

分置

平滑部材熱過渡強度評価法の開発

(3)構造解析法の開発

平成 5 年 8 月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

平滑部材熱過渡強度評価法の開発

(3)構造解析法の開発

笠原直人*、柄谷和輝**

要旨

構造解析に使用する物性値の温度依存性とひずみ集中評価法が平滑部材熱過渡強度評価結果に及ぼす影響を調べた。

物性値の温度依存性は、温度上昇と共に応力を下げる方向に変化するが、その大きさは2%以内で大きくはないことを明らかにした。

歪み集中評価法に関しては熱過渡時の歪み挙動に大きな影響を与える(1)熱ピーク応力、(2)ポアソン比効果、(3)材料非線形性およびこれらの重畠効果と、歪み集中の程度を表わす弾性追従パラメータの関係を以下のように調べ、熱過渡強度評価に使用するための歪み集中評価法を提案した。

(1) 热ピーク応力を表わす温度分布指数と弾性追従パラメータの関係

温度分布指数 弾性追従パラメータ

$$\nu = 0.499 \quad \nu = 0.3$$

n' = 1. 5	1. 4 8	1. 0 4
n' = 2. 0	1. 5 4	1. 0 8
n' = 2. 5	1. 5 7	1. 1 1
n' = 3. 0	1. 5 8	1. 1 2
n' = 5. 0	1. 5 8	1. 1 2

(2) ポアソン比効果を表わす弾性追従パラメータ

$$q \nu = 1. 4$$

(3) 材料非線形性を表わすn乗則応力指数と弾性追従パラメータの関係

n乗則応力指数 弾性追従パラメータ

N = 3	1. 5 3 9
N = 5	1. 5 7 8
N = 7	1. 6 0 3

(4) 重畠効果

熱ピーク応力とポアソン比効果は弾性追従パラメータの乗算関係にある。

材料非線形性は熱ピーク応力の効果を若干増加させる。

弾性解析による歪み $\varepsilon_n + \varepsilon_F$ から弾塑性歪み ε_t を評価する集中係数 K_ε を以下のように提案する。

$$\varepsilon_t = K_\varepsilon (\varepsilon_n + \varepsilon_F)$$

$$K_\varepsilon = 1 + (q - 1) \{ 1 - \sigma_y / (S_n + S_F) \}, q = 5 / 3$$

* 大洗工学センター 機器構造開発部 構造工学室

** 大洗工学センター 機器構造開発部 構造工学室 現株式会社C R C総合研究所

August, 1993

Development of Thermomechanical Design Methods for Smooth Structures

(3) Development Structural Analysis Methods

Naoto Kasahara*, Kazuteru Garatani**

ABSTRACT

Temperature dependency of material properties for structural analysis and strain concentration evaluation methods have influences on thermal transient strength evaluation result, and those effects were investigated.

It appeared that temperature dependency of material properties has small influences. On the strain concentration evaluation method, effects of (1) thermal peak stress, (2) Poisson's ratio, and (3) Nonlinearity of materials on strain concentration, a degree of which is described by elastic follow-up parameters, were evaluated as follows.

(1) Relations between thermal peak stresses and elastic follow-up parameters

peak stress index	$\nu = 0.499$	$\nu = 0.3$
-------------------	---------------	-------------

Tn= 1. 5	1. 4 8	1. 0 4
Tn= 2. 0	1. 5 4	1. 0 8
Tn= 2. 5	1. 5 7	1. 1 1
Tn= 3. 0	1. 5 8	1. 1 2
Tn= 5. 0	1. 5 8	1. 1 2

(2) An elastic follow-up parameter for Poisson's ratio

$$q \nu = 1. 4$$

(3) Relations between nonlinearity of materials and elastic follow-up parameters

stress-strain index	elastic follow-up parameter
---------------------	-----------------------------

N = 3	1. 5 3 9
N = 5	1. 5 7 8
N = 7	1. 6 0 3

(4) If peak stress and Poisson's ratio effect are overlapped, elastic follow-up parameters are multiplied.

The following strain concentration factor is proposed, though this study.

$$\varepsilon_t = K \varepsilon (\varepsilon_n + \varepsilon_F)$$

$$K \varepsilon = 1 + (q - 1) \{ 1 - \sigma_y / (S_n + SF) \}, q = 5/3$$

where $\varepsilon_n + \varepsilon_F$: elastic analysis result, ε_t : plastic-strain

$K \varepsilon$: strain concentration factor.

* Oarai Engineering Center, Structural Engineering Section

** Oarai Engineering Center, Structural Engineering Section, Presently
CRC Research Institute Inc.

目 次

1. 热過渡強度評価に必要な構造解析に含まれる強度影響因子	1
2. 热弾性解析結果に与える物性値の温度依存性の影響	5
3. ひずみ集中評価法	9
3. 1 ホットレグ配管のひずみ集中挙動	9
3. 2 ひずみ集中の支配因子—熱ピーク応力	9
3. 3 ひずみ集中の支配因子—ポアソン比効果	13
3. 4 ひずみ集中の支配因子—材料非線形性	14
3. 5 ひずみ集中の支配因子—各因子の重畠	15
4. 热過渡強度評価における構造解析法の考察とひずみ集中評価法の提案	32
5. 結 論	33
謝 辞	34
参考文献	35
付 錄	36
A 1. 弹塑性モデルによるn乗則解析法	37
A 2. 非線形弾性モデルによるn乗則解析法	59
A 3. n乗則解析法の比較	95
A 4. 弹性追従モデル	101

List of Tables

Table 2.1 Effects of Temperature Dependency of Material Properties on Thermal Transient Stress.....	6
Table 2.2 Dependency of Thermal Material Properties on Temperature.....	6
Table 2.3 Dependency of Mechanical Material Properties on Temperature.....	6
Table 3.1 Analysis Parameters on Stress-Strain Relationship.....	9
Table 3.2 Parameters to Define Non-linearity of Temperature Distribution Across Wall Thickness.....	12
Table 3.3 Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress(N=5)	12
Table 3.4 Elastic Follow-up Parameters for Poisson's Ratio Effect(N=5)	14
Table 3.5 Analysis Parameters for Non-linearity of Stress-Strain Relationship($T_n=3.0$, $\nu =0.499$)	14
Table 3.6 Elastic Follow-up Parameters for Non-linearity of Stress-Strain Relationship($T_n=3.0$, $\nu =0.499$)	14
Table 3.7 Analysis Cases to investigate Interaction of Strain Concentration Causes	15

List of Figures

Fig. 1.1 Primary of A 600MWe Head Access Plant	2
Fig. 1.2 Thermal Transient Condition of a Primary Circuit.....	3
Fig. 1.3 Fish Born Diagram of Thermal Transient Strenght Factors.....	4
Fig. 2.1 Elastic Analysis Results with and without consideration of Dependency of Material Properties to Temperature.....	7
Fig. 2.2 Dependency of Thermal and Mechanical Properties to Temperature.....	8
Fig. 3.1 Finite Element Model of a Hot Leg Piping of a Primary Circuit.....	16
Fig. 3.2 Boundary Condition of a Hot Leg Piping Model	17
Fig. 3.3 Evaluation Point of a Hot Leg Piping Model	18
Fig. 3.4 Stress-Strain Relations Described by Power Law.....	19
Fig. 3.5 Strain Concentration Factors of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient.....	20
Fig. 3.6 Elastic Follow-up Parameters of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient.....	21
Fig. 3.7 Stress Components of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient.....	22
Fig. 3.8 Linearized Stresses of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient	23
Fig. 3.9 Thermal Peak Stresses of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient.....	24
Fig. 3.10 Temperature Gradient across Thickness Based on Power Lew.....	25

- Fig. 3.11 Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress($\nu = 0.499$) 26
- Fig. 3.12 Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress($\nu = 0.3$) 27
- Fig. 3.13 Elastic Follow-up Parameters for Poisson's Ratio Effect 28
- Fig. 3.14 Variation of Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress
due to Non-linearity of Stress-Strain Relationship($\nu = 0.499$) 29
- Fig. 3.15 Comparison of Elastic Follow-up Parameters for Thermai Peak Stress
between Elastic-Plastic Model and Non-linear Elastic Model(N=5) 30
- Fig. 3.16 Comparison of Elastic Follow-up Parameters for Thermai Peak Stress
between Elastic-Plastic Model and Non-linear Elastic Model(N=7) 31

1. 热過渡強度評価に必要な構造解析に含まれる強度影響因子

ヘッドアクセス方式60万kWeプラントの高応力発生平滑部材であるホットレグ配管 (Fig. 1.1) の代表的熱過渡である手動トリップ (Fig. 1.2) が繰り返し負荷される問題を例にとり熱過渡強度評価の強度影響因子をFig. 1.3に示すように摘出した[1]。本報告書はこのなかから構造解析に係わる因子の評価を行なったものである。

FEMによる構造の非定常温度解析法および熱弾性解析法はほぼ確立されているが、使用者のオプションとして物性値の設定がある。実際の物性値は温度依存性を有するが、設計解析時には簡便さから代表温度を設定し一定の物性値を使用することが多い。このため、物性値の温度依存性を考慮した場合と非考慮の場合の熱応力計算値への影響を調べる。

平滑部材を対象とした場合、熱過渡による温度荷重は板厚内温度分布により決まる。熱弾性解析からは温度と対応した応力分布が得られるが、このなかから次の非弾性挙動予測への影響が大きい因子として板厚内温度分布と一対一対応である板厚内応力分布、応力成分比を取り上げる。

非弾性挙動の予測については、材料非線形性を表わす応力-歪み関係と、主要破損モードであるクリープ疲労損傷評価に必要なひずみ集中係数を因子として取り上げる。

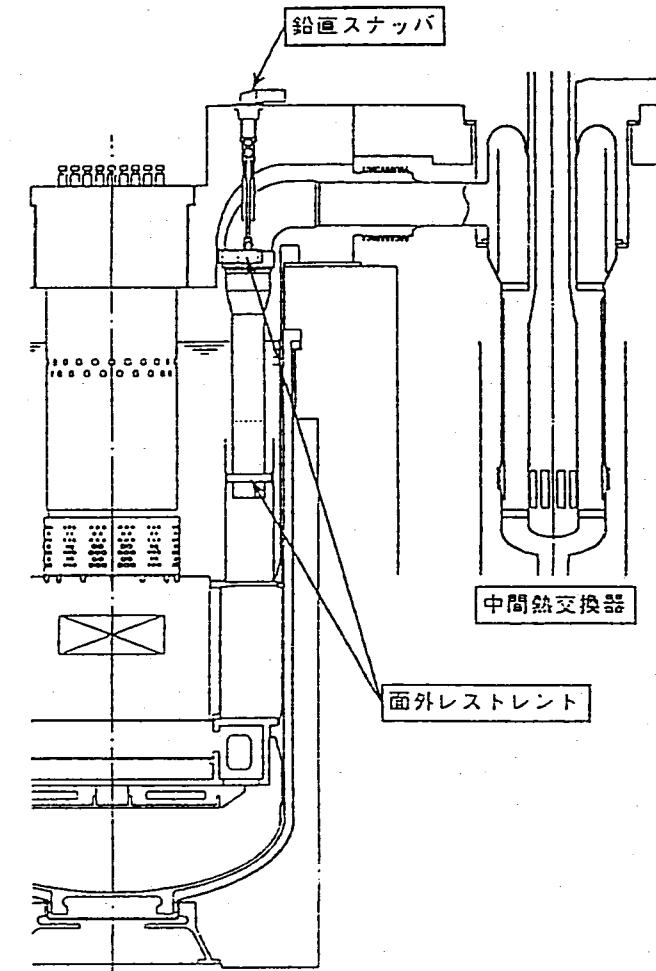
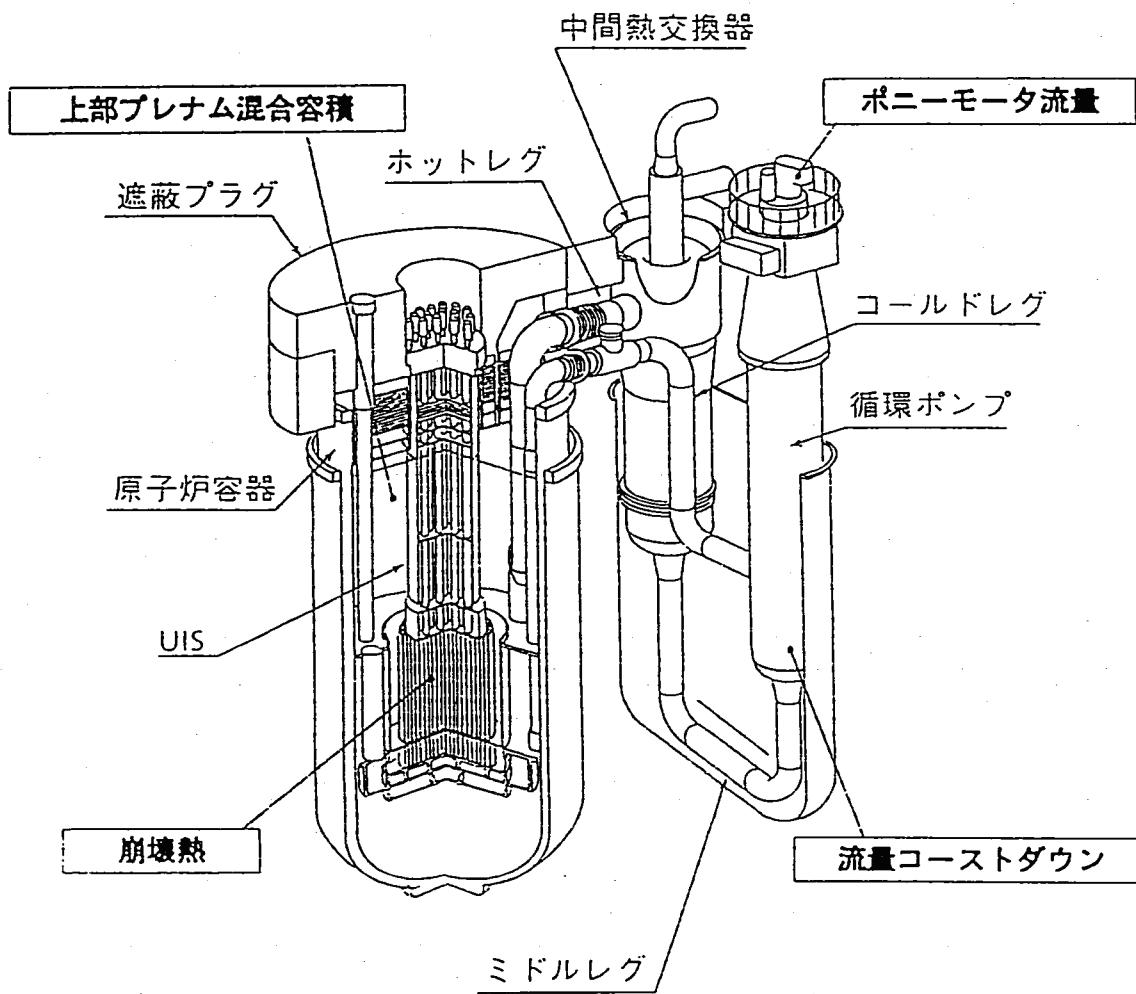


Fig. 1.1 Primary Circuit of A 600MWe Head Access Plant

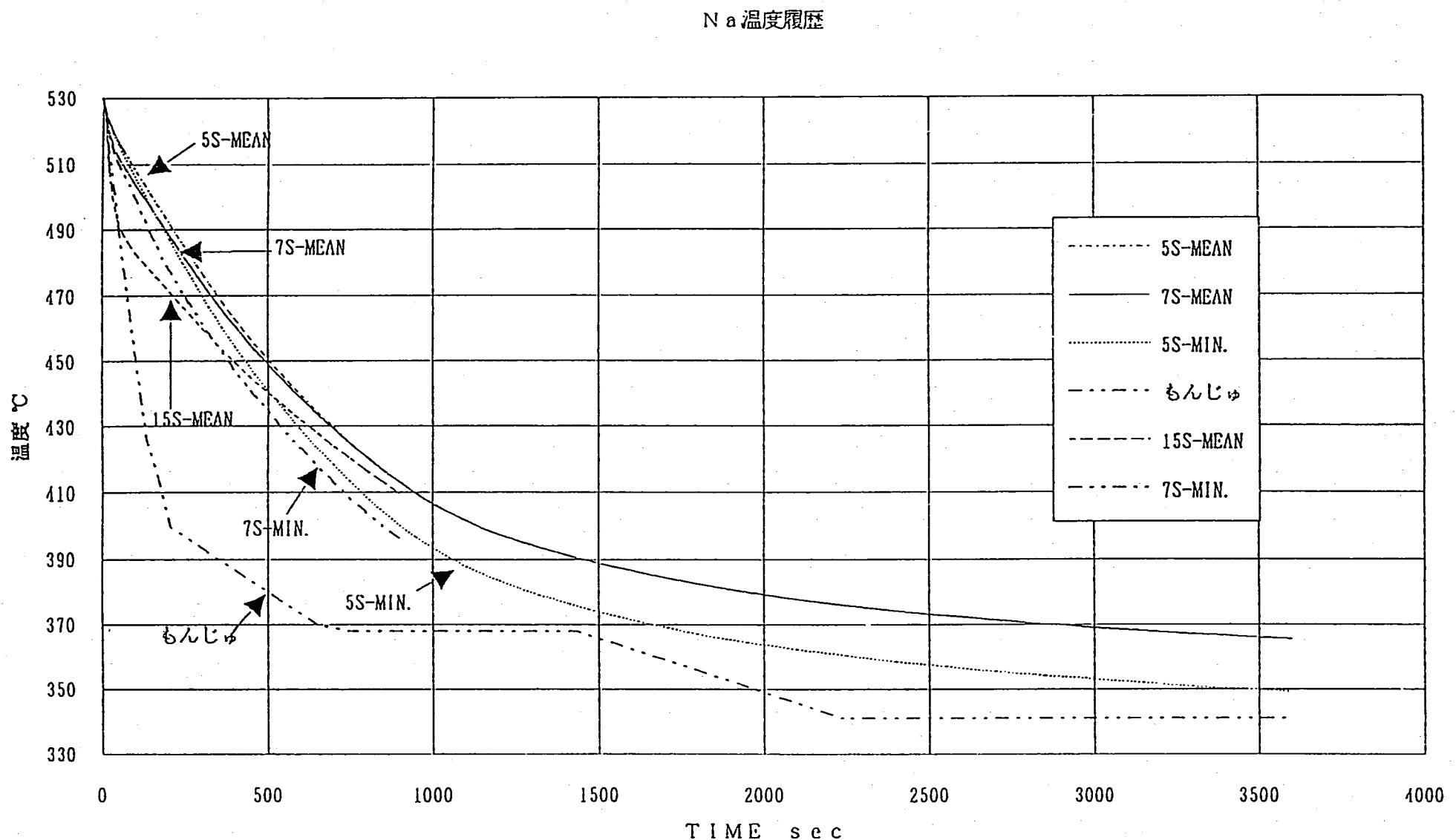


Fig. 1.2 Thermal Transient Condition of a Primary Circuit

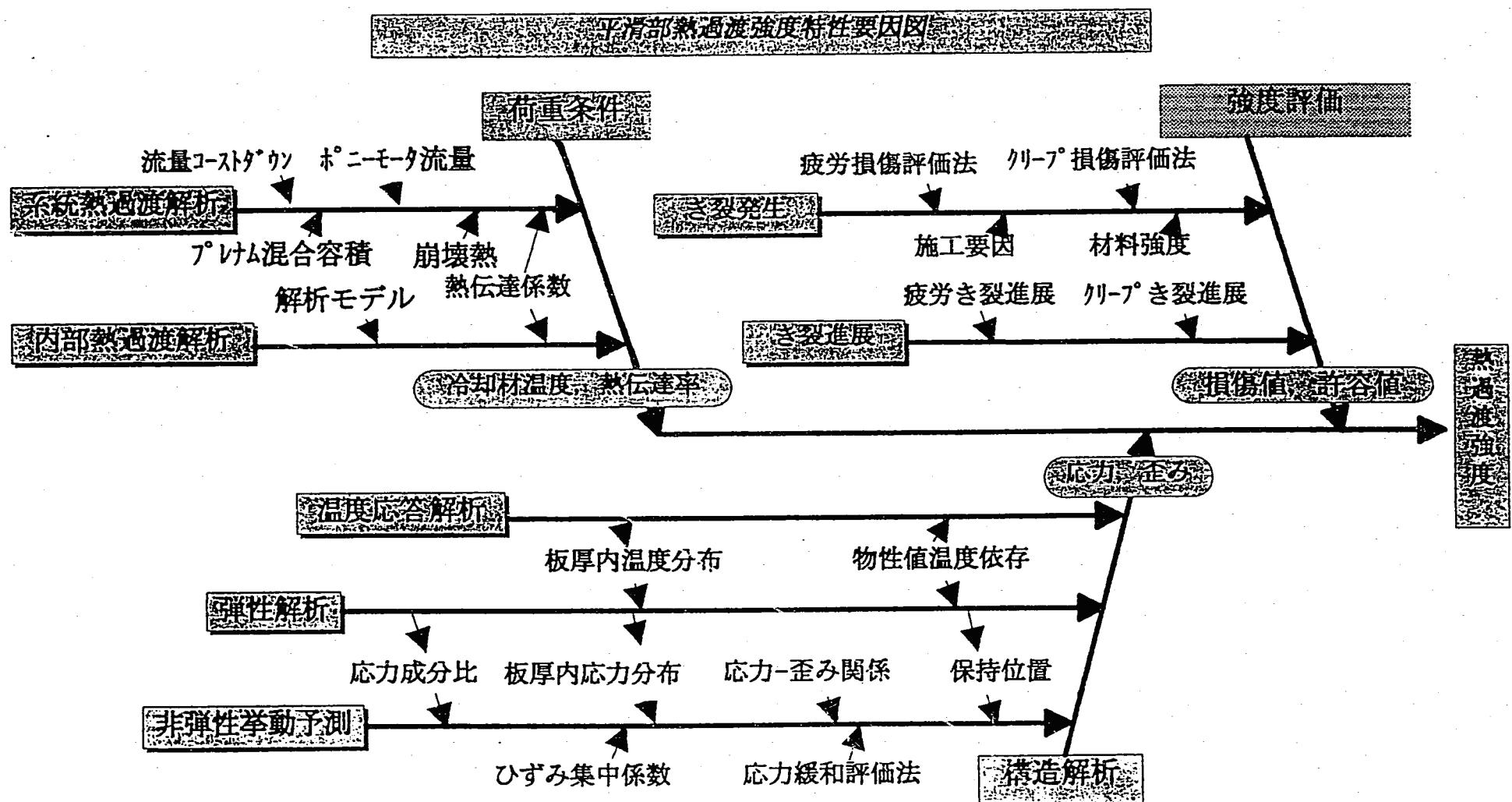


Fig. 1.3 Fish Bone Diagram of Thermal Transient Strength Factors

2. 热弹性解析結果に与える物性値の温度依存性の影響

非定常温度解析と热弹性解析結果に及ぼす物性値の温度依存性の影響を調べる。

Table 2.1 はヘッドアクセス方式60万kWeプラントのホットレグ配管の手動トリップにおける最大応力を、物性値の温度依存性を考慮した場合と、考慮せずに一定温度の値を使用して計算した場合について比較したものである。表面応力 S_p 、1次+2次応力強さ S_n ともに物性値温度依存性の影響は2%以下であり大きくない。Fig. 2.1は同じく S_p 、 S_n 両者の手動トリップ後最大応力発生時までの時刻歴を示したものであるが、物性値温度依存性の影響は小さい。

次に個々の物性値の温度依存性について考察する。

はじめに温度物性値であるが、最も基本的な物性値は熱伝導率 λ (kcal/mm sec °C) であり、Table 2.2 に示すように温度と共に上昇し応力を下げる方向に働く。金属の熱伝導は電子の自由運動（自由電子）と結晶格子の熱伝導により行なわれており、純金属では自由電子による伝熱が支配的でこの場合熱伝導率 λ は

$$\lambda = 1/3 \cdot N v l c$$

但し N : 単位体積内の自由電子数、 v : 電子の平均速度、 l : 電子の平均自由行程、 c : 電子1個あたりの比熱

で表わされる。温度が上昇すると v は大きくなるが、格子振動により電子の運動がまたげられ l ははるかに短くなり、結果として λ は小さくなる。

これが合金だと結晶格子の規則性が乱れるため、電子の平均自由行程 l はさらに短くなり、自由電子による伝導がしばしば結晶格子と同程度まで減少する。その結果一般に入の値は低くなると同時に、温度上昇に従い増加する傾向をもつようになる[2]。

定常熱伝導問題に必要な物性値は λ だけであるが、非定常問題を支配するのは熱拡散率 $\lambda/C\rho$ (C は比熱(kcal/kg°C)、 ρ は密度(kg/mm³)) である。熱拡散率は温度上昇とともに大きくなり、熱応力を下げる方向に働く (Table 2.2)。

熱応力に関する物性値はヤング率 E (kg/mm²) および線膨脹係数 α (1/°C) であり、前者は温度上昇に従い減少し、後者は逆に上昇する (Table 2.3)。熱応力発生に対しては $E\alpha$ の積で効くためお互いに相殺する方向に働き、温度が上昇するとわずかに減少するため、熱応力を下げる方向に変化する。

結論としては定常熱伝導、非定常熱伝導、熱膨脹応力とすべての因子が温度上昇とともに応力を下げる方向にはたらく (Fig. 2.2 参照)。

Table 2.1 Effects of Temperature Dependency of Material Properties
on Thermal Transient Stress

	S _p (温度依存)	S _p (500°C一定)	S _p (400°C一定)	S _n (温度依存)	S _n (500°C一定)	S _n (400°C一定)
応力強さ範囲	30.6407332	30.1063388	30.5394262	19.044952	18.9383551	19.2107692
誤差 (%)		-1.744065315	-0.330628511		-0.559712096	0.87066221

Table 2.2 Dependency of Thermal Material Properties on Temperature

温度(°C)	熱伝導率 λ (kcal/mmsec°C)	比熱 C (kcal/kg°C)	密度 ρ (kg/mm^3)	熱拡散率 $\lambda / C \rho$ (mm^2/sec)	変化割合(%)
350	4.53E-06	0.131	7.83	4.41637E-06	0
400	4.70E-06	0.132	7.8	4.56488E-06	3.362779605
450	4.86E-06	0.133	7.78	4.69683E-06	2.890601771
500	5.02E-06	0.134	7.76	4.82767E-06	2.785574166
550	5.18E-06	0.136	7.74	4.92096E-06	1.932504062

Table 2.3 Dependency of Mechanical Material Properties on Temperature

温度(°C)	ヤング率 E (kg/mm^2)	線膨脹係数 α (1/°C)	E α (kg/mm^2·°C)	変化割合(%)
350	1.76E+04	1.92E-05	0.337744	0
400	1.72E+04	1.96E-05	0.336604	-0.337533753
450	1.67E+04	1.99E-05	0.332831	-1.120901712
500	1.62E+04	2.03E-05	0.328536	-1.2904447
550	1.57E+04	2.06E-05	0.32342	-1.557211386

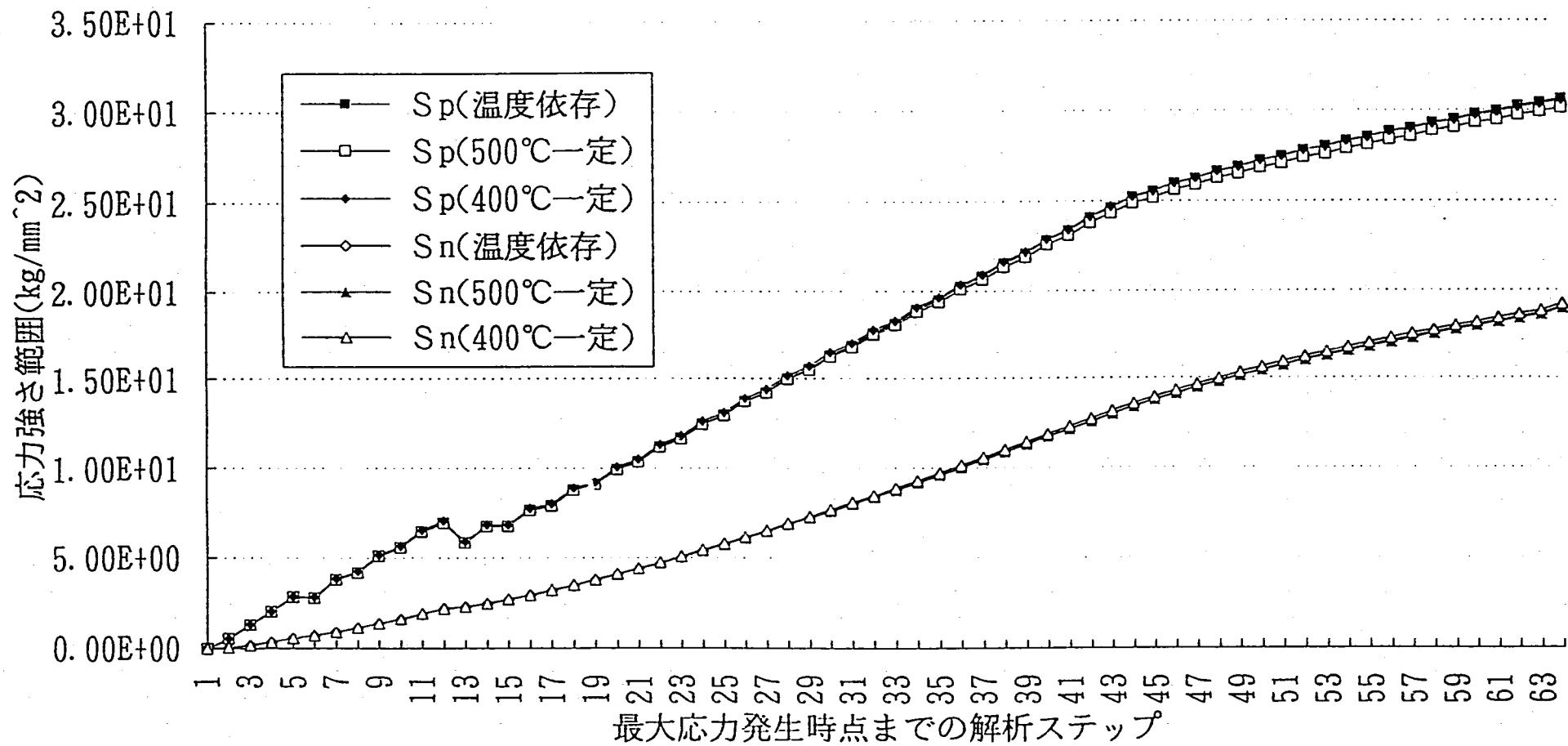
60万kwホットレグ配管母材部($t=70\text{mm}$)弾性解析結果

Fig. 2.1 Elastic Analysis Results with and without consideration of
Dependency of Material Properties to Temperature

SUS316物性値温度依存性

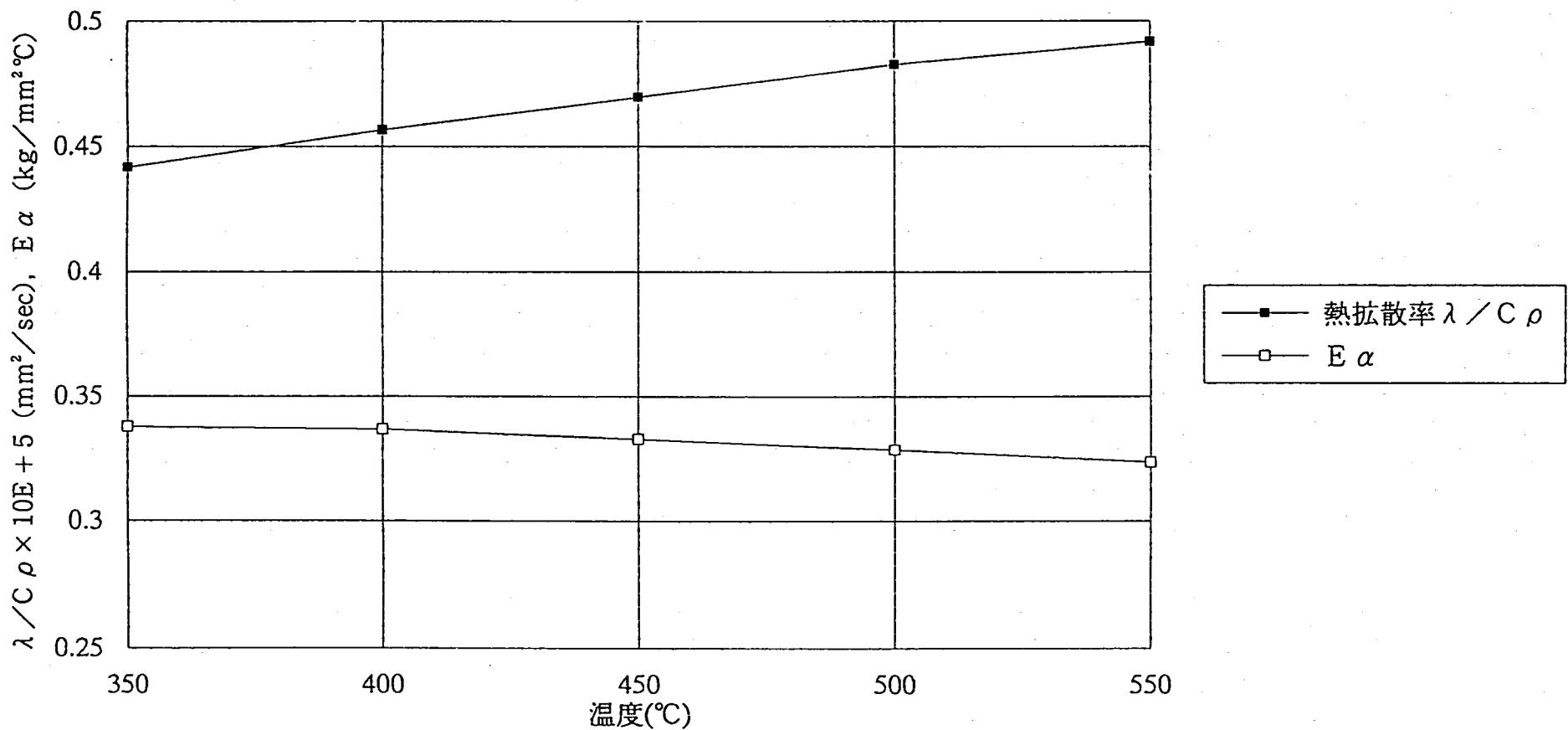


Fig. 2.2 Dependency of Thermal and Mechanical Material Properties on Temperature

3 ひずみ集中評価法

熱過渡を受ける平滑部材のひずみ集中挙動とその支配因子を調査する。
ひずみ集中挙動と支配因子の関係を調べることにより、平滑部材のひずみ集中係数の一般的評価法を提案する。

3. 1 ホットレグ配管のひずみ集中挙動

熱過渡を受ける平滑部材の例として、ヘッドアクセス方式60万kwプラントホットレグ配管(Fig. 1.1)の熱弾塑性解析を行ない、ひずみ集中挙動を評価する。

解析モデルは1次元軸対称モデル (Fig. 3.1 ~ Fig. 3.2)、評価点は熱過渡を受ける内表面 (Fig. 3.3) であり、負荷条件は"もんじゅ"上部プレナムの手動トリップ条件(Fig. 1.2)を使用する。

