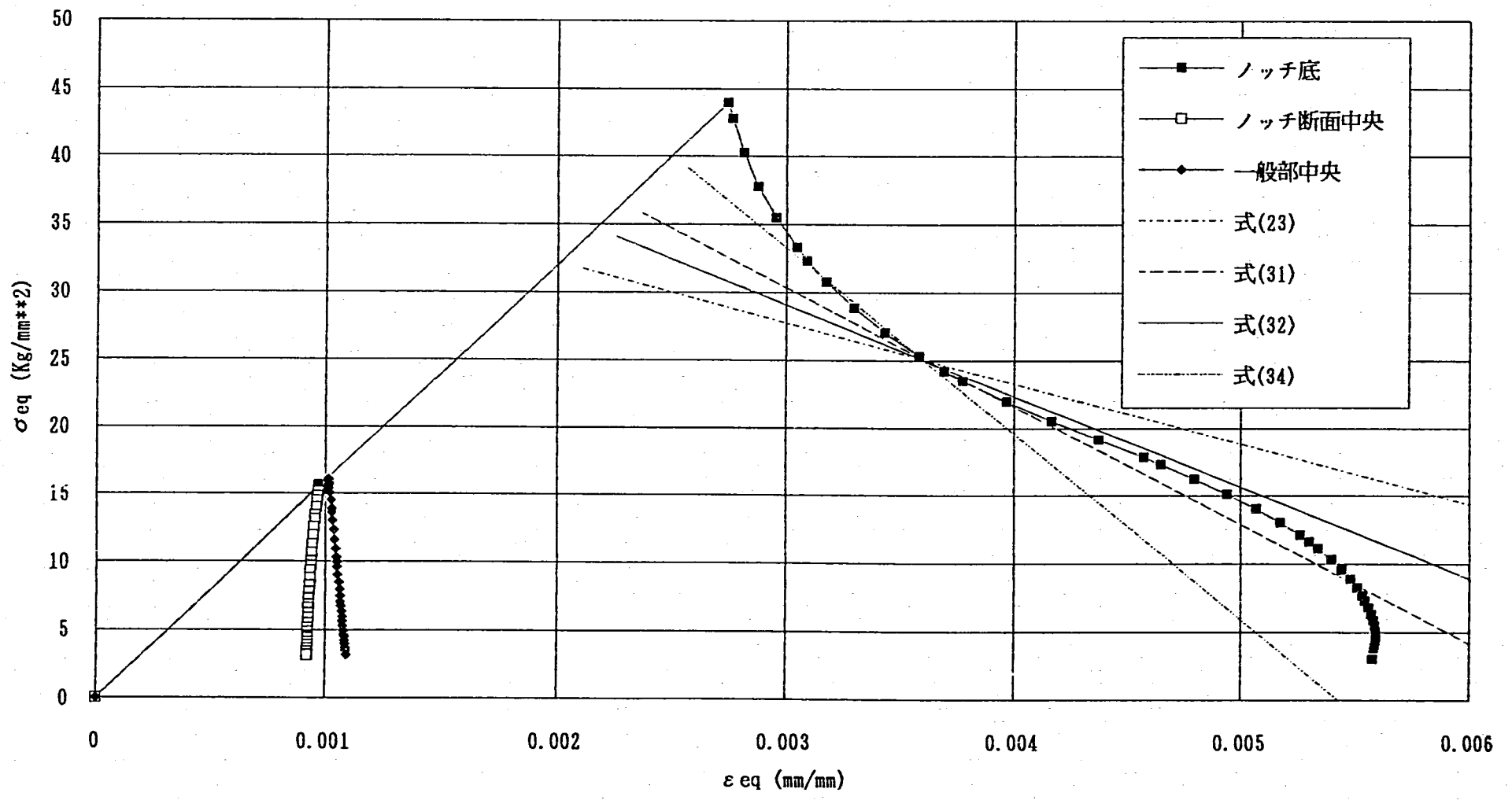


Fig. 4.3 Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM (n = 7, K = 2.75)

相当応力-相当ひずみ履歴 ノッチ付丸棒、 $r=10\text{mm}$ 、 $n=3$ 、変位 0.2mm

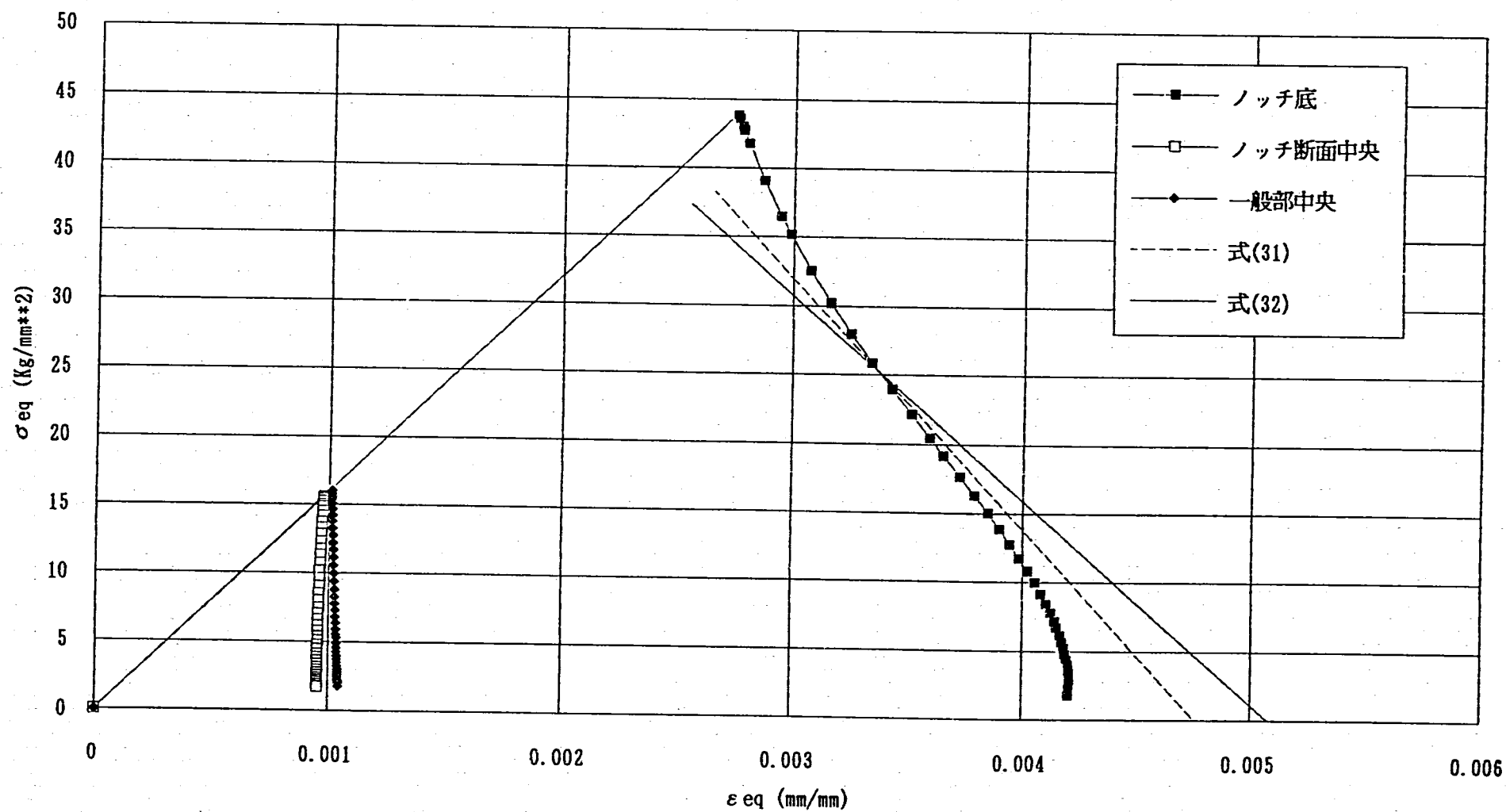


Fig. 4.4(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=3$, $K=2.75$)

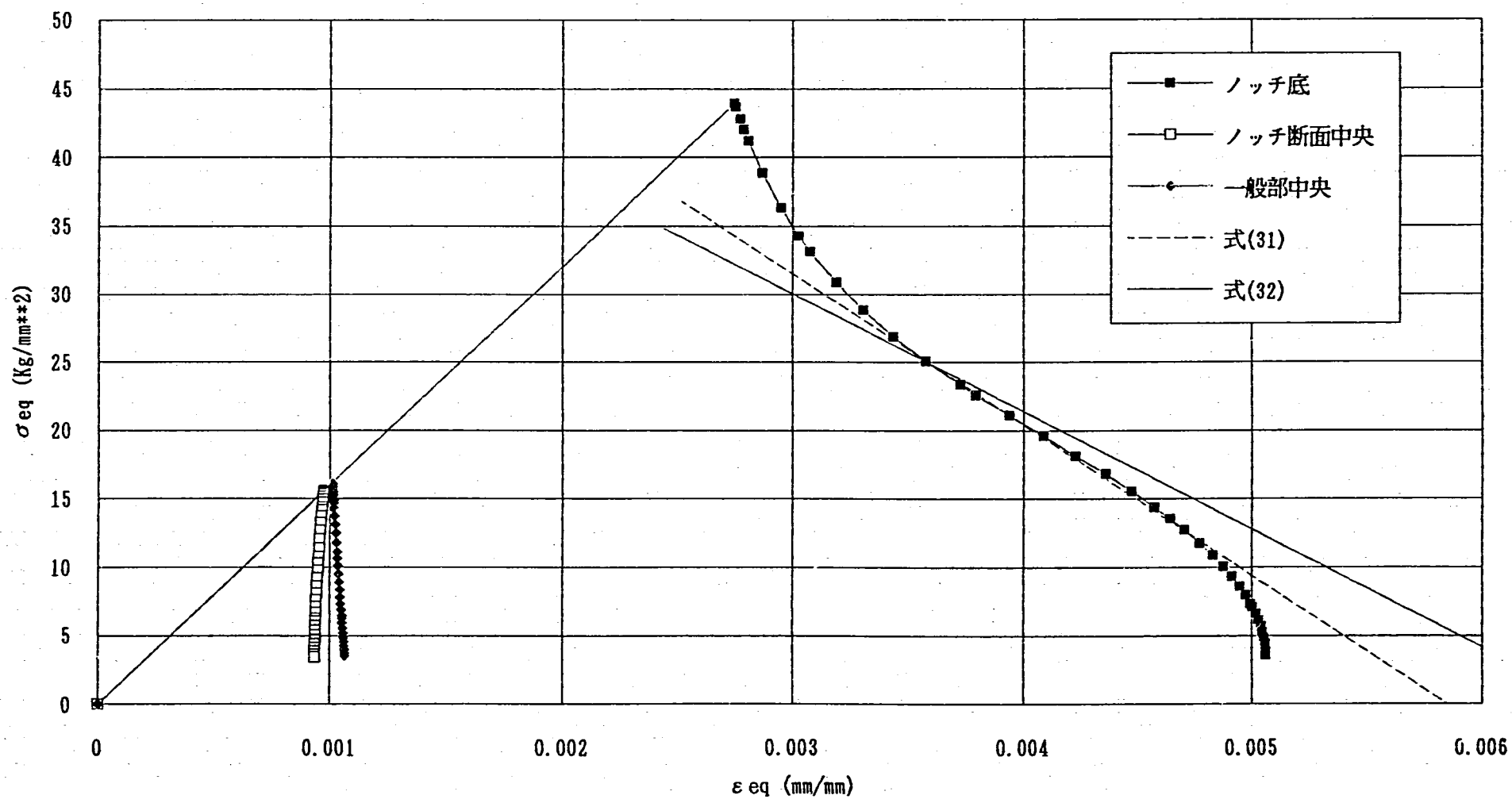
相当応力-相当ひずみ履歴 ノッチ付丸棒、 $r=10\text{mm}$ 、 $n=5$ 、変位 0.2mm 

Fig. 4.4(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=5$, $K=2.75$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=10\text{mm}$ 、 $n=3$ 、 $q_n=2$

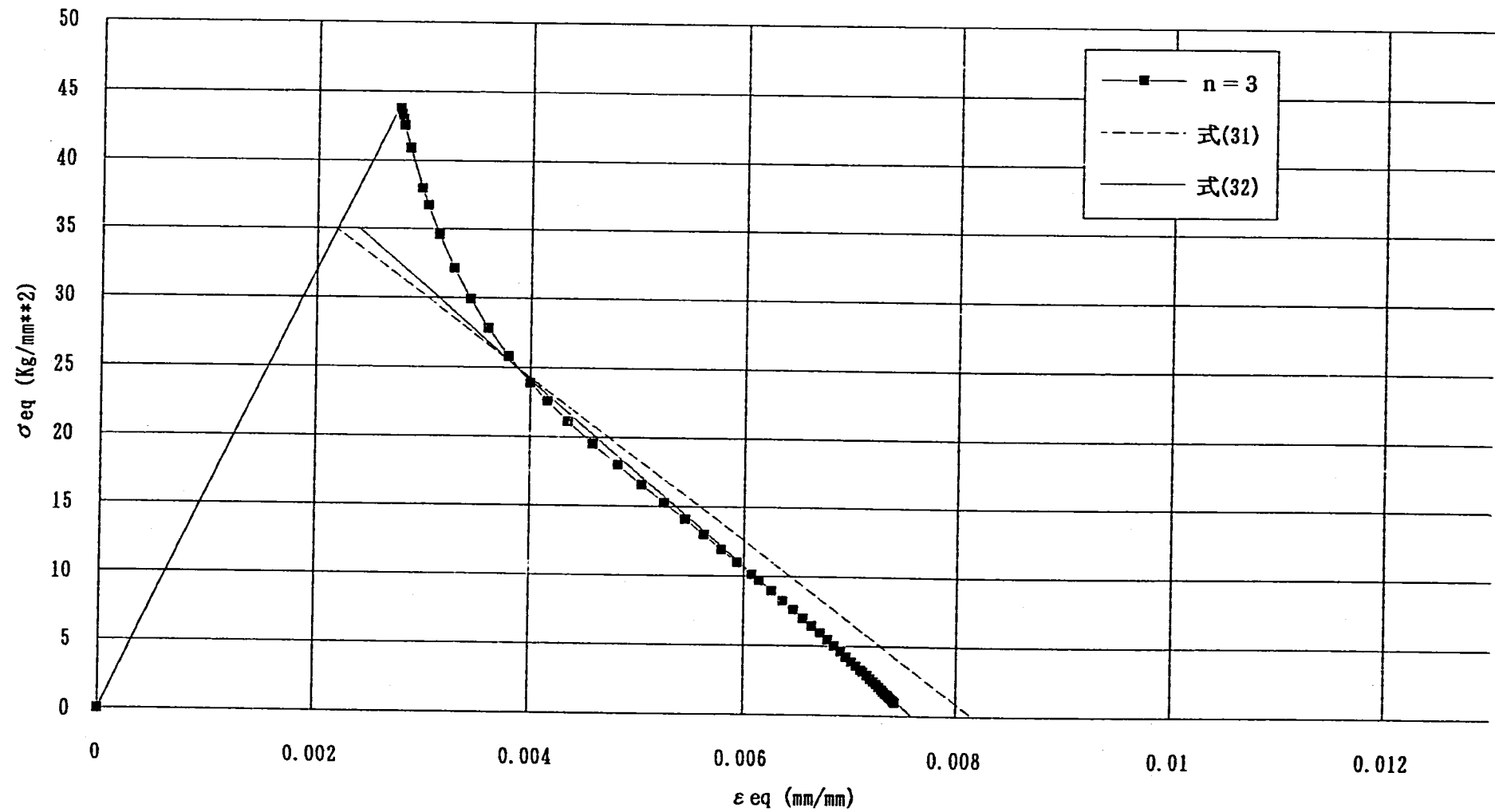


Fig. 4.5(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=3$, $K=2.75$, $q_G=2.0$)

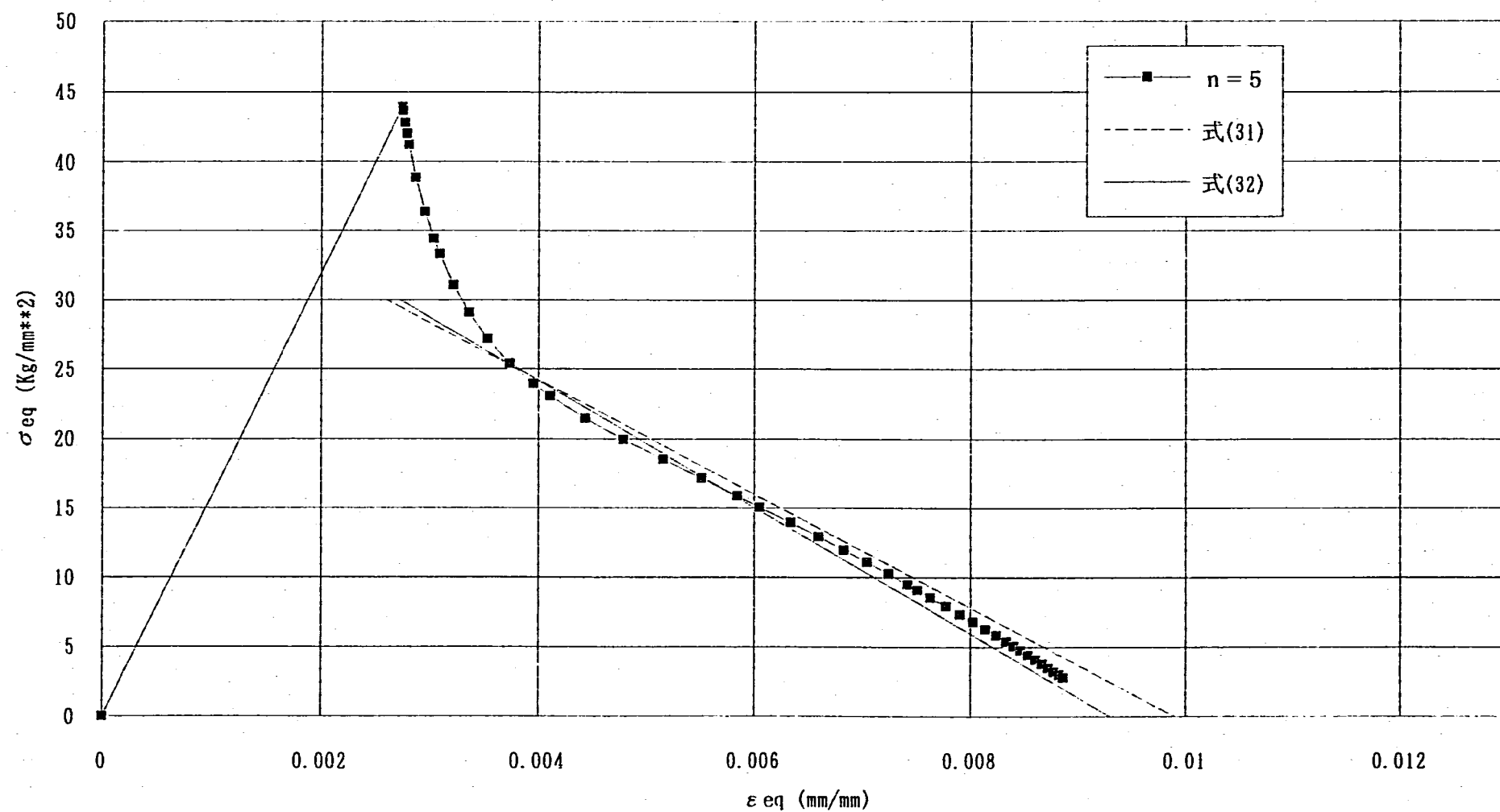
相当応力-相当ひずみ履歴 $r=10\text{mm}$ 、 $n=5$ 、 $q_n=2$ 

Fig. 4. 5(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
 ($n=5$, $K=2.75$, $q_G=2.0$)

相当応力—相当ひずみ履歴 $r=10\text{mm}$ 、 $n=7$ 、 $q_n=2$

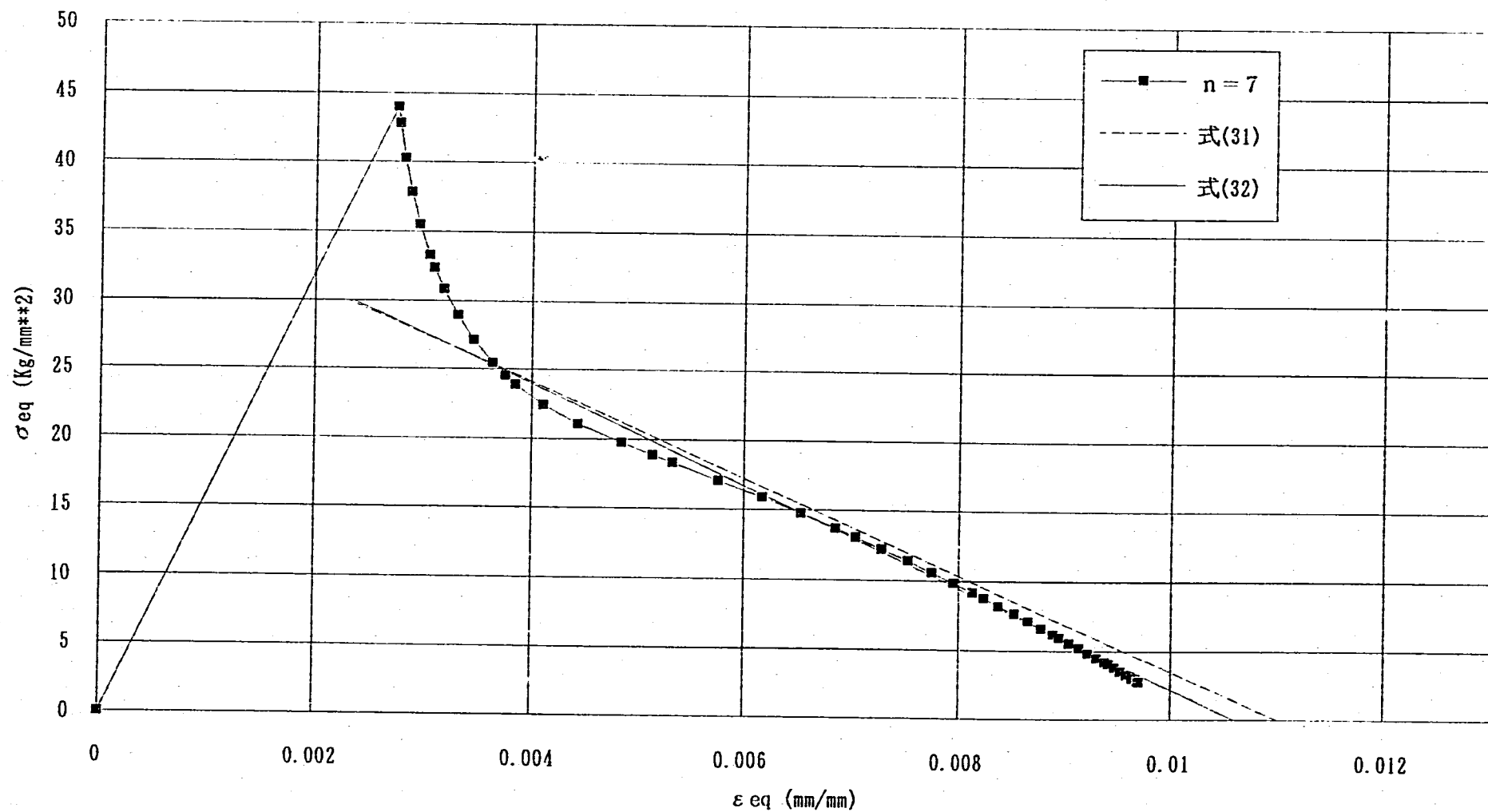


Fig. 4.5(3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=7$, $K=2.75$, $q_e=2.0$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=3$

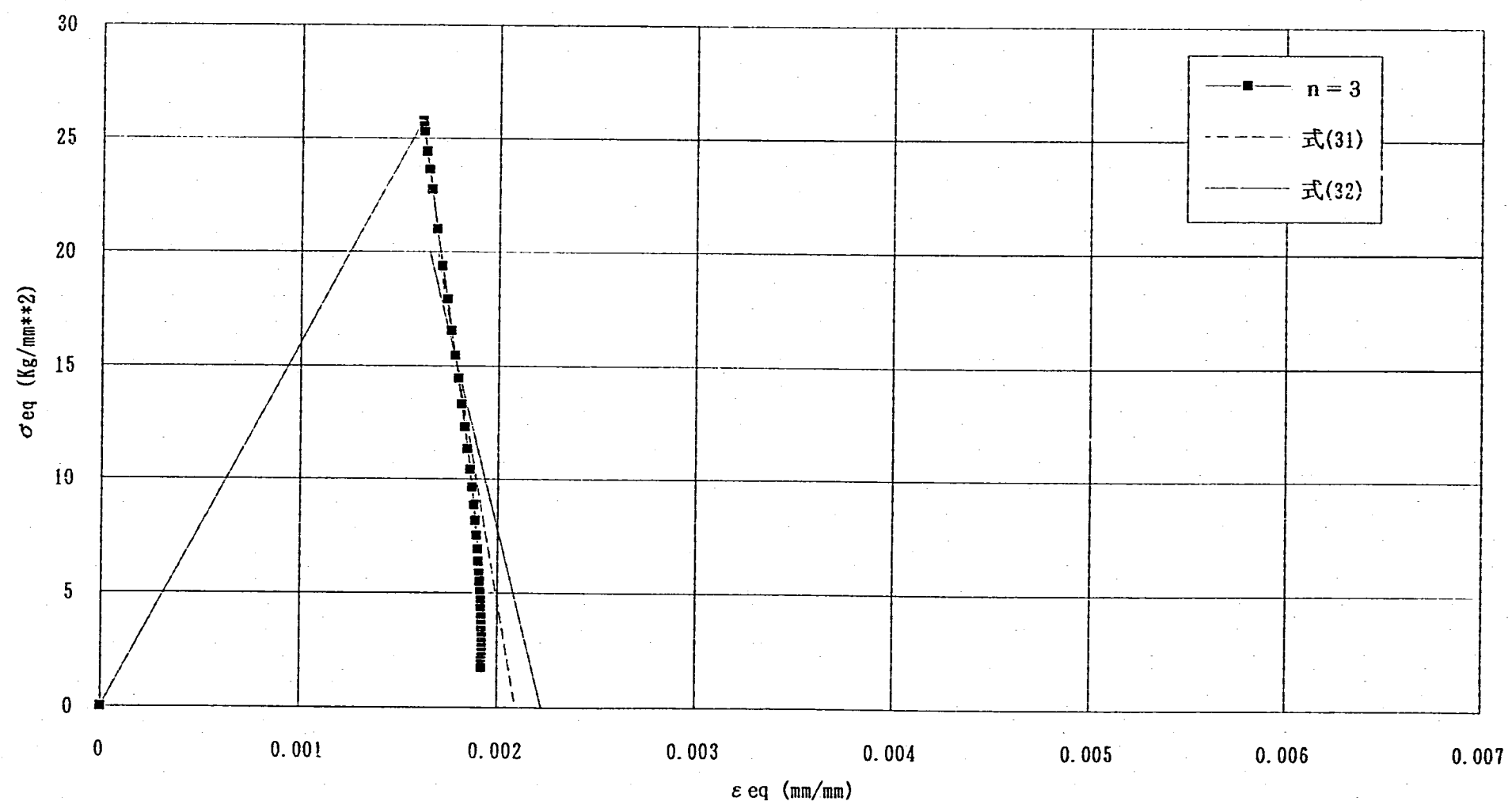


Fig. 4.6(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=3$, $K=1.625$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=5$

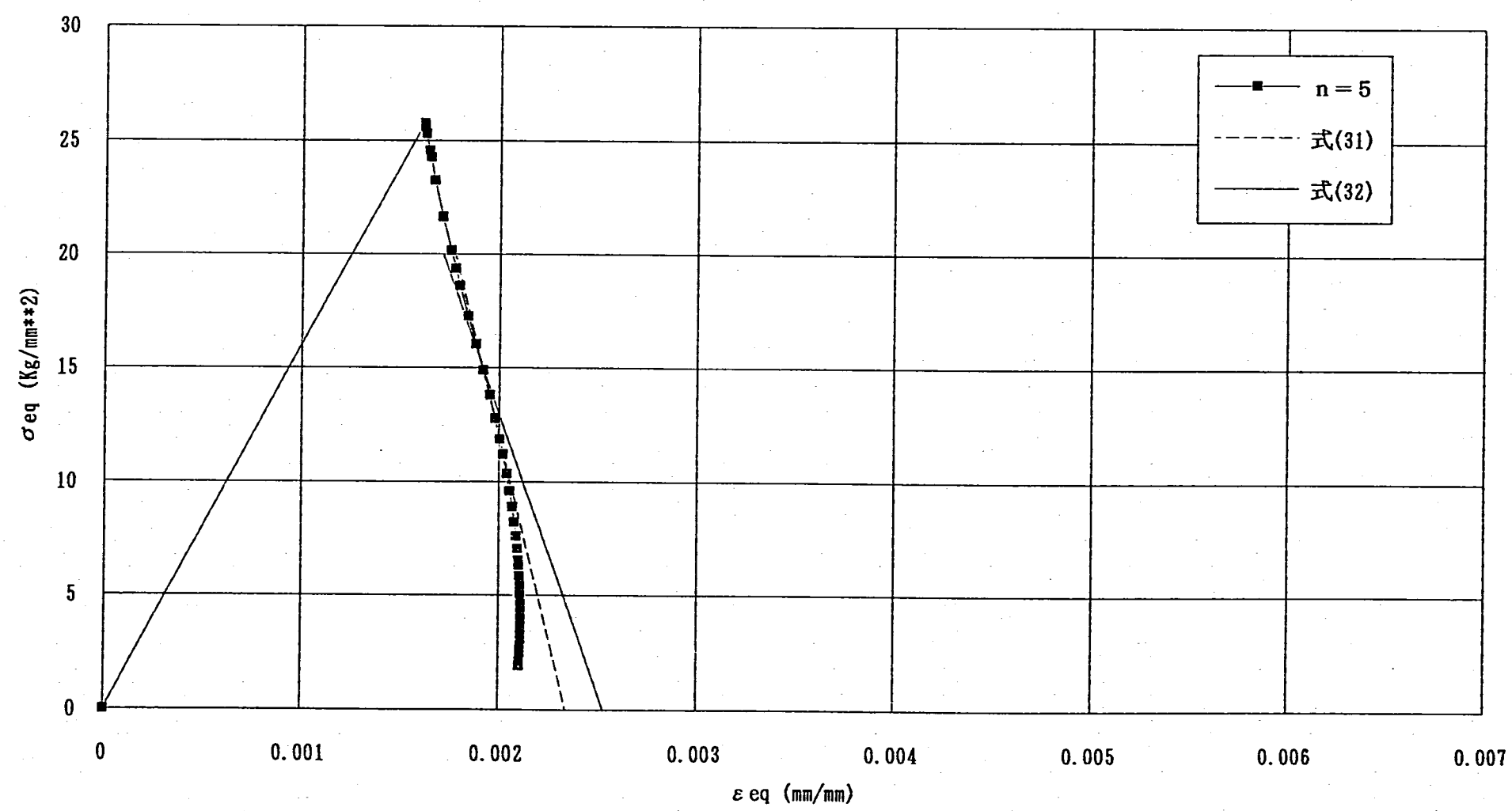


Fig. 4. 6(2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=5$, $K=1.625$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=7$

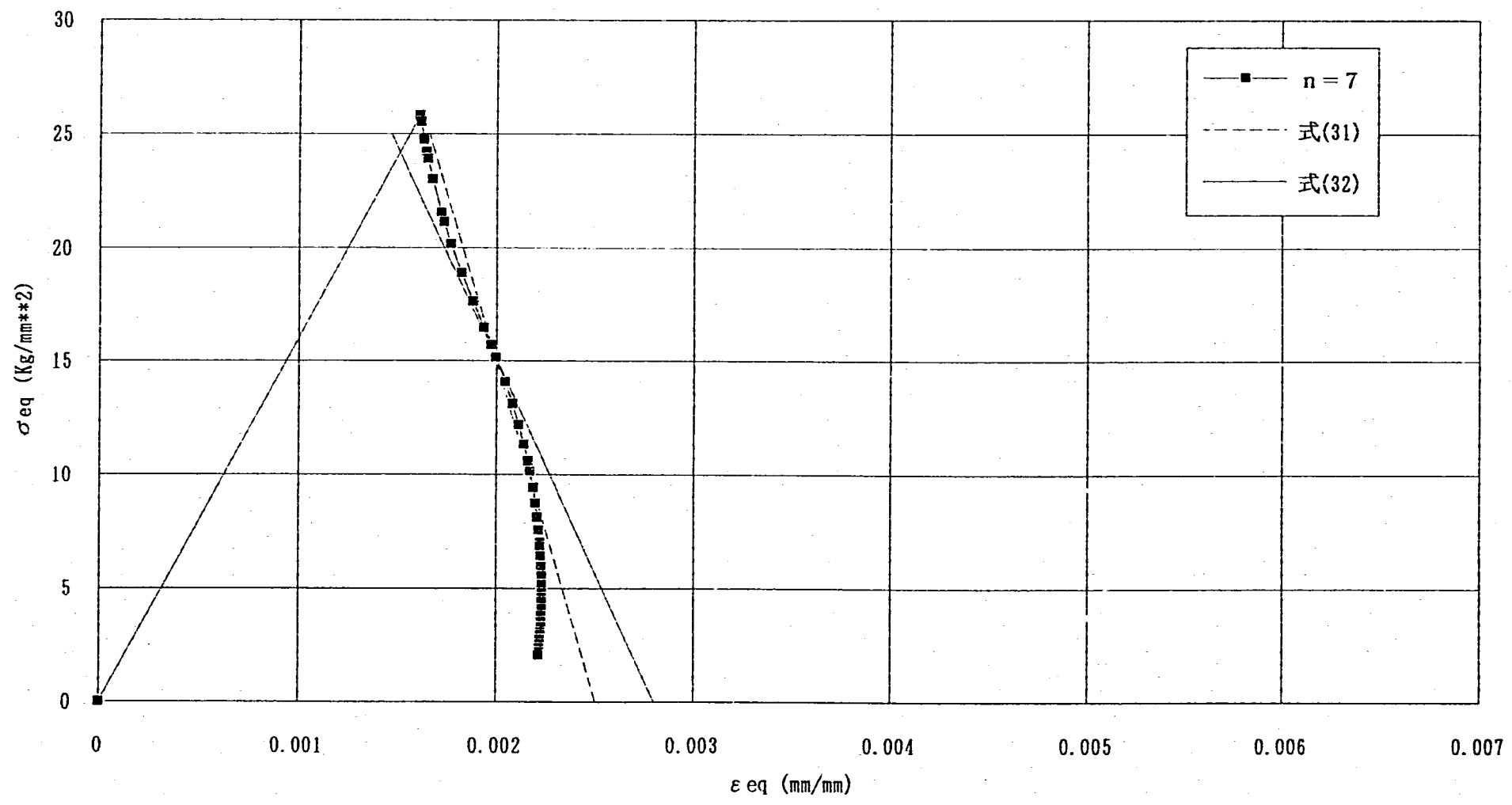


Fig. 4. 6 (3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
 (n = 7, K = 1.625)

