PNC TY9602 96—001

公開資料
分置

粒子法による熱流動解析の基礎研究

1996年3月

東京大学工学部附属原子力工学研究施設

公　開　資　料

PNC TY9602 96−001

１９９６年　３月

粒子法による熱流動解析の基礎研究

岡　芳明、越塚誠一、岡野　靖

高速増殖炉の安全性や経済性を追及するためには、自由液面を有する熱流動問題や流体-構造連成問題などの複雑な事象を高精度で評価することが不可欠である。しかしながら、従来の計算格子を用いる解析手法では、解析領域自体が大きく変形する問題に対して限界がある。そこでここでは、流体の運動を粒子の動きによって解析する「粒子法」の基礎研究を、昨年度に引き続き実施した。今年度は、昨年度に開発した粒子法の計算手法に関して次２点の改良を行なった。第１点は粒子間相互作用モデルの基本となる重み関数の改良で、粒子間距離がゼロの場合に値が無限大になるような関数に変更した。第２点は非圧縮条件の計算法で、粒子数密度の偏差をソース項とする圧力のポアソン方程式を導き、これをICCG法で解くように改良した。これらの改良によって、昨年度と比較して数値安定性が格段に向上し、計算時間も大幅に短縮された。次に、この改良された粒子法（Moving Particle Semi-implicit Method, MPS法）を斜面上で生じる砕波の解析に適用した。斜面に入射された波は、水深が浅くなるに従い波形が急峻になり、やがて砕波する。この時、流体は著しく変形するだけでなく分裂や合体にまで至るので、従来の格子を用いる解析手法では砕波を解析することができなかった。粒子法ではこうした場合でも安定に計算することができ、砕波を再現することができた。また、実験では砕波パラメータにより砕波形式が分類されているが、これについても実験と良く一致した計算結果が得られた。本計算では、境界の壁面を振動させることで波を発生させているが、この振動を非線形波であるクノイド波の解析解に従い、高さ方向で異なる振幅を与えた。これによって、助走区間が短くても解析解に従った入射波を発生することができ、計算量を低減することができた。さらに、浮体を加えた解析も行ない、波の力によって浮体が移動する様子を解析した。このように粒子法では、構造物を変形させながら動かしたり、あるいは流体からの力によって構造物が移動するようなことも容易に解析できることが示された。

本報告書は、東京大学工学部附属原子力工学研究施設が動力炉・核燃料開発事業団との契約により実施した研究の成果である。

契約番号：０７４Ｆ０４０

事業団担当部課室及び担当者：大洗工学センター安全工学部熱流体技術開発室
佐藤　和二郎

OPEN REPORT
PNC TY9602 96—001
MARCH 1996

Fundamental Study of a Particle Method for Thermal-hydraulic Analysis

Yoshiaki Oka*, Seiichi Koshizuka* and Yasushi Okano*

Abstract

In order to enhance safety and economy of fast breeder reactors, numerical methods for complex problems, such as thermal hydraulics with free surfaces or fluid-structure interactions, should be developed. However, these problems cannot be analyzed with the conventional methods using grids. Thus, we have been developing a particle method, in which large deformation of fluids is represented by the motion of particles. In this study, two numerical techniques were devised for the particle method. One is associated with the weight function for particle interactions. With the new function, the value is infinity where the distance between two particles is zero. The other is modification of the incompressibility model. Poisson equation of pressure is formed with a source term expressed by the particle number density. This equation is solved by ICCG. By incorporating these techniques, numerical stability and computation speed are much improved. Using this improved particle method (Moving Particle Semi-implicit, MPS, method), wave breaking on a slant wall was analyzed. When water waves are propagated on a slant wall, the shape of the wave is largely deformed and wave breaking occurs. The fluid undergoes fragmentation and coalescence as well as large deformation, so that this cannot be solved by the conventional methods. In MPS, wave breaking was successfully solved. Two types of breaking modes were obtained depending on the surf similarity parameter. This agreed well with experimental data. In the present study, waves were generated by oscillating a vertical wall. The amplitude was vertically changed to follow the cnoidal wave; it is the analytical solution of nonlinear waves. Du to this, the entrance length was shortened and computation load was saved. In addition, a floating solid was analyzed with breaking waves. It was shown that structures with large deformation and solids moving passively can be easily incorporated to the thermal hydraulic analysis of MPS.

* Nuclear Engineering Research Laboratory, Faculty of Engineering, The University of Tokyo

目次

第1章

序論

1-1.研究の背景

自由表面を有する流体現象の多くは興味深いものであり、日常生活においても馴染み深いものであるが、非線形現象であるため一般にそれを解析することは困難な場合が多い。特に、流体の表面が分裂飛散する現象は境界条件の設定が難しいため数値計算でその現象を再現することも困難である。その分裂飛散を伴う流体現象の代表的なものの一つに海岸に打ち寄せる波がある。

沖合いから進行してきた波は水底が平らなところでは非線形性と分散性の釣り合いにより波形の対称性を保ちつつ進行波として振る舞うが、海底に勾配のある斜面上に進入すると、その海底勾配の影響で非線形性と分散性の釣り合いが崩れ、波形が非対称となり、それがある限界に達すると波峰付近から砕波する。このとき波は分裂し、水しぶきを上げ空気を巻込みながら崩れていく。

一定波形の定常進行波については古くから研究され、現在ではその理論も有限振幅波理論等で確立されている[1],[2],[3]。支配方程式として、浅水長波に対しては Korteweg-de Vries（K-dV）方程式[4]が、深水短波に対しては非線形Schrödinger（Non-Liner Schrödinger ：NLS ）方程式[5]が提出され研究されてきた[6],[7]。これらの方程式は、いわゆるソリトン（孤立波）解を持ち、その波列とみなせるクノイド波とストークス波は定常進行波解であり、海底勾配の影響を受けていない沖波を表わすと考えられる。浅水領域での、勾配の影響による波の変形については理論的な研究が行われている[8],[9]。しかし、海岸に打ち寄せる波の、定常的な侵食による海岸線の変化や、高潮、津波の際の越波等の現象による海岸付近の構造物へ与える影響の大きさから工学的にはより重要な現象であると思われる砕波については、理論的な解析は困難であり、海岸工学または土木工学の分野で主に実

験、数値解析を用いて研究されてきた。

砕波には様々な形態があるが、一般に、巻き砕波（plunging breaker）、崩れ砕波（spilling breaker）及び砕け寄せ波砕波（surging breaker）の三つの形式に分類される。特に構造物への影響等が大きいのは巻き砕波であり、現地海岸における発生頻度が高いのは崩れ砕波である。砕け寄せ波砕波は実験では比較的よく観測されるが、現地海岸では巻き砕波と崩れ砕波に隠れる格好になりあまり観測されない[10]。沖波波長L_0と沖波波高H_0より得られる波形勾配$\sqrt{H_0/L_0}$と、海底勾配$\tan\beta$との比で表わされる無次元パラメータである、砕波帯相似パラメータという指標で砕波形式は分類されることが実験から分かっている[3]。しかし、実験装置が巨大であることや現地海岸での観測の困難さから砕波を解析できる数値計算手法の確立が望まれる。現在のところ数値解析においては、非線形進行波はMAC法等の手法を用いて計算されており、ストークス波、クノイド波共に良好に一致している[11]。砕波時の流体塊の突入前まではポテンシャル流と考えることが可能であり、境界要素法（BEM）[12]、有限要素法（FEM）[13]、共形変換法[14]等により計算されている。しかし、砕波後は、流れの乱れや渦の発生等があり、ポテンシャル流と考えることはできず、粘性流体を対象とした解析が必要になるが、砕波後の流体の解析をしたものとしては、SMAC法[15],[16]、VOF法[17],[18]等の計算例がいくつかあるだけである[19]。これらの手法は砕波前後の波の変形は計算しているが、砕波時に波が分裂飛散する様子までは再現しておらず、いくつかの砕波形式を再現し、砕波形式を分類する砕波パラメータの値を導いたものもない。

固定された格子の代わりに流体と共に自由に動ける粒子を用いた決定論的流体解析手法であるMoving Particle Semi-implicit Method（MPS法）は、格子を全く必要としないため流体の大きな変形や分裂飛散を容易に解析でき、モンテカルロ法

のような統計的手法を用いないため計算時間も比較的短い[20],[21]。さらに、流体と固体を共に粒子で表現し計算するため、流体と構造物が複雑に相互作用するような体系の計算も可能と思われる。森田らはMPS法により、境界壁である造波板（wave generater）を移動させるという実験でも用いられている手法を数値計算で再現し、進行波を発生させ、砕波の解析を試みた[22]。しかし、計算の安定性などに問題があり、安定した進行波を発生させることができなかったため、それぞれの砕波形式を再現できず、砕波パラメータによる砕波形式の分類には至らなかった。

1-2.本研究の目的

本研究では、まず第一にMPS法の計算手法を改良し、計算の安定性の向上及び計算時間の短縮を行う。これを用いて移動境界壁による安定な定常進行波解を再現し、クノイド波との波形、及び波の中心付近の流速分布の比較を行う。こうして発生させた波を海底勾配のある斜面上に入射し、巻き砕波及び崩れ砕波を再現し、砕波パラメータによる砕波形式の分類を試みる。さらに、これまでの格子法では解析が困難な流体-浮体相互作用問題として、波による浮体の海岸への打ち上げを解析する。

第2章

MPS法による流体解析手法

2-1.支配方程式

本研究においては非圧縮性流体を扱うので支配方程式は連続の式及び、Navier-Stokes方程式である。

連続の式

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \qquad (\mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0) \tag{2-1-1}$$

Navier-Stokes方程式

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} grad p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{K} \tag{2-1-2}$$

ここで、$\mathbf{K}$は外力項、ρは流体の密度、νは粘性係数である。

Navier-Stokes方程式の拡散項、圧力項、外力項をそれぞれ別々にモデル化し、足し合わせることで流体の動きを計算する。モデル化の際に微分は粒子間相互作用で置き変えられる。対流項は直接粒子を動かすことで計算される。

連続の式は非圧縮条件として取り入れる。

2-2.重み関数

2-2-1.重み関数

MPS法において物理量は粒子の存在する点にのみ与えられるので、(2-2-1) 式で重み関数を定義し、重み関数により各粒子は自分を中心とした重み関数内の粒子とのみ相互作用するようにする。本来r_eは無限大であるべきだが、計算時間の短縮のため有限の値とする。重み関数の形状はFig.2-1.に示す。

$$w(r)=\begin{cases}\dfrac{r_e}{r}-1 & (r<r_e)\\ 0 & (r_e\le r)\end{cases} \tag{2-2-1}$$

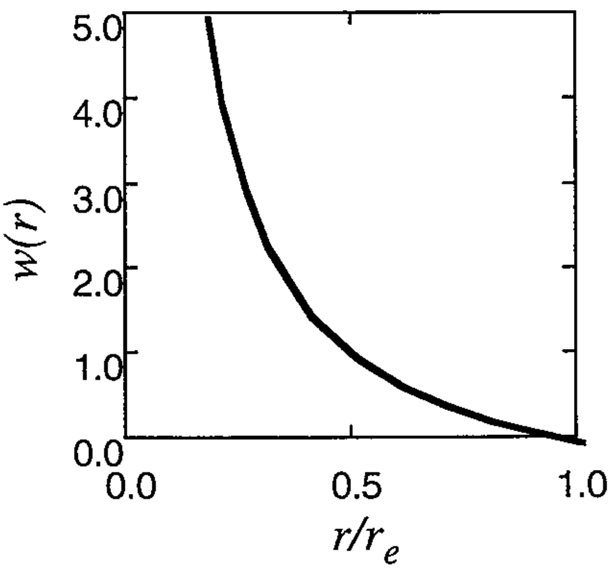

Fig.2-1. weight function

2-2-2.重み関数についての考察

これまでの重み関数は次の（2-2-2）式のような正規分布を近似する2次の多項式であり、形状はFig.2-2.に示すとおりである。（2-2-1）式と同じくr_eは有限な値をとる。

$$w(r)=\begin{cases}-(2r/r_e)^2+2 & (0\le r<1/2\ r_e)\\ (2r/r_e-2)^2 & (1/2\ r_e\le r<r_e)\\ 0 & (r_e\le r)\end{cases} \qquad (2\text{-}2\text{-}2)$$

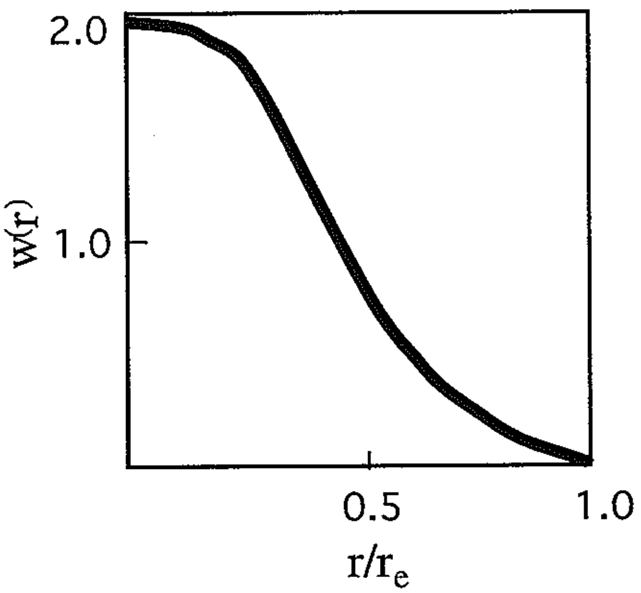

Fig.2-2. weight function

（2-2-1）式と（2-2-2）式の最も大きな違いは、rが0に近づくとき前者ではw(r)は無限大に近づくが後者では有限の値をとることである。（2-2-1）式においては、この効果により、粒子同士が接近すると必ずどこかで粒子数密度は非圧縮条件から決まる一定値n^0を越え、斥力が働き、粒子同士が近づきすぎるのを防ぐ。しかし、（2-2-2）式においては、粒子同士が近づいても粒子数密度が一定値n^0を越えないことがあり、複数の粒子がくっついてしまうことがあった。

2-2-3.粒子数密度

粒子数密度を次の式で定義する。

$$\langle n\rangle_i = \sum_{j\neq i} w\left(\left|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right|\right) \tag{2-2-3}$$

ここで、$\mathbf{r}_i$、$\mathbf{r}_j$はそれぞれi、j粒子の位置ベクトルである。

この粒子数密度は以下のように流体の密度ρと比例する。

単位体積中に含まれる粒子数をNとすると、Nと粒子数密度の関係は次の（2-2-4）式のようになる。

$$\langle n\rangle_i = \int_V w(r)NdV \tag{2-2-4}$$

ここでNは、粒子1個の重さmを用いて（2-2-5）式のように書けるので、結局流体の密度ρと粒子数密度$\langle n\rangle_i$は（2-2-6）式のように比例する。

$$\rho = Nm \tag{2-2-5}$$

$$\rho = \frac{m\langle n\rangle_i}{\int_V w(r)NdV} \tag{2-2-6}$$

よって、流体の密度一定という非圧縮条件は粒子数密度一定という条件と同値である。

2-3.拡散項モデル

拡散は重み関数に従った物理量の分配の重ね合せとして与える。

今、拡散（熱伝導）方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \nu \Delta f \tag{2-3-1}$$

について考える。ここで、$f = f(\mathbf{r},t)$はある物理量、νは拡散係数である。拡散方程式は放物型の方程式だから、物理量の初期分布をデルタ関数（2-3-2）で与え、境界は無限遠にあるとすれば拡散方程式（2-3-1）は一意的に解け、その解は（2-3-3）のようになる[23]。

$$f(\mathbf{r},0) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \tag{2-3-2}$$

$$f(\mathbf{r},t) = \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi\nu t}}\right)^d \exp\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2}{4\nu t}\right) \tag{2-3-3}$$

ここで、dは空間の次元である。

Δt時間経過後のこの解の分散の増加量を求めると$2d\nu\Delta t$となる。そこで拡散モデルとしては、物理量の分配の重ね合せがこの分散の増加量に一致するようなものを考える。

