

低レイノルズ数型応力・熱流束方程式乱流モデルの開発

— DNSデータベースに基づく乱流運動エネルギー消散率の壁面境界条件設定方法の提案 —

1998年4月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせ下さい。

〒311-1393 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター システム開発推進部・技術管理室

Enquires about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-chō, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-Ken, 311-13, Japan

© 動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation) 1998

低レイノルズ数型応力・熱流動方程式乱流モデルの開発

— DNSデータベースに基づく乱流運動エネルギー消散率の壁面境界条件設定方法の提案 —

西村 元彦*

要 旨

実プラントの様々な状態および部位の熱流動解析を高精度で行うためには、層流および乱流とその遷移を適切に模擬することが重要である。一般に、遷移を含む流れの解析には低レイノルズ数型乱流モデルが適用される。通常の低レイノルズ数型乱流モデルでは、壁からの第一計算格子点を壁の極近傍に取る必要がある。どの程度壁に近づける必要があるかはレイノルズ数に依存し、レイノルズ数が大きいほど壁に近づけなければならない。ナトリウムは水/空気よりもレイノルズ数が大きくなるため相対的にメッシュを細分化する必要があり計算負荷も大きくなる。

そこで、従来の低レイノルズ数型乱流モデルに比べて、壁と第一格子点との距離を10倍程度まで大きくして計算できるモデルを開発し炉心槽内多次元熱流動解析コードCASCADEに組み込んだ。具体的には、壁面に接する計算格子点上で、乱流運動エネルギーの消散率 ϵ の境界条件をダイレクトシミュレーション (DNS) データベースに基づいて関数として与える方法を提案・採用した。

平行平板間流れ、および管内流の層流から乱流への遷移を対象に本モデルを検証したところ、レイノルズ数が2,300から2,500の間で遷移する結果を得、一般に知られている遷移レイノルズ数2,320とほぼ一致することから、解析結果は妥当であると判断した。また、相関式に対する誤差はヌセルト数については遷移域を除いて5%以内、管摩擦係数は遷移直後を除いて10%以内であり、実用上妥当な精度を持つことがわかった。

*大洗工学センター 安全工学部 原子炉工学室

Development of A Low Reynolds Number Turbulence Stress and Heat Flux Equation Model

— A New Type Wall Boundary Condition for Dissipation Rate of Turbulent Kinetic Energy Aided by DNS Data Base —

M. Nishimura *

Abstract

To predict thermal-hydraulic phenomena in actual plant under various conditions accurately, adequate simulation of laminar-turbulent flow transition is of importance. A low Reynolds number turbulence model is commonly used for a numerical simulation of the laminar-turbulent transition. The existing low Reynolds number turbulence models generally demands very thin mesh width between a wall and a first computational node from the wall, to keep accuracy and stability of numerical analyses. There is a criterion for the distance between the wall and the first computational node in which non-dimensional distance y^+ must be less than 0.5. Due to this criterion the suitable distance depends on Reynolds number. A liquid metal sodium is used for a coolant in first reactors therefore, Reynolds number is usually one or two order higher than that of the usual plants in which air and water are used for the work fluid. This makes the load of thermal-hydraulic numerical simulation of the liquid sodium relatively heavier.

From above context, a new method is proposed for providing wall boundary condition of turbulent kinetic energy dissipation rate ε . The present method enables the wall-first node distance 10 times larger compared to the existing models. A function of the ε wall boundary condition has been constructed aided by a direct numerical simulation (DNS) data base.

The method was validated through calculations of a turbulent Couette flow and a fully developed pipe flow and its laminar-turbulent transition. The predicted critical Reynolds number lay between 2300 and 2500, where commonly known value 2,320 was included. The error of the calculated Nusselt number and friction factor were comparable to uncertainties of empirical correlations. Thus the present method and modeling are capable of predicting the laminar-turbulent transition with less mesh numbers i.e. lighter computational loads.

*1 Reactor Engineering Section, Safety Engineering Division, O-arai Engineering Center, PNC

目次

	頁
1. 序 論	1
2. 熱流動保存方程式	3
2.1 時間平均の保存方程式	3
2.2 乱流量の保存方程式	4
3. 壁面境界条件	9
3.1 乱流運動エネルギーの消散率 ε の境界条件	9
3.2 その他乱流量の境界条件	10
4. 解析条件	11
4.1 解析コードの概要	11
4.2 解析ケースとモデル	11
5. 結 果	13
5.1 乱流クエット流れの解析	13
5.2 管内流の層流－乱流遷移解析	13
6. 考 察	14
6.1 乱流クエット流れの解析	14
6.2 管内流の層流－乱流遷移解析	15
7. 結 論	17
謝 辞	18
参考文献	19

表リスト
List of Tables

Table 2.1	Empirical constants for Reynolds stress equations	8
Table 2.2	Empirical constants for turbulent heat flux and energy fluctuation equations	8
Table 2.3	Empirical constants for ε equation	8
Table 4.1	Outline of CASCADE	20
Table 4.2	Properties used in pipe flow calculations	11

図リスト
List of Figures

Fig. 3.1	A new function for wall boundary condition.	21
Fig. 5.1.1	Comparison of mean velocity between the DNS and the RSM with new ε boundary condition. ...	22
Fig. 5.1.2	Comparison of Reynolds stresses between the DNS and the RSM with new ε boundary condition. ...	23
Fig. 5.1.3	Comparison of ε between the DNS and the RSM with new ε boundary condition.	24
Fig. 5.2.1	Calculated friction factors and Nusselt numbers.	25
Fig. 6.1.1	Comparison of mean velocity between the DNS and the RSMs.	26
Fig. 6.1.2	Comparison of Reynolds stresses between the RSMs.	27
Fig. 6.1.3	Comparison of ε between the RSMs.	28
Fig. 6.1.4	Comparison of mean velocity between the DNS and the RSMs using coarse mesh.	29
Fig. 6.1.5	Influence of mesh numbers on Reynolds stress predictive capability.	30
Fig. 6.1.6	Influence of mesh numbers on ε predictive capability.	31
Fig. 6.2.1	Influence of mesh numbers and modeling of the flux equations on calculated friction factors and Nusselt numbers.	32

記号表

Nomenclature

c_p	specific heat at constant pressure [J/(kg·K)]
D	tube inside diameter (m)
de	hydraulic diameter (m). Channel width was taken for turbulent Couette flow.
g	acceleration of gravity (m/s ²)
h	instantaneous specific enthalpy, i.e., enthalpy per unit mass (J/kg)
k	turbulent kinetic energy (m ² /s ²), $k = \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2}$
P	time-mean pressure (Pa)
r	radius (m)
R	tube wall radius (m)
t	instantaneous temperature (°C), time (s)
T	time-mean temperature (°C)
u	instantaneous streamwise velocity component, instantaneous velocity component in the direction indicated by subscript (m/s)
u_τ	friction velocity, $\sqrt{\tau_w / \rho}$ (m/s)
U	time-mean streamwise velocity component (m/s)
U^+	non-dimensional time-mean streamwise velocity component U/u_τ
v	instantaneous radial or transverse velocity component (m/s)
V	time-mean radial or transverse velocity component (m/s)
x	axial location (m)
x_n, y	coordinate perpendicular to the wall with the origin on the wall (m)

Non-dimensional quantities

Nu	Nusselt number, e.g., $\alpha D / \lambda$
Pr	Prandtl number; Pr_t , turbulent Prandtl number
Re	Reynolds number, UD/ν or Ude/ν
$\overline{u_i' u_j'}$	second moment of the fluctuating velocity components, i.e. Reynolds stress
$u_i'^+$	non-dimensional Reynolds normal stress, $\sqrt{\overline{u_i' u_i'}} / u_\tau$
$u_i' u_j'^+$	non-dimensional Reynolds shear stress, $\overline{u_i' u_j'} / u_\tau^2$
U^+	non-dimensional time-mean streamwise velocity component U/u_τ
y^+	non-dimensional wall distance, $y u_\tau / \nu_w$

Greek symbols

- ε dissipation rate of turbulent kinetic energy (m^2/s^3)
 ε^* non-dimensional dissipation rate of turbulent kinetic energy, $\varepsilon / (u_\tau^4 / \nu)$
 λ thermal conductivity [$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$]
 μ absolute viscosity ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)
 ν kinematic viscosity (m^2/s)
 ρ density (kg/m^3)
 τ shear stress; τ_w , wall shear stress (Pa)

Superscript

- ' fluctuation component due to turbulence, e. g., $u' = u - U$

Subscripts

- i, in inlet
 w wall, evaluated at wall temperature

Miscellany

- Overbar time-mean quantity

1. 序論

高速炉をはじめとする動力炉においては、定格から部分負荷および自然循環崩壊熱除去まで、様々な状態が想定されている。したがって、プラント状態によって、流速は大きく変化する。また実機では、プレナムやヘッダの様な大空間から、燃料集合体のサブチャンネルの狭隘部まで、幅広い長さスケールの分布を持つ。この速度および長さスケールの変化は、その組み合わせにより、流動様式を強制対流、共存対流ならびに自然対流のいずれかに導くと同時に、層流-乱流間の遷移を生じさせる。場合によっては、プレナム内に複数の流動様式が同時に存在することもあり得る。すなわち、実機内の熱流動現象は、速度と長さのスケールおよび流動様式において幅広いスペクトラムを持っている。したがって、実プラントの様々な状態および部位の熱流動解析を高精度で行うためには、様々な流動様式、層流および乱流とその遷移を適切に模擬することが重要である。

そこで本研究では、層流-乱流遷移を取り扱う解析において一般に用いられる、低レイノルズ数型乱流モデルの改良に取り組むこととした。改良の必要性は次の背景による。通常の低レイノルズ数型乱流モデルでは、壁からの第一計算格子点を壁の極近傍に取る必要がある。どの程度壁に近づける必要があるかはレイノルズ数に依存し、レイノルズ数が大きいほど壁に近づけなければならない。ナトリウムは水/空気よりも動粘性係数が小さいため相対的にレイノルズ数が大きくなり、メッシュを細分化する必要が生じて計算負荷も大きくなる。ちなみにレイノルズ数が 10^5 オーダーの流れでは壁面に接するメッシュの幅を数 μm 程度にする必要がある。そこで、従来の低レイノルズ数型乱流モデルに比べて、壁と第一格子点との距離を10倍程度まで大きくして計算できるモデルを開発し炉心槽内多次元熱流動解析コードCASCADEに組み込んで、その有効性を確認することとした。具体的には、壁面に接する計算格子点上で、乱流運動エネルギーの消散率 ε の境界条件をダイレクトシミュレーション (DNS) データベースに基づいて関数として与える方法を提案・採用した。