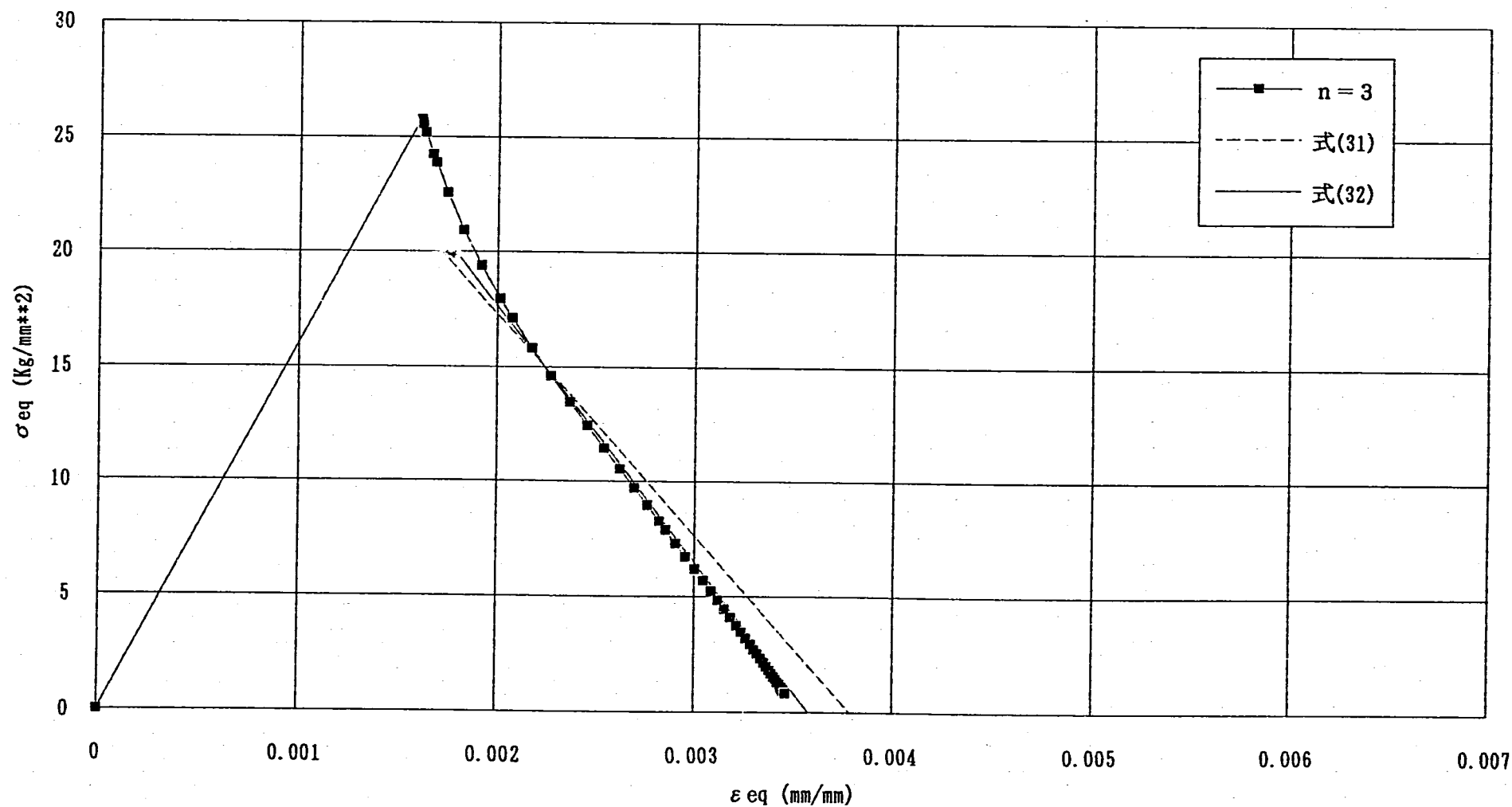
相当応力—相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=3$ 、 $q_n=2$ 

Fig. 4.7(1) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=3$, $K=1.625$, $q_c=2.0$)

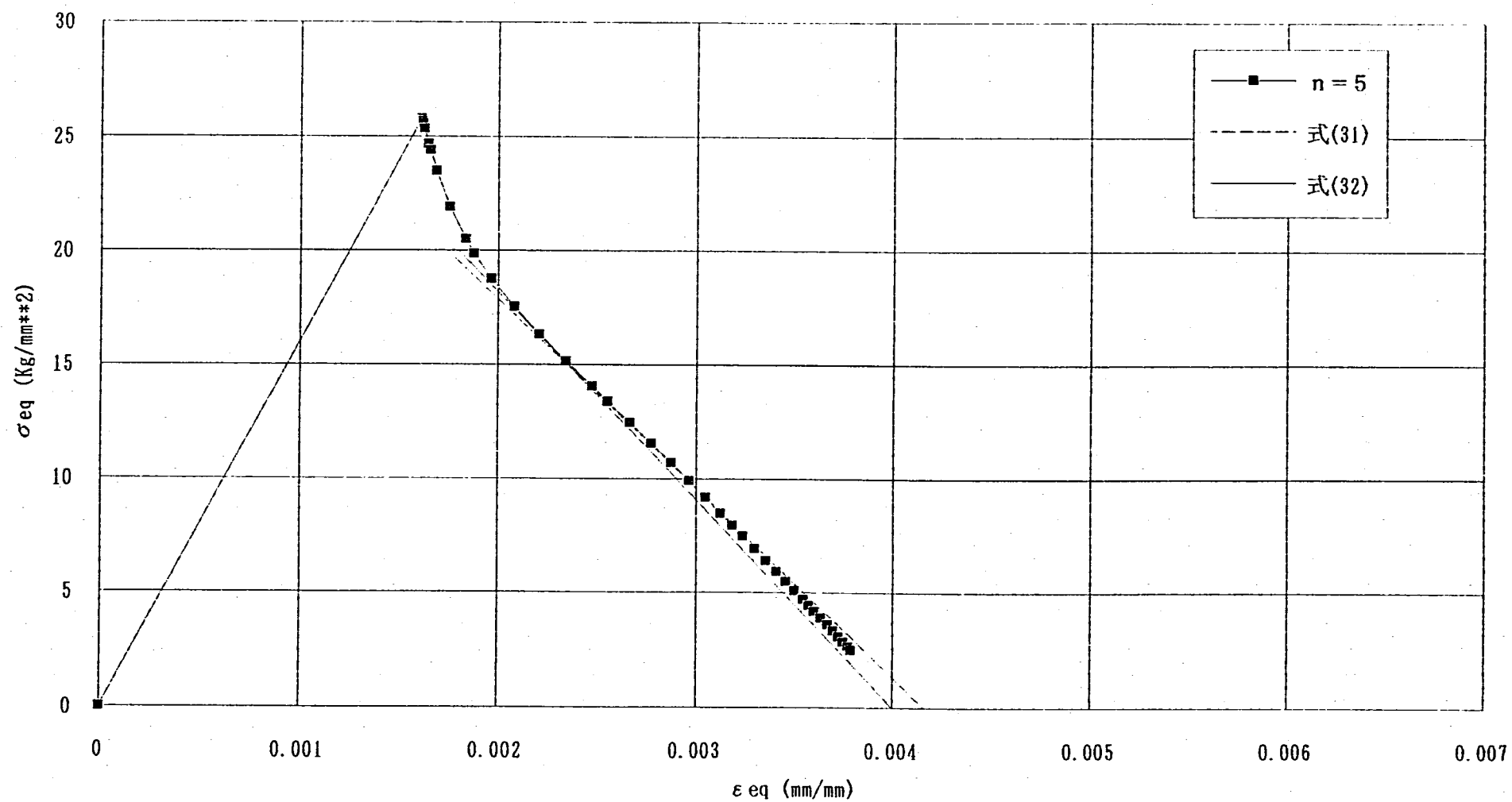
相当応力—相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=5$ 、 $qn=2$ 

Fig. 4. 7 (2) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=5$, $K=1.625$, $q_c=2.0$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=7$ 、 $q_n=2$

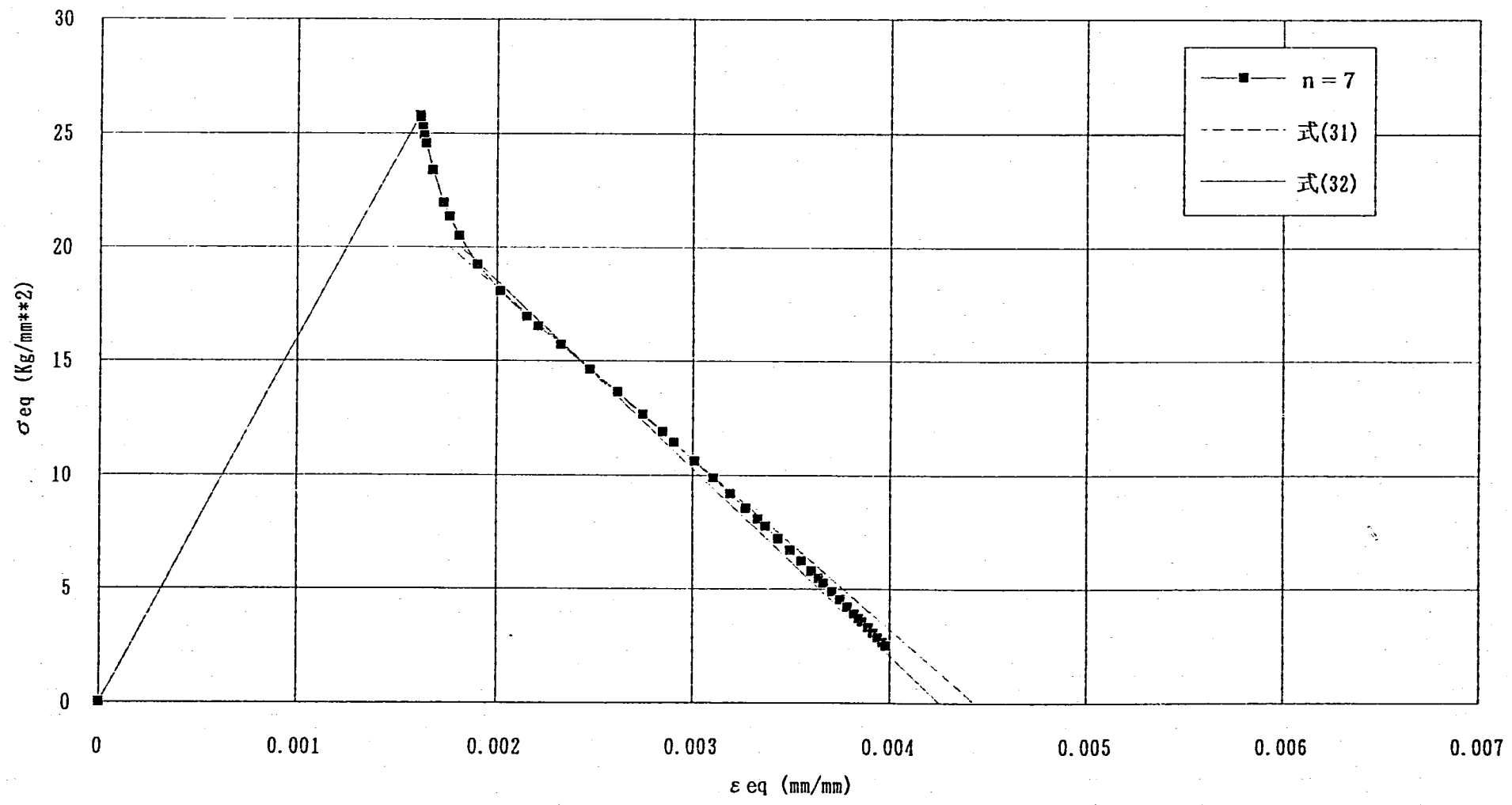


Fig. 4.7(3) Comparison of Elastic Follow-up Parameters between Predictions and FEM
($n=7$, $K=1.625$, $q_G=2.0$)

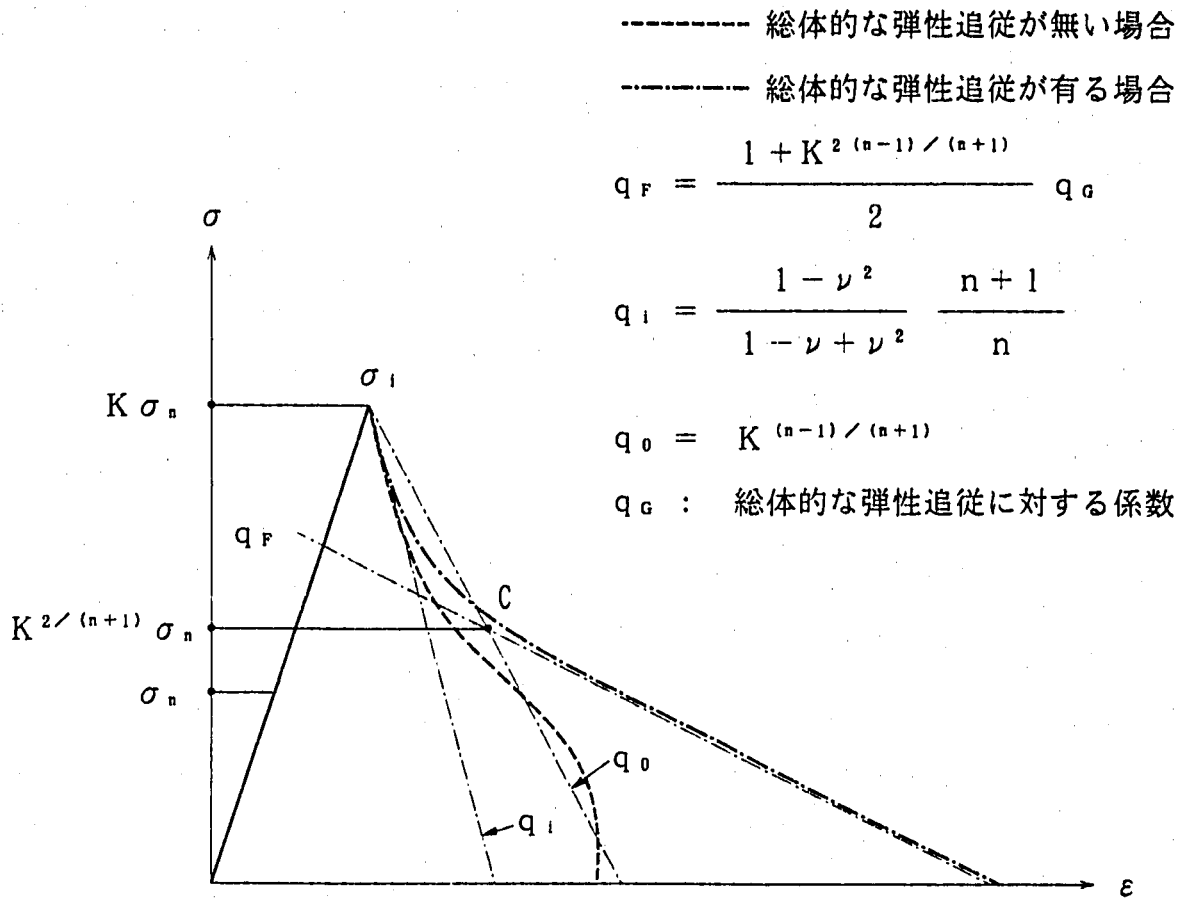


Fig. 4. 8 Elastic Follow-up Behaviour at Notch Bottom by Gross Re-distribution

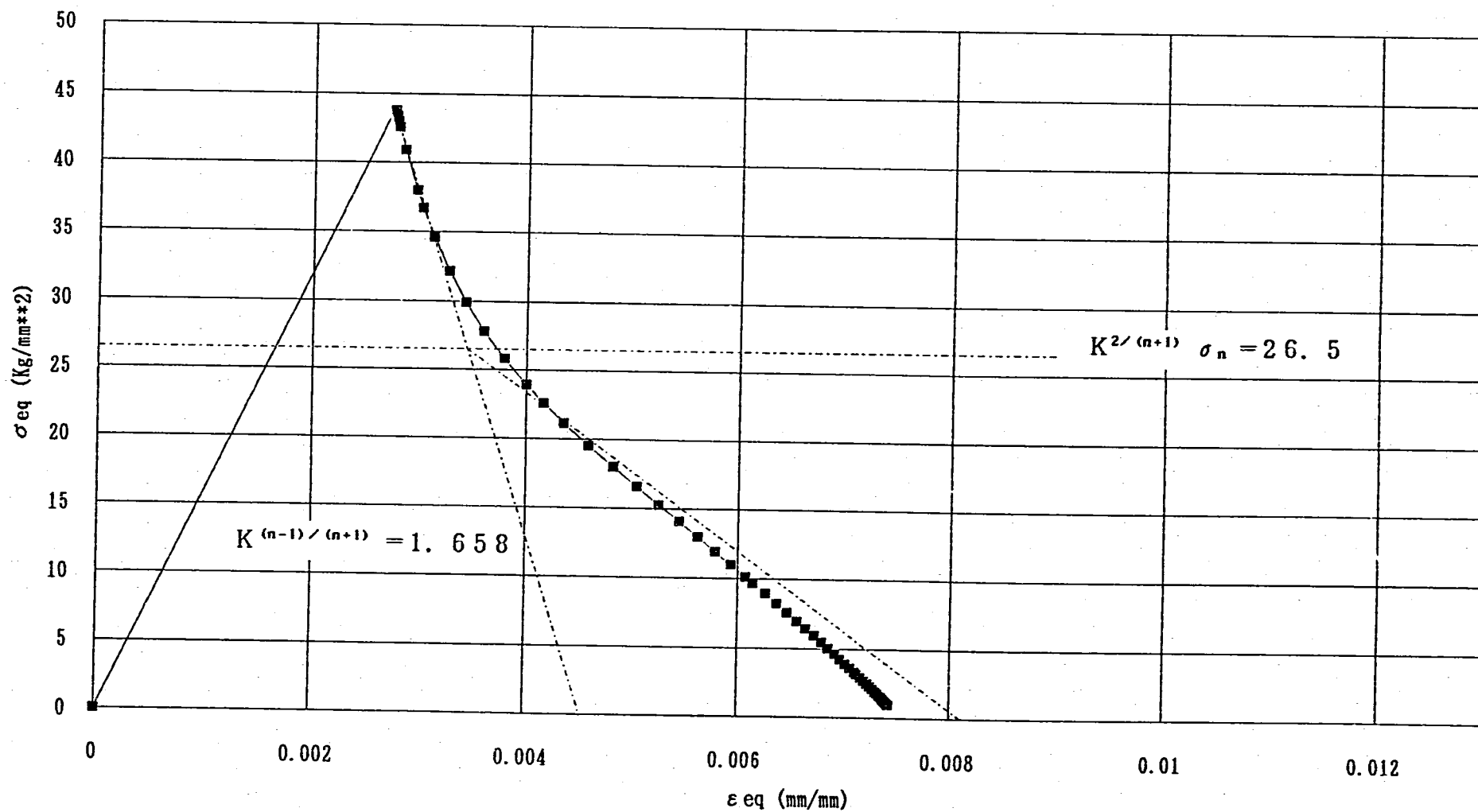
相当応力-相当ひずみ履歴 $r=10\text{mm}$ 、 $n=3$ 、 $q_n=2$ 

Fig. 4.9(1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution
 $(n=3, K=2.75, q_G=2.0)$

相当応力—相当ひずみ履歴 $r=10\text{mm}$ 、 $n=5$ 、 $q_n=2$

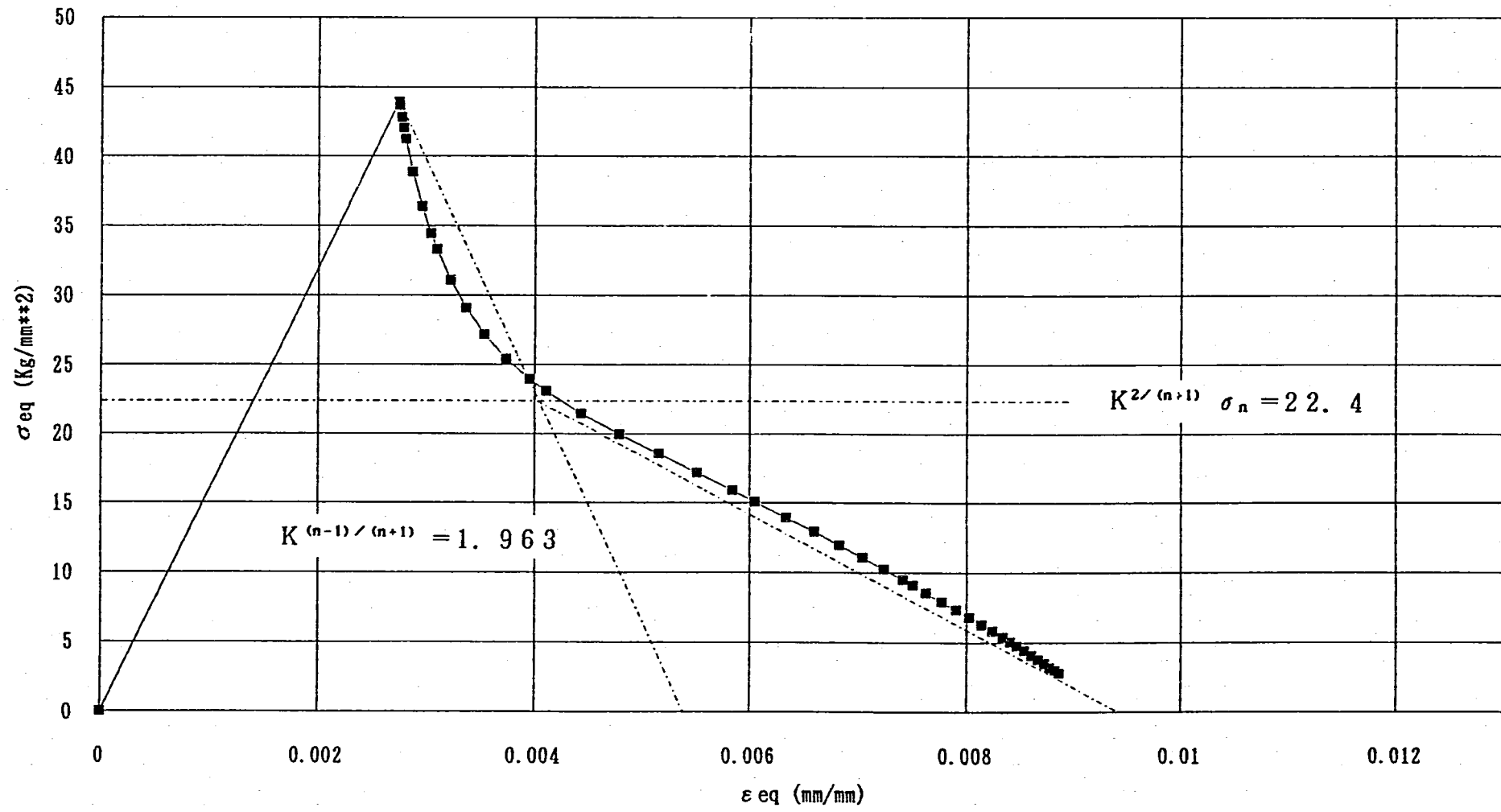


Fig. 4. 9(2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution
 ($n=5$, $K=2.75$, $q_G=2.0$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=10\text{mm}$ 、 $n=7$ 、 $q_n=2$

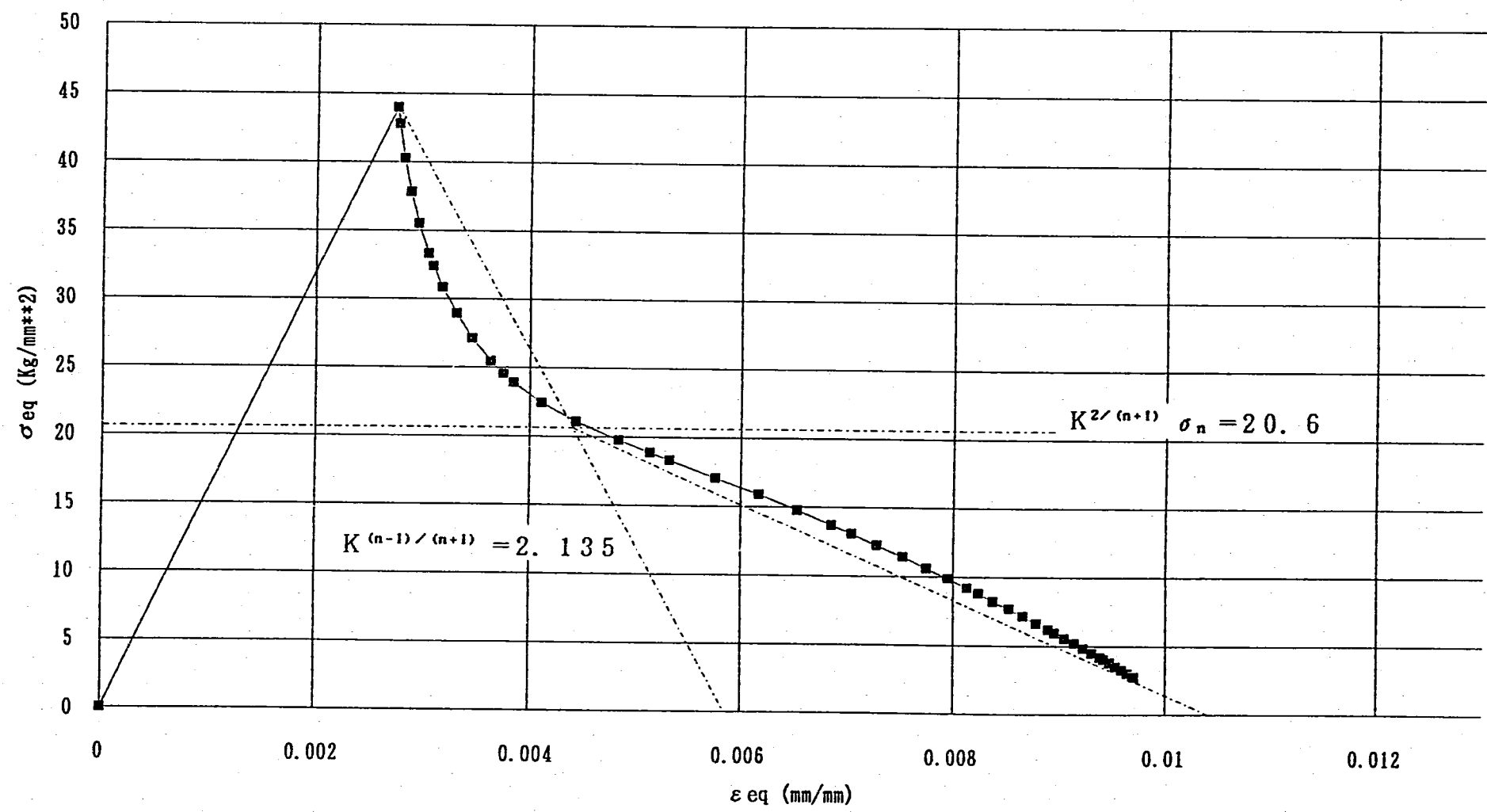


Fig. 4. 9(3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution
 ($n=7$, $K=2.75$, $q_c=2.0$)

相当応力—相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=3$ 、 $q_n=2$

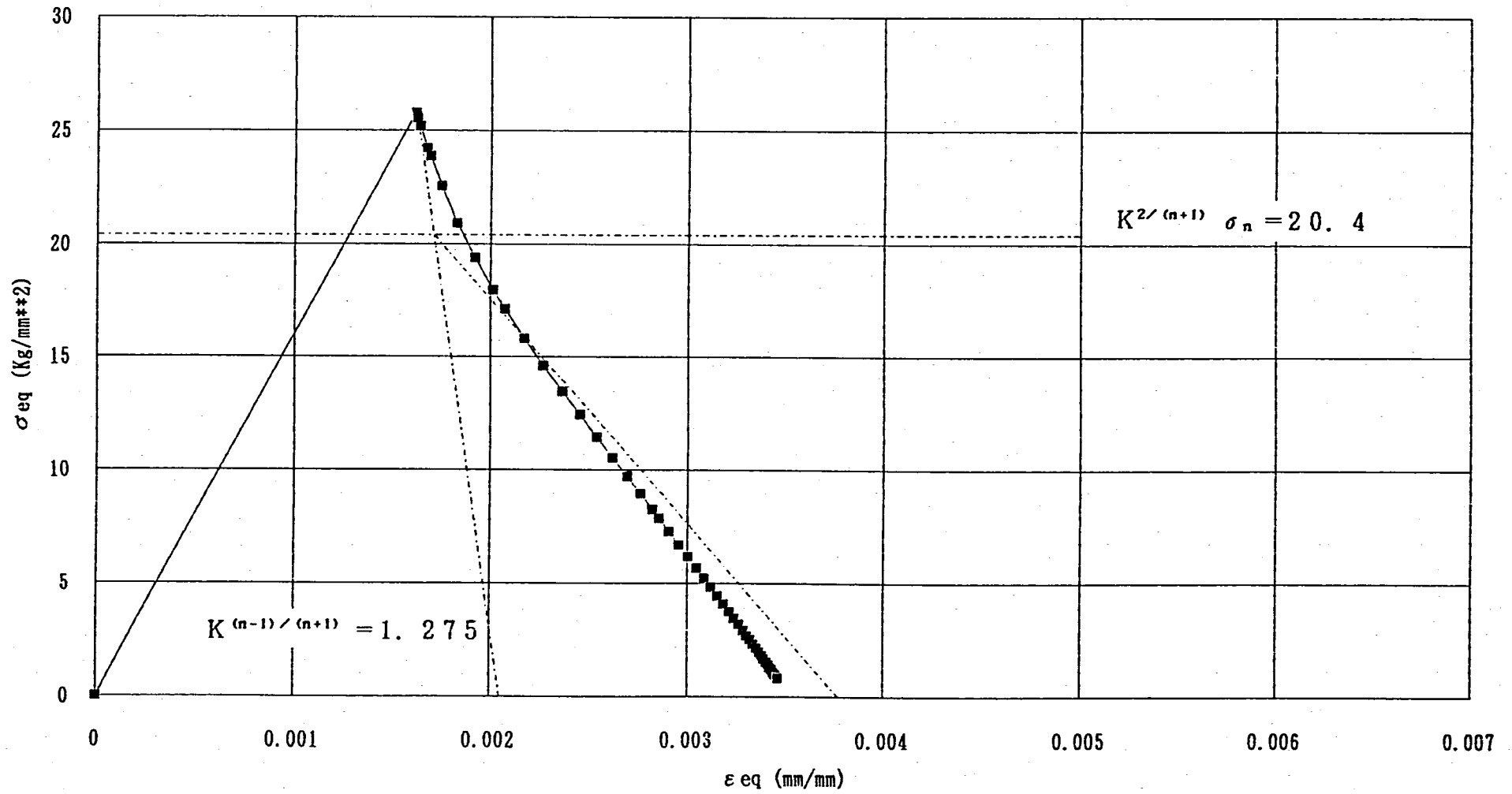


Fig. 4.10(1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution
 ($n=3$, $K=1.625$, $q_G=2.0$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=5$ 、 $q_n=2$

