

CIP法による熱流動解析に関する調査

1996年9月

動力炉・核燃料開発事業団
大洗工学センター

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせ下さい。

〒311-13 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団

大洗工学センター

システム開発推進部・技術管理室

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to: Technology Management Section, O-arai Engineering Center, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation 4002 Narita-machi, O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-Ken 311-13, Japan.

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation) 1996

CIP 法による熱流動解析に関する調査

土井 禎浩*

要 旨

双曲型微分方程式の解法として提案された CIP (Cubic Interpolated Pseudo-particle) 法は、移流方程式に対する数値拡散が少ない解法として近年注目されている。また、CIP 法を用いた解析手法 C-CUP (CIP and Combined, Unified Procedure) 法は、圧縮・非圧縮を同時に解析できること、相変化および混合問題等を解析できることから従来は解析が困難であるとされてきた問題、例えば、非圧縮性流れから圧縮性流れまでの連続解法や溶融などの相変化を伴う解析に適用されはじめています。

本報告は CIP 法の高速度炉分野における熱流動解析への適用性を検討するため、非圧縮性および圧縮性流体の支配方程式を整理し、CIP 法の特徴、C-CUP 法の計算手順および解析例について調査したものである。

CIP 法および C-CUP 法を調査した結果、CIP 法は、1 階線形の変曲型微分方程式の解法で、熱流体の支配方程式における移流方程式を解くために格子点間の変数を 3 次関数で補間し、変数と変数の 3 次補間式の微分値を移流させる手法であることがわかった。この方法は状態の急激な変化を捕らえることが可能であり、数値拡散による解の劣化を抑制できる。また、C-CUP 法は、熱流体の支配方程式を非移流項と移流項に分離し、移流項の計算に CIP 法を適用し、非移流項の計算には差分法を用いて解を求める計算手法である。この方法は CIP 法を用いることにより解の急激な変化に対して安定な計算が行えるという長所を持つが、非保存形表示の支配方程式を用いるため、質量保存は必ずしも保証されないという欠点を持つ。

解析への適用例としては、CIP 法と C-CUP 法が、急激な密度変化に対して計算が安定であること、物体表面の記述性に優れている等の特徴から、相変化 (溶融、凝固、蒸発など) を伴う現象や密度の異なる流体が混合する現象、固体壁の移動を扱う問題などが解析されており、これらの概要についてまとめた。

* 大洗工学センター 基盤技術開発部 熱流体技術開発室

Study of thermal-hydraulic analyses with CIP method

Yoshihiro Doi*

Abstract

New type of numerical scheme CIP has been proposed for solving hyperbolic type equations and the CIP is focused on as a less numerical diffusive scheme. C-CUP method with the CIP scheme is adopted to numerical simulations that treat compressible and incompressible fluids, phase change phenomena and Mixture fluids.

To evaluate applicabilities of the CIP scheme and C-CUP method for thermal hydraulic analyses related to Fast Breeder Reactors (FBRs), the scheme and the method were reviewed. Feature of the CIP scheme and procedure of the C-CUP method were presented.

The CIP scheme is used to solve linear hyperbolic type equations for advection term in basic equations of fluids. Key issues of the scheme is that profile between grid points is described to solve the equation by cubic polynomial and spatial derivatives of the polynomial. The scheme can capture steep change of solution and suppress numerical error. In the C-CUP method, the basic equations of fluids are divided into advection terms and the other terms. The advection terms is solved with CIP scheme and the other terms is solved with difference method. The C-CUP method is robust for numerical instability, but mass of fluid will be in unfair preservation with non-conservative equations for fluids.

Numerical analyses with the CIP scheme and the C-CUP method has been performed for phase change, mixture and moving object. These analyses are depend on characteristics of that the scheme and the method are robust for steep change of density and useful for interface tracking.

* Thermalhydraulic Research Section, Advanced Technology Division, OEC, PNC

目 次

第1章 緒 言	1
第2章 熱流体の支配方程式	2
2.1 非圧縮性、非粘性の熱流体	2
2.2 圧縮性、非粘性の熱流体	3
2.3 非圧縮性、層流の熱流体	4
2.4 圧縮性、層流の熱流体	5
第3章 双曲型微分方程式とその解法	7
3.1 基礎式の型	7
3.2 線形移流方程式の解法	8
第4章 CIP法とC-CUP法	10
4.1 CIP法	10
4.2 C-CUP法	11
4.3 C-CUP法とICE法の比較（圧縮性の場合）	12
4.4 C-CUP法とSIMPLEST-ANL法の比較（非圧縮性の場合）	15
第5章 解析例の調査	18
第6章 高速炉における伝熱流動現象への適用	20
6.1 高速炉の伝熱流動現象	20
6.2 CIP法の適用性	20
6.3 CIP法を適用する際の課題	21
第7章 結 言	22
謝 辞	23
参考文献	24
添付資料1: 単独2階双曲型微分方程式の連立1階線形への変換	35
添付資料2: 文献調査	37

表リスト

表 2.1 流体の種類と支配方程式	24
表 付 2.1 文献調査表	35

図リスト

図 2.1 非圧縮性・非粘性流体の検査体積への質量、運動量の出入り	27
図 2.2 圧縮性・非粘性流体の検査体積への質量、運動量の出入り	27
図 2.3 非圧縮性・粘性流体（層流）の検査体積への質量、運動量の出入り	28
図 2.4 圧縮性・非粘性流体（層流）の検査体積への質量、運動量の出入り	28
図 3.1 1次風上差分法	29
図 3.2 Lax-Wendroff 法 (Leith 法)	30
図 4.1 格子点上での時刻による密度の変化	31
図 4.2 CIP 法による密度の計算	32

第1章 緒 言

従来の高速炉分野で使用される熱流動解析コードの多くは保存形の支配方程式を用いている。これは連続の式において保存形表示の特徴（質量保存）が解析結果の精度を確認する上で特に顕著に生かされるためである。一方、保存性を備えた方法がより精度の高い方法である⁽¹⁾と言われており、非保存形の方程式を用いた熱流動解析はほとんど適用例がなかった。

矢部らは、双曲型微分方程式の解法として CIP(Cubic Interpolated Pseudo-particle) 法⁽²⁾を提案し、さらに非保存形の支配方程式を移流項と非移流項に分離し、移流項に CIP 法を用いた数値拡散の少ない解析手法 C-CUP(CIP and Combined, Unified Procedure)⁽³⁾ 法を開発した。現在、この CIP 法を用いた C-CUP 法は、圧縮性流体・非圧縮性流体、相変化および混合問題等の従来は困難であるとされてきた解析を可能にし、様々な分野に適用されはじめている。

本報告書は、CIP 法の高速炉分野における熱流動解析への適用性を検討するため、非圧縮性および圧縮性の支配方程式を整理するとともに、CIP 法の特徴、C-CUP 法の計算手順および適応例について調査するものである。

第2章 熱流体の支配方程式

CIP法は非保存形の熱流体の支配方程式を用いる手法である。本章では、熱流動解析で用いられる支配方程式⁽⁴⁾について保存形と非保存形表示をまとめた。非圧縮性、圧縮性および非粘性、粘性流体の支配方程式について記述するが、粘性流体は層流の条件である。

なお、各変数は以下とする。

e : 内部エネルギー	E : エネルギー
f : 物体力	p : 圧力
q : エネルギー流束	v : 速度
x : 座標	t : 時間
T : 温度	ρ : 密度
λ : 熱伝導率	μ : せん断粘性係数
μ_v : 体積粘性係数	

2.1 非圧縮性、非粘性の熱流体

流れの速度音速よりも極めて低ければ、圧力変化に伴う密度の変化は無視できるので、密度の変化は温度変化によるものだけを考えればよい。この場合には、流体は非圧縮性として扱うことができる。さらに、翼のまわりの流れなどでは、粘性の影響が支配的な境界層は翼表面のごく薄い領域に限定されるため、流れの大部分は非粘性流れとして扱うことができる。図 2.1 に非圧縮性、非粘性の熱流体における検査体積への質量、運動量の出入りを示す。一般基礎式は以下のとおり。

・連続の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) \quad (2.1)$$

・運動の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = f_i \quad (2.2)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial e}{\partial t} + v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} - \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.3)$$

非圧縮性、非粘性の条件では温度による密度変化が小さく、粘性係数が0で熱伝導率も0と考えられる場合が多い。また、物体力を考慮しないと、式(2.1)から(2.3)は以下のように表される。

・連続の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

・運動の式

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + v_i \frac{\partial \Gamma}{\partial x_i} = 0 \quad (2.6)$$

2.2 圧縮性、非粘性の熱流体

圧縮性の熱流体では、圧力変化に伴う密度の変化を考慮する。質量の保存については、図 2.2 のような検査体積における質量の出入りを考える。運動の式は検査体積の表面を通して流れにより流入する量の他に、表面に働く圧力による力を考慮する。エネルギーの保存については、表面からの流入に加えて、表面を介して圧力がなす仕事と熱伝導によるエネルギー流束を考慮する。一般基礎式を以下に示す。

・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

・運動の式

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.8)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho E v_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

式(2.7)から(2.9)は従属変数が全て微分演算子の中に現れる保存形表示であるが、運動の式から連続の式と速度の積を引いて整理すると、連続の式、運動の式およびエネルギー式に対して従属変数の一部を微分演算子の外に出すことができる。これを非保存形表示という⁽⁴⁾。CIP法ではこの非保存形表示の式を用いる。非保存形表示は、流れに乗った移動座標

系での時間微分 $\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right)$ を使用する。ここでの非保存形のエネルギー式は内部エネルギー e

を演算子とした。

・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (2.10)$$

・運動の式

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.11)$$

・エネルギーの式

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = -p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.12)$$

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

さらに、粘性係数が0で熱伝導率も0と考えられる場合には、式(2.12)は

$$\frac{\partial e}{\partial t} + v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.13)$$

と表せる。

保存形表示と非保存形表示は、数学的には全く等価である。

2.3 非圧縮性、層流の熱流体

非圧縮性流体では、密度 ρ は圧力 p による変化が小さいので、連続の式は非圧縮性、非粘性流体の場合と同じになる。運動の式には図 2.3 に示すような粘性力と物体力が加えられる。この粘性力と物体力のために層流の場合の支配方程式は、非粘性の場合に比べて複雑になる。非圧縮性、層流の場合の保存形表示での支配方程式は以下となる。

・連続の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.14)$$

・運動の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_i v_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + f_i \quad (2.15)$$

$$\therefore \tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \text{である。}$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial}{\partial t} E + \frac{\partial}{\partial x_i} E v_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i) + \nu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + f_i v_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.16)$$

τ は粘性応力、 μ は粘性係数を表す。

非圧縮性、層流の熱流体の場合にも 2.2 非圧縮性、非粘性の熱流体の場合と同様に非保存形表示が得られ、

・連続の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.17)$$

・運動の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + f_i \quad (2.18)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial e}{\partial t} + v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \nu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.19)$$

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

となる。

2.4 圧縮性、層流の熱流体

圧縮性の熱流体では、圧力変化に伴う密度の変化を考慮するので、連続の式は 2.2 圧縮性・非粘性の熱流体の場合と同じ式になる。運動の式には図 2.4 に示すような検査体積の表面を通して、流れにより流入する運動量と、表面に働く圧力、粘性力および物体力を考慮する必要がある。エネルギーの保存については、表面からの流入に加えて、粘性力が表面を介してなす仕事、体積力がなす仕事および表面を通して流れ込む熱エネルギーを考慮する。保存形表示の場合の一般基礎式を以下に示す。

・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.20)$$

・運動の式

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \tau_{ij} + \rho f_i \quad (2.21)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho E v_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} v_i) + \rho f_i v_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.22)$$

また、非保存形表示は、

・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (2.23)$$

・運動の式

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i \quad (2.24)$$

・エネルギーの式

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = -p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.25)$$

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

となる。ここに粘性応力 τ_{ij} は

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \left(\mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (2.26)$$