ナトリウムの熱流動解析を行う上で、留意すべき重要事項がもう一点ある。通常のガスや水の乱流では、浮力が卓越した流れ、壁の近傍等、特定の条件を除けば、渦による運動量と熱の輸送割合はほぼ等しいと言われている。すなわち乱流プラントル数 $\text{Pr}_t = 1$ とする近似が適用できる場合が多い。しかしながら、液体金属においては熱伝導率が大きいため、 $\text{Pr}_t = 1$ とする近似が妥当で無いような流れが多く存在する^[1]。よって、液体金属にも適用可能な乱流モデルとして、乱流量自体を従属変数とする低レイノルズ数型の応力方程式モデル (Reynolds Stress Equation Model: RSM) および乱流熱流束方程式モデル (Turbulent Heat Flux Equation Model: HFM) を適用することとする。本乱流モデルは、一般に工業界で広く用いられている k - ε 二方程式乱流モデル^[2]と比べて、旋回を伴う流れに対する解析精度が高いと言われている^[3]。また、 k - ε 二方程式乱流モデルでは再現できない矩形管内流や燃料ピン束で

現れる第二種二次流れ^[4]を解くこともでき、広い適用性を持つと言える。

本研究では、低レイノルズ数型の応力方程式モデルとして、多くの検証実績を持つ島のモデル^{[5], [6], [7]}を用いることとした。また熱流束方程式はLaunderのモデル^[8]をベースに、圧力-比エンタルピ変動勾配相関項に変更を加えて使用した。

本解析手法の検証は、Kuroda等による乱流クエット流れのDNSデータベース^[9]との比較、および管内流の層流から乱流への遷移を含む、ヌッセルト数および間摩擦係数の計算精度の吟味を通して実施することとする。

2. 熱流動保存方程式

2.1 時間平均の保存方程式

瞬時における流体の流動と熱輸送の保存方程式は連続の式、運動方程式 (Navier-Stokesの式) およびエネルギー式である。乱流においては、各保存方程式の従属変数に当たる流速、圧力および比エンタルピは時々刻々変化しているため、これらの式の従属変数を時間平均値と変動分に分ける。すなわち、

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.1)$$

各保存方程式の従属変数 ϕ に上式右辺を代入し、時間平均を加えたものが時間平均の保存方程式であり、このうちの運動方程式はReynolds方程式と呼ばれている^[10]。時間平均の保存方程式は以下のようなになる。

(1) 連続の式

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (2.2)$$

(2) Reynolds方程式

$$\frac{D\rho U_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i' u_j'} \right) + g_i (\rho - \rho_0) \quad (2.3)$$

(3) エネルギー式

$$\frac{D\rho \bar{h}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_i} - \overline{\rho u_i' h'} \right) \quad (2.4)$$

ここで、

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (2.5)$$

である。また、密度、粘性係数、熱伝導率および比熱に関する時間変動は従属変数の変動と比較して小さいものと仮定して無視した。

上記の(2.3)式および(2.4)式において、変動分のクロスターム (二次モーメントとも呼ぶ) が存在する点が瞬時の保存方程式との最も大きな相違点である。(2.3)式および(2.4)式中のこれらの項はそれぞれレイノルズ応力および乱流熱流束と呼ばれ、

まとめて乱流量と言う。今、式の数、連続の式、3方向のReynolds方程式およびエネルギー式の5個である。一方、変数は、3方向の速度成分、圧力、比エンタルピ、3方向の垂直レイノルズ応力、3方向のせん断レイノルズ応力、および3方向の乱流熱流束の計14個となり、連立方程式は閉じないため、解を求められない。そこで、二次モーメントの乱流量を速度や温度（あるいは比エンタルピ）の時間平均量で近似して連立方程式の閉包問題を解決することが試みられる。これが、乱流のモデル化であり、古くはPrandtlの混合長理論に基づく0方程式モデルがあり、現在、多次元熱流動解析において最も広く用いられているのが、 $k-\varepsilon$ 二方程式乱流モデルである^[2]。本研究では、第1章 序論で述べた背景から、二次モーメントの乱流量の保存式自体を解くRSMおよびHFMを採用する。RSMおよびHFMでは方程式に三次モーメントの乱流量（例えば $\overline{u_i' u_j' u_k'}$ ）が出現するため、これらの項をモデル化する。この点で、 $k-\varepsilon$ 二方程式乱流モデルよりもRSMは高次の乱流モデルと言われる。次節では、RSMおよびHFMに関連する方程式を示す。

2.2 乱流量の保存方程式

非等温場では、前節で挙げた乱流量の他に温度変動に由来する二次の中心モーメント、すなわち分散が存在する。また、渦が細分化され最終的には流体粘性によりその運動エネルギーを熱に変える点を模擬する上で、乱流運動エネルギーの消散率を従属変数とする方程式を解く必要がある。

本研究では、低レイノルズ数型の応力方程式モデルとして、多くの検証実績を持つ島のモデル^[5]を用いることとする。本モデルは平板境界層^[5]、吹き出しを伴う境界層^[6]、回転流路内の流れ^[7]等、種々の流れに対して高い適用性が示されている。

熱流束方程式はLaunderのモデル^[8]をベースに、圧力-比エンタルピ変動勾配相関項を変更したものをを用いる。

以下に解くべき乱流量の保存方程式を示す。

レイノルズ応力方程式

$$\frac{D\rho\overline{u_i' u_j'}}{Dt} - DIFF(\rho\overline{u_i' u_j'}) = P_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij} - \rho\varepsilon_{ij} \quad (2.6)$$

乱流熱流束方程式

$$\frac{D\rho\overline{u_i' h'}}{Dt} - DIFF(\rho\overline{u_i' h'}) = P_{h1} + P_{h2} + G_{h} + \Phi_{h} - \rho\varepsilon_{h} \quad (2.7)$$

エネルギー変動の方程式

この式は、比エンタルピすなわち温度の変動の保存式である。

$$\frac{D\rho\overline{h'h'}}{Dt} - DIFF(\rho\overline{h'h'}) = P_h - 2\rho\epsilon_h \quad (2.8)$$

乱流運動エネルギー消散率の方程式

$$\frac{D\rho\epsilon}{Dt} - DIFF(\rho\epsilon) = C_{1\epsilon\varphi} \frac{\epsilon}{k} P_k + C_{3\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_k - C_{2\epsilon} \frac{\rho\epsilon\tilde{\epsilon}}{k} \quad (2.9)$$

$$C_{1\epsilon\varphi} = C_{1\epsilon} + \varphi_1 + \varphi_2 \quad (2.9a)$$

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - 2\nu \left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2 \quad (2.10)$$

ここで、

拡散項

$$DIFF(\rho\overline{u_i'u_j'}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \left(\mu\delta_{kl} + C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{\rho u_k'u_l'} \right) \frac{\partial\overline{u_i'u_j'}}{\partial x_l} \right\} \quad (2.11)$$

$$DIFF(\rho\overline{u_i'h'}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left\{ \left(\frac{\mu}{2} + \frac{\lambda}{2c_p} \right) \delta_{kl} + C_{\mu} \frac{k}{\epsilon} \overline{\rho u_k'u_l'} \right\} \frac{\partial\overline{u_i'h'}}{\partial x_l} \right] \quad (2.12)$$

$$DIFF(\rho\overline{h'h'}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \left(\frac{\lambda}{c_p} \delta_{kl} + C_{hr} \frac{k}{\epsilon} \overline{\rho u_k'u_l'} \right) \frac{\partial\overline{h'h'}}{\partial x_l} \right\} \quad (2.13)$$

$$DIFF(\rho\epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \left(\mu\delta_{kl} + C_{se} \frac{k}{\epsilon} \overline{\rho u_k'u_l'} \right) \frac{\partial\epsilon}{\partial x_l} \right\} \quad (2.14)$$

生成項

応力-歪み生成項

$$P_{ij} = - \left(\overline{\rho u_i' u_k'} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u_j' u_k'} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (2.15)$$

応力-比エンタルピ勾配生成項

$$P_{ii1} = - \overline{\rho u_i' u_k'} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_k} \quad (2.16)$$

乱流熱流束-歪み生成項

$$P_{ii2} = - \overline{\rho u_k' h'} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (2.17)$$

乱流熱流束-比エンタルピ勾配生成項

$$P_h = - 2 \overline{\rho u_i' h'} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x_i} \quad (2.18)$$

応力-歪み生成項

$$P_k = - \overline{\rho u_i' u_k'} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (2.19)$$

浮力生成項

$$G_{ij} = - \frac{\rho}{c_p} \beta \left(g_i \overline{u_j' h'} + g_j \overline{u_i' h'} \right) \quad (2.20)$$

$$G_{ii} = - \frac{\rho}{c_p} \beta g_i \overline{h' h'} \quad (2.21)$$

$$G_k = - \frac{\rho}{c_p} \beta g_i \overline{u_i' h'} \quad (2.22)$$

圧力-歪み相関項

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij1} + \Phi_{ij2} + \Phi_{ij3} + \Phi_{ijv} \quad (2.23)$$

$$\Phi_{ij1} = - C_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} \left(\overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad (2.24)$$

$$\Phi_{ij2} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k \right) \quad (2.25)$$

$$\Phi_{ij3} = -C_3 \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G_k \right) \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{inv} = & \left\{ C_1' \frac{\rho \varepsilon}{k} \left(\overline{u_k' u_m' n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k' u_i' n_k n_j} - \frac{3}{2} \overline{u_k' u_j' n_k n_i} \right) \right. \\ & + C_2' \left(\Phi_{km2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik2} n_k n_j - \frac{3}{2} \Phi_{jk2} n_k n_i \right) \\ & \left. + C_3' \left(\Phi_{km3} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik3} n_k n_j - \frac{3}{2} \Phi_{jk3} n_k n_i \right) \right\} \frac{k^{3/2}}{C_1 \varepsilon x_n} \end{aligned} \quad (2.27)$$

x_n : 壁からの距離

n_i : x_n 方向の単位ベクトル

圧力-比エンタルピ変動勾配相関項

$$\Phi_{ii} = \Phi_{ii1} + \Phi_{ii2} + \Phi_{ii3} + \Phi_{inv} \quad (2.28)$$

$$\Phi_{ii1} = -C_{i1} \frac{\rho \varepsilon}{k} \overline{u_i' h'} - C_{i1n} \frac{\rho \varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j' h'} \quad (2.29)$$

$$\Phi_{ii2} = -C_{i2} (P_{ii1} + P_{ii2}) \quad (2.30)$$

$$\Phi_{ii3} = -C_{i3} G_{ii} \quad (2.31)$$

$$\Phi_{inv} = C_{i1}' \Phi_{ki1} n_k n_i \frac{k^{3/2}}{C_1 \varepsilon x_n} \quad (2.32)$$