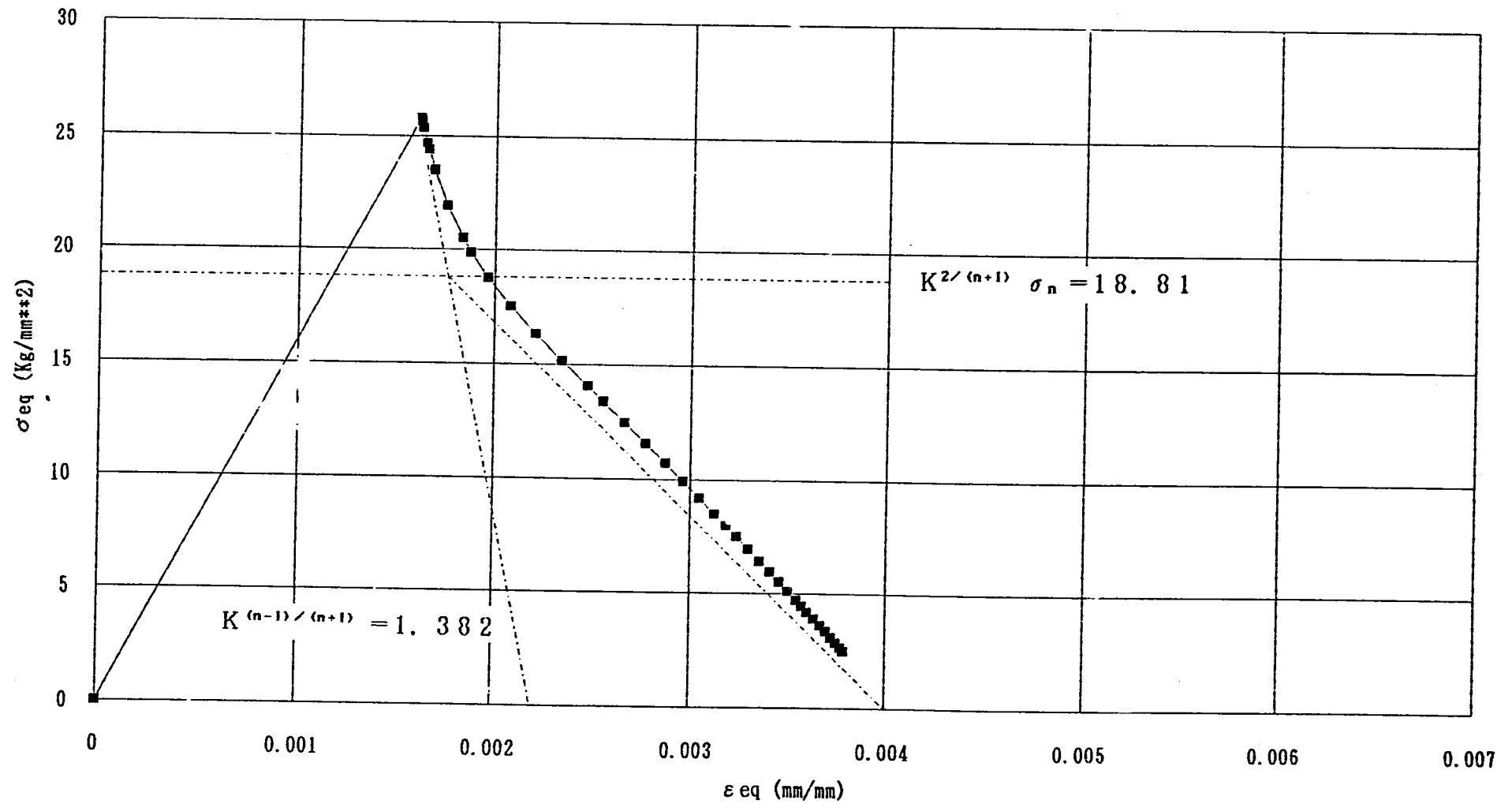


Fig. 4.10(2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution
($n=5$, $K=1.625$, $q_c=2.0$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=7$ 、 $q_n=2$

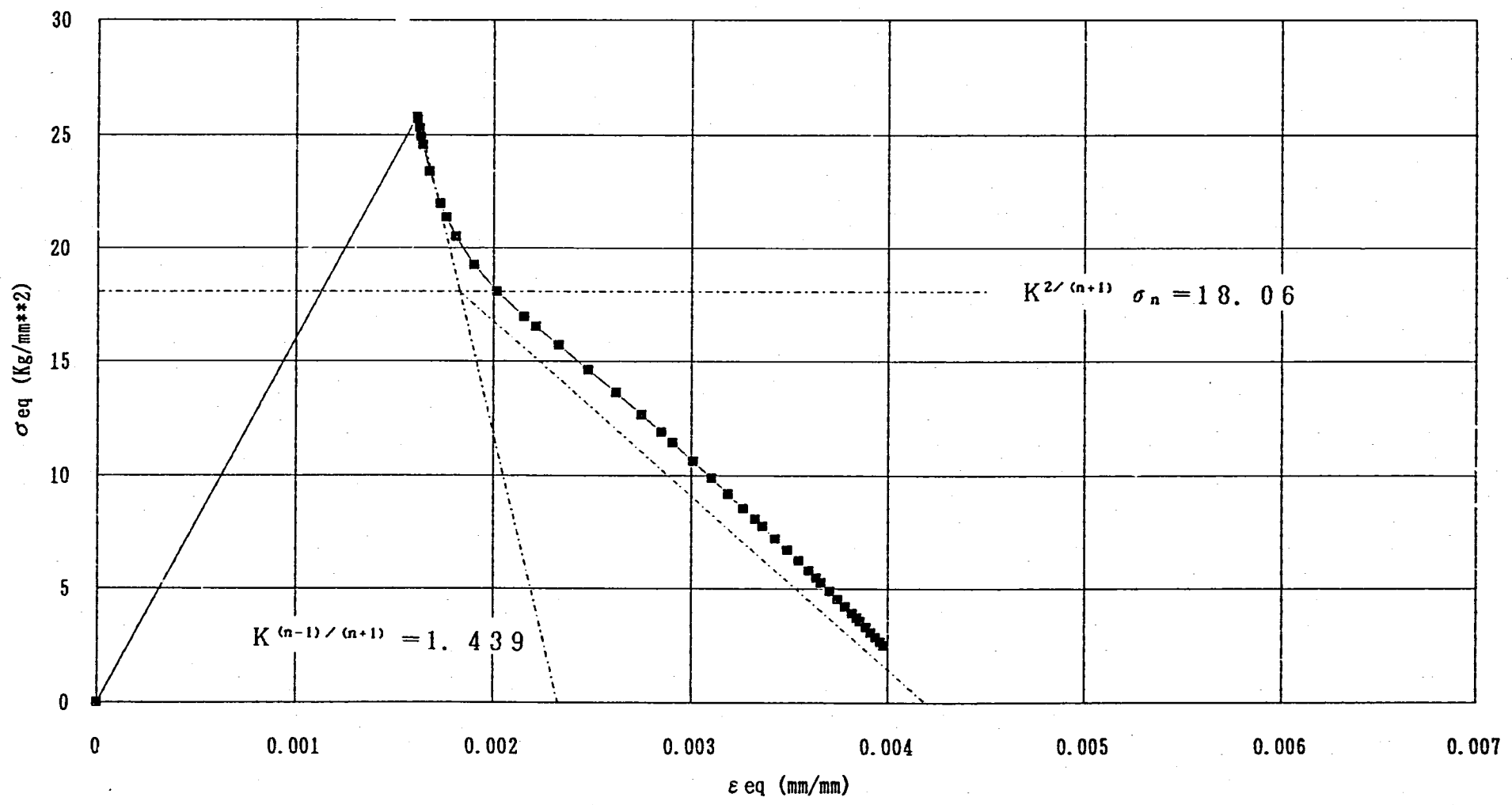


Fig. 4.10(3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution
 ($n=7$, $K=1.625$, $q_G=2.0$)

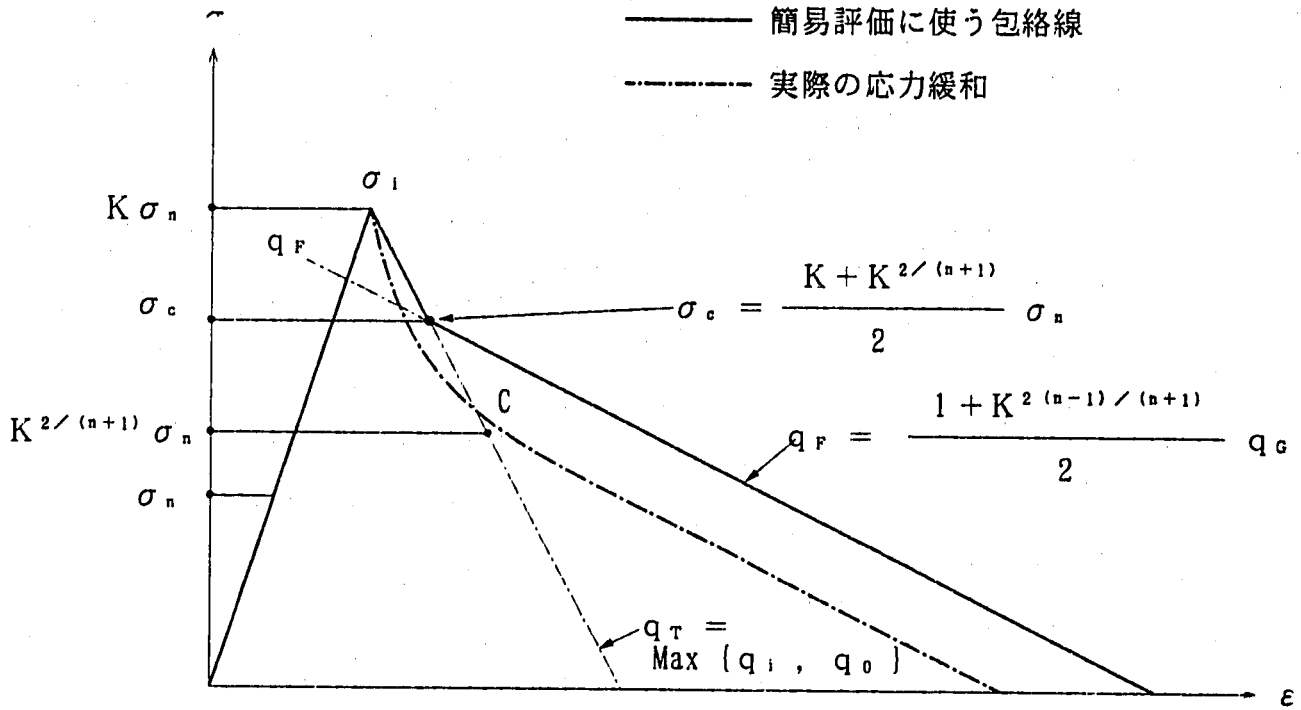


Fig. 4.11 Envelope Curve for Simplified Analysis

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=3$ 、 $qn=2$

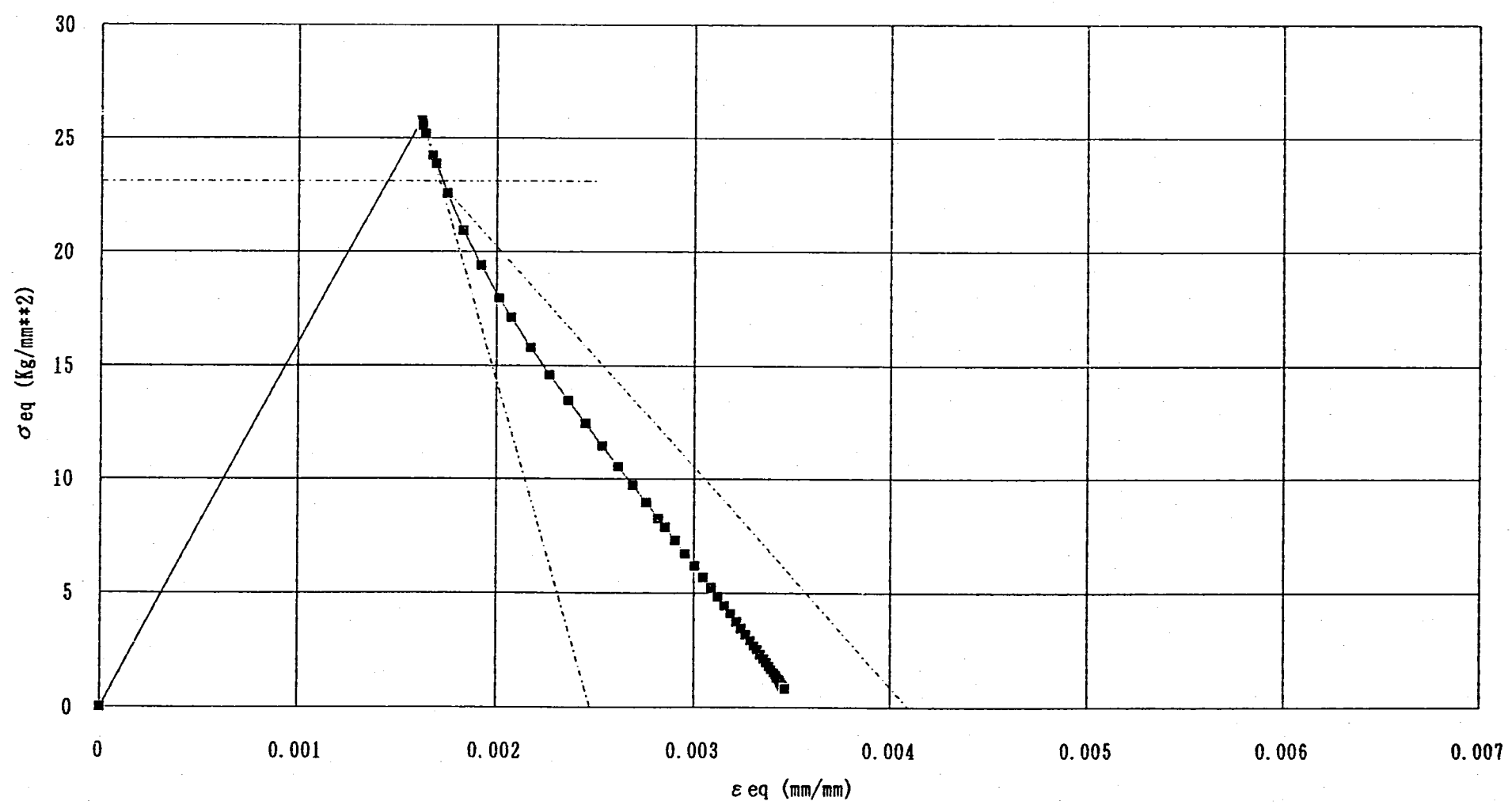


Fig. 4.12(1) Envelope of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution for Simplified Analysis ($n=3$, $K=1.625$, $q_c=2.0$)

相当応力-相当ひずみ履歴 $r=70\text{mm}$ 、 $n=7$ 、 $q_n=2$

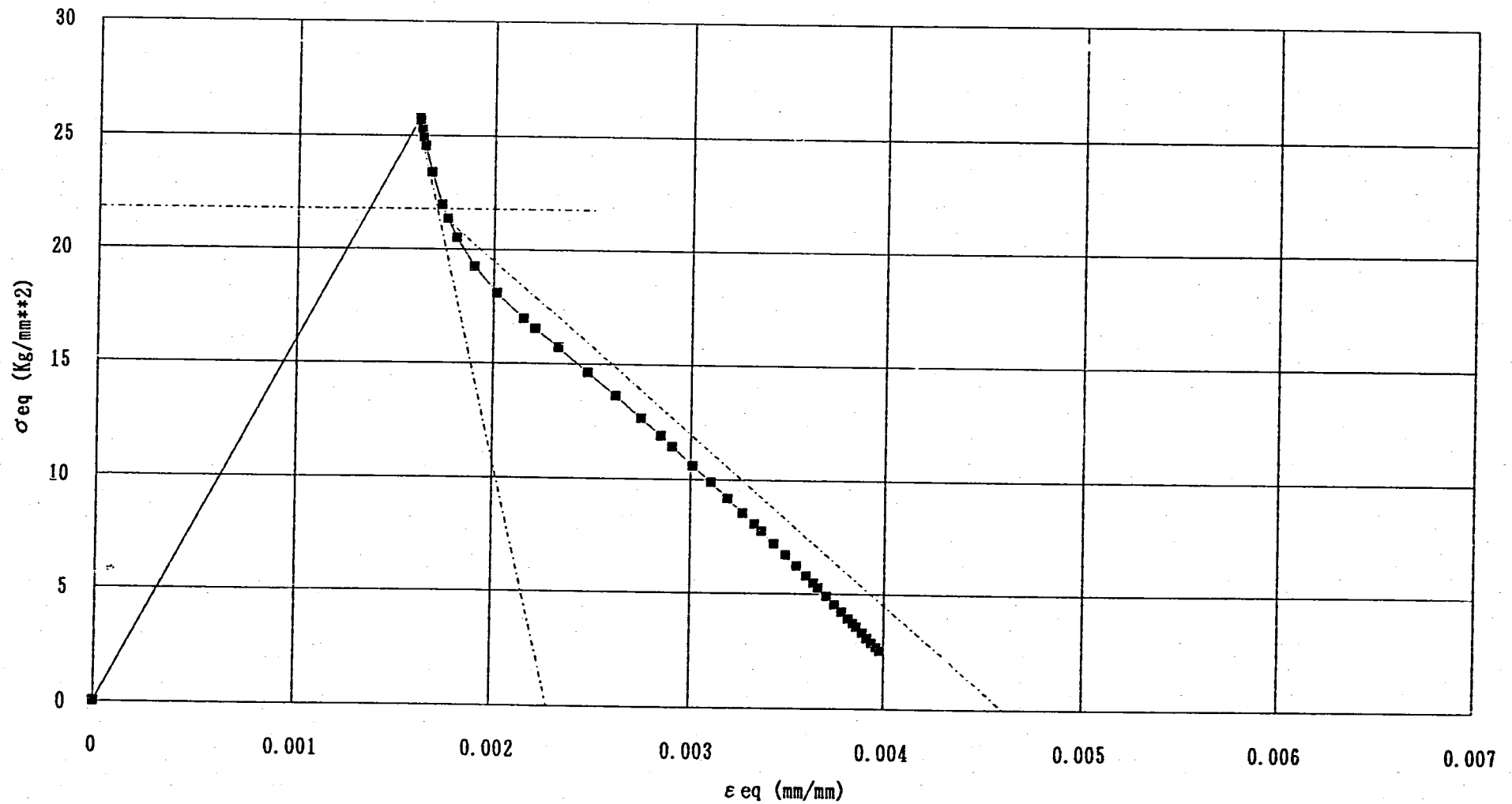


Fig. 4.12(2) Envelope of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution for Simplified Analysis ($n=7$, $K=1.625$, $q_c=2.0$)

5. フィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従係数

5.1 フィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従挙動

本章では、総体的な弾性追従と局所的な弾性追従が重畳する場合の第2の例としてフィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従挙動の検討を行う。

フィレット付円筒殻の応力集中部の応力緩和は、円筒殻の弾性追従に起因する総体的な弾性追従と応力集中に起因する局所的な弾性追従が重畳した場合の挙動を示すものと思われる。前章では、局所的な弾性追従挙動を示す代表的な構造として環状切欠を有する丸棒の切欠底の弾性追従挙動を予測する手法を示したが、フィレット付円筒殻に対してこの方法が有効か検討を行う。

Fig. 5.1(1)に、FINASの軸対象ソリッド要素を用いて求めたフィレット付き円筒殻の応力集中部の応力緩和挙動と、第3章で述べた円筒殻の遷移領域の弾性追従係数の予測値（付録-Fに示すようにコーナー r の位置は円筒殻の外側にあるので、式(12)の依存性を考慮して式(B-20)より求めた円筒殻の外側の値である）及び第4章で述べたノッチ底の遷移領域の弾性追従係数の予測値（式(14)及び式(38)）の比較を示す。簡易評価に用いた弾性応力集中係数 K の値は、フィレット付円筒殻をソリッド要素でモデル化した場合の集中部の相当応力とシェル要素でモデル化した場合の集中部に対応する位置の相当応力の比として求めた。

この図から、フィレット付き円筒殻の応力集中部における遷移領域の応力緩和は、ノッチ底ではなく円筒殻の挙動を示すことがわかる。

Fig. 5.1(2)に、第4章で述べた総体的な弾性追従 q_c が重畳する場合のノッチ底の定常領域の弾性追従係数の予測値（式(31)）とフィレット付き円筒殻の応力集中部の応力緩和挙動の比較を示す。総体的な弾性追従係数 q_c の値は、ソリッドモデルの緩和解析から得られた応力集中部の内面側の弾性追従係数を用いている。（応力集中部の内面側は、局所的な弾性追従が無く総体的な弾性追従のみを示す。総体的な弾性追従係数の値として簡易式(13)の値を用いなかった理由は、簡易式は多少の誤差を伴うが、この誤差が局所的な弾性追従係数との積により増幅され、事の本質を見失う恐れがあるためである。総体的な弾性追従係数の値として簡易式(13)の値を用いた場合の、予測性については本節の最後に述べる。）

Fig. 5.1(2)からわかるように、定常領域の初期の緩和傾向は実線で示した予測値とほぼ合っているが、定常領域の後半の弾性追従係数（点線）をかなり低めに見積もっている。

定常領域に適用した予測式(31)は、応力緩和の途中で応力集中係数が時間に依存するとして導いた式である（第4章参照）。そこで、フィレット付円筒殻の応力集中係数の時間変化を調べた。Table 5.1にその結果を示す。応力集中係数の値 K_0 は、ソリッド要素でモデル化した場

合の集中部の相当応力とシェル要素でモデル化した場合の集中部に対応する位置の相当応力の比として求めたものである。また、Table 5. 1 には、環状切欠きを有する丸棒に適用した弾性追従係数が最大になる時点の応力集中係数の予測式である式(36)から予測される応力集中係数

$$K_{\sigma} = K^{2/(n+1)} \quad (36)$$

と式(37)から予測される集中部の応力

$$\sigma = K^{2/(n+1)} \sigma_{N0} \quad (37)$$

を併記した。

この表から、フィレット付円筒殻の応力集中係数は、集中部の応力が式(37)から予測される応力を下回るあたりから、式(36)より予測される値に近い一定値と見なせることがわかる。このことから、フィレット付円筒殻の定常領域における弾性追従挙動は、応力集中係数が時間に依存するとして導いた式(31)ではなく、応力集中係数が時間に依存しないと仮定して導いた式

$$q_F = q_G K_{\sigma}^{n-1} \quad (23)$$

に従っているものと思われる。

2章で述べたはりの弾性追従の場合には定常領域では応力分布の形が変化しなかったが、フィレット付円筒殻の場合も応力集中係数が時間に依存しないことから、応力分布の形状は変化しないものと見なして良いであろう。そこで、はりの弾性追従挙動とのアナロジーから、フィレット付円筒殻の応力集中部の応力緩和はFig. 5. 2 に示す様な挙動をとるものと考えてみる。即ち、定常領域における応力は、緩和の初期からNorton則の応力分布になっていると仮定した場合の値である式(37)から予測される応力値から引いた傾きに沿って緩和すると考える。このように考えると、以下に述べる関係が必然的に成り立つ。

Fig. 5. 2 より、緩和開始時点の応力分布がNorton則の定常分布になっていると仮定した場合の集中部のひずみは、

$$\varepsilon_1 = \frac{K^{2/(n+1)} \sigma_{N0}}{E} \quad (41)$$

である。また、はりの弾性追従との類推から緩和が終了し応力が0になる時点のひずみは、

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= q_G K^{2(n-1)/(n+1)} \varepsilon_1 = q_G K^{2(n-1)/(n+1)} \frac{K^{2/(n+1)} \sigma_{N0}}{E} \\ &= q_G K^{2n/(n+1)} \frac{\sigma_{N0}}{E} \end{aligned} \quad (42)$$

となる。一方、集中部の弾性応力に対するひずみは、

$$\varepsilon_2 = K \frac{\sigma_{N0}}{E} \quad (43)$$

であるから、集中部の弾性応力レベルから応力が0になる時点のひずみの位置に引いた傾きを弾性追従係数で表すと、式(42)及び式(43)より

$$q_{env} = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = \frac{q_G K^{2n/(n+1)}}{K} = q_G K^{(n-1)/(n+1)} \quad (44)$$

となる。

即ち、はりの場合にBDSの算出式と式(3)との間に成り立っていた関係(2.2節参照)と類似の関係が、フィレット付円筒殻の場合には式(44)と式(23)との間で成り立っていることになる。フィレット付円筒殻の場合、応力緩和に伴うひずみ範囲が式(44)で包絡されることが谷川等により既に指摘されていたが²⁾、その理由は以上のように説明できる。

ここで述べた関係が、実際にフィレット付円筒殻の弾性追従に対して成り立つことを解析結果との比較により確認する。Fig. 5.3(1)~(3)に、弾性応力集中係数が $K=2.13$ で、Norton則の指数がそれぞれ3、5及び7に対する解析結果と式(23)と式(44)から予測される関係を示す。また、Fig. 5.4(1)~(3)に、弾性応力集中係数が $K=1.31$ の場合の同様の比較を示す。これらの図から、どのケースに対してもここで述べた関係が成り立つことがわかる。

Table 5.2に、総合的な弾性追従係数 q_G の値として、ソリッドモデルの内面側の弾性追従係数の値を用いた場合及び簡易式(3)の値を用いた場合の定常領域の弾性追従係数の予測値とFEM解析結果との比較を示す。この表からわかるように、ソリッドモデルの内面側の弾性追従係数の値を用いた場合の弾性追従係数の予測値(q_F)は、FEM解析結果にはほぼ一致する結果を与える。一方、簡易式(3)の値を用いた場合は、応力集中が大きい場合($K=2.13$)、幾分保守的な値を与える。ただし、実機構造で考えられる比較的小さな応力集中($K<1.3$)に対しては2割以下の誤差で予測可能と思われる。

5.2 フィレット付円筒殻の応力集中部の簡易予測手法

フィレット付円筒殻の弾性追従は、定常領域以降の応力集中係数がほぼ一定値になるため、定常領域の後半では切欠底の弾性追従係数より大きめの弾性追従挙動を示した。しかしながら、定常領域の後半の挙動は応力値の低いところで生じるので、実機評価ではこの挙動を示す領域の大部分はSgレベル以下と考えられる。即ち、クリープ損傷評価の観点から問題になるのは初期緩和から定常領域に至る過程であり、緩和後期までを配慮して評価する必要性はほとんど無いと考えて良いであろう。一方、Fig. 5.1(2)からわかるように、緩和後期に至るまでの定常領域の弾性追従係数は、切欠底の定常領域の弾性追従係数を適用して問題ないように考えられる。前節の検討結果及び上記を考慮し、フィレット付円筒殻の応力集中部における弾性追従の簡易予測手法を以下のように定める。

- 1) 緩和初期の弾性追従係数として、式(12)の依存性を考慮して式(B-20)より求めた値を適用する。
- 2) 定常領域の弾性追従係数として式(31)を適用する。また、定常領域の包絡線は、初期応力 σ_i から引いた緩和初期の弾性追従係数の傾きを持つ直線上の点 σ_c より引くものとする。 σ_c は、式(37)と式(38)の平均応力

$$\sigma_c = \frac{K + K^{2/(n+1)}}{2} \sigma_{N0} \quad (40)$$

である。

上記の手続きにより求めた、フィレット付円筒殻の応力集中部における弾性追従係数の包絡線をFig. 5. 5 (1)~(3)及びFig. 5. 6 (1)~(3)に示す。

Table5.1 Time Dependence of the Stress Amplification Factor K_σ (1) $K = 2.13$ 、 $n = 3$ の場合

時間 時間 (hr)	FEM解析			予測値	
	応力 σ_{s0} (ソリッド解析) (kg/mm ²)	応力 σ_{sh} (シェル解析) (kg/mm ²)	応力集中係数 K_σ $= \sigma_{s0} / \sigma_{sh}$	応力 [式(37)] $K^{2/(n+1)} \sigma_{N0}$ (kg/mm ²)	応力集中係数 [式(36)] $K^{2/(n+1)}$
10 ⁴	69.7	33.6	2.07	49.8	1.46
10 ⁵	53.2	30.9	1.72		
10 ⁶	26.6	19.0	1.40		
10 ⁷	10.5	7.1	1.48		
10 ⁸	3.17	2.2	1.44		

(2) $K = 2.13$ 、 $n = 5$ の場合

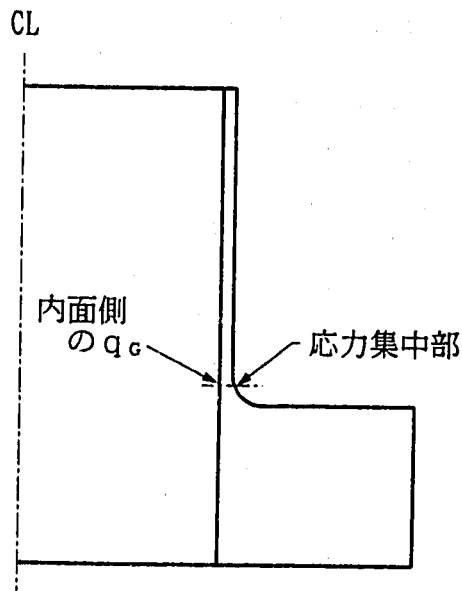
時間 時間 (hr)	FEM解析			予測値	
	応力 σ_{s0} (ソリッド解析) (kg/mm ²)	応力 σ_{sh} (シェル解析) (kg/mm ²)	応力集中係数 K_σ $= \sigma_{s0} / \sigma_{sh}$	応力 [式(37)] $K^{2/(n+1)} \sigma_{N0}$ (kg/mm ²)	応力集中係数 [式(36)] $K^{2/(n+1)}$
10 ¹	60.7	33.6	1.81	43.9	1.29
10 ²	42.7	31.1	1.37		
10 ³	26.6	22.1	1.20		
10 ⁴	16.4	13.2	1.24		
10 ⁵	9.3	7.5	1.24		
10 ⁶	5.4	4.2	1.29		

(3) $K = 2.13$ 、 $n = 7$ の場合

時間 時間 (hr)	FEM解析			予測値	
	応力 σ_{s0} (ソリッド解析) (kg/mm ²)	応力 σ_{sh} (シェル解析) (kg/mm ²)	応力集中係数 K_σ $= \sigma_{s0} / \sigma_{sh}$	応力 [式(37)] $K^{2/(n+1)} \sigma_{N0}$ (kg/mm ²)	応力集中係数 [式(36)] $K^{2/(n+1)}$
1	27.2	23.7	1.15	41.2	1.21
10 ¹	19.2	16.7	1.15		
10 ²	13.4	11.4	1.18		
10 ³	9.2	7.9	1.16		
10 ⁴	6.2	5.3	1.17		
10 ⁵	4.2	3.7	1.14		

Table 5. 2 Comparison of Predictions with FEM

応力集中係数	n	ソリッドモデルの内面側の値		簡易予測式(13)の値		FEM解析 Q _F
		Q _C	Q _F	Q _C	Q _F	
K=1.33	3	2.11	2.81	1.86	2.47	2.8
	5	2.32	3.39	2.42	3.53	3.4
	7	2.46	3.77	2.82	4.33	3.7
K=2.13	3	2.15	4.58	2.07	4.41	4.0
	5	2.37	6.50	2.97	8.14	5.7
	7	2.56	7.96	3.80	11.81	6.7



相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=3

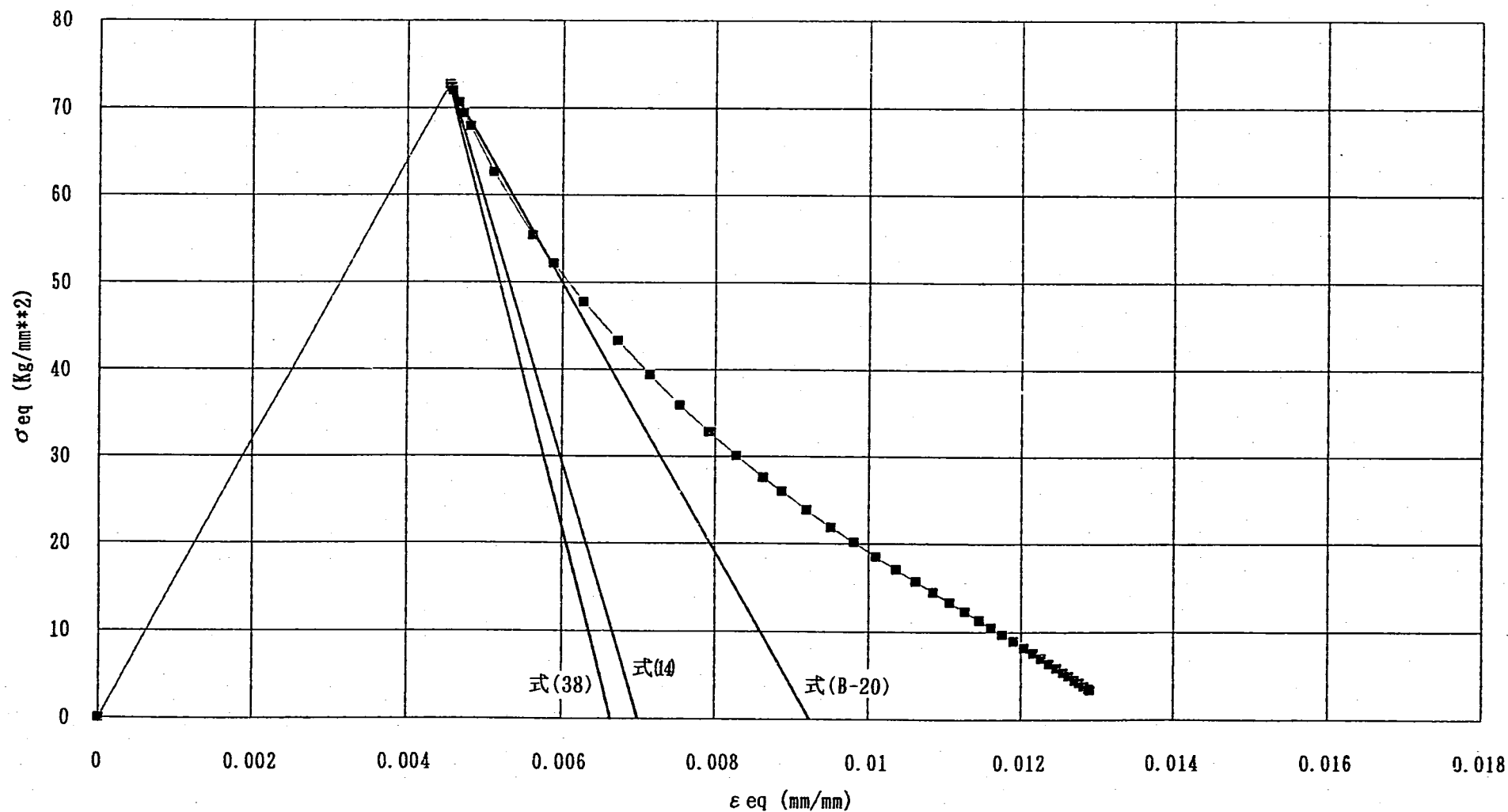


Fig. 5. 1(1) Comparison between Elastic Follow-up Parameters Predicted by Several Simplified Equations for the Transition Region of Creep Relaxation ($n = 3$, $K = 2.13$, $q_c = 2.15$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=3