である。

表 2.1 に各流体に対する連続の式、運動の式およびエネルギー式をまとめる。各流体に対する連続の式は、圧縮性流体と非圧縮性流体で異なるが、非粘性、層流（粘性）で差異はない。運動の式においては、非圧縮性流体では密度 ρ の圧力による変化は小さいので、温度のみによる変化を考え、物性値として扱うことができ、保存形、非保存形にかかわらず ρ を微分演算子の外に出すことができる。圧縮性流体では ρ が圧力により変化するため、保存形表示では微分演算子の中にこれを置くことになるが、非保存形表示を用いれば ρ を微分演算子の外に出すことができる。エネルギー式に関しても ρ は運動の式と同様の扱いとなる。

第3章 双曲型微分方程式とその解法

CIP法は双曲型微分方程式の解法として提案されたものである⁽²⁾。本章では、線形移流方程式を例に1階線形双曲型微分方程式の解法について説明する。

3.1 基礎式の型

第2章 熱流体の支配方程式で示した基礎式は、その式の形により楕円型、双曲型および放物型に分けられる⁽⁵⁾。

楕円型、双曲型および放物型の基本的区別は、 $a, b, c > 0$ とするとき

$ax^2 + by^2 = c$ は楕円の方程式、

$ax^2 - by^2 = c$ は双曲線の方程式、

$ax^2 - by = c$ は放物線の方程式である。これに習って、 $a, b > 0$ のとき

$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = c$ の形の方程式を楕円型、

$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = c$ の形の方程式を双曲型、

$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b \frac{\partial u}{\partial y} = c$ の形の方程式を放物型という。

ここでは双曲型微分方程式の解法について述べる。楕円型、放物型の解法については参考文献(5)に詳しく記述されている。

CIP法は $a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = c$ の双曲型微分方程式の解法であるが、単独2階の形式では

なく1階線形の形式を対象としている。単独1階の双曲型微分方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + a \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

と表される。単独2階の双曲型微分方程式の単独1階への変形を添付資料1示した。

(3.1)式の形は圧縮性流体の非保存形表示における連続の式¹ ((2.10)式)

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial x}$ から非移流項の $-\rho \frac{\partial v}{\partial x}$ を無視した、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

の形と同じである。(3.2)式は密度 ρ に対する線形移流方程式と呼ばれる。

¹ 添字は省略した。

3.2 線形移流方程式の解法

CIP法による線形移流方程式の解法については第4章で述べるが、CIP法との比較のために1次風上差分法⁽⁵⁾とLax-Wendroff⁽⁵⁾²法による線形移流方程式の解法について述べる。

(1) 1次風上差分法

(3.2)式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$ ($v > 0$) の差分表示は、

$$\frac{\rho_j^{n+1} - \rho_j^n}{\Delta t} + v \frac{\rho_j^n - \rho_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (3.3)$$

であり、書き直すと

$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n - v \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (\rho_j^n - \rho_{j-1}^n) \quad (3.4)$$

となる。従って、時刻 $n+1$ ステップの位置 j における密度 ρ_j^{n+1} はステップ n の時の位置 $j-1$ と j の密度から求めることができる。これを模式的に表したのが図3.1である。

図3.1はある密度の分布が速度 v ($v > 0$)で移動する様子を示したものである。(3.4)

式の $v \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)$ はクーラン数と言われ、このクーラン数が1の時には、図3.1の初期の密

度分布は時間 Δt の間に Δx 移動(図3.1の1グリッドずつ移動)するので、常に初期の分布を保ち続けることができる。しかし、クーラン数を常に1に取ることはできない³。クーラン数が1でない時、例えば、図3.1(1)に示すある初期ステップの密度が、1ステップ後に図3.1(2)の白丸で示される位置に移動した場合を考える。この時、格子上的密度は黒丸で示される値となる。格子上的黒丸どうしを直線で結ぶ(すなわち1次式で近似する)と初期の $j-1$ と j の間の傾きは、図3.1(2)に示すとおり初期のものよりもゆるやかになり、図3.1(3)の2ステップ目ではさらにゆるやかとなり、誤差を生じることがわかる。

(2) Lax-Wendroff 法

Lax-Wendroff法は、図3.1での格子上的値の関係を1次式ではなく、2次式で近似したもののみなすことができる。この方法での時刻 $n+1$ ステップの位置 j における密度 ρ_j^{n+1} は、

²Leith法とも言う⁽⁵⁾。

³クーラン数が1より大きい場合には安定条件を満足しないので、この値が1より小さくなるように Δt を調整する⁽⁶⁾。

$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n - \frac{1}{2}v \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (\rho_j^n - \rho_{j-1}^n) + \frac{1}{2}v^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (\rho_{j+1}^n - 2\rho_j^n + \rho_{j-1}^n) \quad (3.15)$$

である。2次式で近似すると図3.2に示すように格子点間の傾きは初期の傾きに近いが、値が急変するところでオーバーシュートを生じ⁽⁹⁾、誤差を生じる。QUICK法⁽⁷⁾も基本的には格子上の値を求めるために上流側2点、下流側1点の計3点から2次曲線内挿を行うため同様な誤差を生じる⁽⁶⁾。

第4章 CIP法とC-CUP法

4.1 CIP法

CIP法は着目格子点とその上流側に隣接する格子点における値から、連続的な分布を3次多項式により補間する方法であり、その分布が時間 Δt の間、着目格子点における移流速度で移動したと想定して値を更新する。この時、3次多項式の空間微分を求め、空間微分の値も移流速度で移動させ数値拡散を抑制する。

4.1.1 移流方程式への適用

ここでは、3.2線形移流方程式の解法で述べたのと同じく、圧縮性流体の非保存形表示における連続の式を例にCIP法の特徴である3次多項式による近似と空間微分について説明する⁽⁸⁾。

密度 ρ に対する線形移流方程式は、(3.2)式で

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

である。(4.1)式の解は、密度 ρ が速度 v で移動するだけである。仮にある時刻における各位置での密度を図4.1(1)のように仮定すれば、速度 v で移動した後の密度プロファイルは図4.1(2)である。しかし、これを格子点上にプロットしたものは図4.1(3)となり、初期のプロファイルの形は崩れる。このように変数の値を格子点上で定義する場合、プロファイルの形は保存されず数値拡散が起こることは3.2線形移流方程式の解法で述べた。図4.1(3)は移動後の格子点を線形で補間した場合で3.2節(1)の1次風上差分である。

CIP法は格子間の近似を変数(ここでは密度 ρ)の空間微分を用いて、格子間のプロファイルを定義し、誤差を低減しようとしたものである。(4.1)式の微分は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + v \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = - \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \quad (4.2)$$

である。速度 v が一定ならば(4.2)式の右辺は0であるから、 $\frac{\partial \rho}{\partial x} = g$ と置いて

$$\frac{\partial g}{\partial t} + v \frac{\partial g}{\partial x} = 0 \quad (4.3)$$

となり、(4.1)式と(4.3)式は同じ形になる。このことは、密度の空間微分 g も速度 v で移動できることを示している。密度 ρ と密度の空間微分 g の両方を移動させれば、速度 v で移動した後のプロファイルは図4.1(4)に示すような形になり、(4.1)式の方程式が小さな数値誤差で計算できることが予想できる。

数値的には、図4.2に示すように、 n ステップでの格子点間(i と $i-1$ 間)のプロファイルを3次多項式 $R(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ で表し、与えられた値 ρ_j 、 g_j 、 ρ_{j-1} 、 g_{j-1} から a 、 b 、 c 、 d を求める。今、 i の x 座標を0とし、 i と $i-1$ 間の距離を Δx と

すれば、 a 、 b 、 c 、 d は、

$$a = \frac{2(\rho_{i-1} - \rho_i)}{(\Delta x)^3} + \frac{(g_{i-1} + g_i)}{(\Delta x)^2}$$

$$b = \frac{3(\rho_{i-1} - \rho_i)}{(\Delta x)^2} + \frac{2g_{i-1} + g_i}{\Delta x} \quad (4.4)$$

$$c = g_i$$

$$d = \rho_i$$

となる。このプロファイルが正の速度 v で、時間 Δt 移動したステップ $n+1$ における位置 $x (=v\Delta t)$ での ρ^{n+1} と g^{n+1} は、

$$\rho^{n+1} = R(v\Delta t) = a(v\Delta t)^3 + b(v\Delta t)^2 + c(v\Delta t) + d \quad (4.5)$$

$$g^{n+1} = \frac{d}{dx} R(v\Delta t) = 3a(v\Delta t)^2 + 2b(v\Delta t) + c \quad (4.6)$$

とあらわされる。

4.2 C-CUP 法

C-CUP 法では、非移流項を含む支配方程式を解くために、移流項を含む式と非移流項を含む式を分離し、前者の式を先に解き、その中間解を用いて非移流項を含む式を差分により計算する分離解法を使用する。非移流項を含む方程式への CIP 法の適用を圧縮性流体の非保存形表示での連続の式を用いて説明する。

4.1.1 の移流方程式へ適用では(2.10)式の $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial x}$ から非移流項 $-\rho \frac{\partial v}{\partial x}$ を

除いた(4.1)式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$ を CIP 法により解く方法を示した。ここでは非移流項

$-\rho \frac{\partial v}{\partial x}$ を考慮して(2.10)式を解く方法を示す。(2.10)式を

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -v \frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.6)$$

と書き表わす。ここで、(4.6)式の左辺と右辺第1項による式を移流フェーズと呼び、左辺と右辺第2項で成り立つ式を非移流フェーズと呼ぶことにする。従って、移流フェーズの式は

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} = -v^* \frac{\partial \rho^*}{\partial x} \quad (4.7)$$

であり、(4.1)式の移流方程式となって CIP 法が適用できる。一方、非移流フェーズの式は

$$\frac{\partial \rho^{**}}{\partial t} = -\rho^{**} \frac{\partial v^{**}}{\partial x} \quad (4.8)$$

である。添字*と**は(4.6)式の ρ 、 v ではないことを表している。CIP 法では先に

移流フェーズの(4.7)式を解き、 ρ^* 、 v^* を求め、 ρ^* 、 v^* を初期値として非移流フェーズの ρ^{**} 、 v^{**} を求める分離解法を使用する。(4.8)式の非移流フェーズの計算は従来の差分法で行われる。この支配方程式を移流フェーズと非移流フェーズに分離し、移流項にCIP法を適用し、非移流フェーズに差分法を用いて解を求める方法をC-CUP法と呼んでいる⁽³⁾。

4.3 C-CUP法とICE法の比較(圧縮性の場合)

1次元の圧縮性、非粘性流体の数値計算についてCIP法を用いたC-CUP法による手法とICE法による手法を比較し、圧縮性の場合のC-CUP法の特徴を整理する。ICE法による手法についてはSOLA-ICE⁽¹⁰⁾法を比較の対象とする。

4.3.1 C-CUP法

C-CUP法で対象とする支配方程式は、2.2 圧縮性、非粘性の熱流体で示した非保存形の表示式(2.10)、(2.11)および(2.12)式から、

・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.9)$$

・運動の式

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v_i \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.10)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} = -\gamma p \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.11)$$

$$\text{ただし、} \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

である。(4.3)式は(2.12)式に理想気体の状態方程式 $p = \rho RT$ およびポロトロピック気体の仮定から内部エネルギーを $e = C_v T$ として得られる。ここに R はガス定数、 C_p は定圧比熱、 C_v は定積比熱である。従って、C-CUP法におけるエネルギー式の従属変数は圧力 p である。

C-CUP法の計算手順を以下に示す。

①C-CUP法は分離解法を使用する。まず、運動の式(4.2)の移流フェーズの式

$$\frac{v^{**} - v^*}{\Delta t} \equiv -v^n \frac{\partial v^n}{\partial x} \quad (4.12)$$