消散率

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (2.33)$$

$$\varepsilon_{ii} = 0 \quad (2.34)$$

$$\varepsilon_h = C_{h1} \frac{\overline{h' h'}}{k} \varepsilon \quad (2.35)$$

低レイノルズ数型RSMの関数

$$\phi_1 = 15 \cdot A \{ P_k / (\rho \varepsilon) - 1.0 \} \quad (2.36)$$

$$\phi_2 = 0.35 \cdot (1 - 0.3A_2) \exp\{-(0.002R_T)^{1/2}\} \quad (2.37)$$

$$C_1 = 1 + 2.58AA_2^{1/4} [1 - \exp\{-(0.0067R_T)^2\}] \quad (2.38)$$

$$C_2 = 0.75A^{1/2} \quad (2.39)$$

$$C_1' = -2C_1/3 + 1.67 \quad (2.40)$$

$$C_2' = \max[2(C_2 - 1)/3 + 0.5, 0] / C_2 \quad (2.41)$$

$$A = 1 - \frac{8}{9}(A_2 - A_3) \quad (2.42)$$

$$A_2 = a_{ij}a_{ji} \quad (2.43)$$

$$A_3 = a_{ij}a_{jk}a_{ki} \quad (2.44)$$

$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (2.45)$$

$$R_T = \frac{k^2}{\nu \epsilon} \quad (2.46)$$

經驗定數

Table 2.1 Empirical constants for Reynolds stress equations

C_s	C_1	C_2	C_3	C_1'	C_2'	C_3'	C_l
0.22	Eq.38	Eq.39	C_2	Eq.40	Eq.41	0.0	2.5

Table 2.2 Empirical constants for turbulent heat flux and energy fluctuation equations

C_{ht}	C_{1l}	C_{1ln}	C_{l2}	C_{β}	C_{l1}'	C_{hr}	C_{h1}
0.15	4.5	2.2	0.4	0.33	0.25	C_s	0.62

Table 2.3 Empirical constants for ϵ equation

$C_{s\epsilon}$	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	$C_{3\epsilon}$
0.18	1.44	1.92	$C_{1\epsilon\phi}$

3. 壁面境界条件

3.1 乱流運動エネルギーの消散率 ε の境界条件

(1) 厳密解に基づく境界条件

鳥のRSMでは、 ε の壁面への漸近挙動を再現するために、壁面上で厳密に成立する次式により ε の境界条件を与えている。

$$\varepsilon_w = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

通常の数値計算手法では、上式をそのまま用いず、数学的に正しく、また数値計算上安定であることから、以下の形で解析コードに組み込まれる。

$$\varepsilon_w = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x} \right)^2 \quad (3.2)$$

この境界条件は、数学的に厳密ではあるが、数値的不安定に陥り易いこと、および壁からの第一計算格子点を無次元距離 y^+ で0.5以下の位置に取らなければ精度が保証されないこと等、実用の計算には不向きとも言える欠点を持つ。ちなみに、ナトリウムの流れにおいて、 $y^+ < 0.5$ となる壁からの距離は、 $Re=10^5$ オーダーでは数 μm 、 $Re=10^6$ オーダーではサブ μm となり、一般構造部材の表面粗さがせいぜい数 μm であることを考えると、壁に接するメッシュの壁法線方向の幅は、構造部材の表面仕上げ精度よりも小さく取ることになる。

(2) DNSデータベースに基づく境界条件の提案

乱流運動エネルギーの消散率 ε は、対数則が成立する領域において、

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (3.3)$$

ここで、

C_μ : 経験定数 = 0.09

κ : カルマン定数 = 0.4

で近似される^[2]。上式において C_μ および κ は経験定数である。従来、高レイノルズ数型の乱流モデルでは、壁から一つの計算格子点において(3.3)式を用いて ε の境界

条件を与える手法が存在した。この関係は対数則が成立する領域では、妥当な結果を与えるが、壁の極近傍に存在する粘性低層においては、定数部分の値が変化するため、(3.3)式を適用することはできない。

そこで本研究では、粘性低層における定数部分の変化を、DNSデータベースを基に、壁からの無次元距離 y^+ の関数として近似し、壁からの第一格子点において ε の境界条件を与える手法を提案する。すなわち、

$$\varepsilon = f_{eps}(y^+) \frac{k^{3/2}}{y} \quad (3.4)$$

DNSデータに対する f_{eps} の近似関数をFig. 3.1に示す。図に示した2本の曲線に該当する近似関数は次式で表される。

$$f_{eps}(y^+) = \max[0.19, 7.90 \cdot (y^+)^{-1.89}] \quad (3.5)$$

既往の低レイノルズ数型乱流モデルでは壁面上で成立する厳密解に基づき、(3.1)あるいは(3.2)式のような k の勾配により壁面上の ε を境界条件として与えているため、壁からの第一格子点を壁面と離れた位置にとると、摩擦係数や熱伝達率の計算精度解が低下したり、解が発散しやすくなる等の短所がある。一方、(3.4)および(3.5)式の代数式により、壁からの第一格子点において ε の境界条件を物理量の勾配によらず、局所の値に基づいて与える手法では、既往の手法よりも壁と第一格子点との距離を大きく取れることが期待できる。ただし、ここで参照したDNSデータベースは、 $Re=4,560$ の平行平板間流れに対する計算結果であり、流れの形態やレイノルズ数の効果は(3.5)式には反映されていない。本研究では、まず、DNSデータベースと同じ体系の解析において、既往の境界条件とここで提案した境界条件による計算結果の比較を行う。続いて、管内流の層流-乱流遷移における遷移レイノルズ数、摩擦係数およびヌセルト数に関する予測精度を検証する。

3.2 その他乱流量の境界条件

ε 以外の乱流量は壁面上の値を0として境界条件を与えた。したがって、壁面に接する計算セルにおいて、壁面側の隣接係数には拡散の効果を考慮した。

4. 解析条件

4.1 解析コードの概要

前節までで述べた、低レイノルズ数型RSMおよびHFMは、炉心槽内多次元熱流動解析コードCASCADEに組み込んだ。CASCADEの概要をTable 4.1に示す。

4.2 解析ケースとモデル

(1) 平行平板間流れ（乱流クエット流）の解析

ϵ に関する壁面境界条件の関数(3.5)式を導出したDNSと同じ解析対象、すなわち乱流クエット流れについて、既往の境界条件と、ここで提案した境界条件とによる解析結果の比較を行う。解析対象のレイノルズ数は4,560である。解析は2種類のメッシュ分割について実施した。詳細メッシュでは、メッシュ幅を $\Delta y^+ = 0.4$ の等分割とし、粗メッシュでは $\Delta y^+ = 6.0$ とした。また、流れ方向には周期境界条件を適用し、充分発達した流れの解を得ることとした。

なお、チャンネル中心には対象条件を適用し、

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial y} = 0$$

$$V = \overline{u'v'} = 0$$

を境界条件とした。

(2) 管内流の層流－乱流遷移解析

低レイノルズ数型乱流モデルの検証においては、層流－乱流遷移における遷移レイノルズ数および、広いレイノルズ数範囲における摩擦係数とヌセルト数の予測精度を調べておくことが重要である。そこで、本研究では物性値一定の管内流を対象とした検証解析を実施した。解析したレイノルズ数の範囲は $Re=2,000 \sim 50,000$ であり、管内面の熱流束を $1,000W/m^2$ とした。使用物性値を下表に示す。

Table 4.2 Properties used in pipe flow calculations

Re	λ	ν	ρ	C_p
2,000	1.05E-01	5.26E-05	1.00	2,000
2,300	9.16E-02	4.58E-05	1.00	2,000
2,400	8.77E-02	2.11E-06	1.00	2,000
2,500	8.42E-02	4.21E-05	1.00	2,000
5,000	4.21E-02	2.11E-05	1.00	2,000
10,000	2.11E-02	1.05E-05	1.00	2,000
50,000	4.21E-03	2.11E-06	1.00	2,000

解析では、入口から加熱開始点まで50Dの距離を取り、さらに加熱開始点から150D下流の軸方向断面における計算結果を吟味した。入り口境界には、予め別途計算して求めた発達した流れ（入り口から200Dの位置）における諸量の分布を与えた。参考までに、別途計算した際に一様分布として与えた入り口境界条件を以下に示す。

$$U_{in} = 3.838$$

$$T_{in} = 20.0$$

$$k = 0.005 \cdot U_{in}^2$$

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{0.75} \cdot k^{1.5}}{0.09 \cdot R},$$

$$\overline{u'u'} = \overline{v'v'} = \overline{w'w'} = \frac{2}{3}k$$

$$\overline{u'v'} = 0, \overline{h'h'} = 0, \overline{u'h'} = 0, \overline{w'h'} = 0.$$

メッシュ数は径方向39、軸方向195、合計7,605を使用した。なお、中心軸上では、軸対象条件を適用し、

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{h'h'}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{u'h'}}{\partial y} = 0$$

$$V = \overline{u'v'} = \overline{v'h'} = 0$$

を境界条件とした。

5. 結果

5.1 乱流クエット流れの解析

Fig. 5.1.1に提案したRSMとDNSによる平均速度分布の比較を示す。図において $y^+=0$ が壁に相当する。また、図に示したRSMは $\Delta y^+=0.4$ の細かいメッシュによる計算結果である。提案した ε の境界条件を適用したRSMとDNSの結果はよく一致している。

次に、Fig.5.1.2にレイノルズ応力の比較を示す。速度分布の支配因子である、せん断レイノルズ応力 $u'v'$ （これ以降時間平均を表す $\bar{\quad}$ の記載を省略する）は非常によい一致を示している。一方で、垂直レイノルズ応力については、全般的には良く一致しているが、壁寄りのピーク値に若干の差異が見られ、 u'^2 および w'^2 については流路中央におけるRSMによる乱れがDNSよりも大きくなる傾向が見られる。

Fig. 5.1.3に乱流運動エネルギーの消散率 ε の比較を示す。壁からの距離が $y^+ > 30$ の流路中央寄りにおける分布は良く一致しているものの、壁近傍の挙動がDNSと一致していない。

5.2 管内流の層流－乱流遷移解析

解析および相関式によるヌッセルト数と管摩擦係数をFig. 5.2.1に示す。図において、RSM (new) は本報で提案した ε の境界条件を適用した計算、またRSMは鳥の既往モデルによる計算結果である。解析結果において層流から乱流への遷移はレイノルズ数が2,400と2,500との間で生じている。臨界レイノルズ数は流れの条件により様々な値を取ると言われているが、書籍^[15]にあるシラーの研究による臨界レイノルズ数2,320と、本解析結果はほぼ一致している。

ヌッセルト数の変化に着目すると、乱流域における物性値一定の流体に対して、W.H. McAdamsがDittus-Boelterの式の係数を修正した相関式^[16]、

$$\text{Nu} = 0.021 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} \quad (5.1)$$