また、非弾性解析を行なう場合のパラメータとして、Table 3.1 および Fig. 3.4 に示す3通りの材料特性を用いた。

Table 3.1 Analysis Parameters on Stress-Strain Relationship

動的曲線	SUS316 500°Cの動的応力-ひずみ曲線
N = 3	Ludwik式の応力指数を3とした場合
N = 5	Ludwik式の応力指数を5とした場合

Table 3.1に示す各材料特性に対して求めた、最大応力発生時点までの内表面におけるひずみ集中係数 K_{ε} (= 弹塑性ひずみ ε_{ep} / 弹性解析によるひずみ ε_e) の履歴を Fig. 3.5 に示す。

この結果から材料非線形性が大きくなると、ひずみ集中係数の増加率が大きいことが分かる。この理由は、材料非線形性が大きいほど、弹性ひずみに対する塑性ひずみの増加割合が大きくなるためである。

次に同様の条件で、弹性追従パラメータの履歴を整理したのが Fig. 3.6 である。

この図から材料特性によらず、弹性追従パラメータはほぼ一定で $q=1.5 \sim 1.6$ 程度であることが分かる。

3. 2 ひずみ集中の支配因子-熱ピーク応力

厚さ方向温度勾配を受ける平板のひずみ集中係数が、指數型温度分布と弾完全塑性体の仮定の下で以下のように得られている[3]。

n 乗温度分布では熱ピーク成分の割合を指數パラメータ n' によって変化させることができる。以下に理論解の概要を示す。

温度分布

$$T = a_n * Z^n \quad (1)$$

ここで、Zは板厚で正規化した板厚方向距離であり

$Z = 0$: 外面

$Z = 1$: 内面

とすると、

板厚方向等価線形温度 ΔT_1 、非線形温度成分 $\Delta T_2 (Z=1)$ は

$$\Delta T_1 = \frac{6 n' * a_n}{(n' + 1) (n' + 2)} \quad (2)$$

$$\Delta T_2 = \frac{(n' - 1) * n' * a_n}{(n' + 1) (n' + 2)} \quad (3)$$

となり、弾性解析から求まる(1次+2次)応力強さ範囲 S_n 及びピーク応力強さ範囲 $\Delta \sigma_{el}$ 、およびこれらの比はEをヤング率、 α を線膨脹係数とすると

$$S_n = \frac{3 n' * E * \alpha * a_n}{(n' + 1) (n' + 2) (1 - \nu)} \quad (4)$$

$$\Delta \sigma_{el} = \frac{n' * E * \alpha * a_n}{(n' + 1) (1 - \nu)} \quad (5)$$

$$\Delta \sigma_{el} / S_n = \frac{(\Delta T_1 / 2 + \Delta T_2)}{(\Delta T_1 / 2)} = \frac{(n' + 2)}{3} \quad (6)$$

と表わせる。

これに対し、弾塑性状態における相当ひずみ範囲 ε_t は

イ) $1 < \Delta \sigma_{el} / 2 \sigma_y < \{2 n' / (n' + 1)\}^{n'+1}$ の場合

$$\varepsilon_t = \frac{2 \sigma_y}{E} + 2 \left\{ \frac{(n' + 1)}{n'} \right\} * (1 - \nu) * \left\{ 1 - \left(\frac{2 \sigma_y}{\Delta \sigma_{el}} \right)^{n' / (n' + 1)} \right\} * \frac{\Delta \sigma_{el}}{E} \quad (7)$$

ロ) $\{2 n' / (n' + 1)\}^{n'+1} < \Delta \sigma_{el} / 2 \sigma_y$ の場合

$$\varepsilon_t = -(3 - 4 \nu) * \frac{2 \sigma_y}{E} + 2 \left\{ \frac{(n' + 1)}{n'} \right\} * (1 - \nu) * (1 - \eta^{n'}) * \frac{\Delta \sigma_{el}}{E} \quad (8)$$

ここで、 η は以下の方程式を満足する正の解である。

$$\left\{ \eta^{n'+1} + \left(\frac{2 \sigma_y}{\Delta \sigma_{el}} \right)^{n' / (n' + 1)} - \eta^{n'} - \left(\frac{2 n'}{(n' + 1)} \right) * \left(\frac{2 \Delta \sigma_y}{\sigma_{el}} \right) \right\} = 0 \quad (9)$$

となり、ひずみ集中係数 K_ε は

$$K_\varepsilon = \varepsilon_t / \Delta \sigma_{el} \quad (10)$$

ε_t : 式 (7) または式 (8) 計算されるひずみ範囲

$\sigma_{el} = \Delta \sigma_{el} / E$ (この場合は熱ピーク成分を含む)

また、式 (6) より

$$\Delta \sigma_{el} / S_n = (n' + 2) / 3 \quad (11)$$

式(7) (8)で評価された理論解と式(10)で評価された $n' = 1 \sim 3$ までの集中係数を計算すると、理論解において $n' = 1 \sim 2$ までは $K\varepsilon$ が増大するが、それ以降は $n' = 2, 5$ 近傍で極大値 ($q\nu=5/3$) をとりそれ以上の領域では n' の増加について $K\varepsilon$ は少しづつ減少する。

以上の観点から、ホットレグ配管内表面の熱ピーク応力を含む表面応力 S_p と等価線形各応力 S_n の履歴を整理すると Fig. 3.8 のようになり、熱ピーク成分の割合が非常に大きいことが分かる。さらに熱ピーク成分割合を定量的に把握するため、式(11)を用いて、式(1)の温度分布を仮定した場合の指數 n' を計算すると、Fig. 3.9 のように熱過渡の初期に非常に大きな値となり、次第に減少する傾向にあることが分かる。 $n' = 2, 5$ 近傍で極大値 ($q\nu=5/3$) をとりそれ以上の領域では n' の増加について $K\varepsilon$ は逆に減少する結果と照らしあわせると、Fig. 3.6 のように q 値が 1.6 程度に漸近することが説明できる。

熱ピーク応力の効果をさらに詳しく調べるために、付録に述べる n 乗則応力-ひずみ関係 ($N = 5$) を仮定し、さらに板厚内温度勾配について式(1)の n 乗温度分布を仮定し、温度分布の指數 n' を Table 3.2 のように変化させた場合の、ひずみ集中挙動を調べる (Fig. 3.10)。また熱ピーク応力の効果と次に述べるポアソン比効果を区別するため、非線形弾性モデルを使用してポアソン比効果が重畠する、 $\nu = 0.5$ (数値計算の都合上正確には 0.499) と、ポアソン比効果が生じない $\nu = 0.3$ の場合について歪み集中係数を計算する。

なお、荷重は n 乗温度分布を直接強制温度入力し、荷重ステップは 0 からの等分割で比例負荷として与えた。最大荷重はホットレグ配管の手動トリップ条件を十分上回る内外面温度差 300°Cとした。

また、使用物性値は非温度依存 (SUS316 500°C) とする。

Table 3.2 Parameters to Define Non-linearity of Temperature Distribution Across Thickness

$\nu = 0.499$	$n' = 1.5$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数1.5
$\nu = 0.499$	$n' = 2.0$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数2.0
$\nu = 0.499$	$n' = 2.5$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数2.5
$\nu = 0.499$	$n' = 3.0$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数3.0
$\nu = 0.499$	$n' = 5.0$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数5.0
$\nu = 0.3$	$n' = 1.5$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数1.5
$\nu = 0.3$	$n' = 2.0$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数2.0
$\nu = 0.3$	$n' = 2.5$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数2.5
$\nu = 0.3$	$n' = 3.0$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数3.0
$\nu = 0.3$	$n' = 5.0$	n 乗則板厚内温度分布における温度指数5.0

ひずみ集中の大きさを弾性追従パラメータの大きさで示す。

弾性追従パラメータの算出法は付録に示すように、 n 乗則応力 - ひずみ関係を用いた場合は、弾性解析によるひずみに対する n 乗則のひずみの増加割合として定義されるため、これに従い計算した。

Fig. 3.11 に $\nu = 0.499$ の場合の弾性追従パラメータの荷重による履歴を、
Fig. 3.12 に $\nu = 0.3$ の場合の弾性追従パラメータの履歴を示す。

図から分かる通り弾性追従パラメータは荷重依存性がほとんどなく、
Table 3.3 に示す値となる。

Table 3.3 Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress (N=5)

温度分布指数	$\nu = 0.499$	$\nu = 0.3$
$n' = 1.5$	1.48	1.04
$n' = 2.0$	1.54	1.08
$n' = 2.5$	1.57	1.11
$n' = 3.0$	1.58	1.12
$n' = 5.0$	1.58	1.12

Table 3.3 の $\nu = 0.3$ の結果から熱ピーク応力による弾性追従パラメータは $n' = 3$ 。0 近傍で上限値約 1.12 をとり、 n' がそれ以上増えても変化が小さいことが理解される。また $\nu = 0.499$ からポアソン比を含んだ場合もほぼ同様の傾向を示し、最大値は 1.58 である。

3. 3 ひずみ集中の支配因子—ポアソン比効果

多軸応力場においては、非弾性挙動を考慮した場合のひずみ範囲は、弾性的に計算されたひずみ範囲に対して、ポアソン比効果により増大する。

この効果を評価するため、平面応力状態、応力比一定、および Ludwik 型応力—ひずみ関係の仮定の下に、ポアソン比効果によるひずみ集中係数 $K\varepsilon$ および弾性追従パラメータ $q\nu$ に関して弾性域の応力比をパラメータとした理論解が以下のように得られている[3]。

$$K\varepsilon = 1 + (q\nu - 1) \left(1 - \sigma_y / \Delta\sigma \right) \quad (12)$$

$$q\nu = 1 + \{ (1/2 - \nu) \tan\theta / (1 - 1/2 \tan\theta) \} \quad (13)$$

但し

$$\tan\theta = \Delta\sigma_2 / \Delta\sigma_1 \quad (-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4)$$

$\Delta\sigma_2 / \Delta\sigma_1$ は弾性域での応力比

(13) より $\tan\theta = 1$ (等 2 軸状態) のとき $q\nu$ は最大値 $2(1 - \nu)$ をとる。

ホットレグ配管内表面の 2 軸比を調べるため、各応力成分の履歴を整理すると Fig. 3.7 のように、等 2 軸平面応力状態であることが分かる。
よって $\nu = 0.3$ の場合、 $q\nu = 1.4$ 程度になると考えられる。

これを検証するため、3.2 節の解析結果である $q(\nu = 0.499)$ を $q(\nu = 0.3)$ で除することにより熱ピーク応力の効果を分離し、ポアソン比効果単独の影響を調べる。

Fig. 3.11 の値を対応する Fig. 3.12 の値で割った結果を Fig. 3.13 に示す。これから、負荷や温度分布指数 T_n によらず $q(\nu = 0.499) / q(\nu = 0.3)$ は一定で Table 3.4 のようになり、理論的検討の結果とほぼ一致する。

さらに、熱ピーク応力による弾性追従パラメータとポアソン比効果によるものは乗算関係にあり、従って付録に示す直列モデルが成り立つことが分かる。

Table 3.4 Elastic Follow-up Parameters for Poisson's Ratio Effect (N=5)

温度分布指数	$q_{\nu} = q(\nu=0.499) / q(\nu=0.3)$
$n' = 1.5$	1.41
$n' = 2.0$	1.42
$n' = 2.5$	1.41
$n' = 3.0$	1.41
$n' = 5.0$	1.41

3. 4 ひずみ集中の支配因子—材料非線形性

材料非線形性の効果を調べるために、3. 2節においてひずみ集中係数が最大に達する温度指数 $n' = 3.0$ に従う n 乗則板厚内温度分布荷重を仮定し、 n 乗則応力—ひずみ関係の応力指数をTable 3.5 のように変化させた場合の、ひずみ集中挙動を調べる。またポアソン比は 0.499 とする。

Table 3.5 Analysis Parameters for Non-linearity of Stress-Strain Relationship ($T_n = 3.0, \nu = 0.499$)

$N = 3$	N 乗則応力-歪み式における応力指数 3
$N = 5$	N 乗則応力-歪み式における応力指数 5
$N = 7$	N 乗則応力-歪み式における応力指数 7

Fig. 3.14 に弾性追従パラメータの履歴を示す。図から弾性追従パラメータは負荷レベルによらず Table 3.6 に示す値となることが分かる。

Table 3.6 Elastic Follow-up Parameters for Non-linearity of Stress-Strain Relationship ($T_n = 3.0, \nu = 0.499$)

n 乗則応力指数	弾性追従パラメータ
$N = 3$	1.539
$N = 5$	1.578
$N = 7$	1.603

これらの結果から、材料非線形性の影響は非線形性が大きくなるほど顕著であるが、その効果はあまり大きくなく、他の効果とあわせても最大 1.6 程度であることが分かる。

3. 5 ひずみ集中の支配因子—各因子の重畠

ひずみ集中の支配因子の重畠効果を調べるために、3. 1節と同じヘッドアクセス方式60万kWプラントホットレグ配管に手動トリップ条件の負荷を加え、ひずみ挙動について Table 3.7 の因子の組み合わせによる効果を調べた。

Table 3.7 Analysis Cases to Investigate Interaction of Strain Concentration Causes

材料非線形性	n 乗則モデル*	ポアソン比
N = 5	弾塑性モデル(Ludwik)	$\nu = 0.3$
N = 5	弾塑性モデル(Ludwik)	$\nu = 0.499$
N = 5	非線形弾性体	$\nu = 0.3$
N = 5	非線形弾性体	$\nu = 0.499$
N = 7	弾塑性モデル(Ludwik)	$\nu = 0.3$
N = 7	弾塑性モデル(Ludwik)	$\nu = 0.499$
N = 7	非線形弾性体	$\nu = 0.3$
N = 7	非線形弾性体	$\nu = 0.499$

* 弾塑性モデルでは、弾性ひずみに対するポアソン比のみがコントロール可能で、塑性ひずみ成分は0.5で一定であるため、 $\nu = 0.3$ のケースでは全ひずみに対する実効的なポアソン比は変化する。

Table 3.7 の各ケースに対する弾性追従パラメータの履歴の比較をFig. 3.15 とFig. 3.16 に示す。

これらの結果から、ひずみ集中挙動に最も大きな影響を及ぼすのは、ポアソン比効果であり、熱ピーク応力が重畠すると歪みはさらに2割程度増加し、材料非線形性の効果が弾性追従パラメータに与える影響は小さいことが分かる。

弾性追従パラメータが最も大きくなるのは、 $\nu = 0.5$ 、N = 7の場合の熱ピーク応力割合が比較的小さくなる履歴の末期で1.6程度であり、前節までの考察と一致する。従って設計係数としては弾性追従パラメータ $q = 5/3$ 程度が妥当であると考えられる。

PIPING

- 16 -

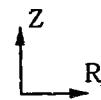
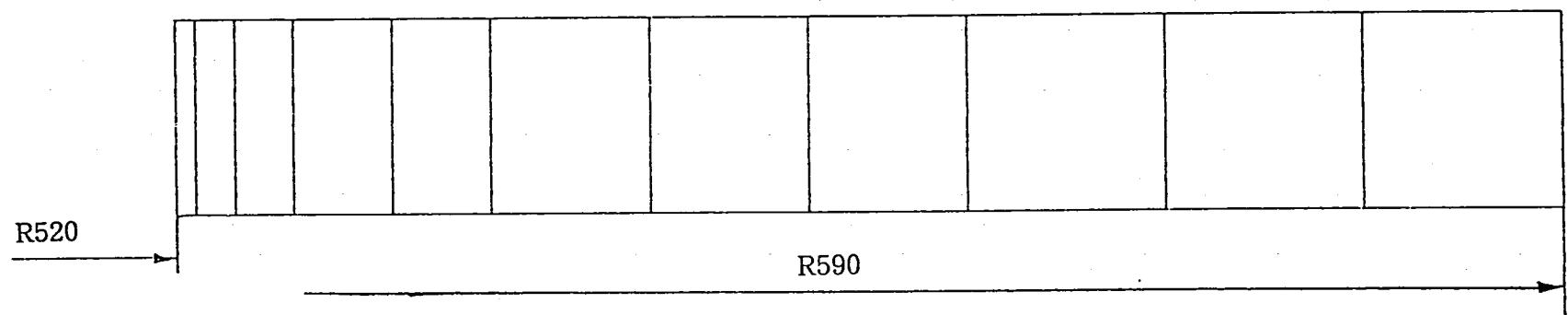
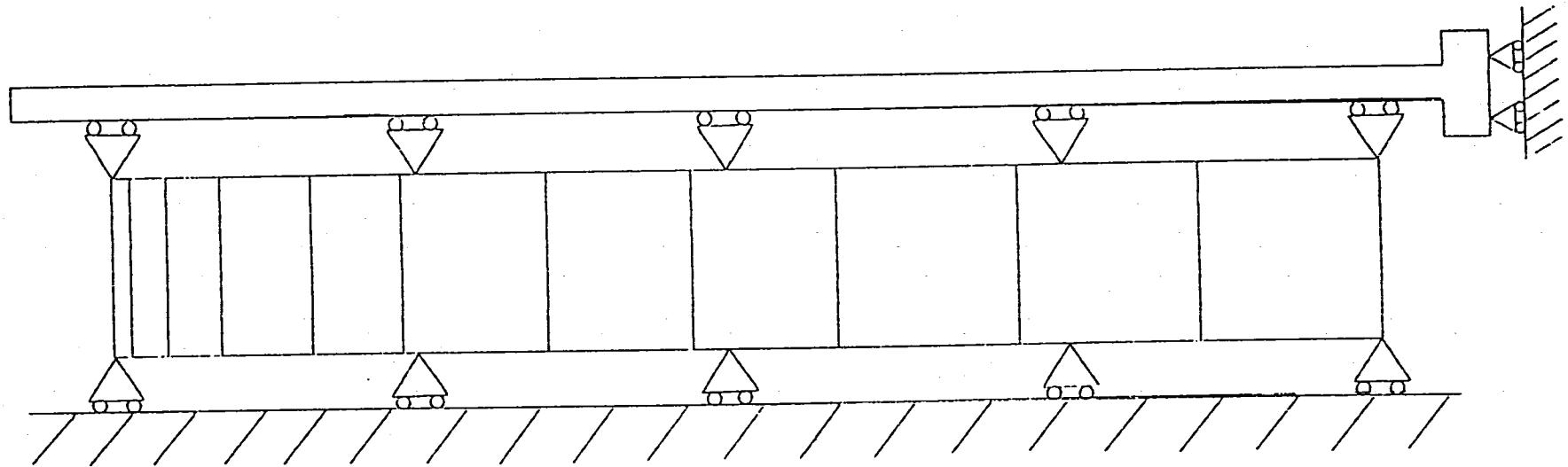


Fig. 3.1 Finite Element Model of a Hot Leg Piping of a Primary Circuit

H/A HOT LEG MODEL

FINAS

PNC TN9410 93-184



Z
R

DEOM. SCALE 10.0000

Fig. 3.2 Boundary Condition of a Hot Leg Piping Model

H/A HOT LEO MODEL

FINAS

PNC TN9410 93-184

- 18 -

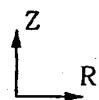
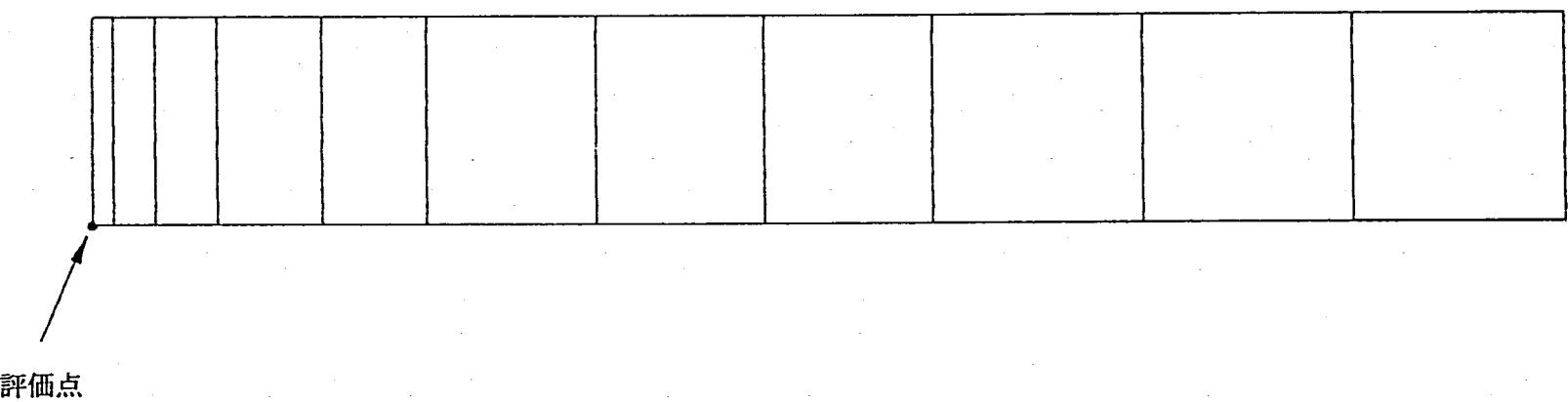


Fig. 3.3 Evaluation Point of a Hot Leg Piping Model

HVA HOT LEG MODEL

応力一ひずみ関係

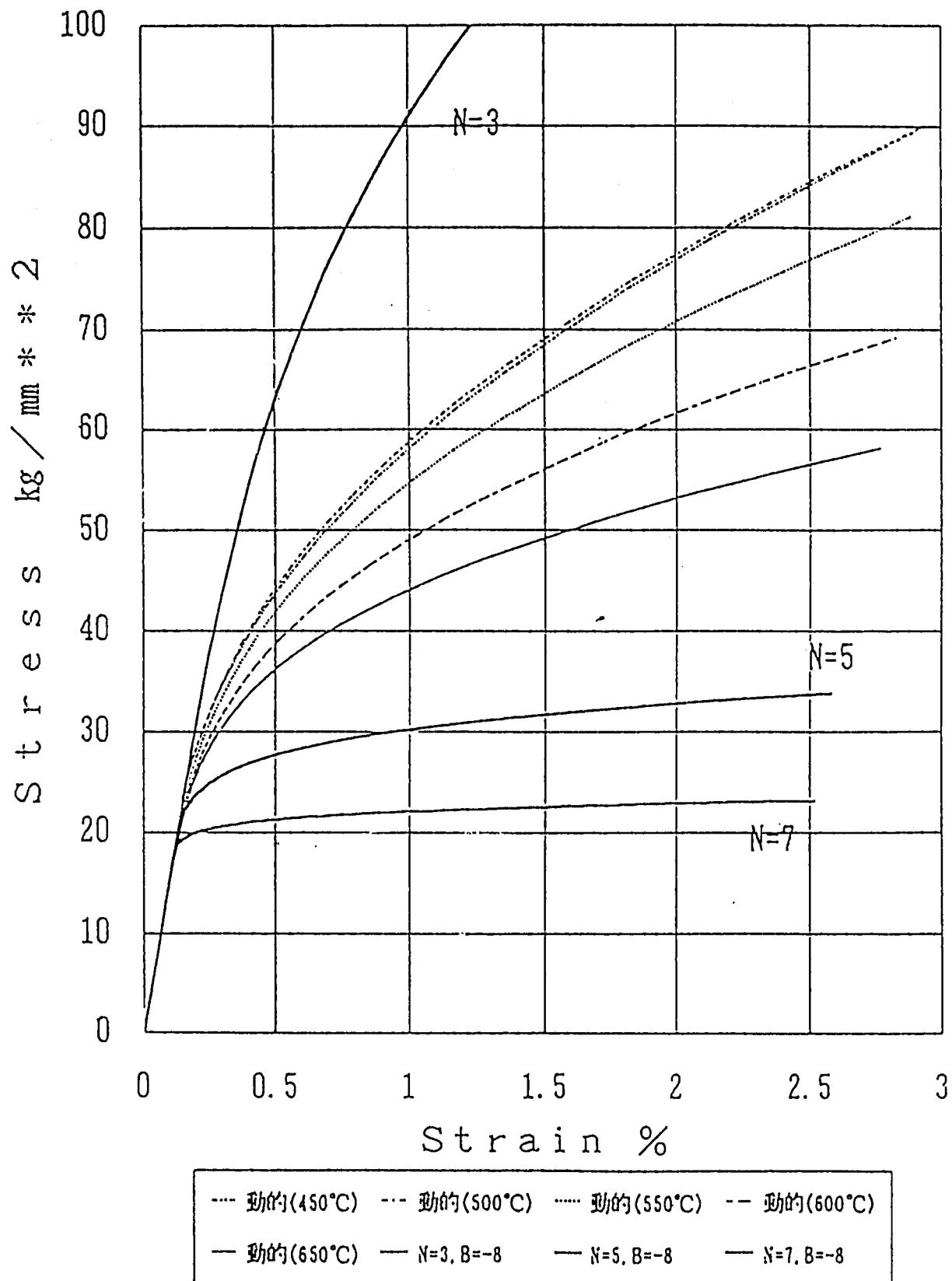


Fig. 3.4 Stress-Strain Relations Described by Power Law

非弾性解 XJS Chart 1

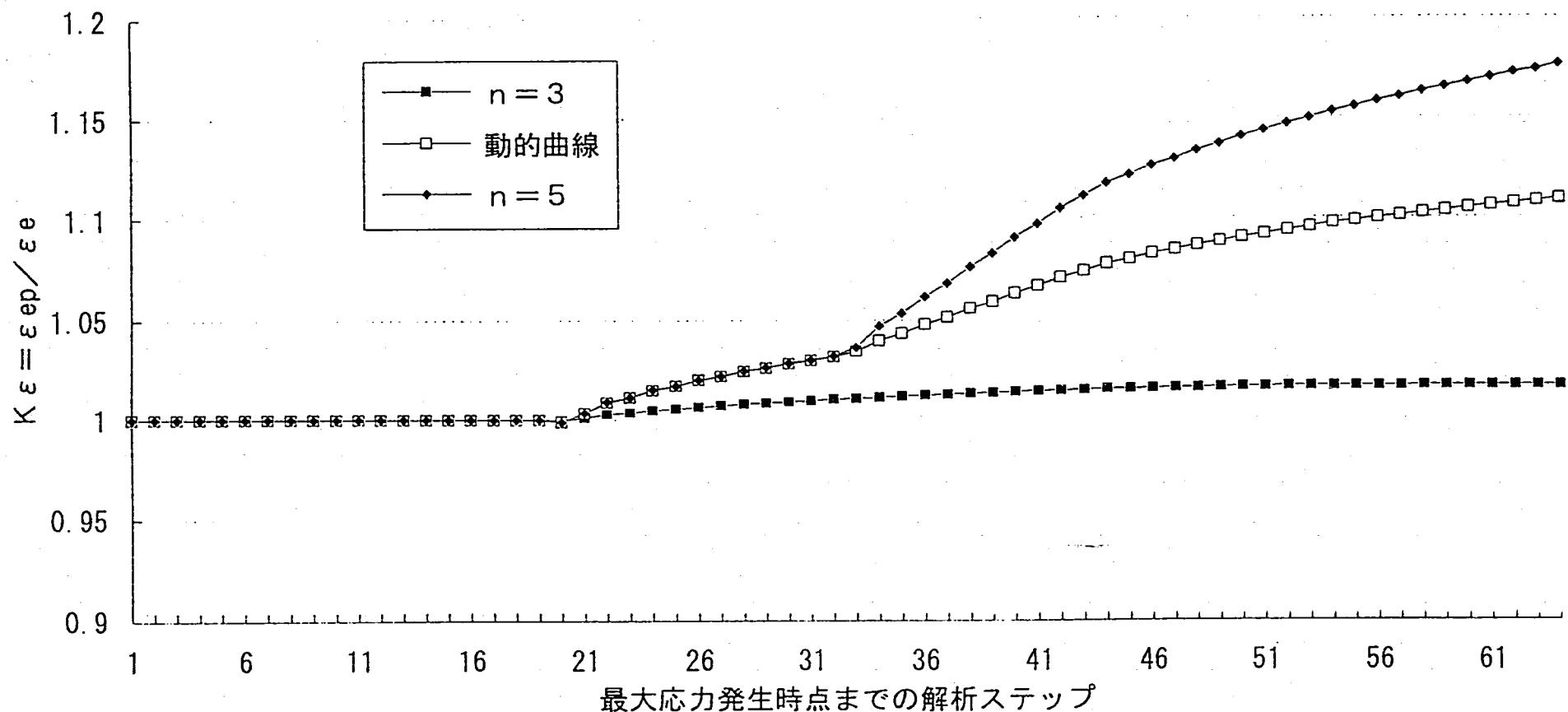
60万kwホットレグ配管母材部 ($t=70mm$) 非弾性解析結果

Fig. 3.5 Strain Concentration Factors of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient

非弾性解 XJS Chart 2

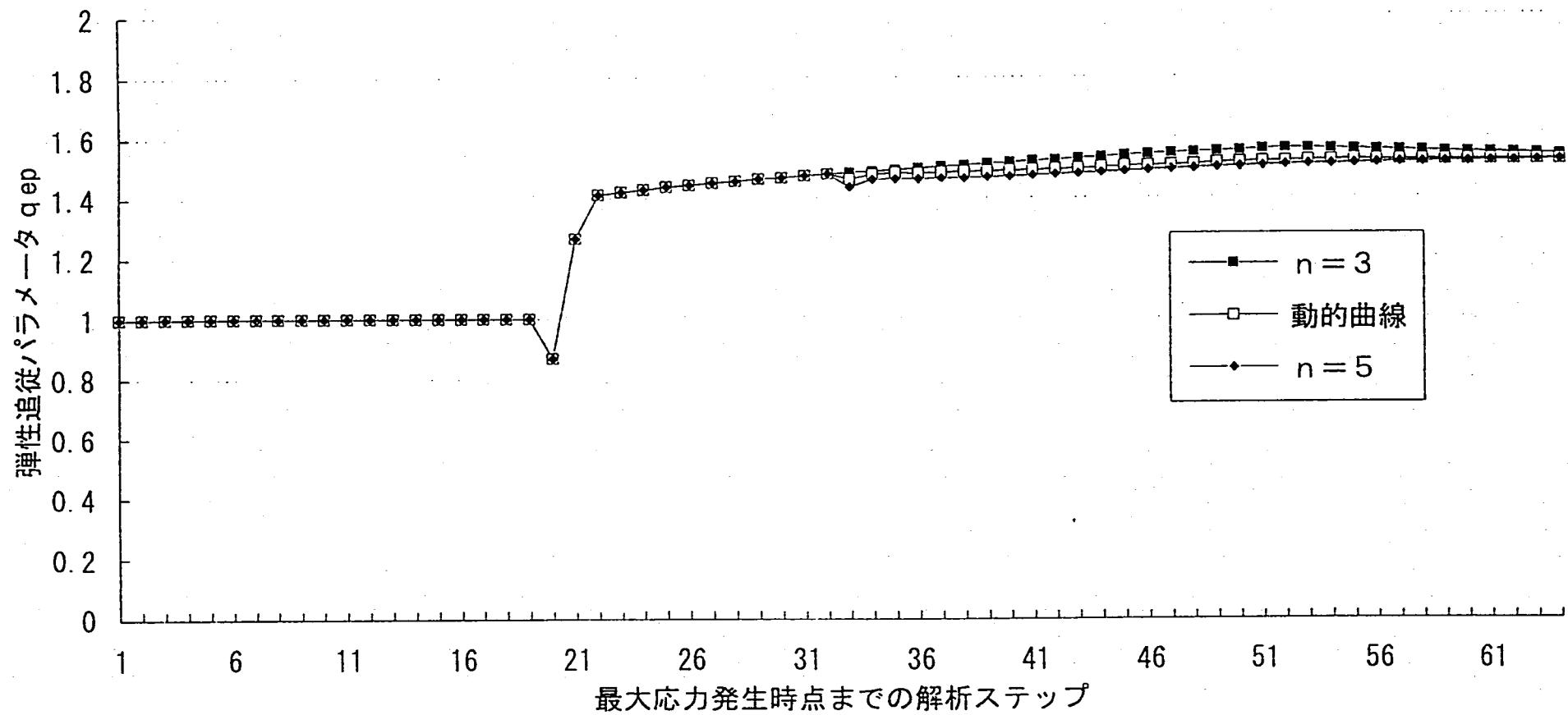
60万kwホットレグ配管母材部 ($t=70mm$) 非弾性解析結果

Fig. 3.6 Elastic Follow-up Parameters of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient

弹性非温 XJS Chart 3

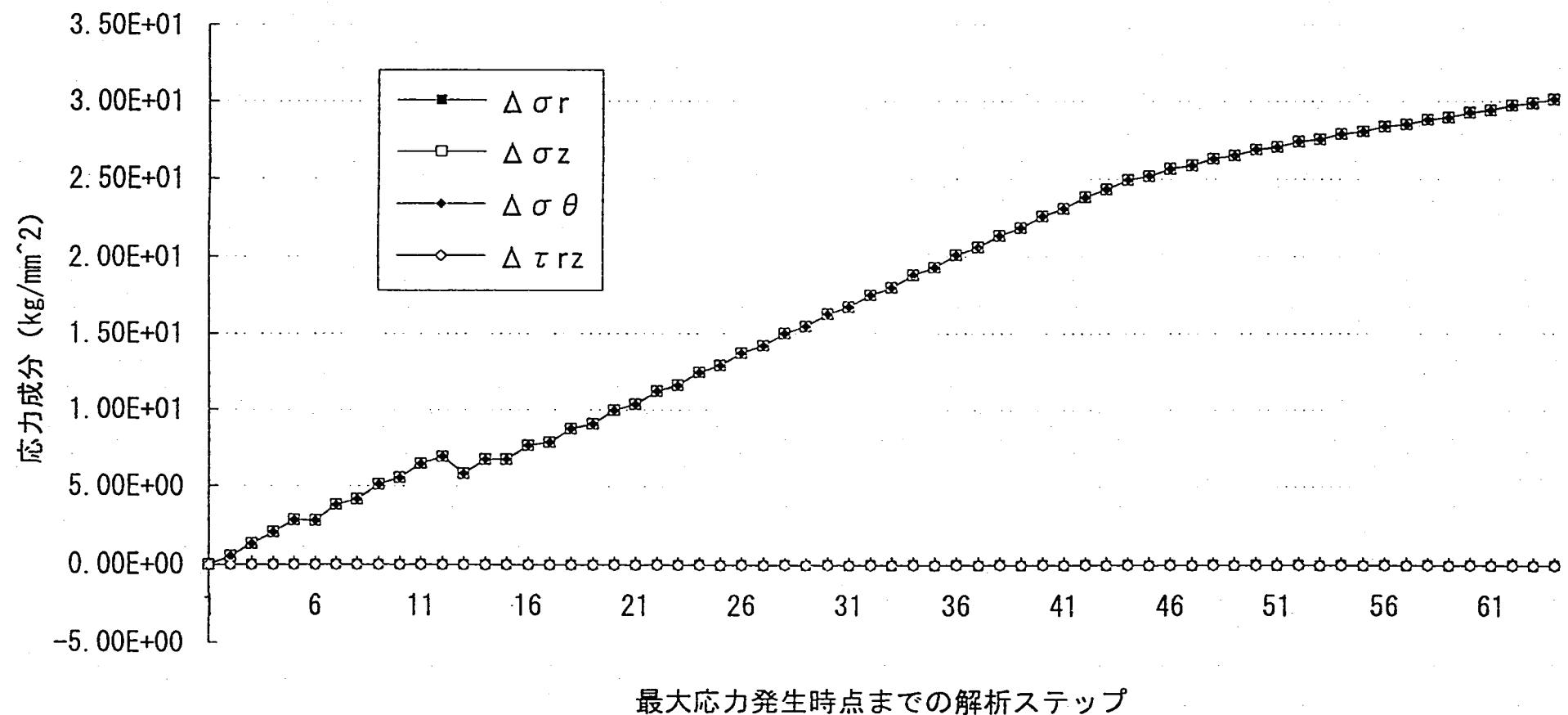
60万kWホットレグ配管母材部($t=70\text{mm}$)弹性解析結果

Fig. 3.7 Stress Components of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient

弹性非温 XJS Chart 1

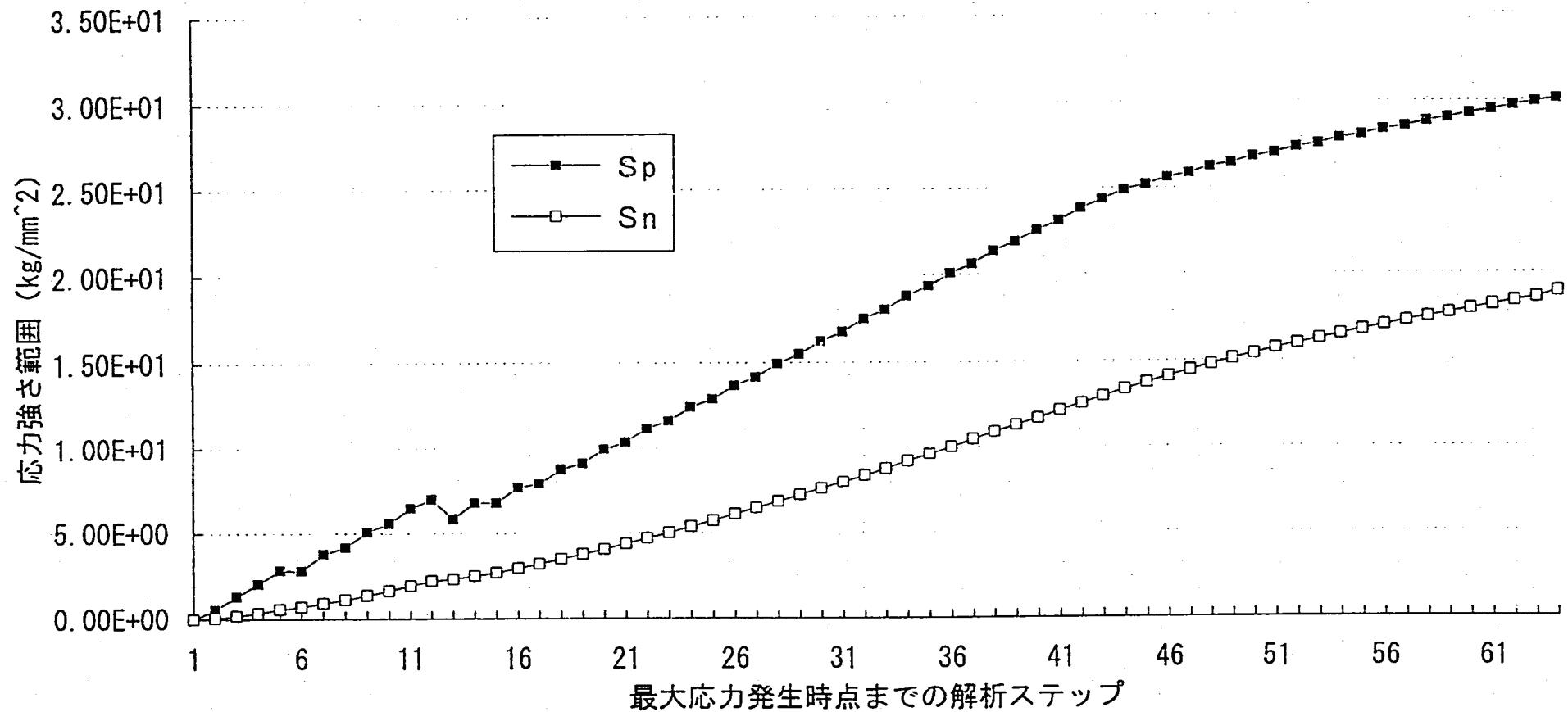
60万kwホットレグ配管母材部($t=70mm$)弹性解析結果

Fig. 3.8 Linearized Stresses of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient

弹性非温 XJS Chart 2

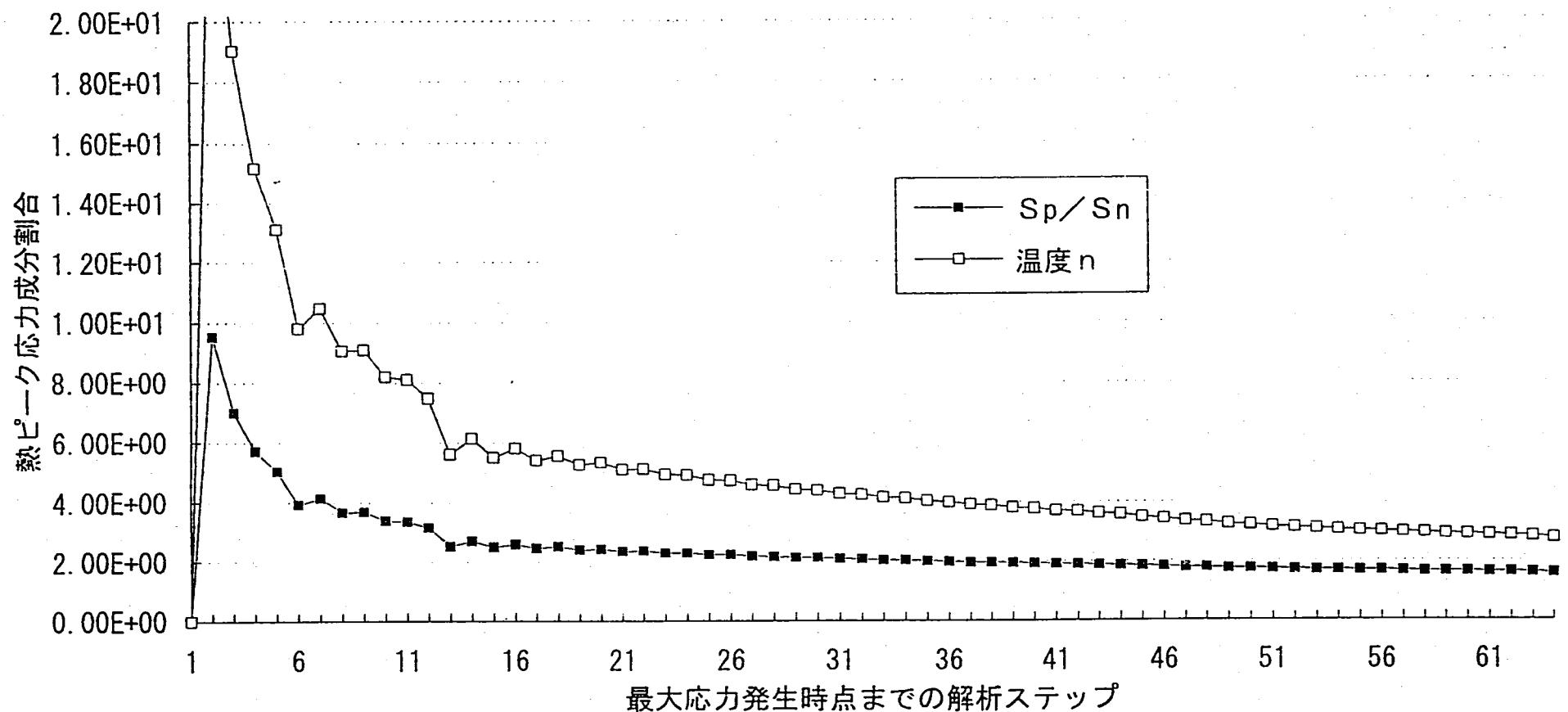
60万kwホットレグ配管母材部($t=70mm$)弹性解析結果

Fig. 3.9 Thermal Peak Stresses of a Hot Leg Piping due to Thermal Transient

温度非線形性パラメータ

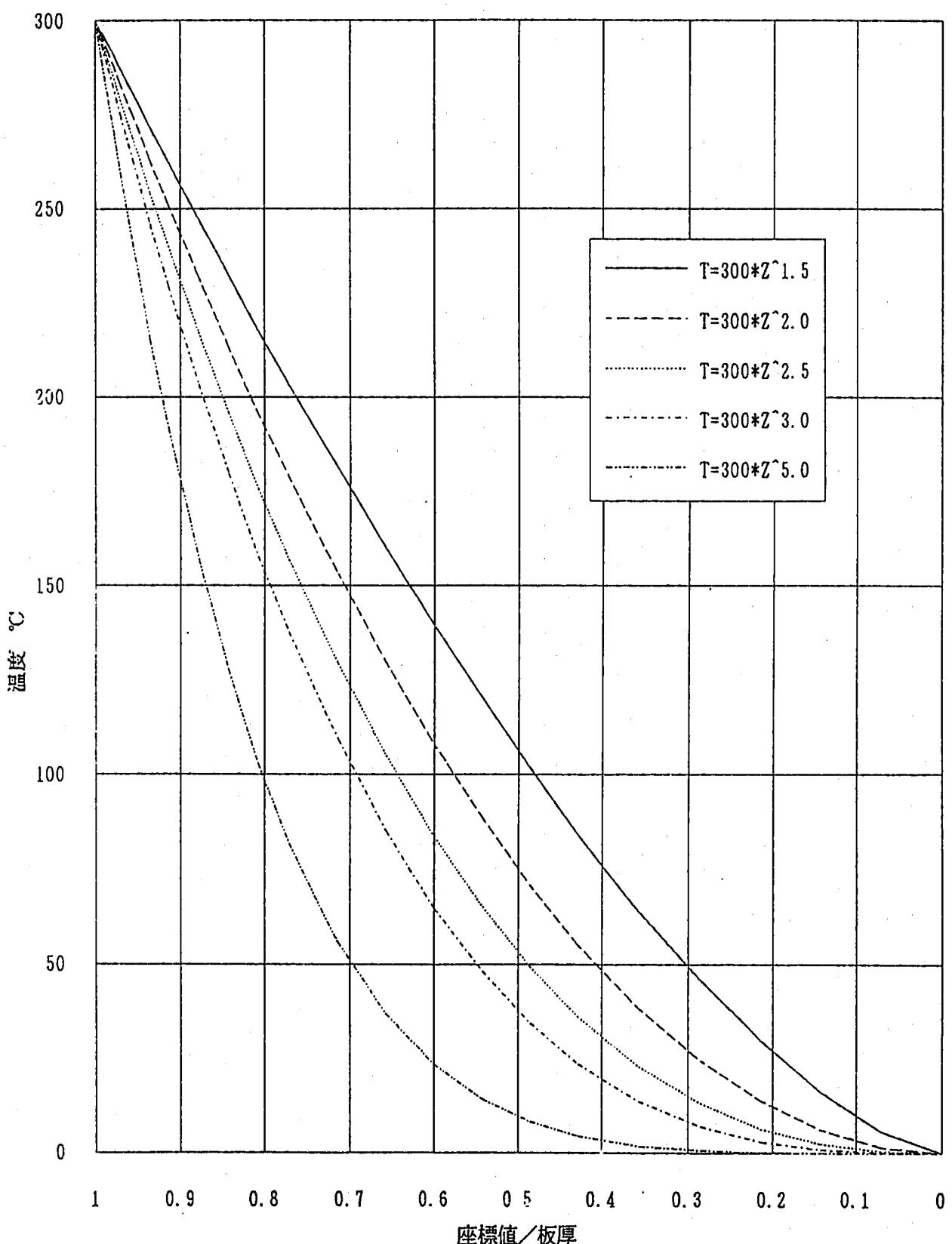
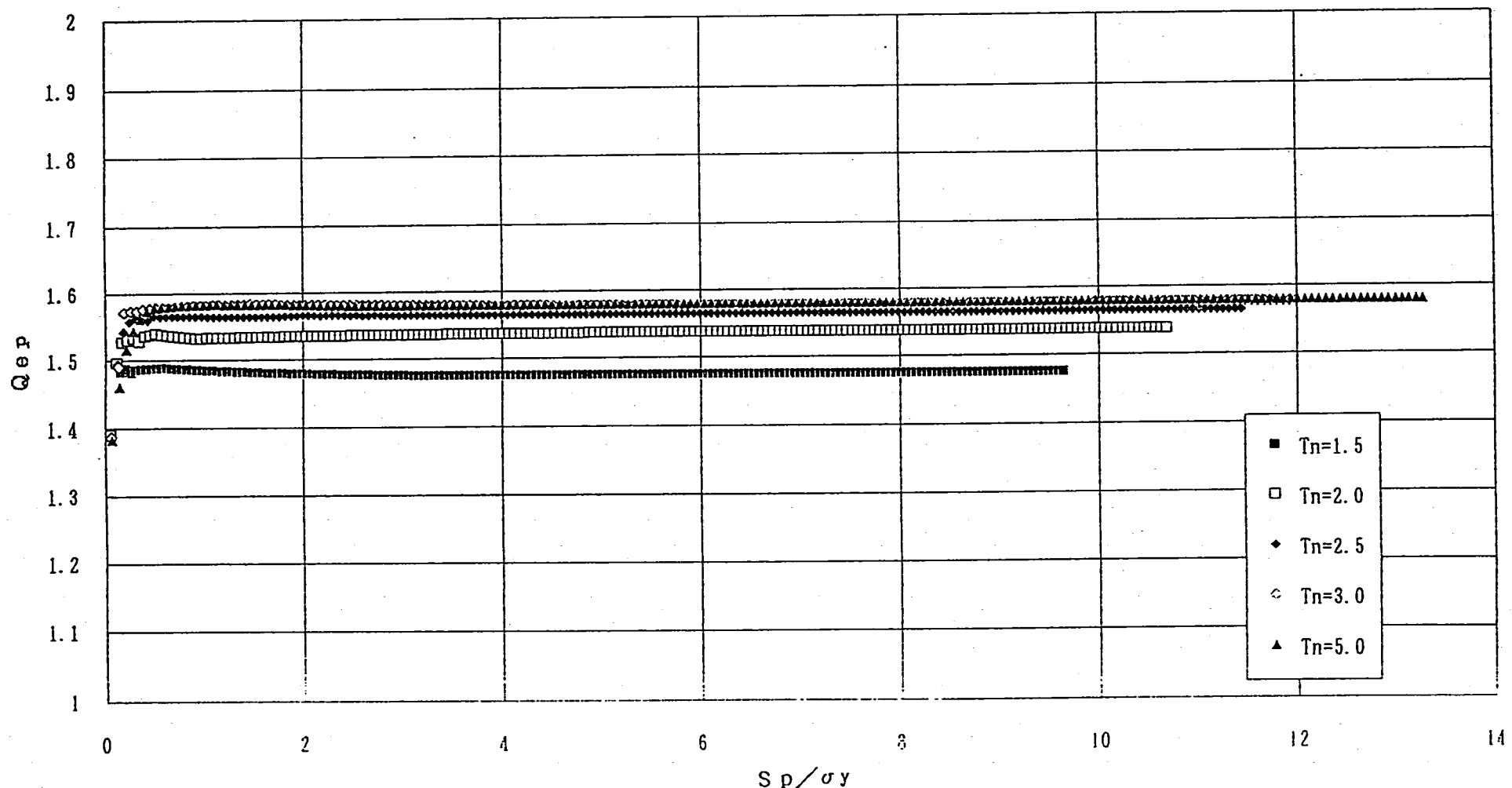


Fig. 3.10 Temperature Gradient across Thickness Based on Power Law

弾性追従パラメータの履歴 ($\nu = 0.499$)Fig. 3.11 Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress ($\nu = 0.499$)

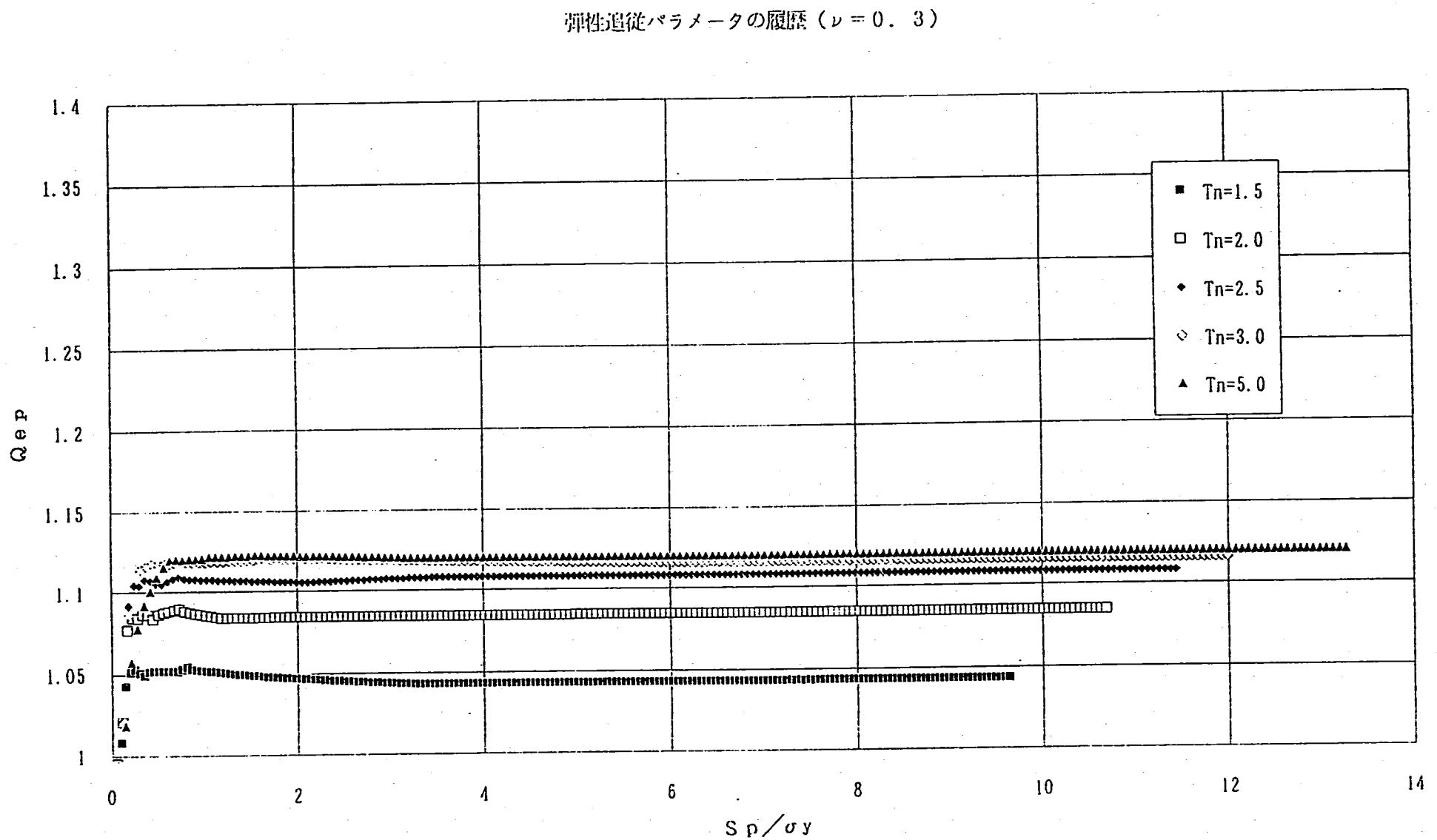


Fig. 3.12 Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress ($\nu = 0.3$)

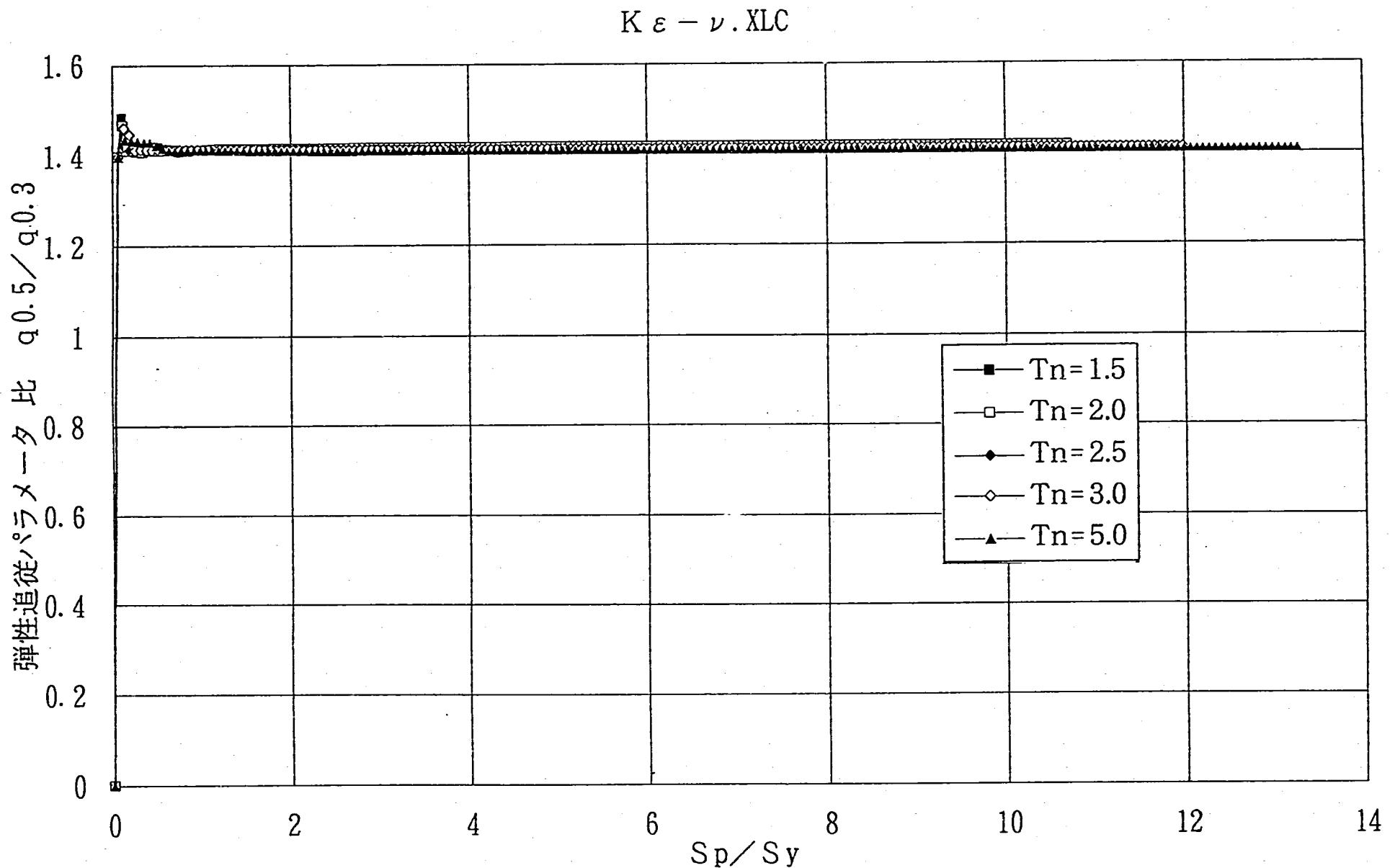


Fig. 3.13 Elastic Follow-up Parameters for Poisson's Ratio Effect

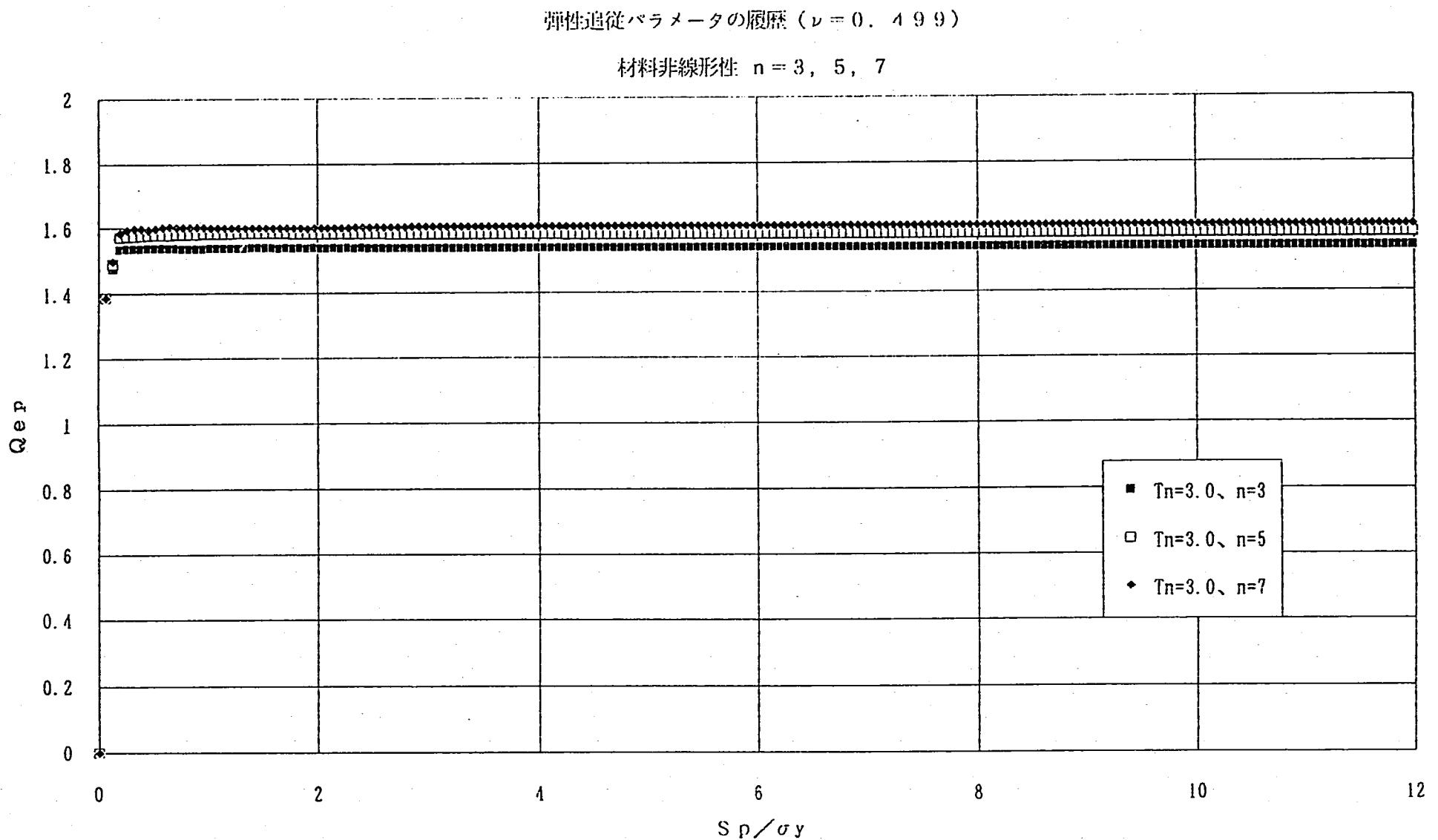


Fig. 3.14 Variation of Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress due to Non-linearity of Stress-Strain Relationship ($\nu = 0.499$)

ひずみ集中係数の履歴 (N = 5)

HOT-LEG MODEL

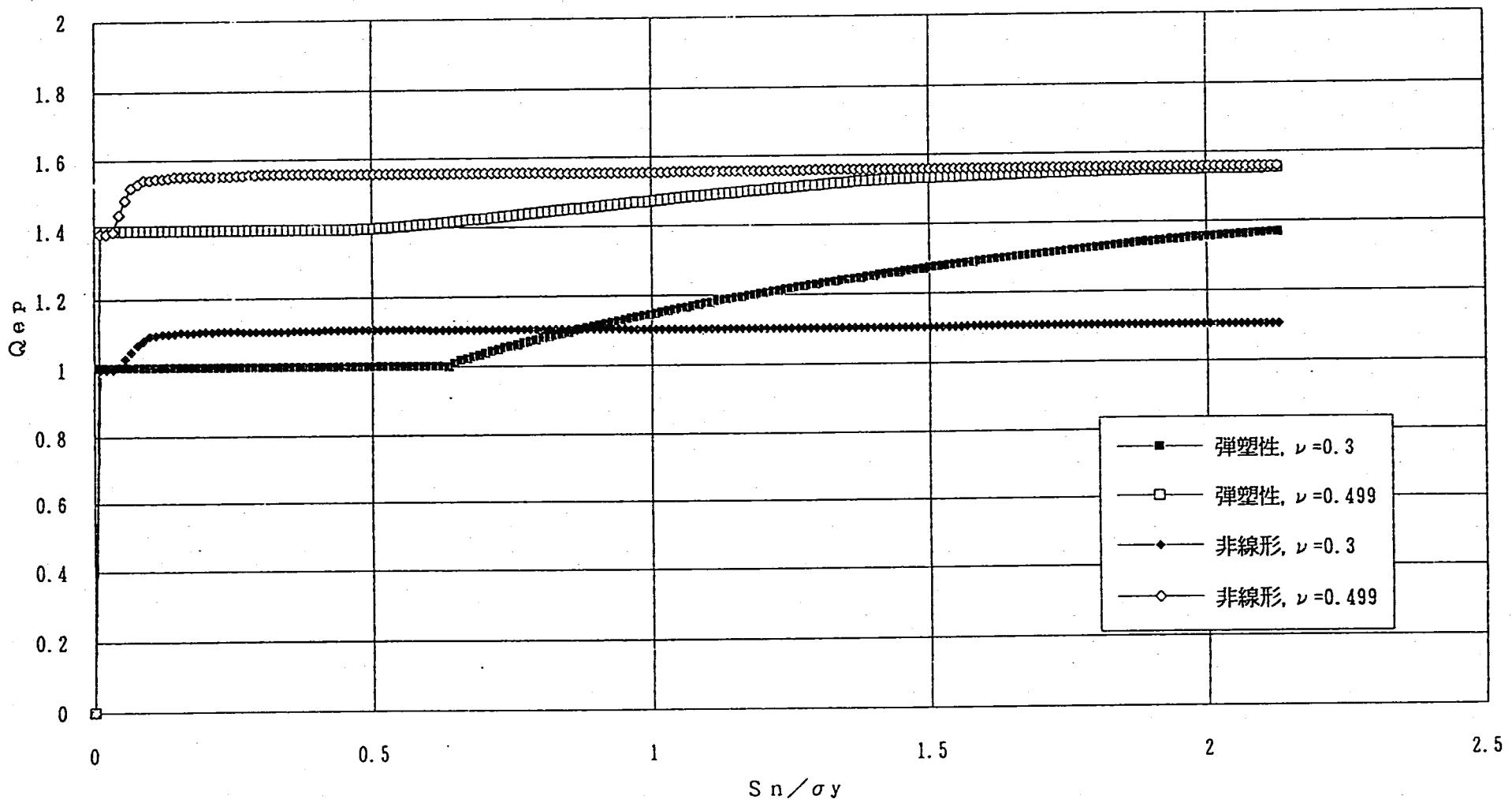


Fig. 3.15 Comparison of Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress between Elastic-Plastic Model and Non-linear Elastic Model
(N=5)

ひずみ集中係数の履歴 (N = 7)

HOT-LEG MODEL

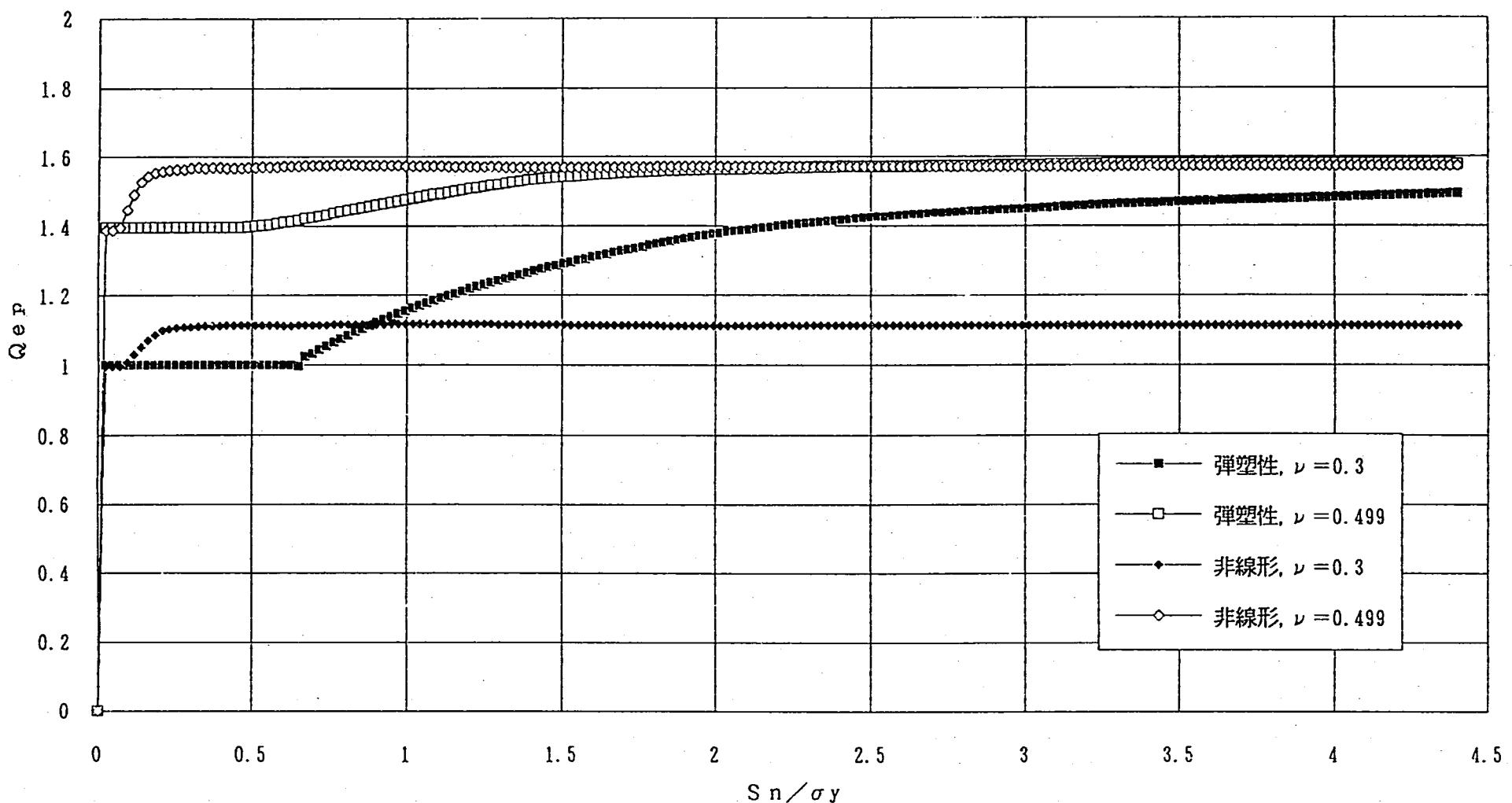


Fig. 3.16 Comparison of Elastic Follow-up Parameters for Thermal Peak Stress between Elastic-Plastic Model and Non-linear Elastic Model
(N=7)

