

円柱状構造物の流力振動に対する 簡易評価手法の検討

1997年5月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせ下さい。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター

システム開発推進部・技術管理室

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section, O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Nareta-machi, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken 311-13, Japan.

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation) 1996

円柱状構造物の流力振動に対する簡易評価手法の検討

北村誠司 森下正樹¹⁾

要 旨

温度計や液面計のように、配管内に挿入される円柱状構造物の設計に際しては、流力振動による疲労破損の防止が重要である。FEM を用いた詳細解析による設計は可能であるが、比較的単純な構造であること、プラントでは少しずつ形状の異なるものが多数使用されることなどから、公式による設計が可能であればその便益は大きい。そこで、本研究ではウェル型の温度計を念頭において、『温度計の流力振動防止のための設計方針(案)』に準拠した評価を簡易に行う手法を検討した。

温度計が支持位置で管内と管外部に分割できると考え、それぞれのはりとしての基本振動モードについて、固有振動数の算出法と、先端変位と支持端での発生応力の関係を求めた。この際、片持ちはりの解析手法を参考に、支持部の回転剛性を考慮したはり、先端に集中質量を有するはりに対する理論解を導出した。導出した理論解を、管台による支持や段付き部、テーパ部等の構造部位を有する典型的な温度計の評価に適用するため、固有振動数をFEM解を基準として10%以内の誤差で求めることができる一様断面のはりに置換する方法について検討した。換算減衰、先端変位については、一様断面のはりの1次モード形状を考慮して、安全側の評価ができるように簡易式を作成した。

検討した評価手法の妥当性を検証するため、例題に簡易手法を適用し、詳細な解析手法による評価結果と比較した。固有振動数については、管内、管外側ともに詳細解析と比較し10%の誤差内で評価できる。管内側の換算減衰についてはオーダーが合う程度、支持部応力については簡易評価としては十分実用に供し得る程度(数10%程度)の評価ができる。

¹⁾ 基盤技術開発部 構造・材料技術開発室

Simplified Evaluation Methods for Cylindrical Structures Subjected to Flow-Induced Vibration

Seiji Kitamura, Masaki Morishita¹⁾

ABSTRACT

In case of design of cylindrical structures immersed in piping such as thermometers and liquid level meters, it is very important to prevent fatigue failure due to fluid induced vibration. There are a large number of the structures, which shapes are almost simple with small difference, in a plant. We can design the structures by detailed analysis using FEM. But, it is more convenience for designers to design them by formula. This report presents simplified evaluation methods for cylindrical structures subjected to flow-induced vibration in accordance with "Proposed Flow-Induced Vibration Design Guide for Thermometer Wells".

We supposed that, dividing the thermometers at their supporting point between inside of piping and outside, and estimating vibration performance of them as a beam individually, the performance of the whole thermometers could be estimated. On the basis of vibration analysis of a cantilever-beam, frequency equations, vibration mode-shape functions and relationships between nominal stress of the support end and displacement of the free end were derived theoretically for first vibration mode of beams, which have rotational stiffness at the support end or lumped mass at the free end. Methods to substitute beams of uniform section for thermometers which are supported with short nozzle or having non-uniform properties, such as taper and steps, were discussed. Considering the mode shape of a beam, equations to calculate reduced damping and displacement at beam-end are also derived.

In order to verify the adequacy of the simplified methods, we applied the methods to some problems and compared estimated reduced velocities, reduced damping and maximum stresses with the results from restrict analysis methods. Values of natural frequencies and reduced velocities agreed within 10% error, and orders of values of reduced damping agreed. We also confirmed values of maximum stress of well side agreed within 10% error.

¹⁾ Structure and Material Research Section, Advanced Technology Division

目 次

ページ

1. はじめに	1
2. 目的	1
3. 簡易評価式の検討方針	1
3.1 片持ちはりの理論解	2
3.2 温度計等のはり状の構造物の代表的な構造部位	3
4. 基本形状に対する簡易評価式の構築	4
4.1 回転ばねで支持されたはり	4
4.2 回転ばねで支持され、先端に集中質量を持つはり	5
5. 代表的な構造部位への適用の検討	6
5.1 貫通部	6
5.2 管台支持部	10
5.3 段付き部	13
5.4 テーパ部	15
6. 方針案の簡素化の検討	18
6.1 基本方針	18
6.2 モード関数の積分値	19
6.3 方針案の式の簡素化	20
7. 例題への適用例	21
7.1 ベンチマーク問題	21
7.2 固有振動数の評価結果の比較	25
7.3 詳細解析と簡易解析の結果の比較	26
8. まとめ	27
参考文献	28
付録A 応力評価を1次モードのみで行うことの妥当性の検討	29
付録B 管外側の換算減衰、支持部応力の算定手法の検討	33
付録C 公式による応力の簡易評価の妥当性の検討	36
付録D 近接するモードが固有振動数に及ぼす影響について	41

表 リ ス ト

	ページ
表5-1 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(貫通部の検討-1)	8
表5-2 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(貫通部の検討-2)	9
表5-3 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(管台部の検討)	12
表5-4 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(テーパ部の検討-1)	16
表5-5 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(テーパ部の検討-2)	17
表5-6 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(テーパ部の検討-3)	18
表6-1 モード関数を含む積分の値	20
表7-1 ベンチマーク問題の使用環境および物性の設定	22
表7-2 ベンチマーク問題のモデル化と固有振動数評価結果の比較	25
表7-3 詳細解析と簡易解析による評価結果の比較	26
表A-1 モード関数を含む積分の値	30
表A-2 モード次数と応力振幅	32
表B-1 管外側の評価手法の検討	35
表C-1 解析と公式による $\phi''(0)/\phi(L)$ の値の比較(貫通部、表5-2に対応)	37
表C-2 解析と公式による $\phi''(0)/\phi(L)$ の値の比較(管台部、表5-3に対応)	38
表C-3 解析と公式による $\phi''(0)/\phi(L)$ の値の比較(テーパ部、表5-5、6に対応)	39

図 リ ス ト

	ページ
図3-1 片持ちはり	2
図4-1 回転ばねで支持されたはり	4
図4-2 回転ばねで支持され、先端に集中質量を持つはり	5
図5-1 貫通部へ適用性検討のモデル	7
図5-2 管台部の等価モデル	10
図5-3 管台部の検討のモデル	11
図5-4 段付き部の等価モデル	14
図5-5 テーパ部の適用性検討モデル	15
図6-1 積分範囲の説明図	19
図7-1 ベンチマーク問題	23
図A-1 片持ちはり	31
図B-1 ウェルの振動モードの仮定	33
図D-1 FEM解析による固有振動数（貫通部の検討）	42
図D-2 FEM解析による固有モード	43

1. はじめに

温度計設計方針検討会は、もんじゅナトリウム漏えい事故(平成7年12月8日発生)を契機に同種の事故の再発を未然に防止するため、温度計ウエルの構造設計の拠るべき基準として、「温度計の流力振動防止のための設計方針(案)」(以下、方針案と記す)¹⁾を作成した。この方針案による評価は、あらゆる温度計形状に適用できる汎用性を持たせるため、評価に必要な諸量に対し軸方向分布を考慮することになる。多くの種類の温度計、液位計等に適用する場合、あるいはほとんど流れのない部位(例えばタンク内)に設置される温度計等に適用する場合、方針案と同等でより簡便な手法の整備が望まれている。

方針案による評価は、揚力方向、抗力方向の同期振動を回避、抑制条件の判別、応力の制限の2段階の評価を要求している。これらの評価に必要な情報は、構造物の寸法形状、環境(温度、流体の比重量、流速)、及び固有値(振動数、モードベクトル)である。従って、まず固有値解析を実施し、固有振動数、固有モードベクトルを算定することになり、この際、通常有限要素法による解析を行うことになる。

片持ちはりに対する固有振動数、固有モードベクトルの理論解は広く知られている。一方、方針案では、評価の対象とする振動モードは規定されていないが、これまでの経験から応力評価に影響があるのは、管内(ウェル)側、管外(コネクタ)側のそれぞれ1次モードのみであることがわかっている。仮に、温度計の代表的な構造部位を適切にモデル化し等価な振動特性(1次振動数、1次モードベクトル)を有する単純なはりに置き換える事ができれば、さらにこの振動特性を簡易に評価することができれば、方針案と同等の評価が大幅に合理化できる可能性がある。

そこで、代表的な温度計形状に対して、片持ちはりの振動モードの理論解をベースとした、方針案と同等の評価を簡易に行う方法について検討する。

2. 目的

温度計等のはり状の構造物の流力振動評価に資するため、片持ちはりの振動モードの理論解をベースとした簡易評価手法を検討する。この際代表的な温度計の形状構造を考慮し、これらへの適用手法についても検討する。

3. 簡易評価式の検討方針

この章では、まず、片持ちはりの振動に対する理論解について述べる。さらに、流力振動評価が必要となる温度計等のはり状の構造物の代表的な構造部位を洗い出し、それぞれに対する簡易式の作成方針について述べる。

3.1 片持ちはりの理論解

断面一様のはりの振動方程式より求めた、はりの一般解(固有モード)を以下に示す²⁾。この一般解に、片持ちはりの境界条件(片側固定、片側自由)を与えて固有モード、固有振動数、及び先端変位と支持部応力の関係式を求める。

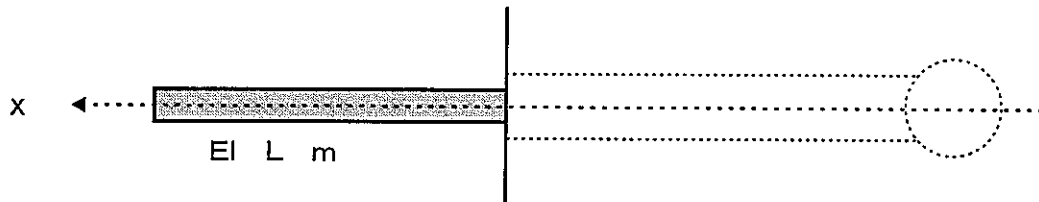


図3-1 片持ちはり

断面均一はりの自由振動の式

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3-1)$$

v ; はりの軸直方向変位(軸方向座標と時間の関数)

E ; はりの縦弾性係数

I ; はりの断面2次モーメント

m ; はりの単位長さ当たりの質量

式(3-1)の一般解(固有モード)は以下となる。

$$\phi(x) = A_1 \sin\left(\frac{ax}{L}\right) + A_2 \cos\left(\frac{ax}{L}\right) + A_3 \sinh\left(\frac{ax}{L}\right) + A_4 \cosh\left(\frac{ax}{L}\right) \quad (3-2)$$

L ; はりの長さ

a ; 境界条件により定まる定数

A_i ; 境界条件により定まる定数

この時、固有振動数は以下となる。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a^4 EI}{L^4 m}} \quad (3-3)$$

片持ちはりの場合の境界条件は

$$\phi(0) = 0 \quad (3-4)$$

$$\phi'(0) = 0 \quad (3-5)$$

$$M(L) = EI\phi''(L) = 0 \quad (3-6)$$

$$F(L) = EI\phi'''(L) = 0 \quad (3-7)$$

これらを式(3-2)に代入して整理すると、 a の条件として以下を得る。

$$1 + \cos(a)\cosh(a) = 0 \quad (3-8)$$

これを計算すると、1～3次までの a の値は次のように求まる。

$$a_1 = 1.875$$

$$a_2 = 4.694$$

$$a_3 = 7.855$$

この時モードベクトルは、

$$\phi(x) = A_1 \left[\sin\left(\frac{ax}{L}\right) - \sinh\left(\frac{ax}{L}\right) + \frac{\sin(a) + \sinh(a)}{\cos(a) + \cosh(a)} \left\{ \cosh\left(\frac{ax}{L}\right) - \cos\left(\frac{ax}{L}\right) \right\} \right] \quad (3-9)$$

また、先端変位と支持部公称応力の関係は

$$\sigma(0) = ER \frac{\phi''(0)}{\phi(L)} y = \frac{ERa^2}{L^2} y \quad (3-10)$$

R ; はりの外半径

y ; 先端変位置

となる。

3. 2 温度計等のはり状の構造物の代表的な構造部位

温度計等の構造物の代表的な構造部位は以下となる。

- ①支持部の回転剛性 (回転ばねによるモデル化)
- ②端子箱(コネクタ) (集中質量によるモデル化)
- ③支持部の貫通 (管内側、管外側の2本のはり)
- ④段付き部
- ⑤管台支持
- ⑥テーパ部

