

コイルばねのクリープ挙動解析手法の検討

1995年8月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせください。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-cho, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken, 311-13, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation)

コイルばねのクリープ挙動解析手法の検討

月森 和之*

要旨

プラント工学室におけるリサイクル炉の概念検討の中で燃料集合体のホールドダウンについてメカニカルホールドダウン方式が検討されている。** この具体的な構造はコイルばねであり、クリープ温度域で所定の押付け力を維持することが必要となる。コイルばねのクリープ挙動の詳細数値解析を概念検討の段階で実施することはあまり得策ではない。本報告書は、このような背景からコイルばねのクリープ挙動解析手法について検討し、結果をまとめたものである。

コイルばねの断面の応力場として純せん断を仮定し、ひずみの径方向線形分布とクリープ特性式からトルクを求め、力の釣合いからばね力の時間的変化を評価する。この方法によれば、径方向応力分布が非線形になるため簡単なプログラムを作成する必要があるが、任意の形状・寸法および材料のコイルばねのクリープ挙動についての広範なパラメトリックサーベイが可能となる。

* 基盤技術開発部 構造・材料技術開発室

** 平成6年度大型炉設計研究報告会

Investigation of Creep Behavior Analysis of a Coil Spring

KAZUYUKI Tsukimori*

ABSTRACT

A mechanical hold down method is under discussion as the means to prevent fuel assemblies from being lifted up in the scope of investigation of the recycle reactor conception at Plant Engineering Section**. The device of the mechanical hold down system is a coil spring. In this case it is necessary to maintain enough pressure force in high temperature region. Therefore, it is needed to analyze creep behaviors of coil springs. At this stage it is desirable to survey parametrically the creep behaviors of various dimensions of coil springs rather than to analyze detailed behaviors by FEM. This paper describes the investigation of a creep behavior analysis method of coil springs.

In the development process of the method the torque of the spring is derived from the assumption of shear stress field and linear distribution of shear strain in the radius direction and the constitutive equation of creep, and finally the spring force can be obtained by the equilibrium equation as the function of time. For implementation of this method a simple program should be created since the shear stress distribution in the radius direction is nonlinear, however, a wide ranged parametric survey can be done on the creep behavior of coil springs of arbitrary shape, dimension and material.

* Structure and Material Research Section, Advanced Technology Division

** Meeting on Large Scale Reactor Design Research of 1994FY

目次

1。緒言

2。式の展開

- 2.1 単軸クリープと純せん断クリープの関係
- 2.2 コイルばねの押付け力とたわみの関係
- 2.3 コイルばねの一定荷重下でのクリープ挙動
- 2.4 コイルばねの一定変位のもとでの緩和挙動

3。計算例

4。考察

5。結言

参考文献

図リスト

図1 ばね押付け力の緩和挙動

1. 緒言

プラント工学室におけるリサイクル炉の概念検討の中で燃料集合体のホールドダウンについてメカニカルホールドダウン方式が検討されている。この具体的な構造はコイルばねであり、クリープ温度域で所定の押付け力を維持することが必要となる。コイルばねのクリープ挙動の詳細数値解析を概念検討の段階で実施することはあまり得策ではない。本報告書は、このような背景からコイルばねのクリープ挙動解析手法について検討した結果をまとめたものである。

コイルばねのクリープ挙動についての既往の解析事例はあまり多くはない。報告者の調べた範囲では、クリープを抑えるためのばね鋼の開発[1]、熱処理方法[2]、FRP製コイルばねの疲労およびクリープ試験[3]およびコイルばね試験片によるクリープデータの評価法[4,5]に関するものの5件であった。このうち最後の2つの文献は、低応力でのクリープを研究するために考案されたコイルばね試験片によるクリープ試験データから材料のクリープ特性を評価する手法の研究に関するものであり、理論的な展開がなされている。文献[4]では、せん断ひずみ速度とせん断応力の関係について Diffusion Creep(低応力領域、線形)と Dislocation Creep(高応力領域、べき乗関係)に分け、応力の再分布、トルク、ひずみ速度を導いており、一定荷重下でのコイルばねのクリープ挙動の理論的評価法としては一応完結している。文献[5]は、実際の試験データを分析するために、これを発展させてより複雑なクリープ特性式を用いた展開を行なっている。