を解き v^{**} を求める。

②同様に連続の式、エネルギーの式における移流フェーズの式から p^{**} 、 ρ^{**} 、 T^{**} を求

める⁴。

- ③流速 v に対して数値粘性項を追加し、 v^* を v^* に更新する。
- ④圧力 p に対する数値粘性項を追加し、 p^* を p^* に更新する。
- ⑤非移流フェーズは差分式により解く。エネルギーの式(4.3)の左辺第2項を除いて

$$\frac{p_i^{n+1} - p_i^*}{\Delta t} = \gamma p_i^* \frac{v_{i+1/2}^{n+1} - v_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.13)$$

同様に運動の式(4.2)について

$$\frac{v_{i+1/2}^{n+1} - v_{i+1/2}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_{i+1/2}^*} \frac{p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.14)$$

および

$$\frac{v_{i-1/2}^{n+1} - v_{i-1/2}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_{i-1/2}^*} \frac{p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.15)$$

を得る。

- ⑥(4.13)、(4.14)および(4.15)式を連立させ
- $$ap_i^{n+1} = bp_{i-1}^{n+1} + cp_{i+1}^{n+1} + d \quad (4.16)$$

の圧力方程式を解いて p^{n+1} を求める。

- ⑦ p^{n+1} を(4.14)(または(4.15))式に代入し、 v^{n+1} を求める。

- ⑧連続の式(4.1)の非移流フェーズについて離散化し、

$$\frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^*}{\Delta t} = -\rho_i^* \frac{v_{i+1/2}^{n+1} - v_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.17)$$

から ρ^{n+1} を求める。

4.3.2 SOLA-ICE 法

SOLA-ICE 法で対象とする支配方程式は、2.2 圧縮性、非粘性の熱流体で示した(2.7)、(2.11)および(2.12)式から、

・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0 \quad (4.18)$$

・運動の式

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v_i \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.19)$$

・エネルギーの式

⁴ 最新の C-CUP 法では移流フェーズの式を先に計算し、非移流フェーズの式を解く。この順序の方が誤差の小さいことが確かめられている⁽⁸⁾。

$$\frac{\partial e}{\partial t} + v \frac{\partial e}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} p \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.20)$$

である。連続の式(4.10)は保存形表示であり、エネルギーの式(4.12)の従属変数が内部エネルギー e であることがC-CUP法で用いる方程式と異なっている。

SOLA-ICE法の計算手順を以下に示す。

- ① SOLA-ICE法においては、まず、運動の式(4.11)について差分式を考える。この時、移流項のみを考慮した時間進行を行い、中間流速 \bar{v} を下式から求める。

$$\frac{\bar{v}_{i+1/2} - v_{i+1/2}^n}{\Delta t} + v_{i+1/2}^n \frac{\partial v^n}{\partial x} \Big|_{i+1/2} = -\frac{1}{\rho_{i+1/2}^n} \frac{\partial p^n}{\partial x} \Big|_{i+1/2} \quad (4.21)$$

- ② 連続の式(4.10)、運動の式(4.11)およびエネルギーの式(4.12)の非移流フェーズに関する式

$$\frac{\bar{\rho}_i - \rho_i^n}{\Delta t} = -\bar{\rho}_i \frac{v_{i+1/2}^{n+1} - v_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.22)$$

$$\frac{v_{i+1/2}^{n+1} - \bar{v}_{i+1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_{i+1/2}^n} \frac{\delta \bar{p}_{i+1} - \delta \bar{p}_i}{\Delta x} \quad (4.23)$$

$$\frac{\bar{e}_i - e_i^n}{\Delta t} = \frac{\bar{p}_i}{\rho_i} \frac{v_{i+1/2}^{n+1} - v_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.24)$$

を状態方程式

$$\bar{p}_i = \bar{\rho}_i R T \quad (4.25)$$

$$\bar{e}_i = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\bar{p}_i}{\bar{\rho}_i} \quad (4.26)$$

と連立させて \bar{p} (advanced pressure)と最終的な速度場 v^{n+1} を求める。ここに δp は各セルの圧力の変化量である。

- ③ 連続の式(4.10)を離散化した以下の式

$$\frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^n}{\Delta t} + \frac{v_{i+1/2}^{n+1} \rho_{i+1/2}^n - v_{i-1/2}^{n+1} \rho_{i-1/2}^n}{\Delta x} = 0 \quad (4.27)$$

から ρ^{n+1} を求める。

- ④ エネルギーの式(4.12)を離散化した以下の式

$$\frac{e_i^{n+1} - e_i^n}{\Delta t} + v_i^{n+1} \frac{\partial e}{\partial x} \Big|_i = -\frac{\bar{p}}{\rho_i^{n+1}} \frac{v_{i+1/2}^{n+1} - v_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta x} \quad (4.28)$$

から e^{n+1} を求める。

C-CUP法とSOLA-ICE法の計算手法の主な相違は以下のようになる。

- ・ C-CUP法では非保存形表示の連続の式を用い、SOLA-ICE法では保存形表示の連続の

- 式を用いる。従って、C-CUP 法では質量保存が保証されない。
- ・C-CUP 法ではエネルギー式の従属変数に圧力 p を用い、SOLA-ICE 法では内部エネルギー e を用いる。
- ・C-CUP 法、SOLA-ICE 法ともに運動の式に対して分離解法を用いる。SOLA-ICE 法では最後に連続の式とエネルギーの式は全式（移流フェーズ、非移流フェーズを別々に解くのではなく）を解く。
- ・C-CUP 法では移流フェーズの計算に CIP 法を用いる。

4.4 C-CUP 法と SIMPLEST-ANL 法の比較（非圧縮性の場合）

非圧縮性、層流の熱流体の数値計算について CIP 法による手法と SIMPLEST-ANL⁽⁷⁾法による手法を比較し、非圧縮性の場合の CIP 法の特徴を整理する⁵。

4.4.1 C-CUP 法

CIP 法は圧縮性、非圧縮性の区別なく解析を行うことを指向しているため、非圧縮性・層流の場合における支配方程式は以下の(2.23)、(2.24)および(2.25)式から導かれる圧縮性・層流の式を用いる。

- ・連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (4.21)$$

- ・運動の式

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i \quad (4.22)$$

- ・エネルギーの式

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} = -\gamma p \frac{\partial v}{\partial x} - (\gamma - 1) \left(\tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \right) \quad (4.23)$$

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

4.3.1 項の(4.9)から(4.11)の圧縮性・非粘性の支配方程式と比較すると連続の式は同じであり、相違点は運動の式とエネルギーの式に物体力、粘性力および熱伝導による項が含まれる点である。従って、CIP 法による非圧縮性・層流の熱流体に対する計算手順は、非移流フェーズの計算における運動の式の粘性項、物体力とエネルギーの式の粘性項、熱伝導項がそれぞれ離散化され加えられるものであって、移流フェーズの計算手順および同計算に CIP 法を適用することには変わりはない。CIP 法による計算手順は以下のとおりである。

⁵ 離散化式の比較は行わず手順のみ比較した。

- ①CIP法により移流フェーズの式を解き、速度、密度および圧力を求める。
- ②求めた圧力によって速度、密度を更新する。
- ③運動の式の粘性項による時間進行を行い、速度を更新する。
- ④エネルギーの式の熱伝導項による時間進行を行い、圧力を更新する。
- ⑤圧力に関するポアソン方程式を解く。
- ⑥非移流フェーズの式を解き、速度、密度および圧力を求める。

4.4.2 SIMPLEST-ANL 法

SIMPLEST-ANL 法で対象とする支配方程式は、2.3 非圧縮性、層流の熱流体で示した(2.14)、(2.15)および(2.16)式から得られる以下の式である。

・連続の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.24)$$

・運動の式

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_i v_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + f_i \quad (4.25)$$

・エネルギーの式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (h v_i) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{\rho} \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (4.26)$$

ここに h はエンタルピー $h \equiv e + p/\rho$ である。

(4.24) から (4.26) は全て保存形表示である。

SIMPLEST-ANL 法の計算手順を以下に示す⁽⁷⁾。

- ①圧力に関するポアソン方程式を解く。
- ②運動の式に①で求めた圧力を代入し、速度を計算する。
- ③エネルギーの式の係数を②で求めた速度を用いて設定する。
- ④エネルギーの式を解く。
- ⑤収束判定を行う。
- ⑥収束条件を満足するまで反復計算を行う。

C-CUP 法と SIMPLEST-ANL 法の計算手順の主な相違を以下に示す。

- ・C-CUP 法では非保存形表示の連続の式を用い、SIMPLEST-ANL 法では全て保存形表示の式を用いる。従って、C-CUP 法では質量保存が保証されない。
- ・C-CUP 法ではエネルギー式の従属変数に圧力 p を用い、SIMPLEST-ANL 法ではエンタルピー h を用いる。
- ・C-CUP 法では分離解法を用いるが、SIMPLEST-ANL 法では全式（移流フェーズ、非移流フェーズを別々に解くのではなく）を解く。

・C-CUP 法では反復計算を行わない。

CIP 法および C-CUP 法の計算手法および計算手順を検討した結果、得られた知見を以下にまとめる。

- ① CIP 法は 1 階線形の変曲型微分方程式の解法である。
- ② CIP 法は熱流体の支配方程式における移流方程式を解くために用いられる。
- ③ CIP 法では変数を 3 次関数で補間する。
- ④ CIP 法では変数と変数の 3 次補完式の微分値を移流させる。
- ⑤ C-CUP 法では熱流体の支配方程式を非移流項と移流項に分離して解を求める。
- ⑥ C-CUP 法では移流フェーズを先に計算し、非移流フェーズを計算する。
- ⑦ CIP 法では非保存形表示の式を用いるため、質量保存が保証されない。

第5章 解析例の調査

本章ではCIP法を用いた数値計算について文献調査した結果をまとめる。解析例はCIP法の開発者である東京工業大学の矢部教授が主催するCIPUS(CIP User's Society)で発表されたものを中心に調査した。解析例の調査表を添付資料2にまとめた。

CIP法を用いた解析は、

- ・ 固体、液体、気体の相変化を伴う現象の解析
- ・ 固体壁の移動による流れの解析
- ・ 圧縮性流体の解析
- ・ 多相流に関する解析
- ・ 混合および反応に関する解析

に分けられる。C-CUP法により計算された場合と移流項の計算にCIP法だけを用いている場合があるが、その詳細については添付資料に示す。

固体、液体、気体の相変化を伴う現象の解析では、「CIP法の溶接過程のシミュレーション⁽¹¹⁾」、「CIP法の鑄造シミュレーションへの応用⁽¹²⁾」、「Anomalous Crater Formation in Pulsed-Laser-Illuminated Slab and Debris Distribution⁽¹³⁾」があり、CIP法が急激な密度変化に対して頑強(Robust)であるという特徴を利用して相変化を合わせて解析したものである。固体壁の移動による流れの解析は、「高速エレベータの流れ解析⁽¹⁴⁾」、「圧縮ガスによる飛翔体加速シミュレーション⁽¹⁵⁾」、「Efficient Model for Suspension Flow⁽¹⁶⁾」があり、これはCIP法が境界をシャープに捕らえられるという特徴を利用している。圧縮性流体の解析による衝撃波を解析した例では「気泡崩壊を利用した腎臓結石破碎のシミュレーション⁽¹⁷⁾」、「CIP法による極超音速粘性流解析とその評価⁽¹⁸⁾」があるが、非圧縮性から圧縮性を連続に扱う必要がなければ、圧縮性流体の解析は従来のTVD法で十分な精度が得られることが示されている。多相流の解析では「電場における気泡成長の数値解析(VOF法とCIP法の比較)⁽¹⁹⁾」、「移流項にCIP法を用いた気泡流の三次元数値解析⁽²⁰⁾」があるが、これらはいわゆる二相流解析ではなく個々の気泡を追跡したものである。さらに、混合および反応に関する解析では「CIP法による混合層の反応動力学直接シミュレーション⁽²¹⁾」[Numerical Analysis of the Diffusion Process of Intake Mixture in Dual-Intake Valve Engines⁽²²⁾]がある。これらは濃度の異なる流体の境界を精度良く捕らえるという点においてCIP法の特徴が生かされている。