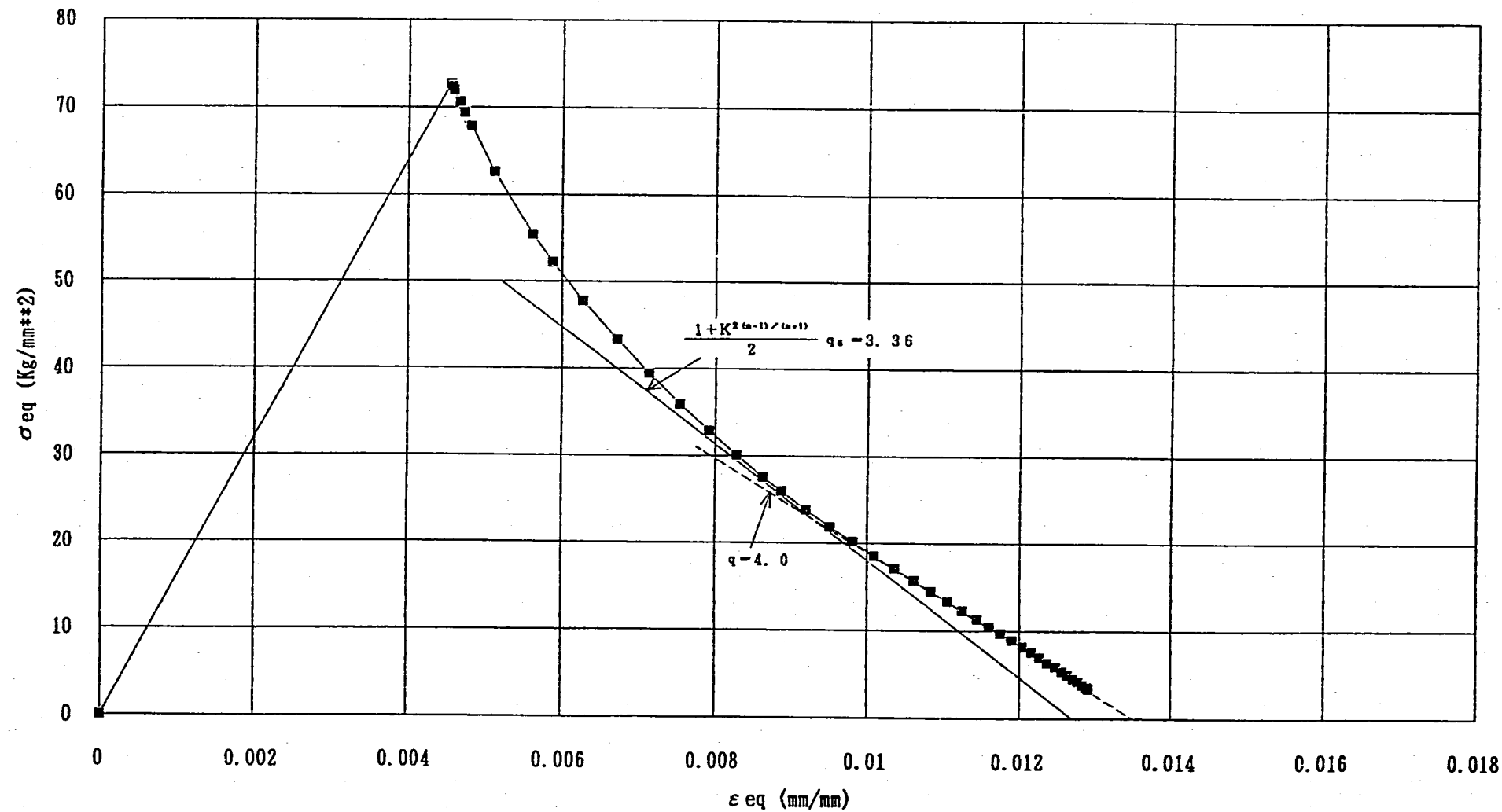


Fig. 5. 1(2) Comparison between Elastic Follow-up Parameter Predicted by Equation (31) and FEM Analysis in the Stational Region of Creep Relaxation ($n=3$, $K=2.13$, $q_c=2.15$)

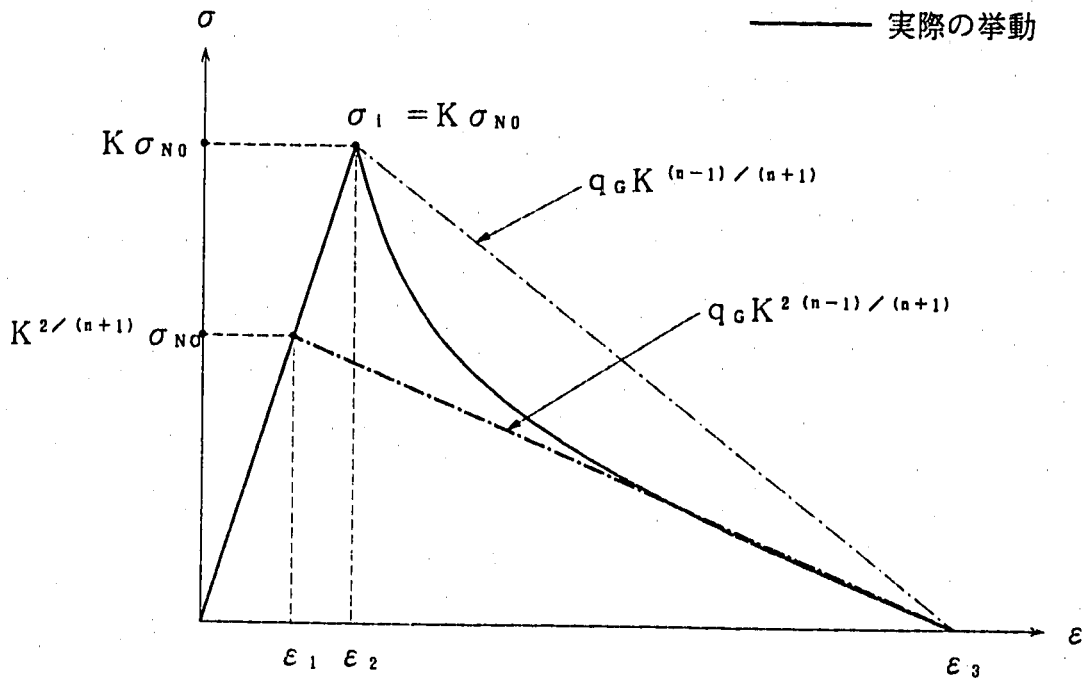


Fig. 5. 2 Elastic Follow-up Behaviour of a Cylindrical Shell with Fillet

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=3

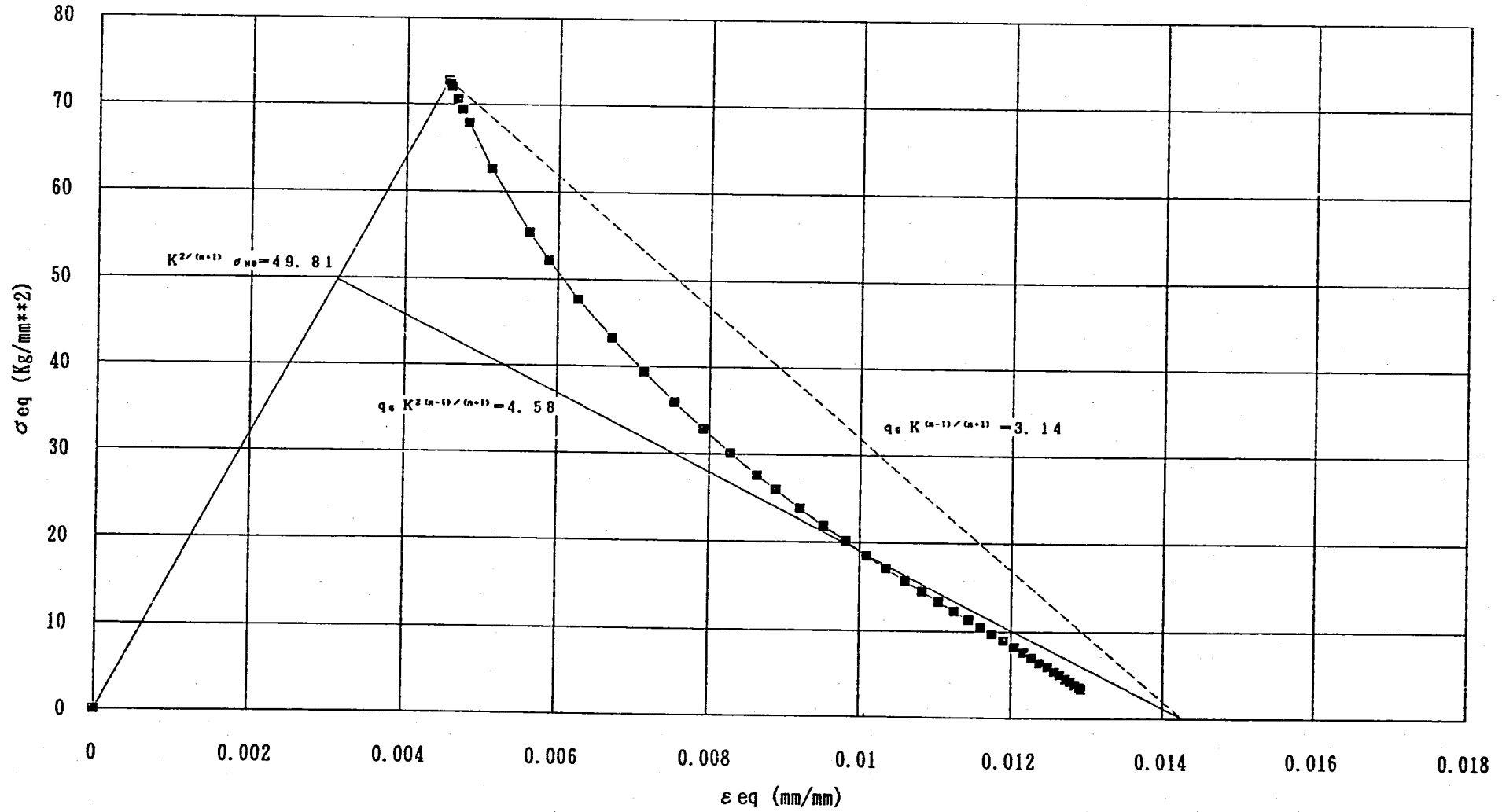


Fig. 5. 3(1) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet (n = 3, K = 2.13, q₀ = 2.15)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=5

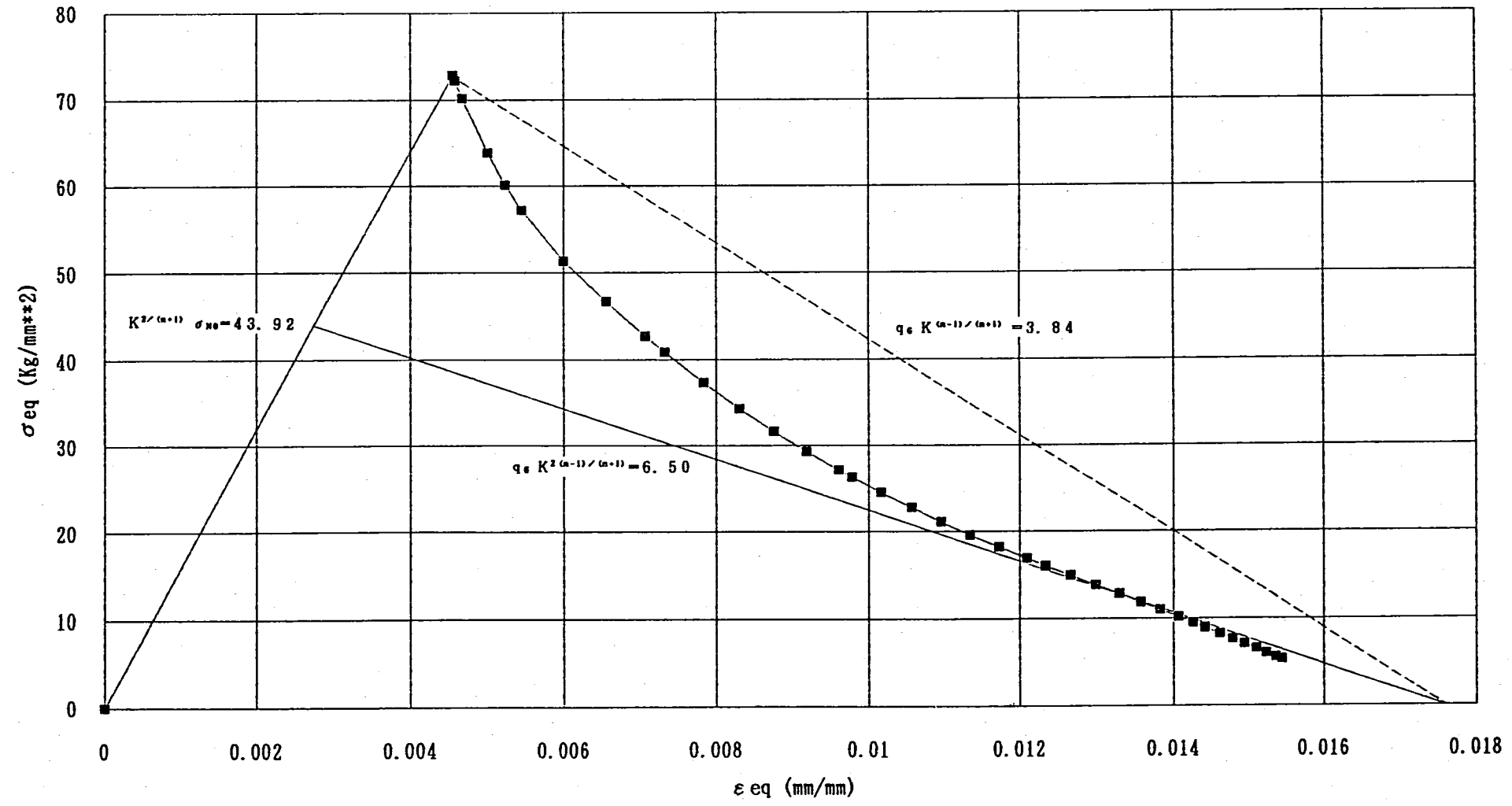


Fig. 5.3(2) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet
(n = 5, K = 2.13, q_e = 2.37)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=7

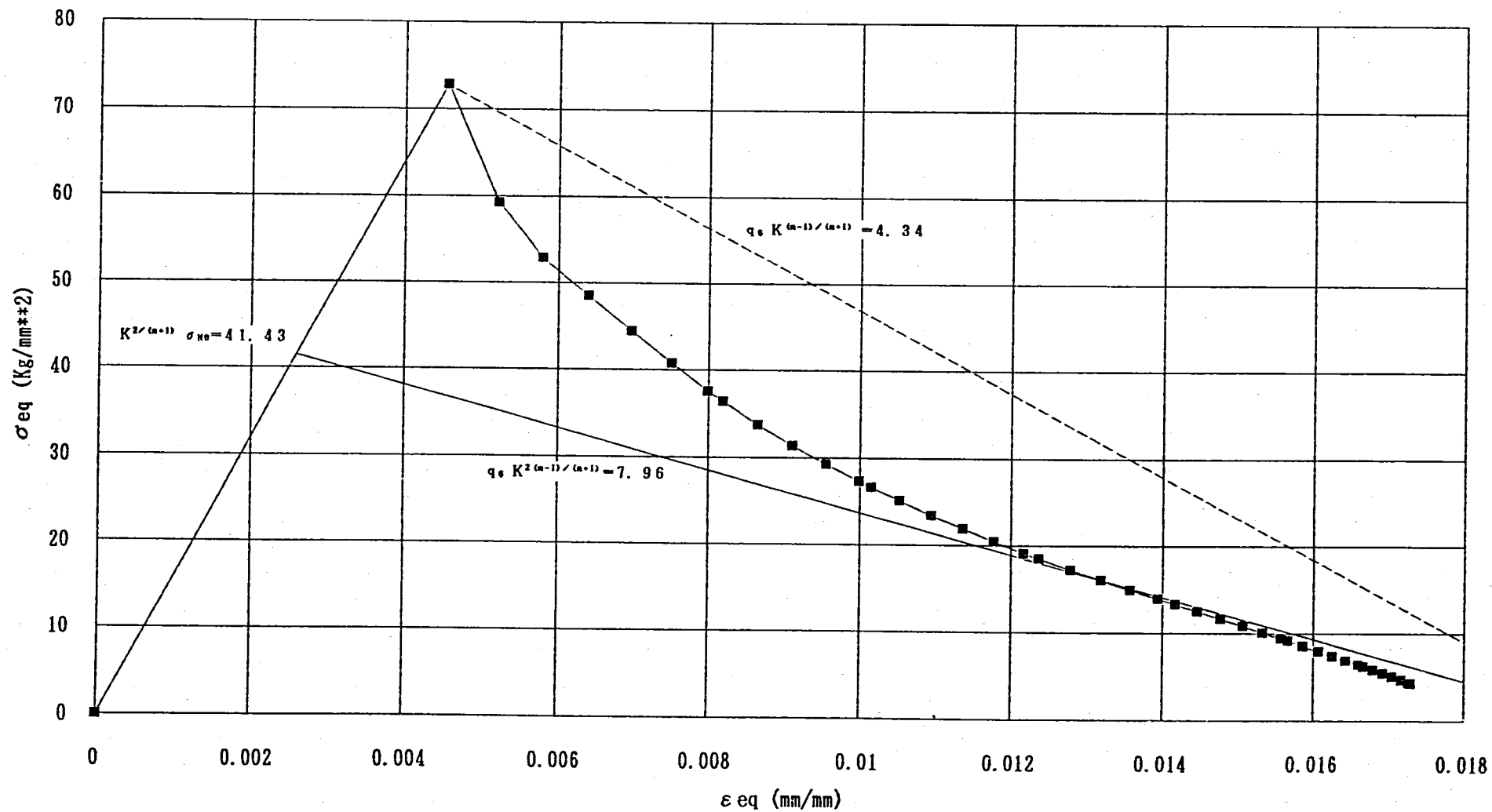
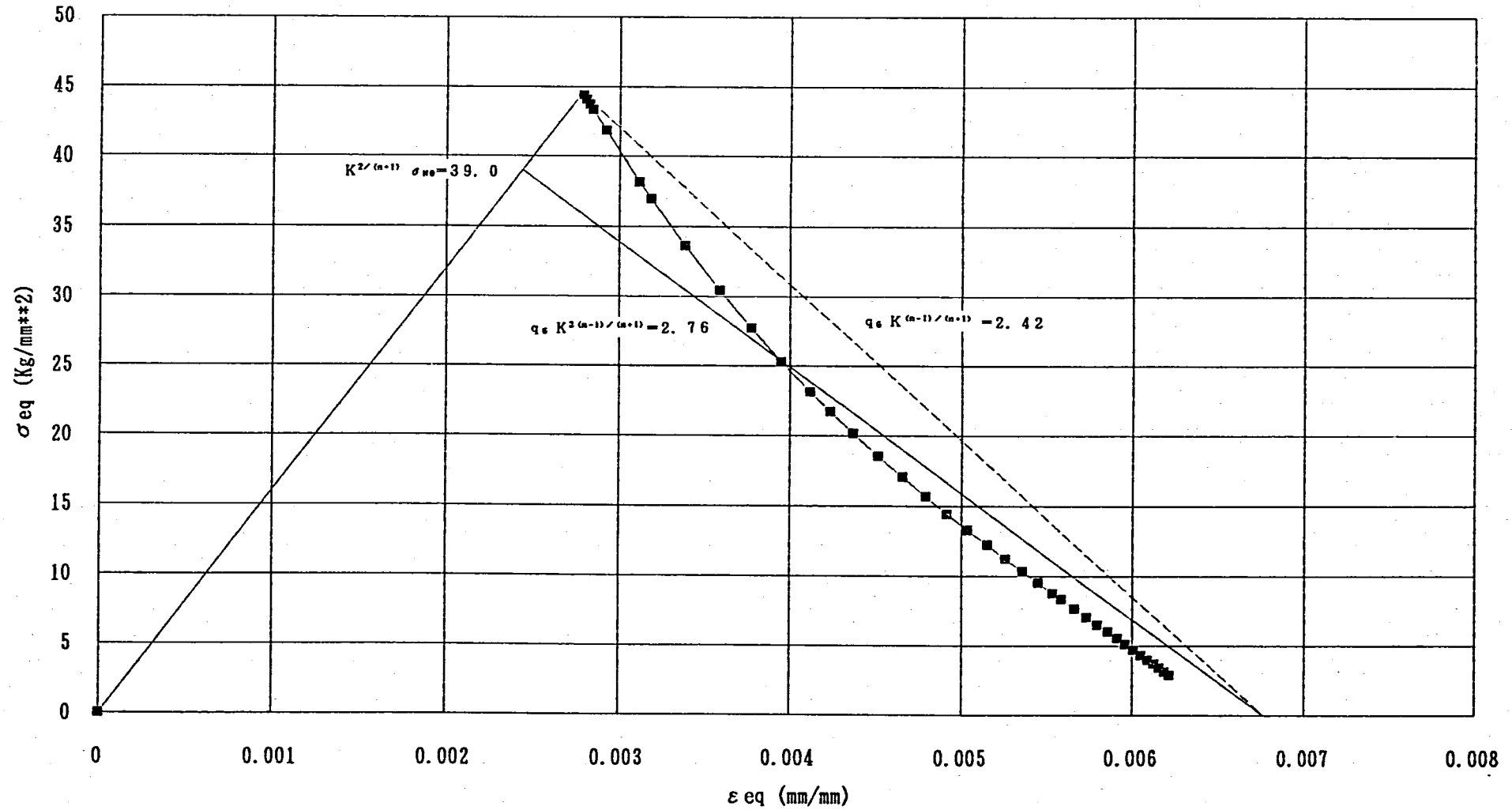


Fig. 5. 3(3) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet
($n = 7$, $K = 2.13$, $q_{\epsilon} = 2.56$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=5mm、n=3

Fig. 5.4(1) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet
($n = 3$, $K = 1.31$, $q_\epsilon = 2.11$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=5mm、n=5

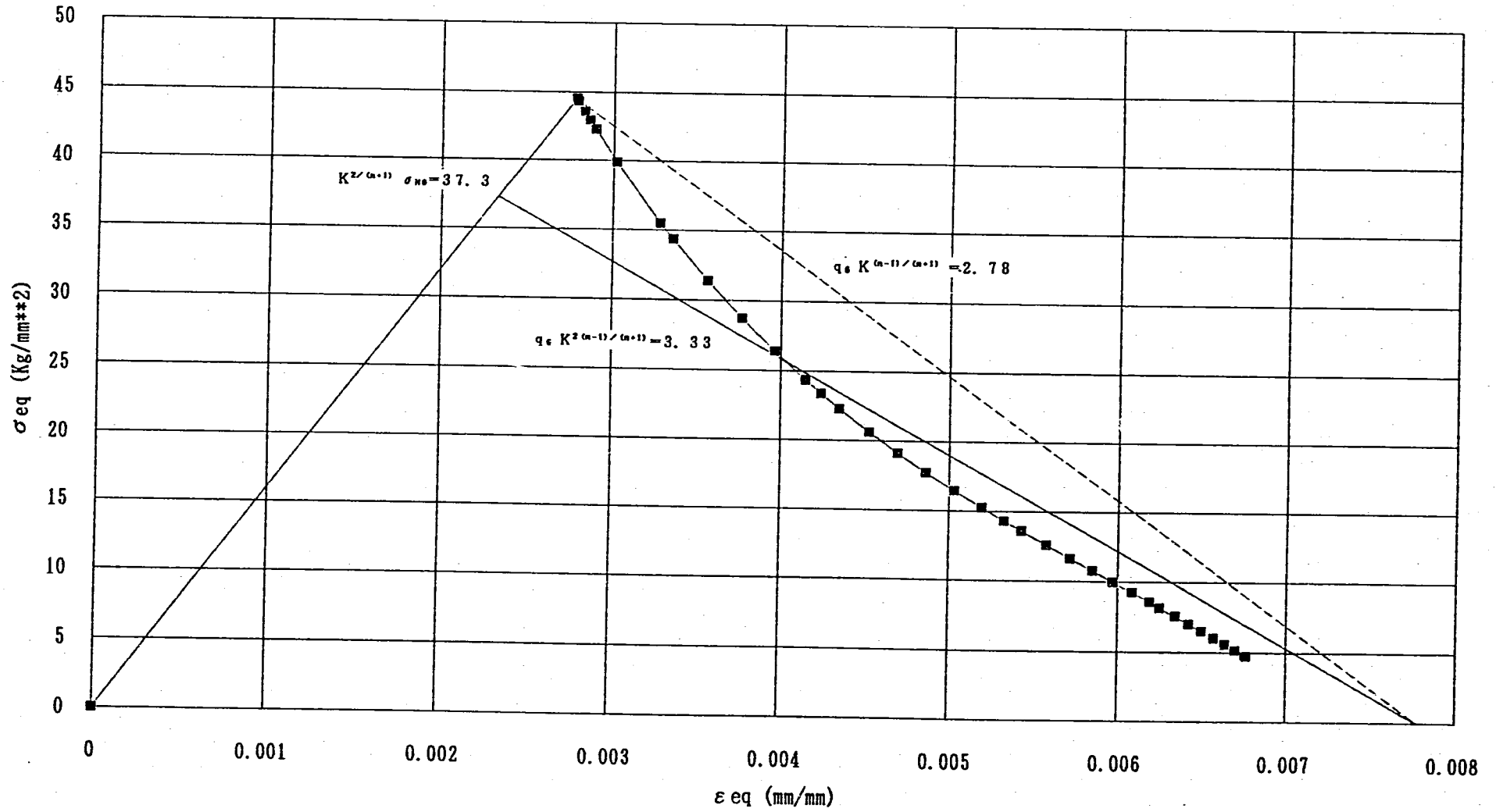


Fig. 5. 4 (2) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet
($n = 5$, $K = 1.31$, $q_{\sigma} = 2.32$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=5mm、n=7

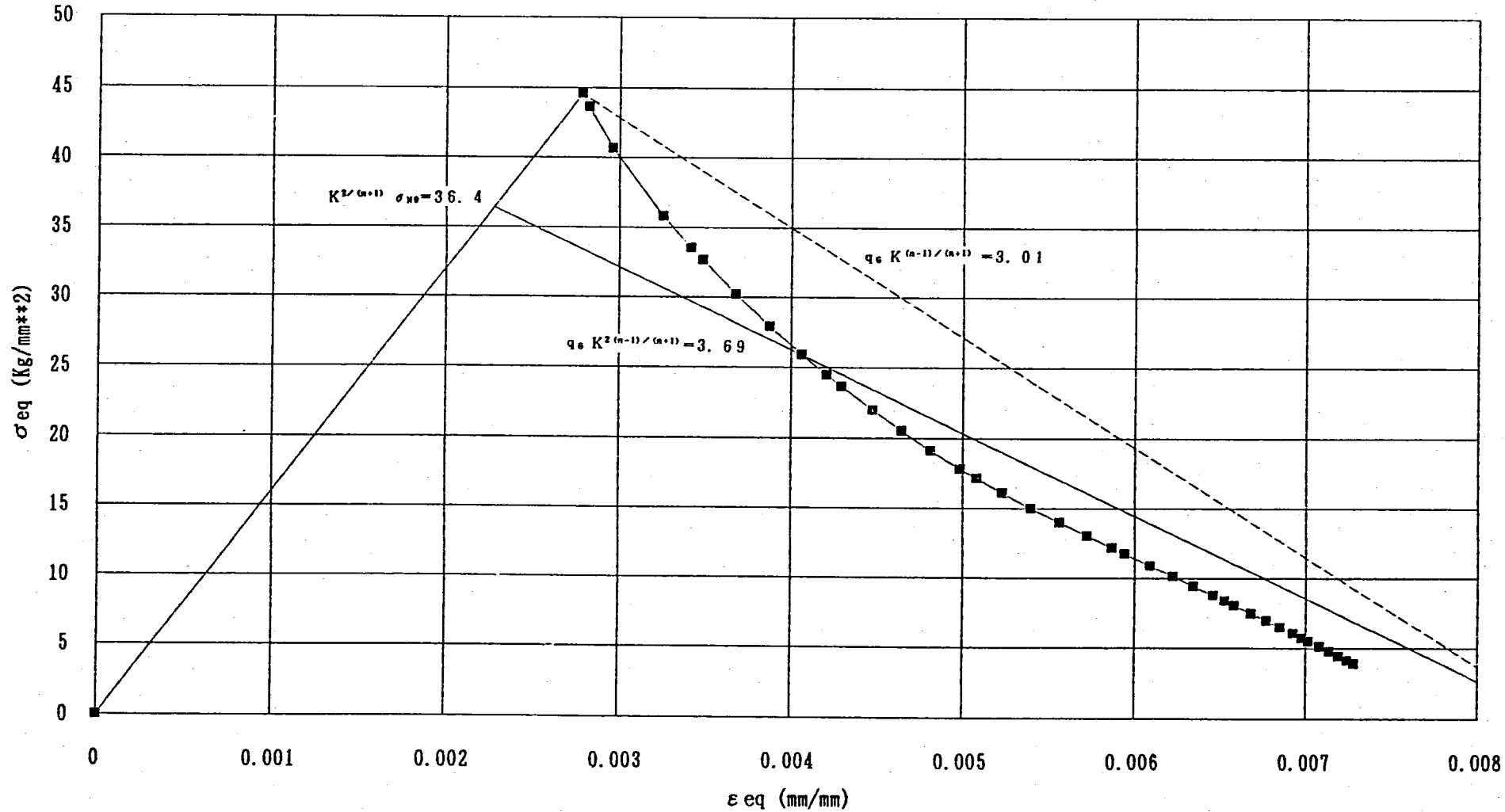


Fig. 5. 4(3) Envelope of the Stress Relaxation Curve of a Cylindrical Shell with Fillet (n = 7, K = 1.31, $q_G = 2.46$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=3

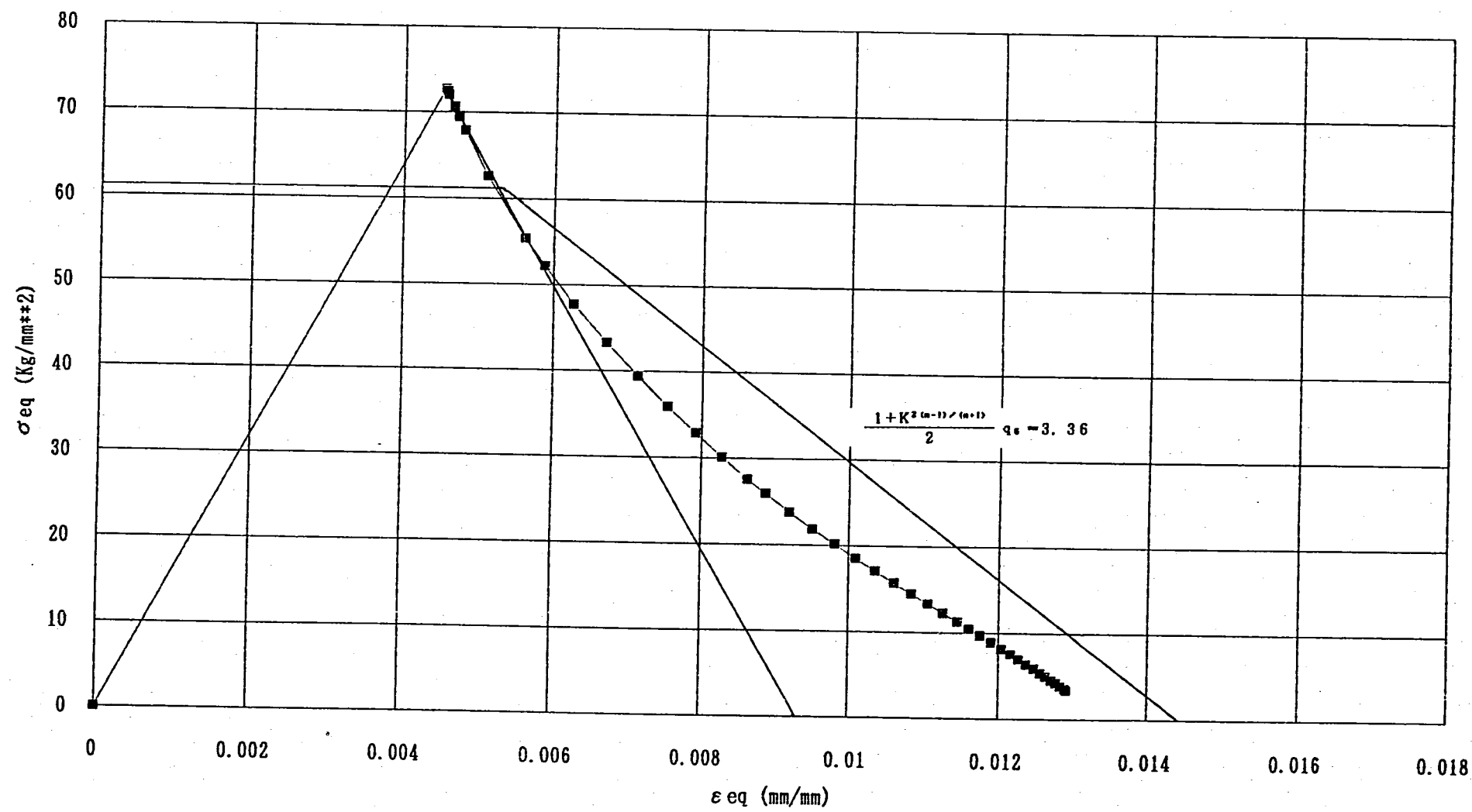


Fig. 5. 5(1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet (n=3, K=2.13, qσ=2.15)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=5