ここでは、コイルばねの断面の応力場として純せん断を仮定し、ひずみの径方向線形分布とクリープ特性式からトルクを求め、力の釣合いからばね力の時間的变化を評価する方法を考える。この方法によれば、径方向応力分布が非線形になるため簡単なプログラムを作成する必要があるが、任意の形状・寸法および材料のコイルばねのクリープ挙動についての広範なパラメトリックサーベイが可能となる。

2. 式の展開

2.1 単軸クリープと純せん断クリープの関係

コイルばね断面の応力場は、ほぼ純せん断であり、ねじりモーメントによるせん断応力とせん断力によるせん断応力との重ね合せとなる。さらに、コイル素線径とコイル径の比が十分小さければ、後者のせん断応力は無視できる。

せん断応力場でのクリープ挙動を考える場合、クリープ特性式は単軸で与えられるため、両者を関係づけておく必要がある。まず、塑性ひずみの場合と同様に Mises 型の相当応力を導入し、多軸応力場に拡張する[5]。流れ法則からクリープひずみ速度成分は、

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2\bar{\sigma}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\bar{\epsilon}}^c \quad (2-1)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ はクリープひずみ速度成分 ($\dot{\epsilon}_x^c, \dot{\epsilon}_y^c, \dot{\epsilon}_z^c, \dot{\epsilon}_{xy}^c, \dot{\epsilon}_{yz}^c, \dot{\epsilon}_{zx}^c$)、 σ_{ij} は応力成分 ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$)、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 J_2 は偏差応力第2不変量であり、 $\dot{\bar{\epsilon}}^c$ は相当クリープひずみ速度で相当応力と時間 t と温度 T の関数と仮定する。相当応力 $\bar{\sigma}$ 、偏差応力第2不変量 J_2 および相当クリープひずみ速度 $\dot{\bar{\epsilon}}^c$ は、次式で表される。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) \right\}}^{\frac{1}{2}} \quad (2-2)$$

$$J_2 = \frac{1}{3} \bar{\sigma}^2 \quad (2-3)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}^c = g(\bar{\sigma}, t, T) \quad (2-4)$$

上の多軸の関係から、特別な場合として単軸および純せん断の場合を考える。

(1) 単軸の場合 ($\sigma_x \neq 0, \quad \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{xy} = 0$)

$$\bar{\sigma} = \sigma_x$$

$$J_2 = \frac{1}{3} \sigma_x^2 \quad (2-5a, b, c)$$

$$\therefore \dot{\epsilon}_x^c = \dot{\bar{\epsilon}}^c$$

(2) 純せん断の場合 ($\tau_{xy} \neq 0, \quad \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$)

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3}\tau_{xy}$$

$$J_2 = \tau_{xy}^2$$

$$\therefore \dot{\gamma}_{xy}^c = 2\dot{\epsilon}_{xy}^c = \sqrt{3}\dot{\epsilon}^c$$

(2-5a, b, c)

2.2 コイルばねの押付け力とたわみの関係

式の展開をより一般化するために、クリープばねと弾性ばねを直列に繋いだ初期荷重を有する追従系を考える。

クリープばねと弾性ばねのたわみは符号が逆で絶対値が等しく、両者のばね力は等しい。したがって、クリープばねのコイルのトルク変化率 $\dot{M}_t$ とたわみの変化率 $\dot{\delta}$ の間にはつぎの関係が近似的に成り立つ。

$$\dot{M}_t = KR\dot{\delta} \quad (2-7)$$

ここで、 K は弾性ばね定数、 R はクリープばねのコイル半径である。

式(2-7)から推察できるように、クリープばねについて特別な場合として、 $K=0$ のとき $\dot{M}_t=0$ で定荷重下でのクリープ、 $K=\infty$ のとき $\dot{\delta}=0$ で変位一定下での緩和挙動となる。

一方、クリープばねのコイルのトルク変化率 $\dot{M}_t$ は、せん断応力変化率 $\dot{\tau}$ の積分として次式で表される。

$$\dot{M}_t = 2\pi \int_0^{r_0} \dot{\tau} r^2 dr \quad (2-8)$$

せん断応力変化率 $\dot{\tau}$ は、せん断ひずみ変化率 $\dot{\gamma}$ とクリープせん断ひずみ変化率 $\dot{\gamma}^c$ を用いて、

$$\dot{\tau} = G(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}^c) \quad (2-9)$$

ここで、 G は横弾性係数である。

したがって、式(2-8)は、

$$\dot{M}_t = 2\pi G \int_0^{r_0} (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}^c) r^2 dr \quad (2-10)$$