粒子iから粒子jへの物理量の分配を$f_{i\to j}$で表わすと、重み関数を用いて

$$f_{i\to j} = \alpha w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)(f_i - f_j) \tag{2-3-4}$$

と表わすことができる。i粒子からj粒子への分配量の分散の総和が$2d\nu\Delta t$に一致するようにαを求めると、

$$\alpha = \frac{2dv\Delta t}{\sum_{i \neq j} w\left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right)} \tag{2-3-5}$$

となる。これを（2-3-4）に代入して、

$$f_{i \to j} = \frac{2dv\Delta t}{\sum_{i \neq j} w\left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right)} w\left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right)\left(f_i - f_j\right) \tag{2-3-6}$$

を得るが、ここで、（2-2-3）、（2-2-4）式を用い、全てのj粒子からの寄与を足し合わせることによりi粒子のラプラシアンに対する一般的なモデル（2-3-7）が得られる。

$$\langle \Delta f \rangle_i = \frac{2d}{n^0} \frac{\int_0^{r_e} w(r) dv}{\int_0^{r_e} w(r) r^2 dv} \sum_{i \neq j} w\left(\left|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right|\right)\left(f_i - f_j\right) \tag{2-3-7}$$

ここで、は粒子数密度の初期値である。

ここでのn^0は本来全てのj粒子の粒子数密度の平均とすべきものであるが、計算の簡単化のため粒子数密度の初期値を用いた。

2-4.勾配モデル

MPS法において、ある粒子に対する物理量の勾配はその粒子の近傍の粒子との間の物理量の受け渡しにより表現される。

i粒子に対する勾配モデルは、i粒子とj粒子の物理量の差分に重み関数を掛け、i粒子以外の全てのj粒子に対してそれを足し合わせ、粒子数密度の初期値n^0で規格化することにより得られる。ただし、重み関数の範囲が有限なのでi粒子の勾配に影響するのはその重み関数の範囲内の粒子の限られる。

$$\langle grad\,P\rangle_i = \frac{d}{n^0}\sum_{j\neq i}\left[\frac{P_j - P_i}{\left|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right|^2}\left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right)w\left(\left|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right|\right)\right] \qquad (2\text{-}4\text{-}1)$$

ここで、P_i、P_jはi、j粒子の物理量、dは空間の次元である。

近傍粒子との相互作用の様子をFig.2-3に示す。

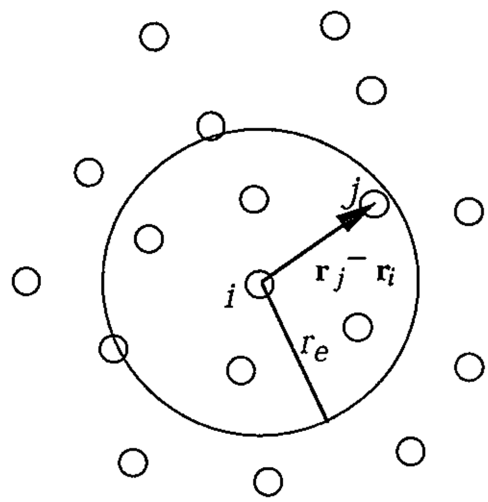

Fig.2-3. interaction with neighboring particles

2-5. 非圧縮条件モデル

MPS法における非圧縮条件は、連続の式（2-1-1）より全ての粒子に対してLagrange的に考えた流体の密度が一定というものである。従って、（2-2-6）式より全ての粒子に対して粒子数密度一定という条件と同値である。よって、本研究においては全ての粒子の粒子数密度が粒子数密度の初期値 n^0 に等しいという条件を非圧縮条件とした。以下で非圧縮条件モデルを導く。

仮の粒子数密度 $<n>^*$ は、一般的に n^0 とは異なる。そこで次の条件を課す。

$$<n>_i^* + <n>_i' - n^0 = 0 \tag{2-5-1}$$

ここで、$<n>'$ は粒子数密度の修正量である。

今、連続の式（2-1-1）を考えると、i粒子の速度の修正量 $\mathbf{U}_i'$ は次の(2-5-2)式を満たさなければならない。

$$\frac{\rho}{\Delta t}\frac{<n>_i'}{n^0} = -\rho \,\mathrm{div}\,\mathbf{U}'\,|_i \tag{2-5-2}$$

ここで、ρ は流体の密度の一定値である。

また、$\mathbf{U}_i'$ は陰的な圧力勾配項より次のように導ける。

$$\mathbf{U}_i' = -\frac{\Delta t}{\rho}\,\mathrm{grad}\,P_i^{n+1} \tag{2-5-3}$$

（2-5-3）式を(2-5-2)式に代入すると、最終的に解くべき圧力のポアソン方程式（2-5-4）式が得られる。

$$\Delta P_i^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2}\frac{<n>_i^* - n^0}{n^0} \tag{2-5-4}$$

左辺の圧力のラプラシアンは、本拡散モデル（（2-3-7)式）で離散化し、ICCG法で解く。

(2-5-4)式により得られた流体の全領域での圧力場を勾配モデル(2-4-1)に代入し、流速の修正量$\mathbf{U}_i^{'}$を求める。

2-6.自由表面モデル

MPS法において自由表面は粒子の動きによって自然に追跡できるものと仮定する。

自由表面上にある粒子は流体内部の粒子と比較して近傍の粒子の個数が少ないと考えられるので、その粒子数密度も相対的に小さいとみなせる。よって、本研究においては次の（2-6-1）の条件を課すことによりある粒子が自由表面上にあることの判定を行う。即ち、

$$\langle n \rangle_i^* < \beta n^0 \tag{2-6-1}$$

を満たす粒子は自由表面上に存在するとみなす。ここで、βはパラメーターで1.0未満であるとする。

自由表面上にある粒子には境界条件として流体の圧力と大気の圧力の釣り合いの条件を考慮しなければならないが、本研究において大気圧はゼロとしているので、これらの粒子には圧力ゼロのディリクレ型境界条件を課す。

2-7.計算アルゴリズム

MPS法における計算アルゴリズムはFig.2-4.のようになる。拡散項、外力項は陽的に計算し、圧力項は陰的に計算するので半陰的（semi-implicit）解法と呼ぶ。以前のモデルでは、個々の粒子に対して解いていた非圧縮条件を、本研究のモデルでは全粒子に対して一括して解くので、計算時間が短縮された。

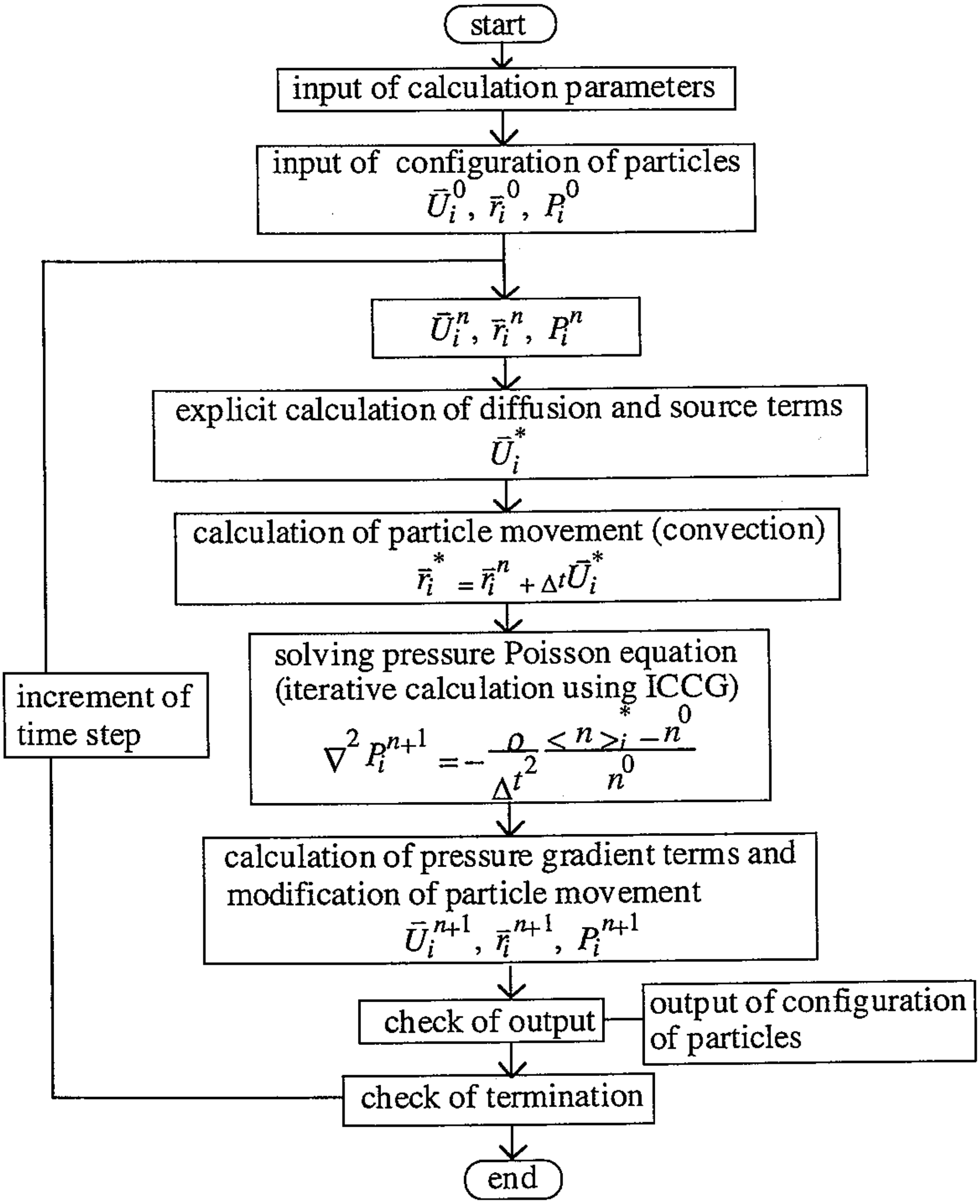

Fig.2-4. calculation algorism

第3章

進行波の解析

3-1.有限振幅波理論

3-1-1微小振幅波と有限振幅波

水の波には重力波、表面張力波及び風波等様々な形態があるが、本研究の目的は海岸における砕波現象の解明なので、対象とするのは重力波の一つの浅水長波である。

水路を進行してきた波が斜面上に進入し砕波する様を数値計算で再現するには、まず水路を進行する波を安定に再現することが必要である。本研究においては造波板（wave generater）を用いて波を発生させその波を一様勾配の斜面上に入射させることにより斜面上で砕波を発生させるのであるが、造波板により強制的に発生させた波が安定な進行波として存在するためには、ある程度長い距離を進行させ造波板による影響が及ばないようにすることが必要である。しかし、MPS法において水路を長くすると粒子数が増加し計算時間が膨大になるのでワークステーションレベルでは現実的でははない。よって、造波板を有限振幅波の位相毎の速度分布で動かし、短い水路で安定した進行波を再現することを試みる。

一般に媒質中を進行する波は座標と時間の関数である速度ポテンシャル$\phi(\mathbf{x},t)$を用いてラプラス方程式（（3-1-1）式）により記述される。

$$\Delta\phi(\mathbf{x},t)=0 \tag{3-1-1}$$

Fig.3-1のような2次元の体系を考えると、自由表面を有する水路を進行する波の境界条件は（3-1-2）～（3-1-4）式のようになる。

$$y=-h: \qquad \frac{\partial\phi}{\partial y}=0 \tag{3-1-2}$$

$$y=\eta: \qquad \frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} \tag{3-1-3}$$

$$y=\eta: \qquad \frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2\right\}+g\eta=0 \qquad (3\text{-}1\text{-}4)$$

ここで、$\eta(x,t)$は水面波形、gは重力加速度、hは水深である。（3-1-3）式は運動学的条件であり、（3-1-4）式は力学的釣り合いの条件である。

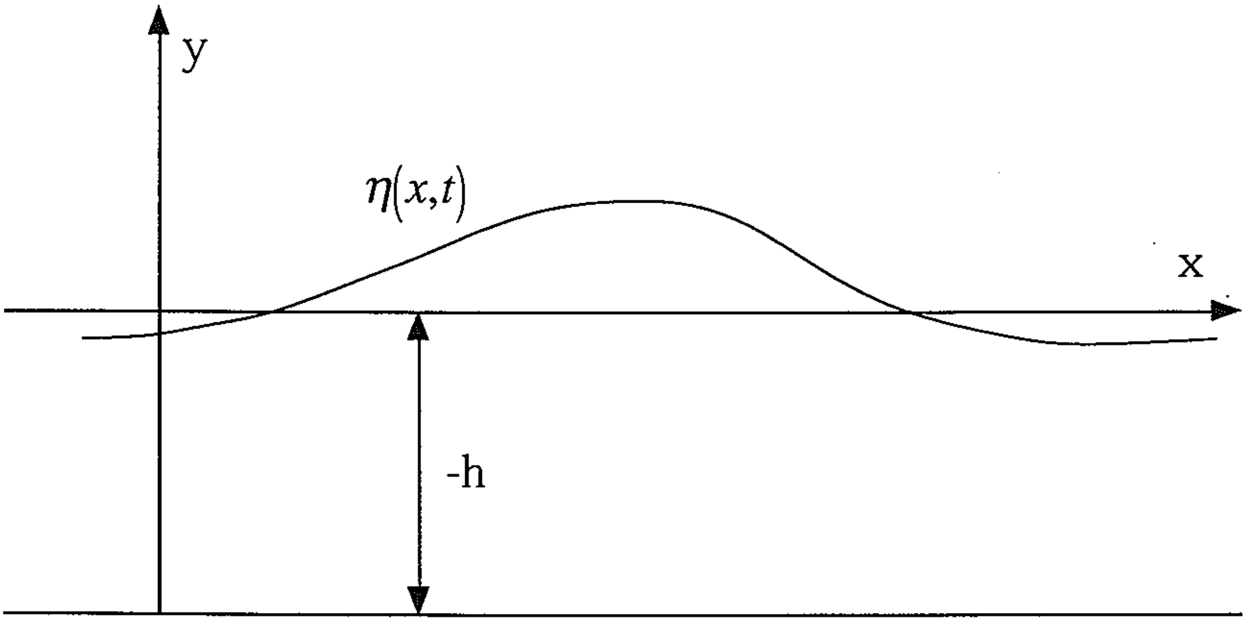

Fig.3-1.