これらの構造部位に対し、前節における片持ちはりの解の適用性を検討し、簡易評価手法の作成方針を定める。

まず、①支持部の回転剛性、②端子箱については、境界条件を変更することにより、厳密解を得ることができる。従って、適当な境界条件を与えた厳密解を求める。

③支持部の貫通については、支持部を挟んで管内(ウェル)側と管外(端子)側を別個に評価するのが簡便である。そこでこのような扱いが可能となるような、即ち支持部を挟む反対側のはりの影響を考慮し得る等価な回転ばねの算定法について検討する。

④段付き部、⑤管台支持については、先端荷重と変位の関係が等価となるはりに置き換える方法を検討する。

前節における片持ちはりの解は、断面均一が前提条件であった。よって、⑥テーパ部に対してはモードベクトルの形状もそのまま適用できない。そこで、いくつかの典型的な例題について検討し、固有振動数、付け根の公称応力を適切に評価し得る方法を模索することとする。

なお、これらの評価方法の妥当性については、有限要素法による解析解と比較し判断することとする。

4. 基本形状に対する簡易評価式の構築

支持部の回転剛性の影響については回転ばねで支持されたはりとして、端子箱の影響については回転ばねで支持され、先端に集中質量を持つはりとして、前述の片持ちはりの一般解に適切な境界条件を与えることにより、厳密解を求める。

4.1 回転ばねで支持されたはり

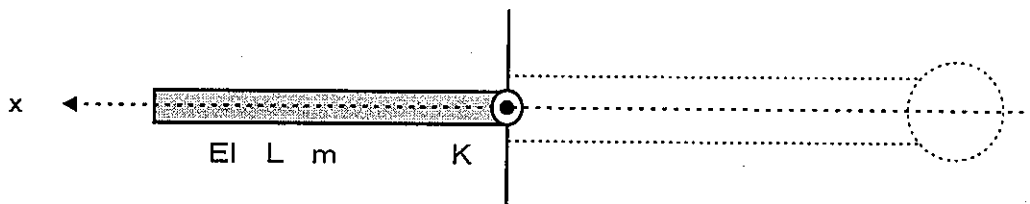


図4-1 回転ばねで支持されたはり

この場合の境界条件は以下となる。

$$\phi(0) = 0 \quad (4-1)$$

$$M(0) = K\phi'(0) = EI\phi''(0) \quad (4-2)$$

$$M(L) = EI\phi''(L) = 0 \quad (4-3)$$

$$F(L) = EI\phi'''(L) = 0 \quad (4-4)$$

K ; 支持部の回転ばね

これらの境界条件を式(3-2)に代入して整理すると、 a の条件として下式を得る。

$$\frac{EI}{KL} = \frac{1 + \cos(a) \cosh(a)}{a \{ \sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a) \}} \quad (4-5)$$

この時モードベクトルは下式となる。

$$\phi(x) = \frac{A_1}{2aEI \sinh(a) + KL\{\cos(a) + \cosh(a)\}} \begin{matrix} * \\ \left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{ax}{L}\right)\{2aEI \sinh(a) + KL(\cos(a) + \cosh(a))\} \\ + \sinh\left(\frac{ax}{L}\right)\{2aEI \sin(a) - KL(\cos(a) + \cosh(a))\} \\ - KL\left\{\cos\left(\frac{ax}{L}\right) - \cosh\left(\frac{ax}{L}\right)\right\}\{\sin(a) + \sinh(a)\} \end{array} \right] \end{matrix} \quad (4-6)$$

先端変位と支持部公称応力の関係は下式となる。

$$\sigma(0) = ER \frac{\phi''(0)}{\phi(L)} y = \frac{ERa^2}{L^2} \frac{\sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a)}{\sin(a) + \sinh(a)} y \quad (4-7)$$

4.2 回転ばねで支持され、先端に集中質量を持つはり

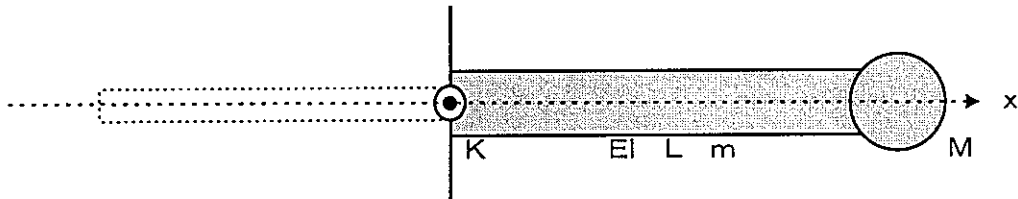


図4-2 回転ばねで支持され、先端に集中質量を持つはり

この場合の境界条件は、集中質量の回転慣性を無視すると以下となる。

$$\phi(0) = 0 \quad (4-8)$$

$$M(0) = K\phi'(0) = EI\phi''(0) \quad (4-9)$$

$$M(L) = EI\phi''(L) = \omega^2 \phi'(L)J \approx 0 \quad (4-10)$$

$$F(L) = EI\phi'''(L) = -\omega^2 \phi(L)M \quad (4-11)$$

M ; 先端部の集中質量

これらの境界条件を式(3-2)に代入して整理すると、 a の条件として下式を得る。

$$\frac{EI\bar{m} + KM}{KL\bar{m}} = \frac{1 + \cos(a) \cosh(a)}{a\{\sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a)\} + a^2 \frac{2EIM}{L(EI\bar{m} + KM)} \sin(a) \sinh(a)}$$

もしくはこれを变形して

$$\frac{EI}{KL} = \frac{\{1 + \cos(a) \cosh(a)\} - a \{ \sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a) \} \frac{M}{Lm}}{a \{ \sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a) \} + 2a^2 \sin(a) \sinh(a) \frac{M}{Lm}} \quad (4-12)$$

この時モードベクトルは以下となる。

$$\phi(x) = \frac{A_1}{2aEI \sinh(a) + KL \{ \cos(a) + \cosh(a) \}} * \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{ax}{L}\right) \{ 2aEI \sinh(a) + KL \{ \cos(a) + \cosh(a) \} \} \\ + \sinh\left(\frac{ax}{L}\right) \{ 2aEI \sin(a) - KL \{ \cos(a) + \cosh(a) \} \} \\ - KL \left\{ \cos\left(\frac{ax}{L}\right) - \cosh\left(\frac{ax}{L}\right) \right\} \{ \sin(a) + \sinh(a) \} \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

先端変位と支持部公称応力の関係は下式となる。

$$\begin{aligned} \sigma(0) &= ER \frac{\phi''(0)}{\phi(L)} y \\ &= \frac{ERa^2 \{ \sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a) \} + 2a \sin(a) \sinh(a) \frac{M}{Lm}}{L^2 \{ \sin(a) + \sinh(a) \}} y \end{aligned} \quad (4-14)$$

5. 代表的な構造部位への適用の検討

代表的な構造部位への適用については、前述の固有振動数の簡易式に基づき、構造部位モデルを簡略化する方向で検討する。この場合、簡略化の妥当性については、有限要素法による解析解をリファレンスとして判断することとする。

5.1 貫通部

支持部での貫通については、支持部を挟んで管内側と管外側を別個に評価するのが簡便である。そこでこのような扱いが可能となるような、即ち支持部を挟む反対側のはりの影響を考慮し得る等価な回転ばねの算定法について検討する。

等価な回転ばねの算定法について、以下のケース(仮定)を考える。

ケース1 反対側の影響を全く受けないと仮定

$$K_{eq} = K \quad (5-1)$$

ケース2 反対側のはりの先端における荷重-変位の関係から求まる回転ばね剛性に相当する分だけ元の回転ばね剛性が高くなると仮定

$$K_{1eq} = K + \frac{1}{\frac{1}{K} + \frac{L_2}{3EI_2}} \quad (5-2)$$

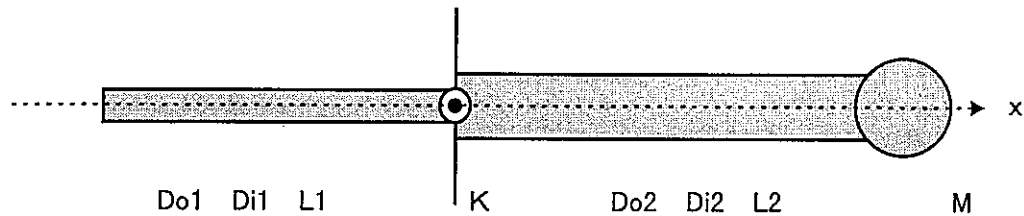
ケース3 反対側のはりの先端における荷重-変位の関係から求まる回転ばね剛性のうちのはりの曲げ剛性に起因する成分に相当する分だけ元の回転ばね剛性が高くなると仮定

$$K_{1eq} = K + \frac{3EI_2}{L_2} \quad (5-3)$$

ケース4 回転ばねの効果が無くなり剛接合となると仮定

$$K_{eq} = \infty \quad (5-4)$$

下図のモデルについて、回転ばね剛性をパラメタとして、有限要素法による解析解と各仮定との計算結果を比較する。



管内側			管外側			
Do1	Di1	L1	Do2	Di2	L2	M
mm	mm	mm	mm	mm	mm	kg
10	4	60	30	20	150	0.5

図5-1 貫通部へ適用性検討のモデル

表5-1 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(貫通部の検討-1)

ケース	回転ばね kgfmm/rad	管内側			管外側		
		簡易式 Hz	FEM Hz	簡易式 FEM	簡易式 Hz	FEM Hz	簡易式 FEM
ケース0 (単独)	∞	1778	1778	1.000			
	1E8	1773	1770	1.002			
	1E7	1733	1726	1.004			
	1E6	1441	1436	1.004			
	∞				433	432	0.998
	1E8				411	410	1.002
	1E7				298	298	1.001
	1E6				125	124	1.001
ケース1	1E8	1773	1766	1.004	411	410	1.002
	1E7	1733	1747	0.992	298	298	1.002
	1E6	1441	1727	0.834	125	124	1.002
ケース2	1E8	1775	1766	1.005	411	410	1.002
	1E7	1755	1747	1.005	301	298	1.011
	1E6	1584	1727	0.917	139	124	1.121
ケース3	1E8	1774	1766	1.004	411	410	1.002
	1E7	1756	1747	1.005	301	298	1.012
	1E6	1738	1727	1.007	144	124	1.163
ケース4	1E8	1778	1766	1.007	433	410	1.055
	1E7	1778	1747	1.018	433	298	1.453
	1E6	1778	1727	1.029	433	124	3.484

表5-1に固有振動数について、FEMと簡易式の解析結果を比較する。まず、貫通部がない場合(ケース0)は、簡易式とFEMの結果は良く一致しており、その差は高々0.4%程度である。従って、前節で導いた簡易式は、十分な精度を有しているといえる。

貫通部を有する場合について考える。表5-1では、FEMは貫通部を挟んだ体系で(管外側と管内側を同時に)解析した結果であり、一方簡易式の解はそれぞれ独立なはりとして見做して解析した結果である。表5-1より、固有振動数に関しては、管外側と管内側をそれぞれ独立に解析しても良い(まずまずの精度で解析できる)ことがわかる。

貫通部を介して反対側のはりの効果(すなわち回転ばねの算定法)について上述の4ケースの仮定をした。ケース1から4に行くに従って、反対側のはりの影響を大きく受け、ばねが剛になることに相当している。管内側のはり(断面2次モーメントが小さい側)の場合、ケース1の反対

側の影響を受けない仮定では、元の回転ばねが小さくなるに従い精度が悪くなる。すなわち、反対側のはりの効果を考慮し、元の回転ばねの剛性よりも大きな剛性を与える必要がある。回転ばねを排し、完全に剛であると仮定した場合(ケース4)まで剛性が大きくなる(硬くなる)と考えても、計算誤差は3%程度であり、かなり硬くする必要があると考えられる。ケース3の仮定が一番良く合っているが、計算を簡単にするために、曲げ剛性が小さい側のはりの場合、回転ばねは ∞ であると考えるのが簡易である。

一方、断面2次モーメントが大きい管外側のはりについては、反対側のはりの影響を大きく考えるに従って精度は悪化し、反対側のはりの影響を全く受けないケース1の結果が良く合う。

確認のため、管内側と管外側の径の比をパラメタとした解析結果を表5-2に示す。

表5-2 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(貫通部の検討-2)