4. 熱過渡強度評価における構造解析法の考察とひずみ集中評価法の提案

従来のひずみ範囲評価法

$$\varepsilon_t = K\varepsilon + \varepsilon_n + KT + \varepsilon_F$$

$$K\varepsilon = 1 + (q - 1) (1 - \sigma_y / S_n), \quad q = 3, \quad KT = 1$$

但し、 ε_n 、 ε_F ：弾性解析による歪み、 ε_t ：弾塑性歪み、 σ_y ：降伏応力、
 S_n ：1次+2次応力強さ

に対して、

弾性追従パラメータ $q = 5/3$ によるひずみ拡大が、熱ピークひずみに対して
 も生じることを考慮すると、

提案するひずみ範囲評価法

$$\varepsilon_t = K\varepsilon (\varepsilon_n + \varepsilon_F)$$

$$K\varepsilon = 1 + (q - 1) \{ 1 - \sigma_y / (S_n + SF) \}, \quad q = 5/3$$

但し、 ε_F ：熱ピーク歪み、SF：熱ピーク応力

が実際の歪み集中挙動の上限を記述するものと考えられる。

従来法と提案法を比較すると、熱ピーク応力が小さい場合は応力レベルによらず提案法が合理的な歪み範囲を予測する。

例えば大型炉設計研究において緩やかな熱過渡に対する配管等の設計で目安となる $S_n = 30 \text{ kg/mm}^2$ 、 $SF = 0 \text{ kg/mm}^2$ 、 $\sigma_y = 17 \text{ kg/mm}^2$ を仮定すると従来のひずみ範囲評価法では0.348%、提案するひずみ範囲評価法では0.242%になる。

さらに大型炉の手動トリップ条件程度の熱過渡である $S_n = 30 \text{ kg/mm}^2$ 、 $SF = 10 \text{ kg/mm}^2$ を考えると従来のひずみ範囲評価法では0.411%、提案するひずみ範囲評価法では0.322%となり、熱ピーク応力無の場合に比べると差は小さくなるが提案法が合理的な結果を与える。

これに対し、 S_n が小さく SF が大きい条件では、結果が逆になる場合がある。

例えば“もんじゅ”手動トリップ条件でのホットレグ配管に生じる応力 $S_n = 19.2 \text{ kg/mm}^2$ 、 $SF = 1.1.3 \text{ kg/mm}^2$ に対するひずみ範囲を計算すると、従来のひずみ範囲評価法では0.216%、提案するひずみ範囲評価法では0.245%になる。

しかし、大型炉で使用予定の新規材料である、316FR鋼等で強度が問題となるのは $S_n = 30 \text{ kg/mm}^2$ 以上の領域であり、この範囲では提案法による合理化が期待できる。

結論

構造解析に使用する物性値の温度依存性とひずみ集中評価法の平滑部材熱過渡強度評価結果に及ぼす影響を調べ、以下の結論を得た。

1. 物性値の温度依存性については定常熱伝導、非定常熱伝導、熱膨脹応力とすべての因子が温度上昇とともに応力を下げる方向にはたらくが、過渡熱応力への影響度は2%以下であり、大きくない。
2. 热過渡時の歪み挙動に影響を与える 1) 热ピーク応力、(2) ポアソン比効果、(3) 材料非線形性 およびこれらの重疊効果と、歪み集中の程度を表わす弾性追従パラメータの関係を調べ以下のことことが明らかになった。

(1) 热ピーク応力は板厚内温度分布を n 乗則指數で表わした場合に $n = 2, 5$ 程度の分布で、最大の歪み集中を引き起こし、大きさは弾性追従パラメータで表わすと約 1.6 である。

(2) ポアソン比効果による歪み集中は構造物表面では等 2 軸応力場で最大であり、弾性追従パラメータで表わすと熱ピーク応力に係わらず約 1.4 である。

(3) 材料非線形性は大きい程、小さい応力レベルから大きな歪み集中を引き起こすが、過渡熱応力に対する弾性追従パラメータにはあまり影響を与えない。

(4) 热ピーク応力とポアソン比効果は弾性追従パラメータの乗算関係にある。

3. 热過渡を受ける平滑部材に対する歪み集中率を包絡する以下の歪み集中評価法を提案する。

$$\varepsilon_t = K \varepsilon (\varepsilon_n + \varepsilon_F)$$

$$K \varepsilon = 1 + (q - 1) \left\{ 1 - \sigma_y / (S_n + S_F) \right\}, q = 5/3$$

但し、 $\varepsilon_n + \varepsilon_F$ ：弾性解析による歪み、 ε_t ：弾塑性歪み、 σ_y ：降伏応力、

S_n ：1次+2次応力強さ、 S_F ：熱ピーク応力

謝 辞

構造工学室 永田 敬 室長にはひづみ集中の考え方について多くのヒントをいただきましたことを厚く御礼いたします。

また、n乗則解析法について御教授頂きました構造工学室 月森 和之 副主研に謝意を表します。

常陽産業（株）石川 昌幸氏、細貝 広視 氏にはF I N A Sによる構造解析全般を引き受けて下さったことを感謝したいと思います。

参考文献

- [1] 笠原、(1993)「平滑部材熱過渡強度評価法開発 (1)熱過渡強度支配因子の摘出」, PNC ZN9410 93-125
- [2] 甲藤(1984), "伝熱概論", 養賢堂
- [3] 笠原他、局所的・総体的非弾性挙動を考慮した構造物クリープ疲労評価法の提案 一般化弾性追従モデルの開発, PNC ZN9410 93-222
- [4] 汎用構造解析システム F I N A S Version 12.0 使用説明書, PNC TN9520 92-006

付 錄 A1～A3

[目的]

ひずみ集中係数および弾性追従パラメータに対する材料非線形性の影響を効率良く調べ、 n 乗則をベースにした設計係数を策定することを目的に、F I N A Sによる n 乗則応力－ひずみ関係を用いた解析法を開発した。

[方法]

以下の2種類の方法を提案し相互比較した。尚、方法2については統報にて柄谷氏より報告される予定である。

方法1. 弾塑性モデルによる n 乗則解析法

方法2. 非線形弾性モデルによる n 乗則解析法

[結論]

方法1と方法2の両者共に、比例負荷の場合にはステップ数を応力増分 $0.1\text{kg}/\text{mm}^2$ 程度とすることにより、ポアソン比 $0.3\sim0.499$ の領域で n 乗則の計算が可能である。

ポアソン比 0.499 の場合には、方法1と方法2の間で、板厚内温度勾配を受けた円筒の解析結果に有意な差が生じなかった。ポアソン比が 0.499 に比べ小さい場合には、方法1では実効的なポアソン比が荷重と共に変化するため注意が必要である。

A1. 弾塑性モデルによる n 乗則解析法

A 1. 弹塑性モデルによるn乗則解析法

弾塑性歪みを弾性歪みと塑性歪みの和で表し、塑性歪みは応力・歪み関係を多直線近似して求めた硬化則を用いて計算するF I N A S (4) の弾塑性モデルによりn乗則解析を行う。

A 1 - 1. 塑性歪-応力関係の算出

弾塑性歪と応力が式(1)の関係に従うように式(3)のように塑性歪と応力の関係を求める。

$$\varepsilon_i = \sigma / E + \varepsilon^p \quad \dots \text{ 弹塑性応力ひずみ関係より}$$

$$\varepsilon_i = (\sigma / K)^n \quad \dots \quad (1)$$

$$\varepsilon^p = \varepsilon_i - \sigma / E \quad \dots \quad (2)$$

(2) に (1) を代入

$$\varepsilon^p = (\sigma / K)^n - \sigma / E \quad 1 / K^n = B$$

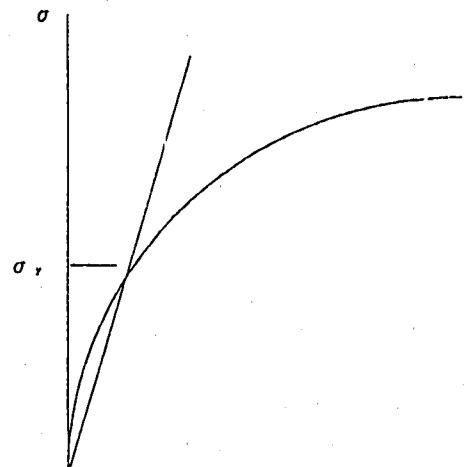
$$\varepsilon^p = B \sigma^n - \sigma / E \quad \dots \quad (3)$$

ここで

$$\sigma < \sigma_y \Rightarrow \varepsilon_i = \sigma / E, \quad \varepsilon^p = 0$$

$$\sigma \geq \sigma_y \Rightarrow \varepsilon_i = (\sigma / K)^n, \quad \varepsilon^p = \varepsilon_i - \sigma / E$$

$$\varepsilon^p = B \sigma^n - \sigma / E$$



A1-2. FINAS入力データの算出

(1) 降伏応力

・ $n = 3, E = 16200$ の場合の σ_y ,

$$B\sigma^3 - \sigma/E = 0 \quad B = 1.0E-8 \quad (\text{SUS}304 \quad 500^\circ\text{C} \text{の動的応力} \\ \text{ひずみ関係と同等な値})$$

$$\sigma = 78.57 \quad \sigma = \sigma_y$$

・ $n = 5, E = 16200$ の場合の σ_y ,

上記と同様に

$$\sigma = 8.88 \quad \sigma = \sigma_y$$

・ $n = 7, E = 16200$ の場合の σ_y ,

上記と同様に

$$\sigma = 4.29 \quad \sigma = \sigma_y$$

(2) 加工硬化係数

$n = 3, 5, 7$ から求まった初期応力から最大塑性ひずみを 3 % として、なめらかな放物線になるように応力を増分し、 ϵ^p を求めて加工硬化係数を算出する。

A1-3. FINASによる検証

ヘッドアクセス方式主配管モデルを用いて、 n 乗則解析を実施した。

n 乗則の検証用モデルを Fig.A1-1 に示す。使用要素は QAX8 である。

Fig.A1-1 に示したモデルを使用して、機械荷重と熱荷重について Fig.A1-2 に示す評価点において FINAS により算出された相当応力 - 相当ひずみの関係と、理論値の比較を行った。今回比較を行ったケースは $n = 5, 7$ である。

ボアソン比に関しては、塑性歪との整合性をとるため $\nu = 0.499$ とした。

(1) 機械荷重

機械荷重の境界条件を Fig.A1-3 に示す。理論値と解析による相当応力 - 相当ひずみ関係の比較を Fig.A1-4, 5 に示す。

なお、Fig.A1-4, 5 の応力、ひずみの定義は以下に示す通りである。

応力 —— Mises タイプの相当応力

$$\text{ひずみ} —— \epsilon_{eq} = \sigma_{eq}/E + \epsilon_{eq}^p \quad (\text{相当ひずみ})$$

(2) 热荷重

热荷重の境界条件をFig.A1-6、荷重条件をFig.A1-7に示す。理論値と解析による相当応力—相当ひずみ関係の比較をFig.A1-8、9に示す。なお、応力、ひずみの定義は機械荷重と同様である。

A 1 - 4. 比較結果

(1) 機械荷重

Fig.A1-4、5に示したように、解析値の応力が理論値をわずかに上回るのは、前ステップにおける加工硬化係数で応力増分を計算するためである。ひずみが大きくなるにしたがって理論値と解析値に差があるのは解析のステップの影響である。解析のステップを細かくすれば理論値に解析値は漸近する。

同一ステップ数で n 乗則解析の精度を上げるには、応力の急な立ち上がり部（降伏応力近傍）のステップを細かくし、応力値の変動が少なくなるにつれてステップを粗くする方法が有効である。本解析における降伏応力付近の応力値の増分は 0.1 kg/mm^2 である。

(2) 热荷重

Fig.A1-8、9に示したように、理論値と解析値にはほとんど差が見られなかった。

機械荷重と同様に解析の精度を上げるには、応力の急な立ち上がり部（降伏応力近傍）のステップを細かくするのが有効である。本解析の降伏応力付近の応力値の増分は機械荷重と同じである。

Fig.A1-9において、除荷が観察されるのはFig.A1-7の30秒付近の温度のゆらぎが降伏後に生じているためと考えられる。これに対し各応力成分はFig.A1-10に示すように、細かな振動を生じている。振動の振巾、周期は σ_x 、 σ_z 、 σ_θ に関して同一であることから、静水圧成分が振動していると考えられる。

A 1 - 5. 解析精度に対する各パラメータの影響

多直線近似を用いた n 乗硬化則の入力データ作成方法で述べた熱荷重において、評価点の各応力成分の履歴の各応力値が振動していた。その原因を調べるために以下に示す条件で調査した。

(1) 解析ステップ

解析ステップ数 198 の場合の各応力成分の履歴 ($N = 5$ 、機械荷重) を Fig. A1-10、解析ステップ数を 460 に増分後の各応力成分の履歴を Fig. A1-11 に示す。

Fig. A1-10、11から分かるように解析ステップを細かくしても、各応力値の振動巾は変わらない。従って解析ステップによる影響はないと思われる。

(2) 荷重履歴

A 1 - 3 節で述べた熱荷重は、履歴荷重で解析を行った。今回の調査では履歴荷重でなく最大応力発生時点の温度を与えその間を均等に分割することにより比例負荷を与えた。Fig. A1-12 に熱荷重として、比例負荷荷重を与えた場合の各応力成分の履歴を示す。履歴荷重を与えた場合と比較すると各応力値に振動は見られなかった。

(3) ポアソン比の違い

A 1 - 3 節ではポアソン比 0.499 を使用して解析を行った。これに対しポアソン比を 0.3 としてその影響を調べた。なお、熱荷重は比例負荷荷重である。Fig. A1-13、14 に応力成分の時刻歴を示す。Fig. A1-13 は n 乗則 ($n = 5$)、Fig. A1-14 は $n = 7$ の応力成分の時刻歴である。Fig. A1-13、14 から分かるように、各応力成分に振動は見られず、ポアソン比の影響が大きいことが挙げられる。その原因として以下のことが考えられる。

一般に弾性体に対する応力 - ひずみ関係は、以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & 0 & 0 & 0 \\ A_4 & A_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{syn.} & & A_8 & 0 & 0 & 0 \\ & & & A_9 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}$$

$$A_1 = (E(1-\nu)) / ((1+\nu)(1-2\nu))$$

$$A_2 = (E\nu) / ((1+\nu)(1-2\nu))$$

$$A_3 = E / 2(1+\nu)$$

上式より ν を 0.5 に近づけると、 A_1 、 A_2 の分母が無限大となりわずかなひずみ変動で応力 σ_x 、 σ_y が大きく変化するため、各応力値が振動しやすくなっている。

また、ポアソン比を 0.3 と 0.499 で解析した結果の相当応力、相当ひずみの関係を Fig.A1-15、16 に示す。Fig.A1-15 は n 乗則 $n = 5$ 、Fig.A1-16 は $n = 7$ である。Fig.A1-15、16 からわかるように、両者とも理論解上にあるが最大応力発生時点でのひずみに差が見られる。 $n = 5$ の場合、ポアソン比の違いによるひずみの誤差は 15% であり、 $n = 7$ の場合はポアソン比の違いによるひずみの誤差は 7% である。

A 1 - 6 結論

熱応力の計算では履歴荷重で与えず、最大応力発生時点の温度を入力とした比例負荷で解析を行うこととする。

また、ポアソン比がひずみ範囲に対する影響が大きいことに留意する必要がある。

FINAS

PNC TN9410 93-184

- 42 -

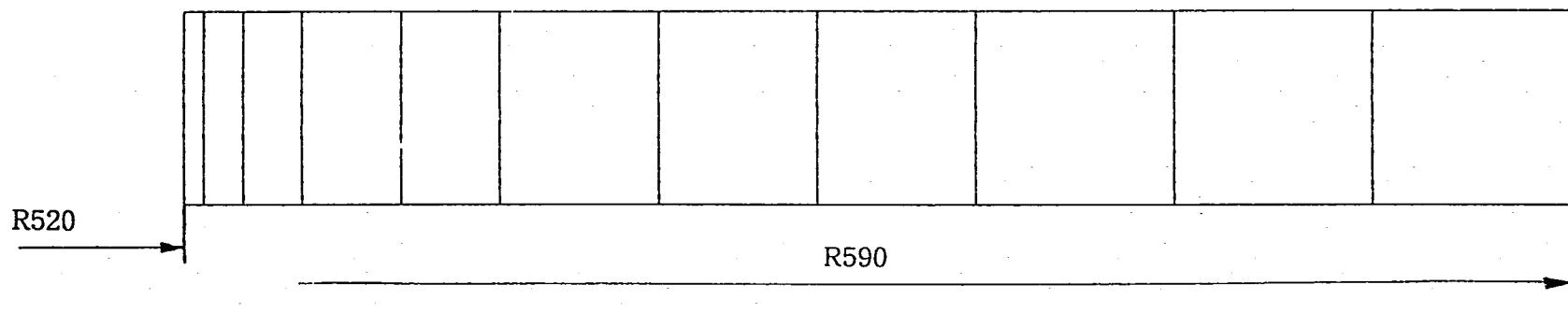


Fig. A1 - 1 Mesh Model

GEOM. SCALE 1 : 10.0000

H/A HOT LEG MODEL

FINAS

- 43 -

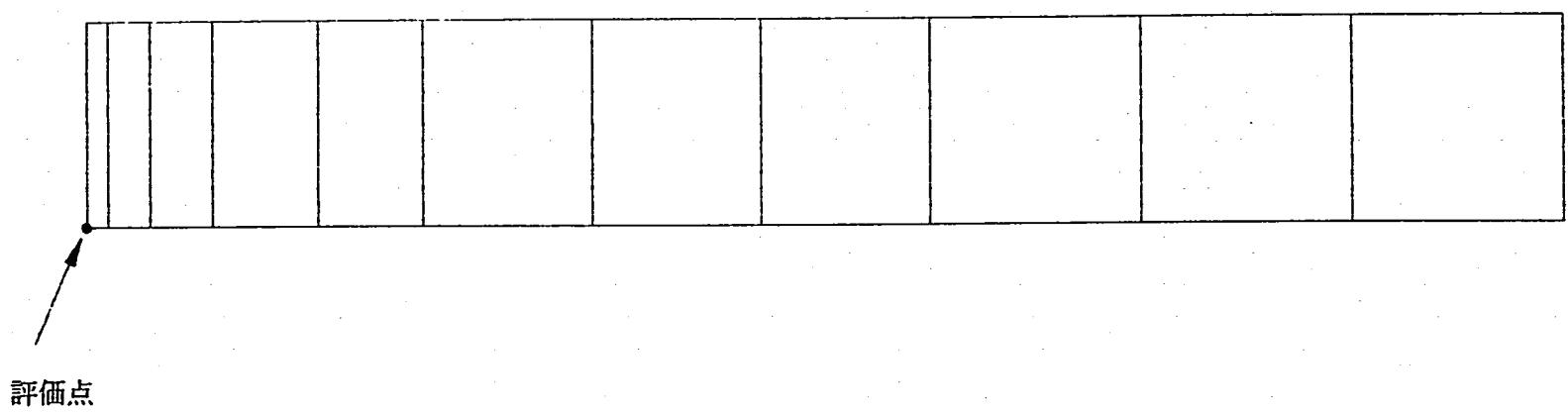
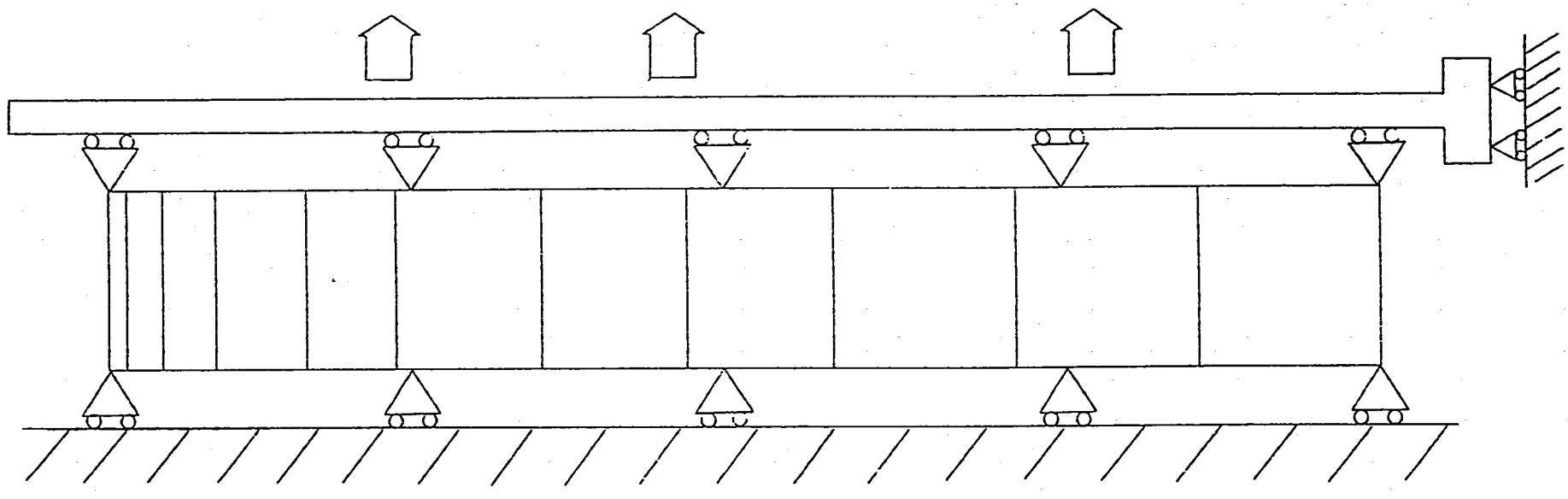


Fig. A1-2 評 値 点

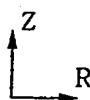
GEOGRAPHIC SCALE 1 : 10.0000

HIA HOT LEG MODEL

FINAS



- 44 -



GEOM. SCALE 10.0000

H/A HOT LEG MODEL

Fig. A1 - 3 機械荷重境界条件

FINAS 入力データと解析結果の比較 (N = 5)

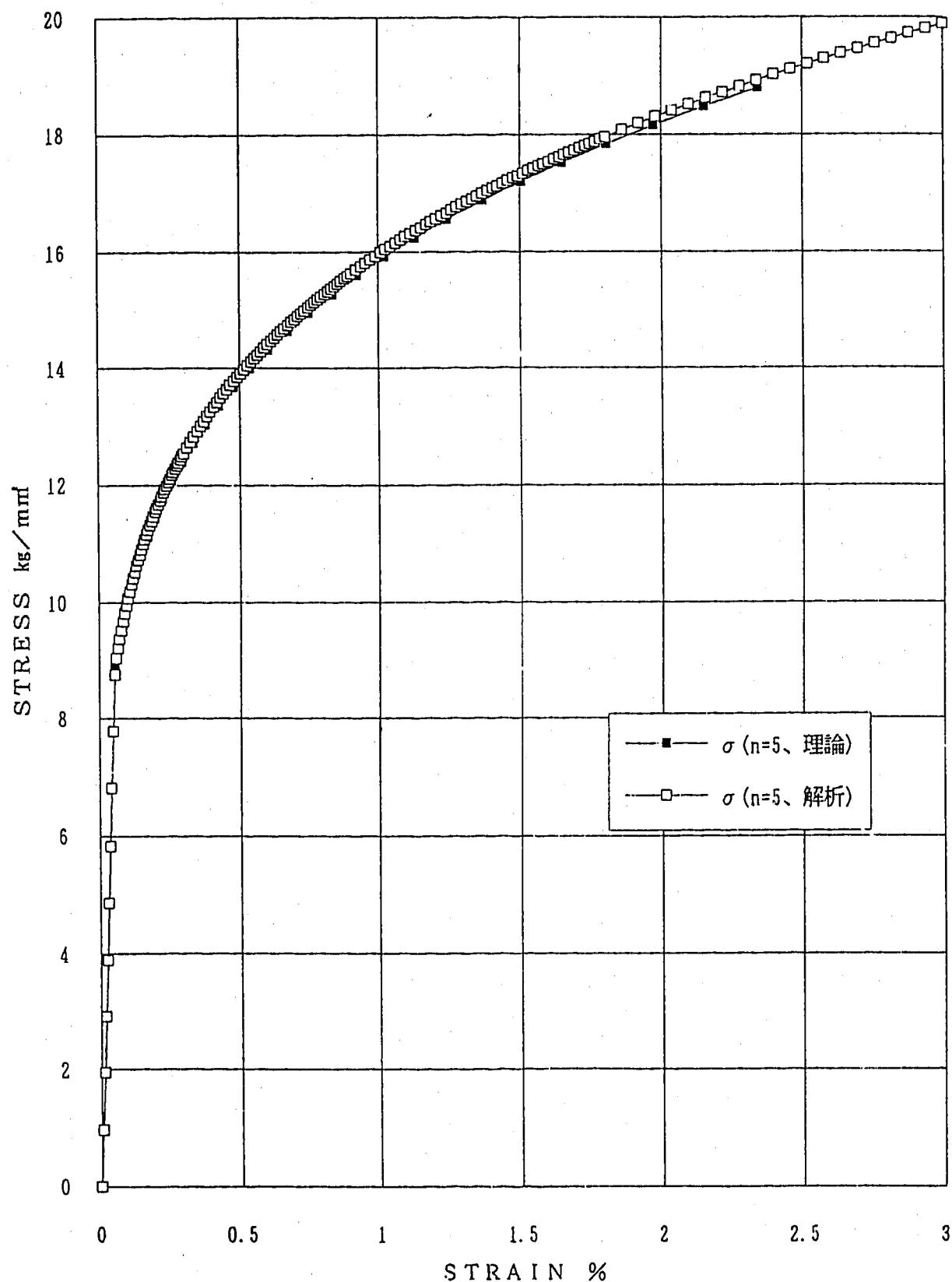


Fig. A1-4 理論値と解析結果の比較 (機械荷重、N = 5)

F I N A S 入力データと解析結果の比較 (N = 7)

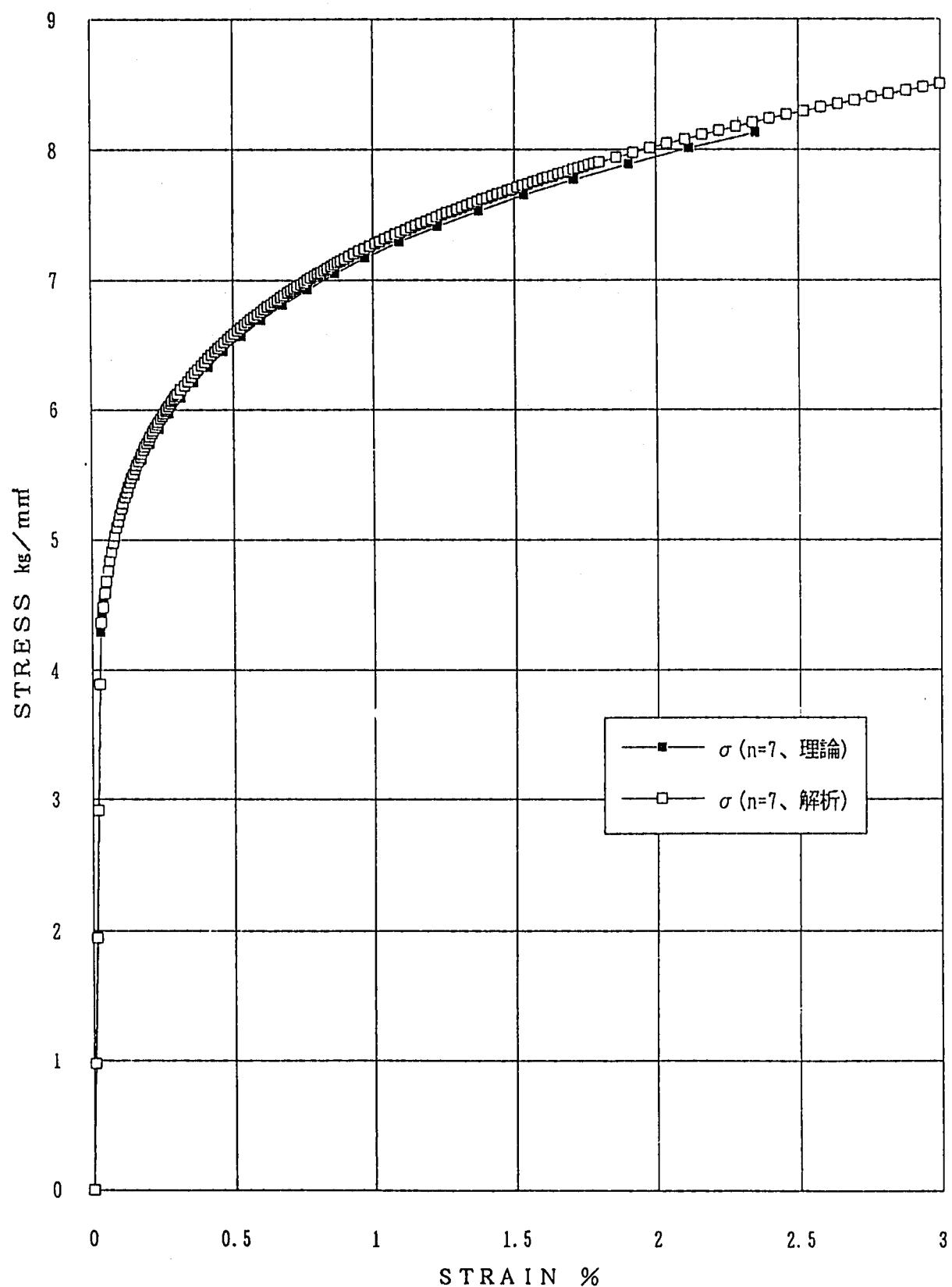
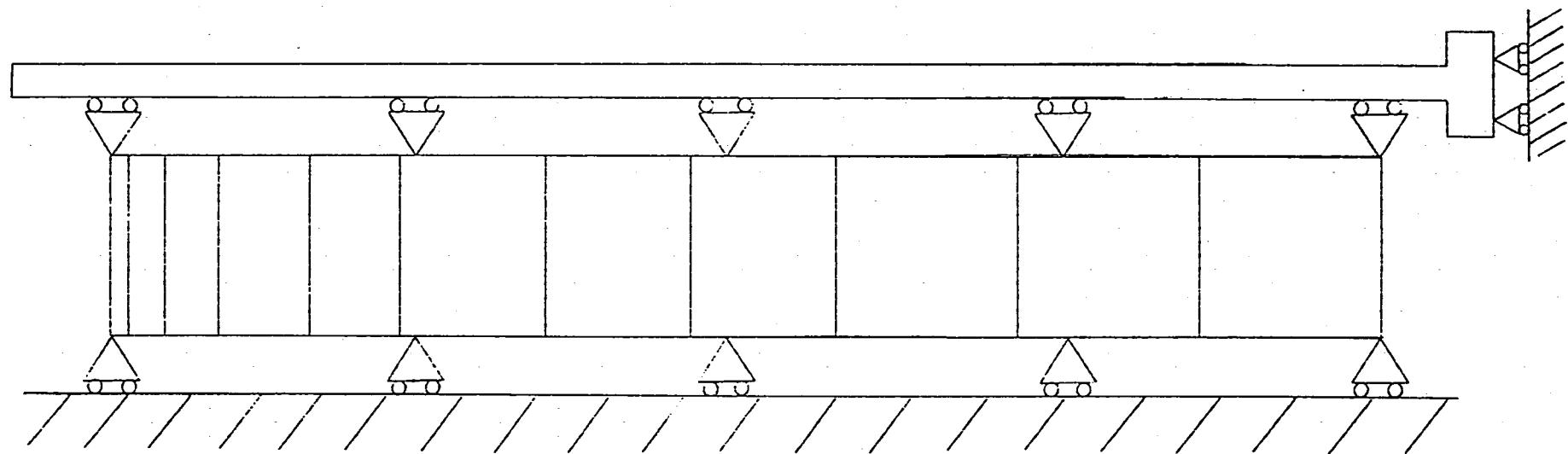


Fig. A1-5 理論値と解析結果の比較 (機械荷重、N = 7)

FINAS



Z
R

GEOM. SCALE 10.0000

Fig. A1 - 6 热荷重境界条件

H A HOT LEG MODEL

ホットレグモデル 温度履歴

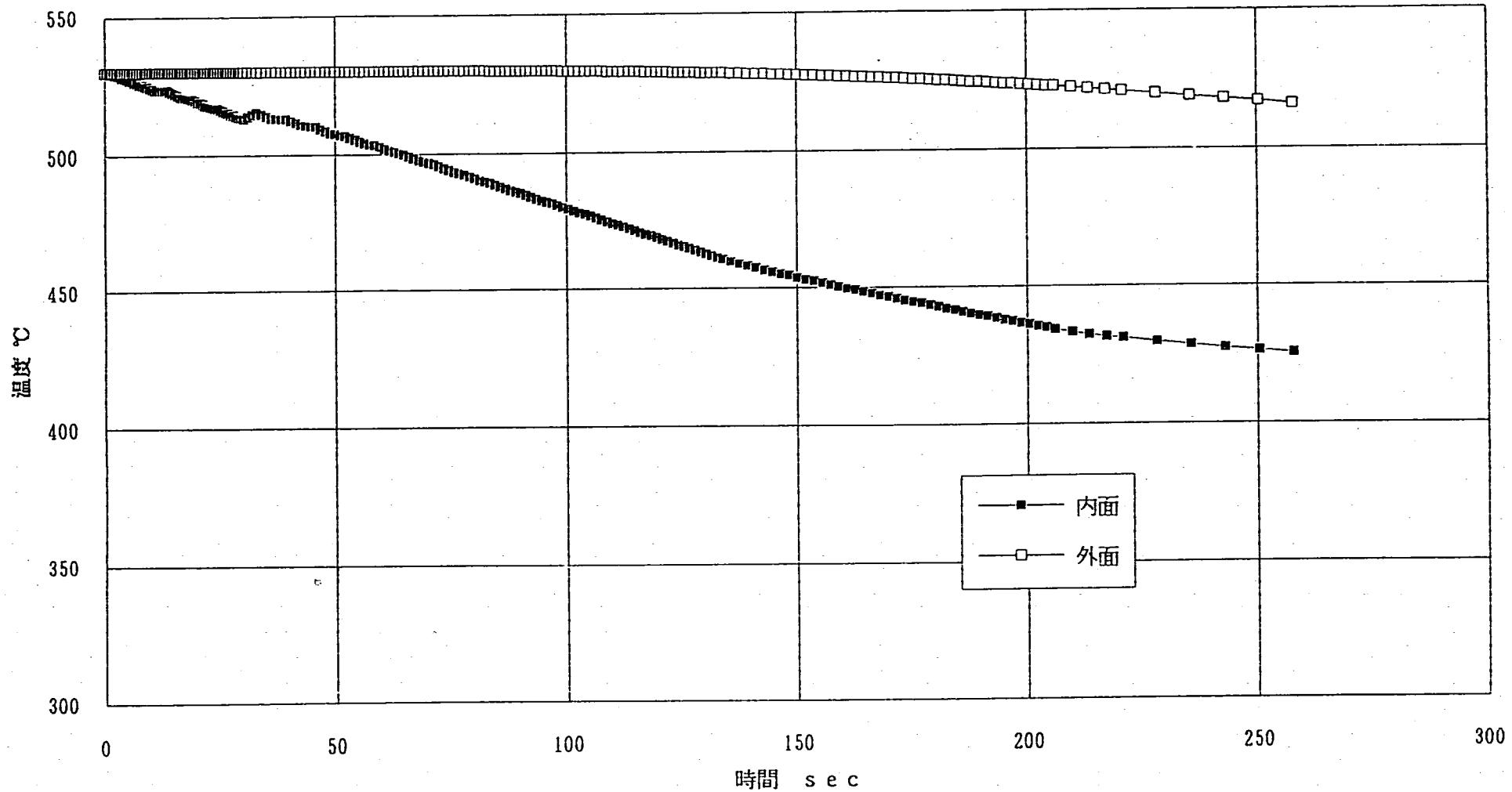


Fig. A1 - 7 热荷重条件

F I N A S 入力データと解析結果の比較 (N = 5)

HOT LEG MODEL (熱荷重)