以上の解析例の調査からCIP法は、

- ①相変化(溶融、凝固、蒸発など)を伴う解析に適している。
- ②急激な密度変化や密度の異なる流体が混合する解析に適している。
- ③固体壁の移動がある解析に適している。

と考えられる。また、混層流の解析では個々の気泡を評価した例しかなく、圧縮性流

体のみを扱う解析では TVD 法と同等の性能であることから、二相流解析や圧縮性流体のみの解析の場合には従来の手法が有効であると考えられる。

第6章 高速炉における伝熱流動現象への適用

第4章 CIP法とC-CUP法、第5章 解析例の調査から伝熱流動解析へCIP法を適用する解析として、相変化（溶融、凝固、蒸発など）、急激な密度変化や密度の異なる流体が混合する場合および固体壁の移動があげられる。以下ではCIP法の高速炉分野における熱流動解析への適用性を検討する。

6.1 高速炉の伝熱流動現象

高速炉の伝熱流動現象は通常運転時、自然循環除熱時、異常事象および安全評価について、代表的なものとして以下が検討されている⁽²³⁾。

(1) 通常運転時

- ・ワイヤスペーサ型燃料集合体の流速及び温度分布
- ・炉心出口近傍のサーマルストライピング
- ・自由液面の揺動と気泡巻き込み

(2) 自然循環除熱時

- ・炉容器上部プレナム内の冷却材温度成層化
- ・炉心内燃料集合体間の熱移行及び流量再配分による径方向温度分布の平坦化
- ・燃料集合体内の流量再配分による燃料被覆管ピーク温度の低下
- ・燃料集合体内への低温冷却材の潜り込みによる自然循環力の低下
- ・燃料集合体間ギャップ流れ（インターラッパーフロー）による炉心冷却効果

(3) 異常事象

- ・燃料集合体内の局所閉塞による冷却阻害
- ・大規模配管破損
- ・原子炉スクラム後の除熱源喪失
- ・事故後崩壊熱除去

(4) 安全評価

- ・ナトリウム沸騰

6.2 CIP法の適用性

高速炉の伝熱流動現象の内、CIP法の特徴を生かすことのできる相変化、急激な密度変化や密度の異なる流体が混合する現象および固体壁の移動を伴う現象として、上記の中から

- ・自由液面の揺動と気泡巻き込み
- ・炉容器上部プレナム内の冷却材温度成層化
- ・ナトリウム沸騰

があげられる。自由液面の揺動と気泡巻き込みでは、CIP法が流体の境界を精度良く捕らえ

るという特徴を生かして、液面の挙動を評価できると考えられる。また、この特徴は、巻き込まれた気泡の追跡をその崩壊も含めて行うことも可能になると考えられる。炉容器上部プレナム内の冷却材温度成層化については、低温流体と高温流体の温度境界層を精度良く評価することができると考えられる。ただし、冷却材の温度成層化現象で生じる密度差は、従来のCIP法で扱われた流体の場合と比べて小さいため、CIP法を適用する効果は少ないとも考えられる。ナトリウム沸騰に関しては、CIP法が密度変化のある問題に適していることから従来は解析が困難であった液相、気相が混在する条件での解析評価が行えるものと考えられる。

さらにCIP法が固体、液体および気体を同時に扱うことができるという特徴は、高速炉の熱流動計算が指向する一つの方向である核特性-熱流動-構造応答をカップリングした複合現象の解析に有効なものと考えられる。

6.3 CIP法を適用する際の課題

CIP法を高速炉の熱流動解析に適用するには、C-CUP法のようにCIP法を用いた解析コードを新たに開発する場合と移流項の計算にのみCIP法を用いる場合が考えられる。前者の場合には、C-CUP法を用いた解析コードが既に東京工業大学の矢部研究室により公開されているため、これを用いて高速炉の熱流動解析に必要な物理モデルを追加する方法が最も現実的であると考えられる。後者の場合には、CIP法が非保存形の支配方程式を用いていること、時間積分に完全陰解法を用いた解析手法が未だ研究中であることに注意を払う必要がある。一般に従来の高速炉分野で用いられてきた解析コードは保存形の支配方程式を用いているため、移流項の計算部分をCIP法のルーチンと差し替えて用いることは困難であると思われる。また、時間積分法が陽的であるため、実際のプラントに対して3次元解析を行うような場合、長い計算時間が必要になると予想される。

しかしながら、CIP法は、従来解析が困難であるとされてきた非圧縮性から圧縮性までの連続解析を可能にし、相変化の解析、固体と流体、気体を含む複合現象の解析を可能とするものである。CIP法の支配方程式が非保存形であることによる質量保存の問題や計算時間の長さは、CIP法の特徴を生かす計算に対しては十分許容できる範囲にあると考えられる。

第7章 結 言

CIP法の高速炉分野における熱流動解析への適用性を検討するため、非圧縮性および圧縮性流体の支配方程式を整理し、CIP法の特徴、C-CUP法の計算手順および解析例について調査した。調査の結果CIP法およびC-CUP法は、以下の特徴を持つ。

- (1)CIP法は1階線形の変曲型微分方程式の解法であり、熱流体の支配方程式における移流方程式を解くために用いられる。
- (2)CIP法では変数を3次関数で補間し、変数と変数の3次補完式の微分値を移流させる。
- (3)C-CUP法では熱流体の支配方程式を非移流項と移流項に分離して、移流項の計算にはCIP法を適用し、非移流項の計算には差分法を用いて解を求める。
- (4)非保存形表示の式を使用するため質量保存が保証されない。

また、解析例の調査から、CIP法とC-CUP法は

- (1)相変化（溶融、凝固、蒸発など）を伴う解析に適している。
- (2)急激な密度変化や密度の異なる流体が混合する解析に適している。
- (3)固体壁の移動がある解析に適している。

と考えられる。ただし、二相流解析や圧縮性流体のみの解析の場合には従来の手法も有効である。

今後はCIP法あるいはC-CUP法による解析を実施し、既往の解析手法との比較検討を行い、高速炉分野での適応性を定量的に評価する予定である。

謝 辞

CIP 法および C-CUP 法の検討にあたり、多くの助言ならびに資料提供をしていただいた原子炉工学室 西村 元彦 副主任研究員と川崎重工業（株）原子力本部 技術部技術第 2 課の赤松 幹夫氏に感謝致します。

参考文献

- (1) Patrick J. Roache 著、高橋良一 訳、コンピュータによる流体力学 (上)、(株) 構造工学研究所、昭和 53 年 5 月
- (2) H. Takewaki, A. Nishiguti, T. Yabe, Cubic Interpolated Pseudo-Particle Method (CIP) for Solving Hyperbolic-Type Equations, Journal of Computational Physics, 61, 261-268 (1985)
- (3) T. Yabe, Pei-Yuan Wang, Unified Numerical Procedure for compressible and Incompressible Fluid, Journal of The Physical Society Japan, Vol. 60, No. 7, July, 1991, PP. 2105 - 2108
- (4) 小竹 進、土方 邦夫、松本 洋一郎、熱流体ハンドブック 現象と支配方程式、丸善(株)、平成 6 年 9 月
- (5) 戸川 隼人、微分方程式の数値計算、オーム社、昭和 48 年 8 月
- (6) 藤井 孝蔵、流体力学の数値計算法、東京大学出版、1994 年 3 月
- (7) 前川 勇、村松 寿晴、松本 雅彦、単層多次元熱流動解析コード-AQUA- 数値計算説明書、PNC N9520 87-012、1987 年 5 月
- (8) 矢部 孝、青木 尊之、固体、液体、気体の統一解法を目指す CIP 法、計算工学、Vol. 1, No. 1, 19-25, 1996
- (9) 矢部 孝、面倒臭がり屋の数値流体入門、日本物理学会誌、Vol. 47, No. 1, 18-25, 1992
- (10) LA-6236, SOLA-ICE : A Numerical Solution Algorithm for Transient Compressible Fluid Flows, 1976
- (11) 瀬口 正記、CIP 法の溶接過程のシミュレーション、CIPUS Annual Report (CIPUS-A93)
- (12) 桜木 卓也、CIP 法の鑄造シミュレーションへの応用、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (13) T. Yabe, H. Daido, T. Aoki, E. Matunaga, K. Arisawa, Anomalous Crater Formation in Pulsed-Laser-Illuminated Slab and Debris Distribution, CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (14) 中島 伸治、高速エレベータの流れ解析、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (15) 上原 靖、圧縮ガスによる飛翔体加速シミュレーション、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (16) F. Xiao, T. Yabe, T. Ito, M. Tajima, Efficient Model for Suspension Flow, CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (17) 七城 直哉、矢部 孝、青木 尊之、斎藤 務、高山 和喜、気泡崩壊を利用した腎臓結石破碎のシミュレーション、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (18) 鈴木 宏二郎、CIP 法による極超音速粘性流解析とその評価、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)

- (19)伊藤 猛宏、高田 保之、白川 英観、黒木 虎人、電場における気泡成長の数値解析 (VOF法とCIP法の比較)、CIPUS Annual Report (CIPUS-A93)
- (20)村井 祐一、松本 洋一郎、移流項にCIP法を用いた気泡流の三次元数値解析、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (21)平井 秀一郎、岡崎 健、東地 広明、CIP法による混合層の反応動力学直接シミュレーション、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (22)T.Wakishita、Y.Isshiki、Y.Shimamoto、N.Magarida、Numerical Analysis of the Diffusion Process of Intake Mixture in Dual-Intake Valve Engines、CIPUS Annual Report (CIPUS-A94)
- (23)二ノ方 寿、佐藤 和二郎、高速炉における伝熱流動問題、伝熱研究 Vol.34, No133

表 2.1 流体の種類と支配方程式 (1/3:質量の式)

式	流体の種類	方程式	本文中の式番号
質量の式	非圧縮性・非粘性	$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$	(2.4)
	圧縮性・非粘性 保存形表示	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0$	(2.7)
	非保存形表示	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$	(2.10)
	非圧縮性・層流 保存形表示	$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$	(2.14)
	非保存形表示	$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$	(2.17)
	圧縮性・層流 保存形表示	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0$	(2.20)
	非保存形表示	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$	(2.23)

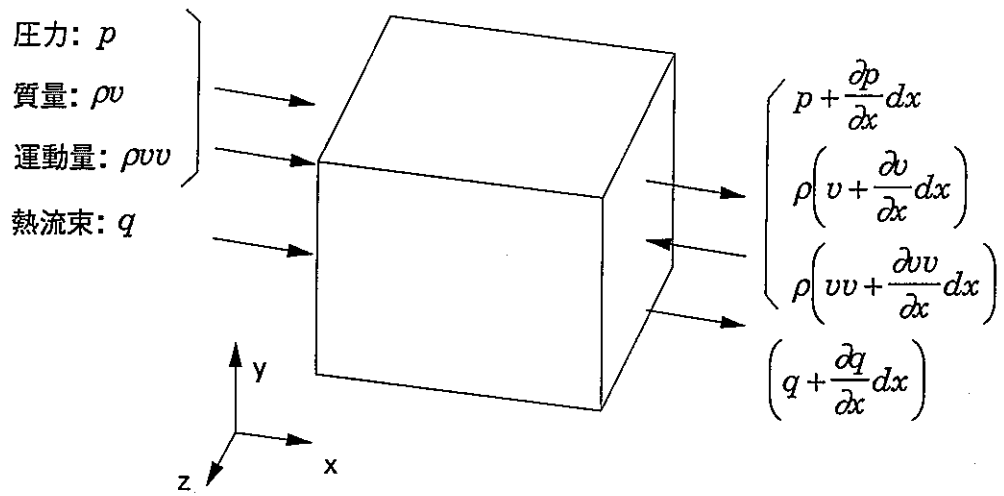
表 2.1 流体の種類と支配方程式 (2/3:運動の式)