外径比	管内側					管外側										
	内/外径 mm	回転ばね kgfmm/rad	簡易式 Hz	FEM	簡易式	内/外径 mm	回転ばね kgfmm/rad	簡易式 Hz	FEM	簡易式						
				Hz	FEM				Hz	FEM						
1.0	4/10	∞	1778	1566	0.920	4/10	1E6	53	53	1.000						
				1729	1.003				1E7	57	57	1.000				
				1766	1.004								1E8	57	57	1.000
				1566	1.135											
				1729	1.028											
				1766	1.007											
1.5	4/10	∞	1778	1413	1.258	8/15	1E6	93								
				1720	1.033				1E7	119	119	1.000				
				1766	1.007								1E8	123	123	1.000
2.0	4/10	∞	1778	1578	1.126	12/20	1E6	115								
				1729	1.028				1E7	189	189	1.000				
				1766	1.007								1E8	207	207	1.000
2.5	4/10	∞	1778	1680	1.058	16/25	1E6	123								
				1737	1.023				1E7	252	252	1.001				
				1766	1.007								1E8	305	305	1.001
3.0	4/10	∞	1778	1727	1.029	20/30	1E6	125								
				1747	1.018				1E7	298	298	1.002				
				1766	1.007								1E8	411	410	1.002

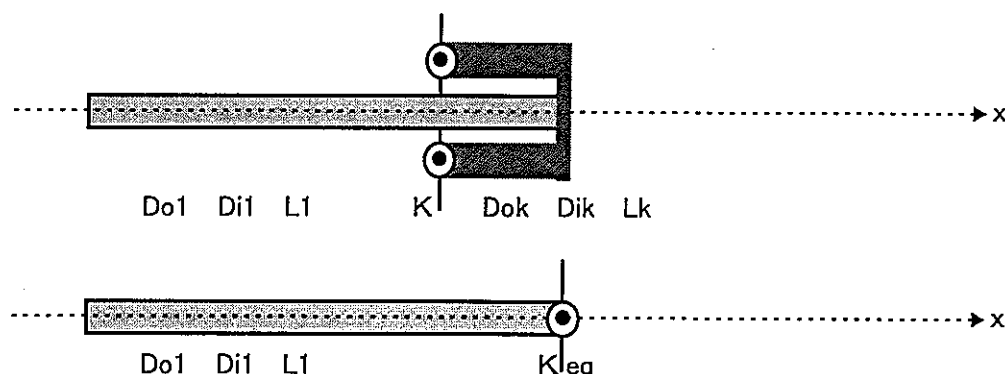
表5-2より、貫通部に関する考察が妥当であることがわかる。支持部の断面2次モーメントが等しい場合、回転剛性は従来の値を使った方が良好な結果を与える。

管内側の固有振動数で、誤差が10%を超えているケース(外径の比が1.5及び2.0で、回転ばねが1E6のケース)は、管内側の1次振動数と管外側の2次の振動数が比較的近く、両者の影響を同時に受けるモードである(付録D参照)。このような場合、独立な2本のはりとして扱う簡易式の精度は多少(20%程度)悪化する。

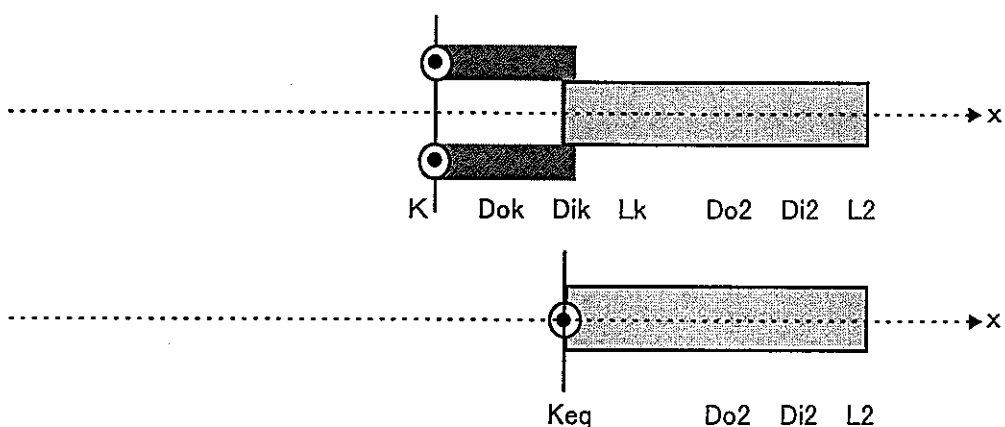
ここまでをまとめると、貫通部を有するはりを簡易解析する場合、貫通部で2分割して解くことができ、断面2次モーメントが小さい側においては回転剛性を無視(無限大)し、断面2次モーメントが大きい側(等しい場合も含む)では従来の値そのままの回転剛性を用いて評価すれば良い事が分かる。

5.2 管台支持部

管台支持部については、先端荷重と変位の関係が等価となるはりに置き換える方法を検討する。



(A) 管内側の等価はりモデル



(B) 管外側の等価はりモデル

図5-2 管台部の等価モデル

図5-2に示すにはりの先端の変位-荷重の関係が等価となる回転ばねを考える。この時、管台の内側のはり(管内側)、管台の外側のはり(管外側)の等価ばね剛性は次式で与えられる。

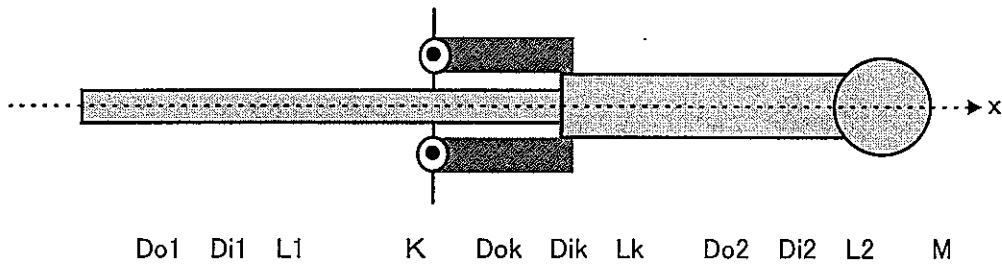
管内側の等価ばね剛性

$$K_{eq} = \frac{L_1^2}{\frac{L_1(L_1 - L_k)}{K} + \frac{L_1^3 - (L_1 - L_k)^3}{3EI_k}} \quad (5-5)$$

管外側の等価ばね剛性

$$K_{eq} = \frac{L_2^2}{\frac{(L_2 + L_k)^2}{K} + \frac{(L_2 + L_k)^3 - L_2^3}{3EI_k}} \quad (5-6)$$

下図のモデルについて、管台の長さと同回転ばね剛性をパラメタとして、有限要素法による解析解と各仮定との計算結果を比較する。



管内側はり			回転ばね	管台			管外側はり			
Do1	Di1	L1	K	Dok	Dik	Dk	Do2	Di2	L2	M
mm	mm	mm	kgfmm/rad	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kg
10	4	90-130	1E6-∞	60	40	30-70	30	20	150	0.5

図5-3 管台部の検討のモデル

表5-3 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(管台部の検討)

ケース	管台 長さ mm	回転 ばね $\frac{\text{kg f mm}}{\text{rad}}$	管内側			管外側		
			簡易式 Hz	FEM Hz	簡易式 FEM	簡易式 Hz	FEM Hz	簡易式 FEM
ケース1 管内側 単独	30	1E8	789	788	1.001			
		1E7	781	784	0.996			
		1E6	712	719	0.990			
	50	1E8	528	533	0.990			
		1E7	525	532	0.986			
		1E6	492	497	0.990			
	70	1E8	378	385	0.982			
		1E7	376	384	0.980			
		1E6	359	375	0.958			
ケース2 管内側 (5-5)式 + 管外側 (5-6)式	30	1E8	789	788	1.001	433	393	1.102
		1E7	781	787	0.992	277	262	1.057
		1E6	712	787	0.905	106	102	1.034
	50	1E8	528	528	1.001	418	379	1.103
		1E7	525	528	0.994	257	241	1.066
		1E6	492	528	0.932	95	91	1.053
	70	1E8	378	379	0.998	403	364	1.106
		1E7	376	378	0.995	238	221	1.079
		1E6	359	378	0.950	87	81	1.075
ケース3 管内側 K _{eq} =∞ + 管外側 K _{eq} =K	30	1E8	790	788	1.003	453	393	1.154
		1E7	790	787	1.004	313	262	1.194
		1E6	790	787	1.004	126	102	1.229
	50	1E8	529	528	1.002	453	379	1.195
		1E7	529	528	1.002	313	241	1.301
		1E6	529	528	1.004	126	91	1.385
	70	1E8	379	379	1.000	453	364	1.244
		1E7	379	378	1.001	313	221	1.419
		1E6	379	378	1.001	126	81	1.553

表5-3は、以下の3ケースの解析結果を記した。ケース1は前述のはりの先端の曲げ変位-荷重を等価とするばねを用いて管内側のはり単独(管外側のはりが無い場合)について解析した結果、ケース2は管内側、管外側の双方を解析した結果、ケース3は管台の影響を無視して前節の結果に基づき管内側は $K_{eq}=\infty$ 、管外側は $K_{eq}=K$ として計算した結果をそれぞれ示している。

ケース1の結果から、管台の内側を通るはりについても、はりの先端の曲げ変位-荷重を等価とする回転ばね剛性を用いることにより十分な精度で固有振動数を解析できることがわかる。管台の長さが長く、回転ばね剛性が小さい(柔らかい)場合、その程度は低下するが、解析したケースの範囲内では高々5%程度の誤差に留まっており、実用上十分な精度といえる。

ケース2の結果から、管台で支持されるはりの場合にも、はりの先端の曲げ変位-荷重を等価とするばねを用いることで、管内側、管外側ともに10%程度の誤差内で固有振動数を解析し得る。全節の結果を適用し、剛性の低い管内側の等価ばね剛性 $K_{eq}=\infty$ 、剛性の高い管外側の等価ばね剛性 $K_{eq}=K$ として解析したのがケース3である。ケース3の結果では、管内側の固有振動数の精度はケース2に比べ向上したが、管外側の精度は悪化した。この結果から、剛性の大きい管外側に管台の影響が強くなり、特に管外側を解析する際には管台の影響を無視できないことが示された。

なお、ケース2の結果から、管外側の場合、回転ばね剛性が大きい方が計算の精度が良くない傾向がある。ここでは、等価なはりを考える際に回転ばねの値を置き換えることとしたが、同様の考え方をを用いてはりの長さを置き換える方法についても検討した。この場合の結果は回転ばねを置換する場合と同様に、剛性が大きい場合に大きな誤差を生じた。このことは、これまでの簡易解析解の傾向と異なる。誤差がまだ10%程度あることと合わせて改善の余地が残されていると考えられる。

以上の結果、管台支持のはりの取り扱いとしては、剛性の低い管内側については $K_{eq}=\infty$ として計算し、剛性の高い管外側についてははりの先端の曲げ変位-荷重を等価とする回転ばね剛性を用いることで固有振動数を10%程度の誤差内で算定できる事が分かった。

5.3 段付き部

段付き部のモデル化については、管台部と同様に先端荷重と変位の関係が等価となるはりに置き換える方法を検討する。

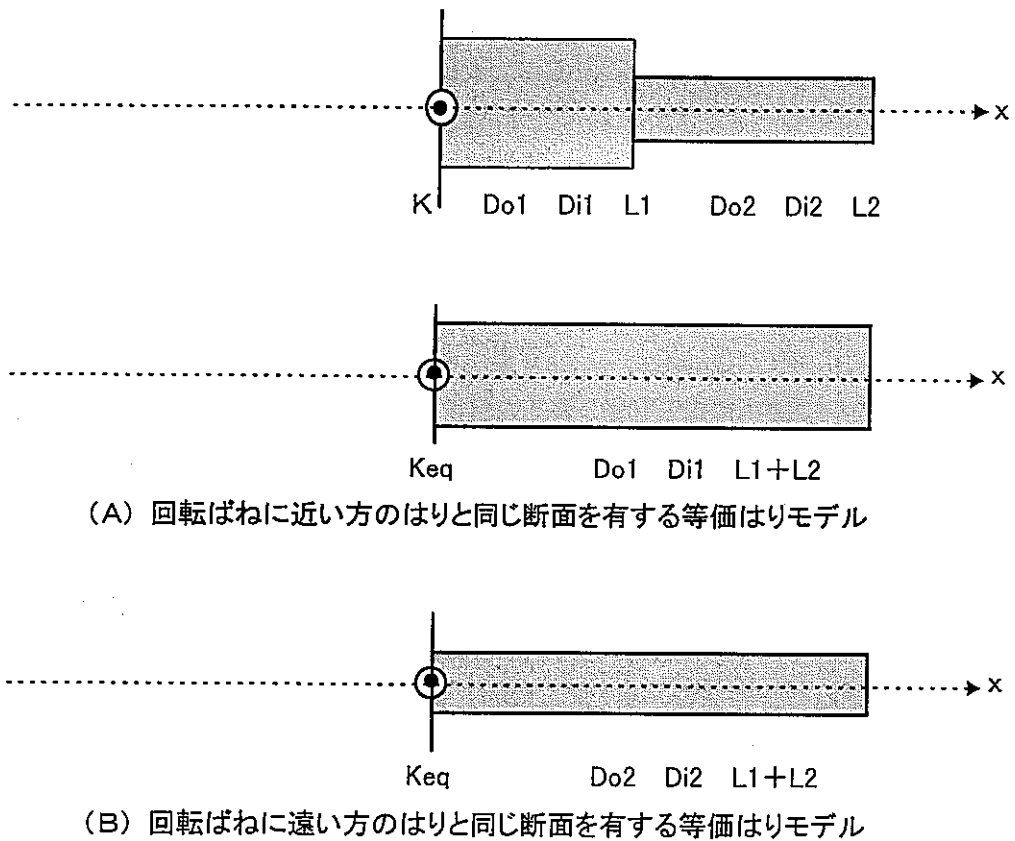


図5-4 段付き部の等価モデル

図5-4に示すように、はりの先端の変位—荷重の関係が等価となる回転ばねを考える。この時、回転ばねに近い方のはりと同じ断面を有するはりの等価ばね剛性は、及び遠い方のはりと同じ断面を有するはりの等価ばね剛性は次式で与えられる。