また、せん断ひずみ変化率 $\dot{\gamma}$ は、コイル素線の半径座標 r に比例すると仮定す

ると、

$$\dot{\gamma} = \frac{r}{r_0} \dot{\gamma}_0 \quad (2-11)$$

ここで、 r_0 はコイル素線の半径、 $\dot{\gamma}_0$ は r_0 におけるせん断ひずみ変化率である。
また、たわみ δ と $\dot{\gamma}_0$ との間には次の関係がある[7]。

$$\gamma_0 = \frac{r_0}{2\pi n R^2} \delta \quad (2-12)$$

ここで、 n はコイルばねの巻数である。
したがって、式(2-11)は、

$$\dot{\gamma} = \frac{r}{2\pi n R^2} \dot{\delta} \quad (2-13)$$

純せん断の場合のクリープひずみ変化率は、前項の式(2-4)と(2-6a, c)から、

$$\dot{\gamma}^c = \sqrt{3} g(\sqrt{3}\tau, t, T) \quad (2-14)$$

式(2-13)、式(2-14)を式(2-10)に用いると、

$$\dot{M}_t = \frac{G r_0^4}{4n R^2} \dot{\delta} - 2\sqrt{3}\pi G \int_0^{r_0} g(\sqrt{3}\tau, t, T) r^2 dr \quad (2-15)$$

さらに、式(2-7)と式(2-15)から、

$$\dot{\delta} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{r_0^2 \left(\frac{r_0^2}{4n R^2} - \frac{KR}{Gr_0^2} \right)} \int_0^{r_0} g(\sqrt{3}\tau, t, T) r^2 dr \quad (2-16)$$

式(2-16)を使って適当な初期条件のもとに $\dot{\delta}$ を求め、式(2-13)から $\dot{\gamma}$ を、式(2-9)と式(2-14)から $\dot{\tau}$ を求め、数値的に時間積分することによって、コイルばねのクリープ挙動を求めることができる。

次項では、コイルばねの一定荷重下でのクリープ挙動と一定変位のもとでの緩和挙動について具体的に式の展開を進める。

2.3 コイルばねの一定荷重下でのクリープ挙動

コイルばねの一定荷重下でのクリープ挙動については、式(2-16)において $K = 0$ と考えればよいから、

$$\dot{\delta} = \frac{8\sqrt{3}\pi n R^2}{r_0^4} \int_0^{r_0} g(\sqrt{3}\tau, t, T) r^2 dr \quad (2-17)$$

式(2-17)を使って適当な初期条件のもとに $\dot{\delta}$ を求め、式(2-13)から $\dot{\gamma}$ を、式(2-9)と式(2-14)から $\dot{\tau}$ を求め、数値的に時間積分することによって、コイルばねのクリープ挙動を求めればよい。

定常状態を仮定し、クリープ変形が卓越していてひずみの弾性成分が無視できるとすると、

$$\dot{\gamma}^c \approx \dot{\gamma} = \frac{r}{r_0} \dot{\gamma}_0 \quad (2-18)$$

式(2-14)と式(2-18)から式(2-17)は、

$$\dot{\delta} = \frac{2\pi n R^2}{r_0} \dot{\gamma}_0 \quad (2-19)$$

ここで、Norton 則を仮定すると、式(2-14)は、

$$\dot{\gamma}^c = 3^{\frac{\kappa+1}{2}} k \tau^\kappa \quad (2-20)$$

ここで、 k および κ は Norton 則のパラメータである。
式(2-18)を用いて式(2-20)を τ について解くと、

$$\tau = \frac{\dot{\gamma}_0^{\frac{1}{\kappa}}}{3^{\frac{\kappa+1}{2\kappa}} k^{\frac{1}{\kappa}} r_0^{\frac{1}{\kappa}}} r^{\frac{1}{\kappa}} \quad (2-21)$$

式(2-21)を積分することによって、コイルのトルクが求まる。

$$M_t = \frac{2\pi \kappa r_0^3}{3^{\frac{\kappa+1}{2\kappa}} (3\kappa + 1) k^{\frac{1}{\kappa}}} \dot{\gamma}_0^{\frac{1}{\kappa}} \quad (2-22)$$

コイルのトルク M_i とばねにかかる荷重 F との間には、

$$M_i = RF \quad (2-23)$$

なる関係があることを考慮すると、式(2-22)は式(2-19)を使って、

$$\dot{\delta} = \frac{3^{\frac{\kappa+1}{2}} (3\kappa+1)^\kappa n R^{\kappa+2} k}{2^{\kappa-1} \pi^{\kappa-1} \kappa^\kappa r_0^{3\kappa+1}} F^\kappa \quad (2-24)$$