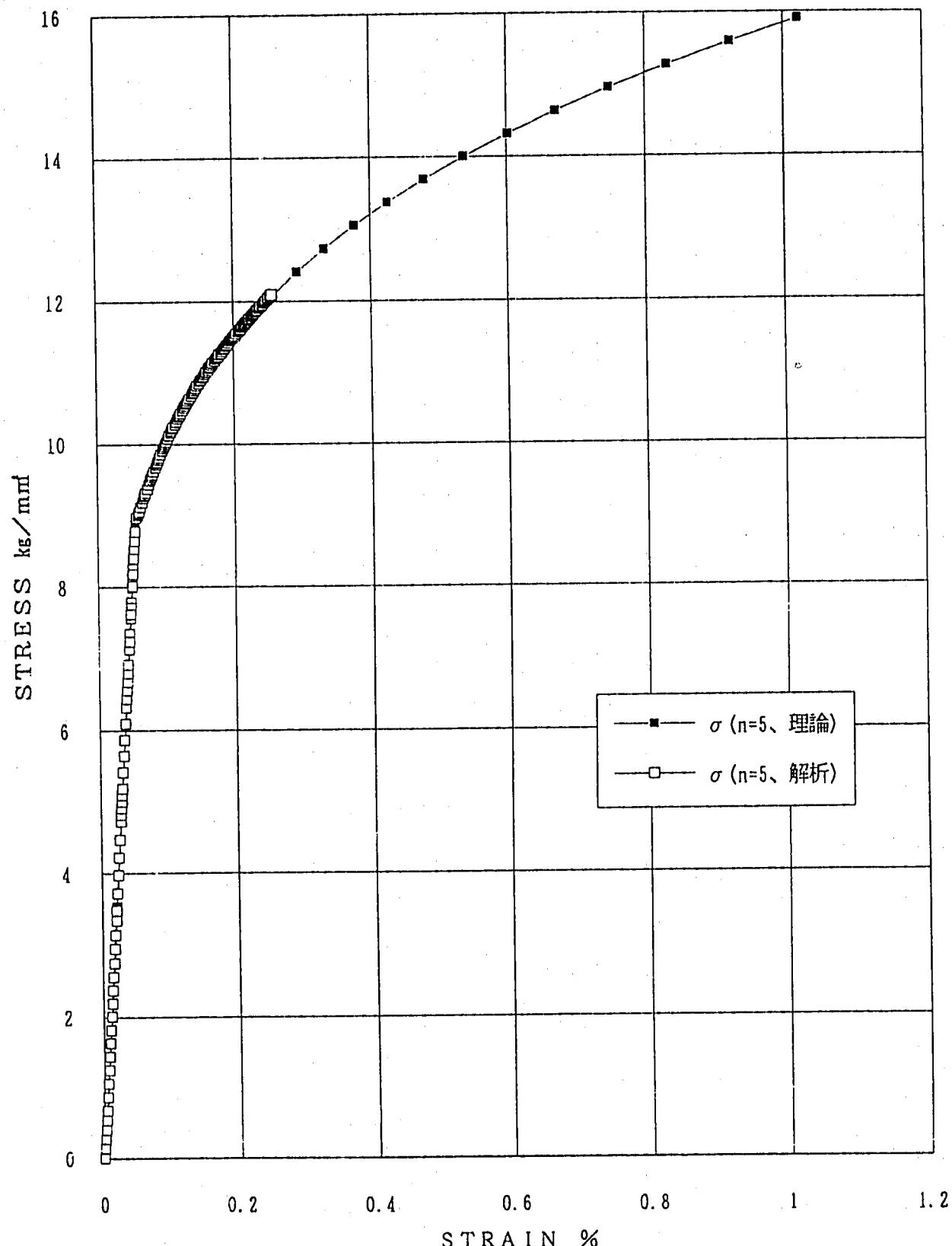


Fig. A1-8 理論値と解析結果の比較 (熱荷重、N = 5)

F I N A S 入力データと解析結果の比較 (N = 7)

HOT LEG MODEL (熱荷重)

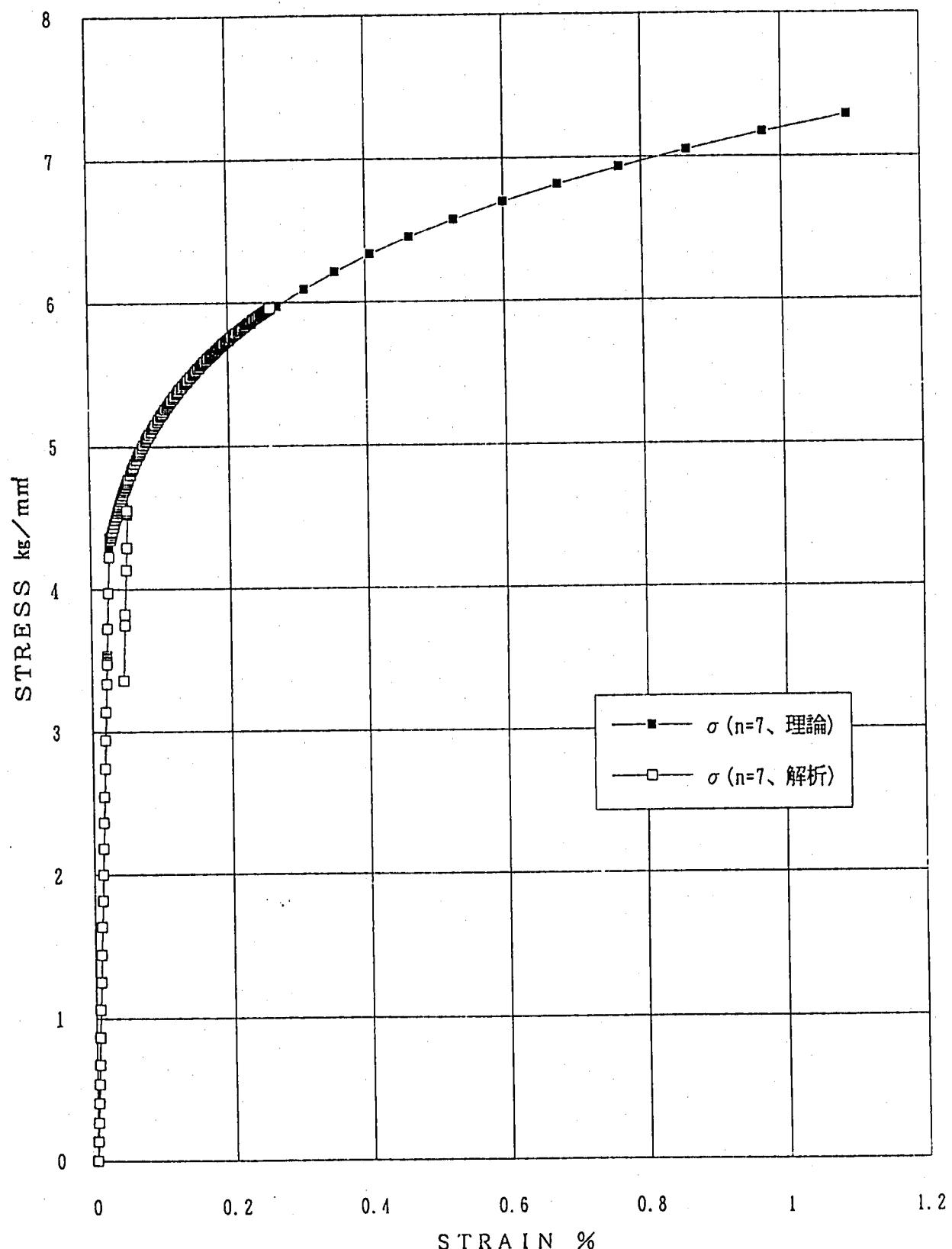
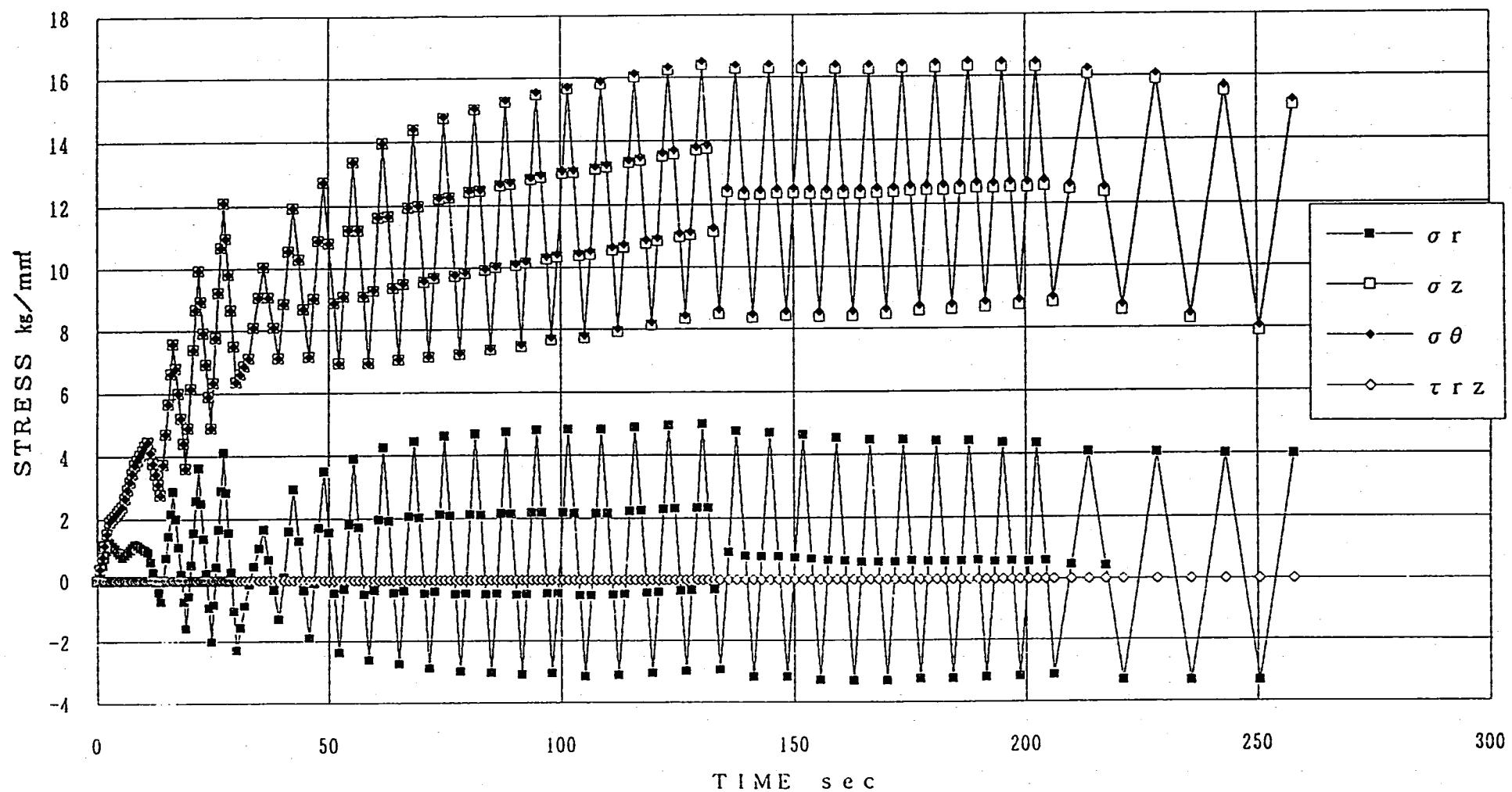
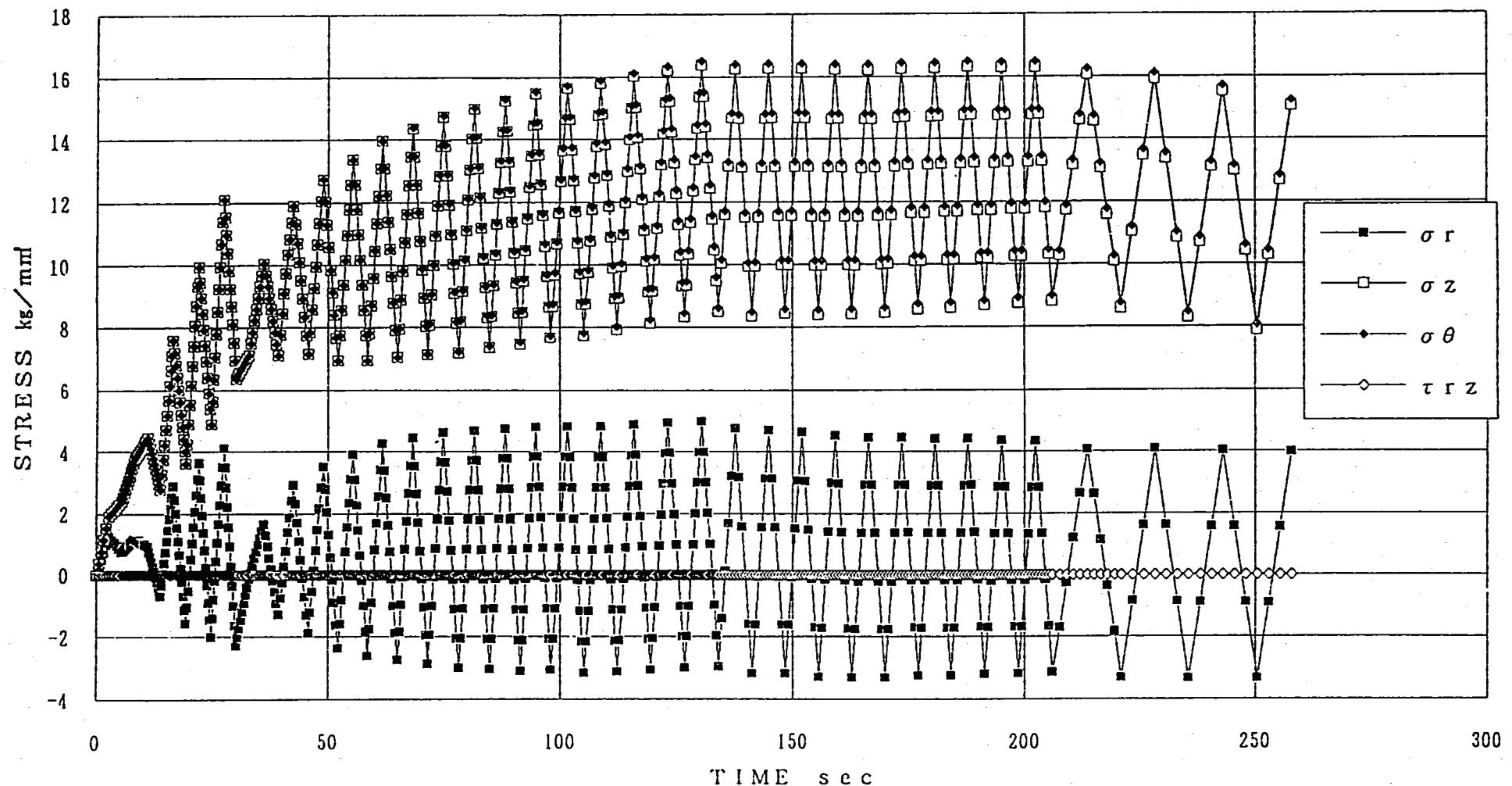


Fig. A1 - 9 理論値と解析結果の比較 (熱荷重、N = 7)

各応力成分の履歴 ($N = 5$ 、熱荷重、 $\nu = 0.499$)Fig. A1-10 各応力成分の履歴 ($N = 5$)

各応力成分の履歴 ($N = 5$ 、熱荷重、 $\nu = 0.499$)、ステップ増Fig. A1-11 各応力成分の履歴 ($N = 5$ 、ステップ増)

各応力成分の履歴 ($N = 5$ 、熱荷重、 $\nu = 0.499$)

最大応力発生時点の温度を入力として均等分割

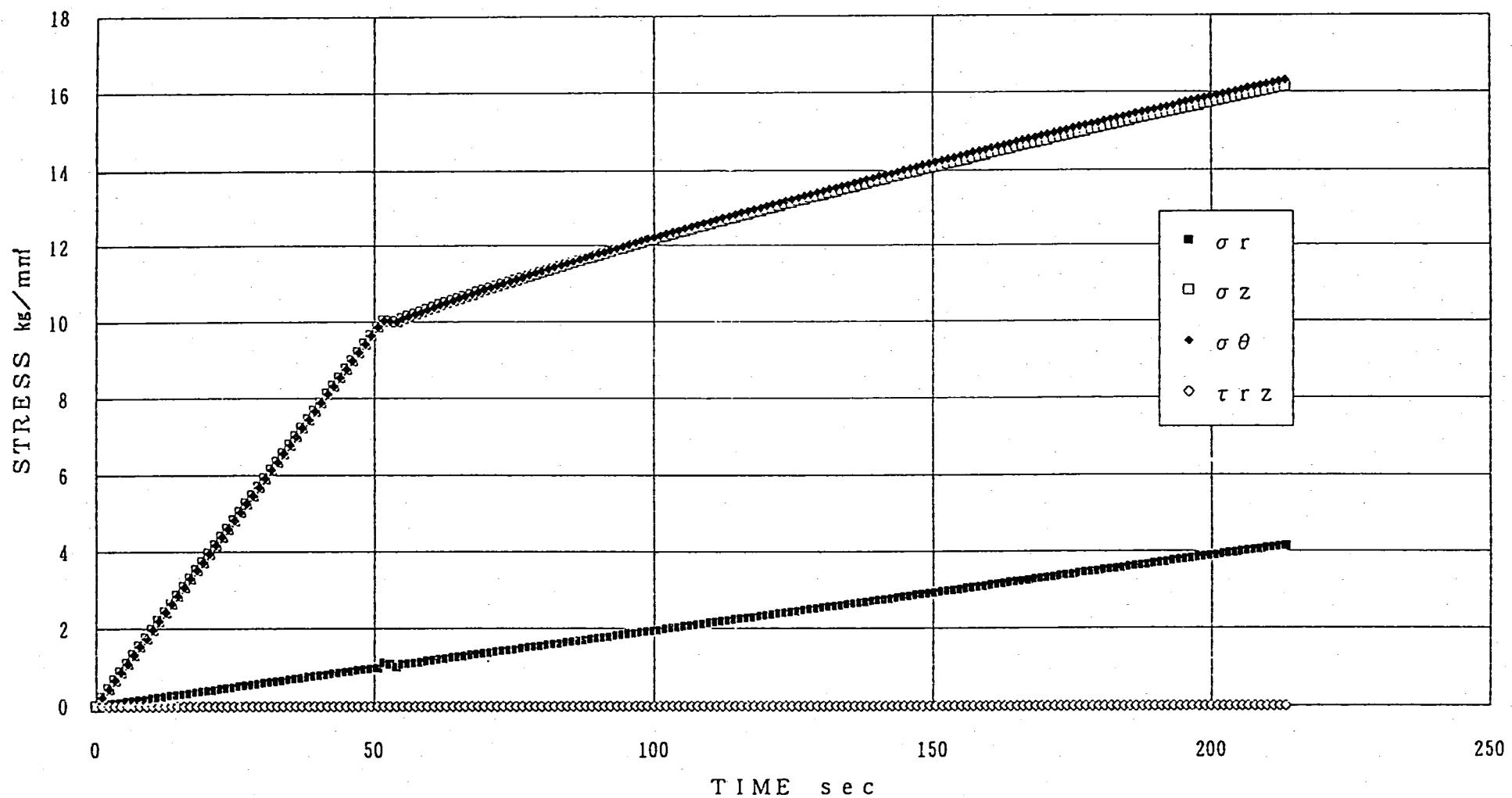


Fig. A1 - 12 各応力成分の履歴 ($N = 5$ 、均等分割)

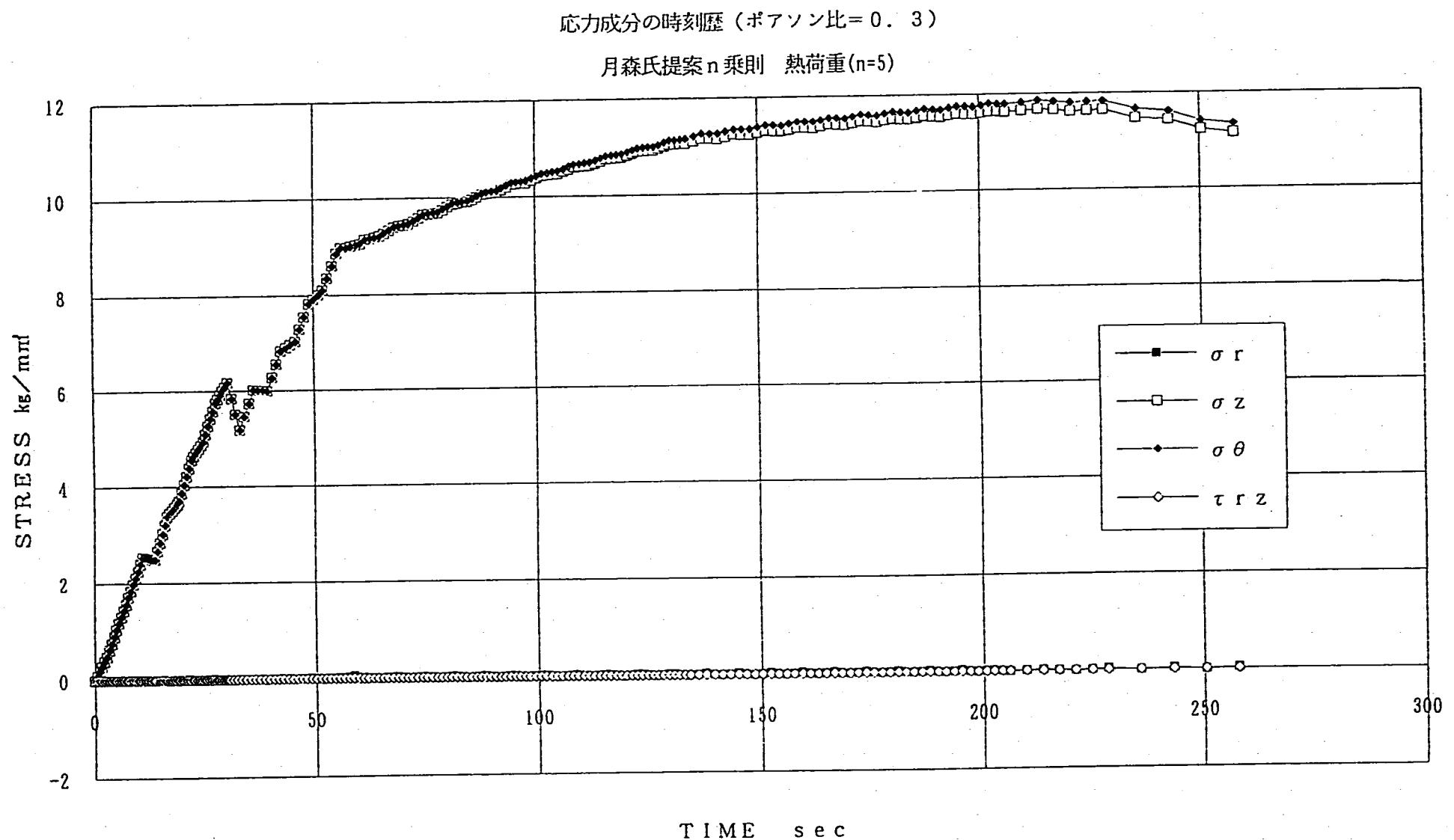


Fig. A1-13 各応用成分の履歴 (ポアソン比 = 0.3) N = 5

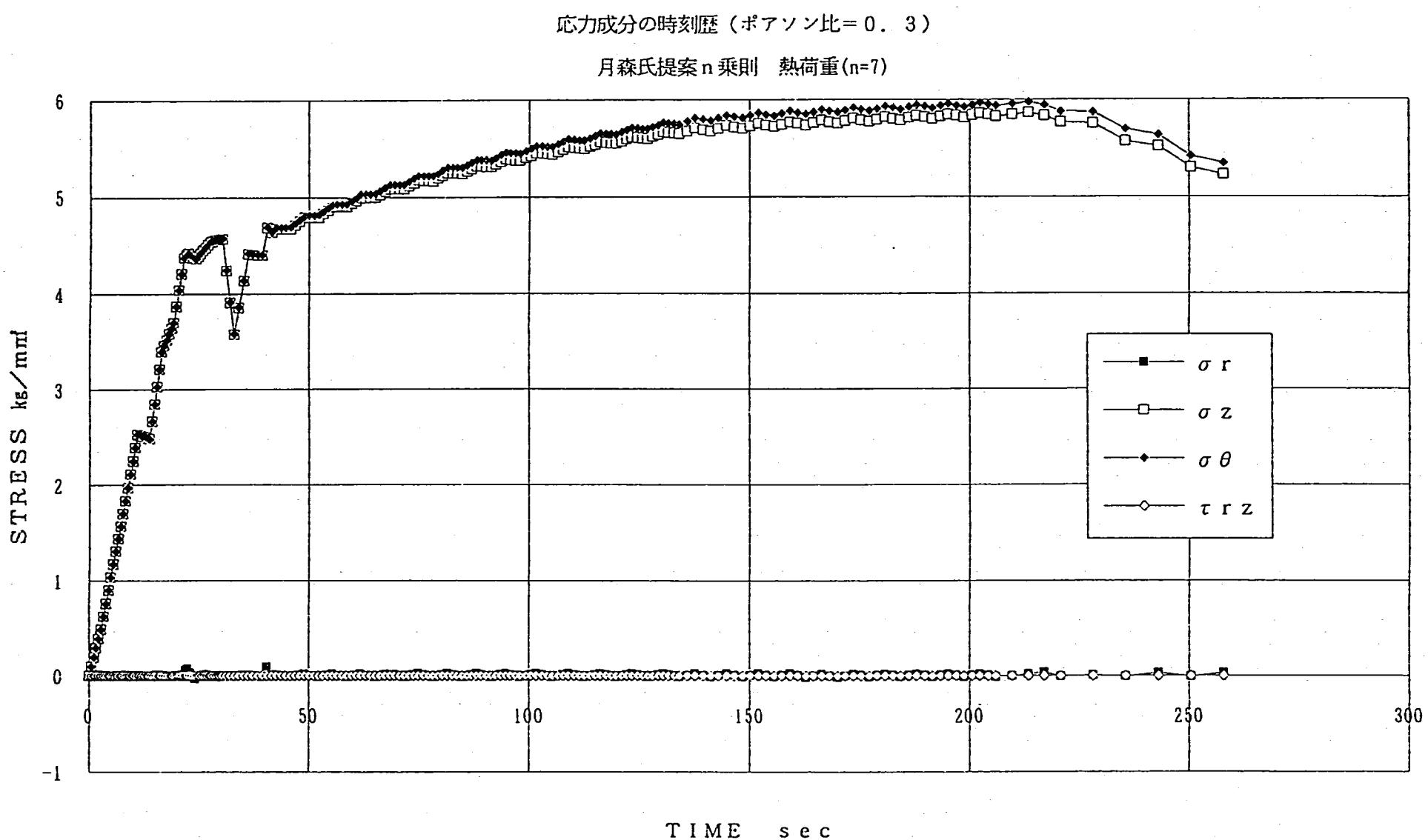


Fig. A1-14 各応力成分の履歴 (ポアソン比=0.3) N = 7

FINAS入力データと解析結果の比較 (N = 5)

HOT LEG MODEL (熱荷重)

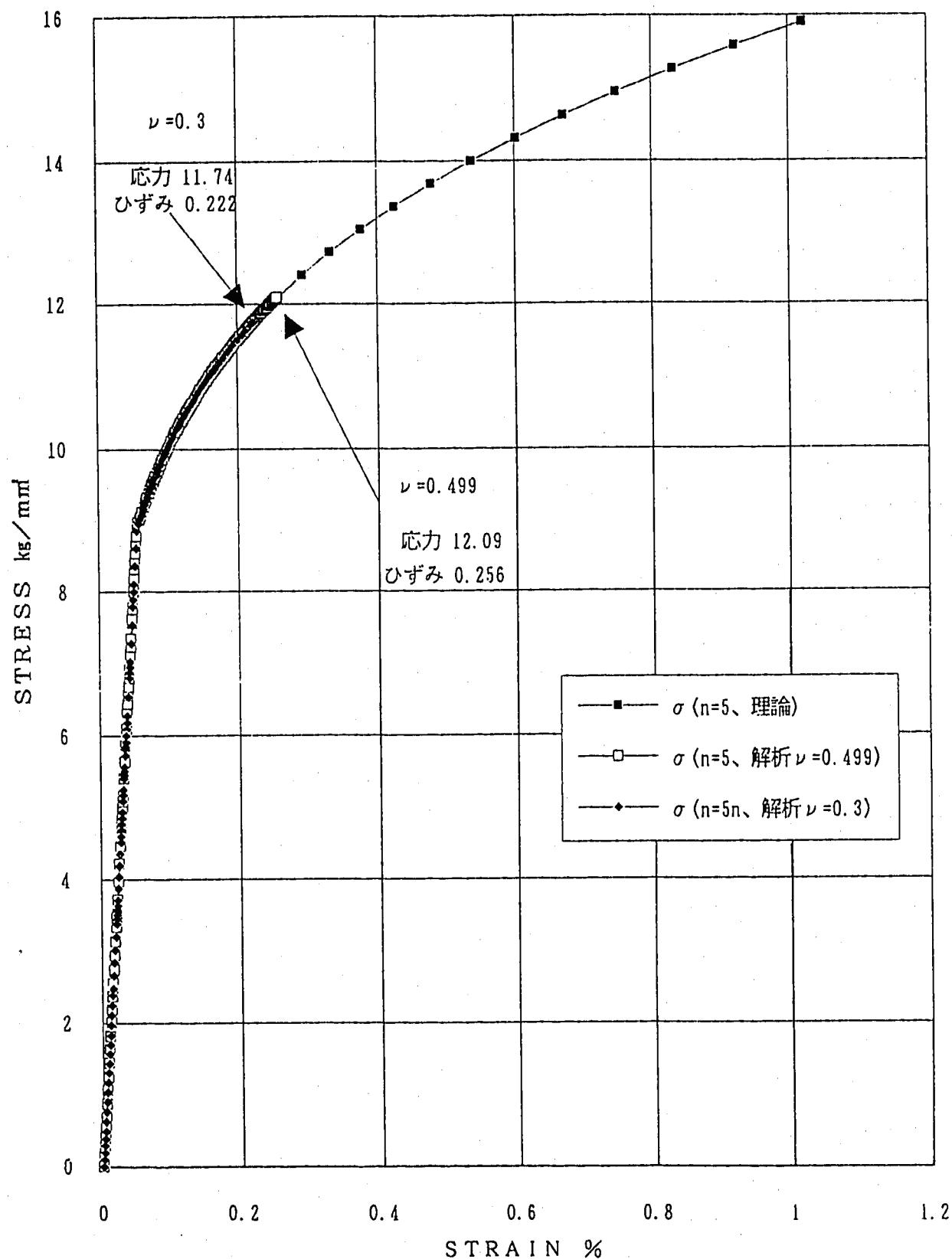
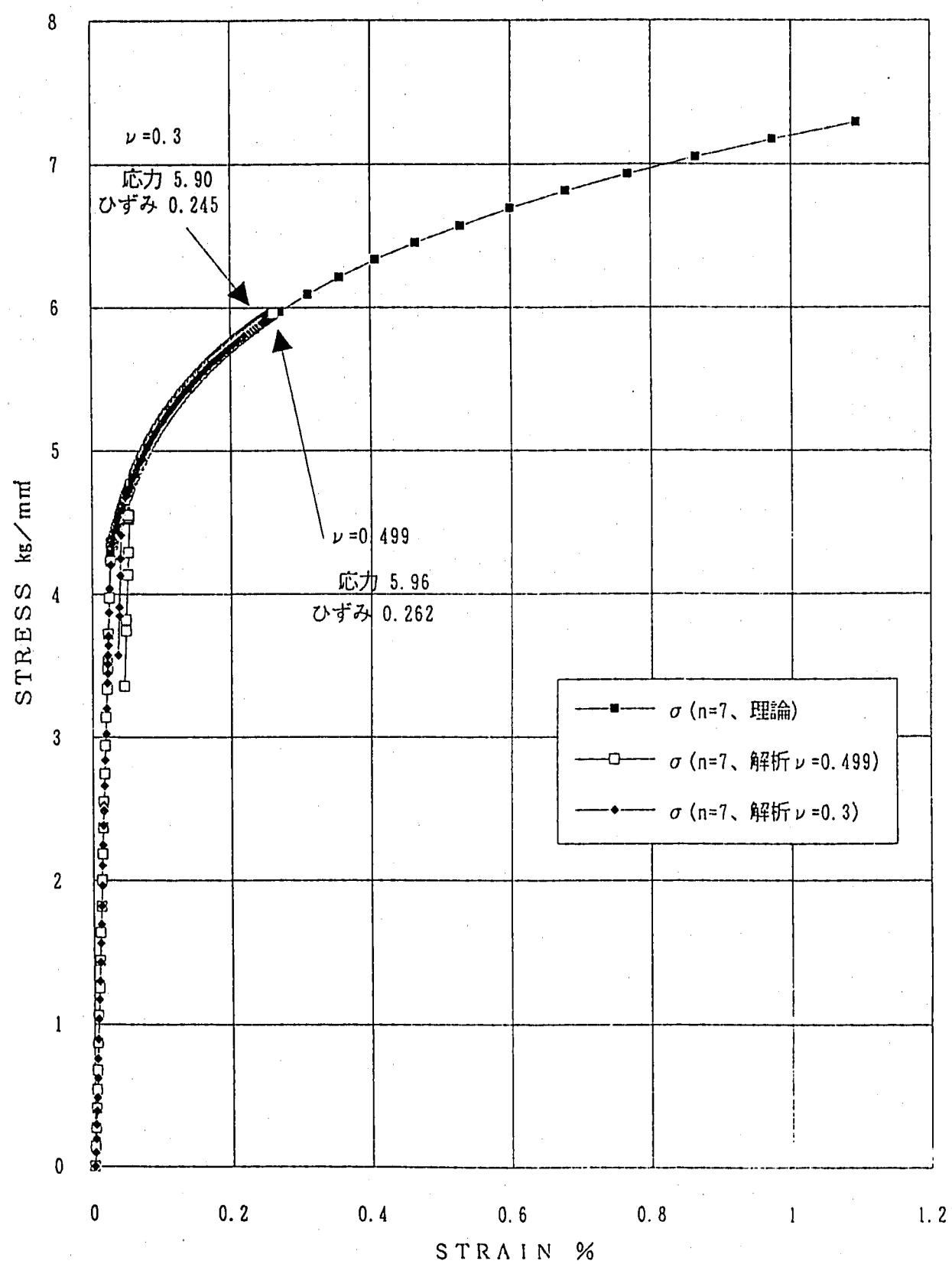


Fig. A1 - 15 理論値と解析結果の比較 (N = 5)

FINAS 入力データと解析結果の比較 ($N = 7$)

HOT LEG MODEL (熱荷重)

Fig. A1 - 16 理論値と解析結果の比較 ($N = 7$)

A2. 非線形弾性モデルによる n 乗則解析法

要 旨

n 乗則応力-ひずみ関係 ($\varepsilon = B \sigma^n$) に従う非線形弾性モデルをユーザーサブルーチンにより FINAS へ組込み、繰返し熱応力を受ける丸棒(単軸)とノッチ付丸棒(ひずみ集中構造)の解析を行い、その機能を検証した。

内 容

基礎理論	60~65、72~74
ユーザーサブルーチンによる組込み	66~70、81
精度向上のためのアルゴリズム	71~81
応力、ひずみの CSV 形式出力	82
検証例題	83~92
まとめと使用法	93

〈非線形弾性モデル〉

ここでは、 n 乗則応力-ひずみ関係に従う非線形弾性モデルを定義する。まず材料が等方性であれば、線形弾性体に対する応力-ひずみ関係は以下のように書ける。(3次元)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_2 & 0 & 0 & 0 \\ & A_1 & A_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & A_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & A_3 & 0 & 0 \\ & & & & A_3 & 0 \\ & & & & & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

Sym.