回転ばねに近い方のはりと同じ断面を有するはりの等価ばね剛性

$$K_{eq} = \frac{(L_1 + L_2)^2}{\frac{(L_1 + L_2)^2}{K} + L_2^3 \frac{I_1 - I_2}{3EI_1 I_2}} \quad (5-7)$$

回転ばねに遠い方のはりと同じ断面を有するはりの等価ばね剛性

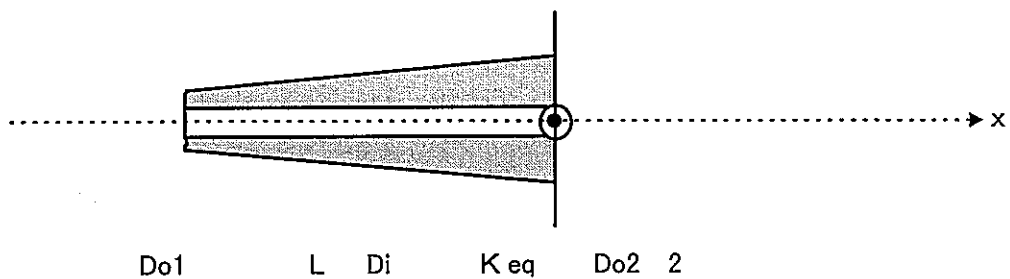
$$K_{eq} = \frac{(L_1 + L_2)^2}{\frac{(L_1 + L_2)^2}{K} + \left\{ (L_1 + L_2)^3 - L_2^3 \right\} \frac{I_2 - I_1}{3EI_1 I_2}} \quad (5-8)$$

5.4 テーパ部

テーパ部への適用性については、FEMによる固有振動数の解析の結果に基づいて、これに近い値を評価できる方法を検討する。

具体的には、固有振動数算出の(3-3)式で、断面の変化に伴い変わる値は断面2次モーメントと単位長当たりの質量である。そこで、テーパ部の太い径～細い径までの範囲内の径を用いて決まる断面2次モーメントと単位長当たりの質量の値の組み合わせの内、FEM解析解に最も近い値をとる組み合わせを求めることとする。

図5-5に、太い径と回転ばねをパラメタとした検討モデルを示す。



細径側	テーパ長	内径	太径側	回転ばね
Do1	L	Di	Do2	K
mm	mm	mm	mm	kgfmm/rad
10	60	4	10 - 25	1E6 - ∞

図5-5 テーパ部の適用性検討モデル

検討の手順として、まず単位長さ当たりの質量を、テーパ全長にわたり積分し全長で割った値(積分平均値と呼ぶ)に固定し、断面2次モーメントを適当に変化させ、FEM解析解と比較する。ここで、単位長さ当たりの質量及び断面2次モーメントの積分平均値は下式により算出する。

単位長さ当たりの質量の積分平均値

$$\bar{m} = \frac{\rho}{4} \pi \left(\frac{D_{o2}^2 + D_{o2}D_{o1} + D_{o1}^2}{3} - D_i^2 \right) \quad (5-9)$$

断面2次モーメントの積分平均値

$$I = \frac{\rho}{64} \pi \left(\frac{D_{o2}^4 + D_{o2}^3D_{o1} + D_{o2}^2D_{o1}^2 + D_{o2}D_{o1}^3 + D_{o1}^4}{5} - D_i^4 \right) \quad (5-10)$$

表5-4 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(テーパ部の検討-1)

断面2次 モーメント	単位長当 たりの質量	テーパ率 Do2/Do1	回転ばね kgfmm/rad	簡易解析 Hz	FEM解析 Hz	簡易解析
						FEM解析
太径	積分平均	1.0	∞	1887	1878	1.005
		1.5		3296	3290	1.002
		2.0		4750	4850	0.979
		2.5		6227	6452	0.965
積分平均		1.5		2373	3290	0.721
		2.0		2953	4850	0.609
		2.5		3575	6452	0.554
細径		1.5		1450	3290	0.441
		2.0		1173	4850	0.242
		2.5		984	6452	0.152

表より、断面2次モーメントを算出する径としては、明らかに太径程度の大きな値を用いる必要があることがわかる。簡単のため、断面2次モーメントは太径を用いることにする。次に、テーパ率(太径と細径の比率)を適当に変化させた場合に、断面2次モーメントを太径を用いることに固定して、単位長さ当たりの質量を算出する代表径を変化させて解の精度を調べる。代表径としては、積分平均、算術平均、平方平均を用いる。

ここで、単位長さ当たりの質量の算術平均、平方平均は以下の式で算出する。

単位長さ当たりの質量の算術平均値

$$\bar{m} = \frac{\rho}{4} \pi \left\{ \left(\frac{D_{o1} + D_{o2}}{2} \right)^2 - D_i^2 \right\} \quad (5-11)$$

単位長さ当たりの質量の平方平均値

$$\bar{m} = \frac{\rho}{4} \pi (D_{o1} D_{o2} - D_i^2) \quad (5-12)$$

表5-5 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(テーパ部の検討-2)

断面2次 モーメント	単位長当 たりの質量	テーパ率 Do2/Do1	回転ばね kgfmm/rad	簡易解析 Hz	FEM解析 Hz	簡易解析
						FEM解析
太径	積分平均	1.5	1E6	1707	1858	0.918
		2.0		1525	1825	0.836
		2.5		1319	1675	0.787
		1.5	1E7	2926	2994	0.977
		2.0		3484	3858	0.903
		2.5		3530	4228	0.835
		1.5	1E8	3253	3256	0.999
		2.0		4560	4719	0.966
		2.5		5666	6081	0.932
	算術平均	1.5	1E6	1719	1858	0.925
		2.0		1556	1825	0.852
		2.5		1361	1675	0.813
		1.5	1E7	2948	2994	0.984
		2.0		2553	3858	0.921
		2.5		3642	4228	0.862
		1.5	1E8	3277	3256	1.006
		2.0		4651	4719	0.985
		2.5		5846	6081	0.961
	平方平均	1.5	1E6	1759	1858	0.947
		2.0		1685	1825	0.908
		2.5		1516	1675	0.905
		1.5	1E7	3016	2994	1.007
		2.0		3787	3858	0.981
		2.5		4056	4228	0.960
		1.5	1E8	3352	3256	1.029
		2.0		4956	4719	1.050
		2.5		6511	6081	1.071

単位長さ当たりの質量は積分平均、算術平均、平方平均の順に小さくなる。表5-5より、断面2次モーメントに太径を用いる場合、単位長さ当たりの質量は3者の中で最も小さい平方平均を用いる時の結果が一番良く合うことがわかる。この場合でも誤差は10%程度を含む。

テーパ部に適用する場合、断面2次モーメントの算出には太径を、単位質量当たりの質量に

平方平均を用いることで、10%程度の誤差内で固有振動数を解析し得ることがわかる。

次に、テーパ部の長さを変化させて、テーパ部の解析方法の妥当性について調べる。

表5-6 FEMと簡易式による固有振動数の計算結果の比較(テーパ部の検討-3)

断面2次 モーメント	単位長の 質量	テーパ率 Do2/Do1	テーパ長 mm	回転ばね kgfmm/rad	簡易解析 Hz	FEM解析 Hz	簡易解析 FEM解析
太径	平方平均	2.0	30	1E6	4811	5177	0.929
			45		2585	2835	0.912
			60		1685	1825	0.908
			90		880	968	0.910
			120		559	911	0.914
			30	1E7	12506	12741	0.987
			45		6263	6411	0.977
			60		3787	3858	0.981
			90		1831	1844	0.993
			120		1080	1078	1.002
			30	1E8	19090	17765	1.075
			45		8698	8239	1.056
			60		4956	4719	1.050
			90		2232	2131	1.048
			120		1264	1206	1.047

表5-6より、テーパ率 $10/20=2$ 程度のはりの場合、テーパ部の長さを適当(30~120 mm)に変化させても、上記の解析手法により10%以内の誤差で固有振動数を求めることができる。

6. 方針案の簡素化の検討

6.1 基本方針

前節までに、温度計の基本的な構造部位に固有振動数、付け根部の応力を簡易に評価し得る式を構築するとともに、これらの式を代表的な構造部位に適用する際のパラメタ等の設定の方法について検討した。本節では、これらの式を方針案に組み込む方法について検討する。

方針案の簡素化する際の基本方針として、

評価の方法そのものは方針案を踏襲する。

温度計等の構造物を断面均一のはりでモデル化し得るものとする。

支持部を挟んで2本のはりに分割し得るものとする。

方針案では全て次数の振動モードに対して評価することとなっているが、ここでは、実質的に重要な管内側、管外側の基本振動(1次)モードのみを評価するものとする。この手法の妥当性については、付録1にて示す。

上記の基本方針に基づいて、以下、方針案の式の簡素化を検討する。

6.2 モード関数の積分値

方針案の式を簡素化していく準備として、方針案の式中に現れるモード関数の積分値について調べる。

断面均一でモデル化し得ることを基本方針としているので、方針案に現れる積分は

$$\int \phi dx \quad (6-1)$$

$$\int \phi^2 dx \quad (6-2)$$

の2種類である。この値を式(3-8)等の a の取り得る範囲(1次のモードの場合 $a < 1.8751$)について調べる。なお、両積分とも a の値の範囲内において単調に増加(減少)する。

積分範囲について L_e と L とは実際には異なる値となるが、簡略化のため係数のはりの全長(L)に渡る積分値を用いる。この影響は1次モードのみを考える場合小さく(仮に $L_e = 0.5L$ の場合でも $\int_{L_e} \phi dx / \int_L \phi dx = 0.84$ 、 $\int_{L_e} \phi^2 dx / \int_L \phi^2 dx = 0.95$)、次節に記する式で算出する換算減衰(小さい側)、変位振幅(大きい側)をそれぞれ安全側に評価することになる。

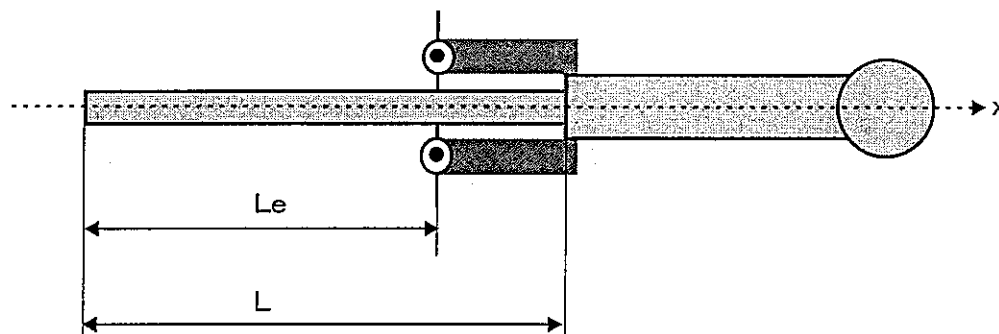


図6-1 積分範囲の説明図

表6-1 モード関数を含む積分の値

	境界条件	a	
		1.875	0.1
$\int_{Le} \phi dx$	片持ちはり	0.392 Le	0.357 Le
	回転ばね支持はり	0.392 Le	0.500 Le
$\int_L \phi^2 dx$	片持ちはり	0.250 L	0.239 L
	回転ばね支持はり	0.250 L	0.333 L
$\frac{\int_{Le} \phi dx}{\int_L \phi^2 dx}$	片持ちはり	1.566 Le/L	1.591 Le/L
	回転ばね支持はり	1.566 Le/L	1.500 Le/L