と解析結果はよく一致している。上式は $\text{Pr}=0.7$ で $2,500 < \text{Re}$ の乱流に対し約5%の誤差を持つので、解析と相関式との差は、相関式の誤差範囲よりも小さい。2,300 $<$ Re $<$ 2,500の遷移域においては、熱伝導以外に乱流熱輸送の効果が幾分存在するので解析結果は層流のヌッセルト数よりも10%程度高めになっている。Re=2,000では解析結果と層流での理論値との誤差は2%であり、一致を示した。

管摩擦係数については、Re $<$ 2,400では解析結果と理論値との誤差は4%以内である。乱流に遷移した直後のRe=2,500では、解析結果がBlasiusの式（適用範囲3,000 $<$ Re $<$ 100,000）よりも17%高目の値を示している。レイノルズ数が5,000を越える高乱流域における解析とBlasiusの式との差は、10%以内である。

6. 考 察

6.1 乱流クエット流れの解析

(1) ε の境界条件の影響

本報で提案したDNSデータベースに基づく関数を使用した ε の境界条件(3.4)および(3.5)式と、既往の厳密解による境界条件(3.2)式を用いた場合の解析結果への影響を調べる。両者の比較は $\Delta y^+ = 0.4$ の詳細メッシュを使用して行った。

Fig.6.1.1に平均速度分布の比較を示す。 ε の境界条件指定方法に係わらず、RSMはDNSとよく一致した結果を示している。

Fig.6.1.2にレイノルズ応力の比較を示す。境界条件による結果の比較がしやすいように、新しく提案した境界条件による解析結果のプロットは、実際のメッシュ数の1/10以下に間引いて示した。図において、両者の結果は、完全に一致していることが分かる。

Fig.6.1.3に乱流運動エネルギーの消散率 ε の比較を示す。RSMの解析結果同士はよく一致している。また、RSMとDNSは、壁からの距離が $y^+ > 30$ の流路中央寄りにおける分布は良く一致しているものの、壁近傍の挙動が一致していない。この点は、もともと島のRSMが持つ特性であり、不一致の原因は ε の境界条件自体にはなく、応力方程式および ε 方程式の関数に起因するものと考えられる。また、島のモデルにおいて、乱流運動エネルギー消散率 ε の保存式には、以下の負の生成項が含まれている。

$$-C_{2\varepsilon} \frac{\rho \varepsilon \tilde{\varepsilon}}{k} \quad (6.1)$$

ここで、

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2 \quad (2.10)$$

である。上記(2.10)式の右辺第2項と壁面上で成立する ε の厳密解(3.2)式は同じであることがわかる。 ε の保存式において計算格子点と壁との距離が小さくなると、(2.9)式において、(6.1)式に該当する右辺最終項以外の項は0に近づく一方で、(2.10)式の右辺第2項の占める割合が大きくなり、 ε の値は(3.2)式に漸近する。すなわち、島のモデルにおける ε 方程式では、壁への近接に伴い ε の値が壁面上での厳密解に漸近するようになっていることがわかる。

(2) 粗メッシュへの適用性

厳密解(3.2)式に基づく境界条件では、計算精度上の要請により、壁から第一格子点までの距離を $y^+ < 0.5$ 以下に取る必要が有ることは3.1項で述べた通りである。一方、ここで提案したDNSデータベースに基づく ε の境界条件では、関数(3.5)式を $0 < y^+ < 10$ の範囲で定義しており、既往手法よりも壁と第一格子点との距離を大きく取って計算ができる可能性がある。そこで、乱流クエット流れを対象に、メッシュ幅を $\Delta y^+ = 0.4$ から $\Delta y^+ = 6.0$ へ拡大して、計算精度を吟味することとした。

Fig.6.1.4に新しい関数による境界条件を使用した場合 (RSM with new b.c.) および、既往の境界条件 (RSM) とDNSとの平均速度分布の比較を示す。関数による境界条件を使用した計算結果はDNSと極めてよい一致を示している。一方、既往の境界条件では、壁と第一格子点との距離が $\Delta y^+ = 3$ と 0.5 よりも大幅に大きくなった影響により、速度変動等の乱流量が減衰し、層流化したために、チャンネル中心流速は本来取るべき値の4倍にも達している。このように、新しい関数による境界条件が大きなメッシュ幅を許容できる一方で、既往の境界条件では計算が破たんを来すことが分かる。

Fig.6.1.5に新しい関数による境界条件を適用した場合の、メッシュ幅が乱れ強さとレイノルズ応力の計算結果に及ぼす影響を示す。図から分かるように、流れ方向の乱れ強さ u^+ の極大値に5%程度の差異があるものの、その他は一致する結果を与えている。実用の計算において、この差は有意ではないと考えられる。

Fig.6.1.6に新しい関数による境界条件を適用した場合の、メッシュ幅が ε の計算結果に及ぼす影響を示す。ここでも壁近傍の極大値に10%程度の差が見られるが、全般としては一致している。

以上の結果から、新しく提案した関数による ε の境界条件は、壁と第一格子点との距離を既往手法の10倍程度大きく取れ、かつ計算精度に有意な低下を生じないことが分かった。

6.2 管内流の層流－乱流遷移解析

前節ではDNSとの比較により、本研究で提案した ε の境界条件が粗いメッシュでの計算に耐えることを示した。本節では、本解析手法により、層流－乱流遷移を含む幅広いレイノルズ数範囲において、粗いメッシュでの計算が可能で有るか否かを検証する。5.2節では径方向39、軸方向195、合計7,605の計算メッシュ数の計算結果を示した。ここでは、比較のために、径方向のメッシュ数を10に減らして計算した結果を示す。

Fig.6.2.1に詳細メッシュと粗メッシュによるヌッセルト数と管摩擦係数の計算結果を示す。まず、層流から乱流への遷移は、詳細メッシュでは2,400～2,500の間で、粗メッシュでは2,300～2,400となっており、差異はあるものの、いずれも一般に言わ

れている臨界レイノルズ数2320とほぼ一致しており、妥当な結果と判断できる。ちなみに、粗メッシュを用いた臨界レイノルズ数近辺の計算における、壁と第一格子点との距離は $\Delta y^+ \approx 3$ であり、既往手法で採用されるメッシュ幅の10倍程度の大きさである。管摩擦係数については、乱流に遷移した直後にBlasiusの式よりも15%程度高い値を示す点は、メッシュ幅に依存しない。それよりも高いレイノルズ数ではBlasiusの式に対して10%以内で高めの誤差を示す結果となっており、詳細メッシュと粗メッシュとの計算結果に有意な差は見られない。また、ヌッセルト数についても詳細メッシュと粗メッシュはほぼ一致した計算結果を示している。

乱流熱流束方程式(2.7)式の圧力-比エンタルピ変動勾配相関項の(2.30)式において、本モデルでは速度変動-平均比エンタルピ勾配生成項 P_{iil} (2.16)式を含んでいるが、Launderのモデルではこの項は考慮していない。そこで、比較検討のために、詳細メッシュを用いて、 P_{iil} を(2.30)式から省いた計算を実施した。Fig. 6.2.1の Δ のプロットがその計算結果である。 P_{iil} を(2.30)式から省いた計算は、一貫して既往相関式よりも高めの値を示しており、その誤差は25~30%程度であった。一方、 P_{iil} を(2.30)式に考慮した場合の誤差は5%以内に収まっている。

以上の結果から、本研究で提案した関数により ϵ の境界条件を与える方法で、既往手法よりも10倍程度大きなメッシュにより、低レイノルズ数型の乱流モデルの要件である、層流-乱流遷移を含む熱伝達と壁面摩擦抵抗の計算を実用上十分な精度で実施できることがわかった。また、乱流域の熱伝達率については、乱流熱流束方程式(2.7)式の圧力-比エンタルピ変動勾配相関項の(2.30)式において、速度変動-平均比エンタルピ勾配生成項 P_{iil} (2.16)式を考慮することで、相関式の誤差と同等の計算精度を達成できることを確認した。

7. 結 論

通常の低レイノルズ数型乱流モデルでは、壁からの第一計算格子点を壁の極近傍に取る必要がある。どの程度壁に近づける必要があるかはレイノルズ数に依存し、レイノルズ数が大きいほど壁に近づけなければならない。ナトリウムは水/空気よりもレイノルズ数が大きくなるため相対的にメッシュを細分化する必要があり計算負荷も大きくなる。ちなみにレイノルズ数が 10^5 オーダーの流れでは壁面に接するメッシュの幅を数 μm 程度にする必要がある。

そこで、従来の低レイノルズ数型乱流モデルに比べて、壁と第一格子点との距離を10倍程度まで大きくして計算できるモデルを開発し炉心槽内多次元熱流動解析コード CASCADE に組み込んだ。具体的には、壁面に接する計算格子点上で、乱流運動エネルギーの消散率 ϵ の境界条件をダイレクトシミュレーション (DNS) データベースに基づいた関数として与える方法を採用した。

平行平板間流れの直接解析 (DNS) データとの比較では、DNS と本解析手法の速度分布は極めてよく一致した。また、乱れ強さや、レイノルズ応力についてもよい一致を示した。さらに、メッシュ幅を既往手法で推奨される値よりも10倍程度大きくして計算した所、本解析手法による速度分布はDNS とよく一致し、詳細メッシュとの有意な差異は見られず、粗いメッシュの使用による精度の低下は無かった。一方、既往手法は、粗いメッシュでは、解が層流化し、DNS の中心流速よりも4倍程度高い値を示し、定性的にも非現実的な計算結果を与えた。

管内流の層流から乱流への遷移を対象にした検証では、レイノルズ数が2,300から2,500の間で遷移する結果を得、一般に知られている遷移レイノルズ数2,320とほぼ一致することから、解析結果は妥当であると判断した。また、相関式に対する誤差はヌセルト数については遷移域を除いて5%以内、管摩擦係数は遷移直後を除いて10%以内であり、実用上妥当な精度を持つことがわかった。

以上の結果から、本研究で提案した関数により ϵ の境界条件を与える手法は、既往手法よりも10倍程度大きなメッシュにより、低レイノルズ数型の乱流モデルの要件である、層流-乱流遷移を含む熱伝達と壁面摩擦抵抗の計算を実用上十分な精度で実施できることが確認された。