コイルばねにかかる荷重が一定 ($F = \text{const.}$) であることを考慮すると、式(2-24)は時間について容易に積分できて、

$$\delta(t) = \frac{3^{\frac{\kappa+1}{2}} (3\kappa+1)^\kappa n R^{\kappa+2} k}{2^{\kappa-1} \pi^{\kappa-1} \kappa^\kappa r_0^{3\kappa+1}} F^\kappa t + \delta_i \quad (2-25)$$

ここで、 δ_i は、初期変位である。

2.4 コイルばねの一定変位のもとでの緩和挙動

コイルばねの一定変位のもとでの緩和挙動については、式(2-16)において $K = \infty$ と考えればよいから、

$$\dot{\delta} = 0 \quad (2-26)$$

したがって、式(2-13)は、

$$\dot{\gamma} = 0 \quad (2-27)$$

式(2-9)から、

$$\dot{\tau} = -G\dot{\gamma}^c \quad (2-28)$$

式(2-14)から、

$$\dot{\tau} = -\sqrt{3}G \cdot g(\sqrt{3}\tau, t, T) \quad (2-29)$$

関数 $g(\sqrt{3}\tau, t, T)$ が具体的に与えられれば、式(2-29)を適当な初期条件のもとに数値的に時間積分することによって、せん断応力 τ の時間的な変化が求まる。

定常状態を仮定し、式(2-20)の Norton 則を用いると、式(2-29)は、

$$\dot{\tau} + 3^{\frac{\kappa+1}{2}} k G \tau^{\kappa} = 0 \quad (2-30)$$

式(2-30)は、容易に解くことができる。

(1) $\kappa = 1$ の場合

$$\tau = \tau_i e^{-k G t} \quad (2-31)$$

ここで、 τ_i は初期せん断応力である。

初期せん断応力を弾性として考えると、コイルの半径座標に比例することから次のようにおくことができる。

$$\tau_i = \frac{r}{r_0} \tau_{0i} \quad (2-32)$$

ここで、 τ_{0i} はコイル外表面での初期せん断応力である。

式(2-32)から、式(2-31)は、

$$\tau = \tau_{0i} \frac{r}{r_0} e^{-k G t} \quad (2-33)$$

式(2-33)を積分することによって、コイルのトルクが求まる。

$$M_t = M_{ti} e^{-k G t} \quad (2-34)$$

ここで、 M_{ti} は初期トルクであり、

$$M_{ti} = \frac{\pi r_0^3}{2} \tau_{0i} \quad (2-35)$$

コイルばねの押付け力を F とすると、式(2-34)の関係は次のように表される。

$$F = F_i e^{-k G t} \quad (2-36)$$

ここで、 F_i は初期押付け力であり、式(2-23)と式(2-35)から、

$$F_i = \frac{\pi r_0^3}{2R} \tau_{0i} \quad (2-37)$$

また、弾性コイルばねについて、荷重とたわみの関係は次式で表される[7]。

$$\delta = \frac{4nR^3}{Gr_0^4} F \quad (2-38)$$

ただし、 $\frac{r_0}{R} \ll 1$ としている。

したがって、式(2-36)は、

$$F = \frac{Gr_0^4}{4nR^3} \delta_i e^{-kGt} \quad (2-39)$$

ここで、 δ_i は、初期変位（一定値）である。

(2) $\kappa \neq 1$ の場合

$$\frac{1}{\kappa - 1} \left(\frac{1}{\tau_i^{\kappa-1}} - \frac{1}{\tau^{\kappa-1}} \right) = -3^{\frac{\kappa+1}{2}} kGt \quad (2-40)$$

式(2-32)から、せん断応力は、

$$\tau = \frac{\tau_{0i} \left(\frac{r}{r_0} \right)}{\left\{ 1 + 3^{\frac{\kappa+1}{2}} (\kappa - 1) \tau_{0i}^{\kappa-1} kG \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\kappa-1} t \right\}^{\frac{1}{\kappa-1}}} \quad (2-41)$$

式(2-41)を次式にしたがって数値積分することによって、コイルばねの押付け力 F が求まる。

$$F = \frac{2\pi}{R} \int_0^{r_0} \tau r^2 dr \quad (2-42)$$

また、式(2-41)中のコイル外表面での初期せん断応力 τ_{0i} は、式(2-37)と式(2-38)から、次式で与えられる。

$$\tau_{0i} = \frac{2R}{\pi r_0^3} F_i = \frac{Gr_0}{2\pi n R^2} \delta_i \quad (2-43)$$