6.3 方針案の式の簡素化

方針案の式を以下に簡素化について検討する。方針案の式では、モード関数の積分等が含まれているが、これを前節の結果に基づき評価結果が安全側となるように定数に置換する。

無次元流速(方針案の式2)

変更点 全ての振動モード 1次固有振動数に限定

$$V_r = \frac{V}{fD_0} \tag{6-3}$$

換算減衰(方針案の式4)

変更点 振動モードの積分 消去する。

$$C_n = \frac{4\pi\xi}{\rho} \frac{\int_L m \phi^2 dx}{\int_{Le} D^2 \phi^2 dx} = \frac{4\pi\xi m}{\rho D^2} \frac{\int_L \phi^2 dx}{\int_{Le} \phi^2 dx} \approx \frac{4\pi\xi m}{\rho D^2} \frac{L}{Le} \tag{6-4}$$

変位振幅(方針案の式8~10)

変更点 振動モードの積分 変位振幅を安全側(大きい側)にとるような定数に置き換える

$$y_L = \frac{\rho V^2 \alpha_L}{2(2\pi f)^2} \frac{\int_{Le} D \phi dx}{\int_L m \phi^2 dx} A_L \phi(x) \approx \frac{\rho V^2 \alpha_L D}{2(2\pi f)^2 m} \frac{1.6Le}{L} A_L \phi(x) \tag{6-5}$$

$$y_D = \frac{\rho V^2 \alpha_D}{2(2\pi f)^2} \frac{\int_L D \phi dx}{\int_L m \phi^2 dx} A_D \phi(x) \approx \frac{\rho V^2 \alpha_D D}{2(2\pi f)^2 m} \frac{1.6Le}{L} A_D \phi(x) \quad (6-6)$$

$$y_R = C_o \sqrt{\frac{L_e G_f J^2 \int_L \phi^2 dx}{64\pi^3 M^2 f^3 (\xi + \zeta)}} \phi(x) = C_o \sqrt{\frac{L_e G_f J^2}{64\pi^3 f^3 (\xi + \zeta)} \frac{\int_L \phi^2 dx}{m^2 \left(\int_L \phi^2 dx\right)^2}} \phi(x)$$

$$\approx C_o \sqrt{\frac{L_e G_f J^2}{64\pi^3 f^3 (\xi + \zeta)} \frac{5Le}{m^2 L^2}} \phi(x) \quad (6-7)$$

流体減衰(方針案の式 14)

変更点 振動モードの積分 定数に置き換える。

$$\zeta = \frac{1}{4} \frac{\rho D^2 \int_L \phi^2 dx}{M} \frac{V}{2\pi f D} = \frac{\rho D V L e}{8\pi f m L} \quad (6-8)$$

7. 例題への適用例

温度計設計方針検討会が実施したベンチマーク問題を対象とする試評価に、これまでに得られた簡易解析手法を適用し、評価結果の妥当性について調べる。

7.1 ベンチマーク問題

ベンチマーク問題として、以下の4種類の構造体系が設定されている。

- 問題1 ナトリウム中直円筒ウエル
最も単純な直円筒のウエル構造の問題。ナトリウムの付加質量、端子箱の集中質量、支持部の回転ばねの考慮が必要となる。
- 問題2 ナトリウム中テーパ付き円筒ウエル
構造上の特徴は、ウエル構造にテーパがついている点である。その他は問題1と同じである。
- 問題3 ナトリウム中管台方式直円筒ウエル
管台支持としている点の特徴であるが、ウエル支持位置に回転剛性を与えた問題。この問題の場合、管台支持による影響がウエルの振動挙動に及ぶことはないが、換算減衰等を評価する際の流れを受ける円筒の積分範囲に留意することになる。
- 問題4 蒸気中管台方式テーパ付き円筒ウエル

ベンチマーク問題としてはかなり複雑な実機の形状と同等のウエル構造への適用を検討する問題。構造上の特徴は、問題1に挙げたものに加えて、テーパ、段付き(断面形状の不連続)、管台等の効果を考慮する必要がある。支持部の回転剛性を配管と管台の接続部に与えているため、問題3とは異なり、ウエルの振動に管台が影響を及ぼすことになる。

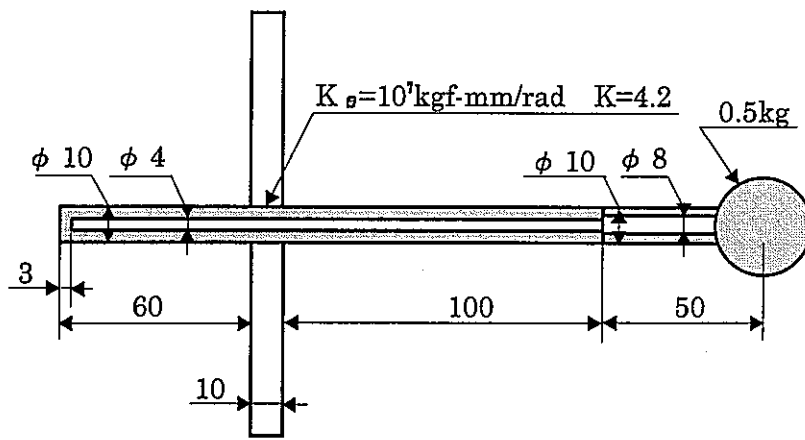
各問題の使用環境及び物性値を表7-1に示す。また、各問題のウエルの形状を図7-1に示す。

表7-1 ベンチマーク問題の使用環境および物性の設定

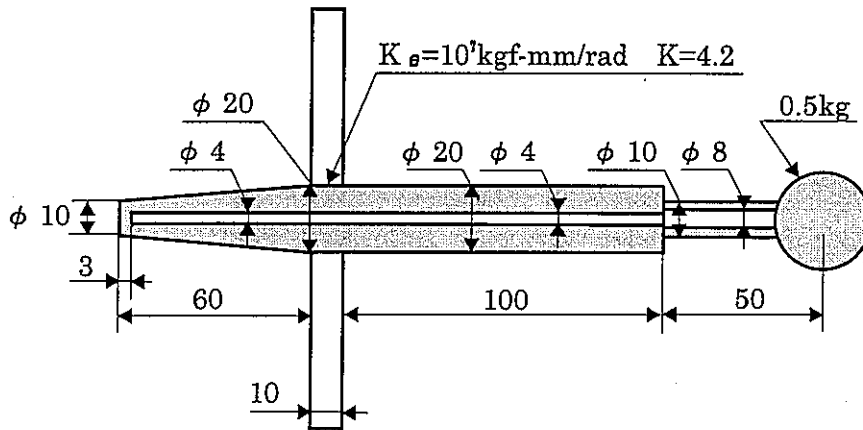
使用環境および物性		物性値	
		問題1-3	問題4
温度	°C	500	483
ウエル材		SUS304	SFVAF12
縦弾性係数	kgf/mm ²	1.62×10^4	1.70×10^4
比重量	kgf/mm ³	7.81×10^{-3}	7.85×10^{-3}
流体		ナトリウム	蒸気
流速	m/sec	5.0	50.0
運転圧力	kgf/cm ² G		127
動粘性係数	mm ² /sec	0.294	0.745
比重量	kgf/mm ³	8.32×10^{-7}	4.06×10^{-3}

その他解析に必要となる以下の諸定数については、以下の値が設定されている。

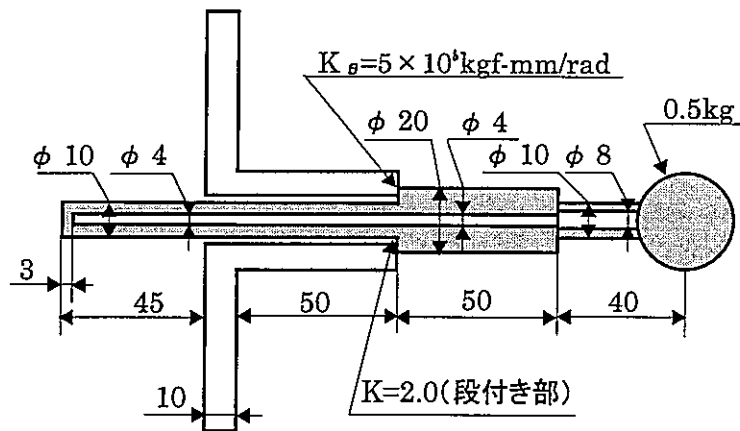
構造減衰値	ウエル形状、振動モードによらず一律 0.2%		
レイノルズ数	一律 0.21		
	問題4の場合レイノルズ数が大きいため、方針案で定めるストローハル数=0.21 を適用できる範囲外となっているが、試評価においてはストローハル数=0.21 を用いる。		
疲労強度減少係数	問題1~4	溶接部	:4.2
	問題3~4	ウエル付け根部(段付き部)	:2.0



問題1 ナトリウム中直円筒ウェル

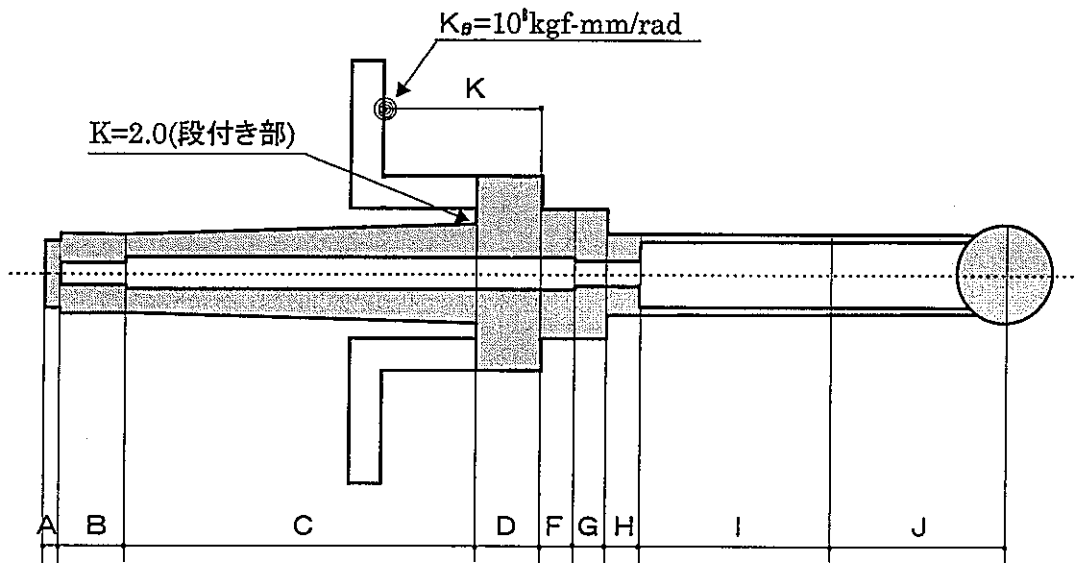


問題2 ナトリウム中テーパ付き円筒ウェル



問題3 ナトリウム中管台方式直円筒ウェル

図7-1 ベンチマーク問題(その1)



部材番号	外径 mm	内径 mm	長さ mm	備考
A	22.2	0	5.0	ウエル先端部
B	22.8-23.5	8.5	20.0	ウエルテーパ部
C	24.1-31.8	11.0	105.0	ウエルテーパ部
D	60.5	11.0	18.0	ウエル太径部
F	42.0	11.0	9.1	ウエル太径部
G	42.0	8.0	9.5	ねじ込み部
H	27.2	8.0	10.0	ニップルボス
I	27.2	21.4	60.0	ニップル部
J	100.0	2.0	57.0	端子部 375 g
K	60.5	42.3	48.0	管台部

問題4 蒸気中管台方式テーパ付き円筒ウエル

図7-1 ベンチマーク問題(その2)

7.2 固有振動数の評価結果の比較

表7-2 ベンチマーク問題のモデル化と固有振動数評価結果の比較

問題	モード	はりの形状			断面2次 モーメント I	単位長 質量 m	等価ば ね剛性 K _{eq}	a	固有振動数		
		外径 D _o	内径 D _i	長さ L					FEM Hz	簡易 Hz	簡易 FEM
1	管内 片持ち	10	4	65	4.78e2	5.92e-8	1e7	1.853	1457	1480	1.016
	管外 段つき	10 (10)	4 (8)	155 (50)	4.78e2	5.26e-8	4.07e6	0.778	54	54.0	0.997
2	管内 テーパ	10 20	4	65	7.84e3	1.29e-7	1e7	1.621	3383	3111	0.971
	管外 段つき	20 (10)	4 (8)	155 (50)	7.84e3	2.40e-7	2.19e6	0.962	153	141	0.921
3	管内 片持ち	10	4	105	4.78e2	5.92e-8	∞	1.875	580	563	1.031
	管外 段つき	20 (10)	4 (8)	90 (40)	7.84e3	2.40e-7	1.35e6	0.722	249	236	0.947
4	管内 テーパ	24.1 31.8	11	130	4.95e4	4.04e-7	1e8	1.770	1356	1346	0.993
	管外 管台	27.2 42	21.4 11	127 18.6	1.66e4 1.52e5	1.76e-7	4.66e7	1.083	487	463	0.949