波の運動の理論は自由表面の振幅により微小振幅波理論と有限振幅波理論に分けられる。前者は、波に伴って起こる流体の運動の大きさを1次の微小量と考えて2次以上の微小項を無視することにより、自由表面での境界条件（3-1-3）、（3-1-4）を各々（3-1-5）、（3-1-6）で近似し方程式の取り扱いを容易にする。

$$y=\eta: \qquad \frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{\partial\eta}{\partial t} \qquad (3\text{-}1\text{-}5)$$

$$y=\eta: \qquad \frac{\partial\phi}{\partial t}+g\eta=0 \qquad (3\text{-}1\text{-}6)$$

（3-1-5）、（3-1-6）よりηを除去すれば（3-1-7）式が得られる。

$$y=0: \qquad \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}+g\frac{\partial\phi}{\partial y}=0 \tag{3-1-7}$$

ここで、振幅が微小であることからϕの$y=0$の近傍でのTayler展開より$y=\eta$での条件を$y=0$での条件に置き換えた。この境界条件のもとで（3-1-1）式の解として正弦波を考えると、振動数ωと波数kの関係式である分散関係式（3-1-8）式が得られる。

$$\frac{\omega}{k}=\sqrt{\frac{g}{k}\tan(kh)} \tag{3-1-8}$$

後者の有限振幅波理論では境界条件（3-1-2）～（3-1-4）をそのまま用いる。

実現象としての海岸に打ち寄せる波を考えると、明らかに波の振幅は微小ではないので、波の運動を記述するには有限振幅波理論を用いなければならない。

波には一般に浅水波と深水波があり、これらは波数kと水深hを用いて$kh>>1$のとき深水波、$kh<<1$のとき浅水波に分類される[1]。浅水長波の運動を記述する方程式としては弱い分散性と非線形性の釣り合いを前提として19世紀末にKortewegとde Vriesにより導かれたK-dV方程式があり[4]、深水短波の運動を記述する方程式としてはNLS方程式がある[5]。これら二つの方程式は各々定常進行波解であるクノイド波（cnoidal wave）解とストークス波（Stokes wave）解を持つ。これらはアーセル（Ursell）数

$$U_r=\frac{gHT^2}{h^2}=2\pi\frac{H}{h}/\frac{h}{L} \tag{3-1-9}$$

により$U_r>25$の条件ではクノイド波が、$U_r<25$ではストークス波が適用される[3]。ここで、Hは波高、Tは周期、Lは波長である。

本研究における計算では、gは9.8m／s／s、hは0.1mで固定してあり、Hは約

0.05m、Tは0.8～3.2sであるので、アーセル数は30～500程度でありクノイド波の適用範囲と考えられる。よって以下でK-dV方程式及びクノイド波について説明する。

3-1-2.K-dV方程式

浅水長波（$kh<<1$）の場合、（3-1-8）式の分散関係式は次のように展開できる。

$$\frac{\omega}{k}=\sqrt{gh}\left\{1-\frac{(hk)^2}{6}+O\left(k^4\right)\right\} \tag{3-1-10}$$

ここで、右辺第2項$\varepsilon=(hk)^2$　$(<<1)$により分散の強さが表わされる。波の分散は、波がいくつかの正弦波から構成される場合、各々の正弦波が個となった速度で進むために波形の変化を引き起こす。よって、分散の強さεと同程度の大きさの振幅をもつ弱い非線形波を考えると、$hk=\varepsilon^{1/2}$の小さい値に対して波の空間的時間的変化を正しく記述するには次のような座標変換を施せばよい。

$$\xi=\varepsilon^{1/2}\left(x-c_0t\right),\qquad \tau=\varepsilon^{3/2}t \tag{3-1-11}$$

ここで、$c_0=\sqrt{gh}$であり、これは波の位相速度を表わす。

一方、速度ポテンシャルϕと波形ηはそれぞれεのベキ級数、

$$\left.\begin{aligned}\phi(x,y,t)&=\varepsilon^{1/2}\left\{\phi^{(1)}(\xi,y,\tau)+\varepsilon\phi^{(2)}(\xi,y,\tau)+\cdots\right\}\\ \eta(x,t)&=\varepsilon\left\{\eta^{(1)}(\xi,\tau)+\varepsilon\eta^{(2)}(\xi,\tau)+\cdots\right\}\end{aligned}\right\} \tag{3-1-12}$$

で表わされるとする。

この展開（3-1-12）式をラプラス方程式（3-1-1）式に代入し、εの各ベキの係数をゼロとおけば、

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial t^2}=0\\ &\frac{\partial^2\phi^{(n)}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi^{(n-1)}}{\partial\xi^2}=0\quad(n\geq2)\end{aligned}\right\} \tag{3-1-13}$$

が得られる。境界条件（3-1-2）は、

$$y=-h: \qquad \frac{\partial\phi^{(n)}}{\partial y}=0 \quad (n\geq 1) \tag{3-1-14}$$

となる。この境界条件のもとに（3-1-13）を逐次積分すると、

$$\left.\begin{aligned}
&\phi^{(1)}=\phi^{(1)}(\xi,\tau)\\
&\phi^{(2)}=-\frac{1}{2}(y+h)^2\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial\xi^2}+f_1(\xi,\tau)\\
&\phi^{(3)}=\frac{1}{24}(y+h)^4\frac{\partial^4\phi^{(1)}}{\partial\xi^4}-\frac{1}{2}(y+h)^2\frac{\partial^2 f_1}{\partial\xi^2}+f_2(\xi,\tau)\\
&\qquad\cdots\quad\cdots\quad\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{3-1-15}$$

となる。ここで、f_1、f_2は任意関数である。

水面近傍で$\phi(\xi,\eta,\tau)$をηについてTayler展開したものと（3-1-12）式を自由表面での境界条件（（3-1-3）、（3-1-4）式）に代入すると、y＝0において、

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial y}=-c_0\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial\xi}\\
&\frac{\partial\phi^{(3)}}{\partial y}+\eta^{(1)}\frac{\partial^2\phi^{(2)}}{\partial y^2}=\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial\tau}-c_0\frac{\partial\eta^{(2)}}{\partial\xi}+\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi}\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial\xi}\\
&\qquad\cdots\quad\cdots\quad\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{3-1-16}$$

及び、

$$\left.\begin{aligned} & -c_0\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial y}+g\eta^{(1)}=0 \\ & \frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\tau}-c_0\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial\xi}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi}\right)^2+g\eta^{(2)}=0 \\ & \qquad\qquad \cdots\quad\cdots\quad\cdots \end{aligned}\right\} \tag{3-1-17}$$

となる。これらの関係式から（3-1-14）式を用いて高次項を消去すると水面波の第1近似に対する次の方程式が得られるが、これはK-dV方程式に他ならない。

$$\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial\tau}+\frac{3}{2}\frac{c_0}{h}\eta^{(1)}\frac{\partial\eta^{(1)}}{\partial\xi}=-\frac{c_0h^2}{6}\frac{\partial^3\eta^{(1)}}{\partial\xi^3} \tag{3-1-18}$$

3-1-3.クノイド波

(3-1-18) 式のK-dV方程式は定常進行波解である次のクノイド波解をもつ。

$$\eta^{(1)} = \eta_0 + U\mathrm{cn}^2\left[\sqrt{\frac{3U}{4hs^2}}\left\{\xi - \frac{2c_0}{2h}\left(\eta_0 + \frac{2s^2-1}{3s^2}U\right)\tau\right\}, s\right] \qquad (3\text{-}1\text{-}19)$$

ここで、cnはJacobiの楕円関数[24]、sはそのパラメータである。この波の平均波高を$\overline{\eta}$で表わすと、

$$\overline{\eta} = \eta_0 + \frac{2E(s)}{sK(s)} \qquad (3\text{-}1\text{-}20)$$

となる。ここで、$K(s)$、$E(s)$はそれぞれ第1種、第2種の完全楕円積分[24]である。この波は$2K(s)$の周期をもち、s→0 の極限で正弦波に、s→1 の極限でK-dV方程式の解としてよく知られた孤立波 (soliton) に漸近する。クノイド波は正弦波に比べて山の部分はより鋭く、谷の部分はより平らになっている (Fig.3-2.)。クノイド波は同じ振幅の、従って同じ速度で進む孤立波の列と考えることができる。

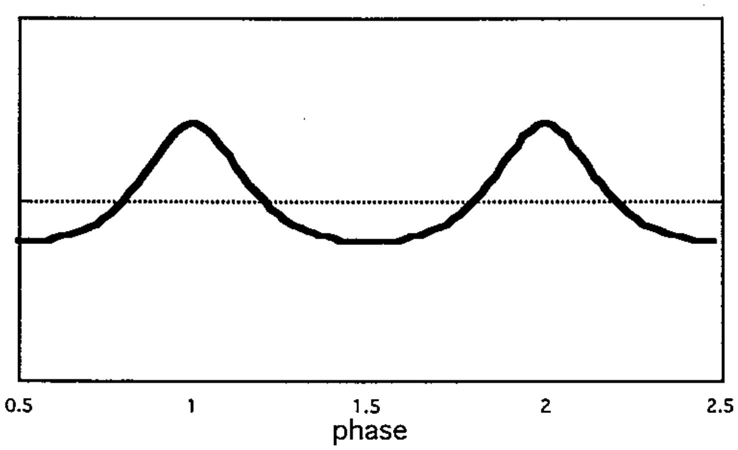

Fig.3-2. cnoidal wave

3-2.解析条件

3-2-1.計算体系

Fig.3-3.に示すような体系で左端の境界壁を造波板としてクノイド波の各位相毎の水平方向の速度分布に従って動かすことにより波を発生させる。海底勾配 $\tan\beta$ は0.075の場合、全粒子数は2655、流体粒子数1710であり、海底勾配0.1の場合全粒子数は2375、流体粒子数1550である。斜面以外の粒子は、流体粒子も壁粒子も正方格子上に配置する。斜面の粒子は、水平方向には正方格子と同じ間隔で並べ、鉛直方向には正方格子の幅× $\tan\beta$ の間隔で並べる。MPS法においては境界壁も流体と同じように粒子の集まりとして表現するため、境界壁を任意の速度分布に従って動かすことは容易である。クノイド波は楕円関数を用いて表わされる複雑な関数であるためその速度分布は3次の近似解として求める[25]。

クノイド波の位相 ξ、高さyでの速度を $v(\xi,y)$ とする（Fig.3-4.）と、1タイムステップ Δt の間の造波板の水平方向の位置の変化量 Δx は次の式により求まる。

$$\Delta x(y) = \alpha\, v(\xi,y)\,\Delta t \qquad (3\text{-}2\text{-}1)$$

ここで α は修正係数であり、本研究においては、後で示すクノイド波との波の中心での鉛直方向の速度分布の比較から1.5で固定した。この修正係数を用いる理由は、MPS法においては粒子が円形の領域を表現しているため、粒子の位置が少しでもずれていれば造波板をクノイド波の水平方向の速度分布に従って動かしたとしても、その速度が全て流体粒子の水平方向の速度として伝わる訳ではないことによる（Fig.3-5）。

Fig.3-6.に実際に壁の動く様子を示す。これは、海底勾配0.1、周期1.2sec、入力波高0.0581mの場合である。図の下及び左の方にあるのが壁粒子であり左側の動い

ている壁が造波板である。壁に囲まれた粒子が流体粒子である。流体粒子から出ている線分は速度ベクトルを表わす。造波板が、同一の入力条件のクノイド波の速度分布（Fig.3-7）と同じように、水底付近より水面付近で大きな速度をもつのが分かる。ここで、位相0.5、1.5が波の谷を、位相1.0が波の山を表わす。図中の横線は初期水面の位置を表わす。