謝 辞

本研究の実施にあたり、同志社大学 機械システム工学科の千田衛教授には、大変有益な助言を賜りました。また、川崎重工業（株）原子力本部の前川勇博士、および同社 関東技術研究所の藤井貞夫博士には、度重なりご指導を仰ぎました。さらに、アリゾナ大 D. M. MacEligot名誉教授には、遷移問題の検証について懇切なアドバイスを頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 伝熱工学資料, 日本機械学会, p.106, (1986).
- [2] 数値流体力学編集委員会, 「乱流解析」, 東京大学出版, (1996).
- [3] J. L. Xia, G. Yadigaroglu, Y. S. Liu, J. Schmidli and B. L. Smith, “Numerical and experimental study of swirling flow in a model combustor”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 41, No. 11, pp.1485-1497 (1998).
- [4] 杉山 均, 秋山 光庸, 高橋 利彰, 「粗面壁および滑面壁を有する矩形管内乱流構造解析 —代数応力モデルによる簡易解析法の適用性—」, *日本原子力学会誌*, vol. 40, No. 4, pp. 60-70 (1998).
- [5] 島 信行, “強い応力非等方性を考慮したレイノルズ応力モデル (第1報, モデルの設定と平板境界層への適用)”, *日本機械学会論文集B編*, 54(505), pp.2317-2324, (1988)
- [6] 島 信行, “応力方程式モデルによる吹出し・吸込み境界層発達の計算”, *日本機械学会論文集B編*, 55(515), pp.1904-1910, (1989)
- [7] 島 信行, “応力方程式モデルによる回転流路内乱流の数値解析 “”, *日本機械学会論文集B編*, 55(516), pp.2198-2204, (1989)
- [8] B. E. Launder, “Heat and mass transport ”, (edited by Bradshaw), *Topics in Applied Physics :Turbulence*, Springer-Verlag, 12, pp.231-287, (1976)
- [9] A. Kuroda, K. Kasagi and M. Hirata, “Investigation of dynamic effects of the mean shear rate on the wall turbulence via direct numerical simulation”, *Data Base on Turbulent Heat Transfer of Jpn Soc. of Mech. Engng.*,
URL. <http://ted.mech.titech.ac.jp/HTDB/dathetj.html>, (1997)
- [10] 大路 通雄 訳, J. C. Rotta, 「乱流」, 岩波, p.44 (1981)
- [11] S. V. Patankar,, “Numerical heat transfer and fluid flow”, *McGraw-Hill*, (1980)
- [12] H. M. Domanus, “A new implicit numerical solution scheme in the COMMIX-1A computer program”, ANL 83-64,NUREG/CR-3435, (1983)
- [13] 村田 健夫 他, 「スーパーコンピューター」, 丸善, (1985)
- [14] T. S. Ro, “Porous body analysis of vertical rod bundles under mixed convection conditions”, Ph. D. Thesis, Dept. of Nuclear Eng., M. I. T, (1983)
- [15] 富田 幸雄, 山崎 慎三, 「水力学」, 産業図書, (1981)
- [16] W.H. McAdams, “Heat Transmission”, *McGraw-Hill*, (1954)

Table 4.1 Outline of CASCADE

1. Basic FormulationGoverning Equations : $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}, \underline{p}(\underline{\rho}), \underline{h}, \underline{c}, \underline{Tw}, \underline{k}, \underline{\epsilon}, \underline{h' h'}, \underline{u_i' u_j'}, \underline{u_i' h'}$ **2. Numerical Method**Algorithm : SIMPLER^[11], SIMPLEST-ANL^[12]

Linearization : Iterative Method

Matrix Solver : MICCG^[13](for p eq.)

Point SOR(for all the other eqs.)

3. Discretization Scheme

Convection Term : 1st-order Skew Upwind

Diffusion Term : 2nd-order Central Differential

Time Integration : Implicit Euler

4. Physical ModelsPorous Body Model : COMMIX^[14] typeFlow Resistance Model : Distributed flow resistance model based
on absolute velocity

Heat Transfer Model : Correlation equations

Turbulence Model : $k-\epsilon$, RSM with enthalpy fluctuation
and turbulent heat flux equations

* The underlines denote the options adopted in this computation.

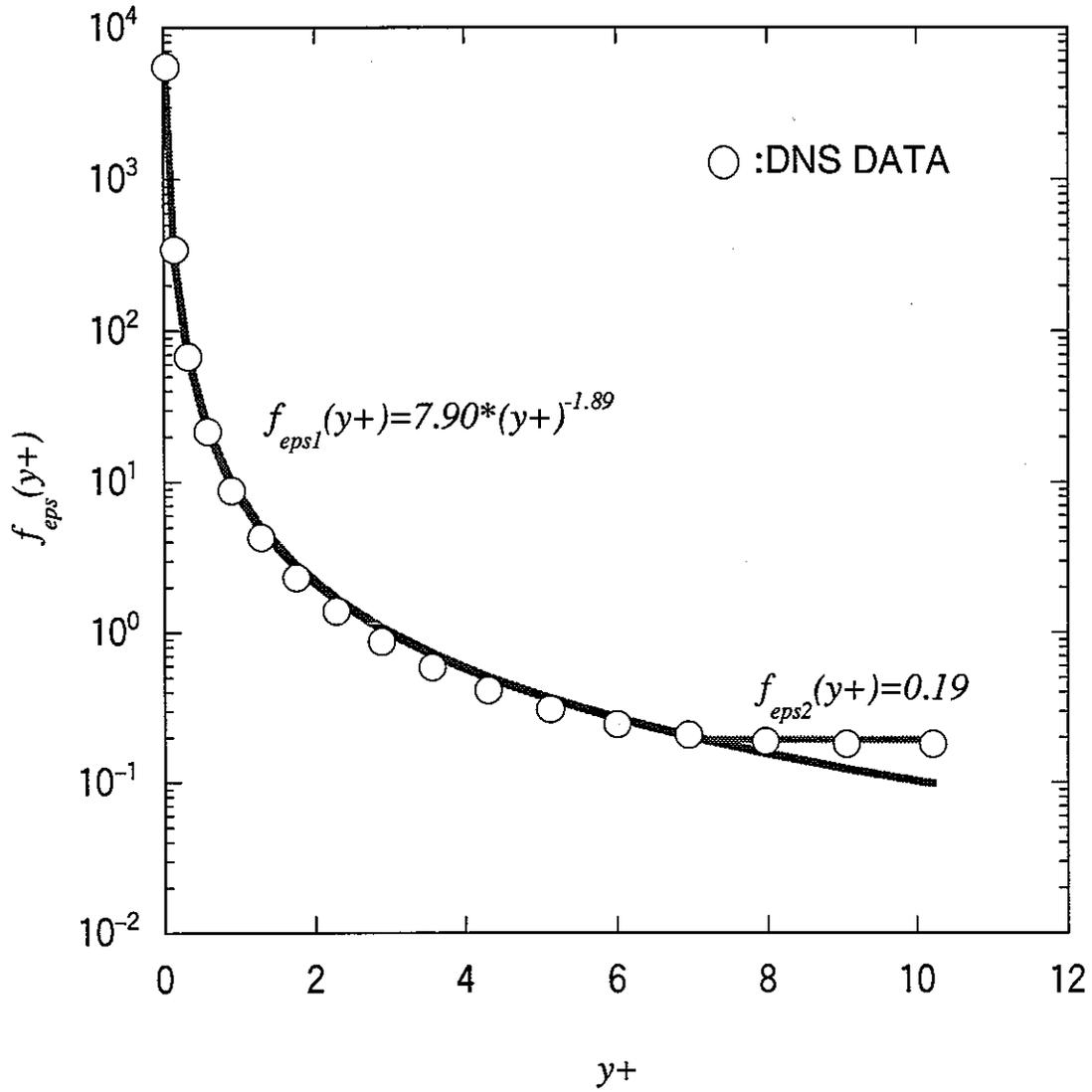


Fig. 3.1 A new function for ϵ_{wall} boundary condition

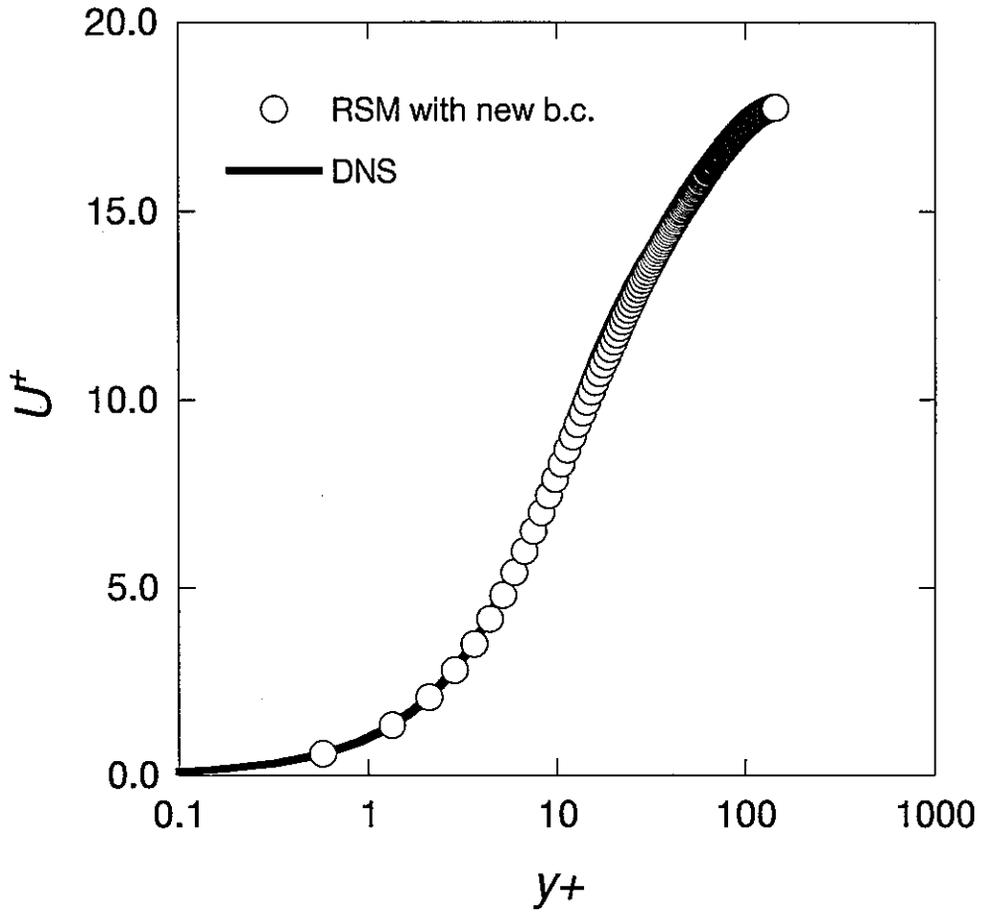


Fig. 5.1.1 Comparison of mean velocity between the DNS and the RSM with new ϵ boundary condition.