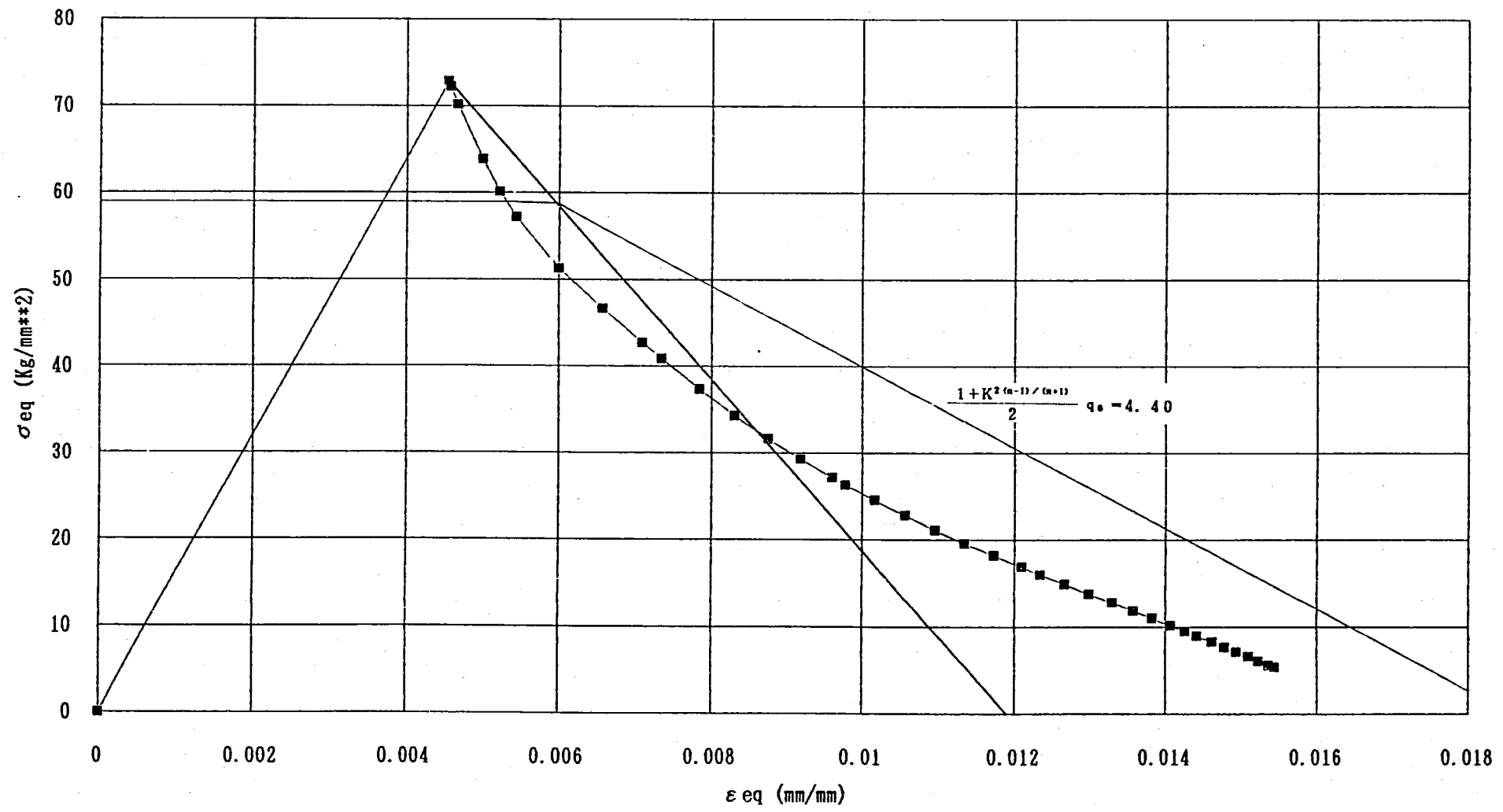


Fig. 5. 5(2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet (n=5, K=2.13, q₀=2.37)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=1mm、n=7

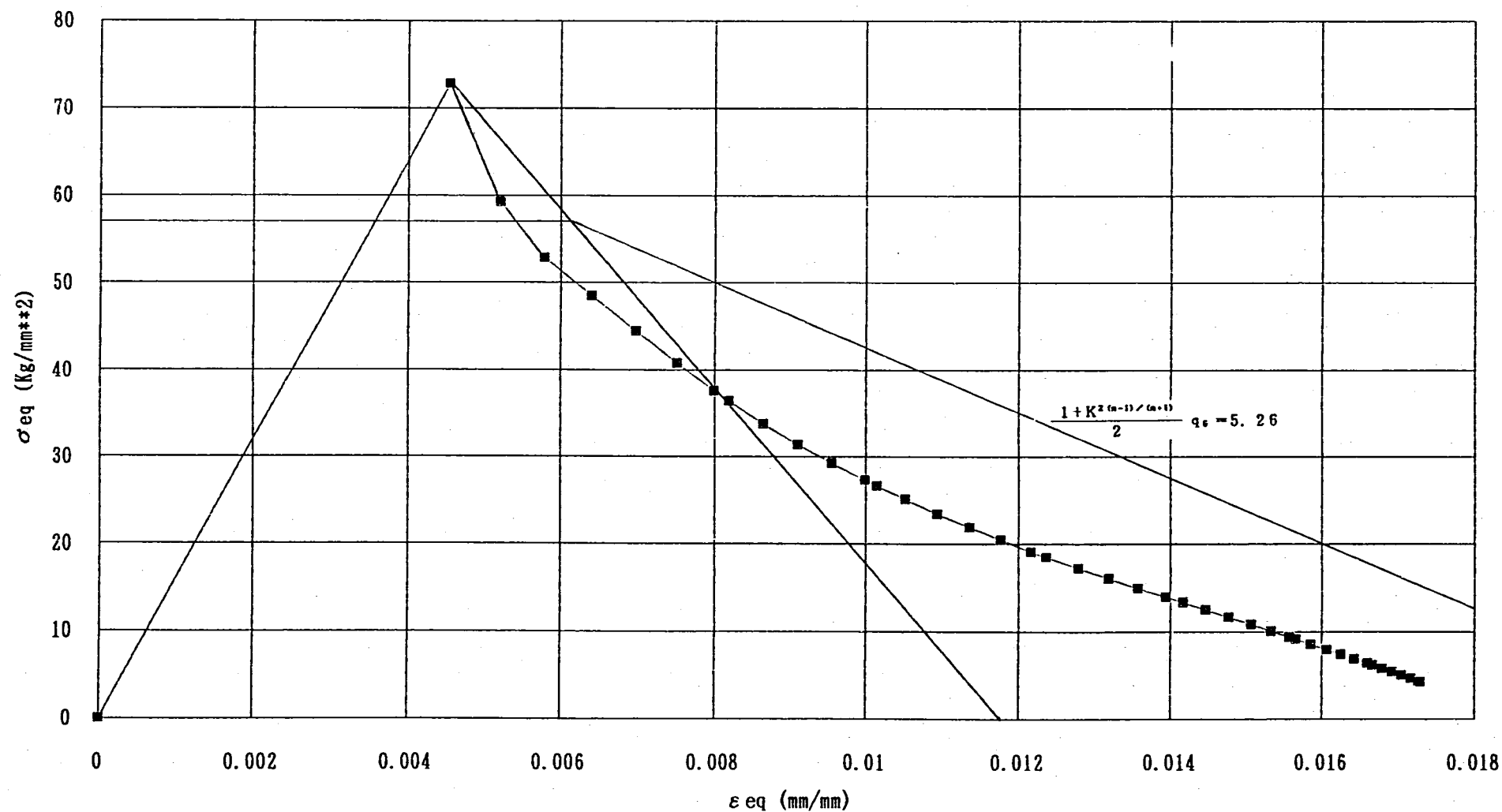


Fig. 5.5(3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 7$, $K = 2.13$, $q_{\sigma} = 2.56$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=5mm、n=3

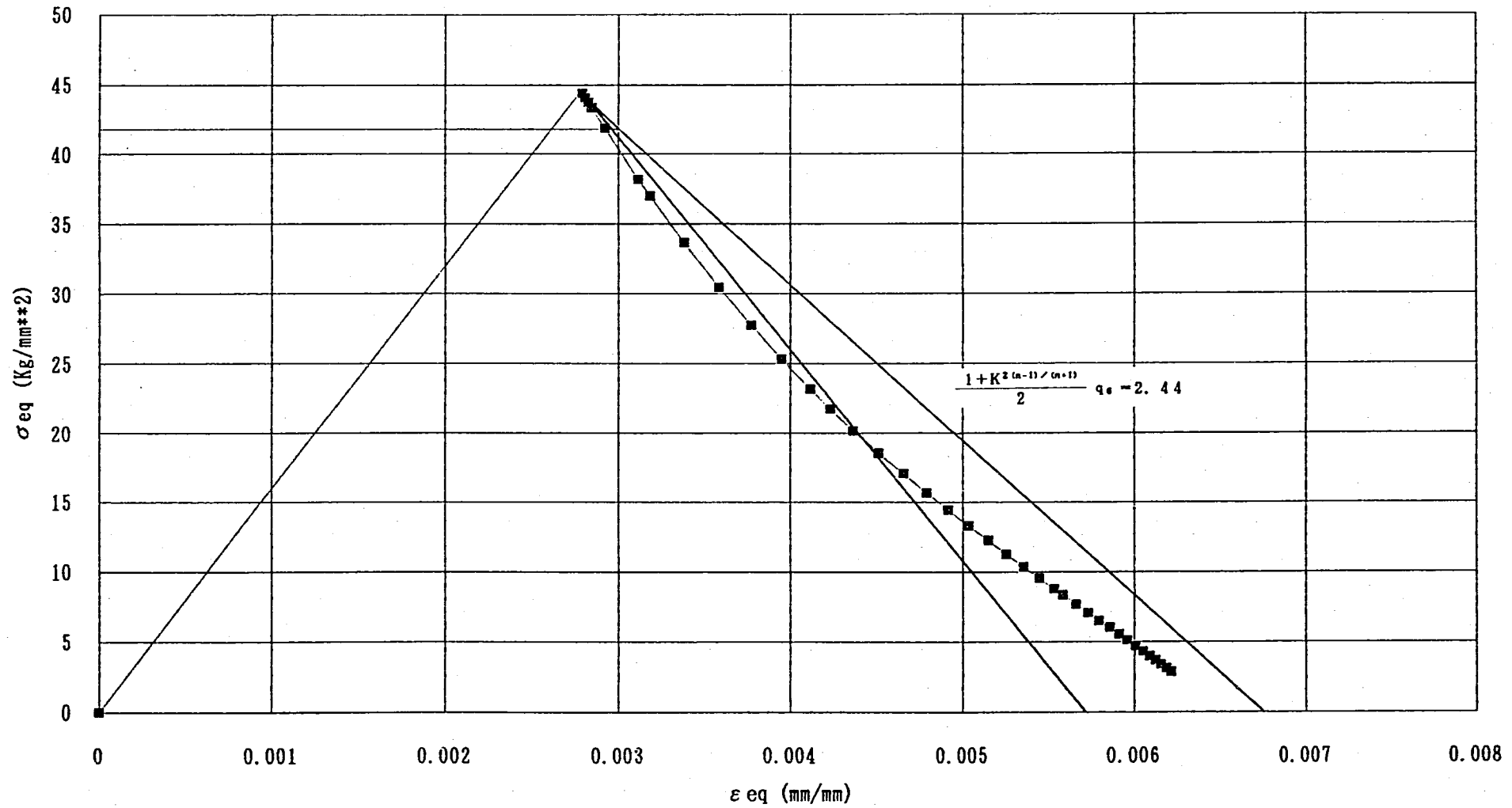
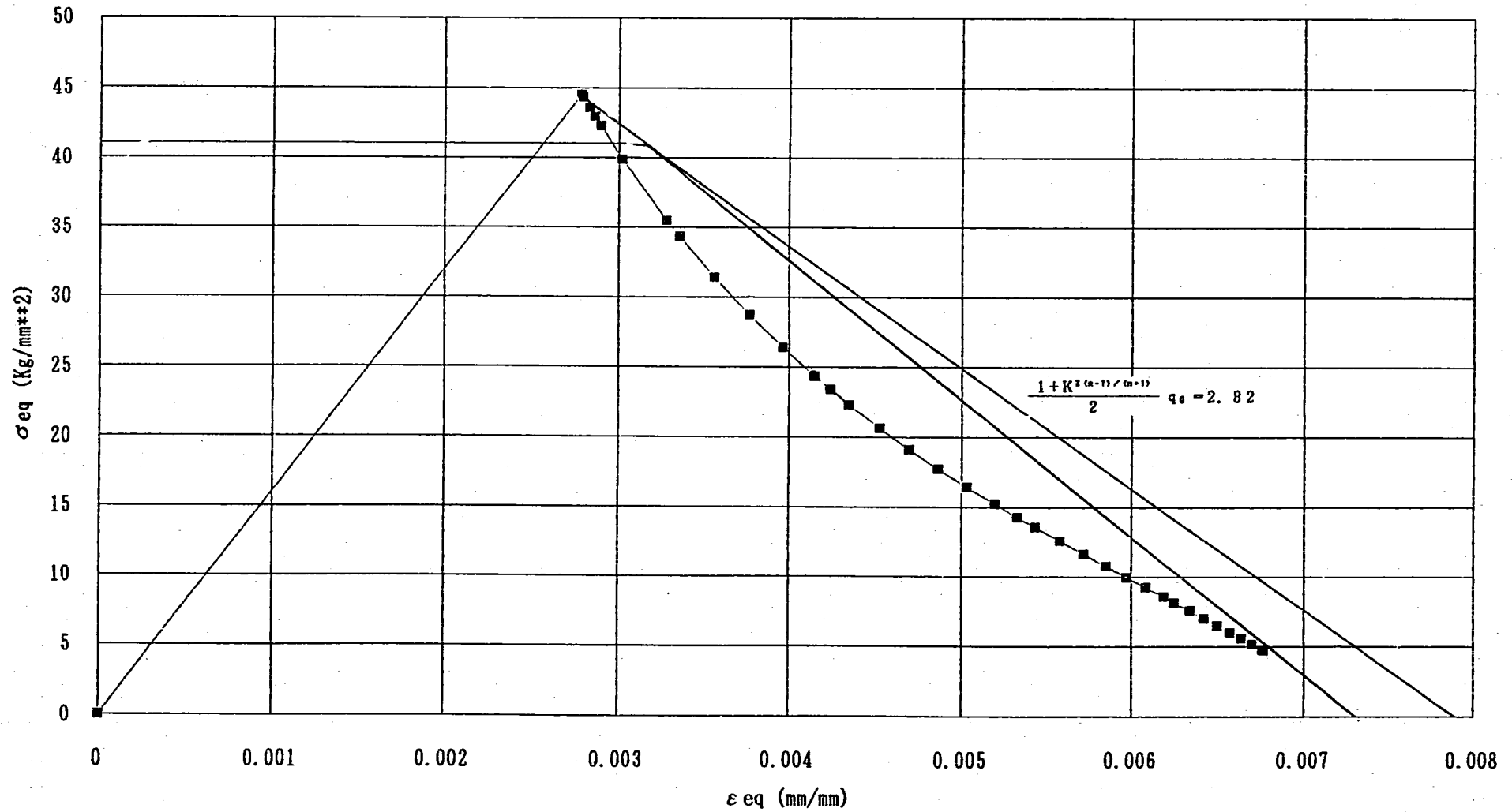
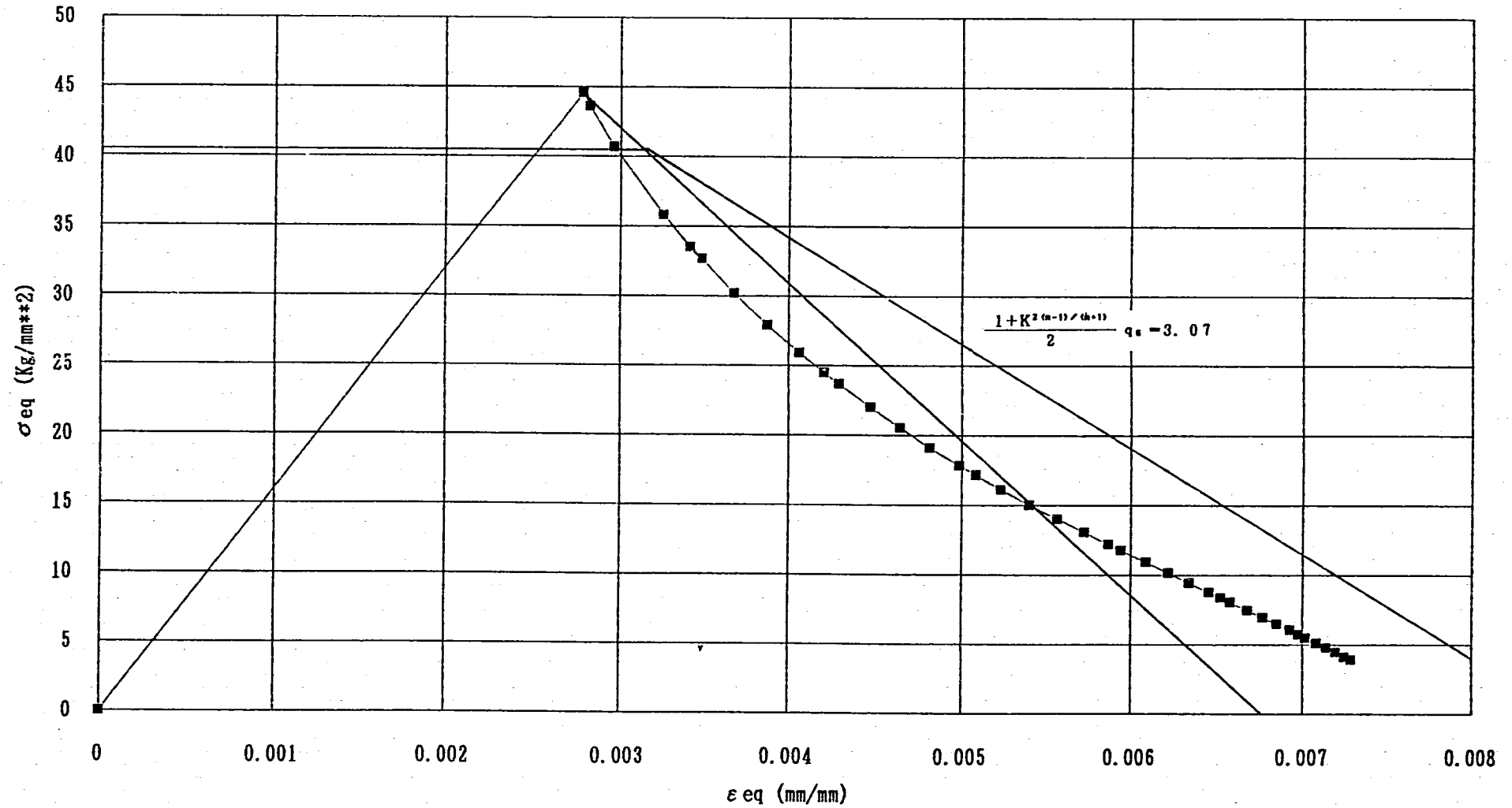


Fig. 5. 6(1) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 3$, $K = 1.31$, $q_\epsilon = 2.11$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=5mm、n=5

Fig. 5. 6(2) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 5$, $K = 1.31$, $q_c = 2.32$)

相当応力-相当ひずみ履歴、QAX8・TAX6モデル応力ピーク、R=5mm、n=7

Fig. 5. 6(3) Approximation of the Stress Relaxation Curve due to Gross Re-distribution of a Cylindrical Shell with Fillet ($n = 7$, $K = 1.31$, $q_G = 2.46$)

6. 考 察

本章では、前章までに述べた個々の弾性追従係数の簡易評価法をまとめる。また、評価法の妥当性については弾・クリープ解析結果を基に議論してきたが、弾塑性・クリープに対する評価法の適用性についてここで考察を加える。

6.1 簡易評価法のまとめ

1) はりの弾性追従係数

一定変位を受ける片持ちはりの弾性追従は、遷移領域及び定常領域で異なる挙動を示す。それぞれの領域の弾性追従係数は、はりの形状（厚さ、幅及び長さ）によらず以下に示す式で与えられる。

$$\begin{aligned} \cdot \text{遷移領域} & : \quad q_T = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left[1 - \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \right] \right\}^{-1} \\ \cdot \text{定常領域} & : \quad q_G = \frac{n(n+2)}{2n+1} \end{aligned}$$

ここに、 n はNorton則の指数である。また、はりの固定部の板厚が変化する場合の定常領域の弾性追従係数の長手方向の分布は、

$$q_G = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-1} \left[\frac{\ell - x}{\ell - \Delta \ell} \right]^{n-1}$$

で与えられる。ここに、 h_0 は一般部の板厚を表し、 $h(x)$ は板厚変化部の板厚を表す。半径 ρ のコーナー r の場合、 $h(x)$ は

$$h(x) = \begin{cases} h_0 + \rho - (2x\rho - x^2)^{1/2} & (x \leq \rho) \\ h_0 & (x > \rho) \end{cases}$$

で与えられる。また、 ℓ ははりの長さ、 x ははりの付け根からの長手方向距離、 $\Delta \ell$ ははりの長さの補正量である。 $\Delta \ell$ は、次式により近似的に与えられる。

$$\Delta \ell \approx \ell - \frac{\ell - \rho}{\left\{ 1 + \left[\frac{h_0}{h_{e,q}} \right]^3 \left[\left(\frac{\ell - \rho}{\ell} \right)^{n+1} - 1 \right] \right\}^{1/(n+1)}}$$

$h_{e,q}$ は、はりの付け根の等価板厚であり、はりの付け根の形状が半径 ρ のコーナー r の場合には、

$$h_{e,q} = h_0 + \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \rho$$

で近似できる。

2) 円筒殻の弾性追従係数

端部に一定の半径方向変位を受ける円筒殻の弾性追従は、円筒殻の曲げ応力を特徴付ける以下の長さを持つはりと同様な挙動を示す。

$$\ell = \frac{\pi}{4\beta}$$

$$\beta^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{a^2 h^2}$$

ここに、 a は円筒殻の半径、 h は板厚である。また、円筒殻の端部の板厚が変化する場合の定常領域の弾性追従係数の長手方向の分布は、

$$q_G = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-1} \left[\frac{\ell - x + \Delta\ell}{\ell} \right]^{n-1}$$

で与えられる。 $\Delta\ell$ は、次式で与えられる。

$$\Delta\ell = \ell \left\{ 1 + \left[\frac{h_0}{h_{0,q}} \right]^3 \left[\left(\frac{\ell - \rho}{\ell} \right)^{n+1} - 1 \right] \right\}^{1/(n+1)} - \ell + \rho$$

半径 ρ のコーナー r の場合の $h(x)$ 及び $h_{0,q}$ は、はりと同様に与えられる

3) 環状切欠を有する丸棒の切欠底の弾性追従係数

総体的な弾性追従(q_G)が重畳する場合の環状切欠を有する丸棒の切欠底の弾性追従係は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \cdot \text{遷移領域} & : \quad q_T = \frac{1-\nu^2}{1-\nu+\nu^2} \frac{n+1}{n} \\ \cdot \text{定常領域} & : \quad q_F = \frac{1+K^2(n-1)/(n+1)}{2} q_G \end{aligned}$$

ここに、 ν はポアソン比である。また、 K は切欠底の相当応力($\sigma_{F,q}$)と切欠きのない一般部の平均応力($\sigma_{N0}=F/A$)の比で定義される弾性応力集中係数である。

4) フィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従係数

フィレット付円筒殻の応力集中部の弾性追従係数は、次式で与えられる。

$$\cdot \text{遷移領域} : \quad q_T = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left[\frac{h}{2\eta} \right]^{n-1} \right.$$

$$+ \frac{3}{n+2} \left\{ \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} \right\}^{-1}$$

ここに、

$$\eta = \pm \frac{h}{2} - \frac{6}{n+1} \times 0.07h \quad \begin{cases} + \text{円筒外面} \\ - \text{円筒内面} \end{cases}$$

である。

・定常領域 : $q_F = K^{2(n-1)/(n+1)} q_G$

ここに、Kは応力集中部の相当応力 (σ_{Feq}) と応力集中部を通る水平断面を評価断面とした場合の等価線形曲げ応力 ($\sigma_{N0} = M/Z$) の比で定義される弾性応力集中係数である。

$$K = \frac{\sigma_{Feq}}{M/Z}$$

また、総体的な弾性追従係数 q_G は、円筒殻の定常領域の弾性追従係数により簡易的に与えられる。

5) 切欠底及びフィレット付円筒殻の弾性追従係数の包絡線の求め方

切欠底及びフィレット付円筒殻の弾性追従係数の保守的な包絡線は、以下の手続きにより得られる。

(a) 遷移領域の弾性追従係数を以下の式により求める

・切欠底 : $q_T = \text{Max} \left[\frac{1-\nu^2}{1-\nu+\nu^2} \frac{n+1}{n}, K^{(n-1)/(n+1)} \right]$

・フィレット : $q_T = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} + \frac{3}{n+2} \left\{ \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} \right\}^{-1} \right.$

$$\eta = \pm \frac{h}{2} - \frac{6}{n+1} \times 0.07h \quad \begin{cases} + \text{円筒外面} \\ - \text{円筒内面} \end{cases}$$

(b) 定常領域の弾性追従係数を以下の式より求める

$$q_F = \frac{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}}{2} q_G$$

(c) 以下の式で定義される応力値を求める

$$\sigma_c = \frac{K + K^{2/(n+1)}}{2} \sigma_{N0}$$

- (d) 応力・ひずみ線図上で初期応力 $\sigma_i = K \sigma_{N0}$ から弾性追従係数が q_T となる直線を引く。
 (e) この直線上の応力 σ_c の点より、弾性追従係数が q_F となる直線を引く。

6.2 弾塑性・クリープに対する適用性に関する考察

Fig. 6.1(1)及び(2)に、谷川等の解析による環状切欠付丸棒の弾塑性・クリープ解析結果²⁾を示す。Fig. 6.1(1)は、弾塑性の応力・ひずみ関係を弾完全塑性とした場合である。また、Fig. 6.1(2)は、弾塑性の応力・ひずみ関係を n 乗硬化則とした場合である。いずれのケースも、総体的な弾性追従が無く弾性応力集中係数が $K=2.75$ (谷川等の定義では $K=2.85$) であり、クリープ則はNorton則を用いている。

これらの二つの図からわかるように、弾塑性・クリープの場合には緩和初期の遷移領域の挙動が見られず、定常領域の挙動が最初から現れる。この理由は、弾塑性の応力・ひずみ関係を n 乗硬化則とした場合には、Norton則で緩和した場合の定常分布に等しい応力分布が塑性再配分により緩和初期に形成されているからである。弾完全塑性の場合は、緩和初期の応力分布はNorton則で緩和した場合の定常分布とは異なるが、 n 乗硬化則の場合と同様に遷移領域の挙動は現れない。このことから、塑性の影響を強く受けている場合には、遷移領域の挙動はほとんど現れないものと考えられる。

Fig. 6.1(1)及び(2)には、式(31)より求めた定常領域の弾性追従係数 ($K=2.75$ として算出)の傾きが併記されているが、いずれのケースに対しても良い近似になっている。これらの結果より、本研究で述べた定常領域の弾性追従係数の予測式は弾塑性・クリープに対しても適用できることが示された。

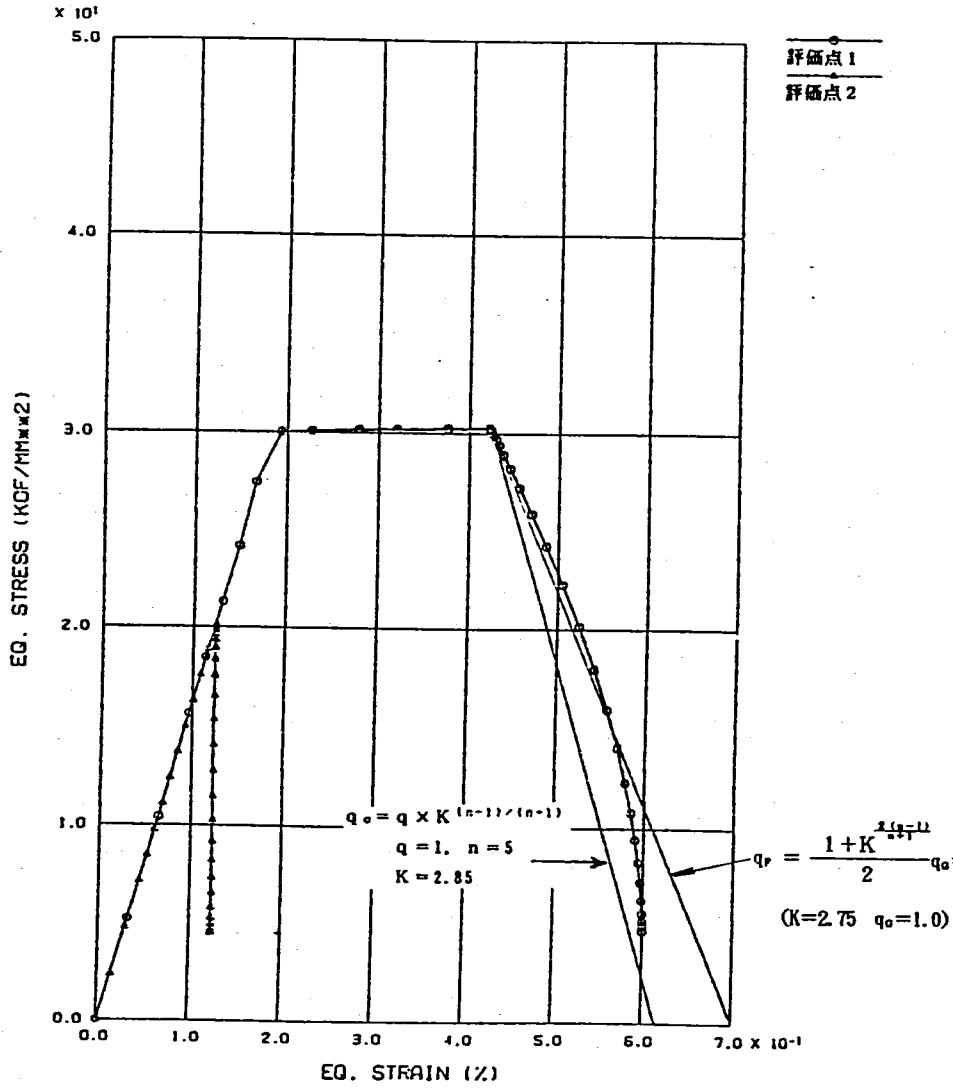
最後に、一定荷重 (1次荷重) を受ける環状切欠付丸棒の弾・クリープ解析結果²⁾をFig. 6.2に示す。この図には、総体的な弾性追従が無い場合 ($q_c=1.0$) 及び総体的な弾性追従が2.0の場合 ($q_c=2.0$)の結果が併記されている。この図から、弾・クリープの場合には負荷される荷重が1次荷重であるか2次荷重であるかによらず明確な遷移領域があり、いずれのケースも式(38)で包絡可能なことがわかる。従って、本研究で示した応力緩和の包絡手法は総体的な弾性追従が大きい場合にも適用できる。また、負荷される荷重が1次荷重 ($q_c=\infty$) の場合の緩和後の応力は4.5節に示した式(37)で与えられる応力値に収束すること、及び、いずれのケースも式(37)で与えられる応力レベルにおいて弾性追従係数が最大になることがわかる。