式	流体の種類	方程式	本文中の式番号
運動の式	非圧縮性・非粘性	$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial p}{\partial x_i}$	(2.5)
	圧縮性・非粘性 保存形表示	$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i}$	(2.8)
	非保存形表示	$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial p}{\partial x_i}$	(2.11)
	非圧縮性・層流 保存形表示	$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(v_i v_j) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + f_i$	(2.15)
	非保存形表示	$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + f_i$	(2.18)
	圧縮性・層流 保存形表示	$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i$	(2.21)
	非保存形表示	$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i$	(2.24)

表 2.1 流体の種類と支配方程式 (3/3: エネルギーの式)

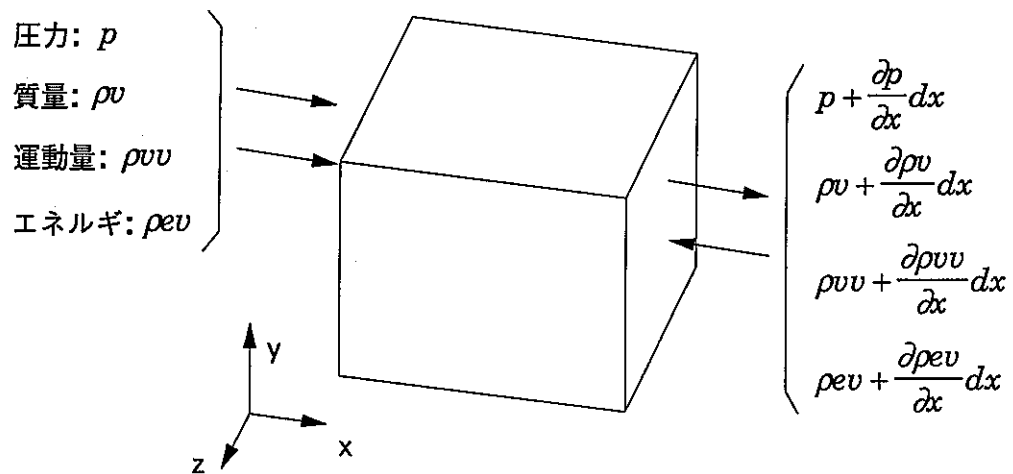
式	流体の種類	方程式	本文中の式番号
エネルギーの式	非圧縮性・非粘性	$\frac{\partial T}{\partial t} + v_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0$	(2.6)
	圧縮性・非粘性 保存形表示	$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho E v_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	(2.9)
	非保存形表示	$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = -p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	(2.12)
	非圧縮性・層流 保存形表示	$\frac{\partial}{\partial t} E + \frac{\partial}{\partial x_i} E v_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i) + v \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + f_i v_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	(2.16)
	非保存形表示	$\frac{\partial e}{\partial t} + v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = \frac{1}{2} v \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	(2.19)
	圧縮性・層流 保存形表示	$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho E v_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} v_i) + \rho f_i v_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	(2.22)
	非保存形表示	$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = -p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	(2.25)