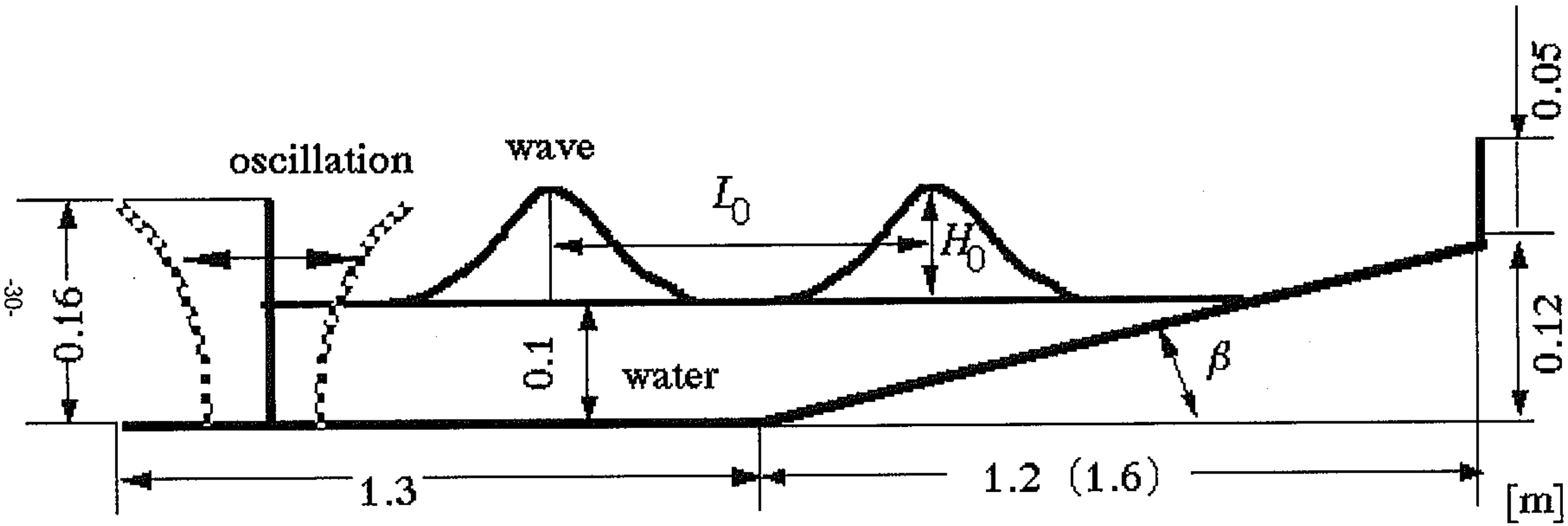

Fig.3-3. calculation geometry

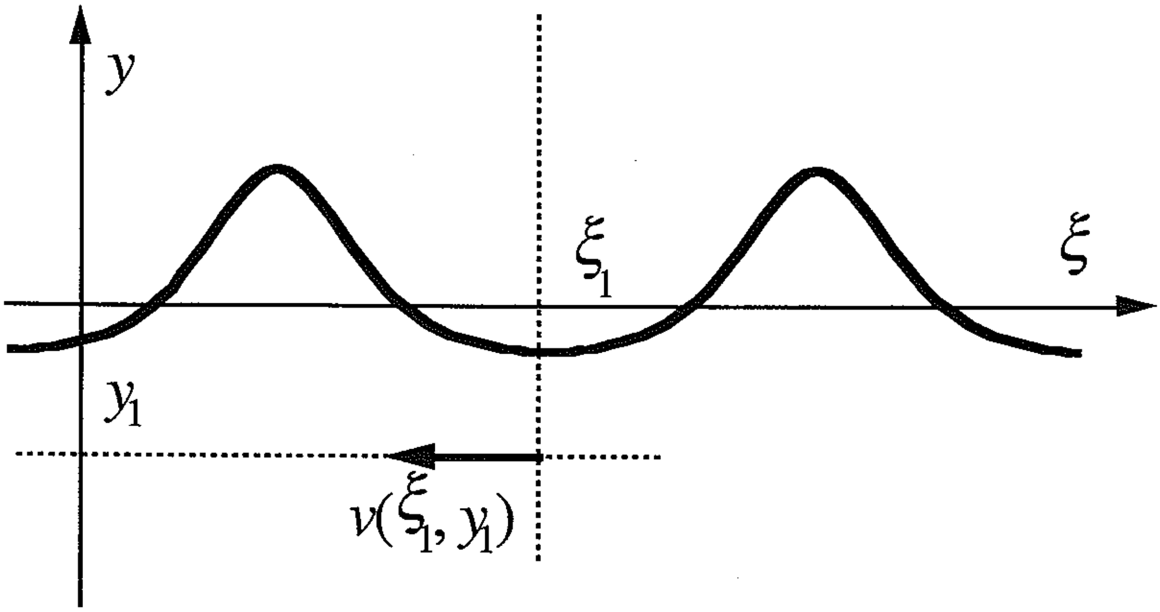

Fig.3-4. cnoidal wave

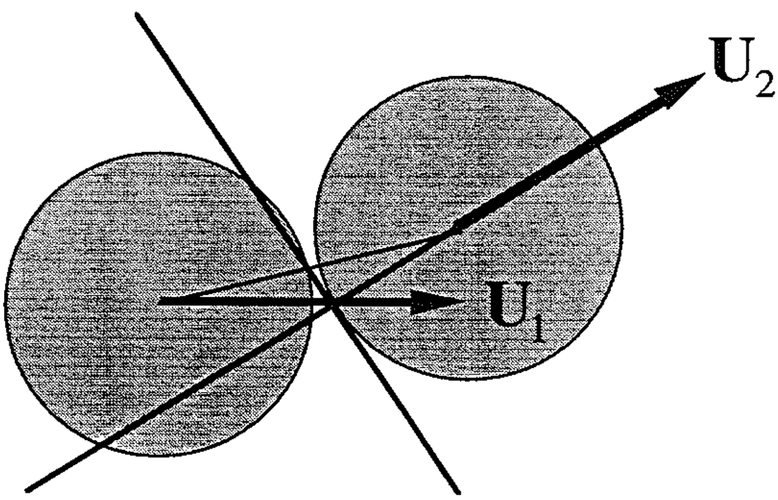

Fig.3-5. interaction between particles

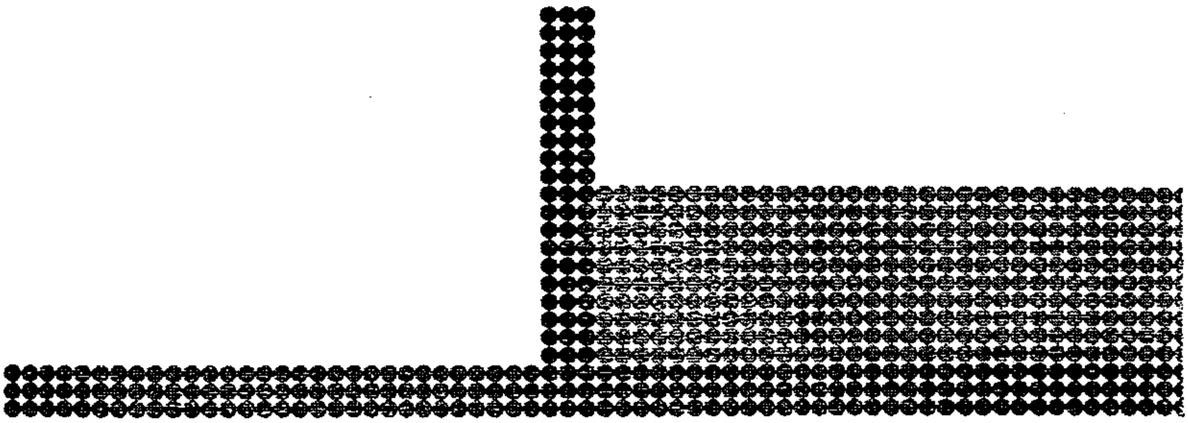
Fig.3-6-1. wave generater 0.0sec

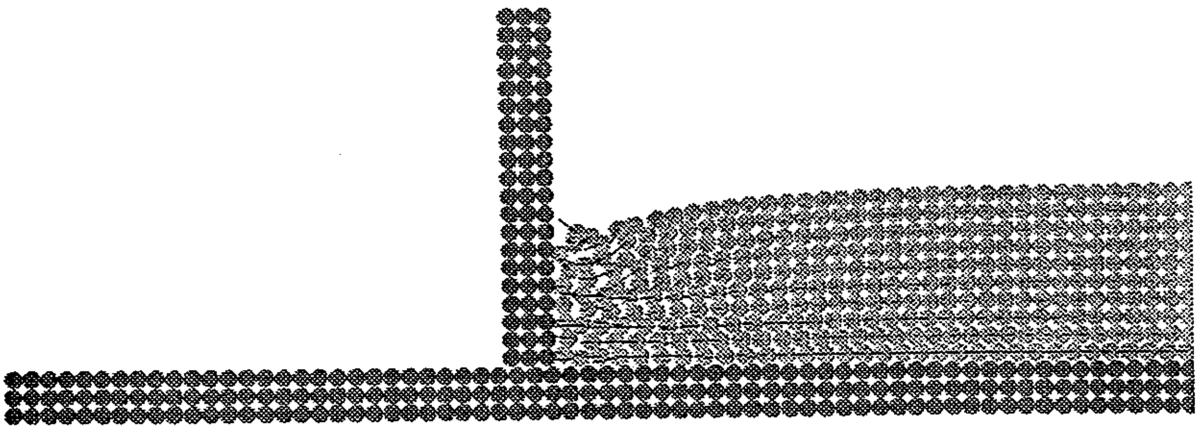
Fig.3-6-2. wave generater 0.1sec

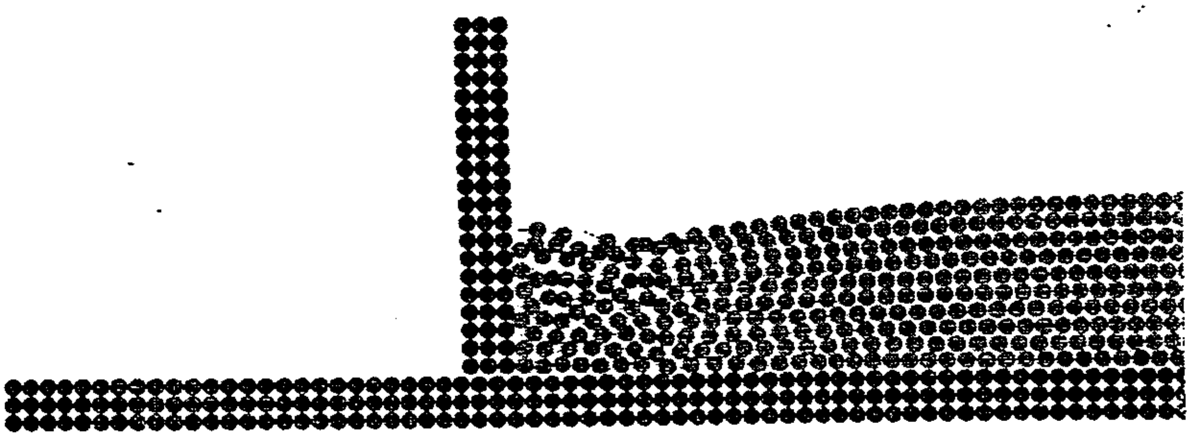
Fig.3-6-3. waye generater 0.2sec

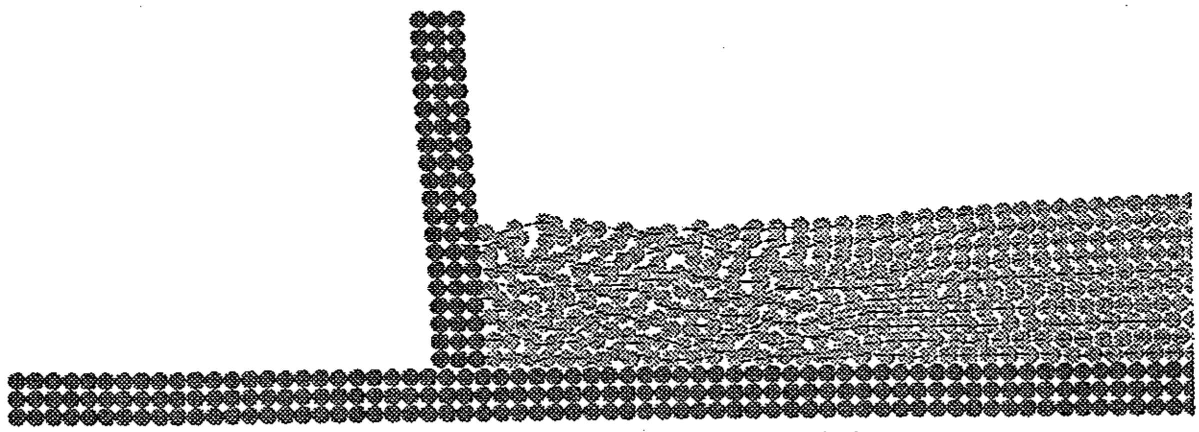

Fig.3-6-4. wave generater 0.3sec

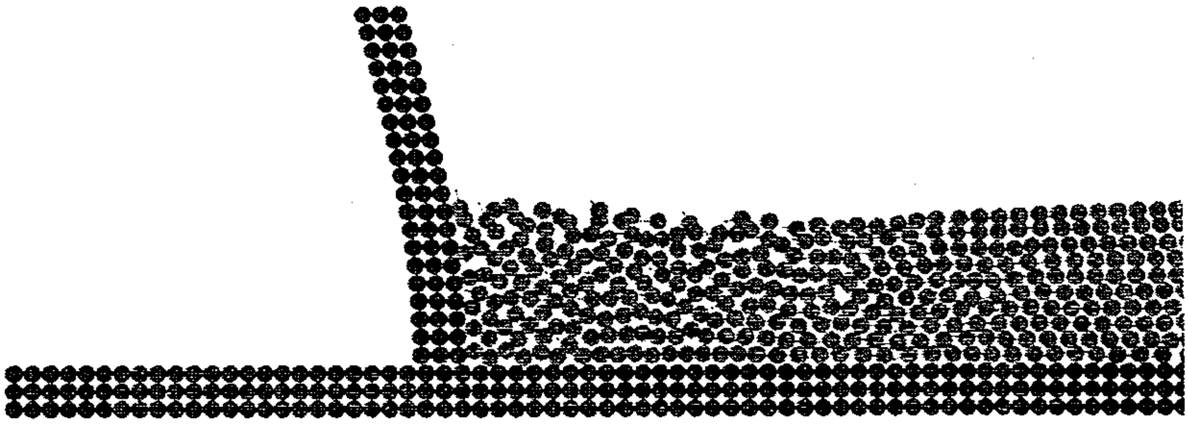

Fig.3-6-5. wave generater 0.4sec

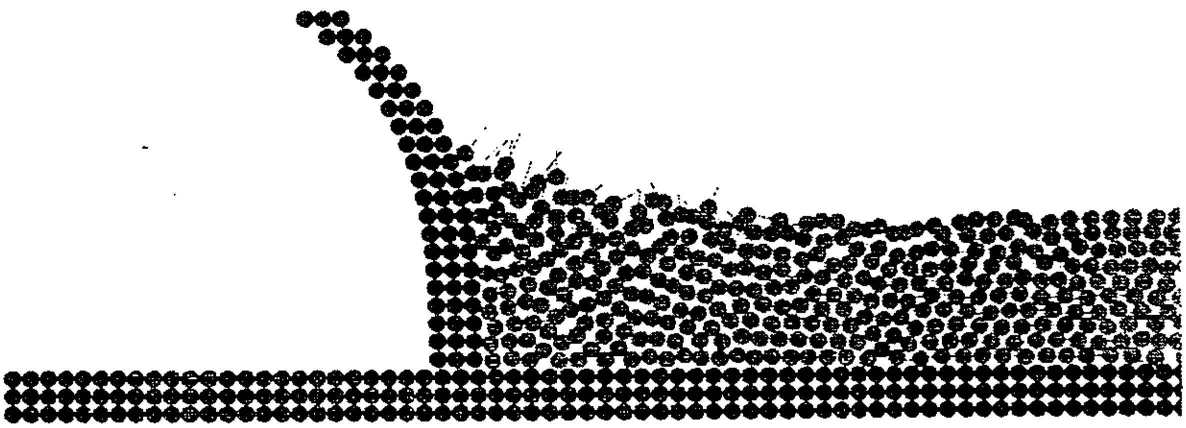

Fig.3-6-6. wave generater 0.5sec

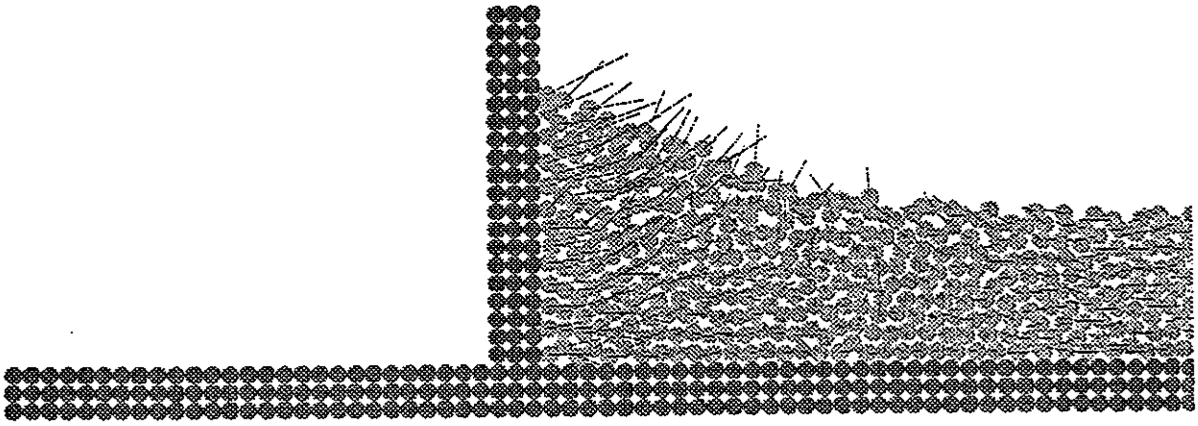

Fig.3-6-7. wave generater 0.6sec