6.3 全体のまとめ

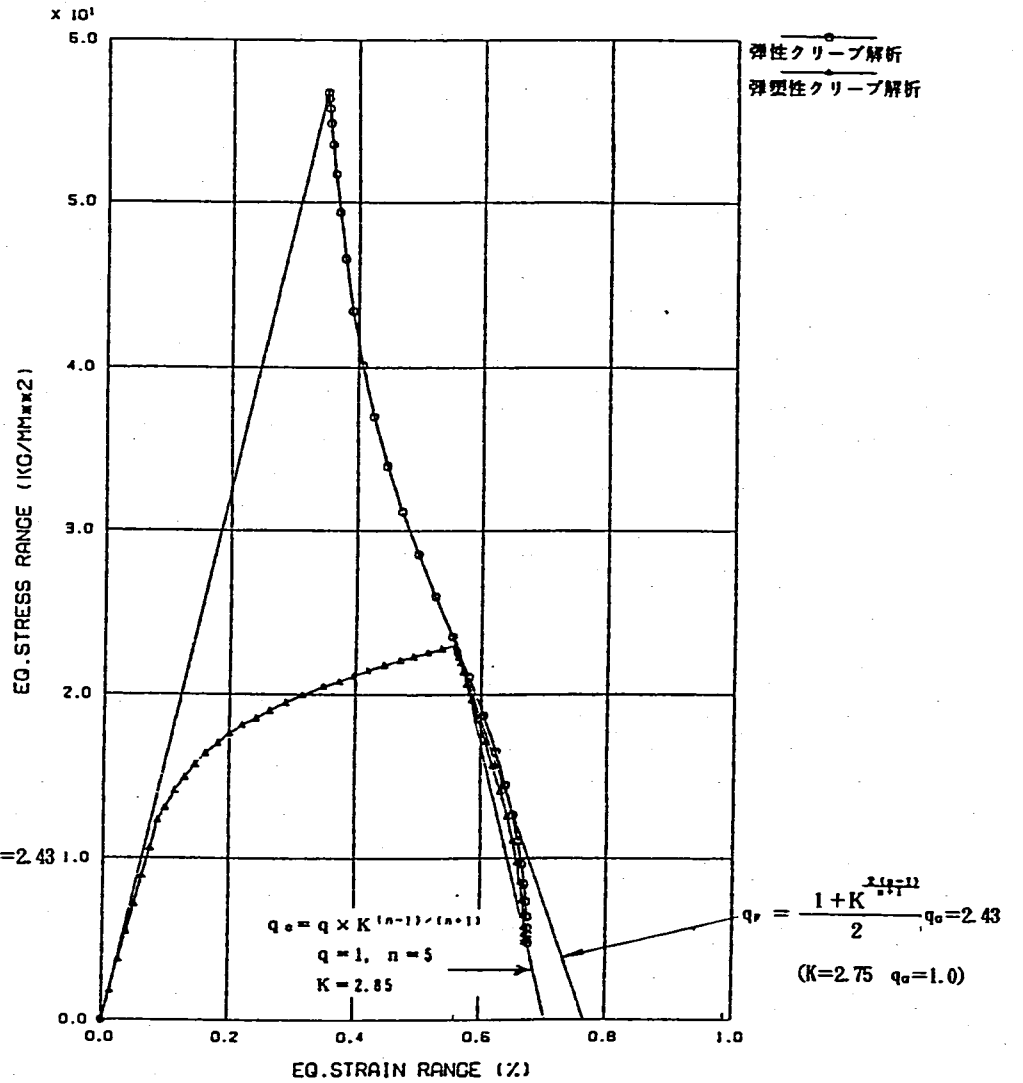
以上の検討から得られた知見をまとめると、構造物のクリープによる弾性追従について次のようなことが言える。

- 1) 応力緩和の初期には遷移的な挙動を示す領域が存在し、その後定常的な挙動に移行する。
- 2) 遷移領域の弾性追従は、板厚内や切欠断面等の局所的な応力分布の再配分に起因し、総体的な応力分布の再配分には依存しない。
- 3) 定常領域の弾性追従は総体的な応力分布の再配分に起因し、局所的な応力集中による弾性追従との重畳はそれぞれの要因による弾性追従係数の積で表せる。

これらの知見は、本研究で取り扱った構造だけでなくより一般的な構造にも成り立つものと思われる。



(1) 弾完全塑性



(2) n乗硬化則

Fig. 6.1 Elastic Follow-up Behaviour of a Bar with Cylindrical Notch after Plastic Deformation

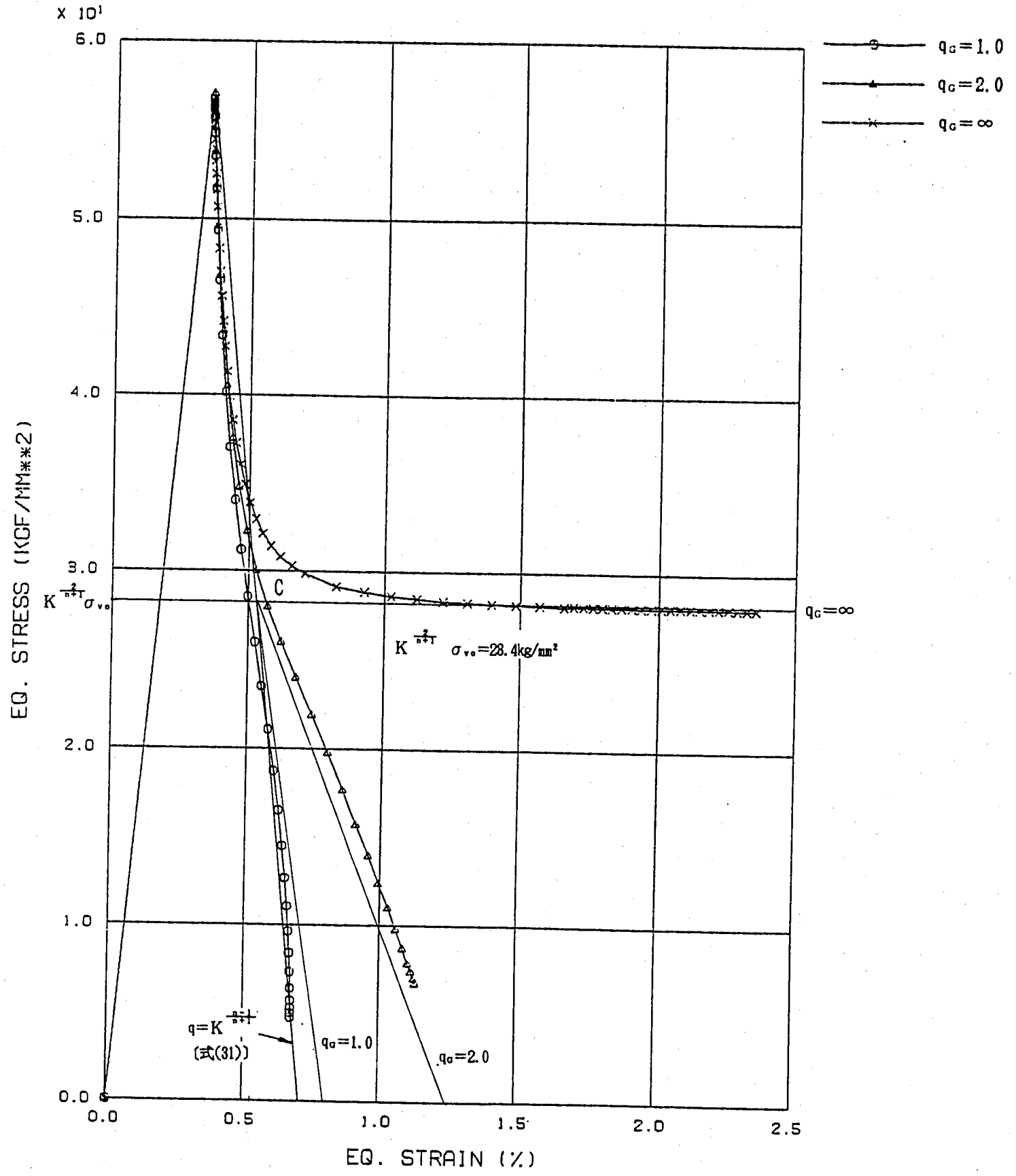


Fig. 6.2 Elastic Follow-up Behaviour of a Bar with Cylindrical Notch under Constant Force

7. 結 言

高速炉機器のクリープによる弾性追従の基本的なメカニズムを明らかにし、精度の良い弾性追従係数の算出法の提示、及び個々の要因による弾性追従が重畳した場合の弾性追従係数の算出法を提示することを目的に

- 1) 一定のせん断変位を受けるはりのクリープ解析
- 2) たが締め変位を受ける円筒殻のクリープ解析
- 3) 総体的な弾性追従が重畳する環状切欠付き丸棒のクリープ解析
- 4) たが締め変位を受けるフィレット付円筒殻のクリープ解析

を行った。また、クリープによる弾性追従のメカニズムについて理論的な観点から検討を行い、これらの構造に対する具体的な弾性追従係数の算出法を提案した。

今後は、Y型構造、スカート構造等の異なる形状の構造に対する適用性の検討を行うとともに、基準化に向けた具体的な設計手法として確立してゆく必要がある。また、本検討で提案した手法は、総体的な熱膨張差に起因する弾性追従と局所的な応力集中に起因する弾性追従が重畳する場合にのみ適用できる手法であり、板厚内の温度分布に起因する弾性追従と局所的な応力集中に起因する弾性追従が重畳する場合の評価手法の検討が残っている。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、当室永田敬室長及び笠原直人氏には有益なご意見をいただきました。解析の実施及び図の作成には、I S L(株)千葉仁氏に多大な協力をいただきました。

ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 笠原 他, 「局所的・総体的非弾性挙動を考慮した構造物クリープ疲労評価法の提案
－ 一般化弾性追従モデルの開発 －」, PNC ZN9410 93-XXX 査読中
- 2) 谷川 他, 「クリープ疲労損傷評価に用いる設計係数の策定に係わる解析 － 第2報
応力緩和評価に用いる設計係数の検討 －」, PNC SN9410 89-165
- 3) 永本 他, 「配管用ペローズクリープ疲労試験」, PNC SN9410 88-110
- 4) Timoshenko and Woinowsky-Krieger, Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill, 1952

付録-A 定常領域の弾性追従係数

Fig. A-1 に示すような、自由端に一定の変位 w_0 を受ける方持ちはりのクリープ挙動を考える。
 はりの任意の位置の軸方向ひずみに対して次式が成り立つものと仮定する。

$$\epsilon(x, t, \eta) = \epsilon_e(x, t, \eta) + \epsilon_c(x, t, \eta) \quad (A-1)$$

ここに、

- $\epsilon(x, t, \eta)$: 全ひずみ
- $\epsilon_e(x, t, \eta)$: 弾性ひずみ
- $\epsilon_c(x, t, \eta)$: クリープひずみ

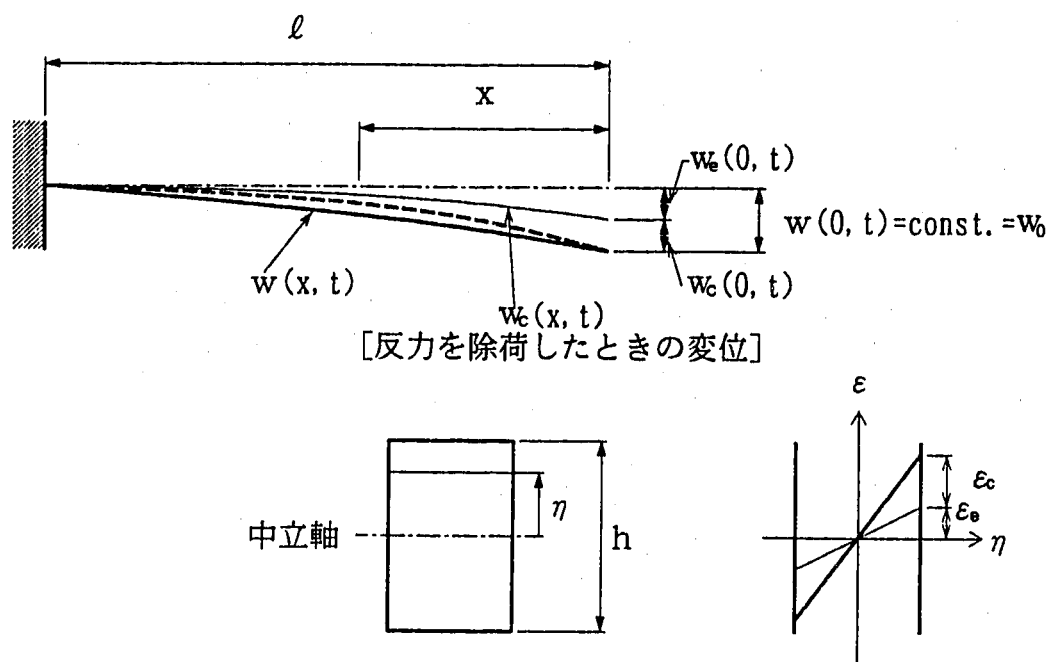


Fig. A-1 一定変位を受けるはり

である。 x , t , η は、それぞれはりの先端からの距離、時間及びはりの中立軸からの距離である。

クリープ式として、以下に示すNorton則を仮定する。

$$\dot{\epsilon}_c(x, t, \eta) = B [\sigma(x, t, \eta)]^n \quad (A-2)$$

また、弾性はりのひずみと曲率の間に成り立つ以下の式が、クリープひずみ $\epsilon_c(x, t, \eta)$ に対しても同様に成り立つことを仮定する。

$$\epsilon_c(x, t, \eta) = \frac{\eta}{\rho_c(x, t)} = \eta \kappa_c(x, t) \quad (A-3)$$

ここに、 $\rho_c(x, t)$ 及び κ_c は、それぞれクリープ変形によって生じた曲率半径と曲率である。

式(A-2)及び式(A-3)より

$$\sigma(x, t, \eta) = \left[\frac{\eta \kappa_c(x, t)}{B} \right]^{1/n} \quad (\text{A-4})$$

となる。曲げモーメントMは、式(A-4)より

$$\begin{aligned} M(x, t) &= \int \sigma(x, t, \eta) \cdot \eta \, d\eta = 2 \int_0^{h/2} \left[\frac{\eta \kappa_c(x, t)}{B} \right]^{n+1} \eta \, d\eta \\ &= \frac{2n}{2n+1} B^{-1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{(2n+1)/n} [\kappa_c(x, t)]^{1/n} \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

と表せる。式(A-5)を κ_c について解くと

$$\kappa_c(x, t) = B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{-(2n+1)} \times \{M(x, t)\}^n \quad (\text{A-6})$$

となる。

クリープ変形によるたわみ $w_c(x, t)$ と曲率 κ_c の間に、弾性はりと同様に以下の関係を仮定する。

$$\kappa_c(x, t) = - \frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} \quad (\text{A-7})$$

従って、

$$\kappa_c(x, t) = - \frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} \quad (\text{A-8})$$

式(A-6)及び(A-8)より

$$\frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} = -B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{-(2n+1)} \times \{M(x, t)\}^n \quad (\text{A-9})$$

が得られる。

一方、曲げモーメントは

$$M(x, t) = P(t) \cdot x \quad (\text{A-10})$$

である。ここに、 $P(t)$ ははりの先端に作用する反力である。

クリープによるたわみ $w_c(x, t)$ は、反力を除荷した後も残る残留変形であるから、反力 $P(t)$ に寄与する弾性たわみは、 $t=0$ で与えられたたわみ w_0 から $w_c(x, t)$ を除いたたわみである。従って、

$$P(t) = \frac{3EI}{\ell^3} [w_0 - w_c(0, t)] \quad (\text{A-11})$$

となる。ここに、E及びIは縦弾性係数と断面2次モーメントである。式(A-9)及び(A-11)より

$$\frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} = -B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{-(2n+1)} \times \left[\frac{3EI}{\ell^3} \right]^n [w_0 - w_c(0, t)]^n \cdot x^n \quad (\text{A-12})$$

となる。ここで

$$\alpha = B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{-(2n+1)} \left[\frac{3EI}{\ell^3} \right]^n \quad (\text{A-13})$$

とおくと、式(A-12)は

$$\frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} = -\alpha [w_0 - w_c(0, t)]^n \cdot x^n \quad (\text{A-14})$$

となる。

式(A-14)は、以下の形の一般解を持つ。

$$w_c(x, t) = X(x)T(t) + C_1(t)x + C_2(t) + C_3(x) \quad (\text{A-15})$$

式(A-15)を式(A-14)へ代入すると

$$\frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial T(t)}{\partial t} = -\alpha [w_0 - w_c(0, t)]^n \cdot x^n \quad (\text{A-16})$$

となる。従って、式(A-16)は以下のように変数分離できる。

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = [w_0 - w_c(0, t)]^n \quad (\text{A-17})$$

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = -\alpha \cdot x^n \quad (\text{A-18})$$

(1) 時間に関する微分方程式の解

$$w_c(0, t) - w_0 = C_4 T(t) \quad (\text{A-19})$$

とおく。ここに、 C_4 は定数である。式(A-17)及び(A-19)より、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (-C_4)^n T^n \quad (\text{A-20})$$

となる。式(A-20)は、

$$T(t) = \{-(n-1)[(-C_4)^n t + C_5]\}^{-1/(n-1)} \quad (\text{A-21})$$

となる。ここに、 C_5 は定数である。式(A-19)より

$$w_c(0, t) - w_0 = C_4 \{-(n-1)[(-C_4)^n t + C_5]\}^{-1/(n-1)} \quad (\text{A-22})$$

の形の解を持つ。 $t = 0$ において、クリープ変形によるたわみは0、即ち $w_c = 0$ であるから

$$-w_0 = C_4 \{-(n-1)C_5\}^{-1/(n-1)}$$

$$C_5 = -\frac{1}{n-1} \left(\frac{-w_0}{C_4} \right)^{-n+1}$$

より、式(A-21)は

$$T(t) = -\frac{1}{C_4} \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-1/(n-1)} \quad (\text{A-23})$$

となる。

(2) 軸方向距離 x に関する微分方程式の解

式(A-18)より、 $X(x)$ の解は

$$X(x) = -\frac{\alpha}{(n+1)(n+2)} x^{n+2} \quad (\text{A-24})$$

となる。

(3) クリープたわみの式

式(A-15)、(A-23)及び(A-24)より、クリープ変形によるたわみ $w_c(x, t)$ は

$$w_c(x, t) = -\frac{1}{C_4} \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-1/(n-1)} \frac{\alpha}{(n+1)(n+2)} x^{n+2} \\ + C_1(t)X + C_2(t) + C_3(x) \quad (\text{A-25})$$

となる。諸係数を求めるため、式(A-25)の時間微分をとると

$$w_c(x, t) = \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha}{(n+1)(n+2)} x^{n+2} \\ + \dot{C}_1(t)X + \dot{C}_2(t) \quad (\text{A-26})$$

となる。

ここで、はりの満たすべき境界条件及び初期条件等を以下に示す。

- ・はりの固定点の傾きは常に一定であるから

$$\frac{\partial w_c(\ell, t)}{\partial x} = 0 \tag{A-27}$$

・はりの固定点の変位は常に一定であるから

$$w_c(\ell, t) = 0 \tag{A-28}$$

・はりの全ての部分で $t = 0$ のクリープたわみは 0

$$w_c(x, 0) = 0 \tag{A-29}$$

・はりの先端のクリープ変位は $t = \infty$ で w_0

$$w_c(0, \infty) = w_0 \tag{A-30}$$

(イ) 係数 C_1

式(A-27)より

$$\frac{\partial w_c(\ell, t)}{\partial x} = \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha}{n+1} \ell^{n+1} + \dot{C}_1(t) = 0$$

$$\dot{C}_1(t) = - \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha}{n+1} \ell^{n+1}$$

従って、

$$w_c(x, t) = \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \left[\left(\frac{x}{\ell}\right)^{n+2} - (n+2) \frac{x}{\ell} \right] + \dot{C}_2(t) \tag{A-31}$$

となる。

(ロ) 係数 C_2

式(A-28)より

$$w_c(\ell, t) = \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} [1 - (n+2)] + \dot{C}_2(t) = 0$$

$$\dot{C}_2(t) = \{(n-1)C_4 t + w_0^{-n+1}\}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha}{n+2} \ell^{n+2}$$

従って、

$$w_c(x, t) = \{ (n-1) C_4 t + w_0^{-n+1} \}^{-n/(n-1)} \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \left[\left(\frac{x}{\ell} \right)^{n+2} - (n+2) \frac{x}{\ell} + (n+1) \right] \quad (\text{A-32})$$

となる。従って、式(A-25)は式(A-32)より

$$w_c(x, t) = - \frac{1}{C_4} \{ (n-1) C_4 t + w_0^{-n+1} \}^{-1/(n-1)} \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \times \left[\left(\frac{x}{\ell} \right)^{n+2} - (n+2) \frac{x}{\ell} + (n+1) \right] + C_3(x)$$

となる。

(ハ) 係数 C_3

式(A-29)より

$$w_c(x, 0) = - \frac{w_0}{C_4} \cdot \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \left[\left(\frac{x}{\ell} \right)^{n+2} - (n+2) \frac{x}{\ell} + (n+1) \right] + C_3(x) = 0$$

$$C_3(x) = \frac{w_0}{C_4} \cdot \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \left[\left(\frac{x}{\ell} \right)^{n+2} - (n+2) \frac{x}{\ell} + (n+1) \right]$$

従って、

$$w_c(x, t) = - \frac{w_0}{C_4} \cdot \{ [(n-1) C_4 t + w_0^{-n+1}]^{-1/(n-1)} w_0 \} \times \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \left[\left(\frac{x}{\ell} \right)^{n+2} - (n+2) \frac{x}{\ell} + (n+1) \right] \quad (\text{A-33})$$

となる。

(ニ) 係数 C_4

式(A-30)より

$$w_c(0, \infty) = \frac{w_0}{C_4} \cdot \frac{\alpha \ell^{n+2}}{(n+1)(n+2)} (n+1) = w_0$$

$$C_4 = \frac{\alpha \ell^{n+2}}{n+2}$$

となる。従って、クリープによるたわみの解は、

$$w_c(x, t) = - \left\{ \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-1/(n-1)} w_0 \right\} \\ \times \left[\frac{1}{n+1} \left(\frac{x}{\ell} \right)^{n+2} - \frac{n+2}{n+1} \frac{x}{\ell} + 1 \right] \quad (\text{A-34})$$

となる。

(4) 曲率、応力、ひずみ及び弾性追従係数

式(A-7)及び(A-34)より、はりの曲率、ひずみ、応力、弾性追従係数等がそれぞれ以下のように計算できる。

[曲率]

$$\kappa_c(x, t) = - \frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} \\ = \left\{ \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-1/(n-1)} w_0 \right\} \frac{n+2}{\ell^{n+2}} x^n \quad (\text{A-35})$$

[クリープひずみ]

$$\varepsilon_c(x, t) = \frac{h}{2} \kappa_c(x, t) \\ = \frac{n+2}{2} \frac{h}{\ell^{n+2}} \left\{ \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-1/(n-1)} w_0 \right\} x^n \quad (\text{A-36})$$

[応力]

$$\kappa_c(x, t) = - \alpha \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} x^n \quad (\text{A-37})$$

より

$$\sigma(x, t) = \left[\frac{h \kappa_c(x, t)}{2 B} \right]^{1/n} \\ = - \left[\frac{h \alpha}{2 B} \right]^{1/n} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-1/(n-1)} x^n \quad (\text{A-38})$$

〔弾性追従係数〕

弾性追従係数は、下式により求める。

$$q_c = 1 - E \frac{d\varepsilon}{d\sigma} = \frac{d\sigma - E d\varepsilon}{d\sigma} = -E \frac{d\varepsilon_c}{d\sigma} = -E \frac{\dot{\varepsilon}_c}{\dot{\sigma}} \quad (\text{A-39})$$

$$\therefore \left[\begin{array}{l} d\sigma = E d\varepsilon_e, \quad d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_c \\ \frac{d\varepsilon_c}{d\sigma} = \frac{d\varepsilon_c/dt}{d\sigma/dt} = \frac{\dot{\varepsilon}_c}{\dot{\sigma}} \end{array} \right]$$

クリープひずみの時間微分は、式(A-36)より

$$\dot{\varepsilon}_c(x, t) = -\frac{h\alpha}{2} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha l^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} x^n \quad (\text{A-40})$$

となる。応力の時間微分は、式(A-38)より

$$\dot{\sigma}(x, t) = \frac{\alpha l^{n+2}}{n+2} \left(\frac{h\alpha}{2B} \right)^{1/n} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha l^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} x \quad (\text{A-41})$$

また、式(A-13)より

$$\frac{h\alpha}{2B} = \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{2n} \left(\frac{3EI}{l^3} \right)^n \quad (\text{A-42})$$

であるから

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x, t) &= \frac{2n+1}{2n} \left(\frac{h}{2} \right)^2 \frac{3EI}{l^3} \\ &\times \frac{\alpha l^{n+2}}{n+2} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha l^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} x \end{aligned} \quad (\text{A-43})$$

となる。式(A-39)、(A-40)及び(A-43)より、定常領域の弾性追従係数は

$$q_c = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left(\frac{x}{l} \right)^{n-1} \quad (\text{A-44})$$

となる。従って、はりの付け根 ($x=l$) の弾性追従係数は、式(A-44)より

$$q_c = \frac{n(n+2)}{2n+1} \quad (\text{A-45})$$

となる。

付録-B 遷移領域の弾性追従係数

応力緩和中のひずみ速度は、弾性ひずみ速度とクリープひずみ速度の和として次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}(\eta, t) = \frac{\dot{\sigma}(\eta, t)}{E} + B \{\sigma(\eta, t)\}^n \quad (\text{B-1})$$

全ひずみとはりの曲率の間には下式が成り立つものと仮定する。

$$\dot{\epsilon}(\eta, t) = \eta \dot{\kappa}(x, t) \quad (\text{B-2})$$

式(B-2)より、式(B-1)は

$$\eta \dot{\kappa}(x, t) = \frac{\dot{\sigma}(\eta, t)}{E} + B \{\sigma(\eta, t)\}^n \quad (\text{B-3})$$

となる。式(B-3)の両辺に η を掛けて、板厚内で積分する。

$$\begin{aligned} \dot{\kappa}(x, t) \int_{-h/2}^{h/2} \eta^2 d\eta &= \frac{1}{E} \int_{-h/2}^{h/2} \dot{\sigma}(\eta, t) \eta d\eta \\ &+ B \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma(\eta, t)\}^n \eta d\eta \end{aligned} \quad (\text{B-4})$$

左辺及び右辺の第1項は、それぞれ以下のようになる。

$$\int_{-h/2}^{h/2} \eta^2 d\eta = \frac{1}{3} \eta^3 \Big|_{-h/2}^{h/2} = \frac{2}{3} \left[\frac{h}{2} \right]^3 \quad (\text{B-5})$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \dot{\sigma}(\eta, t) \eta d\eta = \dot{M}(t) \quad (\text{B-6})$$

ここに、 $\dot{M}(t)$ は、はりの固定点に作用する曲げモーメントの時間微分である。

ここで、曲げモーメントについては、遷移領域も定常領域と同じように変化するという仮定を置く。この仮定は、遷移領域における曲げモーメントの変化が小さいという事実と定常領域に至るまでの解の連続性を考慮すれば、差ほど不自然な仮定ではない。このように仮定すると、はり固定端の曲げモーメント $M(t)$ は、式(A-10)及び(A-11)より

$$M(t) = P(t) \cdot \ell = \frac{3 E I}{\ell^2} [w_0 - w_c(0, t)] \quad (\text{B-7})$$

で与えられる。従って、

$$\dot{M}(t) = - \frac{3 E I}{\ell^2} \dot{w}_c(0, t) \quad (\text{B-8})$$

となる。

一方、定常領域におけるクリープによるたわみの式(A-34)より

$$w_c(0, t) = \frac{\alpha \ell^{n+2}}{n+2} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \quad (\text{B-9})$$

であるから、

$$\dot{M}(t) = - \frac{3 E I}{n+2} \alpha \ell^n \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \quad (\text{B-10})$$

となる。

式(B-5)及び(B-10)を式(B-4)に代入すると、

$$\begin{aligned} \kappa(x, t) &= \frac{2}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3 - \frac{3 I}{n+2} \alpha \ell^n \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \\ &\quad + 2 B \int_0^{h/2} \{ \sigma(\eta, t) \}^n \eta d\eta \quad (\text{B-11}) \end{aligned}$$

また、断面2次モーメント I は

$$I = \frac{h^3}{12} = \frac{2}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3$$

であるから、

$$\begin{aligned} \kappa(x, t) &= - \frac{3 \alpha \ell^n}{n+2} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \\ &\quad + 3 B \left(\frac{2}{h} \right)^3 \int_0^{h/2} \{ \sigma(\eta, t) \}^n \eta d\eta \quad (\text{B-12}) \end{aligned}$$

一方、式(B-3)より

$$\dot{\sigma}(\eta, t) = - E B \{ \sigma(\eta, t) \}^n + E \eta \kappa(x, t) \quad (\text{B-13})$$

式(B-12)を式(B-13)に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(\eta, t) &= - E B \{ \sigma(\eta, t) \}^n + 3 E B \left(\frac{2}{h} \right)^3 \eta \int_0^{h/2} \{ \sigma(\eta, t) \}^n \eta d\eta \\ &\quad - \frac{3 E \alpha \ell^n}{n+2} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \eta \quad (\text{B-14}) \end{aligned}$$

となる。従って、弾性追従係数は

$$q_c(\eta, t) = - \frac{E \dot{\epsilon}_c(\eta, t)}{\dot{\sigma}(\eta, t)}$$

$$\begin{aligned}
&= -EB\sigma^n \left/ \left\{ -EB \{ \sigma(\eta, t) \}^n + 3EB \left(\frac{2}{h} \right)^3 \eta \int_0^{h/2} \{ \sigma(\eta, t) \}^n \eta d\eta \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{3E\alpha\ell^n}{n+2} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \eta \right\} \right. \\
&= \left\{ 1 - 3 \left(\frac{2}{h} \right)^3 \frac{\eta}{\sigma^n} \int_0^{h/2} \{ \sigma(\eta, t) \}^n \eta d\eta \right. \\
&\quad \left. + \frac{3\alpha\ell^n}{(n+2)B\sigma^n} \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-n/(n-1)} \eta \right\}^{-1} \quad (B-15)
\end{aligned}$$

となる。

式(B-15)からわかるように、定常緩和の応力分布になるまでの弾性追従係数は、中立軸からの距離に依存するだけでなく時間にも依存する。ただし、遷移領域の弾性追従係数はほとんど一定の値を持つので、定常緩和の応力分布になるまでの弾性追従係数として $t=0$ の解を求める。

$t=0$ は弾性状態なので、はり表面の応力値を σ 。とすると板厚内分布は次式で与えられる。

$$\sigma(\eta, 0) = \sigma_0 \frac{2}{h} \eta \quad (B-16)$$

式(B-15)及び(B-16)より

$$q_c(\eta, 0) = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} + \frac{3\ell^n}{(n+2)\sigma^n} \frac{\alpha}{B} w_0^n \eta \right\}^{-1} \quad (B-17)$$

式(A-13)及び式(A-11)より

$$\begin{aligned}
\frac{\alpha}{B} w_0^n &= \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{2}{h} \right)^{2n+1} \left(\frac{3EI}{\ell^3 w_0} \right)^n \\
&= \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{2}{h} \right)^{2n+1} P_0^n \quad (B-18)
\end{aligned}$$

ここに、 P_0 は $t=0$ における反力である。式(B-17)に式(B-18)を代入すると、

$$\begin{aligned}
q_c(\eta) &= \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{n+2} \frac{1}{\sigma_0^n \eta^n} \left(\frac{h}{2} \right)^n \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{2}{h} \right)^{2n+1} (P_0 \ell)^n \eta \right\}^{-1} \\
&= \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} + \frac{3}{n+2} \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{-n-1} \frac{1}{\eta^{n-1}} \left(\frac{P_0 \ell}{\sigma_0} \right)^n \right\}^{-1} \\
&\quad (B-19)
\end{aligned}$$

となる。

$$P_0 \ell = M_0 = \frac{h^2}{6} \alpha_0$$

より、式(B-19)は

$$q_c(\eta) = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} + \frac{3}{n+2} \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \left(\frac{h}{2\eta} \right)^{n-1} \right\}^{-1} \quad (\text{B-20})$$

となる。

式(B-20)から、はりの表面 ($\eta = h/2$) の弾性追従係数を求めると

$$q_c \left(\frac{h}{2} \right) = \left\{ 1 - \frac{3}{n+2} \left[1 - \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \right] \right\} \quad (\text{B-21})$$

となる。

付録-C はりの固定部の板厚が変化する場合の定常領域の弾性追従係数

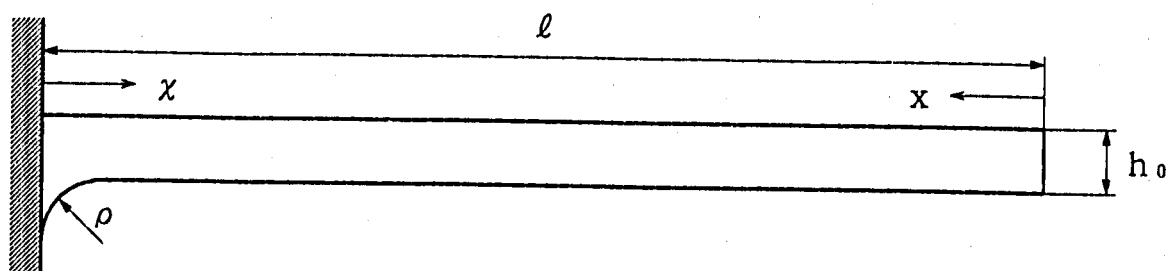


Fig. C-1 固定部の板厚が変化するはり

はりのクリープによるたわみに対する基礎方程式は、式(A-12)より次式で与えられる。

$$\frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} = -B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h}{2} \right)^{-(2n+1)} \times \left[\frac{3EI}{\ell^3} \right]^n [w_0 - w_c(0, t)]^n \cdot x^n \quad (\text{C-1})$$

式(C-1)は、付録-Aに示したように、はりの板厚が一様な場合には時間に依存する項と空間に依存する項に変数分離が可能であるが、板厚が変化する場合には時間依存項と空間依存項が各々独立ではなくなり、簡単には解が得られなくなる。しかし、板厚の変化する領域がはりの全長に比べて十分に小さい場合には、時間依存項としてははりの板厚が一様な場合の式を用いてもかなり良い近似になっているであろう。そこで、式(C-1)の時間に依存する項に対して板厚が一様なはりの解を用い、空間依存項にのみ板厚の影響を考慮することにより近似解を求めることにする。

式(A-34)より、時間依存項として

$$T(t) = w_0 - w_c(0, t) = \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha \ell^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-1/(n-1)} \quad (\text{C-2})$$

を用いる。ここに、

$$\alpha = B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h_0}{2} \right)^{-(2n+1)} \left[\frac{3EI_0}{\ell^3} \right]^n \quad (\text{C-3})$$

である。また、 h_0 及び I_0 は、一様な断面を持つはりの板厚と断面2次モーメントを表すものとする。時間依存項として式(C-2)を仮定することは、板厚の変化する範囲が比較的小さい場合 ($\rho \ll \ell$) には妥当なものと考えられる。そこで、基礎方程式(C-1)を以下の様に置き換える。

$$\frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} = -B \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^n \left(\frac{h(x)}{2} \right)^{-(2n+1)} \left[\frac{3EI_0}{\ell^3} T(t) \right]^n \cdot x^n \quad (\text{C-4})$$