3. 計算例

本章では、前章で導いた式を使って、コイルばねの一定変位のもとでの緩和挙動についての簡単な計算例を示す。

材料のクリープ特性として Norton 則を仮定し、式(2-41)～式(2-43)を用いてコイルばねの初期押付け力の時間的な変化を求める。コイルばねの仕様は次のとおりである。

(1)形状・寸法

- ・コイル素線の半径 ; $r_0 = 8 \text{ mm}$
- ・コイル半径 ; $R = 75 \text{ mm}$
- ・コイル巻数 ; $n = 5$

(2)材料特性

- ・横弾性係数 ; $G = 6.0 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2$
- ・Norton 則パラメータ (k, K) (5 ケース) ;
 - ① (1.0×10^{-9} , 3.0)
 - ② (1.0×10^{-10} , 3.0)
 - ③ (1.0×10^{-11} , 3.0)
 - ④ (1.0×10^{-12} , 3.0)
 - ⑤ (1.0×10^{-13} , 3.0)

(3)荷重条件

- ・初期押付け力 ; $F_i = 150 \text{ kg}$
式(2-43)より、
- ・コイル外表面での初期せん断応力 ;
 $\tau_{oi} = 14.0 \text{ kg/mm}^2$
- ・初期変位 ; $\delta_i = 51.5 \text{ mm}$ (一定)

(4)数値積分のパラメータ

- ・素線の半径分割数 ; $N = 20$
- ・時間パラメータ ; $t = 0 \sim 10^5 \text{ hr}$

図 1 に横軸を時間、縦軸をばね押付け力として計算から得られた各ケースの緩和挙動を示す。式(2-41)から k が大きいほど緩和の度合いが大きいことがわかる。ケース① ($k=1.0 \times 10^{-9}$)では、急速に緩和し、10000 時間後には初期押付け力の 10 分の 1 程度に落ちてしまう。ケース② ($k=1.0 \times 10^{-10}$)では、緩和量は若干減少するが、それでも 100000 時間後には初期押付け力の 10 分の 1 程度になる。

ケース③ ($k=1.0 \times 10^{-11}$)では、100000 時間後に初期押付け力の 3 分の 1 程度、ケース④ ($k=1.0 \times 10^{-12}$)では 3 分の 2 程度になる。ケース⑤ ($k=1.0 \times 10^{-13}$)では、100000 時間後の緩和量は初期押付け力のわずか 6%強に留まっている。

4. 考察

前章では、非常に簡単な計算例を示すに留めたが、手法の有効性を示すのに十分であると考え。特に、有限要素法による解析に比べてはるかに手軽であり、しかもパラメトリックな計算が容易であることから、詳細解析に移る前の設計スクリーニングに有効である。

5. 結言

燃料集合体のホールドダウンについてコイルばねによるメカニカルホールドダウン方式を想定した場合、クリープ温度域でコイルばねが所定の押付け力を維持することが必要となる。コイルばねのクリープ挙動の詳細数値解析を概念検討の段階で実施することはあまり得策ではない。このような背景からコイルばねのクリープ挙動の理論的な解析手法を検討した。

コイルばねの断面の応力場として純せん断を仮定し、ひずみの径方向線形分布とクリープ特性式からトルクを求め、力の釣合いからばね力の時間的变化を評価する方法を考えた。この方法によれば、任意の形状・寸法および材料のコイルばねのクリープ挙動についての広範なパラメトリックサーベイが可能となる。

簡単な計算例をとおして、有限要素法による解析に比べてはるかに手軽で、しかもパラメトリックな計算が容易であることから、詳細解析に移る前の設計スクリーニングに有効である。

参考文献

- [1] 大形ばね 懸架コイルばね、平野令、特殊鋼 34 巻 8 号、35-38、1985.
- [2] A new heat-treatment process overcomes temperature relaxation problems for spring users, Slingsby, R. G., Heat Treat 79, 116-121, 1980.
- [3] FRP 製円筒コイルばねの特性に関する研究、吉野、山田、遠藤、石川、強化プラスチック、32 巻 2 号、57-61、1986.
- [4] Stress redistribution in creep experiments with helical coil specimens, Sritharan, T. and Jones, H., Res Mechanica 2, 295-303, 1981.
- [5] A new procedure to evaluate creep data obtained by the helicoid spring specimen technique under conditions of non-viscous creep behaviour, Kloc, L., Fiala, J. and Cadek, J, Materials Science and Engineering, A130, 61-65, 1990.
- [6] たとえば、有限要素法ハンドブックⅡ応用編、鷺津ほか共編（培風館）1983.
- [7] たとえば、材料力学、三好、白鳥、尾田共著（実教出版）1992.