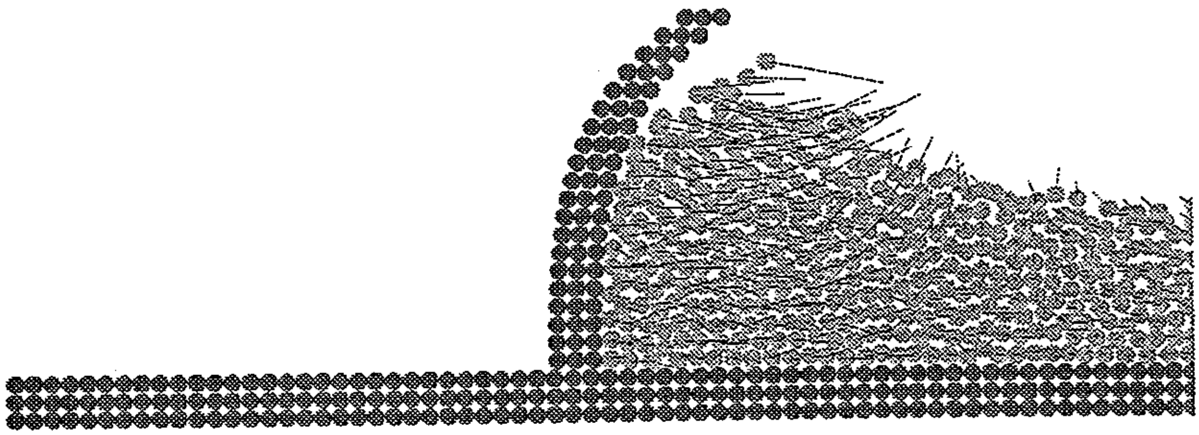

Fig.3-6-8. wave generater 0.7sec

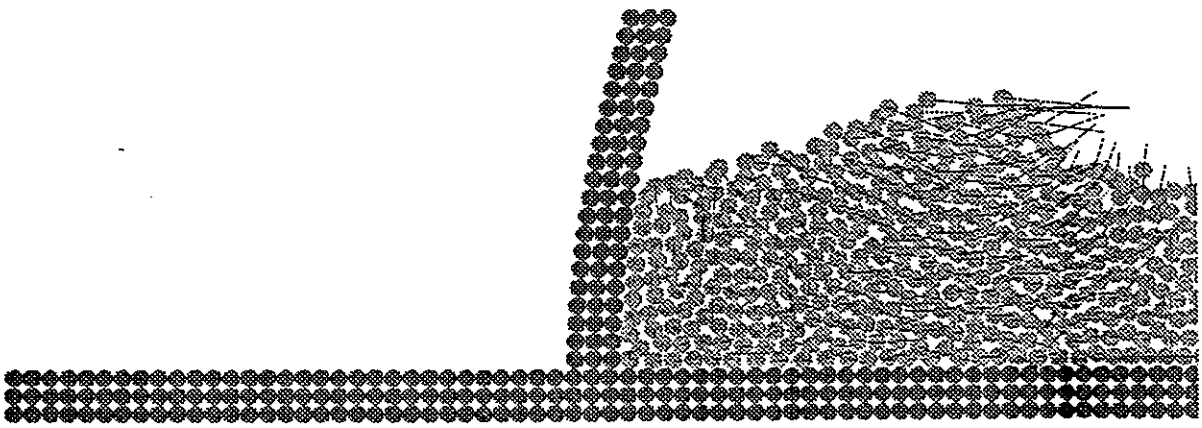

Fig.3-6-9. wave generater 0.8sec

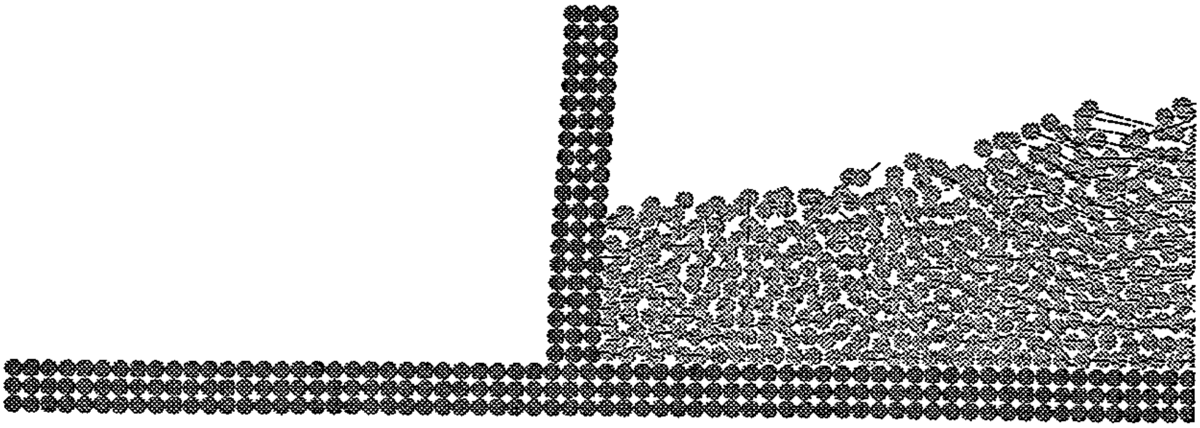

Fig.3-6-10. wave generater 0.9sec

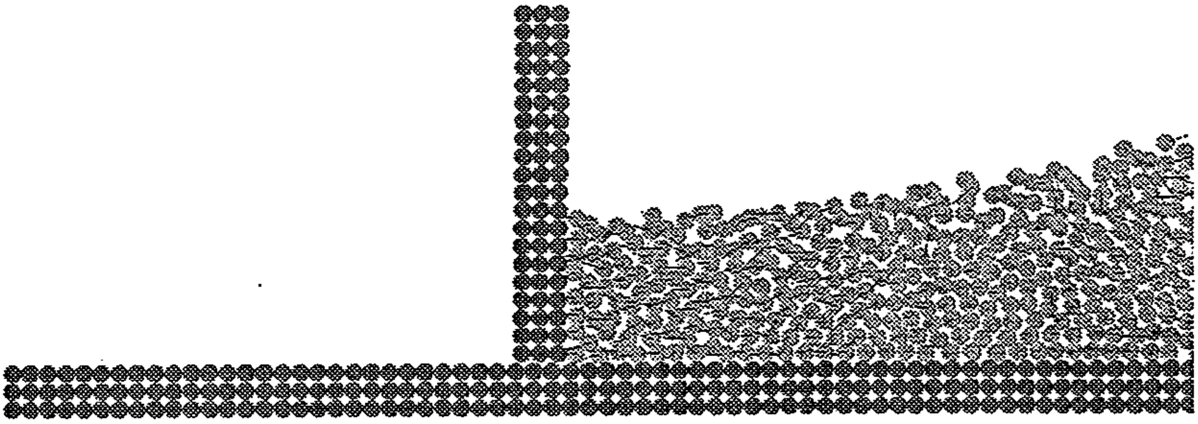

Fig.3-6-11. wave generater 1.0sec

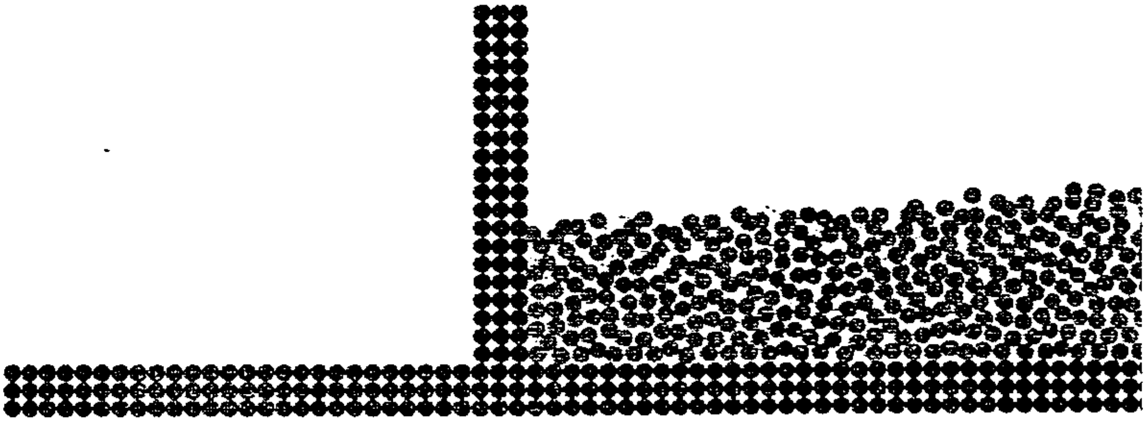

Fig.3-6-12. wave generater 1.1sec

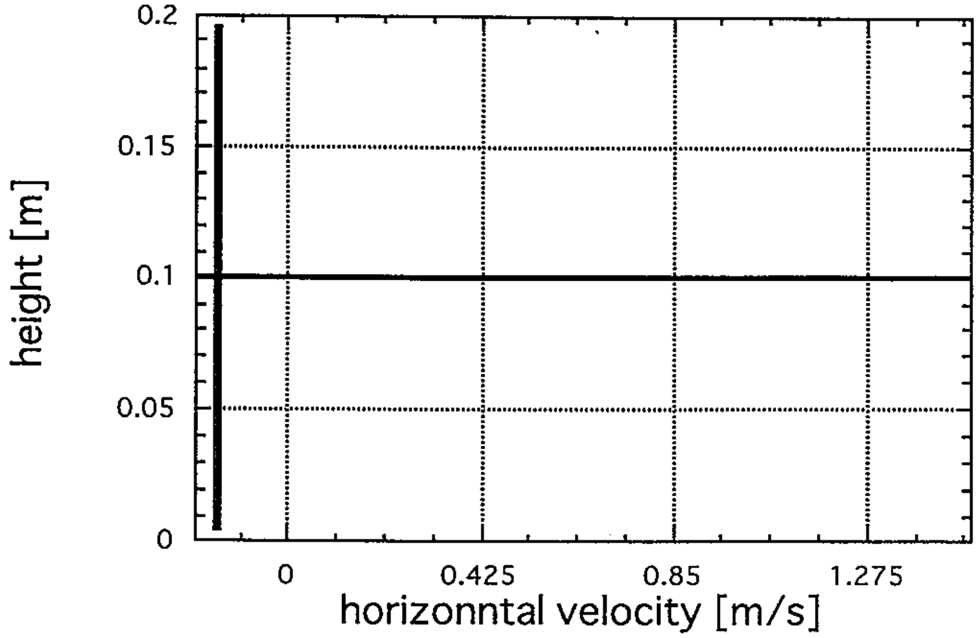

Fig.3-7-1. cnoidal wave (phase=0.5)

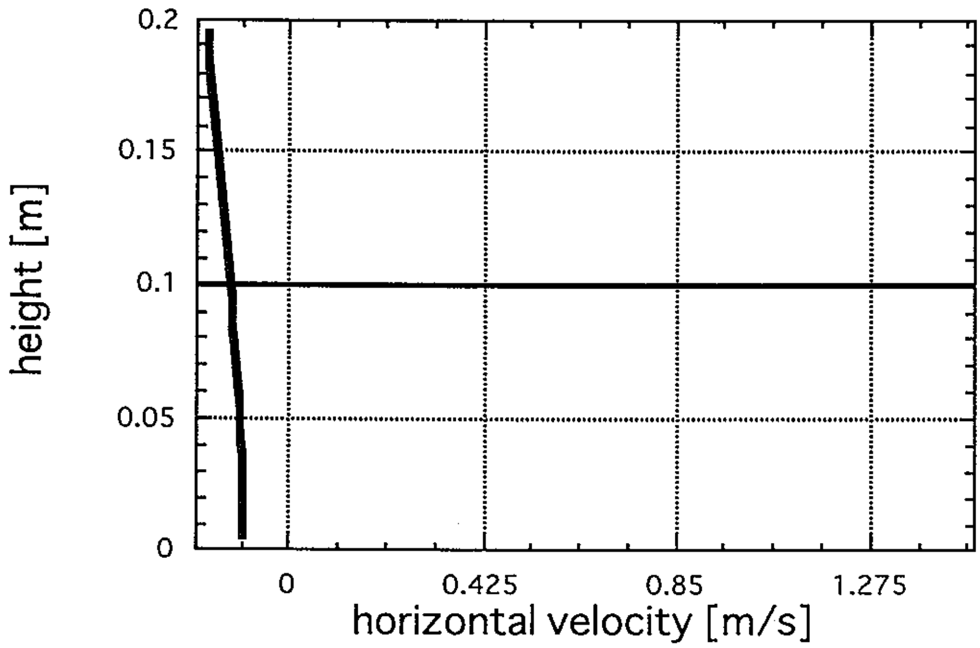

Fig.3-7-2. cnoidal wave (phase=0.75)

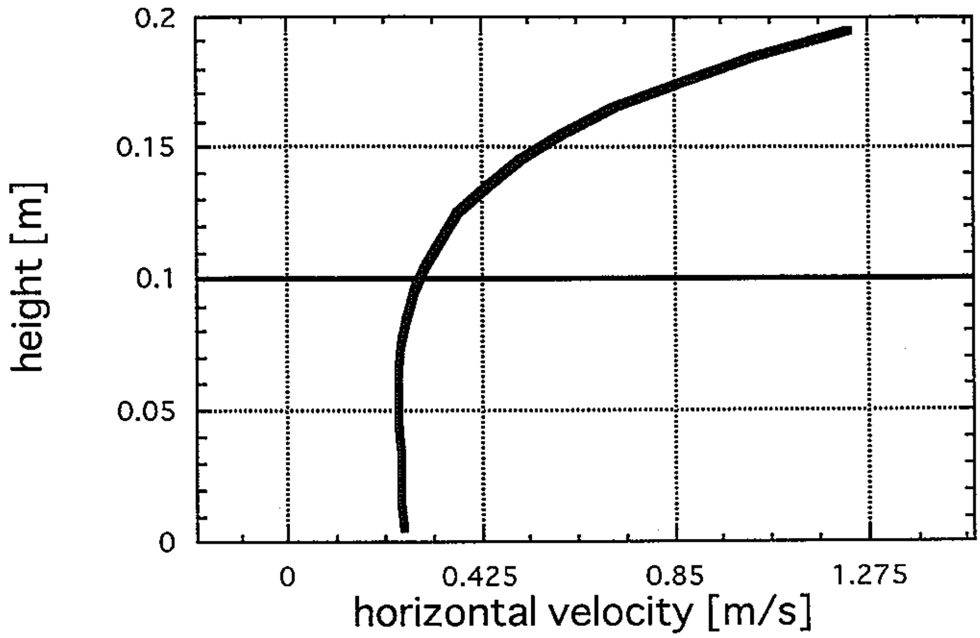

Fig.3-7-3. cnoidal wave (phase=1.0)

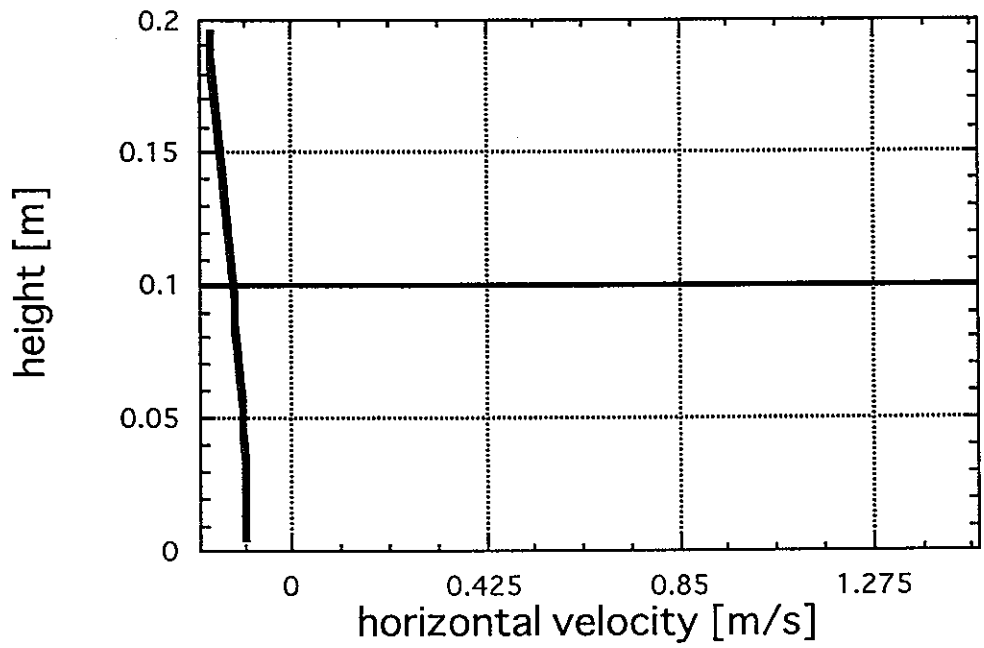

Fig.3-7-4. cnoidal wave (phase=1.25)

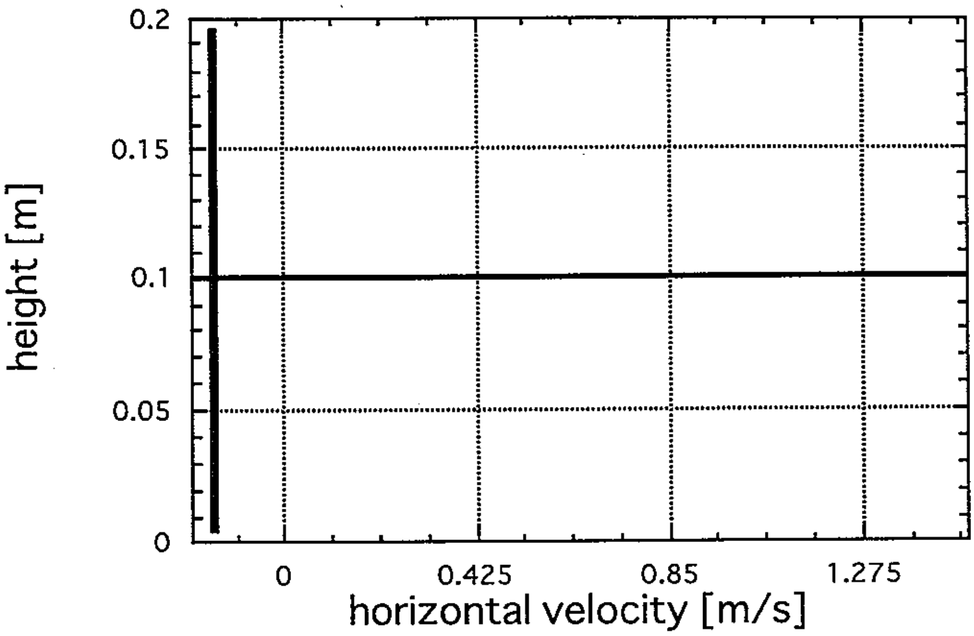

Fig.3-7-5. cnoidal wave (phase=1.5)