ここに $q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$ である。



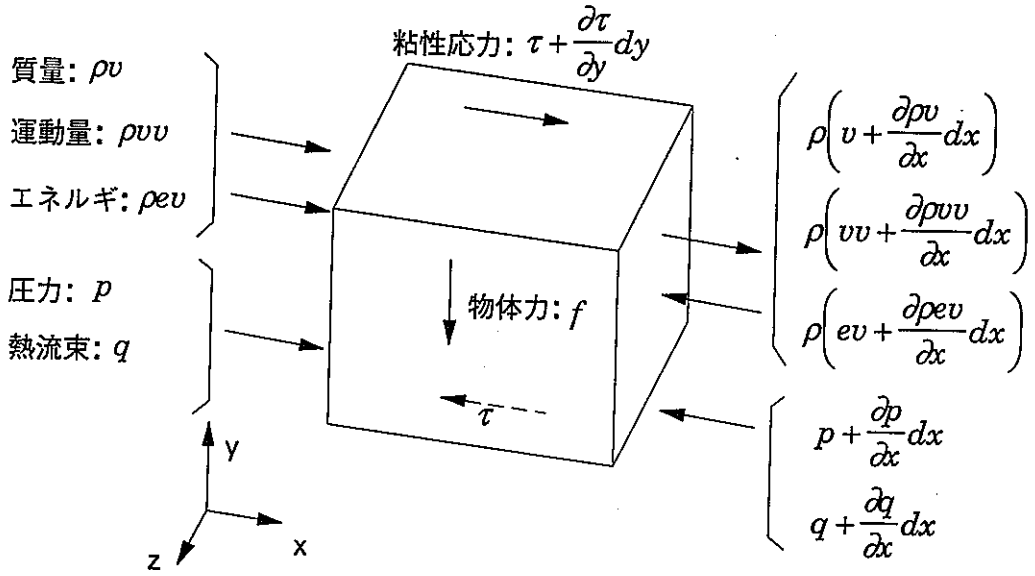
検査体積への質量、運動量の出入り

図 2.1 非圧縮性・非粘性流体の検査体積への質量、運動量の出入り



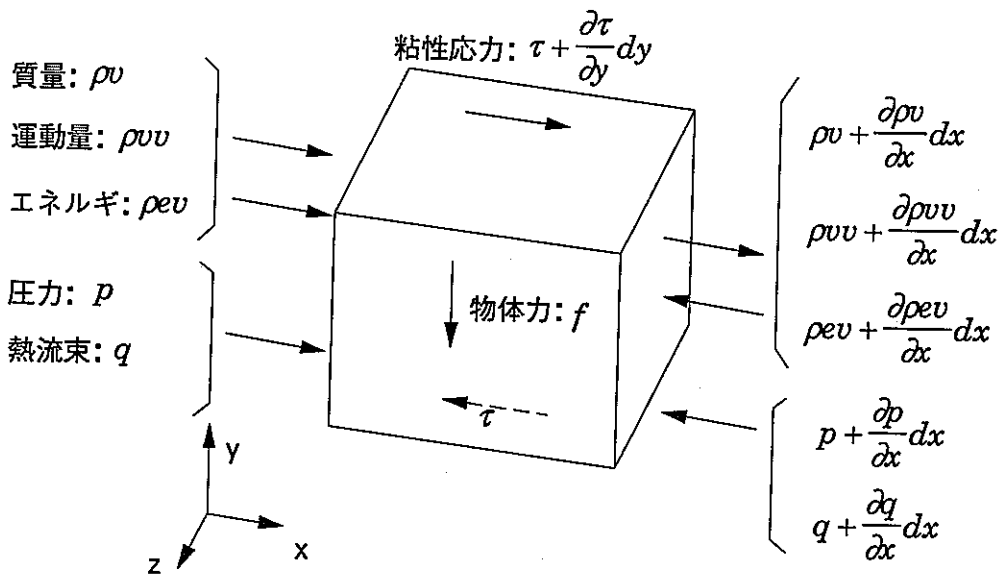
検査体積への質量、運動量、エネルギーの出入り

図 2.2 圧縮性・非粘性流体の検査体積への質量、運動量、エネルギーの出入り



検査体積への質量、運動量、エネルギーの出入り

図 2.3 非圧縮性・粘性流体（層流）の検査体積への質量、運動量、エネルギーの出入り



検査体積への質量、運動量、エネルギーの出入り

図 2.4 圧縮性・粘性流体（層流）の検査体積への質量、運動量、エネルギーの出入り

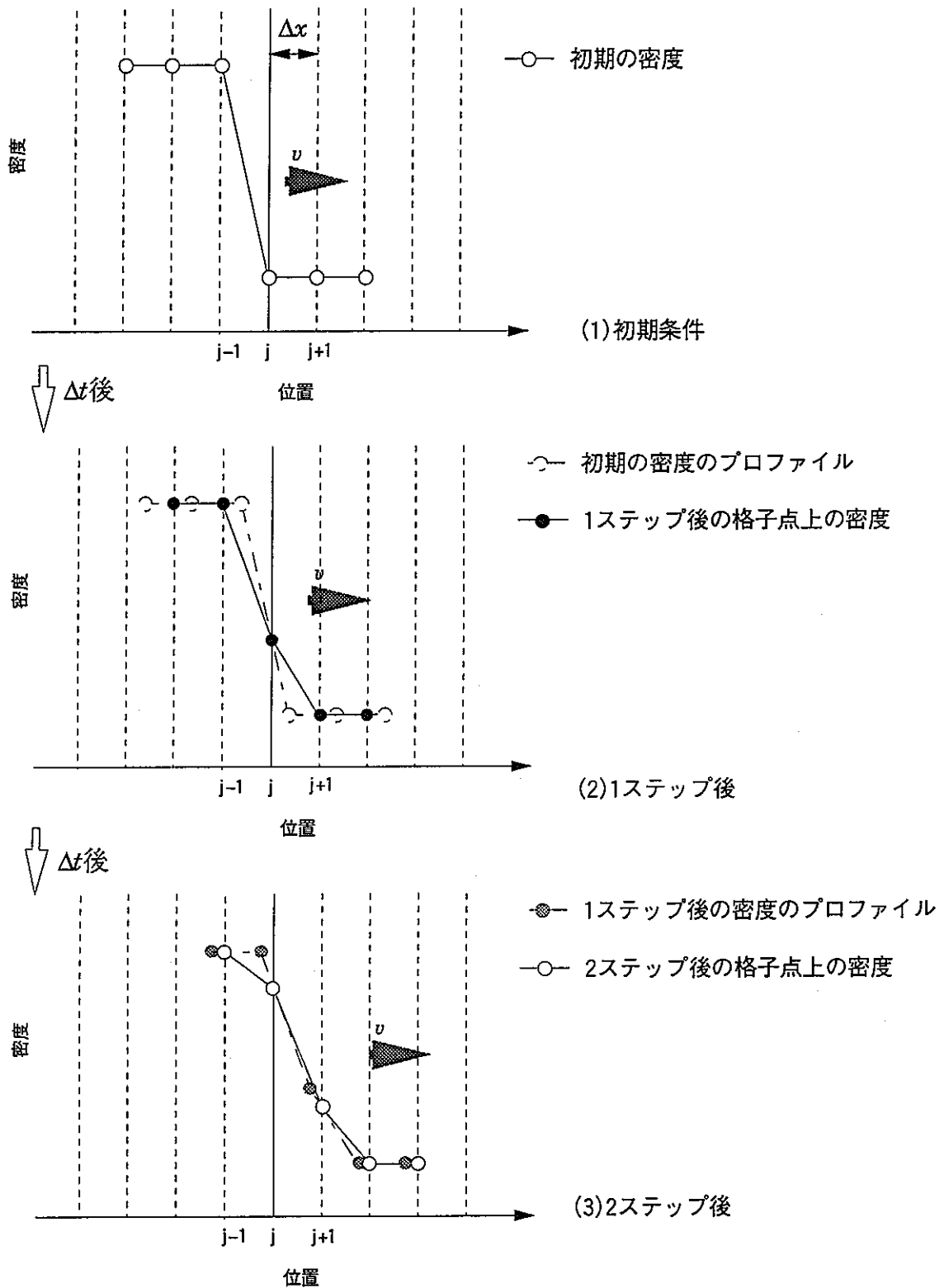


図 3.1 1 次風上差分法

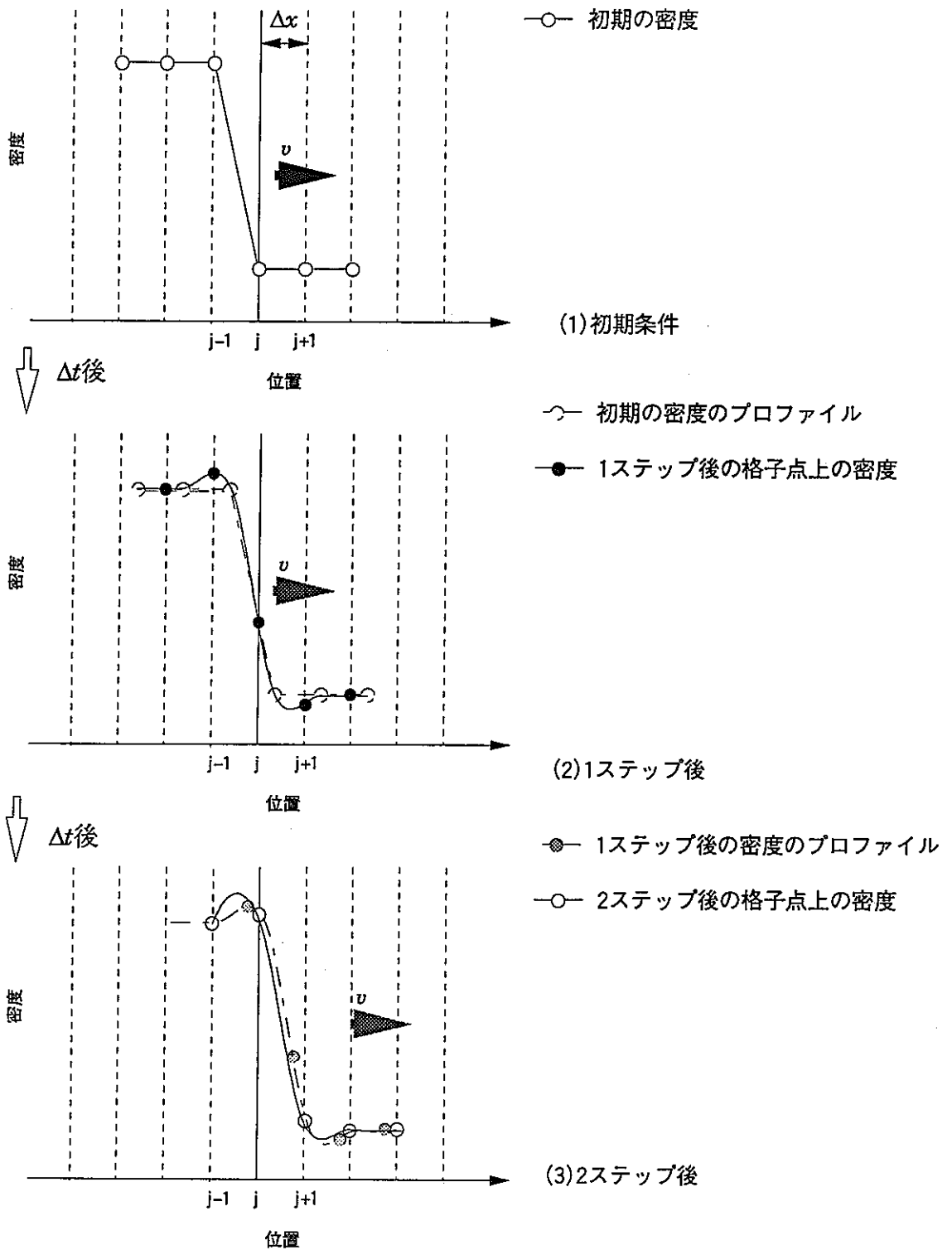
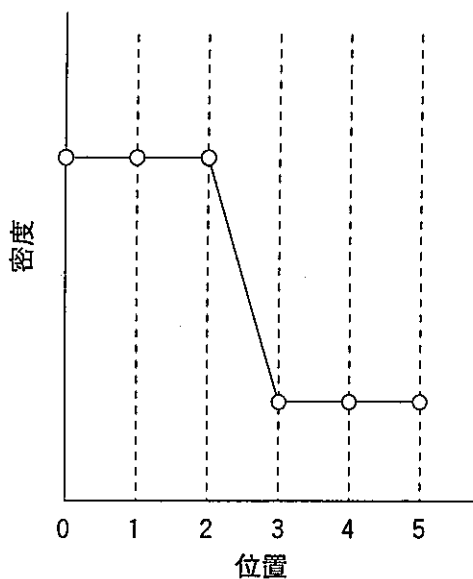
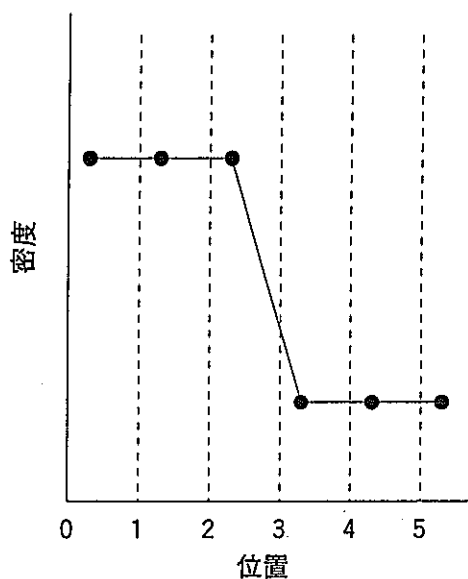


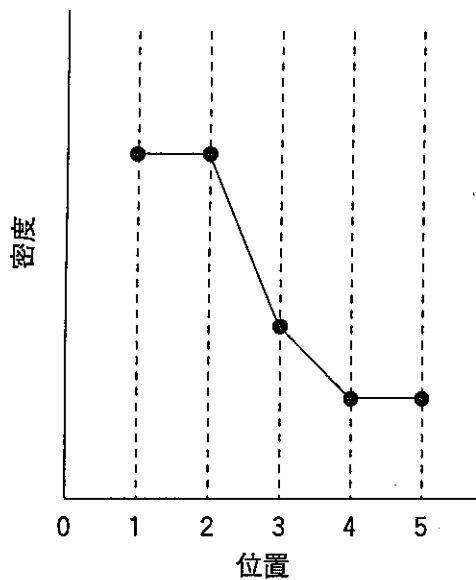
図 3.2 Lax-Wendroff 法 (Leith 法)



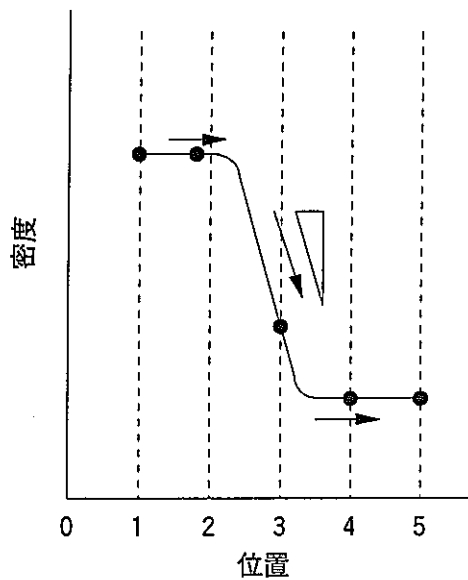
(1)ある時刻の密度のプロファイル



(2)ある時刻後の密度のプロファイル



(3)ある時刻後の密度の格子点上でのプロファイル



(4)CIP法による密度のプロファイル

図 4.1 格子点上での時刻による密度の変化

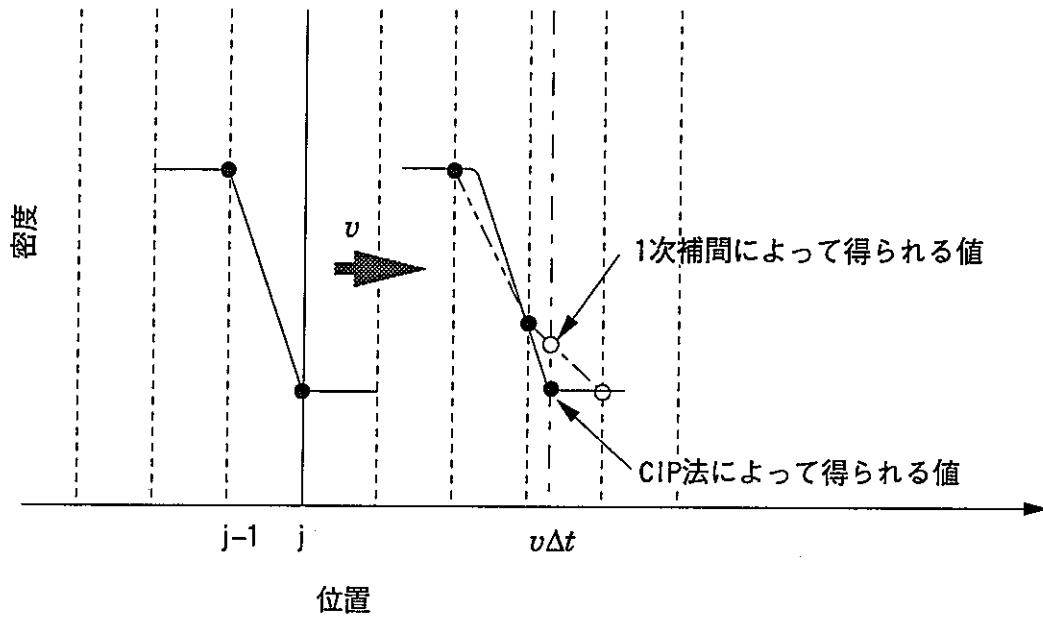


図 4.2 CIP 法による密度の計算

添付資料 1：単独 2 階双曲型微分方程式の連立 1 階線形への変換

単独 2 階双曲型微分方程式の連立 1 階線形への変換は以下の様に行われる。

単独 2 階の双曲型微分方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (a > 0) \quad (\text{付 1.1})$$

と表される。これは単独 2 階、空間 1 次元の双曲型微分方程式といわれる⁽⁵⁾。CIP 法は 1 階線形の双曲型微分方程式に対して適用される。単独 2 階から線形 1 階への変換は次のように行われる。

(3.1)式において

$$\begin{cases} v \equiv \frac{\partial u}{\partial t} \\ w \equiv \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{付 1.2})$$

とおくと、(付 1.1)式は

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a \frac{\partial w}{\partial x} \quad (a > 0) \quad (\text{付 1.3})$$

と表される。

また、(付 1.2)式の $v \equiv \frac{\partial u}{\partial t}$ を x で、 $w \equiv \frac{\partial u}{\partial x}$ を t でそれぞれ微分すると

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \end{cases} \quad (\text{付 1.4})$$

であるから

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (\text{付 1.5})$$

となる。

従って(付 1.1)式は、(付 1.3)式と(付 1.5)式を用いて

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} - a \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (a > 0) \\ \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (\text{付 1.6})$$

の連立 1 階線形の形で表すことができる。

(付 1.6)式をベクトル $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$ を用いて表すと

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{付 1.7})$$

となり、 $A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ となる。

A を対称行列とするために、 A の対角化を行う。 A の固有方程式は

$$|xE - A| = \begin{vmatrix} x & -a \\ -1 & x \end{vmatrix} = x^2 - a = 0 \quad (\text{付 1.8})$$

であるから、固有値 λ_1 、 λ_2 は、

$\lambda_1 = \sqrt{a}$ 、 $\lambda_2 = -\sqrt{a}$ である。

固有ベクトル v_1 、 v_2 は、 $v_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{a} \\ 1 \end{bmatrix}$ 、 $v_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{a} \\ 1 \end{bmatrix}$ となり、正則行列 T は、

$$T = \begin{pmatrix} \sqrt{a} & -\sqrt{a} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{付 1.9})$$

となる。よって、対角行列 $\Lambda = T^{-1}AT$ は

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \sqrt{a} & 0 \\ 0 & -\sqrt{a} \end{bmatrix} \quad (\text{付 1.10})$$

である。

ここで $w = T \cdot u$ とし、 A に代えて Λ を用いて(付 1.1)式は、

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (\text{付 1.11})$$

と表せる。この形式を1階線形の変曲型微分方程式と言う。

添付資料 2: 文献調査

表 付 2.1 文献調査表(1/12)