【線形弾性】

$$\rightarrow \{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$$

$$A_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad A_2 = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad A_3 = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

このように線形弾性体の応力、ひずみ関係は、 E 、 ν 、の2ヶの材料定数により記述される。

（また上式よりあきらかに $\nu = 0.5$ とすると、 A_1, A_2 が不定となり解析ができない。
これは $\nu = 0.5$ において、ひずみ非圧縮となるため $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 間に従属関係が発生することによる。このような場合は非圧縮体としての定式化が必要となる。）

さて、ここで上の線形弾性体を、非線形弾性体に拡張するが、ここで以下のようない仮定を用いる。

- ①非線形弾性体においても上式の増分形の形が成り立ち、 E を E_t に置き換えたものになる。
- ②単軸で与えられた応力-ひずみ関係へ、多軸場の応力、ひずみを変換する場合には、Mises の関係式を用いる。

Ref : 上記2つの仮定は、一般に認められているものではないが非線形弾性を多軸場でどう定義するのかというきまりがない。このようなきまりは実験的事実に基づくか、理論的に導かれるかのどちらかであるが、非線形弾性は実験的事実でなく、等方線形弾性体では上式は理論的に導けるが、非線形で明確でない。

以下の仮定によって、非線形弾性体の応力－ひずみ関係は、

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \\ d\tau_{xy} \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{A}_2 & \bar{A}_2 & 0 & 0 & 0 \\ & \bar{A}_1 & \bar{A}_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & \bar{A}_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \bar{A}_3 & 0 & 0 \\ & & & & \bar{A}_3 & 0 \\ & & & & & \bar{A}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{xy} \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \{d\sigma\} = [\bar{D}(\varepsilon^{ne})] \{d\varepsilon^{ne}\}$$

$$\bar{A}_1 = \frac{E_t(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \bar{A}_2 = \frac{E_t\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \bar{A}_3 = \frac{E_t}{2(1+\nu)}$$

このように E_t と ν によって記述され、 ν は一定であるが E_t はひずみの関数となる。よって単調の応力ひずみ関係として、 $\bar{\sigma}$ ($\bar{\varepsilon}$) が与えられれば、

$$E_t = \frac{d\bar{\sigma}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \text{ として各 } E_t \text{ を定めることができる。}$$

また $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\{\sigma\})$ 、 $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}(\{\varepsilon\})$ であり、この変換には Mises の式を用いる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \}}$$

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{9} \{ (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 \} + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}$$

ここに $\bar{\sigma}$ については、Mises の式であり問題ないが $\bar{\varepsilon}$ については $d\bar{\varepsilon}^p$ の式を使用していることに注意が必要である。

例えば n 乗則を用いるなら、 $\varepsilon = B\sigma^n$ なら

$$E_t = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{B} \right)^{1/n} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

ただし $\varepsilon = 0$ のとき、 E_t は不定となるため注意が必要である。

〈応力・ひずみ曲線〉 $\rightarrow \varepsilon = 0$ の場合の処理

応力・ひずみ曲線のベキ乗曲線近似としてよく用いられる Ramberg - Osgood の式は、以下のようになる。

$$\varepsilon^P = (\sigma / \lambda)^m \quad \text{--- (1)}$$

しかし、ここでは弾性塑性の区分による煩雑さを避けるために以下のように書く

$$\varepsilon = B \sigma^n \quad \text{--- (2)}$$

よって、

$$\sigma = \left(\frac{\varepsilon}{B} \right)^{1/n} \quad \text{--- (3)}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{B} \right)^{1/n} \varepsilon^{\frac{1}{n}-1} \\ &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{B} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (n < 1 \text{ より}) \\ \therefore E_t &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{B} \right)^{1/n} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \text{--- (4)} \end{aligned}$$

上式の問題点は、 $\varepsilon = 0$ にて E_t が無限大となることである。

これを避けるためには $\varepsilon = 0$ のときに、 E_t として十分に大きな値を用いて変形させ、ひずみを計算した後、上式の σ によって応力の計算をすることであろう。

$E_t(0) = \infty$ となるため、 $E_t(0) = E_t^\infty$ となる有限の値を仮定して $d\varepsilon$ を計算し、

③式より $d\sigma$ を求め $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ から E_t を定める。

$\varepsilon = 0$ の場合

- $E_t = E_t^\infty$ として [D] を作る
- SOLVER を通り変位より $\{d\varepsilon\}$ が定まる
- $\overline{d\varepsilon}$ を $\{d\varepsilon\}$ より定める
- ③式により $\overline{d\sigma}$ を計算する

• $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ とする

• E_t より $\{d\varepsilon\}$ を定める

とすればよい。

〈増分法による応力計算法〉

今回の計算では、 n 乗則の応力・ひずみ関係を用いた非線形弾性モデルによる解析である。このとき解析の精度を向上させるために以下のような考え方従って応力増分の計算を行う。

i) 剛性の計算 → (XMAT 1 にて使用する)

剛性の計算においては接線剛性法を用いる。つまり前ステップの解析によって定っている $\{\varepsilon\}$ または $\bar{\varepsilon}$ を用いて、 $E_t(\bar{\varepsilon})$ 、または $[D(\bar{\varepsilon})]$ を計算する。つまりこれは前ステップの状態において接線剛性を求める意味である。

また $\varepsilon = 0$ の場合 E_t が無限大となるため、 E_t^∞ として有限値を用いる（値については別途定める）

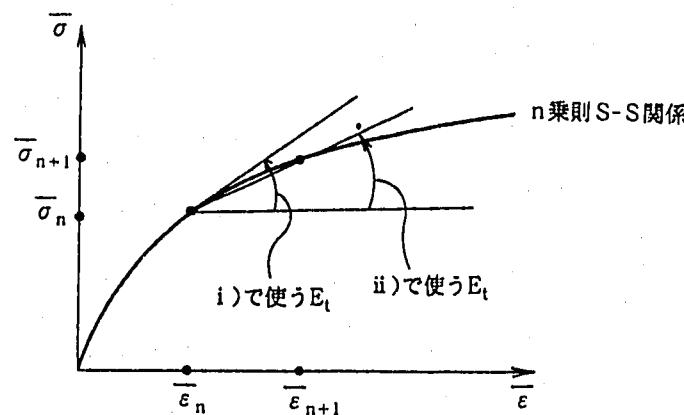
ii) 応力増分の計算 (XMAT 2 にて使用する)

前述の接線剛性を用いて計算された応力値は解析ステップが無限に細くない限り実際の n 乗則より高めの値となる（応力・ひずみや凸である限り…）。このような誤差を避けるために、ひずみ増分より応力増分を求めるときの E_t として、i) の値でなく以下に述べる E_t を用いる。

今、前ステップにおけるひずみを $\{\varepsilon\}$ 、今ステップで計算されたひずみを $\{\Delta\varepsilon\}$ と、これらを $\{\varepsilon_n\}$ 、 $\{\varepsilon + \Delta\varepsilon\} = \{\varepsilon_{n+1}\}$ と書く。するとこれらより $\bar{\varepsilon}_n$ 、 $\bar{\varepsilon}_{n+1}$ が計算され、③式により $\bar{\sigma}$ 、 $\bar{\sigma}_{n+1}$ が決まる。ii) に E_t は以下の式により定める。

$$E_t = \frac{\bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n}{\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n}$$

ただし、 $\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n = 0$ のときは、④式とする ((i) と同じ E_t)。



〈熱非線形弾性問題における構成方程式〉

ここでは、温度変動下における等方性非線形弾性体における構成方程式を導く。ただしここで用いる非線形弾性体は、先に定義したものとし、この非線形弾性体には温度依存性がないとする。

i) 非線形弾性体の定義

今回用いる非線形弾性体は増分形により定義する。よって応力増分を $\{d\sigma\}$ 、弾性ひずみ増分を $\{d\varepsilon^{ne}\}$ とするなら以下のように書ける（サフィックス ne は、nonlinear elastic を意味する。線形弾性と区別するために n をつけています。）

$$\{d\sigma\} = [\bar{D}(\varepsilon^{ne})] \{d\varepsilon^{ne}\}$$

$[\bar{D}]$ については前述のとおりであるが、ここで $[\bar{D}]$ が温度依存性を持たないと仮定する。つまり、

$$\frac{d[\bar{D}]}{dT} = [0]$$

これは、 $[\bar{D}]$ の成分である E_t 、 ν が温度が変化してもかわらないことを意味する。

この定式化は応力・ひずみを定義する n 乗則に温度依存性がない（温度が変化してもかわらない）ことを意味する。

ii) ひずみの分解

全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ は弾性ひずみ増分 $\{d\varepsilon^{ne}\}$ と熱ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ により以下のように書ける。

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^{ne}\} + \{d\varepsilon^T\}$$

iii) 热ひずみ増分の定義

热ひずみ増分 $\{d\varepsilon^T\}$ は、瞬間線膨張係数： α を用いて以下のように書ける。（温度増分を dT として）

$$\{d\varepsilon^T\} = \{\alpha\}.dT$$

$$\{\alpha\} = \{\alpha \ \alpha \ \alpha 000\}^T \quad \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T} = 0 \right).$$

→ α は温度の関数でもかまわないが、ここでは簡単のため α は温度依存でないとする。

iv) 構成方程式の導出

以上の関係より構成関係を導く。この場合はとても簡単で…

$$\{d\sigma\} = [\bar{D}] \{d\varepsilon\} - [\bar{D}] \{\alpha\} dT \quad \text{となる}$$

展開すると

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \\ d\tau_{xy} \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{A}_2 & \bar{A}_2 & 0 & 0 & 0 \\ & \bar{A}_1 & \bar{A}_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & \bar{A}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{Sym.} & & & \bar{A}_3 & 0 & 0 \\ & & & & \bar{A}_3 & 0 \\ & & & & & \bar{A}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{xy} \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha \bar{B}, dT \\ \alpha \bar{B}, dT \\ \alpha \bar{B}, dT \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここに $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3$ は以前の定義と同じく、

$$\bar{A}_1 = \frac{E_t(1-\nu)}{(H\nu)(1-2\nu)}, \bar{A}_2 = \frac{E_t\nu}{(H\nu)(1-2\nu)}, \bar{A}_3 = \frac{E_t}{2(1+\nu)} \text{である。}$$

$$\bar{B} = \frac{E_t}{(1-2\nu)}$$

Ref. 平面応力

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P}_1 & \bar{P}_2 & 0 \\ & \bar{P}_1 & 0 \\ & & \bar{P}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha \bar{P}_4, dT \\ \alpha \bar{P}_4, dT \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{E_t}{(1-\nu^2)}, P_2 = \frac{E_t\nu}{(1-\nu^2)}, \bar{P}_3 = \frac{E_t}{2(1+\nu)}$$

$$\bar{P}_4 = \frac{E_t}{(1-\nu)}$$

〈ユーザーサブルーチンによる任意の構成モデルの組込み〉

ここでは、FINAS V12.0の機能であるユーザーサブルーチン XMAT1、XMAT2 を用いて先述の熱非線形弾性モデルを FINAS へ組込む。

◦ 内部状態変数の定義

任意の構成モデル組込みではまず使用する内部状態変数を定義する。

ここでは以下のように定義し使用する。

① Vector型 - 2ヶ

USTV (6、1) : 弾性ひずみ ε^{ne}

USTV (6、2) : 热ひずみ ε^T

② Scalar型 - 2ヶ

USTS (1) : 相当弾性ひずみ $\bar{\varepsilon}^{ne}$

USTS (2) : 温度

③ フラッグ型 - 1ヶ

IFLG (1) : $\begin{cases} 0 : \text{応力が } n \text{ 乗則上にある} \\ 1 : \text{ " 線形近似上にある} \end{cases}$

◦ サブルーチン XMAT1

$$\{d\sigma\} = [\bar{D}] \{d\varepsilon\} - [\bar{D}] \{\alpha\} dT \quad \text{であり}$$

XMAT1では構成関係 $\{d\sigma\} = [D] \{d\varepsilon\} + \{dg\}$ の $[D]$ と $\{dg\}$ を定義するから

$$\left. \begin{aligned} [D] &= [\bar{D}] \\ \{dg\} &= [\bar{D}] \{\alpha\} dT \end{aligned} \right\} \text{とすればよい}$$

ただし、 $[\bar{D}]$ の計算においては増分前の $\{\varepsilon\}$ より定めることに注意。

◦ サブルーチン XMAT2

XMAT2では、応力の増分を定めるが、これを前述の構成モデルにより行うことでもできるが、ここでは、計算精度の向上を図るため、以下の手順をとる。

$$\{d \varepsilon^T\} = \{\alpha\} dT$$

$$\{d \varepsilon^{ne}\} = \{d \varepsilon\} - \{d \varepsilon^T\}$$

$$\overline{\varepsilon}_{n+1} = \overline{\{\varepsilon + d\varepsilon\}} \quad (\overline{\varepsilon}_n = \overline{\{\varepsilon\}})$$

n乗則応力ひずみ関係 $\sigma = (\varepsilon / B)^{1/n}$ より $\overline{\varepsilon}_n \rightarrow \overline{\sigma}_n$ 、 $\overline{\varepsilon}_{n+1} \rightarrow \overline{\sigma}_{n+1}$

$$E_t = \frac{\overline{\sigma}_{n+1} - \overline{\sigma}_n}{\overline{\varepsilon}_{n+1} - \overline{\varepsilon}_n} \text{ とする}$$

$$\{d \sigma\} = [\bar{D}] \{d \varepsilon^{ne}\}$$

$\langle E_t^\infty \text{について} \rangle$

今回使用するn乗則の式では、ひずみが0のとき E_t が無限大となる。このことは解析上の問題となるため、 E_t に最大値を設けこれ以上には E_t がならないようする。この値が $E_t^\infty = ETMAX$ である。この値としては従来の慣習より $E \times 10^3$ としてみて、その妥当性を考えてみる。

→接線より

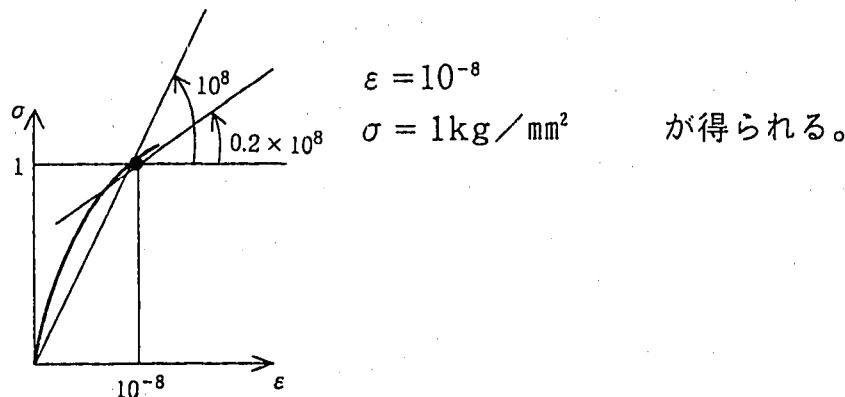
$$E_t = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{B} \right)^{1/n} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

であるから、

$$\varepsilon = \left[\frac{1}{(nE_t)^n \cdot B} \right]^{\frac{1}{n-1}}$$

である

さて、 $B = 10^{-8}$ 、 $n = 5$ として、 $E_t = 2 \times 10^7 \approx E \times 10^3$ とすると、



n	ε	σ
3		2.23
4		1.71
5		1.495
6		1.380

→傾きより

$$E_t = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = \left(\frac{\varepsilon}{B} \right)^{1/n} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

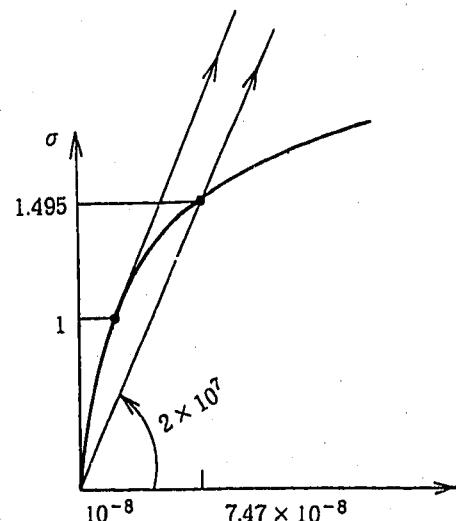
$$\text{より } \varepsilon = (E_t^n \cdot B)^{\frac{1}{1-n}} \text{ または } \sigma = (E_t B)^{\frac{1}{1-n}}$$

さて上と同様にすると

$$\varepsilon = 7.47674 \times 10^{-8}$$

$$\sigma = 1.495 \text{ kg/mm}^2$$

つまり 1 Step めで 7.5×10^{-8} のひずみ
または 1.5 kg/mm^2 の応力ができるところで
この傾き $2 \times 10^7 \text{ kg/mm}^2$ が妥当である。



〈適用要素と応力場〉

今回対象とするのは、QAX8、ROD2、HEX8、TAX6の4種のみとする。しかし実際には、応力場があっていれば使えるはずであり単軸か軸対象か3次元であればよい。

	IECOD	KFIELD	応力場	NCOMP	
QAX8	1	4	対称軸	4	R,Z,Q,RZ
ROD2	2	1	単軸	1	x、
TAX6	4	4	軸対象	4	R,Z,Q,RZ
QMEM8	5	2	平面応力	3	X,Y,XY
HEX8	30	3	3次元	6	X,Y,Z,XY,YZ,ZX

Programing 編

〈ユーティリティーサブルーチン群〉

その他 Programing を効率化するために以下のサブルーチンを用いる。

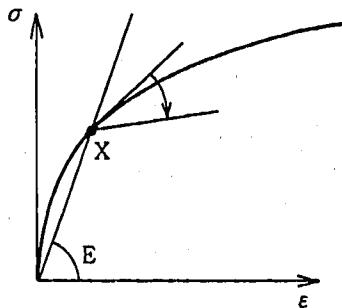
- YNMAT (TEMP、DIEHP、N、B、ETMAX、POI、AL) 材料定数を定める。
- YNSB (KFIELD、SIGSBAR) $\bar{\sigma}$ の計算 (関数)
- YNEBAR (KFIELD、ENEEBN) $\bar{\varepsilon}^{ne}$ の "
- YNDBAR (KFIELD、NCOMP、ET、POI、DBAR) $[\bar{D}]$ の計算
- YNGG (KFIELD、 E_t 、POI、ALDT、GG) {dg} の計算
- YNET1 (N、B、ETMAX、EBN、ET) E_t 傾きとして
YNET1S (AN、B、ETMAX、SB、ET) $\bar{\sigma}$ より E_t を
YNSUBI (AN、B、ETMAX、EBN、EBN1、NS) Substepiteration Ns
を決める
- YNET2 (N、B、ETMAX、EBN、SB、EBN1、ET) E_t 2点間より 関数
- YNDET (KFIELD、AL、DT、DET) $\{d \varepsilon^T\}$ の計算
- YNMUL (N、A、B、C) $[A]\{B\}=\{C\}$
- YNFLD (IEXN、IECOD、NCOMP、KFIELD) KFIELD の設定

これらのルーチンは全て YN または YFN ではじまる

$\left\{ \begin{array}{l} Y : FINAS の サブルーチン と 一 致 し な い た め \\ N : Nonlinear elastic の 頭 文 字 \\ F : FUNCTION を 表 わ す \end{array} \right.$

〈n乗則応力-ひずみ関係について〉

今回用いるn乗則応力-ひずみ関係について考察する。さて、今応力-ひずみ関係がSUS304、500℃を仮想しているとするなら、 $E = 16200 \text{ kg/mm}^2$ である。よって以下の図のX点を求める



$$\text{弾性 : } \sigma = E \varepsilon$$

$$n\text{乗則 : } \varepsilon = B \sigma^n$$

$$X \text{点は } \varepsilon_X = (E^n \cdot B)^{\frac{1}{1-n}} \quad n = 5$$

$$B = 10^{-8}$$

$$\varepsilon_X = 5.47149 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_X = 8.8638 \text{ kg/mm}^2$$

$$E_t = 3240 \text{ kg/mm}^2$$

1/5におちている。

Ref.

このときn乗則の傾きを E_t とおくと

$$E_t = E/n$$

〈相当弾性ひずみの計算方法について〉

相当塑性ひずみの計算式については多くのFEM教科書に記述されているが相当弾性ひずみについての記述はみあたらない。ここでは、相当ひずみ(Mises型)を偏差ひずみの2次不変量と考えることにより導く。(係数を単軸問題を考えることによりあわせる)

今、弾性ひずみを e_{ij} (Teusor 定義) と書くと偏差成分の2次不変量は、

$$e_{ij} \cdot e_{ij} = e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2 + 2e_{12}^2 + 2e_{23}^2 + 2e_{31}^2$$

ここに

$$e_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3}e_{AA}\delta_{ij} \quad (\text{Ref. } e_{11} = e_{11} - \frac{1}{3}(e_{11} + e_{22} + e_{33}), e_{12} = e_{12})$$

よって相当弾性ひずみを \bar{e} とおくと

$$\bar{e}^2 = k^2 \cdot e_{ij} \cdot e_{ij}$$

でありこの k を単軸問題より定める。

単軸問題(弾性では)

$$e_{11} = e, e_{22} = -\nu e, e_{33} = -\nu e, e_{12} = e_{23} = e_{31} = 0$$

よって

$$e_{11} = e - \frac{1}{3}(e - \nu e - \nu e) = \frac{2e(1+\nu)}{3}, e_{22} = \frac{-e(1+\nu)}{3} = e_{33}$$

$$e_{ij} \cdot e_{ij} = \frac{2}{3}e^2(1+\nu)^2$$

より

$$\bar{e}^2 = k^2 \cdot \frac{2}{3} \bar{e}^2(1+\nu)^2 \\ \therefore k = \frac{1}{(1+\nu)} \times \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \bar{e} = \frac{1}{1+\nu} \cdot \sqrt{\frac{3}{2} e_{ij} \cdot e_{ij}}$$

$$\rightarrow \text{Ref. } \bar{e}^P = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij}^P \cdot e_{ij}^P} \text{ であるから}$$

$$\bar{e} = \frac{1}{1+\nu} \times \frac{3}{2} \times \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} \cdot e_{ij}}$$

よって \bar{e}_{ij}^P の式に $\frac{1.5}{1+\nu}$ の修正をつければよい。

さて、上式は Tensor 型式の表記なので、これを Vector 型式になおす。よく知
られているように

Tensor Vector

↗ ↗

$e_{11} = \varepsilon_{11}$ 、 $2 \cdot e_{12} = \varepsilon_{12}$ であるから、(x, y に直して)

$$\bar{e} = \frac{1}{1+\nu} \sqrt{\frac{3}{2} e_{ij}^2}$$

$$\bar{e} = \frac{1}{1+\nu} \sqrt{\frac{3}{2} \left\{ \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right\}}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x - \frac{1}{3} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_y \quad "$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z \quad "$$

〈平面応力場における相当弾性ひずみ〉

平面応力場における式を導くには、 ε_z の式を陽に導く必要がある。
Hook則より

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left\{ -\nu (\sigma_x + \sigma_y) + \sigma_z \right\} \quad \rightarrow (\sigma_x + \sigma_y) = -\frac{E}{\nu} \varepsilon_z$$

また、

$$(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{E}{1+\nu} \left\{ \frac{1}{1-2\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{2\nu}{1-2\nu} \varepsilon_z \right\}$$

$$-\frac{E}{\nu} \varepsilon_z = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{2\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_z$$

$$\frac{-(1-2)}{\nu(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_z = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\therefore \varepsilon_z = \frac{-\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

または簡単に $\sigma_z = 0$ より

$$\frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_z = 0$$

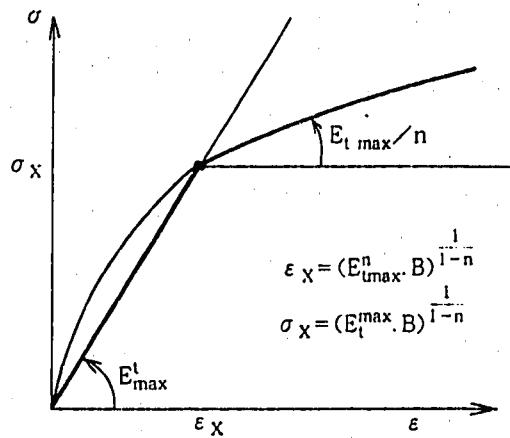
よって平面応力では

$\varepsilon_z = \frac{-\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y)$ として計算する → 3-Dの式を用いる。

〈応力計算法に関する考察〉

I) n乗則応力-ひずみ関係式

何度も述べてきたように、今回使用するn乗則応力-ひずみ関係式は、 $\varepsilon = 0$ にて傾きが無限大となる。従って、解析においては、これを避ける有効な方法が必要である。ここでは、 $\varepsilon = 0$ 近傍においては直線近似 ($\sigma = E_{\max} \varepsilon$) を用い、この直線とn乗則が交わる点においてn乗則へ移るものとする。つまり解析においては、n乗則応力-ひずみ曲線を直線とn乗則曲線の組み合わせとして扱うことになるが、一般に E_{\max} を E の1000倍程度の値とするなら数値計算上の差はほとんど生じないと考えられる。



$$E = 2 \times 10^7 \text{ kg/mm}^2$$

$$B = 1 \times 10^{-8} \quad \text{とすると、}$$

n	ε	σ [kg/mm ²]
3	1.118×10^{-7}	2.236
4	8.5450×10^{-8}	1.710
5	7.477×10^{-8}	1.495
6	6.899×10^{-8}	1.380

こうしても実用域では応力が高々 $1 \sim 2 \text{ kg/mm}^2$ 、 $\varepsilon = 1 \times 10^{-7}$ 程度であり問題はないと考える。

(厳密に考えるなら、解析モデルの全ての点で応力が1.380)
この値以上で正解となる

(Programmingにおいては材料定数と E_t^{\max} を与え、内部で ε_x 、 σ_x を計算している。)

ii) 応力計算アルゴリズム

今回の計算では応力計算法として P63 に示すアルゴリズムを提案した。この方法は応力-ひずみ関係の接線を用いて剛性を定め、これを応力増分の計算時に修正するものであり、高精度の解析を期待することができる。

しかし、この方法では、以下のようないくつかの問題がある。

- 等方応力成分のみが存在する場合、剛性がない

応力計算における E_t は $E_t = \frac{\bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n}{\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n}$ で評価することになっているが、例えば

変形が等方成分のみの場合、 $\bar{\varepsilon}$ は変化しないため $E_t = 0$ となる。これは明らかな矛盾であり計算上これを避けるためにこのような場合 E_t として接線剛性を用いることになっているが、等方成分のみでなくとも等方成分が卓越する場合は E_t がかなり小さくなる可能性がある。

従って、Programing では以下のような 2 種の解析アルゴリズムを採用する。

- ① E_t として常に接線剛性を用いる。
- ② 前述の応力修正を含むアルゴリズムを採用する。

これらアルゴリズムの変更は XMAT2 における key. KEYALG に従う。(変更には、再コンパイルを要する。)

①は、一般に精度は劣るが安定したアルゴリズムであり、②は精度に優っているものの、等方成分のみの場合は柔らかすぎる場合が考えられる。

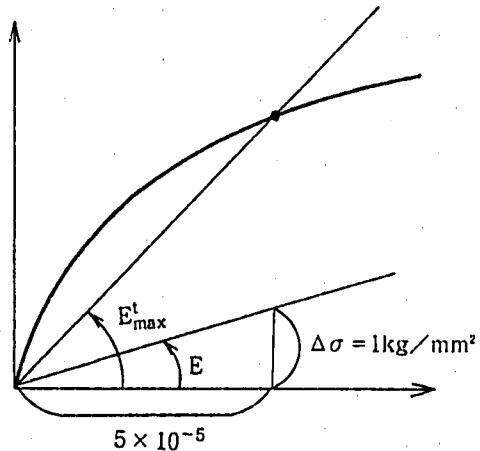
〈応力-ひずみ関係式の表現〉一その1

P75にて述べたように応力解析において、 $\varepsilon = 0$ 近傍では解析の精度を安定させるため、n乗則によらず、直線関係を用いている。しかしながらnが大きな場合、 $E_t^{\max} = 2 \times 10^7 \text{ kg/mm}^2$ としたのでは解が安定しない。これはP75に示したように直線領域のひずみがn=5の場合 7.477×10^{-8} と極端に小さいためである ($E = 20,000 \text{ kg/mm}^2$ とすると $\sigma = 1.5 \times 10^{-3} \text{ kg/mm}^2$)。

従って、安定した解（精度のよい解）を得るためにには、 E_t^{\max} を下げる必要となるが、ここでは以下のような考え方で従って E_t^{\max} を定める。

解析は、かなり小さな増分を用いたとしても $\Delta\sigma = 1 \text{ kg/mm}^2$ 程度であろう。従って $E = 20000 \text{ kg/mm}^2$ として、 $\Delta\sigma = 1 \text{ kg/mm}^2$ になるようなひずみ $\varepsilon = 5 \times 10^{-5}$ は直線領域となるような E_{\max}^T を定める。

$$\text{これは、 } E_{\max}^T = \left\{ \frac{1}{B\varepsilon^{n-1}} \right\}^{1/n} \text{ で定まる。}$$



n	E_{\max}^T	ε_x	σ_x	E_{\max}^T/E
3	341995	5×10^{-5}	17.1	21.1
4	168179	"	8.409	10.38
5	109856	"	5.493	6.78
6	82704	"	4.135	5.105

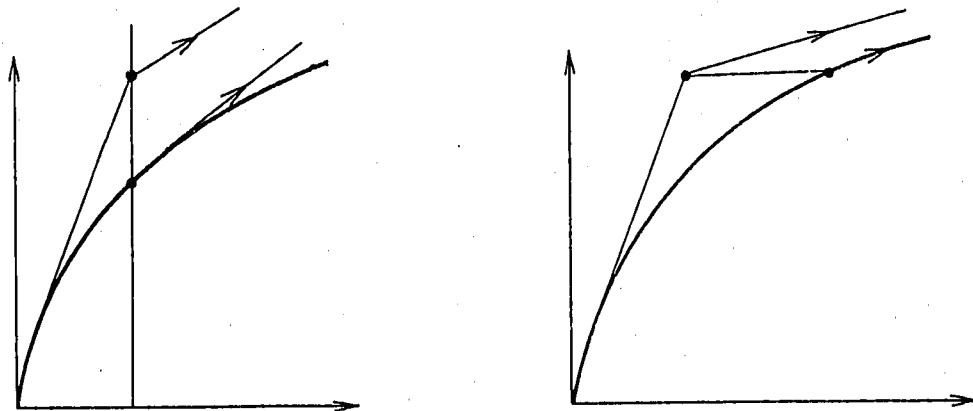
〈応力-ひずみ関係の表現〉

前項で述べた関係でもあまりよくはないと考えられる。何故なら、材料の $\varepsilon = 0$ 近似は弾性域で E 以上の剛性を持つことがおかしいとも考えられる。つま $E_t^{\max} = E$ である。すると ($E = 16200$ として)

n	ε_x	σ_x
3	$3,536 \times 10^{-3}$	70.711
4	$8,550 \times 10^{-4}$	17.1
5	$4,204 \times 10^{-4}$	8,409
6	$2,746 \times 10^{-4}$	5,498

〈剛性評価方法の変更〉

今回使用したアルゴリズムでは、前ステップの弾性ひずみ相当量より、接線剛性を求めていたが、これでは各ステップ間の線形近似による誤差が集積してしまう。よってこれを避けるために前ステップの応力の相当量で剛性を定める。

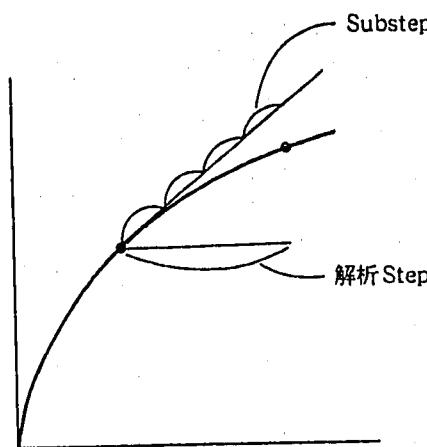


$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\varepsilon} &= \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{B}\right)^{1/n} \cdot \left(1/\varepsilon\right)^{\frac{n-1}{n}} \\ &= \frac{1}{nB\sigma^{n-1}}\end{aligned}\quad \varepsilon = B\sigma^n \text{ より}$$

YNET1S (AN, B, ETMAX, SBN, ET) として
XMAT1, XMAT2, YNET2 を変更

〈計算密度の向上〉 Substep 法の採用

n 乗則応力-ひずみ関係を用いた解析では、 $S-S$ の曲率が大きいため、通常の方法を用いたのでは、かなり細い計算ステップが必要となる。ここでは、この問題を解決するために Substep 法を採用する。Substep は変位を求める剛性計算 (XMAT1) では、大きな解析ステップを用い、変位、ひずみを計算した後、応力計算のときに (XMAZ) これを小さなステップに分割して計算を行うものである。この方法を用いれば Solver は大きな解析ステップ分しか通らないため、計算時間の節約が図れる



XMAT2 の flow

$$\{d\varepsilon^T\} = \{\alpha\}dT$$

$$\{d\varepsilon^{he}\} = \{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^T\}$$

$$\overline{\varepsilon}_{n+1} = \overline{\varepsilon + d\varepsilon}, \overline{\varepsilon}_n = \overline{\varepsilon}$$

Substep 数 ns の見積り

$$\Delta\{d\varepsilon^{ne}\} = \{d\varepsilon^{ne}\} / ns$$

$$\overline{\sigma}_{sun} = \{\sigma\}$$

$$E_t = \sigma_{sun}$$

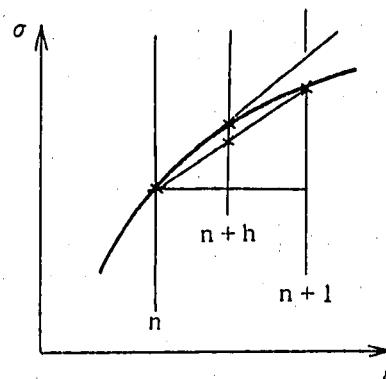
$$\Delta\{d\sigma\} = [D_{(0)}] \Delta\{d\varepsilon^{ne}\}$$

$$\{\sigma_{sum}\} = \{\sigma_{sum}\} + \Delta\{d\sigma\}$$

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma\} + \Delta\{d\sigma\}$$

〈Sub Step 法の繰り返し数〉

Substep 法を合理的に行うためには、精度を保証し得る最低のくり返し数を知る必要がある。ここでは厳密な話はひとまずおいて、簡単な計算法を提案する。



今、解析ステップが n から $n+1$ へ進み、このときひずみ ε_n 、 ε_{n+1} が求まったとする。これより応力・ひずみ関係を参照するなら、 σ_n 、 σ_{n+1} が定まる。(解析値は σ_n になっているとは限らない)

このとき ε_n 、 ε_{n+1} の中点 ε_{n+h} を考え、このときの S-S 上の点を σ_{n+h} とするなら、この直線近似による誤差は容易に以下の式で求まる。

$$\Delta \tilde{\sigma}_{\text{erv}} = 2 \times \left| \sigma_{n+h} - \frac{\sigma_n + \sigma_{n+1}}{2} \right|$$