3-2-2.入力条件

Fig.3-3.に示す計算体系で造波板をクノイド波の速度分布に従って動かす場合に、入力条件としてクノイド波の周期及び波高を与える。入力した波高と実際に計算された波高が一致している保証はないが、入力波高、周期及び出力波高を示したTable3-1.,2.を見ると入力波高と出力波高は、最大で誤差22%、平均すると誤差6.7%で一致していることが分かる。

尚、本研究の計算体系においては、波の谷の位置の判定が困難なため、1周期後の造波板の位置の近傍にある粒子の位置を谷の位置とした。波の山の位置としては、第2波の水路中央付近での値を用いた。この山の位置と谷の位置の差が出力波高となる。

MPS法により計算した進行波の様子をFig.3-8.に示す。これは、海底勾配0.075、周期1.8sec、入力波高0.0520の場合である。左端の造波板により強制的に発生させた波が水路を進行している様子が示されている。

Table3-1. period & wave height ($\tan\beta = 0.075$)

period(sec)	input wave height(m)	output wave height(m)
1.0	0.0529	0.0526
1.3	0.0573	0.0536
1.4	0.0560	0.0571
1.5	0.0542	0.0584
1.6	0.0518	0.0573
1.7	0.0551	0.0564
1.8	0.0520	0.0549
1.9	0.0549	0.0534
2.2	0.0563	0.0625
2.4	0.0540	0.0638
3.2	0.0541	0.0564

Table3-2. period & wave height ($\tan\beta = 0.1$)

period(sec)	input wave height(m)	output wave height(m)
1.0	0.0625	0.0564
1.0	0.0529	0.0544
1.1	0.0532	0.0572
1.2	0.0581	0.0630
1.3	0.0573	0.0577
1.4	0.0560	0.0572
1.5	0.0542	0.0585
1.7	0.0551	0.0558
2.0	0.0578	0.0615
2.0	0.0450	0.0548

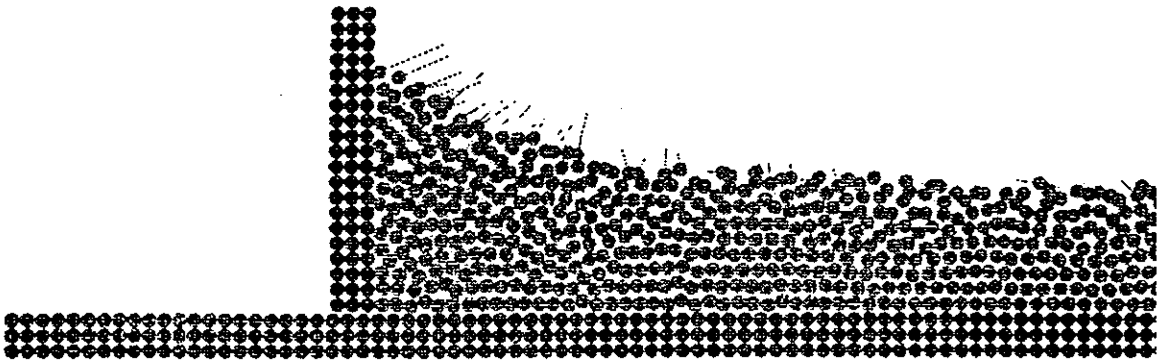

Fig.3-8-1. shallow water wave (MPS) 2.7sec

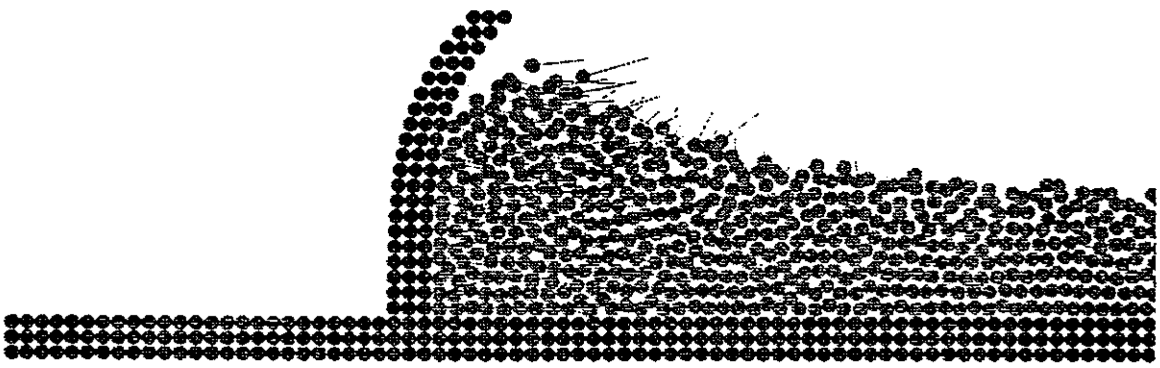

Fig.3-8-2. shallow water wave (MPS) 2.8sec

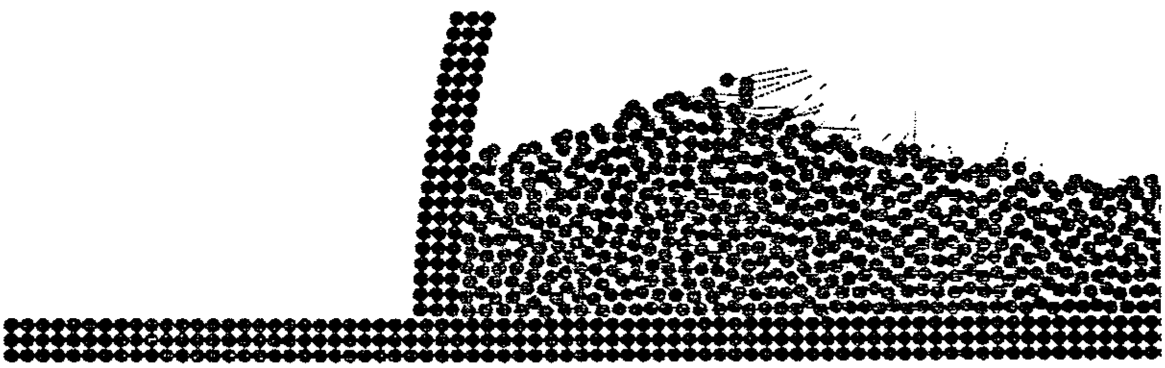

Fig.3-8-3. shallow water wave (MPS) 2.9sec

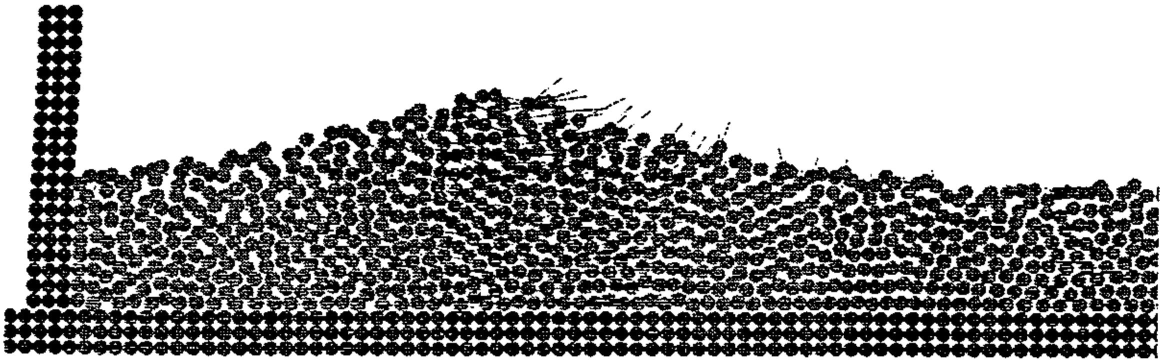

Fig.3-8-4. shallow water wave (MPS) 3.0sec

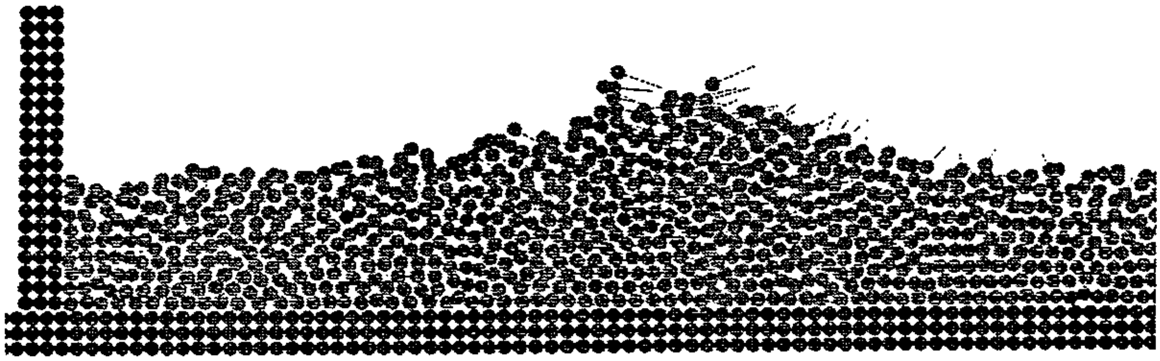

Fig.3-8-5. shallow water wave (MPS) 3.1sec

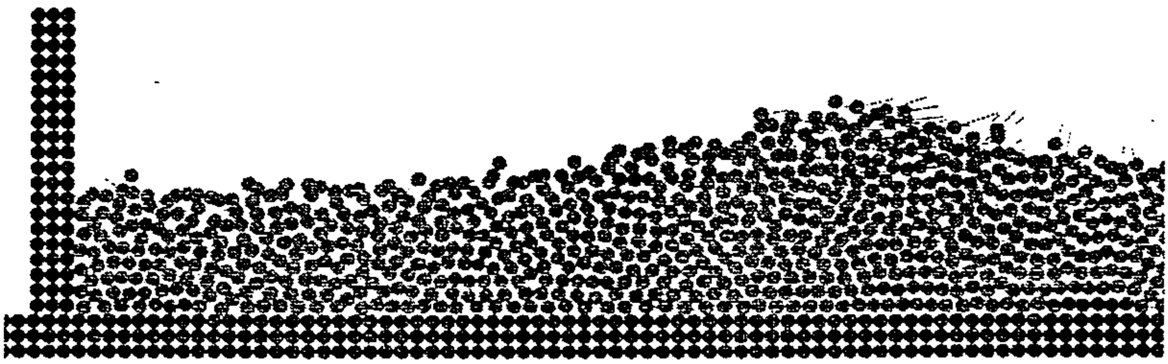

Fig.3-8-6. shallow water wave (MPS) 3.2sec

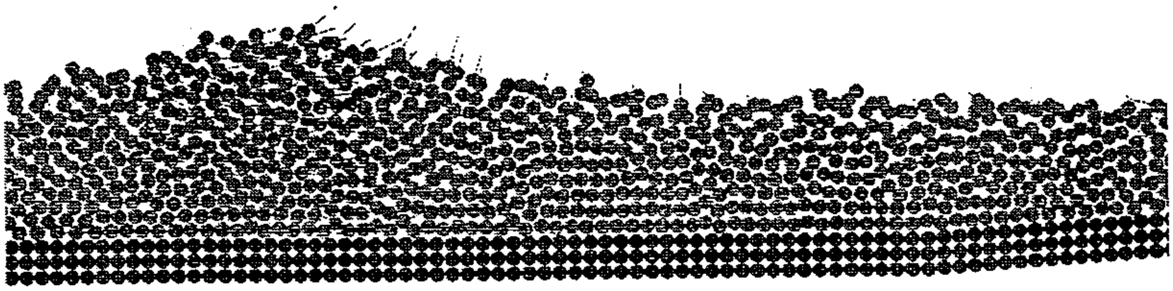

Fig.3-8-7. shallow water wave (MPS) 3.3sec

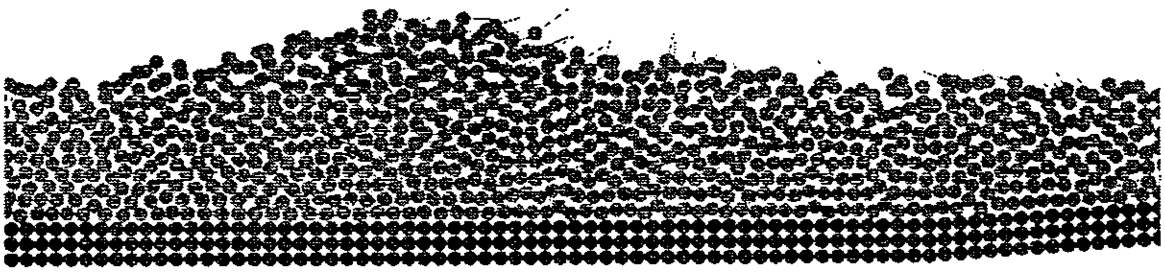

Fig.3-8-8. shallow water wave (MPS) 3.4sec

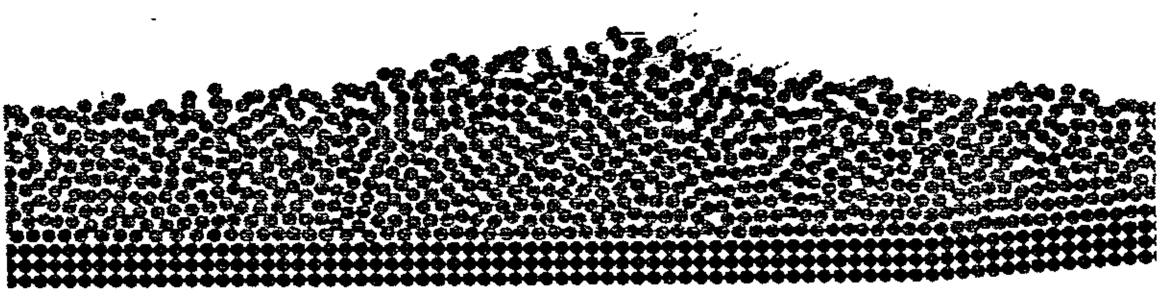

Fig.3-8-9. shallow water wave (MPS) 3.5sec

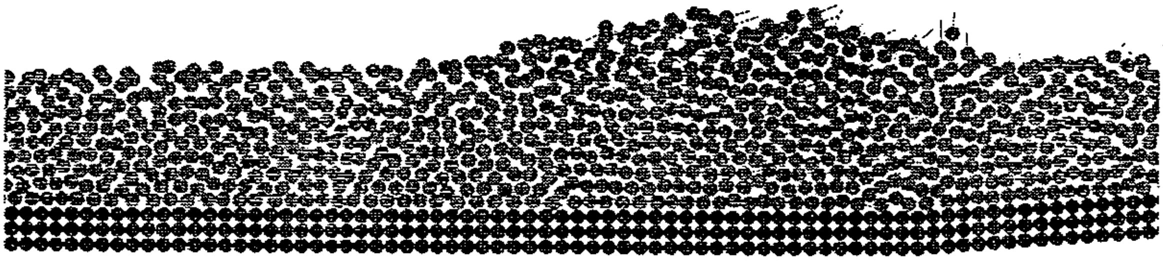

Fig.3-8-10. shallow water wave (MPS) 3.6sec

3-3.解析結果

3-3-1.波形の比較

Table3-1.,2.の入力条件でMPS法により計算した波と、同じ入力条件のクノイド波の波形を比較する（Fig.3-9.～29.）。MPS法による波は造波板付近では造波板による撹乱を受け、海底勾配のある斜面上及びその近傍では斜面の影響により非線形性が強くなると考えられる。よって、それらの影響を最も受けていないと思われる海底勾配のない水路の中央（造波板の初期位置から右へ0.5mの地点）付近での波形（Fig.3-8-7.参照）をクノイド波と比較する。ここで、縦軸は波の鉛直方向の座標であり、初期水面の位置を0とした。横軸は位相であり、整数点で山、半整数点で谷となるようにとってある。実線がクノイド波、○がMPS法による表面と判定された粒子（p.16参照）を表わす。図より、周期が大きくなると、位相が小さいところでMPS法の表面と判定された粒子を表わす○がなくなる。これは、周期が大きくなると波長も長くなり、波長が水路の長さを越えてしまうが、左端に造波板があるため、それ以上左には流体粒子が存在しないからである。図のキャプションのH_0はTable3-1.,2.の入力波高であり、U_rはアーセル数である。