表7-2に、ベンチマーク問題の数値モデル及び固有振動数の解析結果を比較する。なお、FEMモデルは要素数20~25程度に分割したモデルを用いている。

問題1、3の管内側については、断面2次モーメントが小さい側なので5.1節の手法により片持ちはり(等価回転ばねを ∞ として)でモデル化した。問題2、4の管内側はテーパとなっているので、5.3節の手法により解析した。問題1~3の管外側については、断面形状が変化する部位を含むので5.2節の手法により段付きはりでモデル化した。問題4の管外側は管台までモデル化した。

表より、固有振動数については、各問題とも良く一致しており、その差は10%以下となっている。従って、固有振動数(無次元流速)については、簡易式により十分な精度で評価できることがわかる。

7.3 詳細解析と簡易解析による評価結果の比較

表7-3 詳細解析と簡易解析による評価結果の比較

問題	モード	無次元流速			換算減衰			支持部の応力		
		Vr			Cn			K σ kg/mm ²		
		詳細	簡易	簡易 詳細	詳細	簡易	簡易 詳細	詳細	簡易	簡易 詳細
1	管内	0.34	0.34	0.99	0.18	0.18	0.96	1.31 (1.32)	1.41	1.08 (1.05)
	管外	9.24	9.40	1.02	190746			0.07		
2	管内	0.15	0.15	1.03	0.20	0.17	0.84	0.14 (0.20)	0.20	1.40 (1.01)
	管外	3.27	3.55	0.94	1741			0.11		
3	管内	0.89	0.86	0.97	0.26	0.41	1.59	1.20 (1.22)	1.34	1.12 (1.10)
	管外	2.01	2.12	1.05	59			0.23		
4	管内	1.66	1.67	1.01	3.38	4.37	1.29	2.62 (2.64)	2.80	1.07 (1.06)
	管外	4.63	4.87	1.05	597			0.29		

表7-3に、ベンチマーク問題を対象とした詳細解析と簡易解析の結果を比較する。表で詳細解析とは、方針案に基づいて解析した結果を示している。詳細解析の解析手法は以下の方法による。FINASにより固有値解析を行い、固有振動数と固有ベクトルを得る。ここで、無次元流速、換算減衰を算出する。方針案で定められた変位振幅から応力に換算する方法は、以下の通り。

- ①固有ベクトルをたわみと見做し、4次程度の近似関数を求める。
- ②近似式を2階微分し、曲げ剛性でわってモーメント分布を得る。
- ③これをさらに断面係数でわり、規格化した応力分布を得る。
- ④最終的に方針案により算出した先端変位振幅を掛け、応力分布を得る。

現状の簡易手法の場合、はりを支持位置にて2分割して解析する。管外側の固有振動数を求めることはできるが、流力振動の入力源が管内側にあるため、管外側の換算減衰、応力解析を算出できない。表の空欄は簡易式で評価できない部分を示している。

詳細解析の支持部の応力については、各モード毎に算出される公称応力(重ね合わせ前)を記している。()内の値は他の振動モードによる公称応力を2乗和の平方根(SRSS)により重ね合わせた値を示している。簡易式による管内側の応力との比率の欄も同様である。なお、表中

の応力値は全て応力低減係数を掛けた値である。

表より、無次元流速については、各問題とも良く一致しており、その差は 10%以下となっている。従って、無次元流速(固有振動数)については、簡易式で実用上十分な精度で評価できる。

換算減衰については、必ずしも安全側の評価となっていない。換算減衰の値の大きさは7桁程度のオーダーで変化し得るものということから、管内側の簡易評価という観点では概ね良好な評価と考えられる。しかし、管外側が解析できないという課題があり、これを適切に評価し得る手法を検討する必要性が残っている。管外側の1次モードの換算減衰は一般にかなり大きくなる傾向が見られるので、管外側の振動モードを評価する必要があるかどうかについても検討する必要がある。

ウェル付け根部の公称応力については、簡易解析の方が安全側(大き目)の評価となり、実用に供し得ると考えられる。ベンチマーク問題で取り上げたような代表的な温度計構造の場合、ウェルの付け根部(段付き部または溶接部)が評価部位(最も応力が大きい部位)となり、この時の応力の大きさは管内側の振動が卓越する1次モードでほぼ決まる。現状の簡易手法はこのような管内側(振動力が入力される側)の1次モードが振動による応力の大部分を占める場合にのみ適用し得るが、温度計実機構造を考慮した応力の評価手法としては管内側の振動モードだけを評価することで十分と考える。

8. まとめ

はりの振動方程式の解をベースとして、支持位置での貫通部、段付き部、管台支持、テーパ部等の温度計の代表的な構造部位を含むはり状の構造物の流力振動に対する評価を、方針案に則って簡易に行う手法について検討した。但しここでは、管内側、管外側のそれぞれのはりの1次モードに対する評価を行えば十分であることを前提として考えている。

検討内容としては、まず、支持位置で分割した管内側、管外側の2本のはりの1次モードに対する固有振動数の算出手法、及びはりの先端変位と付け根部の公称応力の関係について整理した。この際、片持ちはりの解析手法を参考に、支持部の回転剛性を考慮したはり、先端に集中重量を有するはりに対する理論解を導出した。段付き部、管台支持、テーパ部等の構造部位に対しては、等価なはりに置換する等、導出した理論解を適用するための方法について検討した。固有振動数については、FEM解析を基準とした場合、誤差は 10%以内に収まっている。

次に、1次モードのみを評価対象とした前提から、方針案の諸式に含まれるモード関数の積分値について、各評価量を安全側に評価できるような定数への置換方法について検討した。

検討した評価手法の妥当性を検証するため、温度計構造設計検討会のベンチマーク問題に簡易手法を適用し、詳細な解析手法による評価結果と比較した。固有振動数(無次元流速)については、管内側、管外側ともに詳細解析と比較し 10%以内の誤差内で評価できることを確認

した。管内側の換算減衰についてはオーダーが合う程度、支持部応力については簡易評価としては十分実用に供し得る程度(数 10%程度)の評価ができることを確認した。なお、管外側については現状の手法(はりを 2 分割する手法)では評価できない。

本評価手法の適用可能な範囲、管外側の応力等の評価手法等、今後検討すべき課題がある。

参考文献

- 1) 温度計設計方針検討会、“温度計の流力振動防止のための設計方針(案)”, PNC TN9410 97-042、1997 年3月
- 2) Ray W. Clough、“Dynamics of Structures”、McGRAW-HILL, Inc.、pp308-317、1975

付録A

応力評価を1次モードのみで行うことの妥当性の検討

1. 目的

本簡易評価手法の検討においては、管内側の1次モードだけで評価することになる。方針案で定められた全てのモードを対象とした評価と比べ、非安全側の評価をする可能性がある。

そこで、本付録においては、片持ちはり为例に取り上げ、1次～3次モードまでの応力を算出し、1次モードのみを考える本手法の妥当性を示す。

2. 方針

片持ちはりを対象に、1次～3次モードまでの応力振幅を算出し、1次モードによる応力が支配的であることを示す。

さらに確認のため、ベンチマークの問題1のウェルを対象とした計算例を示す。但し簡単のため、回転ばねは無視し、剛に接続されているもの(片持ちはり)とする。

3. 応力振幅の検討

片持ちはりの固有振動数は(3-3)式により与えられる。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a^4 EI}{L^4 m}} \propto a^2 \quad (\text{A-1})$$

このとき1～3次までのaの値は次の値である。

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.8751 \\ a_2 &= 4.6941 \\ a_3 &= 7.8548 \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

先端変位と支持部公称応力の関係は、(3-10)より以下で与えられる。

$$\sigma(0) = ER \frac{\phi''(0)}{\phi(L)} y = \frac{ERa^2}{L^2} y \quad (\text{A-3})$$

従って、支持部公称応力とaの関係は、以下となる。

$$\sigma \propto a^2 y \quad (\text{A-4})$$

一方、変位振幅について検討する。モード関数を含む積分の値については、

表A-1 モード関数を含む積分の値

	a		
	1.8751	4.6941	7.8548
$\int_L \phi dx$	0.3915 L	0.2172 L	0.1292 L
$\int_L \phi^2 dx$	0.2500 L	0.2499 L	0.2510 L
$\frac{\int_L \phi dx}{\int_L \phi^2 dx}$	1.5660	0.8690	0.5146

となる。変位振幅は、揚力、抗力、乱流の3成分による変位振幅の平方和の平方根からとめることになるが、この3成分のうち支配的なのは揚力成分または乱流成分となる。そこで、まず揚力が支配的な場合には(6-5)式より、

$$y_L = \frac{\rho V^2 \alpha_L}{2(2\pi f)^2} \frac{\int_{L_e} D\phi dx}{\int_L m\phi^2 dx} A_L \phi(x) \propto \frac{1}{f^2} \frac{\int_L \phi dx}{\int_L \phi^2 dx} \quad (\text{A-5})$$

よって、(A-1)～(A-4)式と合わせて、支持部応力は

$$\sigma \propto a^2 y \propto \frac{1}{a^2} \frac{\int_L \phi dx}{\int_L \phi^2 dx} \quad (\text{A-6})$$

この場合、支持部の応力の1次モードに対する割合は、

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{1.8751}{4.6941} \right)^2 \frac{0.8690}{1.5660} = 0.0885 \quad (\text{A-7})$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \left(\frac{1.8751}{7.8548} \right)^2 \frac{0.5146}{1.5660} = 0.0187 \quad (\text{A-8})$$

となり、1次モードが支配的であることがわかる。一方、乱流成分が支配的な場合には(6-7)式より、

$$y_R = C_o \sqrt{\frac{L_e G_f J^2 \int_{L_e} \phi^2 dx}{64\pi^3 M^2 f^3 (\xi + \zeta)}} \phi(x) = C_o \sqrt{\frac{L_e G_f J^2 \int_{L_e} \phi^2 dx}{64\pi^3 f^3 (\xi + \zeta) m^2 \left(\int_L \phi^2 dx \right)^2}} \phi(x)$$

$$\propto \sqrt{\frac{4C_R^2}{f^3 \left(\frac{2\pi f D}{V} \right)^2 \int_L \phi^2 dx}} \propto \sqrt{\frac{1}{f^5 \int_L \phi^2 dx}} \quad (A-9)$$

$$\sigma \propto a^2 y \propto a^2 \sqrt{\frac{1}{f^5} \sqrt{\frac{1}{\int_L \phi^2 dx}}} \propto a^2 \sqrt{\frac{1}{a^{10}} \sqrt{\frac{1}{\int_L \phi^2 dx}}} \propto \frac{1}{a^3} \sqrt{\frac{1}{\int_L \phi^2 dx}} \propto \frac{1}{a^3} \quad (A-10)$$

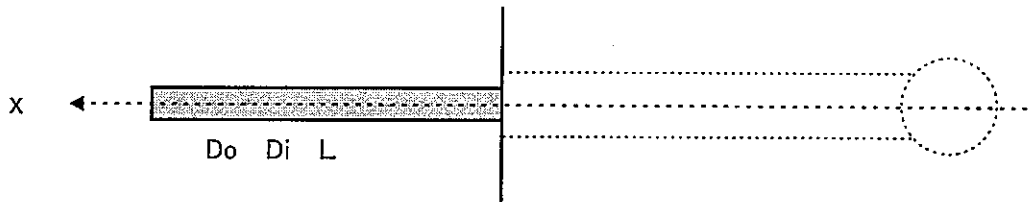
この場合、付け根部の応力は、近似的に $\frac{1}{a^3}$ に比例する。よって、支持部応力の割合は、

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{1.8751}{4.6941} \right)^3 = 0.0637 \quad (A-11)$$

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \left(\frac{1.8751}{7.8548} \right)^3 = 0.0097 \quad (A-12)$$

となり、応力は1次モードで決まる事が分かる。いずれの場合にせよ、支持部応力は、1次モードが支配的であり、簡易手法としては1次モードのみを考慮すれば良いことがわかる。