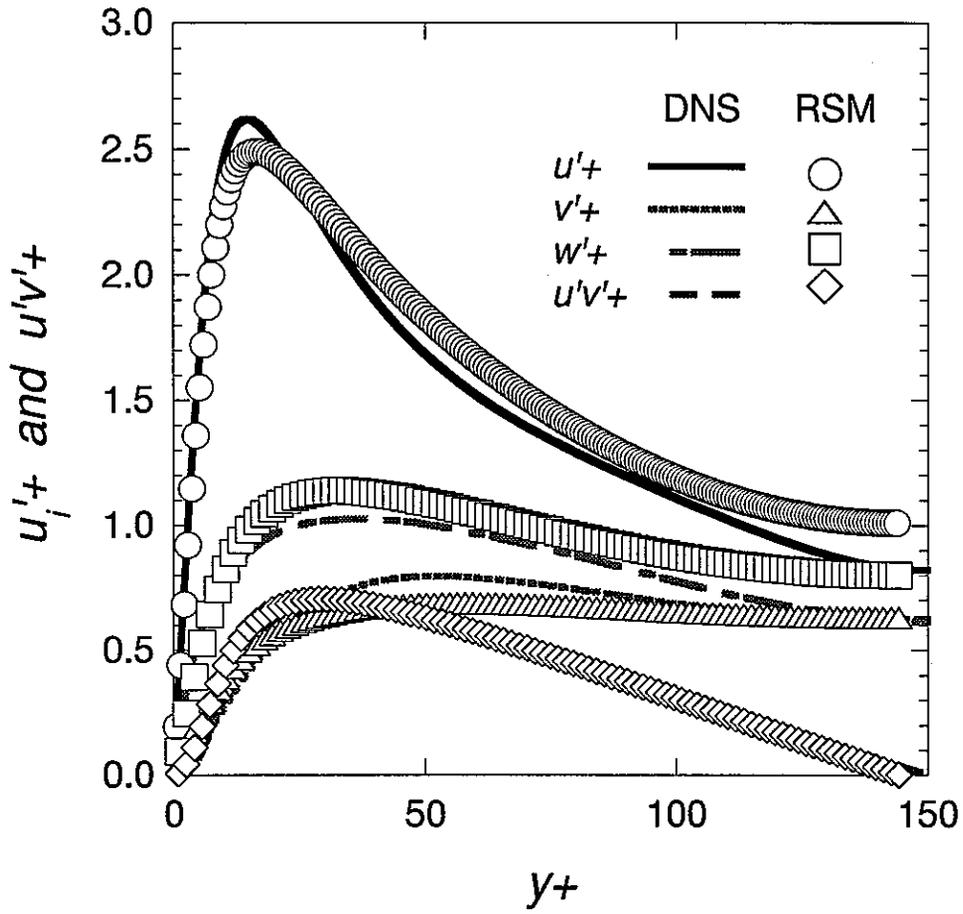


Fig. 5.1.2 Comparison of Reynolds stresses between the DNS and the RSM with new ϵ boundary condition.

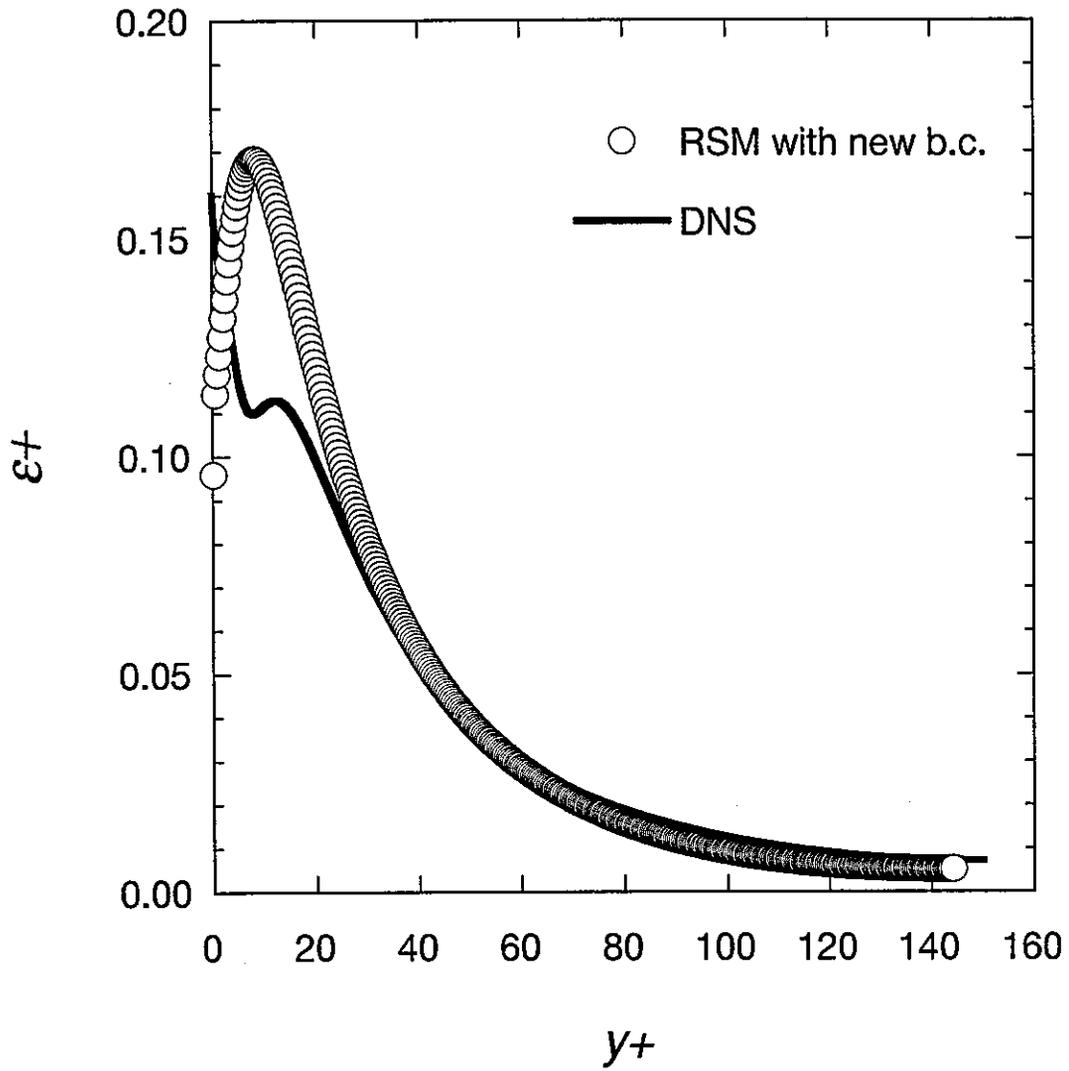


Fig. 5.1.3 Comparison of ϵ between the DNS and the RSM with new ϵ boundary condition