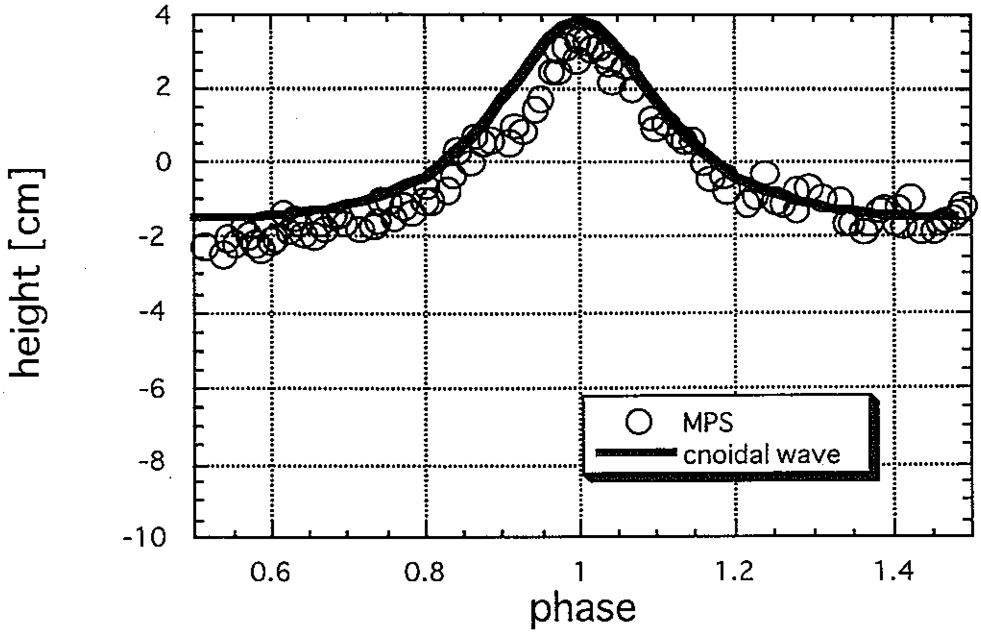

Fig.3-9. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0529$, $U_r = 51.8$)

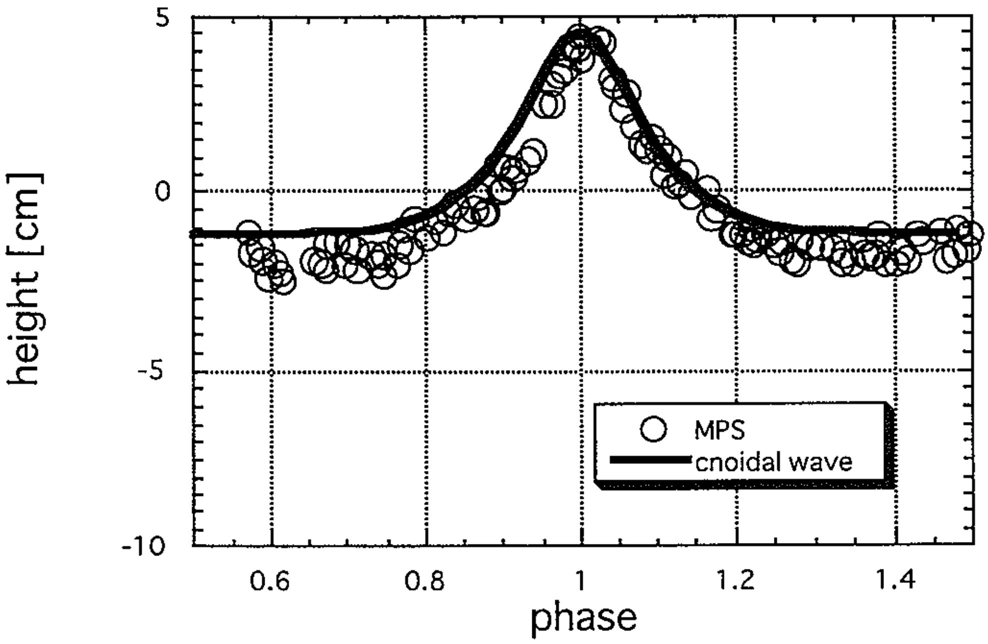

Fig.3-10. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.3$, $H_0 = 0.0573$, $U_r = 94.9$)

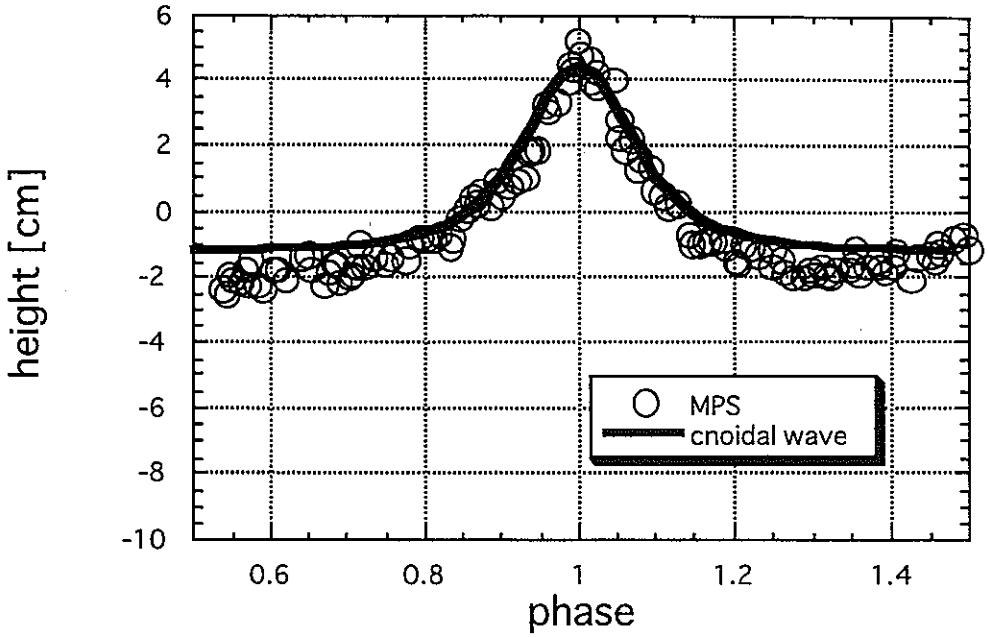

Fig.3-11. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.4$, $H_0 = 0.0560$, $U_r = 108$)

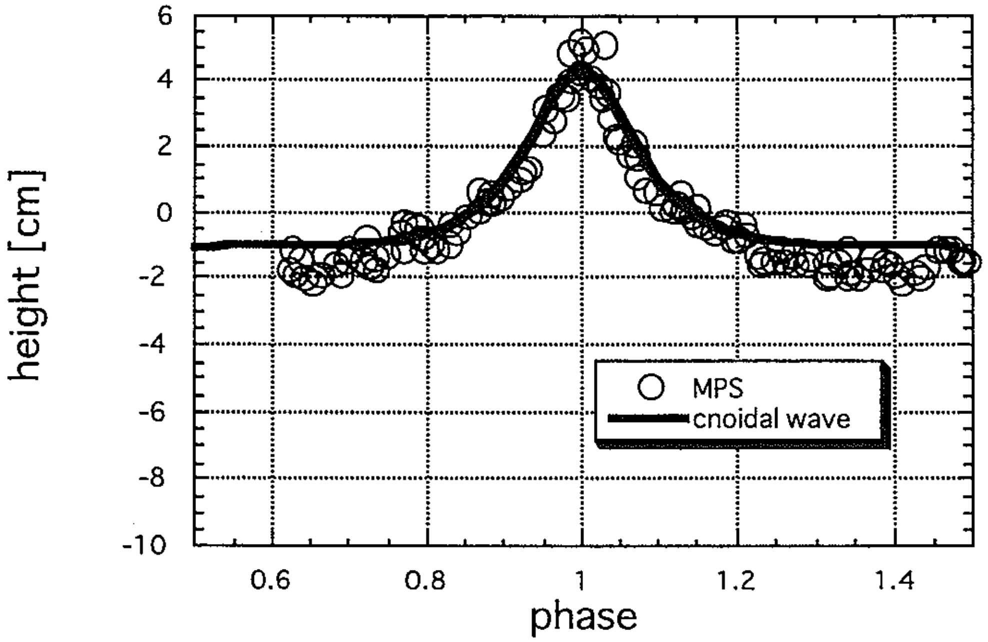

Fig.3-12. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.5$, $H_0 = 0.0542$, $U_r = 120$)

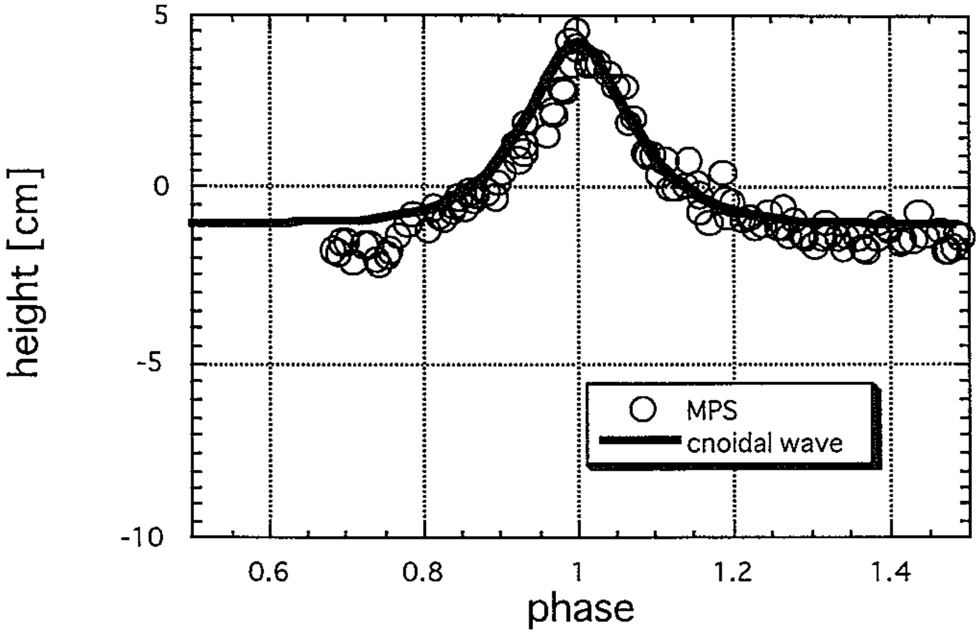

Fig.3-13. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.6$, $H_0 = 0.0518$, $U_r = 130$)

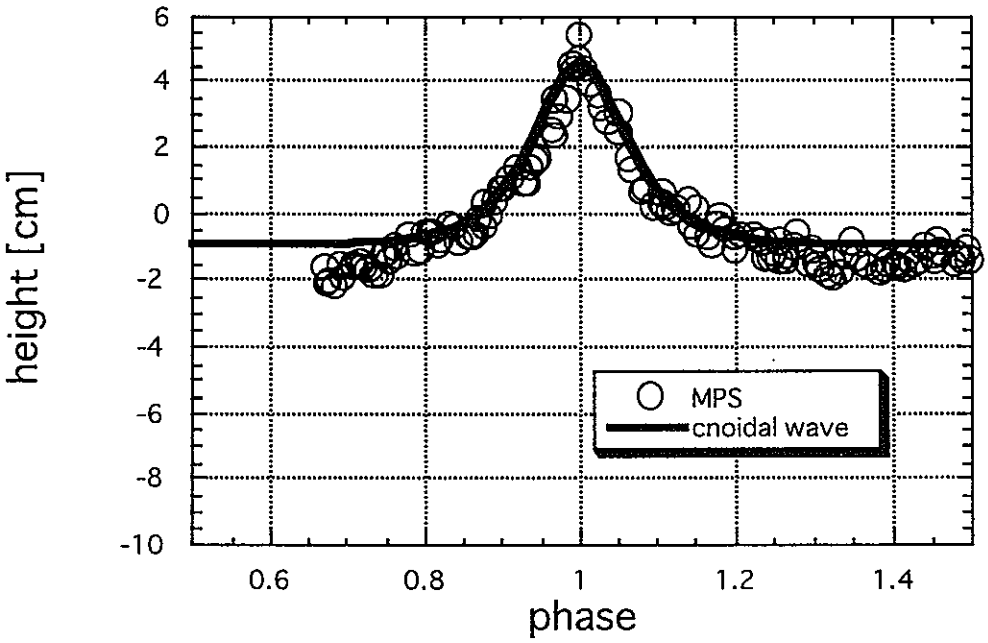

Fig.3-14. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.7$, $H_0 = 0.0551$, $U_r = 156$)

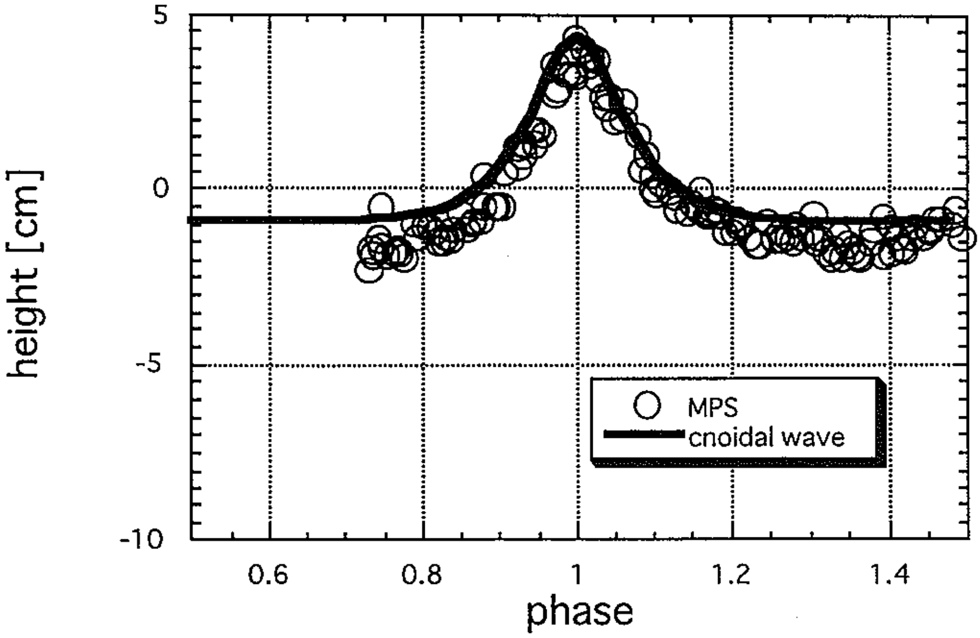

Fig.3-15. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.8$, $H_0 = 0.0520$, $U_r = 165$)