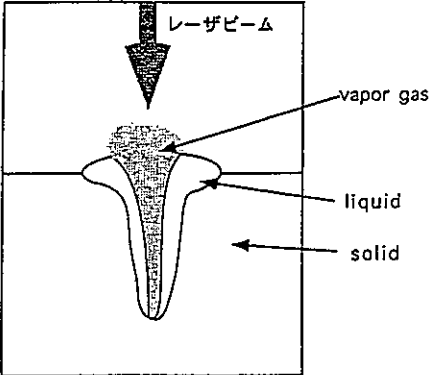
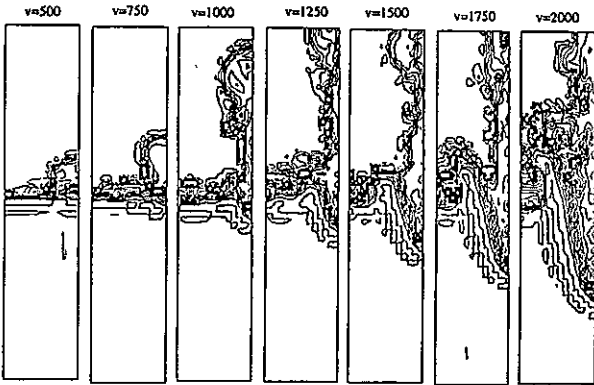
タイトル	CIP 法による溶接過程のシミュレーション
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A93) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	瀬口 正記
機関	三菱電機
分類	CIP 法
内容	<p>溶接加工に最適なレーザービームの出力と収束性を評価するため C-CUP 法による解析を行った。固体、液体、気体を同時に扱う解析であり、従来は解析が困難であった。レーザー溶接により形成されるキーホール生成を図 1 に示す体系で解析し、図 2 の結果が得られたが表面張力、熱伝導、ガスの状態方程式はまだ考慮されていない。</p> <div style="text-align: center;">  <p>図 1 レーザ溶接概念図</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>図 2 解析結果</p> </div>
関連文献	

表 付 2.1 文献調査表(2/12)

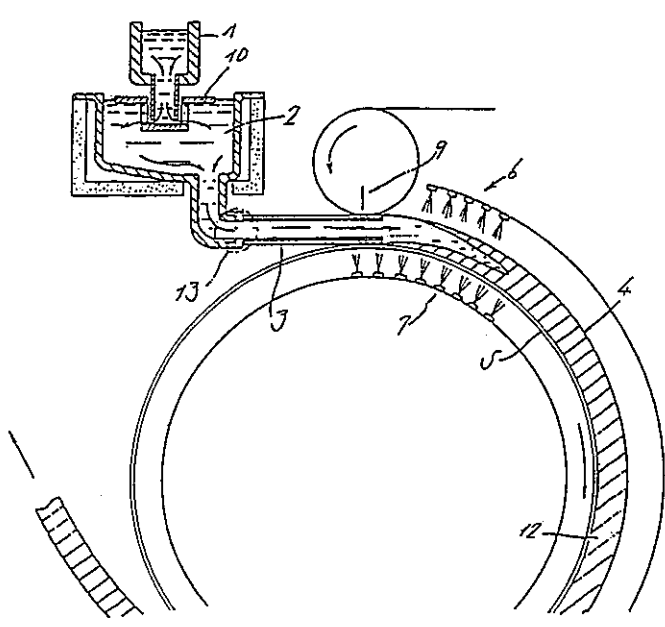
タイトル	CIP法の鋳造シミュレーションへの応用
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	桜木 卓也
機関	YKK (株) 研究開発本部
分類	CIP法
内容	<p>連続鋳造装置における溶湯の凝固を対流項の計算にCIP法を用い、自由表面の形状認識にはVOF法を用いて解析した。連続鋳造装置は図1に示すような鋳造用回転軸と回転軸の周囲に接触させた金属帯により形成される鋳型内に連続的に溶湯を注入し鋳塊を鋳造する装置である。解析では溶湯が鋳塊になる凝固線を求めている⁶。</p> 
関連文献	

図 1 連続鋳造装置概念図

⁶ 結果の評価に関する詳しい記述はない。

表 付 2.1 文献調査表(3/12)

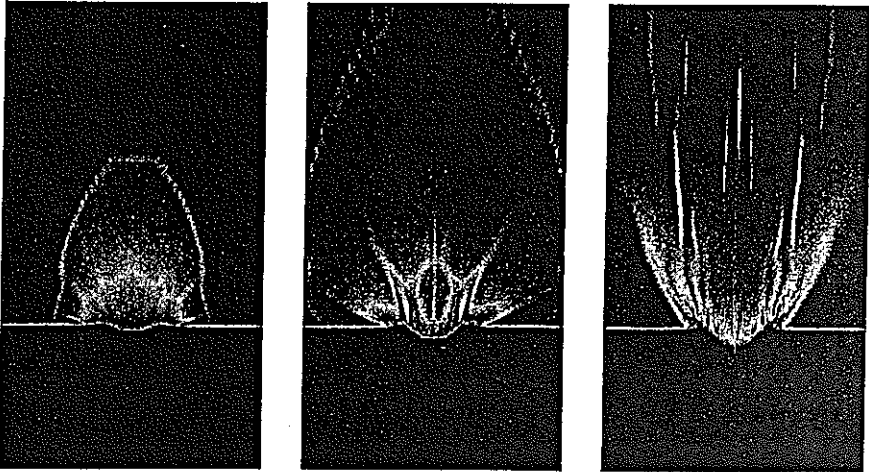
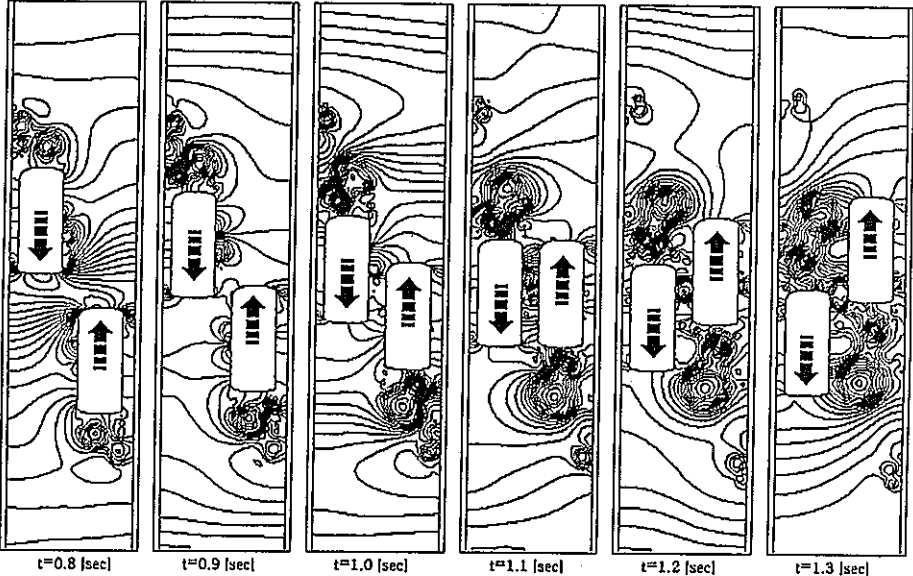
タイトル	Anomalous Crater Formation in Pulsed-Laser-Illuminated Slab and Debris Distribution
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	T.Yabe, H.Daido, T.Aoki, E.Matunaga, K.Arisawa
機関	東京工業大学、大阪大学
分類	CIP 法
内容	<p>アルミニウム塊に YAG レーザ (650mJ、8nsec) を照射し、形成されるクレーターを C-CUP 法により数値解析した。解析結果を図 1 に示す。また、固相から気相に変化した時の碎片 (Debris) の粒径分布を解析により求め、実験値と比較している。固体から蒸気への相変化を扱った解析であり前例がない。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">図 1 レーザによるクレーター形成解析結果</p>
関連文献	

表 付 2.1 文献調査表(4/12)

タイトル	高速エレベータの流れ解析
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	中島 伸治
機関	三菱電機 中央研究所 機械技術研究部
分類	CIP 法
内容	<p>高速エレベータが昇降路内を運動するときのエレベータ周りの流れを C-CUP 法を用いた解析コード ExCIPHER⁷コードを用いて解析した。高速エレベータは速度 (480m/min 以上) が昇降路内ですれ違うと瞬間的に騒音が聞こえなくなることが経験的に知られている。この現象を説明するため 2 台のエレベータによる移動境界問題として 2 次元解析を行った。CIP 法は移動する物体の表面をシャープに捕らえられるために用いられた。図 1 に解析結果を示す。本解析ではエレベータは密度差のみで記述され、流体と同時に固体内の流速、圧力も計算する。</p>  <p style="text-align: center;">圧力分布</p> <p style="text-align: center;">図 1 解析結果</p>
関連文献	

⁷ 同コードは販売会社が変わったため名称が CIPRIS となった。

表 付 2.1 文献調査表(5/12)

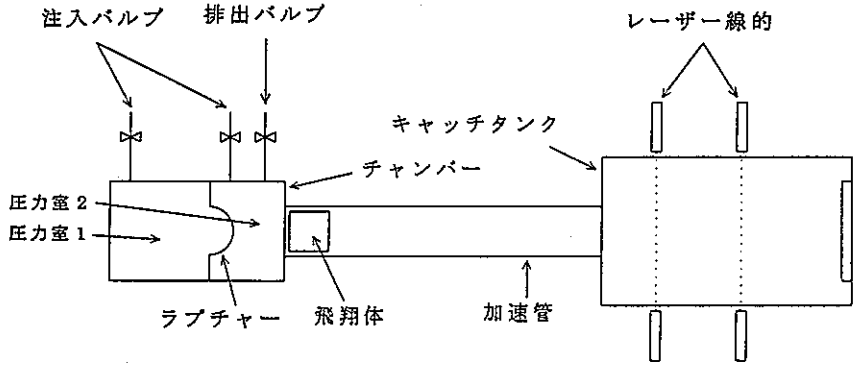
タイトル	圧縮ガスによる飛翔体加速シミュレーション
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	上原 靖
機関	(株) 日本製鋼所
分類	CIP 法
内容	<p>電気砲（電熱化学砲、レールガン等）や軽ガス銃等の超高速加速装置の実験装置(図1参照)による試験結果をC-CUP法を用いた解析コードCIPRISにより評価した。解析の結果、飛翔体の速度は実験値の方が計算値よりも大きかったが、その差は数%以内であった。</p>  <p style="text-align: center;">図1 試験装置概念図</p>
関連文献	

表 付 2.1 文献調査表(6/12)

タイトル	Efficient Model for Suspension Flow
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	F.Xiao, T.Yabe, T.Ito, M.Tajima
機関	群馬大学、東京工業大学
分類	CIP 法
内容	<p>流体表面中に浮遊する固体の挙動を CIP 法を用いて数値解析した。図 1 に解析例を示す。計算領域には液体、固体、気体が存在し、圧力は液体、固体、気体の全てについて計算される。これにより固体の運動により生じる流れの変化と液面の変化を解析している。実験との検証は行われていない。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Figure 4: Falling solid object into heavier fluid. The density is 1.0 for heavier fluid (below), 0.01 for lighter fluid (above) and 0.5 for the rigid object (the darkest region). Displayed are the contours of density. The values within rigid region have been modified for illustration.</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Figure 5: Same as Fig.4 except that the rigid object is an inhomogeneous bar of a density distribution as 0.05 in the lighter part and 1.45 in the heavier part (darkest region).</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">図 1 解析結果の例</p>
関連文献	

表 付 2.1 文献調査表(7/12)

タイトル	気泡崩壊を利用した腎臓結石破碎のシミュレーション
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	七條 直哉、矢部 孝、青木 尊之、斎藤 務、高山 和喜
機関	東京工業大学、東北大学
分類	CIP 法
内容	水中衝撃波と気泡の相互干渉により、作用を受けた気泡が急激に収縮・崩壊する。その際、衝撃圧の伝播方向に形成されるジェット（液体マイクロジェット）の圧力が作用圧の数倍～数百倍に達することを利用し、腎臓結石を破壊しようとする研究に関するものである。C-CUP 法を用いた解析コードにより気泡に衝撃波を当て、生じる水撃圧の大きさを評価した。解析結果は定性的に現象を捉えたが、理論解とは一致しなかった。
関連文献	平成 7 年度衝撃波シンポジウム講演論文集

表 付 2.1 文献調査表(8/12)