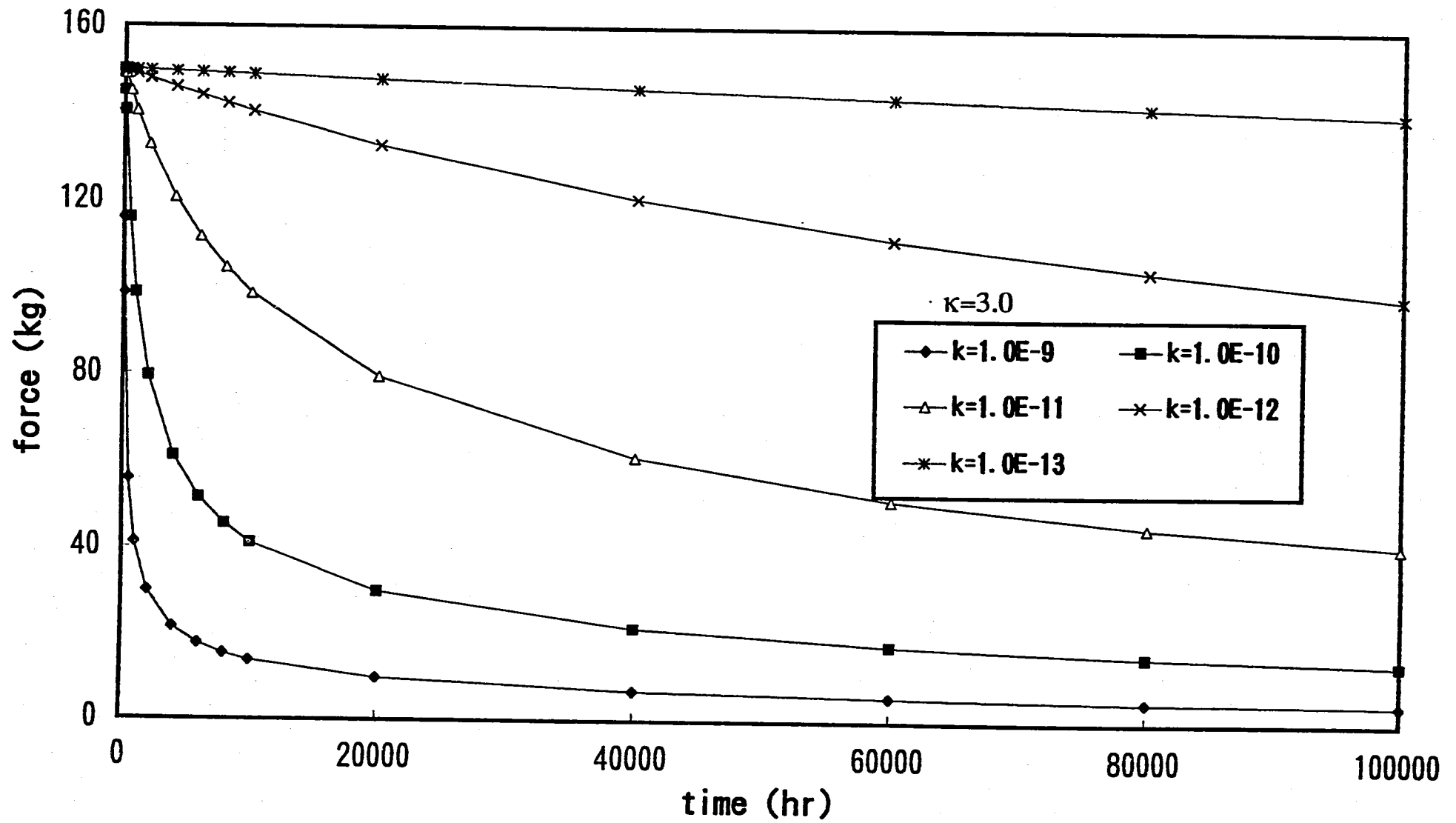


図1 ばね押付け力の緩和挙動