式(C-4)の中に現れる板厚 $h(x)$ は、はりの長手方向の関数とする。一方、クリープひずみ速度は

$$\dot{\epsilon}_c(x, t) = - \frac{h(x)}{2} \frac{\partial^2 w_c(x, t)}{\partial x^2} \quad (C-5)$$

で与えられるので、式(C-3)~式(C-5)より

$$\dot{\epsilon}_c(x, t) = B \left\{ \frac{2n+1}{2n} \frac{3EI_0}{l^3} \left[\frac{2}{h(x)} \right]^2 T(t) x \right\}^n \quad (C-6)$$

あるいは

$$\dot{\epsilon}_c(x, t) = \alpha \left[\frac{2}{h(x)} \right]^{2n} \left(\frac{h_0}{2} \right)^{2n+1} \left[T(t) x \right]^n \quad (C-7)$$

となる。Norton則 ($\dot{\epsilon}_c = B \sigma^n$) を用いているので、応力は式(C-6)より

$$\sigma(x, t) = \frac{2n+1}{2n} \frac{3EI_0}{l^3} \left[\frac{2}{h(x)} \right]^2 T(t) x \quad (C-8)$$

と表せる。式(C-8)を時間で微分すると

$$\dot{\sigma}(x, t) = \frac{2n+1}{2n} \frac{3EI_0}{l^3} \left[\frac{2}{h(x)} \right]^2 \frac{\partial T(t)}{\partial t} x \quad (C-9)$$

となるが、式(C-2)より

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = - \frac{\alpha l^{n+2}}{n+2} [T(t)]^n \quad (C-10)$$

であるから、式(C-9)は

$$\dot{\sigma}(x, t) = - \frac{2n+1}{2n(n+2)} 3EI_0 \alpha l^{n-1} \left[\frac{2}{h(x)} \right]^2 [T(t)]^n x \quad (C-11)$$

となる。

式(C-7)及び(C-11)より、弾性追従係数は

$$\begin{aligned} q_c(x, t) &= -E \frac{\dot{\epsilon}_c(x, t)}{\dot{\sigma}(x, t)} \\ &= \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-2} \left[\frac{x}{l} \right]^{n-1} \end{aligned} \quad (C-12)$$

となる。一方、はりの付け根からの距離 x ($x = l - \chi$)を用いると、式(C-12)は

$$q_c(\chi) = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(\chi)} \right]^{2n-2} \left[\frac{l-\chi}{l} \right]^{n-1} \quad (C-13)$$

となる。

また、弾性追従係数が最大になる位置 x_{\max} は、式(C-13)の微係数をとることにより求められる。はりの付け根からの距離 x について微係数をとると、

$$\frac{dq_c}{dx} = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-2} \left[\frac{l-x}{l} \right]^{n-1} \times \left[-\frac{2}{h(x)} \frac{dh(x)}{dx} - \frac{1}{l-x} \right] \quad (C-14)$$

となる。

$$\frac{dq_c}{dx} = 0$$

より、

$$\frac{2}{h(x)} \frac{dh(x)}{dx} = -\frac{1}{l-x} \quad (C-15)$$

となる。

はりのつけ根が半径 ρ のコーナー r の場合

$$h(x) = h_0 + \rho - (2\rho x - x^2)^{1/2} \quad (C-16)$$

$$\frac{dh(x)}{dx} = -\frac{\rho - x}{(2\rho x - x^2)^{1/2}} \quad (C-17)$$

であるから、式(C-15)は、

$$(h_0 + \rho) (2\rho x - x^2)^{1/2} = x^2 - 2lx + 2\rho l \quad (C-18)$$

となる。 x_{\max} は式(C-18)の解であるが、式(C-18)は直接解けない。そこで、

$$x_{\max} \approx \rho \quad (C-19)$$

であることを考慮して近似解を求めると、

$$x_{\max} \approx l - ((l - \rho)^2 + \rho h_0)^{1/2} \quad (C-20)$$

となる。

〔はりの長さ l の補正〕

式(C-13)の導出に際しては、はりの長さ l については何も考慮しなかったが、はりの固定部の板厚が変化する場合には、固定部の剛性の変化により、見掛け上長さの異なるはりと同価な挙動を示すであろう。この見掛けの長さ変化を考慮すれば、式(C-13)の近似精度はかなり向上するものと思われる。ただし、固定部の板厚が任意に変化する場合の解を求めるのは困難なので、Fig. C-2 に示すように、固定部の板厚が任意に変化する場合と同価な剛性を持つ、板厚がステップ状に変化するはり ($h_0 \Rightarrow h_{0.1}$) と一様な板厚を持つはりのクリープによるたわみ角 θ が、 $x \geq \rho$ において常に等しくなる条件を求める。

板厚が一様なはりのたわみ角は、式(A-34)より

$$\theta(x, t) = \frac{\partial w_c}{\partial x} = \left\{ \left[\frac{n-1}{n+2} \alpha l^{n+2} t + w_0^{-n+1} \right]^{-1/(n-1)} w_0 \right\} \frac{n+2}{n+1} \frac{x^{n+1}}{l'^{n+2}} \quad (C-21)$$

と表せる。ここに、 $l' = l - \Delta l$ である。また、式(C-21)の $t = \infty$ における解は

$$\theta(x) = -w_0 \frac{n+2}{n+1} \frac{x^{n+1}}{l'^{n+2}} = -\frac{F l'^2}{3EI} \frac{n+2}{n+1} \frac{x^{n+1}}{l'^{n+1}} \quad (C-22)$$

となる。

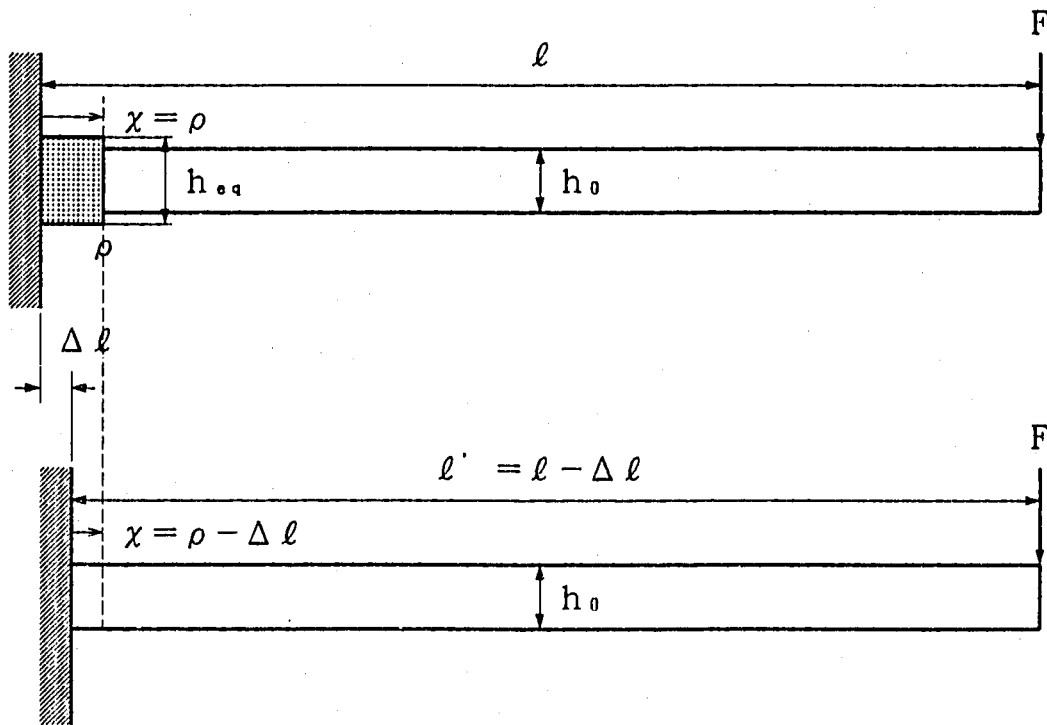


Fig. C-2 固定部の板厚が変化するはりと等価な挙動を示すはり

変数としてはりの付け根からの距離 x を用い、 $x = \rho$ の解を求めると

$$\theta(\rho) = \frac{4 F (\ell - \Delta \ell)^2}{E h_0^3} \frac{n+2}{n+1} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho}{\ell - \Delta \ell} \right]^{n+1} \right\} \quad (C-23)$$

となる。ここで、 $I = h_0^3/12$ を用いた。

一方、板厚がステップ状に変化するはりのたわみ角を与える式は、 $x = \rho$ の前後で形の異なる二つの式で表されるが、解の連続性から $x = \rho$ におけるたわみ角についてはいずれの式を用いても良いことになる。そこで、式の形が簡単な $x \leq \rho$ の解を用いるものとする。

$x = \rho$ の解 θ_{eq} は、

$$\theta_{eq}(\rho) = \frac{4 F \ell^2}{E h_{eq}^3} \frac{n+2}{n+1} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho}{\ell} \right]^{n+1} \right\} \quad (C-24)$$

で与えられる。クリープによるたわみ角 θ が、 $x \geq \rho$ において常に等しくなる条件は、

$$\theta(\rho) = \theta_{eq}(\rho) \quad (C-25)$$

であるから

$$\frac{(\ell - \Delta \ell)^2}{h_0^3} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho}{\ell - \Delta \ell} \right]^{n+1} \right\} = \frac{\ell^2}{h_{eq}^3} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho}{\ell} \right]^{n+1} \right\}$$

となる。 (C-26)

これを、 $\Delta \ell$ について解き、式(C-13)を

$$q_c(x) = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-2} \left[\frac{\ell - x}{\ell - \Delta \ell} \right]^{n-1} \quad (C-27)$$

で置き換えれば良い。

式(C-26)を直接解くことは難しいが、近似的には以下の式で与えられる。

$$\Delta \ell \approx \ell - \frac{\ell - \rho}{\left\{ 1 + \left[\frac{h_0}{h_{eq}} \right]^3 \left[\left(\frac{\ell - \rho}{\ell} \right)^{n+1} - 1 \right] \right\}^{1/(n+1)}} \quad (C-28)$$

また、式(C-28)から得られた $\Delta \ell$ の近似解を以下の式の右辺に代入して得られた解を、更に右辺に代入する操作を2~3回繰り返すとことによりかなり良い近似が得られる。

$$\Delta \ell = \ell - \frac{\ell - \rho}{\left\{ 1 + \left[\frac{h_0}{h_{eq}} \right]^3 \left[\frac{\ell - \rho}{\ell - \Delta \ell} \right]^2 \left[\left(\frac{\ell - \rho}{\ell} \right)^{n+1} - 1 \right] \right\}^{1/(n+1)}} \quad (C-29)$$

〔半径 ρ のコーナー r に対する等価板厚 h_{eq} 〕

Fig. C-3 に示すように、コーナー r の端 ($\chi = \rho$) に曲げモーメント M が作用すると、弾性変形によるたわみ δ を生じる。等価板厚 h_{eq} は、同じ大きさの曲げモーメント M を作用させたときに、コーナー r の端に生じるたわみ δ に等しいたわみを生じる一様な板厚を持つはりの板厚として定義される。従って、等価板厚 h_{eq} を求めるためには、コーナー r の端部のたわみを求める必要があるが、簡単には求まらない。そこで、本検討では、等価板厚 h_{eq} としてコーナー r 部分の平均板厚を用いた。即ち、 $h_{eq} \times \rho$ がコーナー r 部分の投影面積

$$A = h_0 \rho + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho^2 \quad (C-30)$$

に等しくなる条件より

$$h_{eq} = h_0 + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho \quad (C-31)$$

とした。

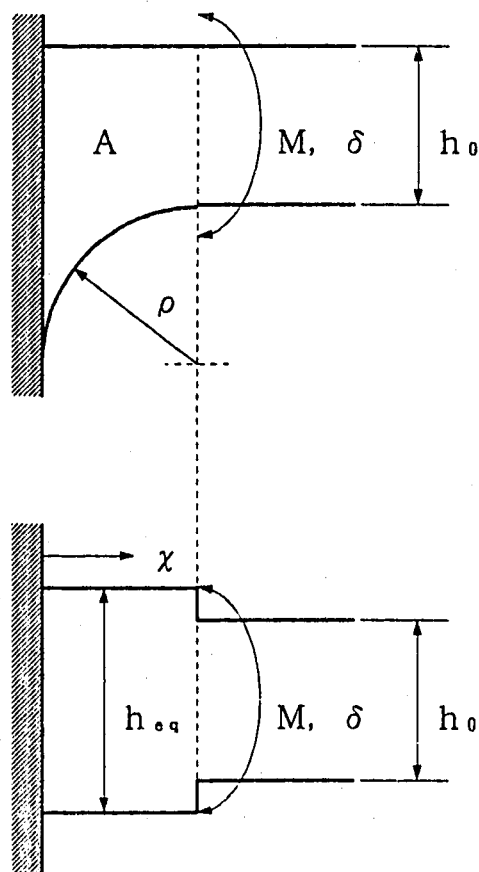


Fig. C-3 半径 ρ のコーナー r に対する等価板厚 h_{eq}

付録-D 円筒殻の固定部の板厚が変化する場合の弾性追従係数の補正

付録-Cでは、はりの固定部の剛性を考慮して弾性追従係数を補正したが、円筒殻の場合も同様に、固定部の剛性を考慮した補正を行えば近似式の精度は向上するはずである。円筒殻をはりと見なした場合の等価な長さ l_{eq} は、本文第3章で述べたように、シェルパラメータ β を使って

$$l_{eq} = \frac{\pi}{4\beta} \quad (D-1)$$

で与えられる。はりの場合には、全長 l が決まっているため、固定部の剛性が高くなることにより、見掛け上のはりの長さが Δl だけ短くなるものと考えた。一方、円筒殻の場合、固定部の剛性が高くなることにより応力の影響範囲が変化し、Fig. D-1 に示すように見掛け上はりの付け根が Δl だけシフトするような効果が現れる。このように考えた場合の、一様な板厚を持つはりの $\chi = \rho$ におけるたわみ角は

$$\theta(\rho) = \frac{4F\ell^2}{Eh_0^3} \frac{n+2}{n+1} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho + \Delta\ell}{\ell} \right]^{n+1} \right\} \quad (D-2)$$

で与えられる。一方、板厚がステップ状に変化するはりのたわみ角を与える式は、付録-Cに示した式(C-17)で与えられる。

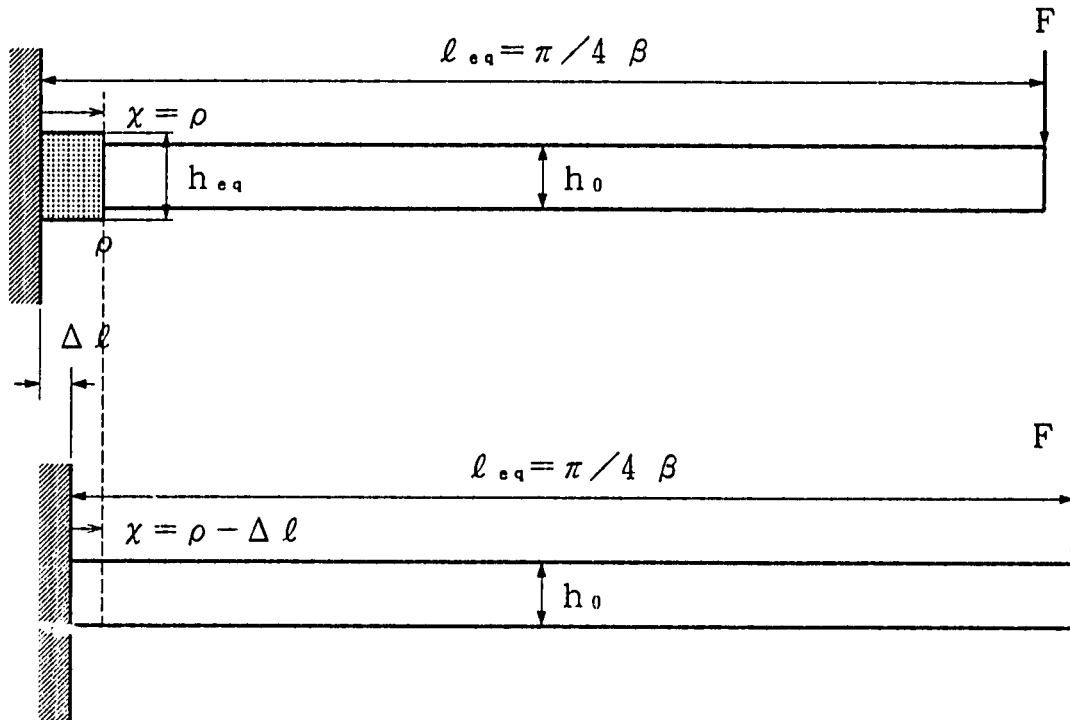


Fig. D-1 固定部の板厚が変化する円筒殻と等価な挙動を示す円筒殻

クリープによるたわみ角 θ が $x \geq \rho$ において等しくなる条件も、同様に式(C-18)で与えられる。

従って、

$$\frac{1}{h_0^3} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho + \Delta \ell}{\ell} \right]^{n+1} \right\} = \frac{1}{h_{0q}^3} \left\{ 1 - \left[\frac{\ell - \rho}{\ell} \right]^{n+1} \right\}$$

となる。これを、 $\Delta \ell$ について解くと (D-3)

$$\Delta \ell = \ell \left\{ 1 + \left[\frac{h_0}{h_{0q}} \right]^3 \left[\left(\frac{\ell - \rho}{\ell} \right)^{n+1} - 1 \right] \right\}^{1/(n+1)} - \ell + \rho \quad (D-4)$$

となる。

円筒殻の場合、等価な長さは変化しないではりの付け根の位置がシフトするので、弾性追従係数は

$$q_c(x) = \frac{n(n+2)}{2n+1} \left[\frac{h_0}{h(x)} \right]^{2n-2} \left[\frac{\ell - x + \Delta \ell}{\ell} \right]^{n-1} \quad (D-5)$$

で与えられる。

付録-E ノッチ底の弾性追従係数

Fig. E-1に示すようなノッチ付き丸棒のノッチ底の応力緩和挙動を考える。一般部の応力及びクリープひずみを、それぞれ σ_N 及び ϵ_{NC} と表す。また、集中部の応力とクリープひずみを、それぞれ σ_F 及び ϵ_{FC} と表す。丸棒には、一定変位が負荷されるものとする。

平均応力 σ_N と平均クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{NC}$ の間にノルトン則

$$\dot{\epsilon}_{NC} = B \{\sigma_N(t)\}^n \quad (E-1)$$

が成り立つことを仮定する。一般部の応力の時間変化は

$$\frac{d\sigma_N}{dt} = -E \frac{d\epsilon_{NC}}{dt} \quad (E-2)$$

で与えられるので、式(E-1)より

$$\frac{d\sigma_N}{dt} = -EB \{\sigma_N(t)\}^n \quad (E-3)$$

となる。

式(E-3)は、以下の解を持つ。

$$\sigma_N(t) = \{ (n-1)EBt + \sigma_{N0}^{-n+1} \}^{-1/(n-1)} \quad (E-4)$$

ここに、 σ_{N0} は $t=0$ における平均応力である。

一方、総体的な弾性追従 q_G が重畳する場合、式(E-3)は以下のようなになる。

$$\frac{d\sigma_N}{dt} = -\frac{EB}{q_G} \{\sigma_N(t)\}^n \quad (E-5)$$

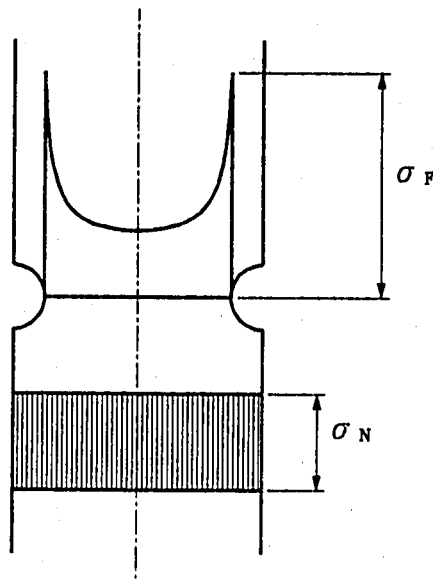


Fig. E-1 ノッチ付き丸棒の応力分布

式(E-5)は、以下の解を持つ。

$$\sigma_N(t) = \left(\frac{(n-1) E B t}{q_G} + \sigma_{N0}^{-n+1} \right)^{-1/(n-1)} \quad (E-6)$$

式(E-4)及び(E-6)は、ノッチによる断面積の減少が小さい場合には十分な精度で成り立っているものと思われる。

クリープによる応力緩和を考える場合には、応力集中係数 K_σ 及びひずみ集中係数 K_ϵ は、一般に時間に依存するものとして扱う必要がある。従って、これらを以下のように定義する。

$$K_\sigma(t) = \frac{\sigma_F(t)}{\sigma_N(t)} \quad (E-7)$$

$$K_\epsilon(t) = \frac{\sigma_F(t) + E \epsilon_{FC}(t)}{\sigma_N(t) + E \epsilon_{NC}(t)} \quad (E-8)$$

ここに、 E はヤング率である。

切欠底の弾性応力集中係数を K とすると、弾塑性の場合には以下に示すNeuber則が近似的に成り立っている。

$$K_\sigma \cdot K_\epsilon = K^2 \quad (E-9)$$

クリープの場合にも、Neuber則が成り立ち、応力集中係数とひずみ集中係数の積

$$K_\sigma(t) \cdot K_\epsilon(t) = K^2 = \text{const.} \quad (E-10)$$

は応力緩和中一定であるものと仮定する。この仮定が、ほぼ妥当であり、少なくとも保守的になることは参考文献[]に述べられている。

応力緩和中の一般部のクリープひずみ ϵ_{NC} は

$$\epsilon_{NC}(t) = \frac{\sigma_{N0} - \sigma_N(t)}{E} \times q_G \quad (E-11)$$

と表せる。式(E-7)、(E-8)、(E-10)及び(E-11)より

$$K_\sigma(t) \cdot K_\epsilon(t) = \frac{\sigma_F(t)}{\sigma_N(t)} \frac{\sigma_F(t) + E \epsilon_{FC}(t)}{q_G \sigma_{N0} + (1 - q_G) \sigma_N(t)} = K^2 \quad (E-12)$$

となる。式(E-12)は

$$\sigma_F(t) + E \epsilon_{FC}(t) = K^2 \{ q_G \sigma_{N0} + (1 - q_G) \sigma_N(t) \} \frac{\sigma_N(t)}{\sigma_F(t)} \quad (E-13)$$

となる。式(E-13)の両辺の時間微分をとり、クリープ則としてNorton則を仮定し、式を整理すると

$$\frac{d \sigma_F(t)}{d t} = - E B \frac{\{\sigma_F(t)\}^n + K^2 \{\sigma_{N0} + (1/q_G - 1) \sigma_N(t)\} \frac{\{\sigma_N(t)\}^n}{\sigma_F(t)}}{1 + K^2 \{q_G \sigma_{N0} + (1 - q_G) \sigma_N(t)\} \frac{\sigma_N(t)}{\{\sigma_F(t)\}^2}} \quad (E-14)$$

となる。ここで、Norton則から得られる以下の関係と式(E-5)を用いた。

$$\dot{\epsilon}_{FC} = B \{\sigma_F(t)\}^n \quad (E-15)$$

一般部の応力 $\sigma_N(t)$ は式(E-6)で得られているが、式(E-14)は $\sigma_F(t)$ に対して非線形になっており、容易には解けない。そこで、以下のような仮定をおき、近似解を求める。

1) 弾性追従係数が最大となる時点 (τ) の応力集中はほぼ定常状態に達しており、応力一定の場合の定常時の応力集中係数に等しい。即ち、

$$K_G(\tau) \approx K_G(\infty) = K^{2/(n+1)} \quad (E-16)$$

を仮定する。

2) 一般部の応力は、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) では、初期応力からほとんど緩和していない。即ち、

$$\sigma_N(\tau) \approx \sigma_{N0} \quad (E-17)$$

と仮定する。

最初の仮定については、ノッチ底の弾性追従係数が最大になるあたりでは、はりに見られるような定常的な緩和挙動を示すことから近似的には十分許容できるものと思われる。ただし、2番目の仮定については、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) では、一般部の応力がある程度緩和しており、近似としては十分ではない。従って、とりあえずこのような仮定の下に1次近似的な式を求め、一般部の応力緩和の影響を見直すものとする。

式(E-16)及び(E-17)より、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) のノッチ底の応力は

$$\sigma_F(\tau) = K^{2/(n+1)} \sigma_{N0} \quad (E-18)$$

となる。式(E-17)及び(E-18)を式(E-14)に代入し、整理すると以下の式が得られる。

$$\dot{\sigma}_F(\tau) = - \frac{2 E B}{q_G} \frac{K^{2n/(n+1)}}{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}} \sigma_{N0} \quad (E-19)$$

一方、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) のノッチ底のクリープひずみの増分は、式(E-15)及び(E-18)より

$$\dot{\epsilon}_{FC}(\tau) = B K^{2n/(n+1)} \sigma_{N0}^n \quad (E-20)$$

となる。従って、弾性追従係数の瞬間値

$$q_F(\tau) = - \frac{E \dot{\epsilon}_F(\tau)}{\dot{\sigma}_F(\tau)} \quad (E-21)$$

は、式(E-19)及び(E-20)より

$$q_{F1}(\tau) = \frac{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}}{2} q_G \quad (E-22)$$

となる。これが1次近似的な式である。

次に、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) の一般部の応力 $\sigma_N(\tau)$ のおおよその値を、式(E-22)より見積もる。ノッチ底の応力の緩和は、式(E-22)より

$$\frac{d\sigma_F(t)}{dt} = -\frac{EB}{q_{F1}(\tau)} \{\sigma_F(t)\}^n \quad (E-23)$$

で近似的に与えられるであろう。式(E-23)の解は

$$\sigma_F(t) = \left\{ \frac{(n-1)EBt}{q_{F1}(\tau)} + \sigma_{F0}^{-n+1} \right\}^{-1/(n-1)} \quad (E-24)$$

となる。従って、弾性追従係数が最大となる時点 (τ) のノッチ底応力は

$$\sigma_F(\tau) = \left\{ \frac{(n-1)EB\tau}{q_{F1}(\tau)} + \sigma_{F0}^{-n+1} \right\}^{-1/(n-1)} \quad (E-25)$$

となり、式(E-18)及び(E-25)より τ を逆算すると

$$\tau = \frac{q_{F1}(\tau)}{(n-1)EB} (K^{-2(n-1)/(n+1)} - K^{-n+1}) \sigma_{N0}^{-n+1} \quad (E-26)$$

となる。

$t = \tau$ における一般部の応力を、式(E-6)より求めると

$$\sigma_N(\tau) = \left\{ \frac{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}}{2} (K^{-2(n-1)/(n+1)} - K^{-n+1}) + 1 \right\}^{-1/(n-1)} \times \sigma_{N0} \quad (E-27)$$

となる。ここで、 $\sigma_N(\tau)$ と初期応力 σ_{N0} の比を

$$\alpha = \left\{ \frac{1 + K^{2(n-1)/(n+1)}}{2} (K^{-2(n-1)/(n+1)} - K^{-n+1}) + 1 \right\}^{-1/(n-1)} \quad (E-28)$$

と表すと

$$\sigma_N(\tau) = \alpha \sigma_{N0} \quad (E-29)$$

となる。式(E-17)の代わりに式(E-29)を式(E-14)に代入すると

$$\dot{\sigma}_F(\tau) = -EB \frac{K^{2n/(n+1)} \left\{ 1 + \alpha^n \left(1 + 2\alpha \left(\frac{1}{q_G} - 1 \right) \right) \right\}}{1 + q_G \alpha K^{2(n-1)/(n+1)} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{1}{q_G} - 1 \right) \right\}} \sigma_{N0} \quad (E-30)$$

となる。式(E-30)及び(E-20)より、ノッチ底の弾性追従係数は

$$q_F(\tau) = \frac{1 + q_G \alpha K^{2(n-1)/(n+1)} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{1}{q_G} - 1 \right) \right\}}{1 + \alpha^n \left\{ 1 + 2\alpha \left(\frac{1}{q_G} - 1 \right) \right\}} \quad (\text{E-31})$$

となる。

付録-F 解析モデルの概要

1. 片持ちはりの弾性追従解析モデル

(1) モデル形状

- ・コーナー r なしモデル Fig. F-1 (1)
- ・コーナー r 付きモデル Fig. F-1 (2)

(2) 境界条件及び荷重条件

- ・境界条件 Fig. F-2
- ・荷重条件：片持ちはりの一端に一定変位 $\delta = 2.0$ mm を負荷した。

(3) 使用要素及び材料特性

- ・使用要素 : FINAS の 3 次元要素 (BEAM2)
- ・ヤング率 : $E = 16000$ Kg/mm**2
- ・ポアソン比 : $\nu = 0.3$
- ・クリープ則 : ノルトン則 $\dot{\epsilon}_c = B \sigma^n$
 $B = 10^{-13}$ 、 $n = 3, 5, 7$

2. 円筒殻の弾性追従解析モデル

(1) モデル形状

- ・コーナー r なしモデル Fig. F-3 (1)
- ・コーナー r 付きモデル Fig. F-3 (2)

(2) 境界条件及び荷重条件

- ・境界条件 Fig. F-4
- ・荷重条件：円筒殻の下端に変位約 $\delta = 0.74$ mm を負荷した。

(3) 使用要素及び材料特性

- ・使用要素 : FINAS の 3 次元要素 (CONIC2)
- ・ヤング率 : $E = 16000$ Kg/mm**2
- ・ポアソン比 : $\nu = 0.3$
- ・クリープ則 : ノルトン則 $\dot{\epsilon}_c = B \sigma^n$
 $B = 10^{-13}$ 、 $n = 3, 5, 7$

3. 環状切欠を有する丸棒の弾性追従解析モデル

(1) モデル形状

- ・ $q_0 = 1.0$ モデル Fig. F-5 (1)、F-5 (2)
- ・ $q_0 = 2.0$ モデル Fig. F-6 (1)、F-6 (2)

(2) 境界条件及び荷重条件

- ・境界条件 Fig. F-7 (1)、F-7 (2)
- ・荷重条件： $q_0 = 1.0$ モデルに $\delta = 0.2$ mm、 $q_0 = 2.0$ モデルに
 約 $\delta = 0.4$ mm を負荷した。

(3) 使用要素及び材料特性

- ・使用要素 : FINAS の 3 次元要素 (QAX8)
- ・ヤング率 : $E = 16000$ Kg/mm**2
- ・ポアソン比 : $\nu = 0.3$
- ・クリープ則 : ノルトン則 $\dot{\epsilon}_c = B \sigma^n$
 $B = 10^{-13}$ 、 $n = 3, 5, 7$

4. フィレット付円筒殻の弾性追従解析モデル

(1) モデル形状

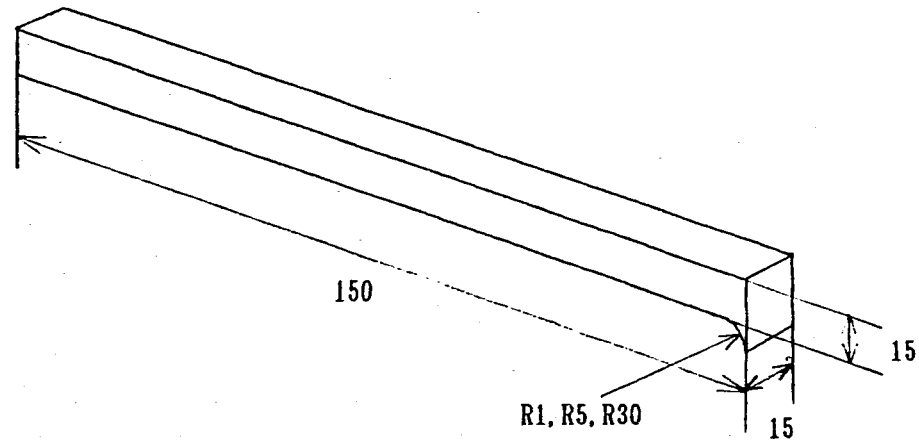
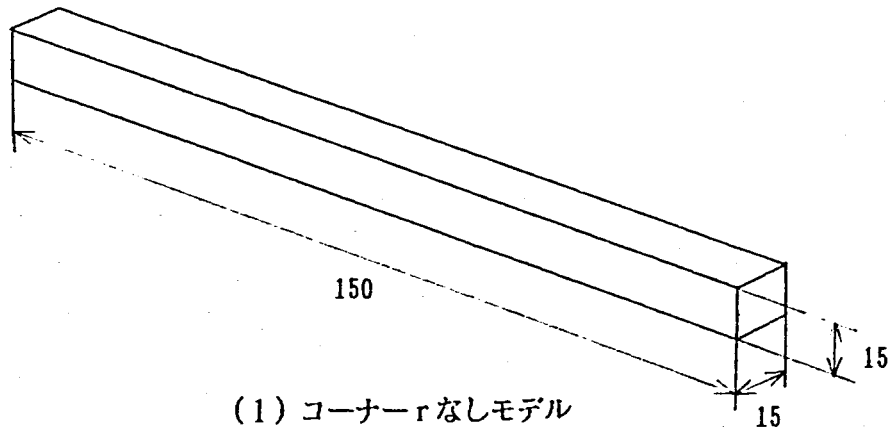
- ・ R = 1 mm モデル Fig. F-8
- ・ R = 5 mm モデル Fig. F-9