ここでは、 $\Delta \tilde{\sigma}_{\text{erv}}$ が Substep の分割数 n_s に反比例すると考え、

これを $\Delta \sigma = |\sigma_{n+1} - \sigma_n|$ の ε 以内におさえる。よって、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \tilde{\sigma}_{\text{erv}}}{\Delta \sigma} &= n_s \varepsilon \\ \therefore \frac{\Delta \tilde{\sigma}_{\text{erv}}}{\Delta \sigma \varepsilon} &= n_s \end{aligned}$$

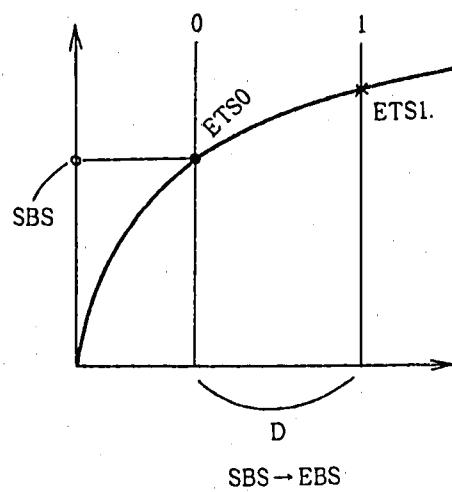
$$n_s = \frac{|2\sigma_{n+h} - \sigma_n - \sigma_{n+1}|}{|\sigma_{n+1} - \sigma_n| \times \varepsilon} + 1$$

ただし n_s は、 $1 < n_s < n_{s \text{ max}}$ としておくこと

〈応力解析精度の向上〉

従来は0点の傾きを用いていたが0点と1点の平均により傾きを定義する。

今、0点 $\bar{\sigma}_0$ と $\Delta\bar{\epsilon}$ が角っている。



$$\bar{\sigma}_0 \rightarrow \tilde{\epsilon}_0$$

$$\tilde{\epsilon}_1 = \tilde{\epsilon}_0 + \Delta\bar{\epsilon}$$

$$\bar{\sigma}_1 \rightarrow \tilde{\epsilon}_1$$

$$E_t = \frac{E_{t0} + E_{t1}}{2} \quad \text{とする}$$

前 Step の相当応力値にひずみ増分より求めた相当ひずみ増分をたして、S-S より次 Step の応力値を想定する！

YNET3S (AN, B, ETMAX, SB, DEB, ET)

〈内部状態変数定義の変更〉

使い易さを考えて以下のように変更する (P66 より)

① Vector型 - 2ヶ

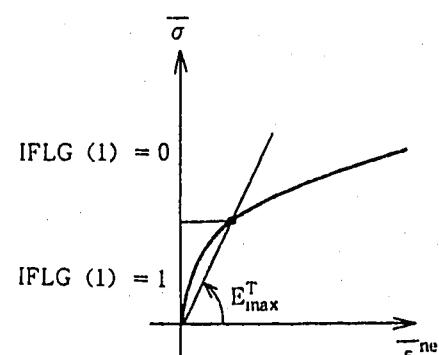
USTV (6, 1) : 弹性ひずみ ϵ^{ne}

USTV (6, 2) : 热ひずみ ϵ^T

② Scalar型 - 2ヶ

USTS (1) : 相当弾性ひずみ $\bar{\epsilon}^{ne}$

USTS (2) : 温度



③ フラッグ型 - 1ヶ

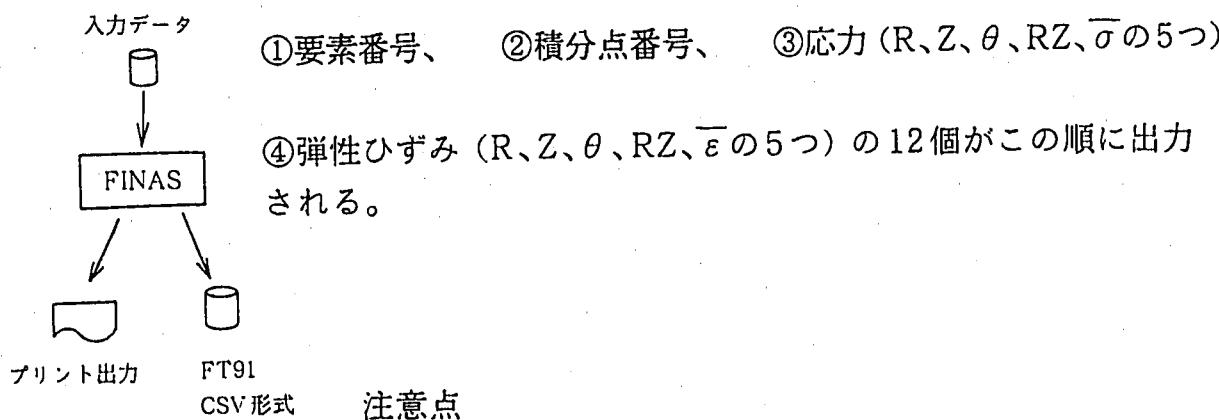
IFLG (1) : $\begin{cases} 0 : \text{応力が } n \text{ 乗則上にある} \\ 1 : \text{ " 線形近似上にある} \end{cases}$

〈応力・ひずみの出力〉

今回用いた非線形弾性モデルの組込みには、任意の構成モデルサブルーチンを用いている。しかし、V12.0のこの機能は現在のところプロット機能が整備されておらず図形処理を行うことができない。そこで必要な情報をCSV形式でfileに出力する機能の追加を行った。

これは、印刷を指示した積分点（PRINT SELECT の ELM で指定）の応力と弾性ひずみを印刷すると同時にFT91番のファイルにCSV形式で出力するものである。

内容としては



- ・今のところ軸対称問題のみを想定している。

- ・出力は常に印刷とFT91の両方。

- ・FT91のレコード長は140バイト以上必要。

〈検証例題〉

(I) 非線形弾性モデルを用いた繰り返し熱応力を受ける丸棒

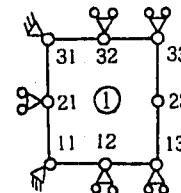
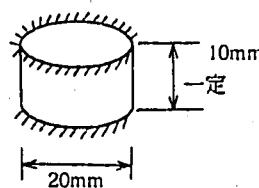
(1) 目的

コーナーサブルーチンを用いて組込んだ非線形弾性モデルの熱応力解析機能を検証するため、軸方向を拘束した丸棒に温度変動を与えて単軸応力場を作り、発生する応力-ひずみ関係がn乗則を満足することを確認する。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

半径10mm、長10mmの丸棒の両端を拘束し、 $\pm 100^{\circ}\text{C}$ の温度変更を与える。



b) 使用要素

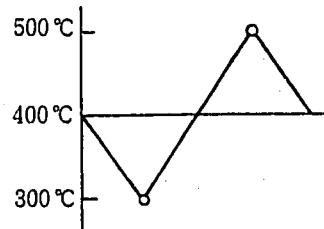
QAX8 : 8節点四辺形軸対称要素

c) 有限要素モデル

d) 材料定数

n乗則として $\varepsilon = B\sigma^n$ $B = 10^{-8}$ 、 $n = 5$ ($E_{\max}^T = 109856 \text{kg/mm}^2$)
ポアソン比 $\nu = 0.3$ 線膨張係数 $\alpha = 2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$

e) 負荷条件



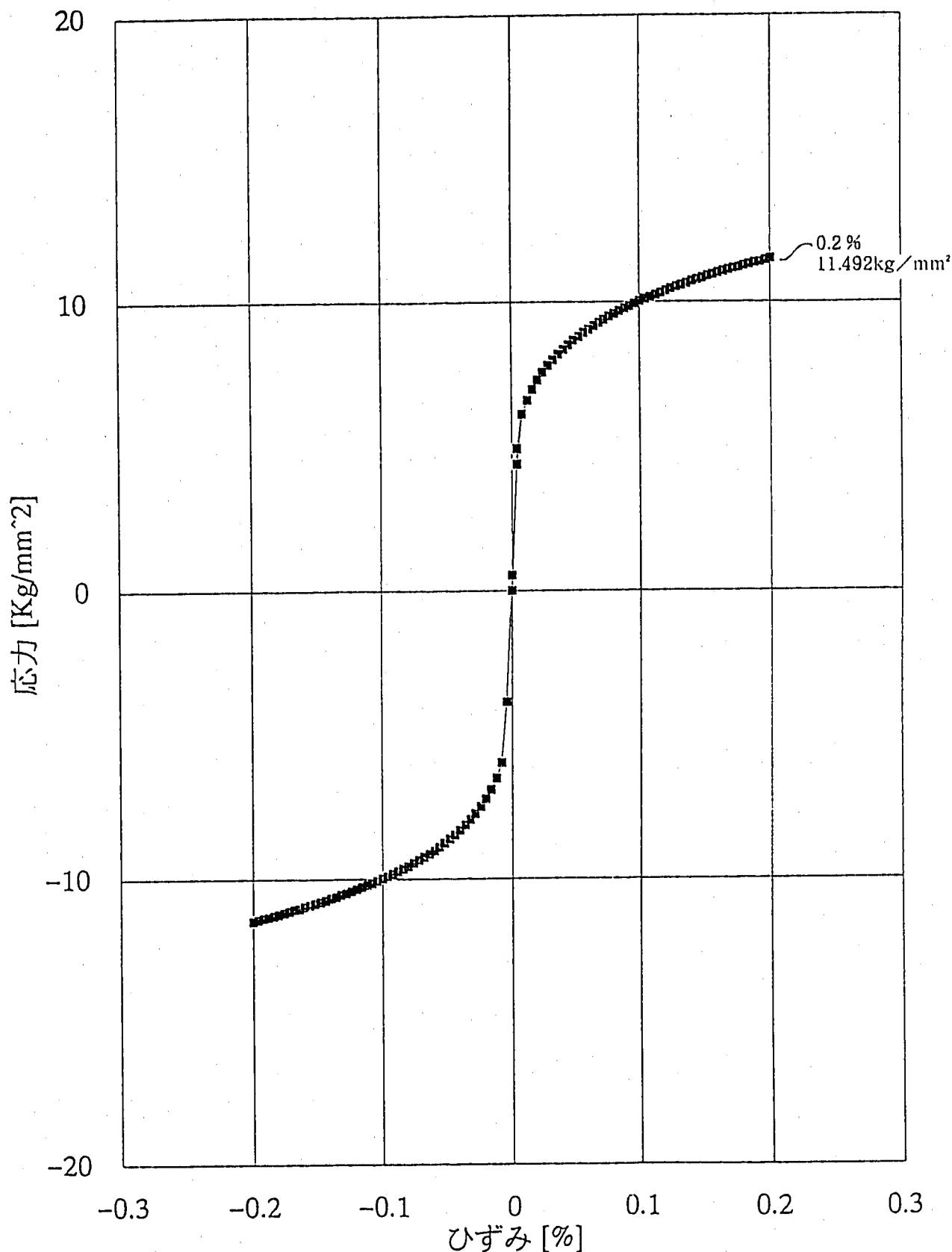
左図のよう荷重を1サイクル与える。

なお解析ステップは $2^{\circ}\text{C}/\text{Step}$ とした。

(3) 解析結果

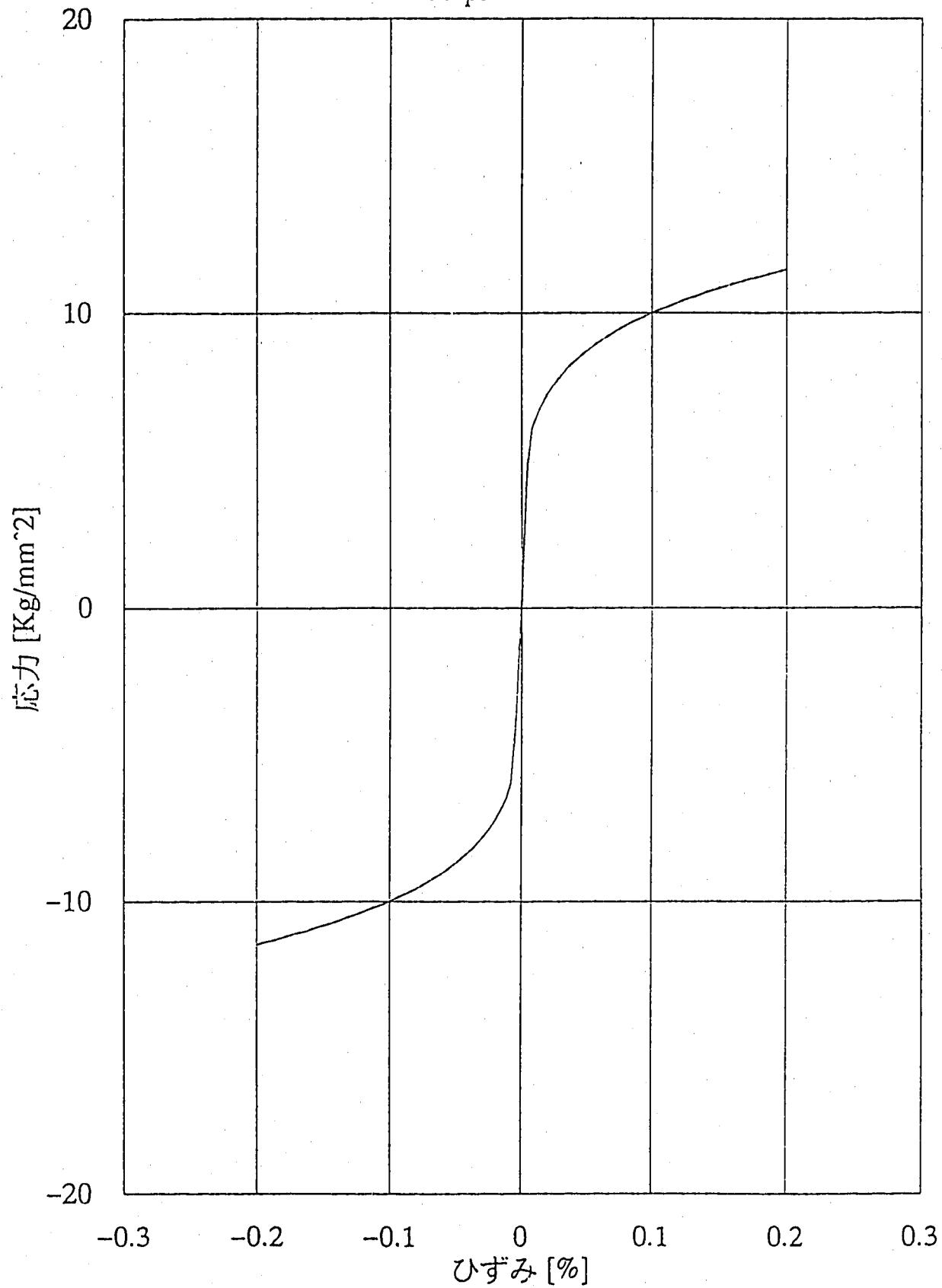
以下2ページに示すようにn乗則を満足する応力ひずみ関係が得られた。また最終的な応力は、 0.533kg/mm^2 となったがこれは解析ステップを小さくすることにより 0kg/mm^2 に近づくものと考える。これにより本モデルが正常に動作することを確認した。

Graph4



熱応力問題での応力ひずみ履歴 (TEST-1)
 $(B=1E-8, n=5, \alpha=2E-5/\text{°C}, T=300\text{°C} \sim 500\text{°C})$

Graph4



熱応力問題での応力ひずみ履歴 (TEST-1)
 $(B=1E-8, n=5, \alpha=2E-5/\text{°C}, T=300\text{°C} \sim 500\text{°C})$

(前ページのマークをはずしたもの)

(II) 非線形弾性モデルを用いたノッチ付丸棒の解析

(1) 目的

ユーザーサブルーチン形式によって組込んだ非線形弾性モデルの実用面における機能を検討するため、ノッチ付丸棒に変位負荷を与え、ひずみ集中係数を求めてみる。

(2) 問題の設定

本問題は、平成3年度の実習生テーマ、局部的応力集中部のひずみ範囲評価法の検討における $R=10\text{mm}$ ($K=2.55$ モデル)、 $\Delta\sigma = 6\sigma_y$ ($\sigma_y = 1.55\text{kg/mm}^2$)に由る。よって詳細については省略する。

a) 解析モデル

半径 200mm ノッチ底深さ 10mm 、 $R = 10\text{mm}$ の環状ノッチ付丸棒に軸方向変位が作用する。FEM モデルとしては、次ページ図1に示すようなメッシュ分割を QAX8 要素により行い、図2に示す境界条件により ΔU を付加する。 ΔU は、弾性解析($E = 16200\text{kg/mm}^2$ 、 $\nu = 0.302$)において公称断面応力範囲 $\Delta\sigma$ か $6\sigma_y$ ($\sigma_y = 15\text{kg/mm}^2$)になるように $\Delta U = 1.01438$ を考え、この場合単調負荷なので半分負荷した。

b) 材料定数

n 乗則応力 - ひずみ関係($\varepsilon = B\sigma^n$)を用い $B = 10^{-8}$ 、 $n = 5$ 、 $E_{\max}^T = 109856\text{kg/mm}^2$ 、 $\nu = 0.3$ とした。

(3) 解析結果

解析により得られたノッチ最深部に最も近い(101要素、3番積分点)場所での応力 - ひずみ履歴(Z方向)を図4に示す。また同じ場所での相当応力、相当弾性ひずみの関係を図5に示す。これよりひずみ集中係数

$$\frac{1.4039 \times 10^{-2}}{15 \times 6 / 2 / 16200} = 5.05 \text{ が得られる。}$$

ちなみにこのモデルを線形弾性($E = 16200\text{kg/mm}^2$ 、 $\nu = 0.302$)にて解析すると $K = 2.55$ (ノッチ最深部)、 2.56 (101要素、3番積分点)であり、参考までに2曲面モデルによる解析例を図6に示す。

FINAS STATIC ANALYSIS

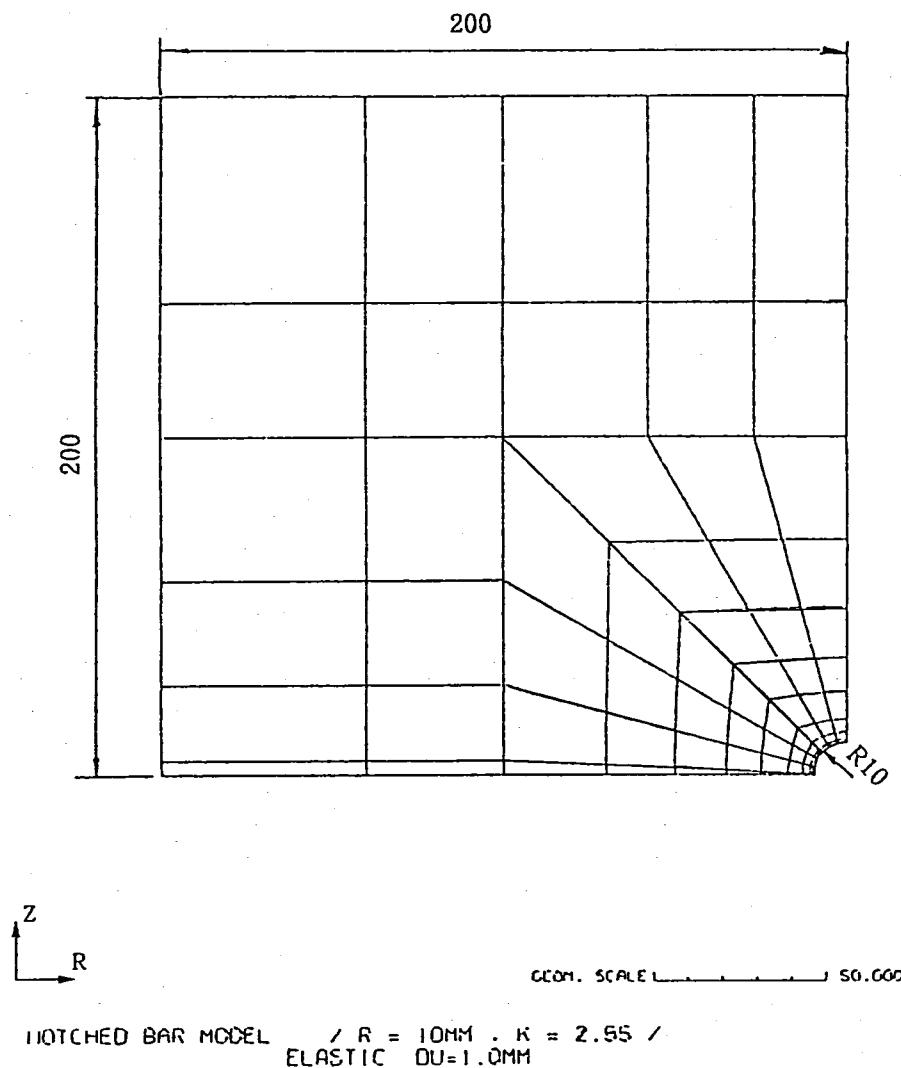
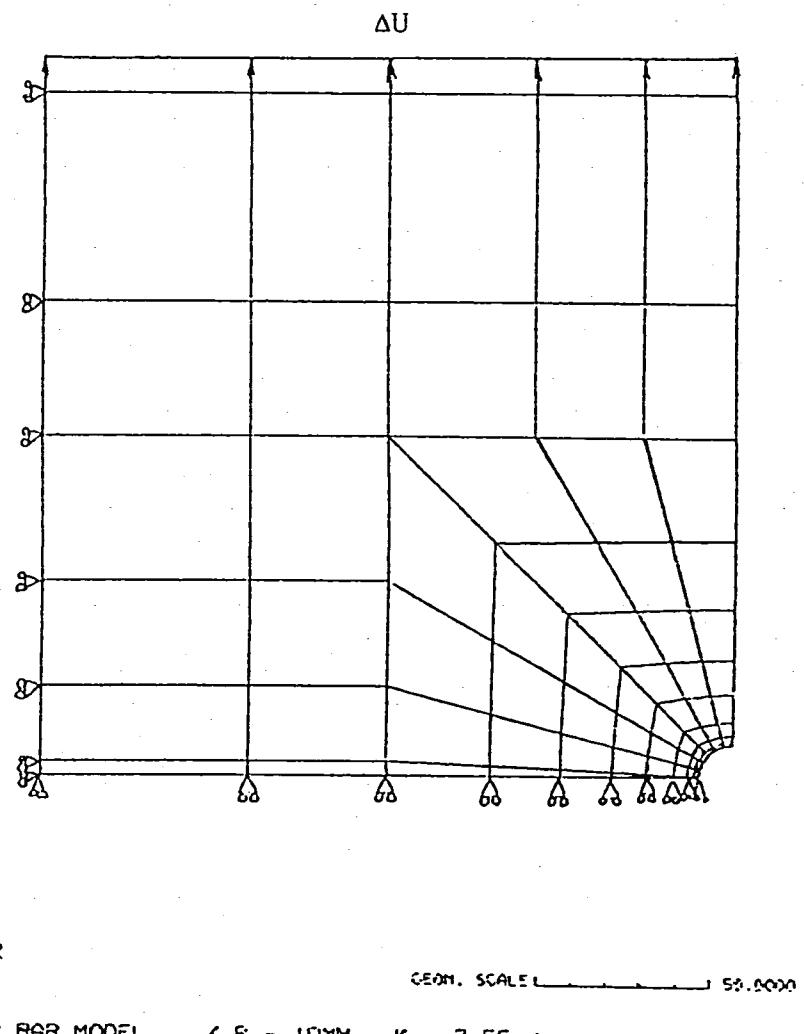


図1 寸 法 (単位: mm)

FINAS STATIC ANALYSIS



NOTCHED BAR MODEL / F = 10MM . K = 2.55 /
ELASTIC DU=1.6MM

Graph1

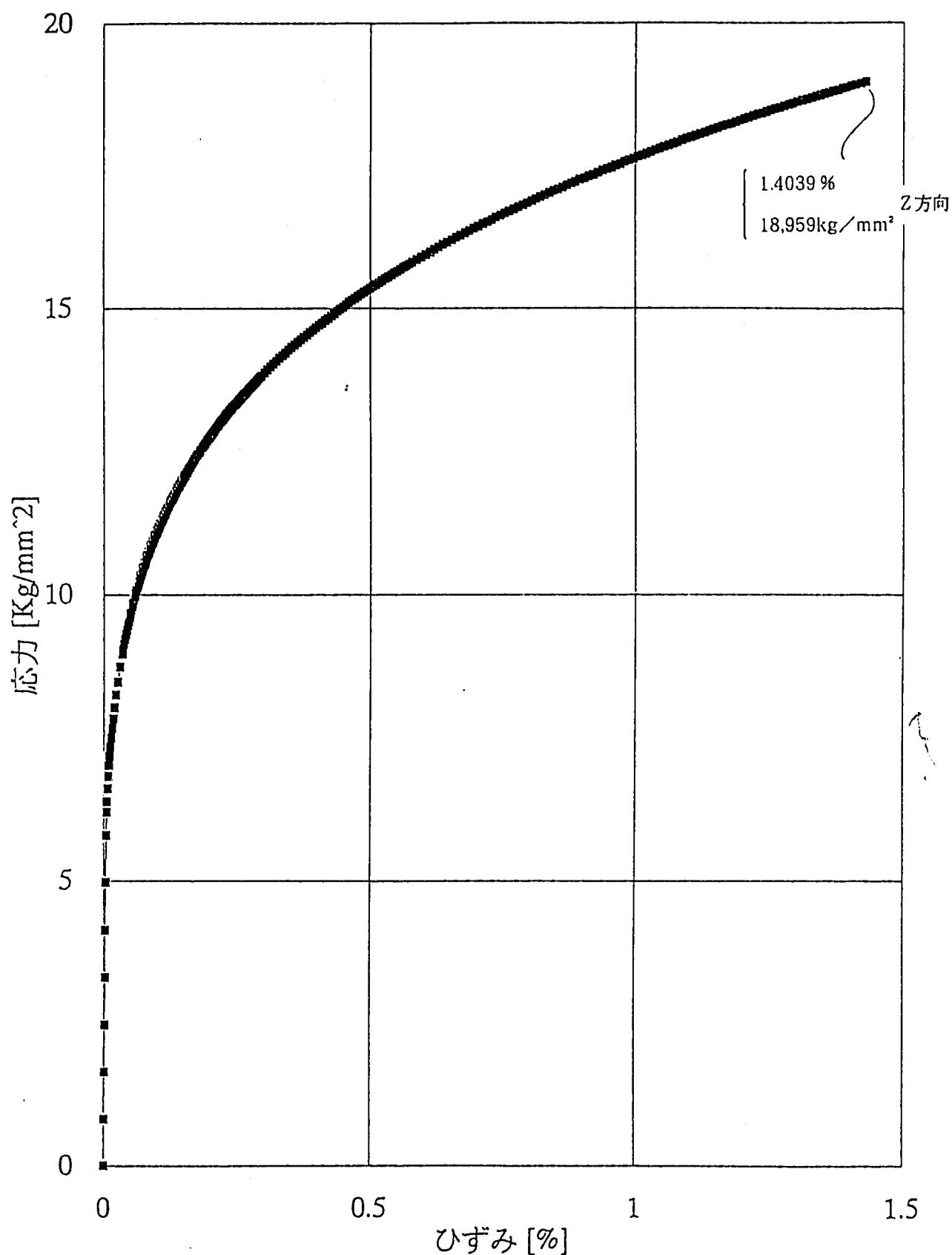


図3 ノッチ付丸棒の解析（ノッチ端での応力-ひずみ履歴）Z方向
 $(\Delta\sigma = 6\sigma_y, B = 1E-8, n = 5)$ (ELM = 101, IP = 3)

MIWA1B.XLC

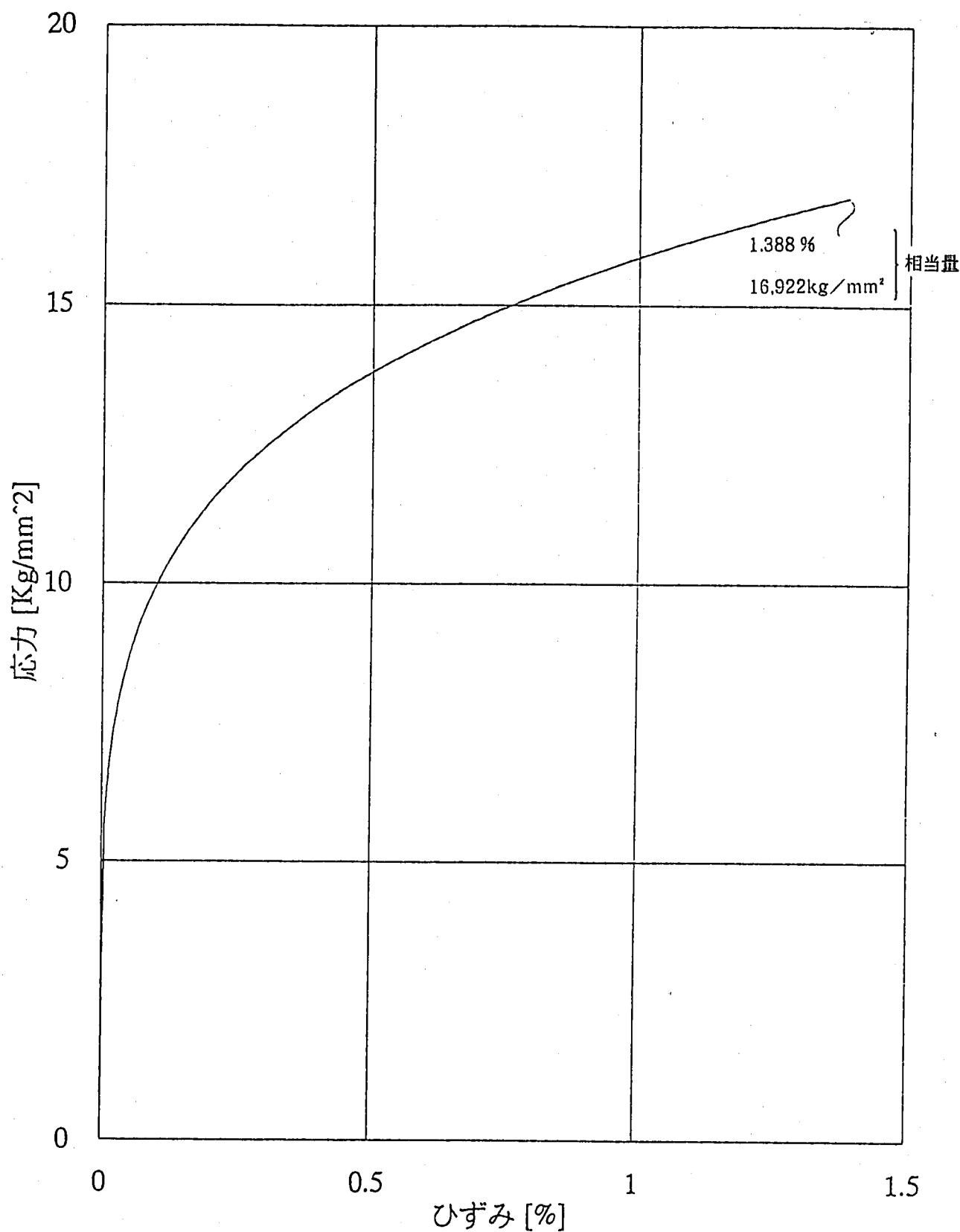
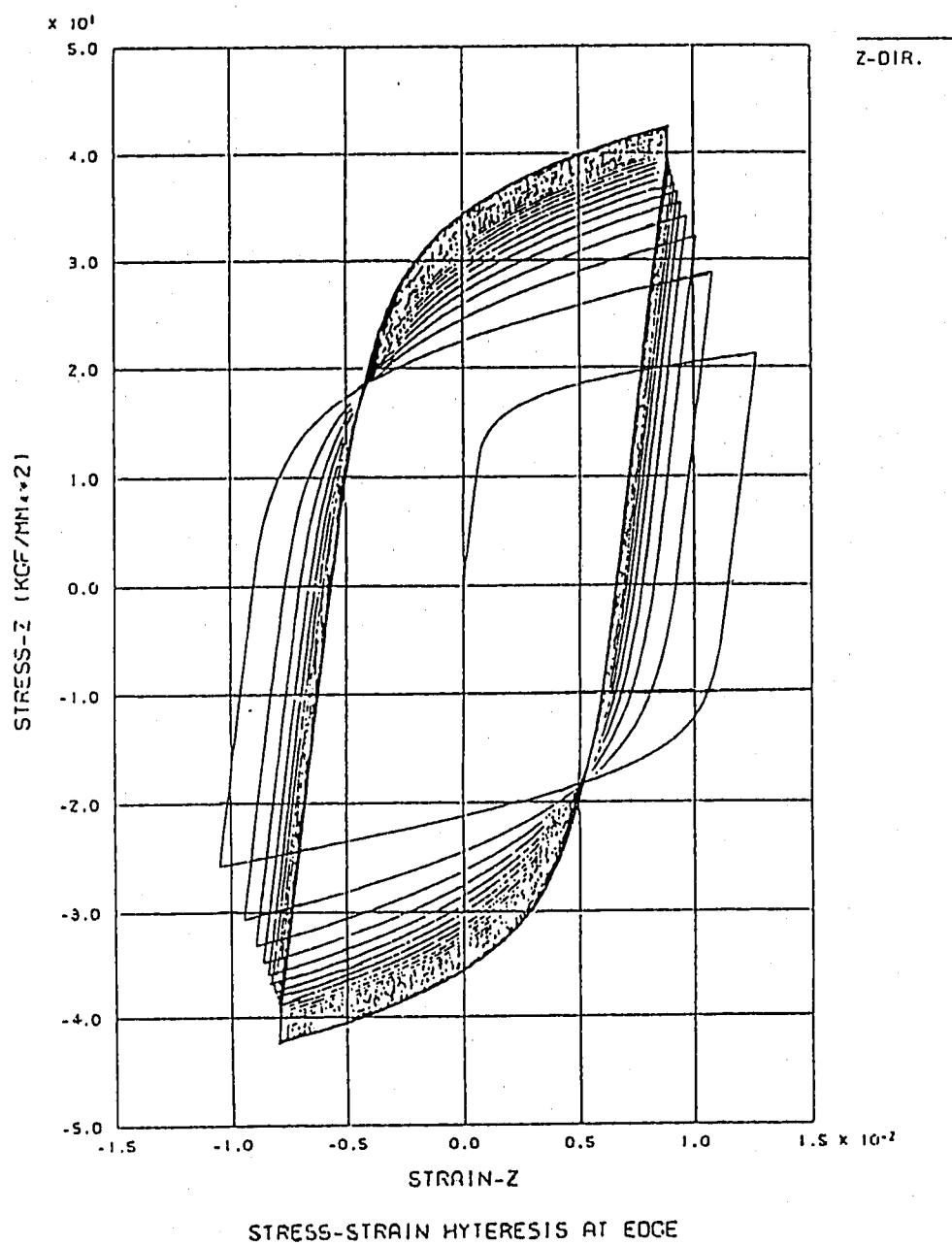


図4 ノッチ付丸棒の解析（ノッチ端での相当応力－ひずみ履歴）
 $(\Delta\sigma=6\sigma_y, B=1E-8, n=5)$ ($ELM=101, IP=3$)

FINAS

図6 2局面モデルによる応力-ひずみ履歴 ($R=10\text{ mm}$ 、 $\Delta\sigma=6\sigma_y$)

(III) 非線形弾性モデルに E_{\max}^T 値の妥当性の検討

(1) 目的

今回のモデルでは、n乗則を用いているために $\varepsilon = 0$ にて応力 - ひずみ関係の傾き、 $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ が無限大となる。これを避けるために、P16、18に示す方法により原点近傍を直線近似することにより解析を実施している。ここでは、このような近似が実用問題で実質的影響を与えないことを確認するため、 E_{\max}^T を定める ε_x を $1/2$ (2.5×10^{-5}) にして(II)に同様の解析を行い、結果に差のないことを確認する。