4. 計算例



図A-1 片持ちはり

Do mm	Di mm	L mm
10	4	60

上記の片持ちはりを対象に3次までのモードの応力振幅を求める。

表A-2 モード次数と応力振幅

モード	固有振動数 Hz	無次元流速 Vr	換算減衰 Cn	応力 K σ	σ/σ_1
1次	1515	0.33	0.18	1.237	1.000
2次	9493	0.05	0.18	0.103	0.083
3次	26580	0.02	0.18	0.023	0.019

表より、高次モードになるに従い、固有振動数が大きくなり逆に無次元流速が小さくなる。無次元流速については、1次モードのみを考慮すれば良いことがわかる。換算減衰については、この簡易手法の場合、全てのモードで同じ値をとることになる。応力については、1次モードのみを検討することで、簡易的な評価としては十分であることがわかる。

付録B

管外側の換算減衰、支持部応力の算定手法の検討

1. 目的

本簡易評価手法の検討においては、温度計等のはり状の構造物を、支持部で分割した 2 本のはりと考えこれらを別個に評価する方法を取った。これにより入力荷重を受ける側(管内側)については、換算減衰、支持部応力等の流力振動の評価に必要な値を全て算出することができるが、入力荷重を受けない側(管外側)については算出できないという課題が残った。

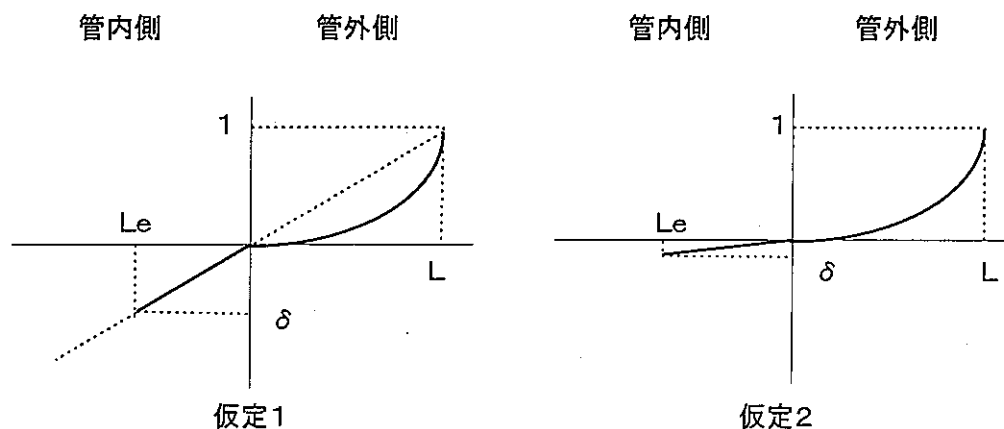
そこで、本付録においては、この入力荷重を受けない管外側の換算減衰、支持部応力の算定手法について検討する。

2. 方針

管外側の換算減衰、支持部応力が求められないのは、管外側の固有振動数で加振を受ける時の管内側の応答(振動モード)を正確に求めることができないことによる。そこで、管内側のモードを適当に仮定してやり、この仮定したモードに基づき換算減衰、支持部応力等を求め、詳細解析解と比較する。

3. 仮定

管外側の固有振動数で加振を受ける時の管内側の応答(振動モード)を次の2通りの算出法を仮定する。管外側の先端変位を1で規格化した時



図B-1 ウェルの振動モードの仮定

仮定1 管内側の振動モードは直線状に分布し、その勾配は $1/L$ である。この時、

ウエルの先端変位

$$\delta = \frac{L_e}{L} \quad (\text{B-1})$$

仮定2 管内側の振動モードは直線状に分布し、その勾配は管外側の支持部のたわみ角である。この時、

ウエルの先端変位

$$\delta = \frac{\phi'(0)}{\phi(L)} L_e = \frac{L_e}{L} \frac{a \left\{ (1 + \cos(a) \cosh(a)) - a (\sin(a) \cosh(a) - \sinh(a) \cos(a)) \frac{M}{Lm} \right\}}{\sin(a) + \sinh(a)} \quad (\text{B-2})$$

この先端変位の比 δ を用いて式(6-4)から(6-8)のモード積分を次の様に置換する。

モード関数の積分

$$\int_{L_e} \phi dx = \delta \int_{L_e} \phi_w dx = \delta \frac{L_e}{2} \quad (\text{B-3})$$

$$\int_{L_e} \phi^2 dx = \delta^2 \int_{L_e} \phi_w^2 dx = \delta^2 \frac{L_e}{3} \quad (\text{B-4})$$

4. 管外側の評価手法の検討

先のベンチマーク問題に適用し、詳細解析と比較し表 1 に纏める。表には仮定1、2の結果とともに、有限要素法によるモード解析結果から得られるモードベクトル(管内側と管外側の先端ベクトルの比)から算出したウエル先端変位を用いた解析も記す。

表B-1 管外側の評価手法の検討

仮定	問題	無次元流速			換算減衰			支持部の応力		
		Vr			Cn			K σ kg/mm ²		
		詳細	簡易	簡易 詳細	詳細	簡易	簡易 詳細	詳細	簡易	簡易 詳細
1	1	9.24	9.32	1.01	190746	41	0.00	0.07	4.75	67.85
	2	3.27	3.55	0.94	1741	21	0.01	0.11	0.96	8.73
	3	2.01	2.12	1.05	59	45	0.76	0.23	0.29	1.26
	4	4.63	4.87	1.05	597	18	0.03	1.06	6.29	5.93
2	1	9.24	9.32	1.01	190746	31981	0.17	0.07	0.18	2.57
	2	3.27	3.55	0.94	1741	73	0.04	0.11	0.53	4.82
	3	2.01	2.12	1.05	59	77	1.31	0.23	0.22	0.96
	4	4.63	4.87	1.05	597	1010	1.69	1.06	0.95	0.90
モード ベクト ルの比	1	9.24	9.32	1.01	190746	194823	1.02	0.07	0.07	1.04
	2	3.27	3.55	0.94	1741	1483	0.85	0.11	0.12	1.05
	3	2.01	2.12	1.05	59	118	1.99	0.23	0.18	0.78
	4	4.63	4.87	1.05	597	732	1.23	1.06	1.12	1.06

表より、仮定1、2とも評価結果はあまり良くなく、評価法としては十分でない。仮定1の方法は、換算減衰が小さく、応力が大きく評価していることから、ウェルの先端変位を大きく見積もり過ぎていると考えられる。仮定2の方法は、仮定1よりやや改善されているものの、モードによりウェルの先端変位を大きく評価したり小さく評価したりしている。

FEMによるモード(管内側と管外側の先端ベクトルの比)を用いた解析の場合は、詳細解析とオーダー的には良く一致する。換算減衰については、取り得る値のオーダーが10の7乗程度の広い範囲にあるので、この程度合えば良いとも考えられる。応力については概ね一致しているが、20%程度低く評価したケースもある。これらの違いは、主として管内側のモードが直線状であると仮定したこと、及び管外側の構造がやや複雑(管台支持、段付き、先端集中重量、回転ばね)であることによる。

簡易に評価を行うことを前提として考えた場合、管外側の換算減衰、支持部の応力の評価には限界があると考えられる。

付録C

公式による応力の簡易評価の妥当性の検討

1. 目的

本簡易評価手法においては、温度計を支持部において管内側と管外側に分割し、それぞれがはりとしての1次モードで振動するという仮定に基づいてモデル化した。このモデル化に際しては、1次の固有振動数に着目し、貫通部、段付き部における回転ばね、テーパ部における単位長当たりの質量を解析により求められる固有振動数と等価な値となるように置き換える方法を探っている。支持部の応力については、同様に1次モードで振動するという仮定に基づいて公式で求めることとしている。

ここでは、この方法により求められる応力の妥当性について検証する。

2. 検討方法

方針案では、渦による揚力方向、抗力方向、及び流れの不規則成分による振動による変位振幅の算定式を与え、応力振幅を算出することとしている。変位振幅から、応力振幅を計算する方法については特に規定されていない。この計算を行う方法は、いくつか考えられるが、ここでは、本文7.3節に示す方法で求める場合をリファレンスとして取り上げる。この方法による支持部の応力は、最終的に下式で求めることになる。

$$\sigma(0) = ER \frac{\phi''(0)}{\phi(L)} y \quad (C-1)$$

R ; はりの支持部の外半径

y ; 方針案により与えられた算定式から求められる先端変位量

この式は、簡易評価法で応力評価に用いる公式、例えば(3-10)式と同形である。そこで簡易式により評価した応力の妥当性を検証する方法として、応力そのものを比較するのではなく、式中の $\phi''(0)/\phi(L)$ の値について、解析による方針案と公式による簡易式を比較検討することとする。

3. 簡易評価の妥当性の検討

3.1 貫通部における応力評価

本文の表5-2に対応するケースについて、 $\phi''(0)/\phi(L)$ の値を比較する。

表C-1 解析と公式による $\phi''(0)/\phi(L)$ の値の比較(貫通部、表5-2に対応)

外径比	管内側					管外側																							
	内/外径 mm	回転ばね kg/mm/rad	簡易式 10e-4	FEM		内/外径 mm	回転ばね kg/mm/rad	簡易式 10e-4	FEM																				
				10e-4	FEM				10e-4	FEM																			
1.0	4/10	1E6	6.772	8.194	0.826	4/10	1E6	1.161	1.163	0.998																			
				9.736	0.961				1E7	1.321	1.323	0.998																	
				10.09	0.963																								
				8.194	1.192								1E8	1.339	1.341	0.998													
				9.736	1.003																								
				10.09	0.968																								
				1.5	4/10												∞	9.767	6.826	1.431	8/15	1E6	0.772	0.774	0.998				
																			9.655	1.012						1E7	1.254	1.258	0.997
																			10.09	0.968									
2.0	4/10	∞	9.767	8.312	1.175	12/20	1E6	0.418									0.412	0.997											
				9.736	1.003				1E7	1.108	1.113	0.996																	
				10.09	0.968																								
2.5	4/10	∞	9.767	9.270	1.054	16/25	1E6	0.217					0.218	0.996															
				9.820	0.995				1E7	0.894	0.900	0.994																	
				10.10	0.967																								
3.0	4/10	∞	9.767	9.718	1.005	20/30	1E6	0.118					0.119	0.994															
				9.910	0.986				1E7	0.667	0.672	0.993																	
				10.10	0.967										1E8	1.243	1.252	0.992											

表C-1より、 $\phi''(0)/\phi(L)$ の値は、ほぼ一致している。但し、簡易式と解析結果の値が10%以上違うケース(外径の比が1.5及び2.0で、回転ばねが1E6のケース)は、固有振動数も同様に10%以上違っている。このモードは、本文でも述べたように、管内側の1次振動数と管

外側の2次の振動数が比較的近く、両者の影響を同時に受ける、1次モードで振動するという仮定から外れている。このような場合、独立な2本のはりとして扱う簡易式の精度は低下する。

3.2 管台部における応力評価

本文の表5-3のケース2及びケース3について、 $\phi''(0)/\phi(L)$ の値を比較する。

表C-2 解析と公式による $\phi''(0)/\phi(L)$ の値の比較(管台部、表5-3に対応)

ケース	管台 長さ mm	回転 ばね $\frac{\text{kg f mm}}{\text{rad}}$	管内側			管外側		
			簡易式 10e-4	FEM 10e-4	簡易式 FEM	簡易式 10e-4	FEM 10e-4	簡易式 FEM
ケース2 管内側 (5-5)式 + 管外側 (5-6)式	30	1E8	4.330	4.530	0.956	1.111	1.155	0.962
		1E7	4.256	4.519	0.942	0.466	0.530	0.879
		1E6	3.360	4.513	0.804	0.068	0.082	0.834
	50	1E8	2.900	3.035	0.955	1.040	1.082	0.961
		1E7	2.867	3.035	0.945	0.400	0.451	0.887
		1E6	2.569	3.034	0.847	0.056	0.065	0.858
	70	1E8	2.073	2.181	0.950	0.967	0.890	1.086
		1E7	2.060	2.176	0.947	0.345	0.382	0.903
		1E6	1.902	2.175	0.874	0.046	0.052	0.889
ケース3 管内側 $K_{eq}=\infty$ + 管外側 $K_{eq}=K$	30	1E8	4.341	4.530	0.958	1.214	1.155	1.052
		1E7		4.519	0.961	0.592	0.530	1.117
		1E6		4.513	0.962	0.096	0.082	1.178
	50	1E8	2.906	3.035	0.957	1.214	1.082	1.122
		1E7		3.035	0.957	0.592	0.451	1.341
		1E6		3.034	0.958	0.096	0.065	1.484
	70	1E8	2.080	2.181	0.954	1.214	0.890	1.364
		1E7		2.176	0.956	0.592	0.382	1.550
		1E6		2.175	0.956	0.096	0.052	1.851