(2) 境界条件及び荷重条件

- ・ 境界条件 Fig. F-10
- ・ 荷重条件 : 右端に変位 $\delta = 1.0$ mm を負荷した。

(3) 使用要素及び材料特性

- ・ 使用要素 : FINAS の 3 次元要素 (QAX8、TAX6)
- ・ ヤング率 : $E = 16000 \text{ Kg/mm}^2$
- ・ ポアソン比 : $\nu = 0.3$
- ・ クリープ則 : ノルトン則 $\dot{\epsilon}_c = B \sigma^n$
 $B = 10^{-13}$ 、 $n = 3、5、7$



(2) コーナーr付きモデル

Fig. F-1 片持ちはりの弾性追従解析モデル

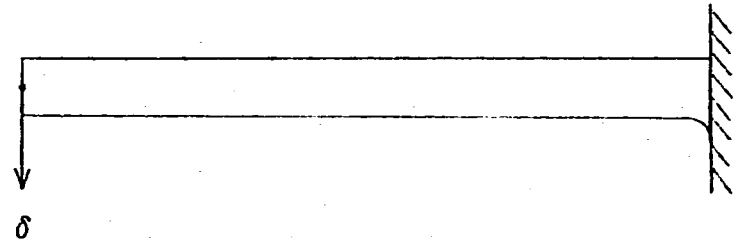
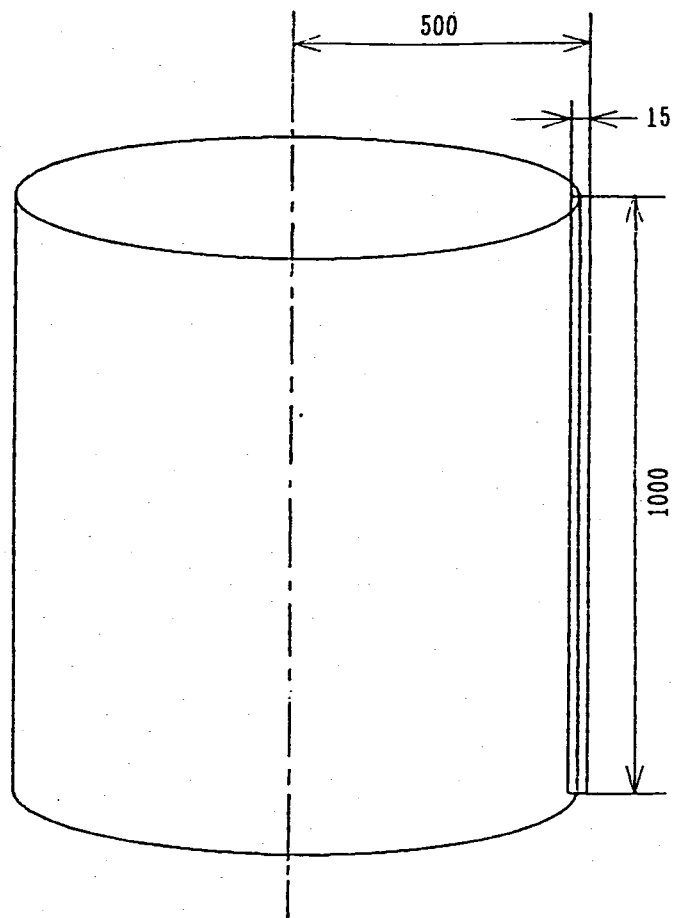
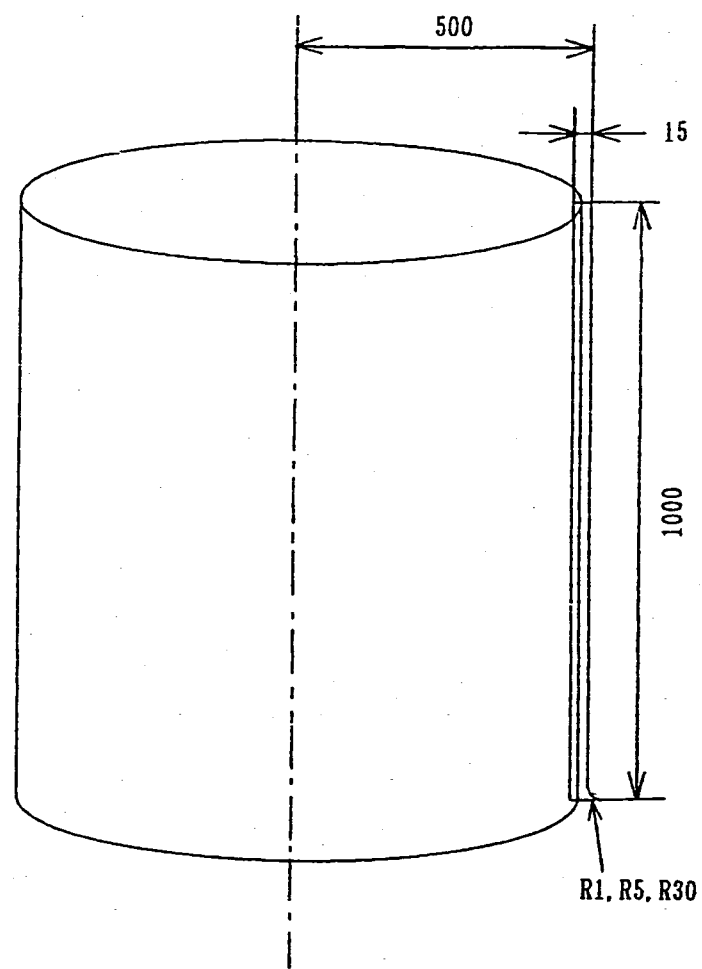


Fig. F-2 境界条件



(1) コーナーrなしモデル



(2) コーナーr付きモデル

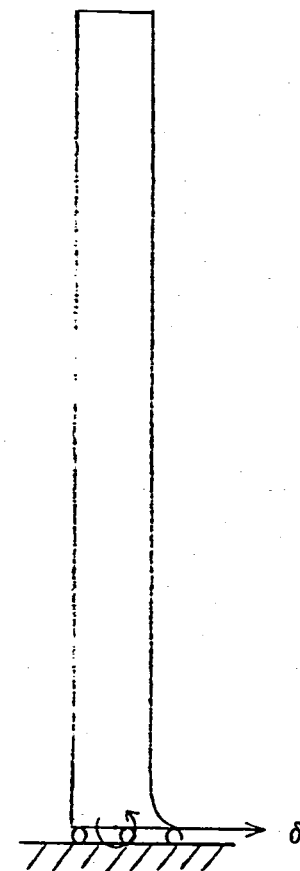
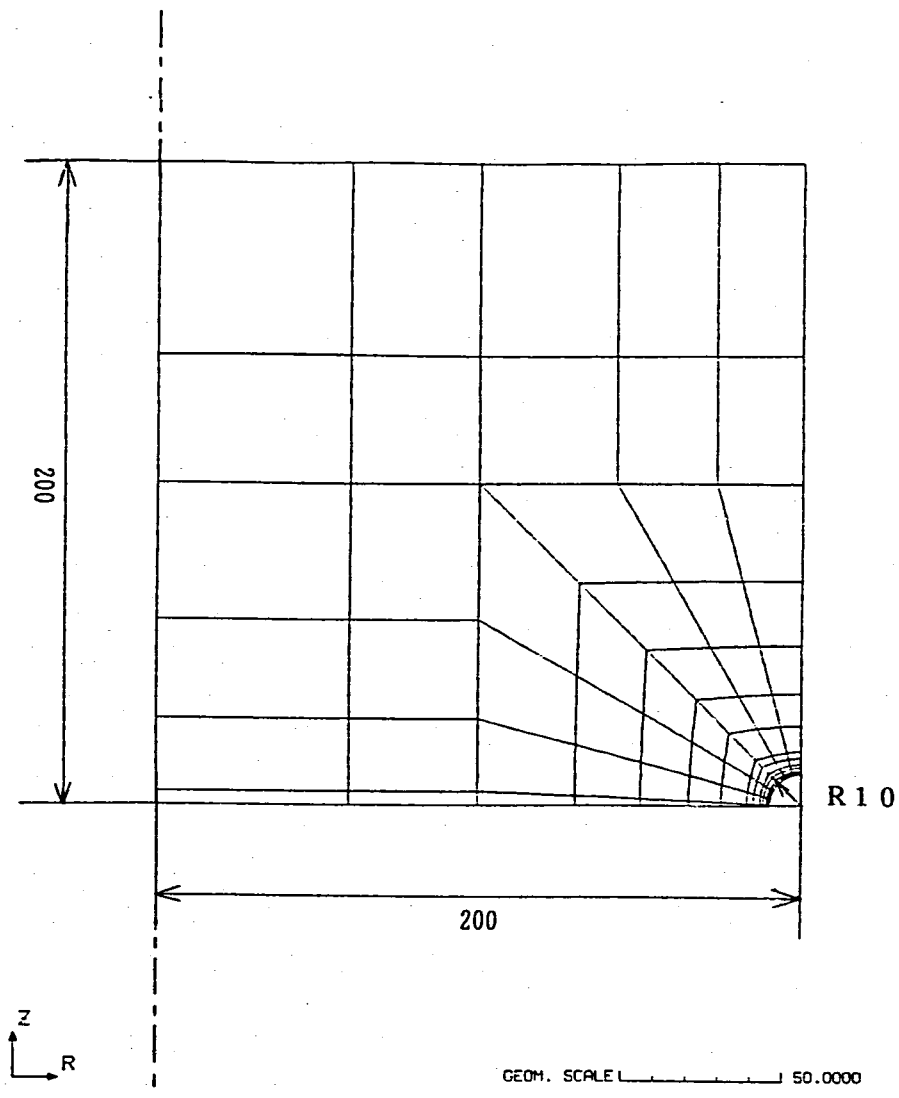


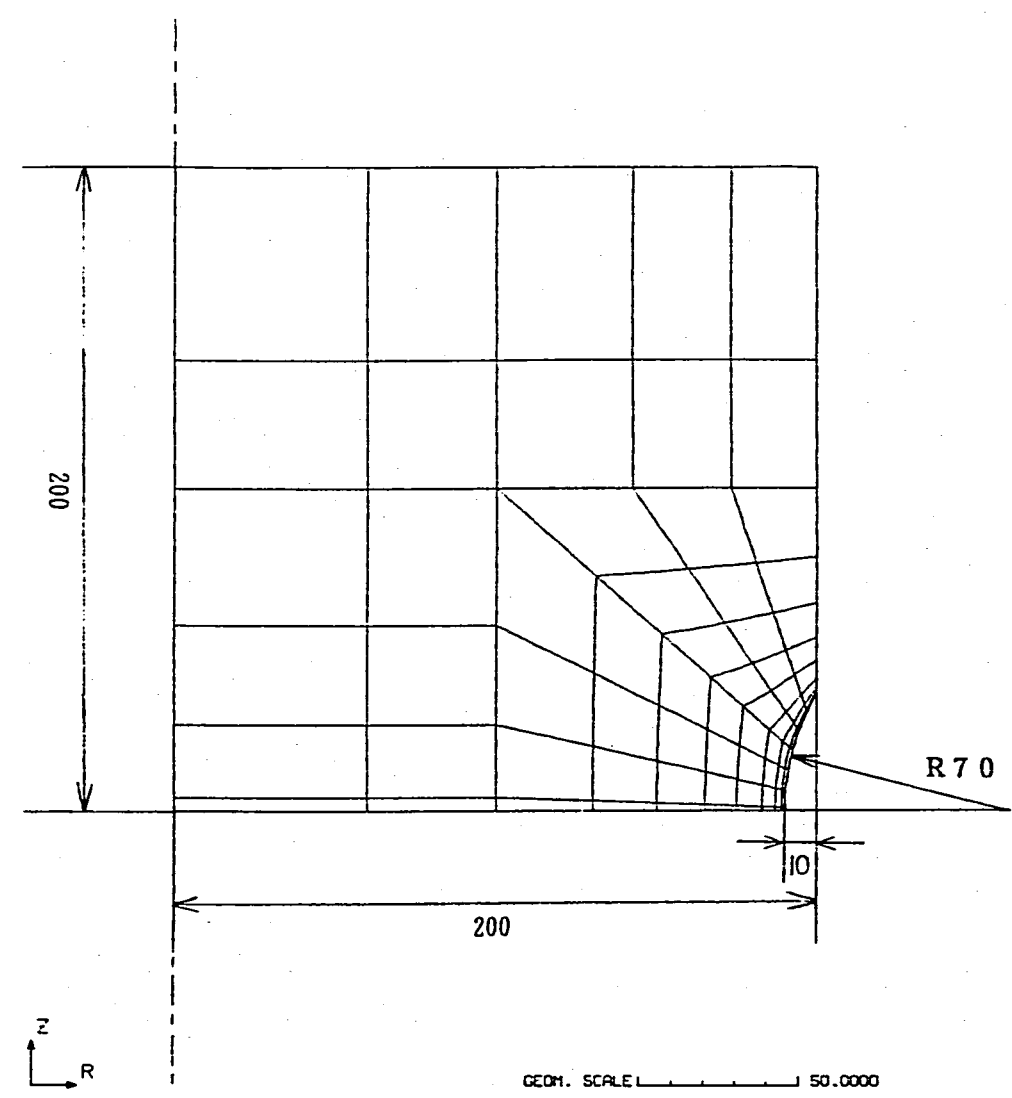
Fig. F-4 境界条件

Fig. F-3 円筒殻の弾性追従解析モデル

-137-

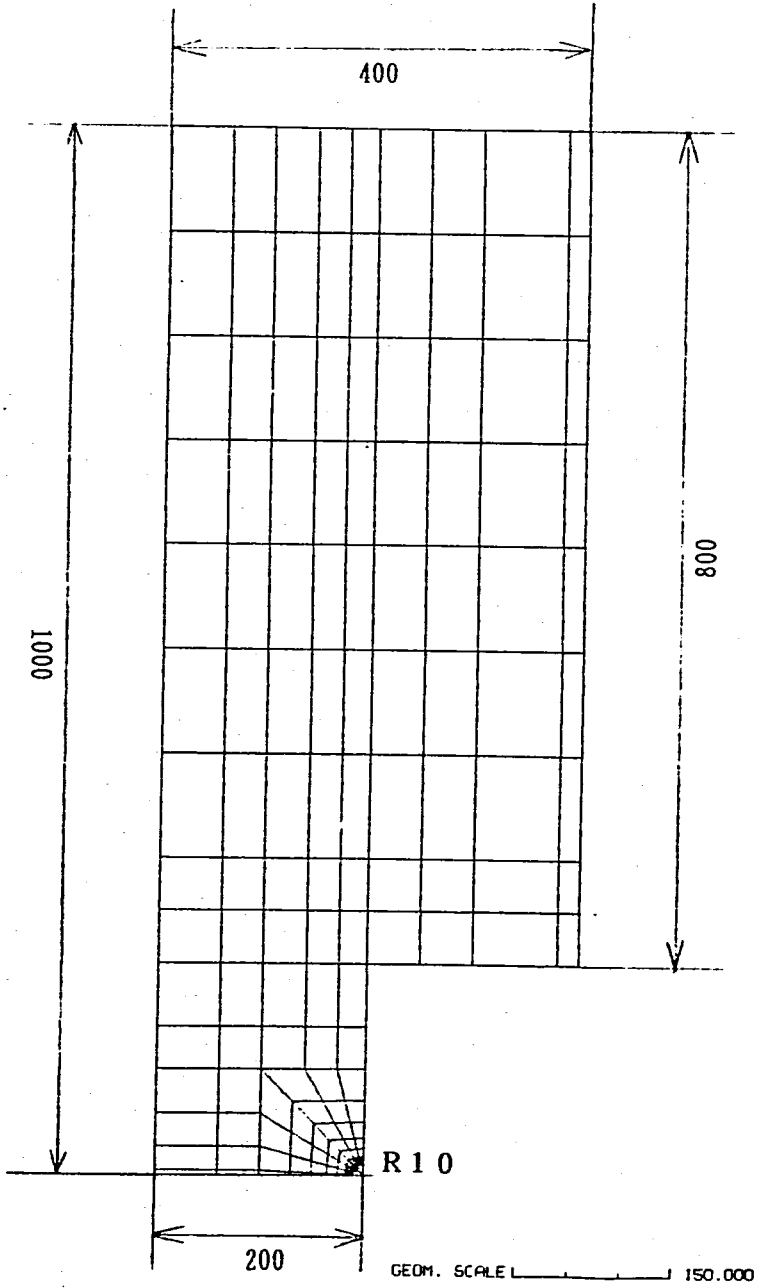


(1) $K=2.75$

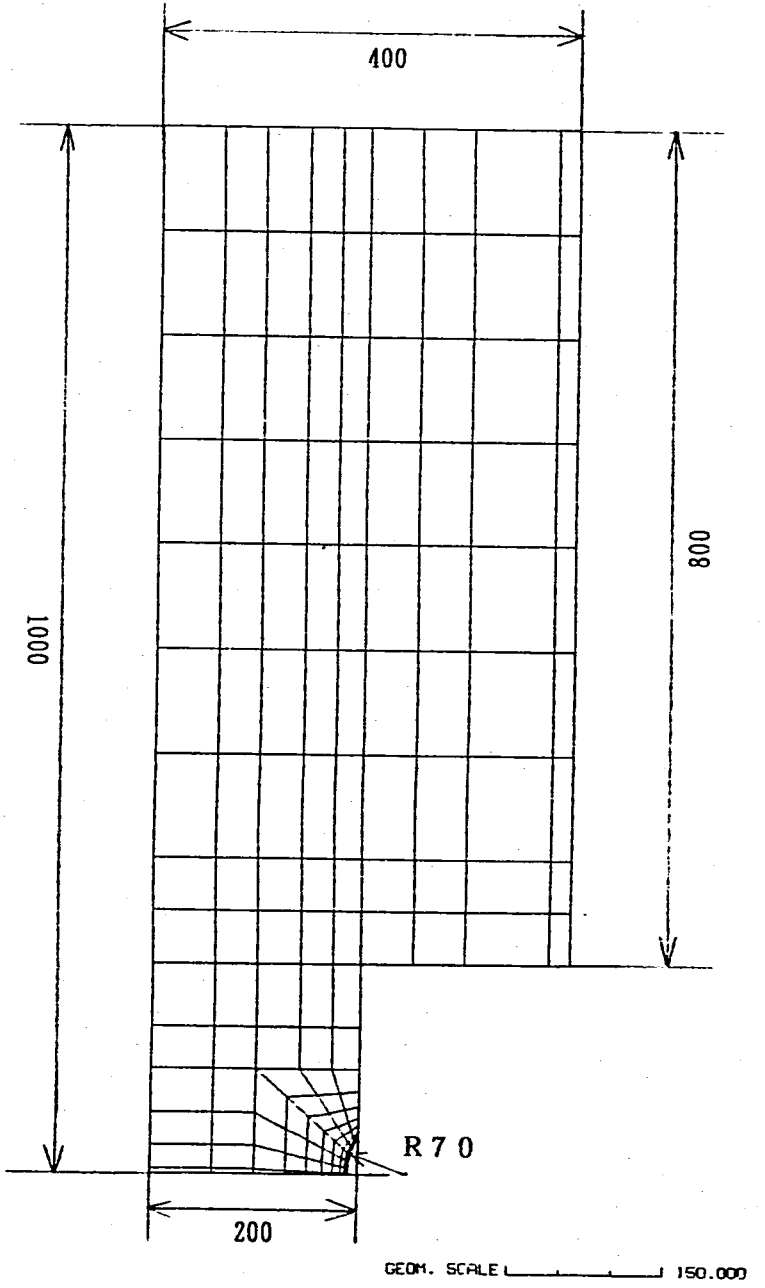


(2) $K=1.625$

Fig.F-5 環状切欠を有する丸棒の弾性追従解析モデル ($q_0=1.0$)

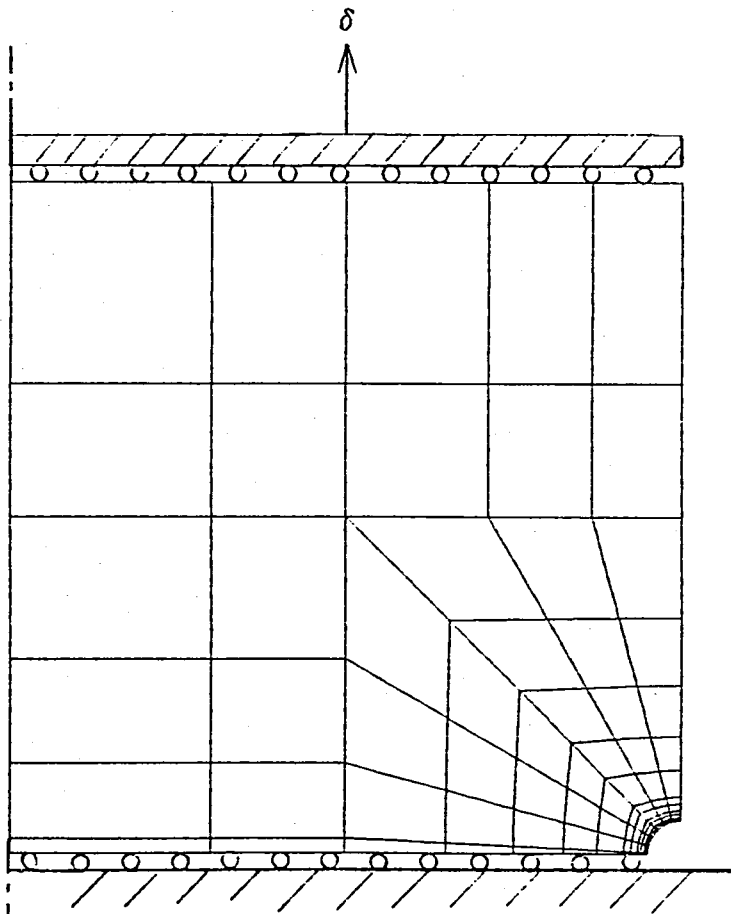


(1) $K=2.75$

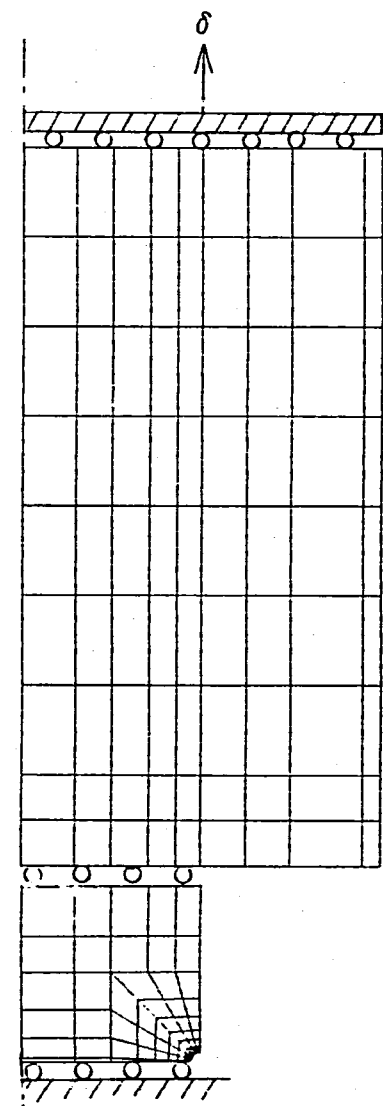


(2) $K=1.625$

Fig. F-6 環状切欠を有する丸棒の弾性追従解析モデル ($q_G=2.0$)



$q_c = 1.0$



$q_c = 2.0$

Fig. F-7 環状切欠を有する丸棒の境界条件

FINAS

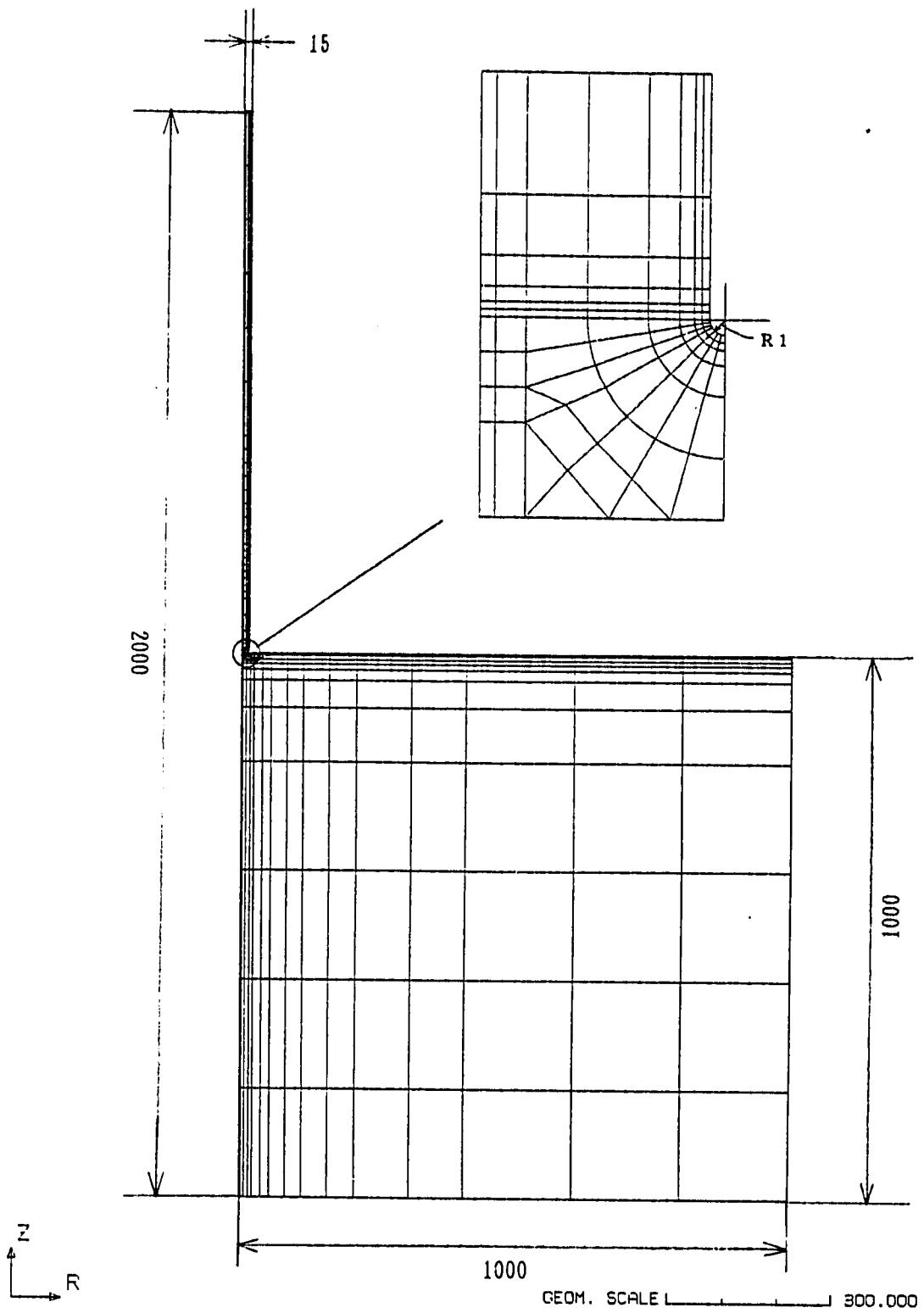


Fig.F-8 フィレット付円筒殻の弾性追従解析モデル ($K=2.13$)

FINAS

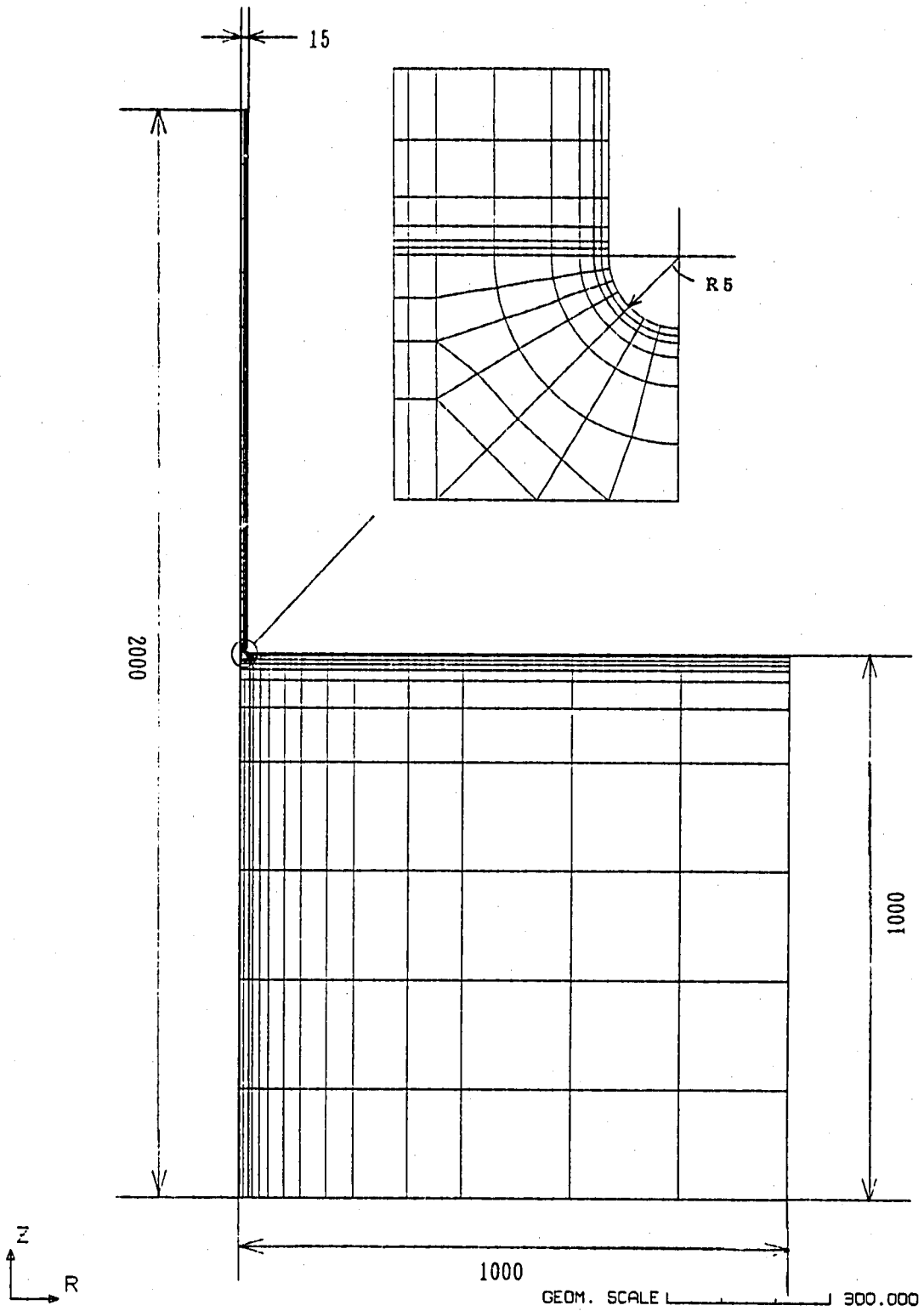


Fig.F-9 フィレット付円筒殻の弾性追従解析モデル (K=1.31)

FINAS

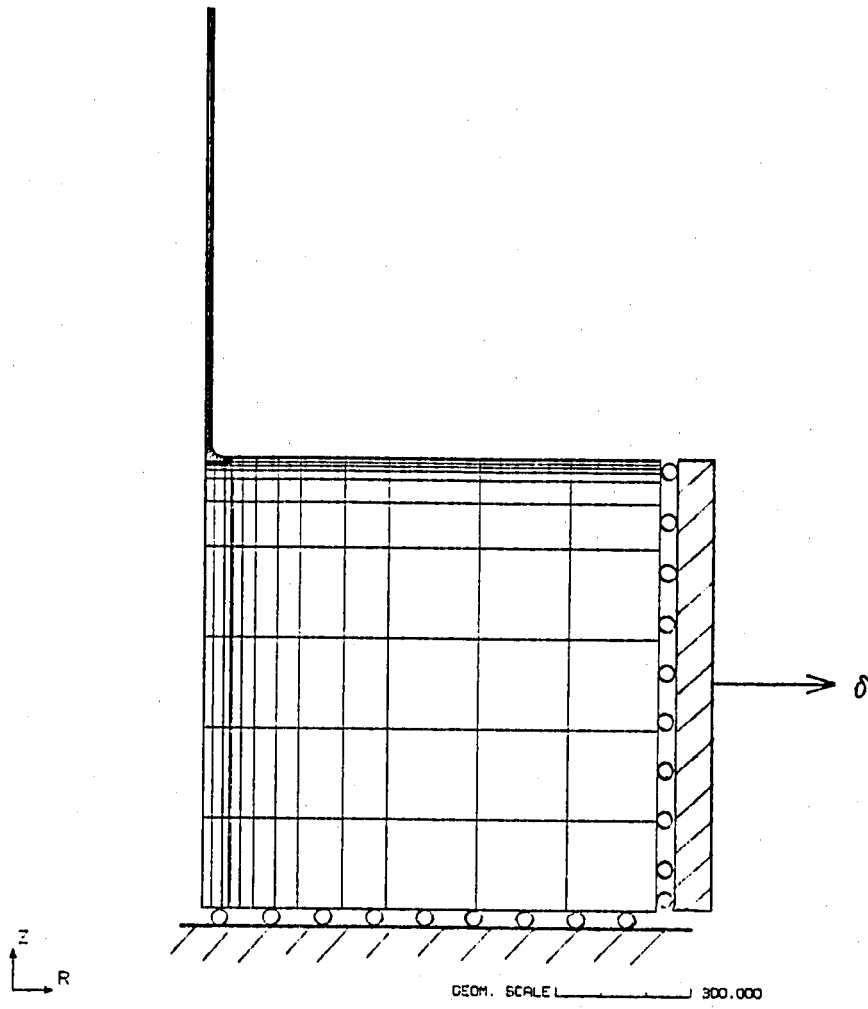


Fig. F-10 フィレット付円筒殻の境界条件