(2) 問題の設定

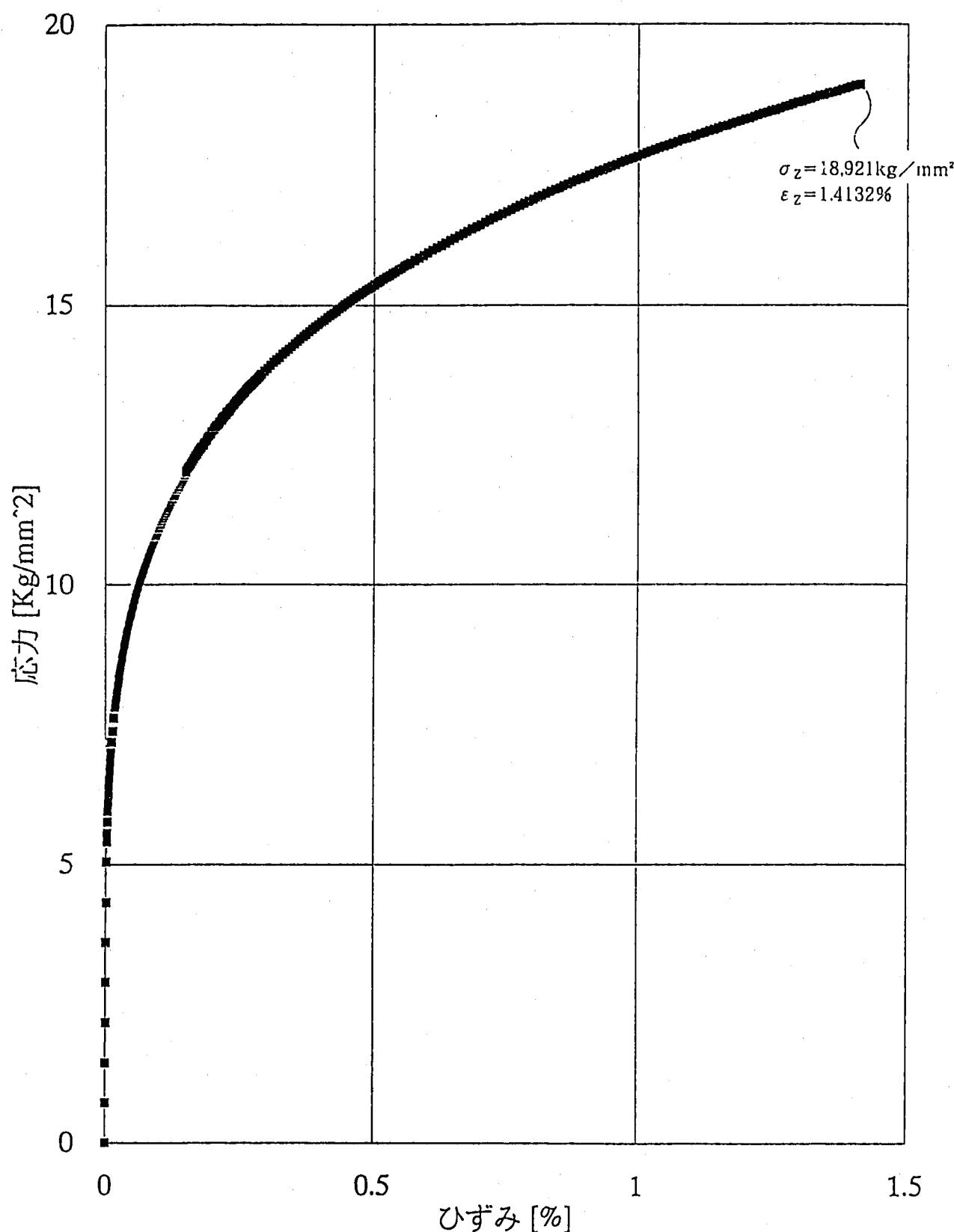
(II) と同じ。ただし以下の点を変更する。

- $E^T = 191270.5 \text{ kg/mm}^2$ ($\varepsilon_x = 2.5 \times 10^{-5}$ 、 $\sigma_x = 4.782 \text{ kg/mm}^2$)
- 初期の解析ステップを $1/2$ とする。

(3) 解析結果

解析により得られた 101 番要素の 3 番積分点における Z 方向応力 - ひずみ履歴を次ページに示す。また最終的に得られたひずみは 1.4132×10^{-2} であり、差は高々 1 % 以内で、 E_{\max}^T による差は無視できるものと考える。

Graph1



ノッチ付丸棒の解析(ノッチ端での応力-ひずみ履歴)
 $(\Delta \sigma = 6 \sigma_y, B=1E-8, n=5)$ (ELM=101, IP=3)
/ETMAX=191270/

〈まとめ〉

今回 n 乗則応力-ひずみ関係 ($\varepsilon = B \sigma^n$) に従う非線形弾性モデルを FINAS に組込み、その機能を検証した。ただし、このモデルには以下のような留意点がある。

◎ 解析精度を上げるためにには、かなり細いステップが必要である。

$\varepsilon = 0$ 近傍では、 $\Delta \varepsilon = 5 \times 10^{-5}$ より小さいことが必要

◎ $\varepsilon = 0$ 近傍では n 乗則に乗らず直線近似となっている。

$\varepsilon = 5 \times 10^{-5}$ より小さいひずみの領域では E_{\max}^T による直線を用いている。

〈使用法〉

POD2A15, NJYO, FNSLMD にロードモジュールが入っている

ただしこれは

$n = 5$ 、 $B = 1 \times 10^{-8}$ 、 $\nu = 0.3$ 、 $E_{\max}^T = 109856 \text{ kg/mm}^2$ 、 $\alpha = 2 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ の場合であり、材料定数の変更は、POD2A15, NJY0, DATA (MODMAT) によって行って下さい。また検討に使った例題のデータは、POD2A15, NJY0, DATA (TEST1) と (QAX87) です。参考にして下さい。(STEPLIB 名はちがっています。)

A3. n 乗則解析法の比較

A 3. n乗則解析法の比較

ヘッドアクセス方式主配管ホットレグ部を例にとり、弾塑性モデルによるn乗則解析結果と非線形弾性モデルによる解析結果を比較し、妥当性を調べた。

A 3 - 1 比較モデル

(1) 解析モデル形状・材料

ヘッドアクセス方式主配管ホットレグ部熱応力解析と同じ(Fig. A1-1)

(2) 境界条件

ヘッドアクセス方式主配管ホットレグ部熱応力解析と同じ(Fig. A1-6)

(3) 解析モデル

要素 軸対称アイソパラメトリック要素 HQAX8, QAX8
軸対称熱伝達要素 PCAX3

物性値 非温度依存
解析コード FINAS

A 3 - 2 解析ケース

構成式	荷重条件
弾塑性モデル N=5, E=16200, ν=0.499	熱荷重、履歴荷重
弾塑性モデル N=7, E=16200, ν=0.499	熱荷重、履歴荷重
弾塑性モデル N=5, E=16200, ν=0.3	熱荷重、履歴荷重
弾塑性モデル N=7, E=16200, ν=0.3	熱荷重、履歴荷重
弾塑性モデル N=5, E=16200, ν=0.499	熱荷重、比例荷重
弾塑性モデル N=7, E=16200, ν=0.499	熱荷重、比例荷重
弾塑性モデル N=5, E=16200, ν=0.3	熱荷重、比例荷重
弾塑性モデル N=7, E=16200, ν=0.3	熱荷重、比例荷重
非線形弾性モデル N=5, E=16200, ν=0.499	熱荷重、比例荷重
非線形弾性モデル N=5, E=109856, ν=0.499	熱荷重、比例荷重

A 3 - 3 比較結果

(1) 非線形弾性モデルによる n 乗則解析結果に及ぼす初期縦弾性係数の影響

F I N A S に組み込んだ n 乗則 (n 乗則の応力-ひずみ関係を用いた非線形弾性モデルによる解析) の材料データ部分の初期縦弾性係数を 1 6 2 0 0 と 1 0 9 8 5 6 とした場合の相当応力-相当ひずみ関係を Fig. A3-1 に示す。Fig. A3-1 からわかるように両者ともほぼ同じであった。

また、F I N A S n 乗則においてポアソン比を 0. 4 9 9 として解析しているので各応力値の振動の有無を調べるために各応力成分の履歴を Fig. A3-2, 3 に示す。Fig. A3-2, 3 からわかるように両者とも応力値に振動は見られなかった。

(2) 弹塑性モデルと非線形弾性モデルによる n 乗則解析結果の比較

非線形弾性モデル ($E = 1 0 9 8 5 6$) と弾塑性モデルによる n 乗則の相当応力-相当ひずみの比較を Fig. A3-4 に示す。Fig. A3-4 からわかるように $\nu = 0. 4 9 9$ の場合は、両者のひずみの差は 0. 3 5 % ではほぼ同じ結果であることが分かる。これに対し $\nu = 0. 3$ では、弾塑性モデルの塑性分が $\nu = 0. 5$ であるため実効的なポアソン比が大きくなり、等価ひずみも大きくなる。

A 3 - 4 結論

A 3 - 3 節で述べたように、比例負荷条件では、弾塑性モデル、非線形弾性モデル共に使用可能である。しかし、非線形弾性モデルを使用するにあたって問題点が 1 つある。それは、従来 F I N A S を使用して解析した場合リスタート、ディクショナリー、ポストファイルが作成されるが、今回のモデルに関しては、プリントセレクトで指定した積分点の各応力、ひずみ成分と相当応力、相当ひずみの 1 0 項目しか出力されず、また F I N A S のプロットが出力されないという点である。

ポアソン比の影響については、非線形弾性モデルでは全領域一定の値になるのに対し弾塑性モデルでは、弾塑性の割合により変化することに注意する必要がある。

Eの違いによるF I N A S N乗則 解析比較

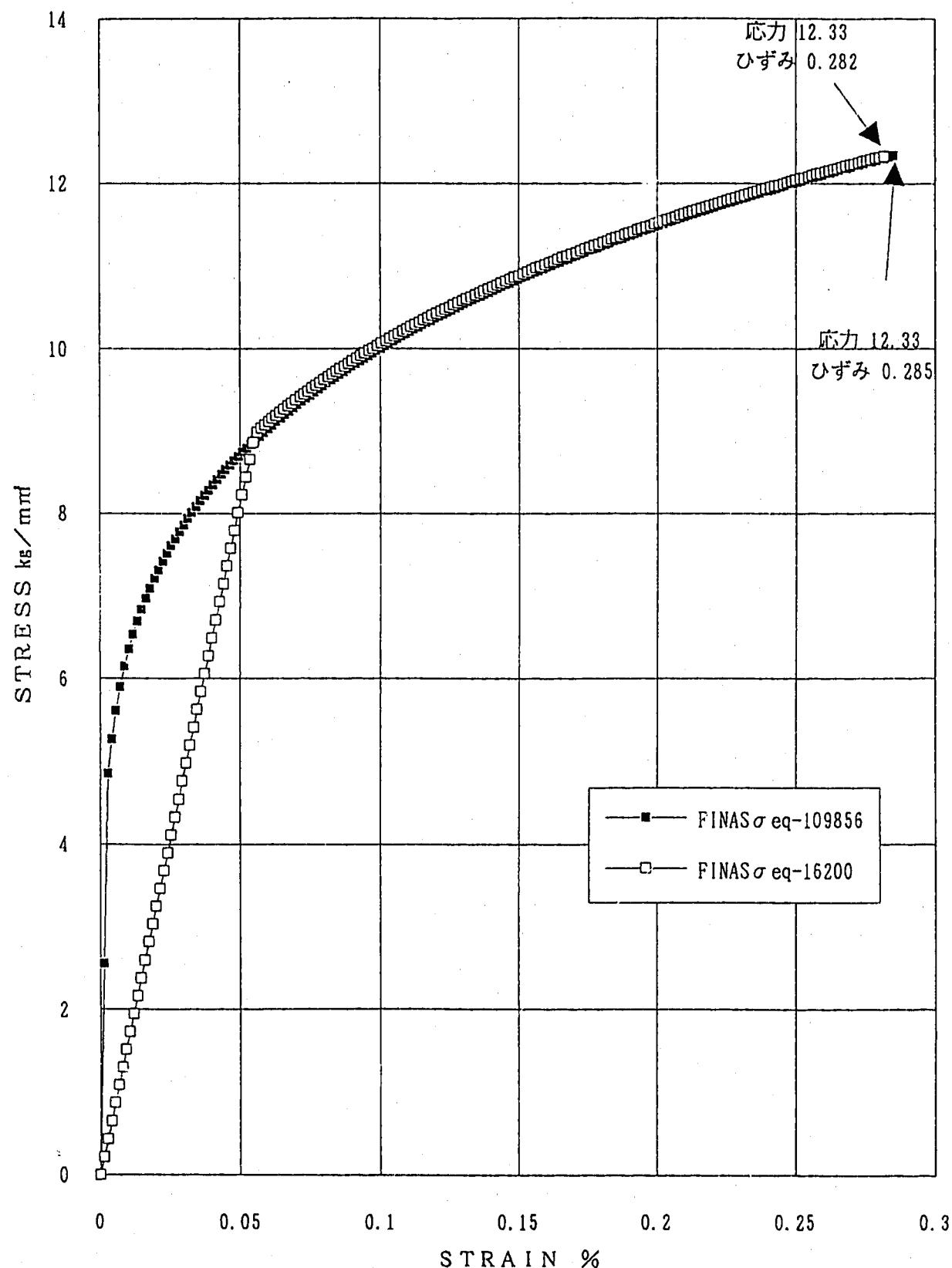
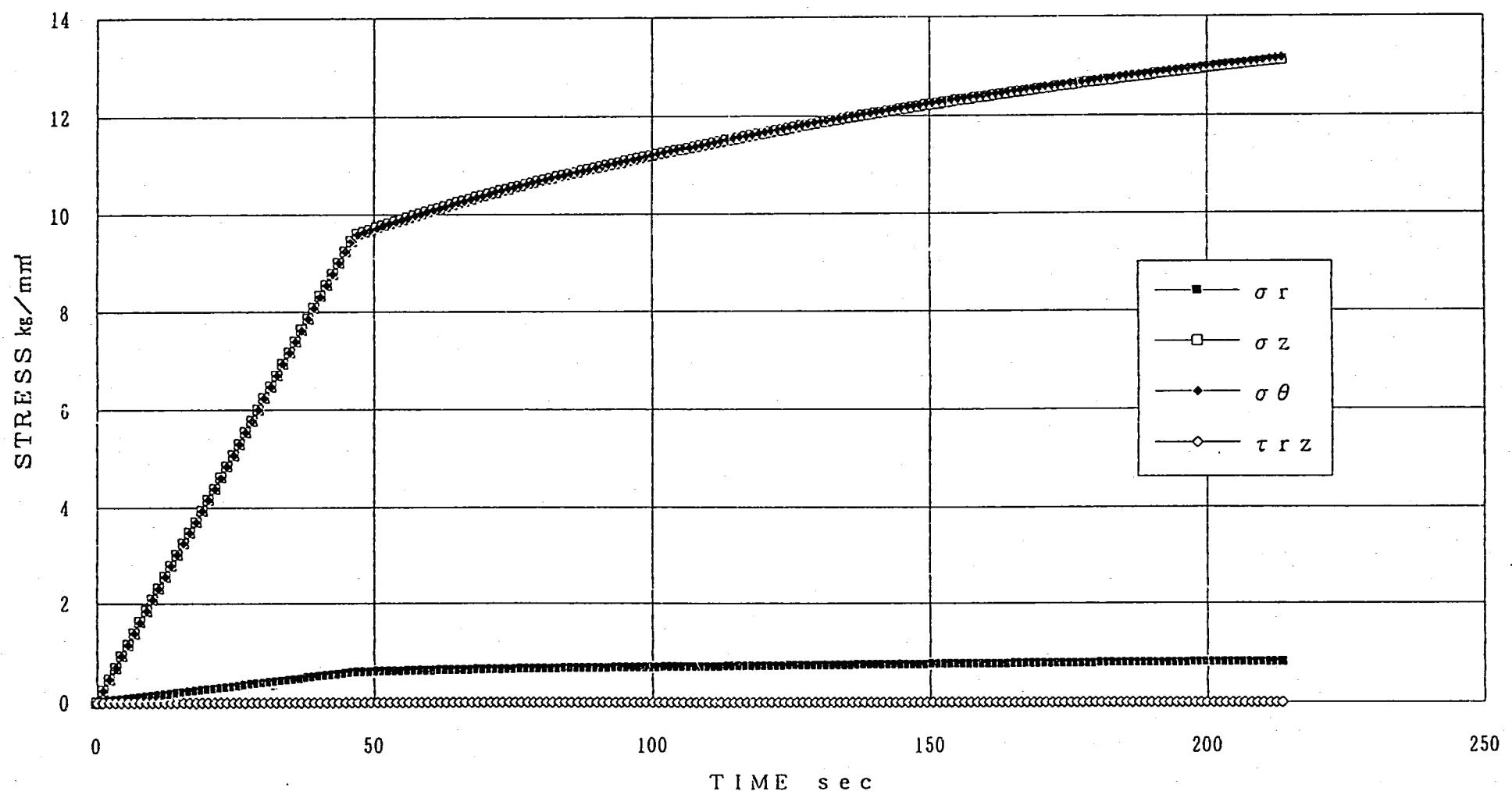
 $n = 5, \nu = 0.499$ 

Fig. A3 - 1 ヤング計数の違いによる相当応力-相当ひずみ関係

非線形弾性モデル、 $n = 5$ 、比例荷重ポアソン比 0.499、 $E=16200$ Fig. A3-2 各応力成分の履歴 ($E = 16200$)

非線形弾性モデル、 $n = 5$ 、比例荷重

ポアソン比 0.499、 $E=109856$

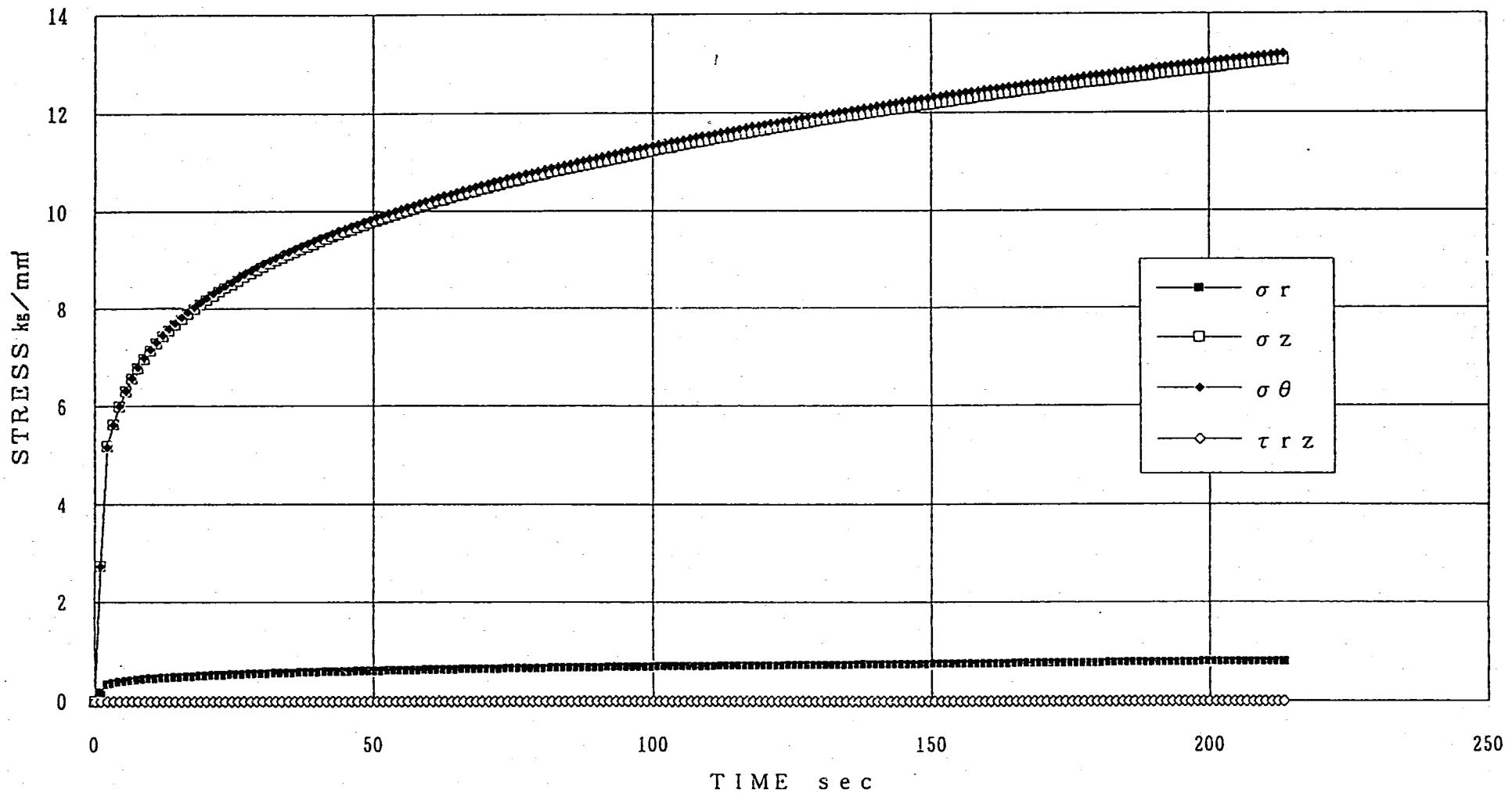


Fig. A3-3 各成分の履歴 ($E = 109856$)

弾塑性モデルと非線形モデルの比較 (N = 5)

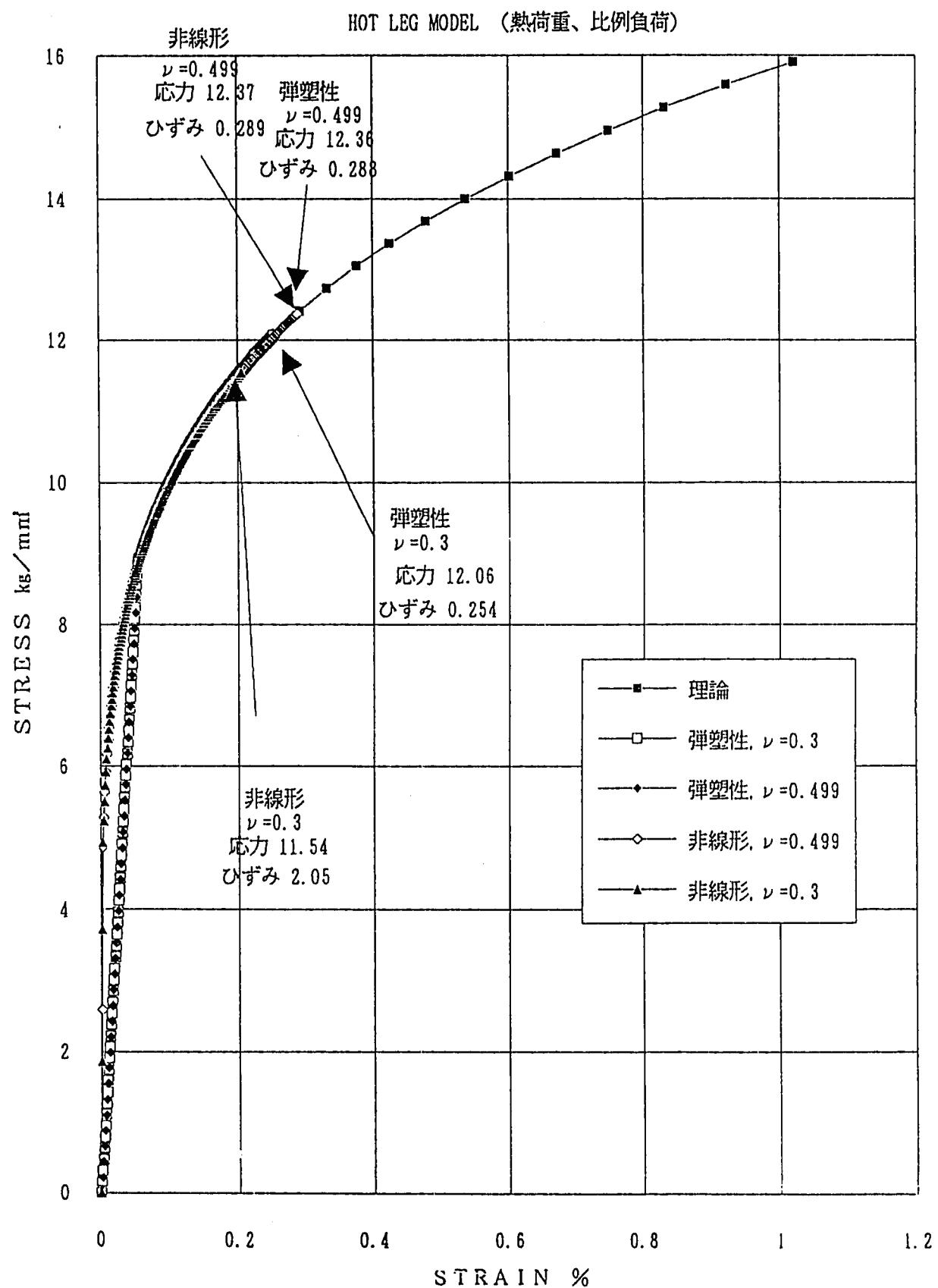
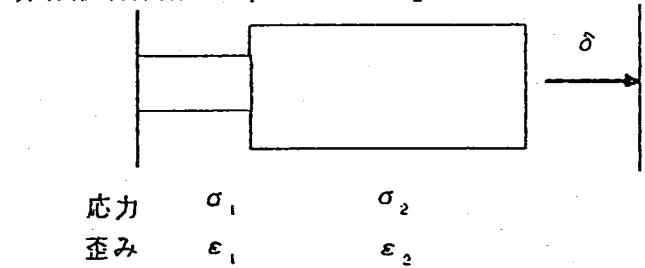


Fig. A3 - 4 相当応力-相当ひずみの比較 (改1)

A4. 弹性追従モデル

弾塑性挙動を記述する弾性追従係数の計算法

弾性追従基本モデル 変断面棒	
長さ	l_1
断面積	a_1 a_2
ヤング率	E_1 E_2
非線形項係数	A_1 A_2



$$\begin{array}{ll} \text{応力} & \sigma_1 \quad \sigma_2 \\ \text{歪み} & \epsilon_1 \quad \epsilon_2 \end{array}$$

$$\text{適合条件} \quad l_1 \epsilon_1 + l_2 \epsilon_2 = \delta \quad (1)$$

$$\text{釣合式} \quad a_1 \sigma_1 = a_2 \sigma_2 = F \quad (2)$$

応力-歪み関係(n 乗則を仮定)

$$\epsilon_1 = \sigma_1 / E_1 + A_1 \sigma_1^n \quad (3)$$

$$\epsilon_2 = \sigma_2 / E_2 + A_2 \sigma_2^n \quad (4)$$

$$\epsilon_2 = (a_1 / a_2) \sigma_1 / E_2 + A_2 (a_1 / a_2)^n \sigma_1^n \quad (5)$$

(3), (5)を(1)に代入し、 σ_1 について整理すると

$$\frac{\sigma_1}{E_1} = - \left[\frac{1 + (A_2 / A_1)(l_2 / l_1)(a_1 / a_2)^n}{1 + (l_2 / l_1)(a_1 / a_2)(E_1 / E_2)} \right] A_1 \sigma_1^n + \frac{\delta}{l_1 + l_2 (a_1 / a_2)(E_1 / E_2)} \quad (6)$$

(6)を(3)に代入

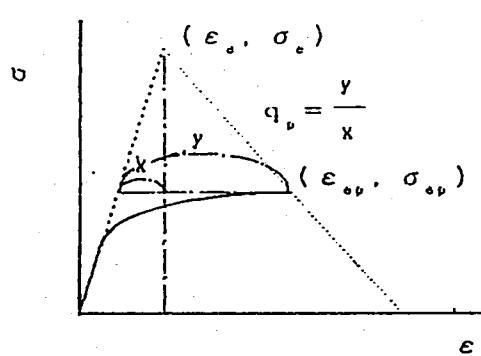
$$\epsilon_1 = - \left[\frac{1 + (A_2 / A_1)(l_2 / l_1)(a_1 / a_2)^n}{1 + (l_2 / l_1)(a_1 / a_2)(E_1 / E_2)} - 1 \right] A_1 \sigma_1^n + \frac{\delta}{l_1 + l_2 (a_1 / a_2)(E_1 / E_2)} \quad (7)$$

弾性体の場合、式(7)で n を1とおくと

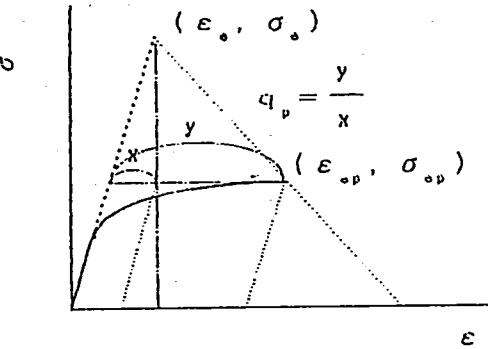
$$\epsilon_{1e} = \frac{\delta}{l_1 + l_2 (a_1 / a_2)(E_1 / E_2)} \quad (8)$$

左図で定義される弾性追従係数 q_p は(6),(7),(8)より次式のように負荷に依存しなくなる

$$q_p = \frac{\epsilon_{1e} - \sigma_1 / E_1}{\epsilon_{1e} - \sigma_1 / E_1} = \frac{1 + (l_2 / l_1)(a_1 / a_2)(E_1 / E_2)}{1 + (A_2 / A_1)(l_2 / l_1)(a_1 / a_2)^n} \quad (9)$$



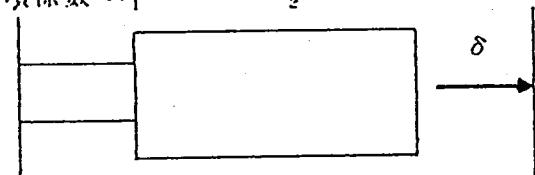
弾性追従係数の簡易な計算方法



弾塑性状態での弾性追従係数の定義

変断面棒

長さ	l_1	l_2
断面積	a_1	a_2
非線形項係数	A_1	A_2



応力	σ_1	σ_2
歪み	ϵ_1	ϵ_2

左図から弾塑性状態での弾性追従係数は、塑性ひずみ（ひずみの非線形成分）の比と解釈できる。

従って、非線形項のみのn乗則応力-ひずみ関係を用いて q を計算できる。以下に例を示す。

$$\text{適合条件 } l_1 \epsilon_1 + l_2 \epsilon_2 = \delta \quad (1) \quad \text{釣合式 } a_1 \sigma_1 = a_2 \sigma_2 = F \quad (2)$$

応力-歪み関係(n乗則を仮定)

$$\epsilon_1 = A_1 \sigma_1^n \quad (3) \quad \epsilon_2 = A_2 \sigma_2^n \quad (4)$$

(2), (3), (4)より

$$\epsilon_2 = A_2 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^n \sigma_1^n = \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^n \epsilon_1 \quad (5)$$

$$\epsilon_1 = \frac{\delta}{l_1 + l_2 \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^n} \quad (6)$$

弾性体の場合、式(3), (4)において $A_1 = A_2$ 、で $n = 1$ と考えればよいので(6)より

$$\epsilon_{1e} = \frac{\delta}{l_1 + l_2 \left(\frac{a_1}{a_2} \right)} \quad (7)$$

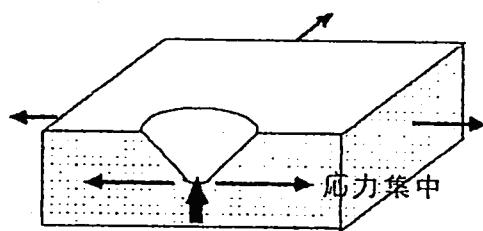
(6), (7)よりひずみ集中係数は応力によらず一定となり、弾性項を考慮しヤング率を一定とした場合の q に一致する。

$$K \epsilon = \frac{1 + \left(l_2 / l_1 \right) \left(a_1 / a_2 \right)}{1 + \left(A_2 / A_1 \right) \left(l_2 / l_1 \right) \left(a_1 / a_2 \right)^n} = q_p \quad (8)$$

また塑性・クリープのアナロジから定常クリープ状態におけるひずみ速度からも計算できる。

直列変断面棒モデルの性質

— 弾性追従係数の関係 —



ボアソン比効果

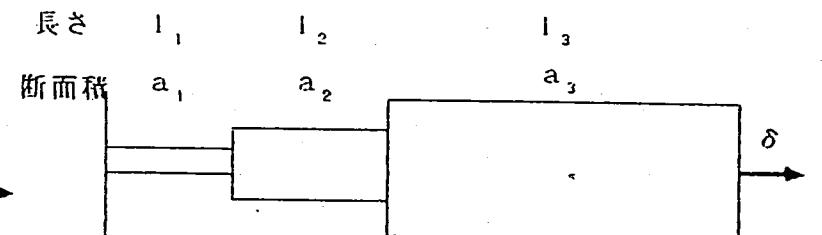
Fig. 1 局所的ひずみ集中、ボアソン比効果重畠問題

$$q_{12} q_{23} =$$

$$\frac{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2)}{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2)^n} \cdot \frac{1 + (l_3/a_3)/(l_1/a_1 + l_2/a_2)}{1 + (l_3/a_3)^n/(l_1/a_1^n + l_2/a_2^n)}$$

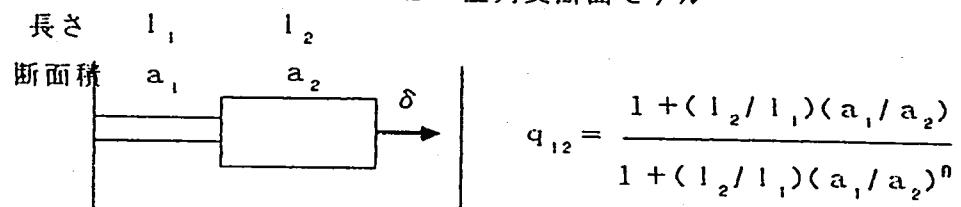
$$= \frac{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2) + (l_{32}/l_1)(a_1/a_{32})}{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2)^n + (l_{32}/l_1)(a_1/a_{32})^n}$$

$$= q_{123}$$

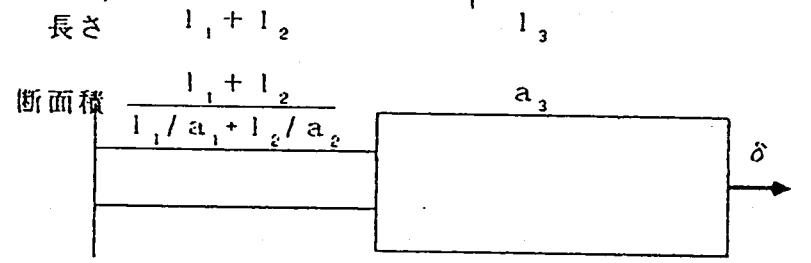


$$q_{123} = \frac{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2) + (l_{32}/l_1)(a_1/a_{32})}{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2)^n + (l_{32}/l_1)(a_1/a_{32})^n}$$

Fig. 2 直列変断面モデル



$$q_{12} = \frac{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2)}{1 + (l_2/l_1)(a_1/a_2)^n}$$



$$q_{23} = \frac{1 + (l_3/a_3)/(l_1/a_1 + l_2/a_2)}{1 + (l_3/a_3)^n/(l_1/a_1^n + l_2/a_2^n)}$$