タイトル	CIP 法による極超音速粘性流解析とその評価
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	鈴木 宏二郎
機関	東京大学
分類	CIP 法
内容	<p>1次元衝撃波管問題と2次元軸対象極超音速衝撃層問題について TVD 法と C-CUP 法による解析を行い両者の特性を比較した。その結果、1次元衝撃波管問題では移流項の計算に用いる CIP 法にリミッターを付け加えること、人工粘性を適切に負荷する必要があることが示された。2次元軸対象極超音速衝撃層問題では CIP 法が剥離を捕らえるのに有利であることが示された。</p> <p>剥離を含む流れ場への適用性評価 Hyperboloid Flare 問題 at $M = 6.83$ (航空機計算空力学*, NAL, 1995)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>CIP法 (Grid = 261 X 51)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>TVD法 (Grid = 174 X 34)</p> </div> </div>
関連文献	

図 1 解析結果の例

表 付 2.1 文献調査表(9/12)

タイトル	電場における気泡成長の数値解析 (VOF 法と CIP 法の比較)
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A93) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	伊藤 猛宏、高田 保之、白川 英観、黒木 虎人
機関	九州大学 工学部
分類	CIP 法
内容	<p>誘電液体の核沸騰伝熱において気泡が微細化すると伝熱促進されることが知られている。この伝熱促進のメカニズムを調べるため、電場中の気泡の形状を VOF 法を用いて数値解析した。</p> <p>本解析では表面張力を考慮する際、気液界面の曲率を十分な精度で評価する必要がある。関連文献には VOF 法による結果が示されている (図 1 参照)。</p> <p>本発表では円移動問題 (斜め 45° 方向に等速度で 100 回移動) を VOF 法と CIP 法で計算し、円の回転に伴う誤差を比較評価した。VOF 法に対して CIP 法は回転の後も円の形状が良く保存され、CIP 法が表面形状の保存性に優れていることが示された (図 2 参照)。</p> <div style="text-align: center;"> <p>Fig. 3 Bubble detachment under nonuniform electric field (voltage between electrodes: 3kV, no gravity)</p> </div> <p>図 1 気泡の離脱</p> <div style="text-align: center;"> <p>VOF 法 CIP 法</p> </div> <p>図 2 円の回転</p>
関連文献	第 31 回日本伝熱シンポジウム講演論文集

表 付 2.1 文献調査表(10/12)

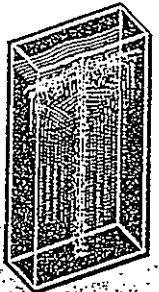
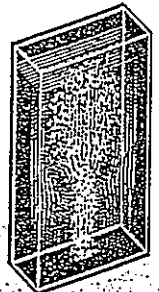
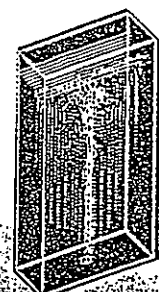
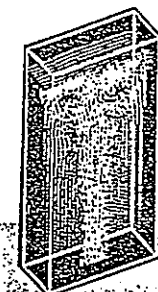
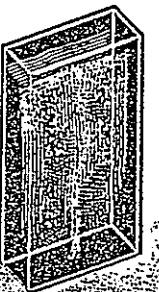
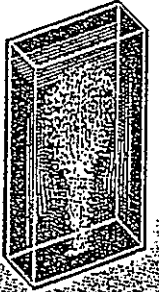
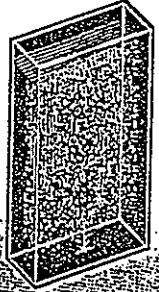
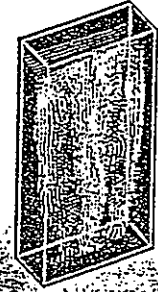
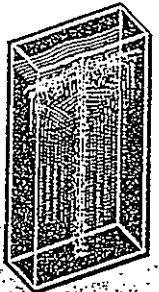
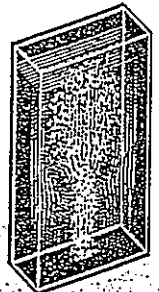
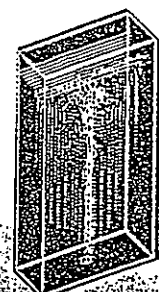
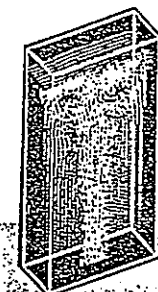
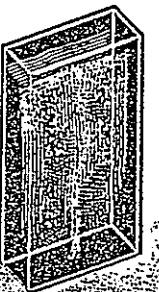
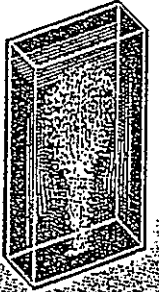
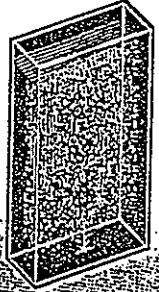
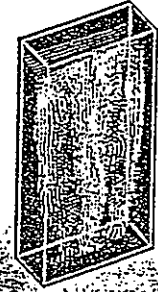
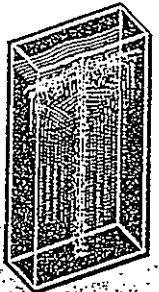
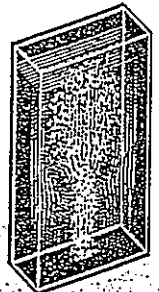
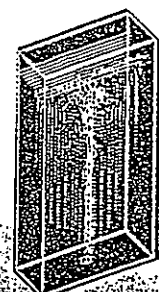
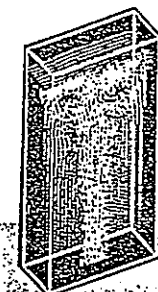
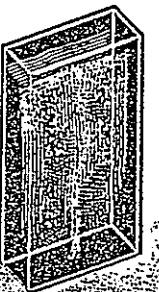
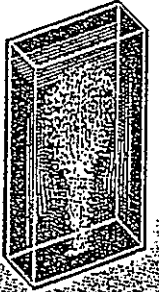
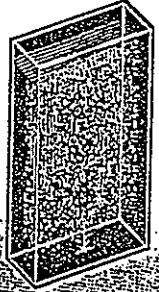
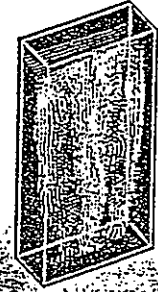
タイトル	移流項に CIP 法を用いた気泡流の 3 次元数値解析																				
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P																				
著者名	村井 祐一、松本 洋一郎																				
機関	東京大学																				
分類	CIP 法																				
内容	<p>矩形容器内の気泡の挙動を 3 次元解析し、ドナーセル法と CIP 法による解析結果を比較した。気液二相流の解析では安定に数値解が求められるように移流項に対する差分スキームに数値粘性を含む低次の風上差分が用いられるため流動分布が平滑化されるという問題点があった。移流項の計算に CIP 法を適用した結果を図 1 に示す。同結果から CIP 法はドナーセル法に比べて数値拡散が小さく、流動の平滑化が防止できることが示された。</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;"></th> <th style="width: 25%;">$R_{g0} = 0.10mm$</th> <th style="width: 25%;">$R_{g0} = 1.00mm$</th> <th style="width: 25%;">$R_{g0} = 0.10mm$</th> <th style="width: 25%;">$R_{g0} = 1.00mm$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">ドナーセル法</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">CIP 法</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$T = 10sec.$</td> <td style="text-align: center;">$T = 2sec.$</td> <td style="text-align: center;">$T = 60sec.$</td> <td style="text-align: center;">$T = 60sec.$</td> </tr> </tbody> </table> <p>図 3. 気泡ブルームの 3 次元構造 (液相速度ベクトルと気泡分布)</p> <p style="text-align: center;">図 1 解析結果</p> </div>		$R_{g0} = 0.10mm$	$R_{g0} = 1.00mm$	$R_{g0} = 0.10mm$	$R_{g0} = 1.00mm$	ドナーセル法					CIP 法						$T = 10sec.$	$T = 2sec.$	$T = 60sec.$	$T = 60sec.$
	$R_{g0} = 0.10mm$	$R_{g0} = 1.00mm$	$R_{g0} = 0.10mm$	$R_{g0} = 1.00mm$																	
ドナーセル法																					
CIP 法																					
	$T = 10sec.$	$T = 2sec.$	$T = 60sec.$	$T = 60sec.$																	
関連文献																					

表 付 2.1 文献調査表(12/12)

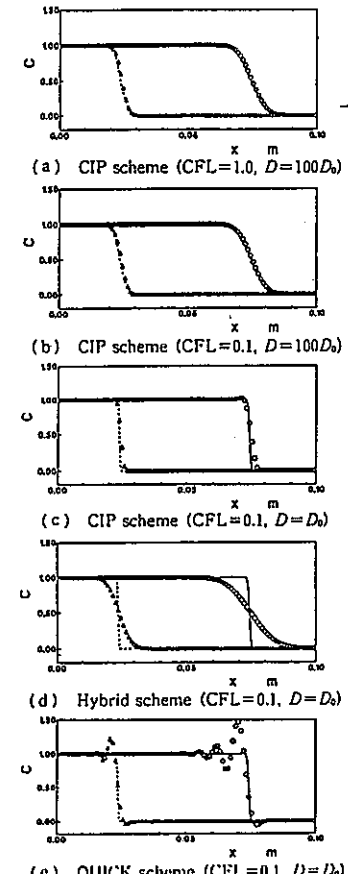
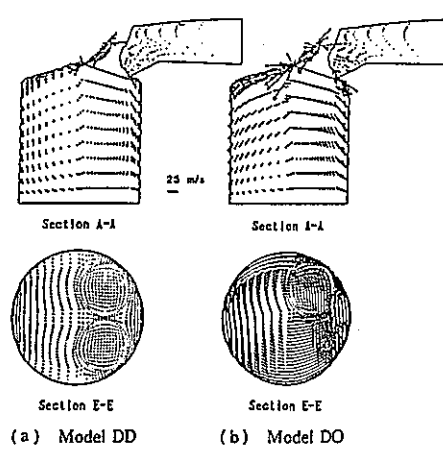
タイトル	Numerical Analysis of the Diffusion Process of Intake Mixture in Dual-Intake Valve Engines
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	T.Wakishita, Y.Isshiki, Y.Shimamoto, N.Magarida
機関	京都大学、摂南大学、トヨタ自動車
分類	CIP 法
内容	<p>ガソリンエンジンのシリンダー内の吸気混合特性を数値解析により評価した。混合気の濃度計算と移流項の計算に CIP 法を適用した。予備的に濃度の計算に対してクーラン数 0.1、拡散係数を空気の分子拡散とした 1 次元解析を行い CIP 法が最も数値拡散が小さいことを確認している(図 1 参照)。圧縮行程の解析において移流項の計算に CIP 法を適用しているが他のスキームとの比較は行われていない。</p>   <p style="text-align: center;">(a) Model DD (b) Model DO</p> <p style="text-align: center;">図 2 解析例</p> <p style="text-align: right;">図 1 スキームによる違い</p>
関連文献	JSME International Journal, Series B, Vol.38, No.2, 1995

表 付 2.1 文献調査表(11/12)

タイトル	CIP 法による混合層の反応動力学直接シミュレーション
雑誌名	CIPUS Annual Report (CIPUS-A94) (19) Vol. No. P ~ P
著者名	平井 秀一郎、岡崎 健、東地 広明
機関	東京工業大学
分類	CIP 法
内容	<p>燃料側流体と酸化剤側流体の速度が異なることに起因した渦運動を伴う反応性混合層について、燃焼反応を考慮して直接シミュレーションを行った。対流項には CIP 法を用いている。解析体系を図 1 に示す。計算結果の一例を図 2 に示すが CIP 法と 4 次の中心差分で結果に大きな相違はなかったと説明された。</p> <div style="text-align: center;"> $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, v = 0$ $(f : u, v, p, m_j, T)$ </div> <p style="text-align: center;">図 1 解析体系</p> <p style="text-align: center;">図 2 解析例</p>
関連文献	