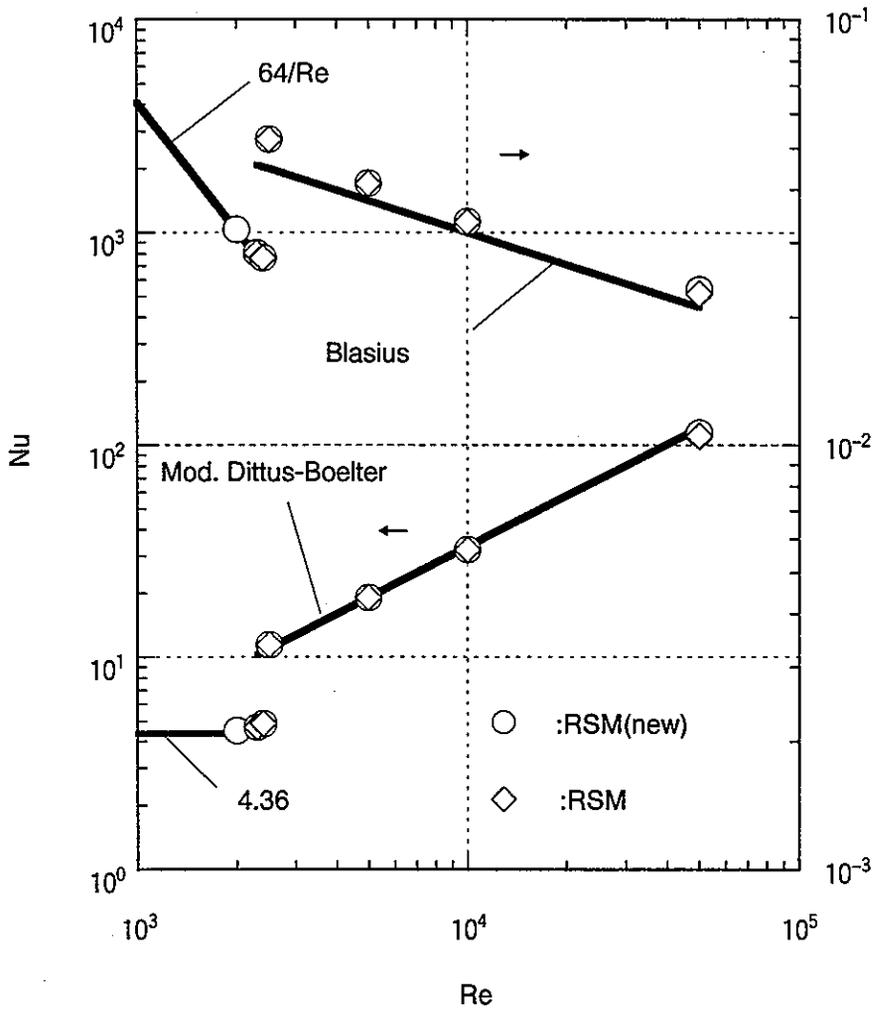


Fig. 5.2.1 Calculated friction factors and Nusselt numbers

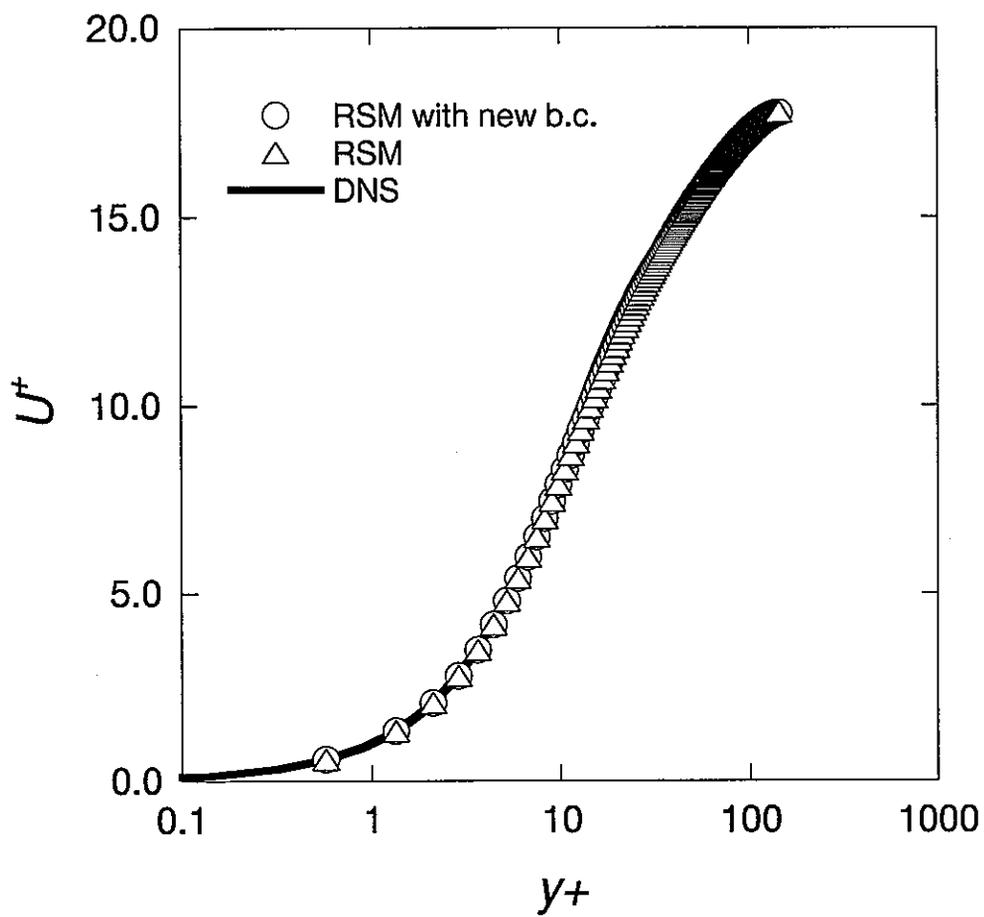


Fig. 6.1.1 Comparison of mean velocity between the DNS and the RSMs

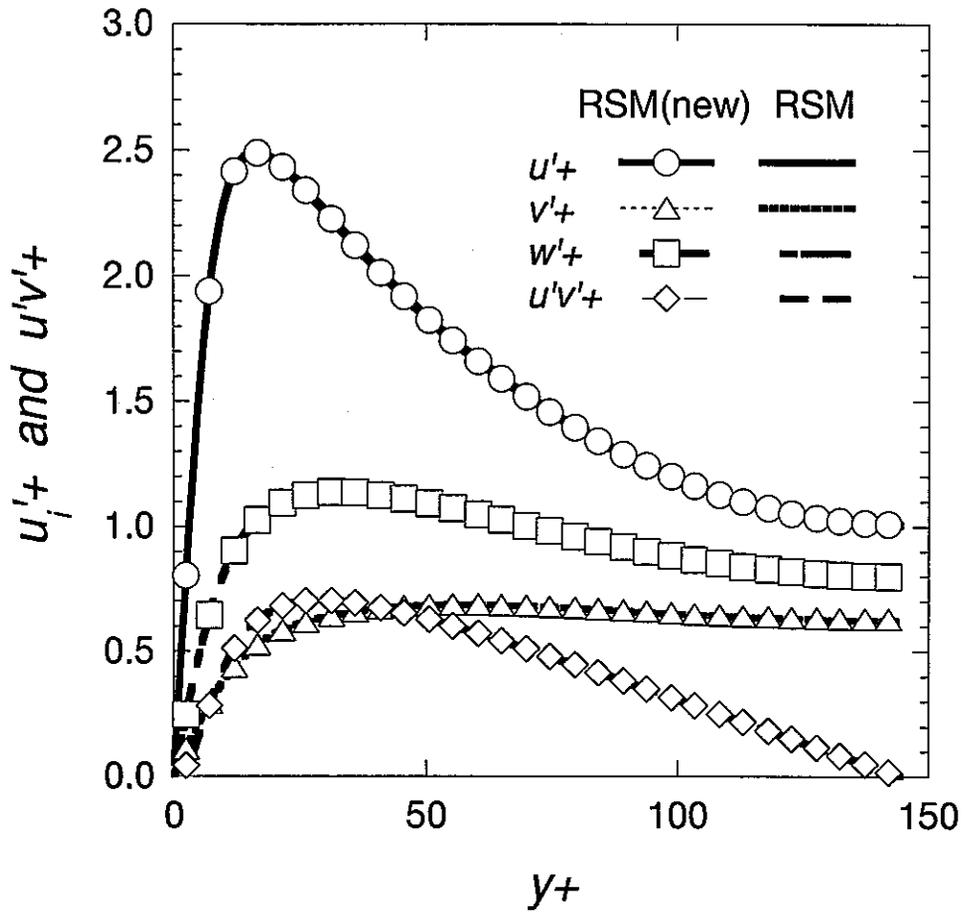


Fig. 6.1.2 Comparison of Reynolds stresses between the RSMs

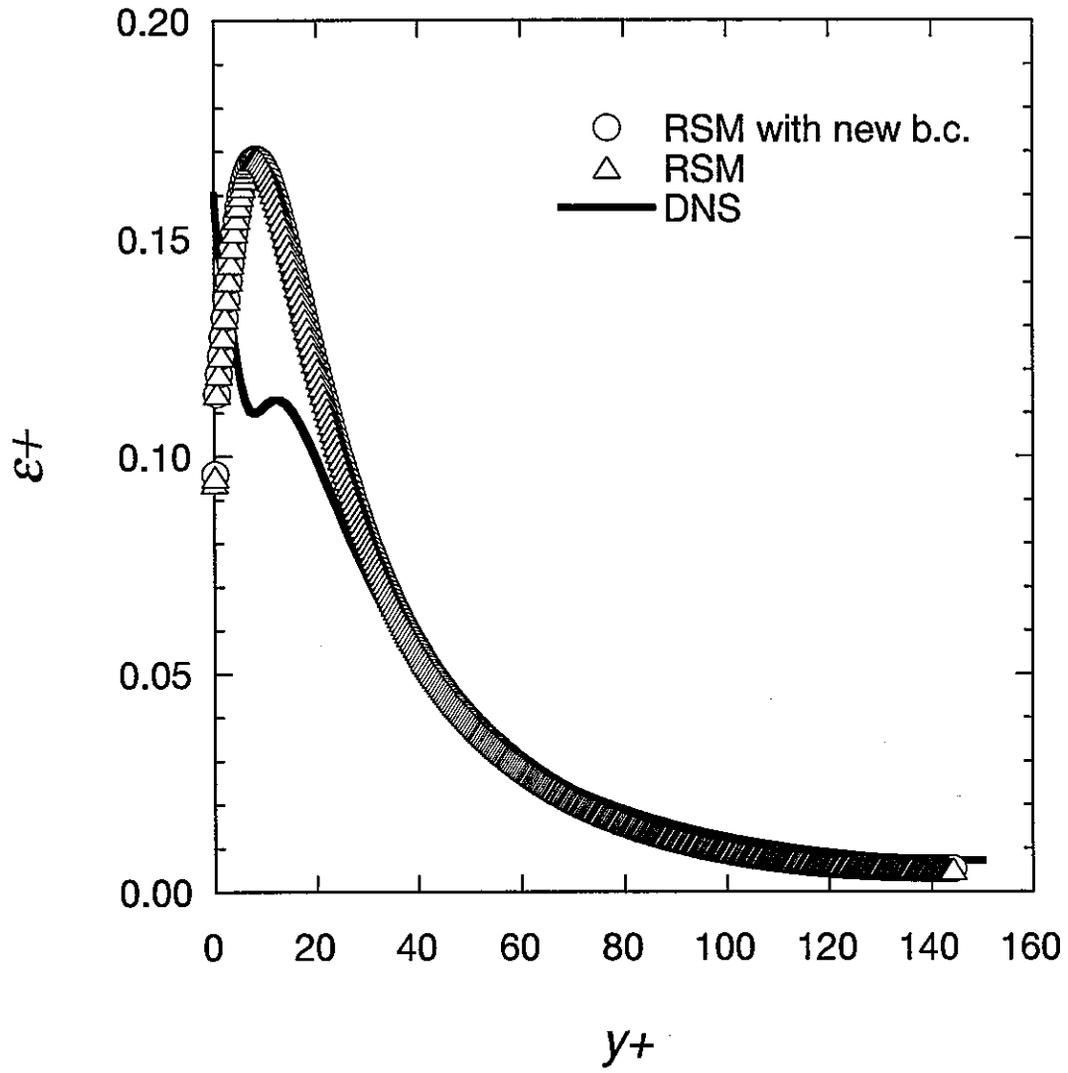


Fig. 6.1.3 Comparison of ϵ between the RSMs

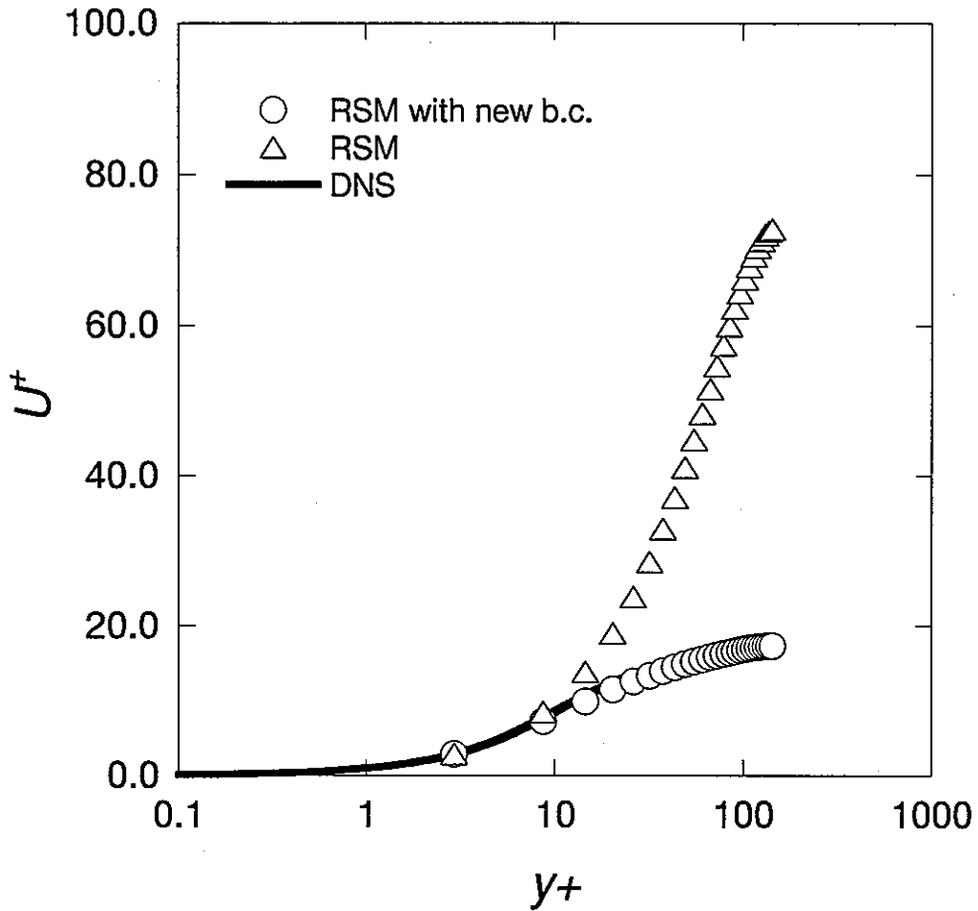


Fig. 6.1.4 Comparison of mean velocity between the DNS and the RSMs using coarse mesh