表C-2より、管台部において、簡易式による評価は解析による評価に比べ若干小さめの値となることがわかる。管内側は数%であるが、管外側は15%程度小さく評価する可能性がある。等価な回転ばねとして、ケース3に示すように管台の回転ばねの剛性をそのまま用いると、簡易式は検討した全てのケースで大きめの値となり、安全側の評価でできる。しかし、解析による

評価と比べ2倍弱の大きな値をとること、固有振動数も大きな誤差を含むことから、有効な手法とは判断できない。従って、管外側の評価は、本文の結論通り(5-6)式を用いた方が良い。

3.3 テーパ部における応力評価

本文の表5-5及び表5-6について、 $\phi''(0)/\phi(L)$ の値を比較する。

表C-3 解析と公式による $\phi''(0)/\phi(L)$ の値の比較(テーパ部、表5-5、6に対応)

断面2次 モーメント	単位長の 質量	テーパ率 Do2/Do1	テーパ長 mm	回転ばね kgfmm/rad	簡易式	FEM	簡易式	
					10e-4	10e-4	FEM	
太径	平方平均	1.5	60	1E6	2.939	2.817	1.043	
					1.161	1.072	1.083	
					0.510	0.444	1.148	
				7.957	6.394	1.245		
				5.650	3.944	1.433		
				3.493	2.378	1.469		
				9.551	7.206	1.325		
				9.113	5.215	1.747		
				8.503	3.835	2.166		
		2.0	1E6	30	2.464	2.349	1.049	
				45	1.594	1.495	1.066	
				60	1.161	1.071	1.084	
				90	0.732	0.655	1.117	
				120	0.520	0.453	1.148	
			1E7	30	15.83	12.23	1.295	
				45	8.749	6.408	1.372	
				60	5.650	3.952	1.249	
				90	2.925	1.940	1.508	
				120	1.793	1.150	1.559	
				1E8	30	34.15	19.83	1.722
					45	15.85	9.124	1.737
					60	9.113	5.215	1.747
					90	4.143	2.353	1.761
					120	2.357	1.333	1.769

表C-3より、検討した全てのケースで、簡易式による値は、解析による値よりも大きく、安全側の評価ができが、誤差は大きい。テーパ部については、更なる検討が必要と思われる。

4. 検討結果の評価

公式による応力評価の妥当性についてまとめる。

貫通部については、解析による評価と同等の評価が行える。

管台部については、管内側は解析による評価と同等の評価が行えるが、管外側は若干小さめの評価となる傾向がある。現状で管外側の換算減衰、支持部応力を正確に評価できる手法がないこと(付録B参照)と合わせ、管外側の評価手法について検討課題が残る。

テーパ部については、一応安全側の評価ができるが、解析よりも大きめ(検討した範囲内で最大2倍程度)の値となる。そもそも、テーパ部は断面均一のはりの1次モードとは異なるモードで振動するので、簡易式の仮定から外れている。簡易式では、固有振動数を合わせることに主眼を置いたモデル化をしているので、応力まで正確に評価できていない。しかし、テーパ部の長さが長い時(テーパの影響が小さくなるはず)、あるいは支持部の回転剛性が大きい時に誤差が大きくなる等の傾向に着目し、改善し得る余地は残っている。今後、段付き部を廃しテーパとする方向で設計される傾向にあると思われるので、テーパ部を含む構造の評価手法が必要になると思われる。

付録D

近接するモードが固有振動数に及ぼす影響について

1. 目的

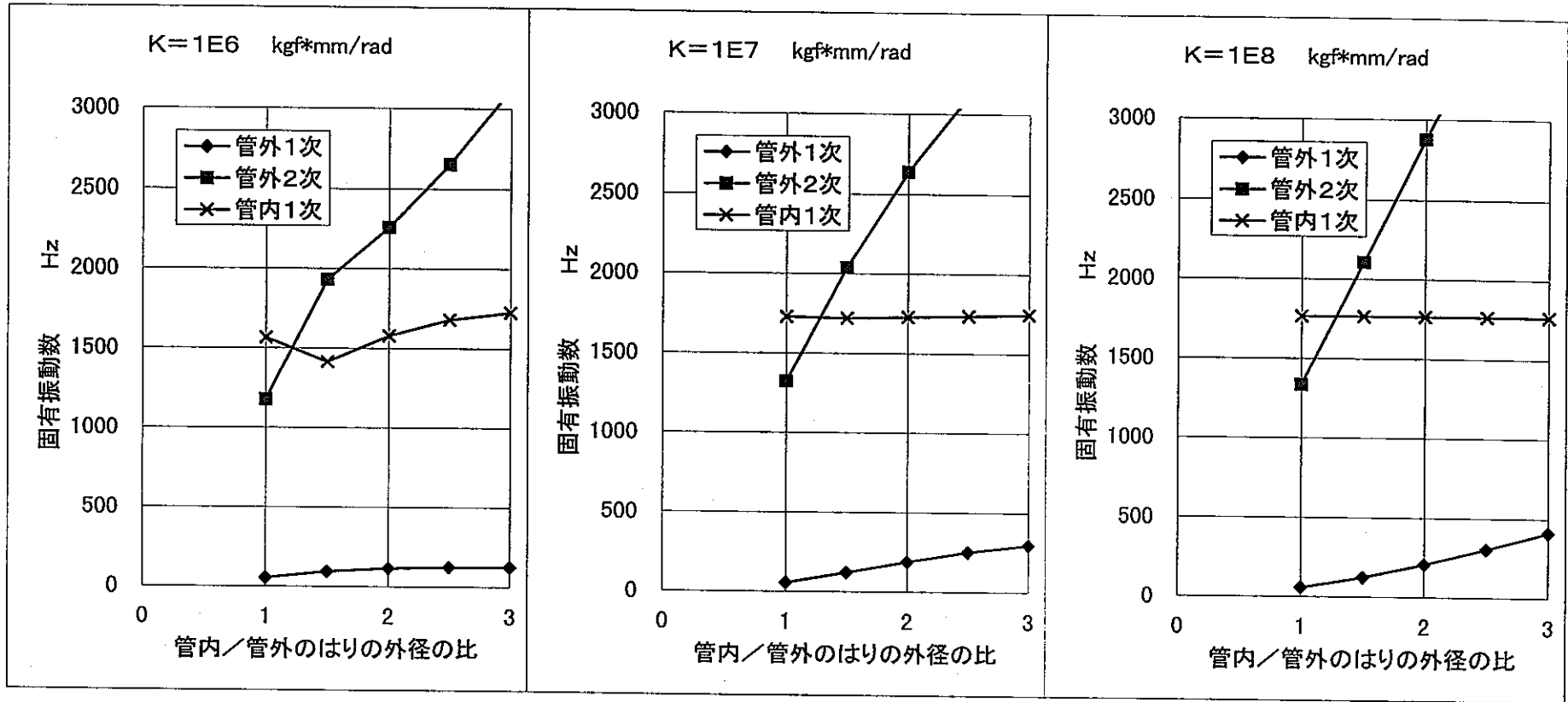
本文5.1節の貫通部への適用性の検討において、表5-2で公式とFEMの解の比が10%を超えるケースがある。この理由は、本文においては近接するモードの影響を受けていると説明した。これについて補足解説する。

2. FEM解析解について

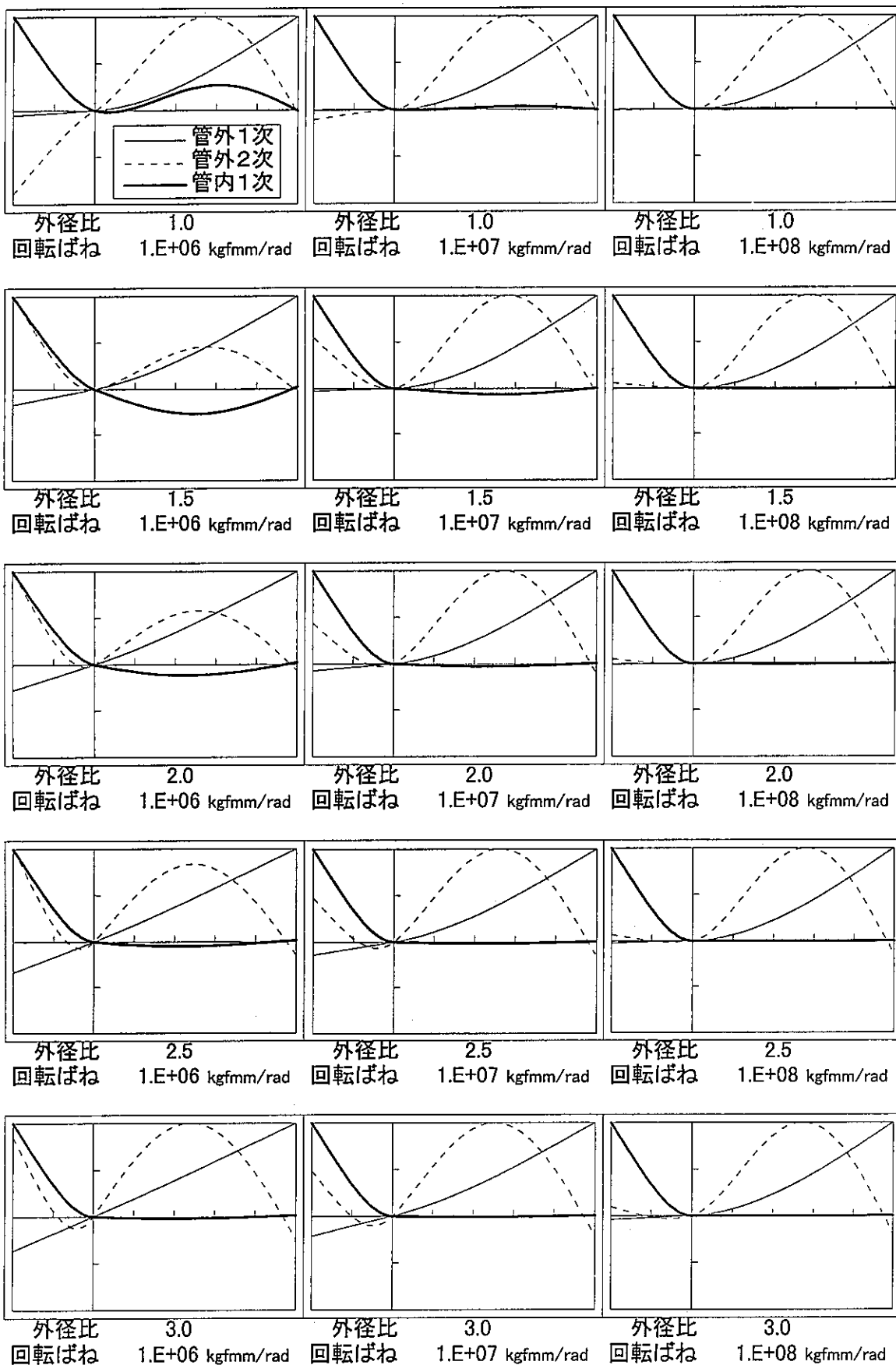
表5-2に対応する、FEM解析による固有振動数、固有モードを図D-1、図D-2に示す。それぞれ、小さい方の固有値から3つ、すなわち管外1次、管外2次、管内1次に対応する固有値をプロットしている。

図D-1の横軸は、管内と管外のはりの外径の比としているが、実際には、管内側のはりの外径は10mmに固定し、管外側の外径を変化させている。管内1次の固有振動数はほぼ一定値となり、管外側の振動数は横軸(すなわち外径)に大きく依存することになる。従って、外径の比によって、固有振動数が近接し、やがて大小関係が逆転する。

この逆転が生じる近くにおいては、はりの振動モードが明確に管内1次、管外2次に分類できにくくなり、両者の影響を併せ持つようなモードとなる。図D-2に示すモード図を見ると、太線で示す管内1次のモードが、管外側でも有意な大きさのベクトルを持つモードとなり(回転ばねの値が $1E6 \text{ kgfmm/rad}$ の場合)、管内側においては管外2次のモード(破線)とほぼ重なるようになることがわかる。図D-2と表5-2を合わせて見ると、公式と解析の誤差が大きくなるのは、管外側で有意な大きさのベクトルを持つモードの場合であることがわかる。換言すると、公式による評価の場合、近接するモードの影響は考慮してないので、誤差が大きくなる。



図D-1 FEM解析による固有振動数 (貫通部の検討)



図D-2 FEM解析による固有モード