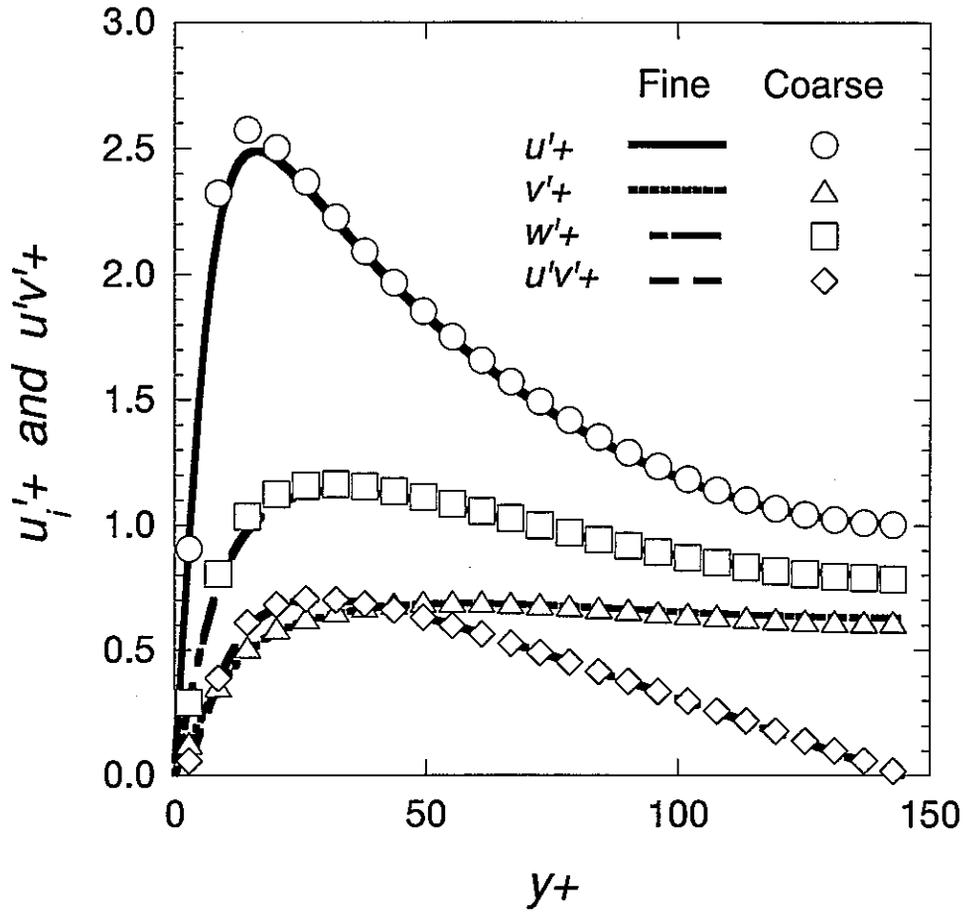


Fig. 6.1.5 Influence of mesh numbers on Reynolds stress predictive capability

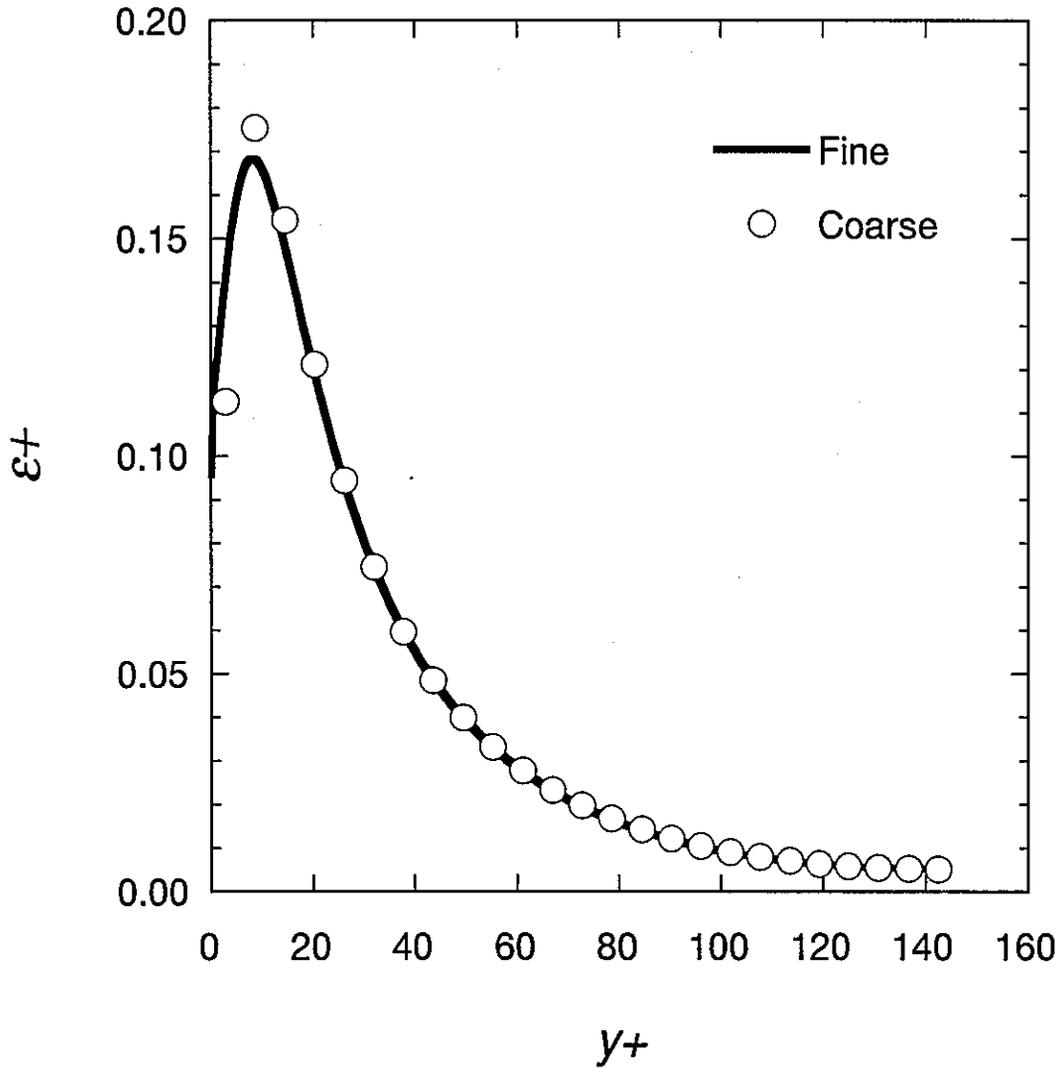


Fig. 6.1.6 Influence of mesh numbers on ϵ predictive capability

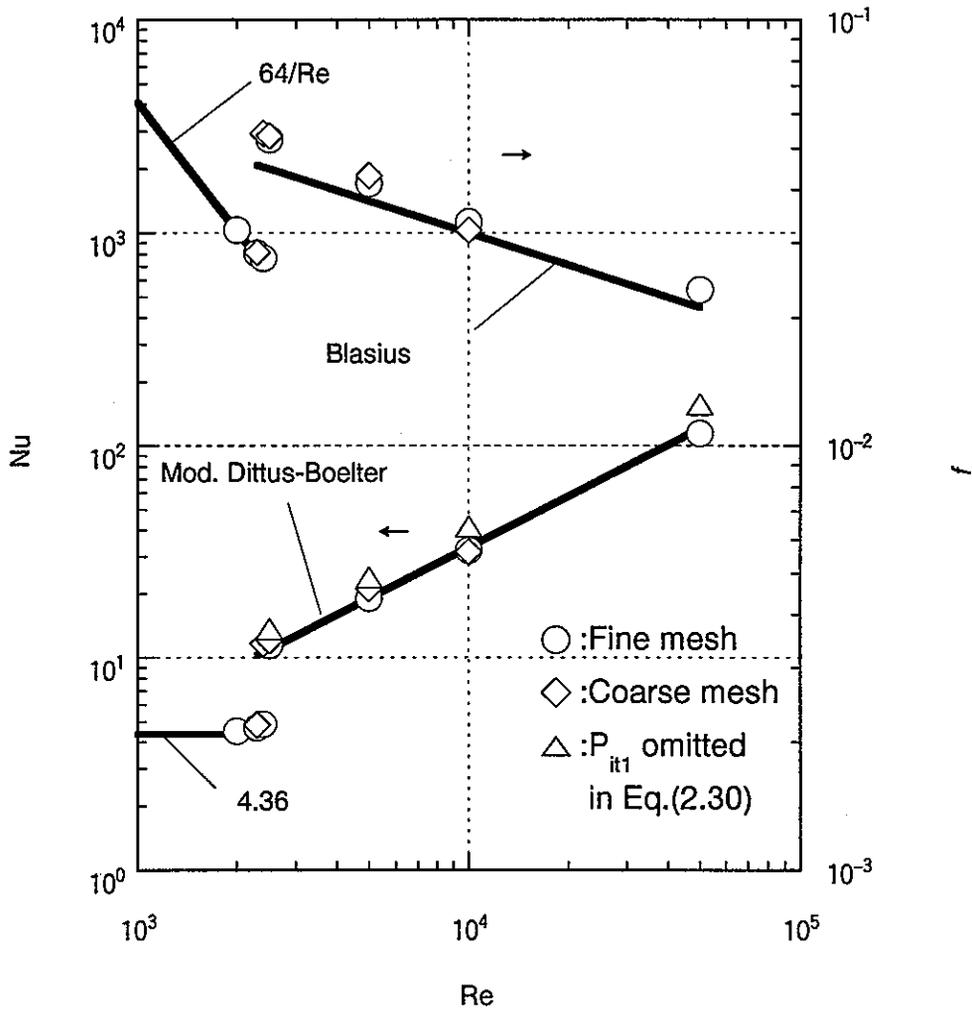


Fig. 6.2.1 Influence of mesh numbers and modeling of the flux equations on calculated friction factors and Nusselt numbers