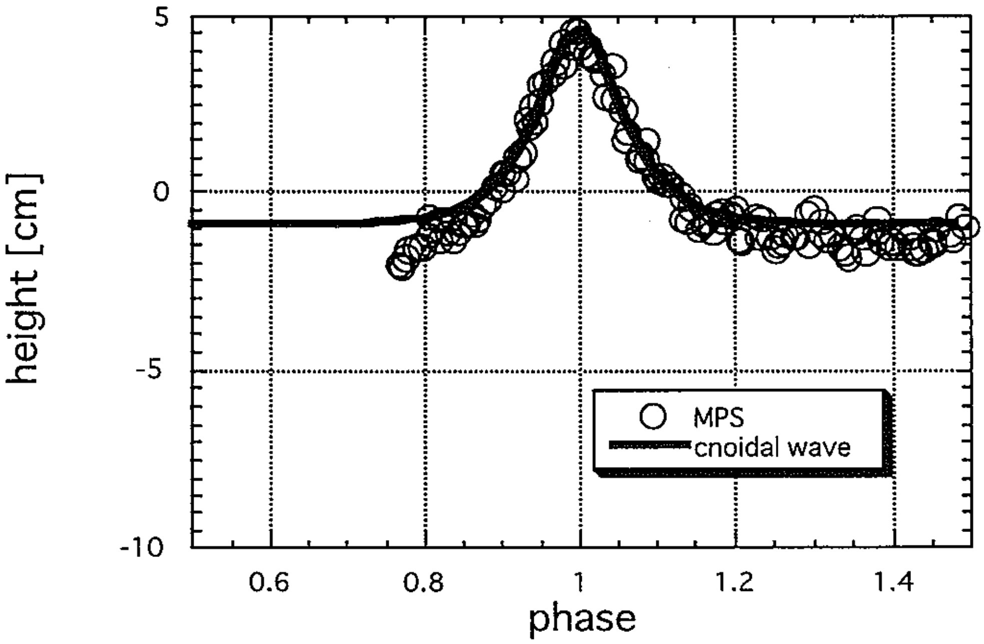

Fig.3-16. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.9$, $H_0 = 0.0549$, $U_r = 194$)

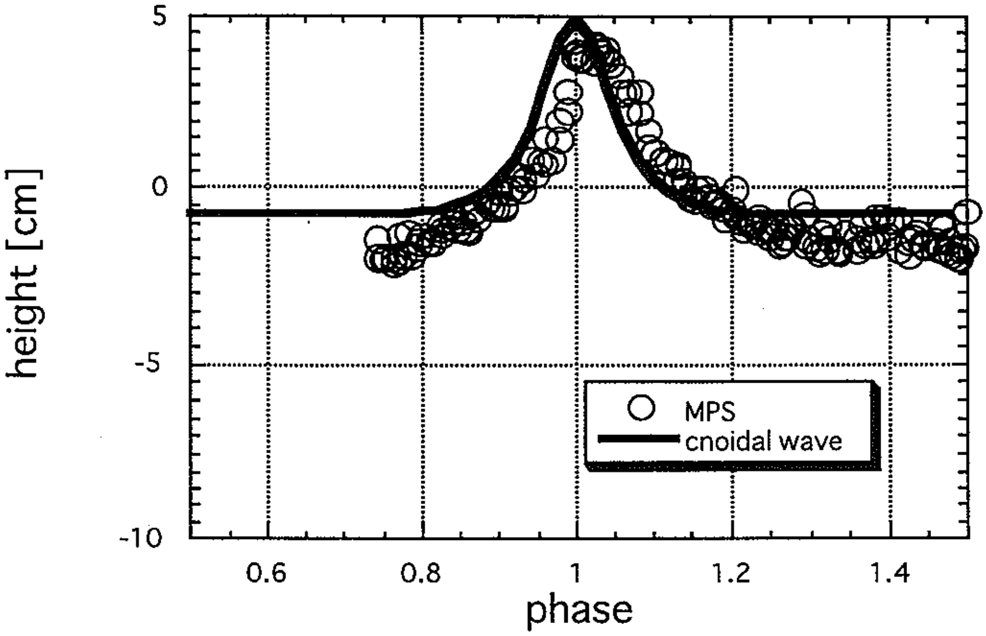

Fig.3-17. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 2.2$, $H_0 = 0.0563$, $U_r = 267$)

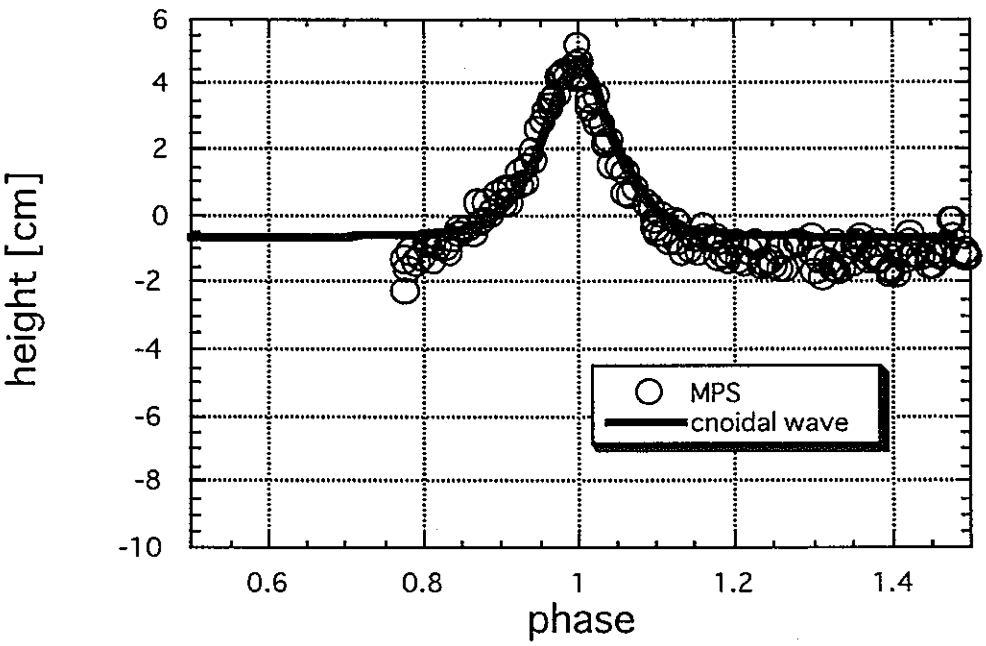

Fig.3-18. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 2.4$, $H_0 = 0.0540$, $U_r = 305$)

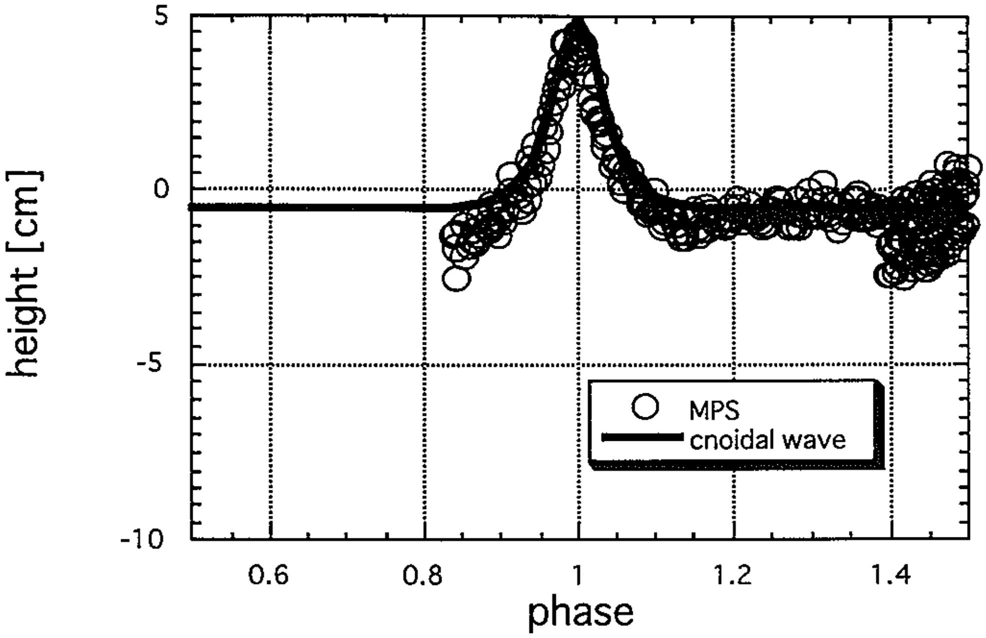

Fig.3-19. wave shape ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 3.2$, $H_0 = 0.0541$, $U_r = 543$)

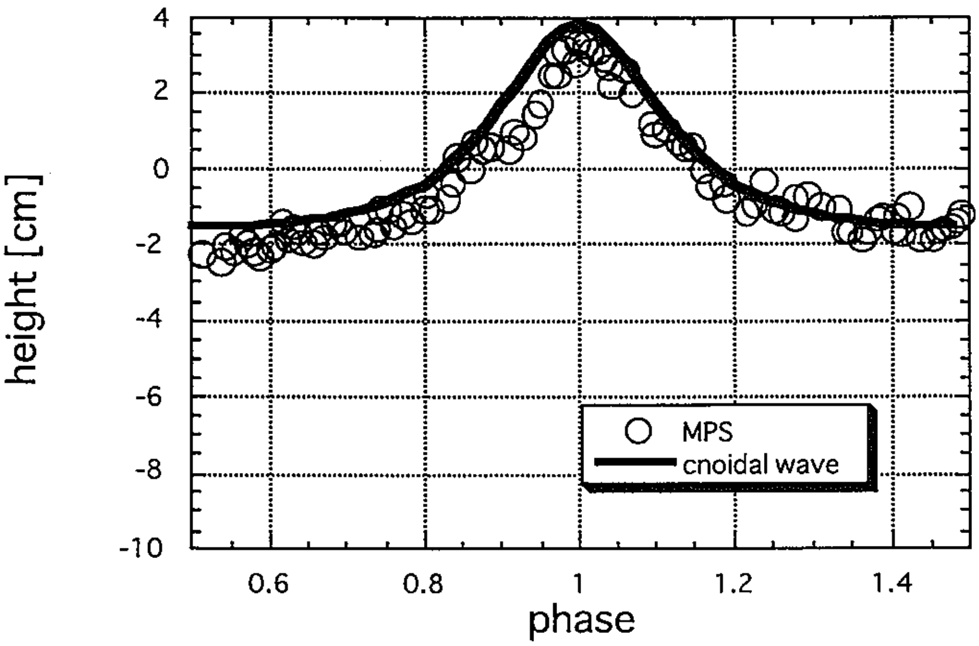

Fig.3-20. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0625$, $U_r = 61.3$)

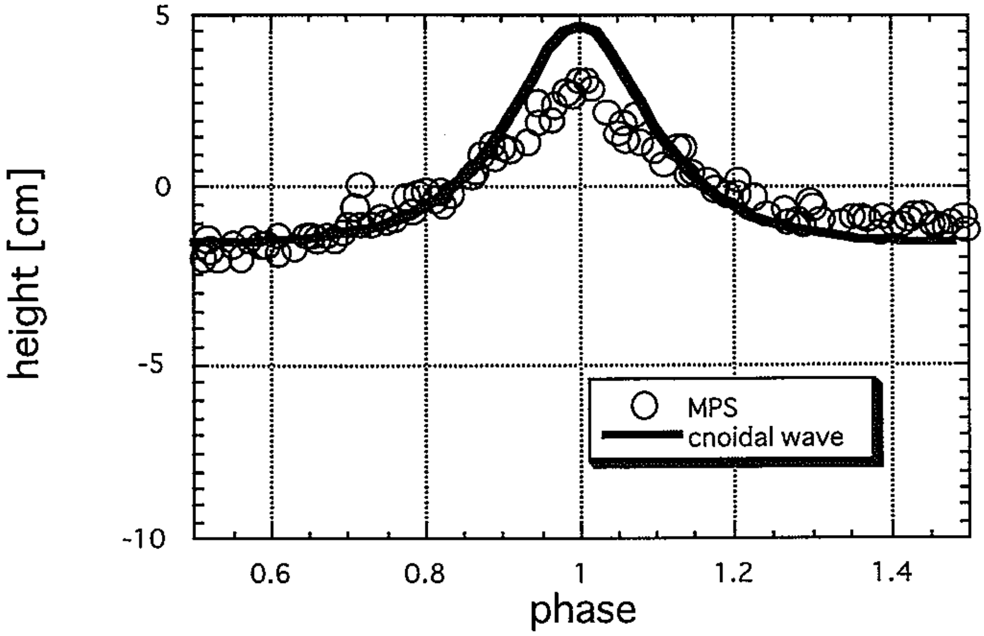

Fig.3-21. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0529$, $U_r = 51.8$)

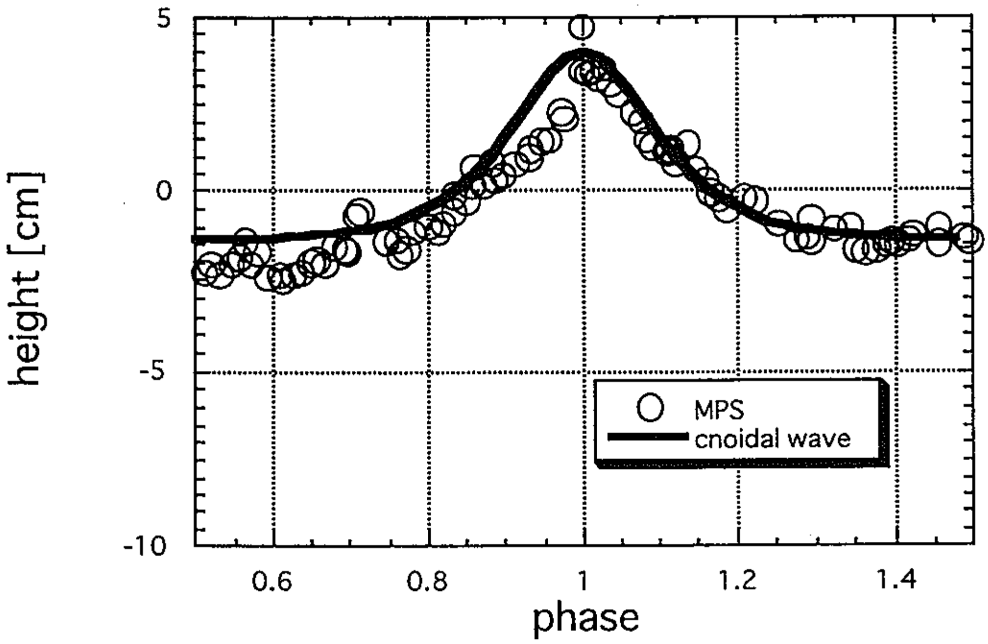

Fig.3-22. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.1$, $H_0 = 0.0532$, $U_r = 63.1$)

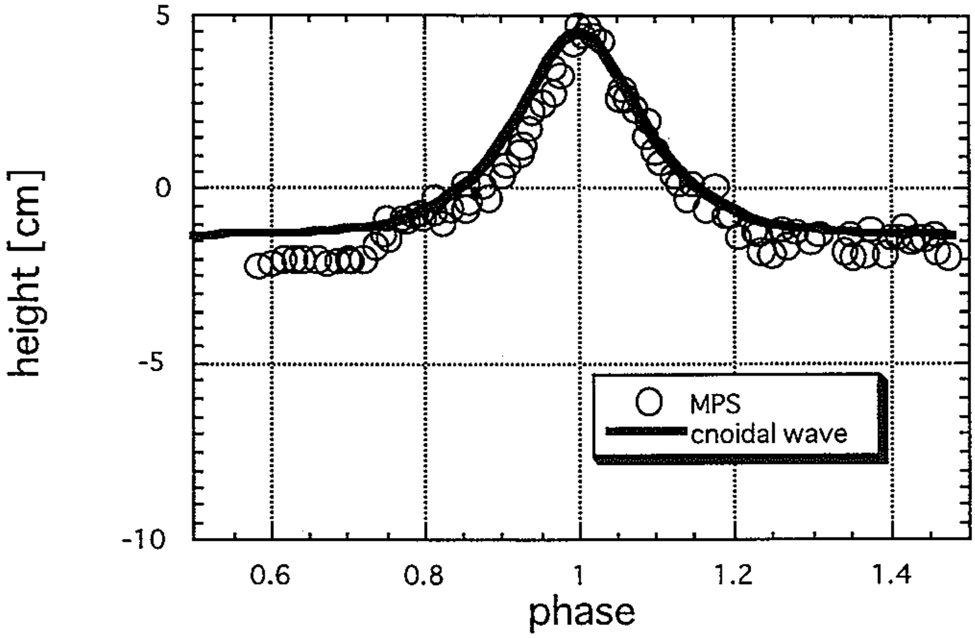

Fig.3-23. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.2$, $H_0 = 0.0581$, $U_r = 82.0$)

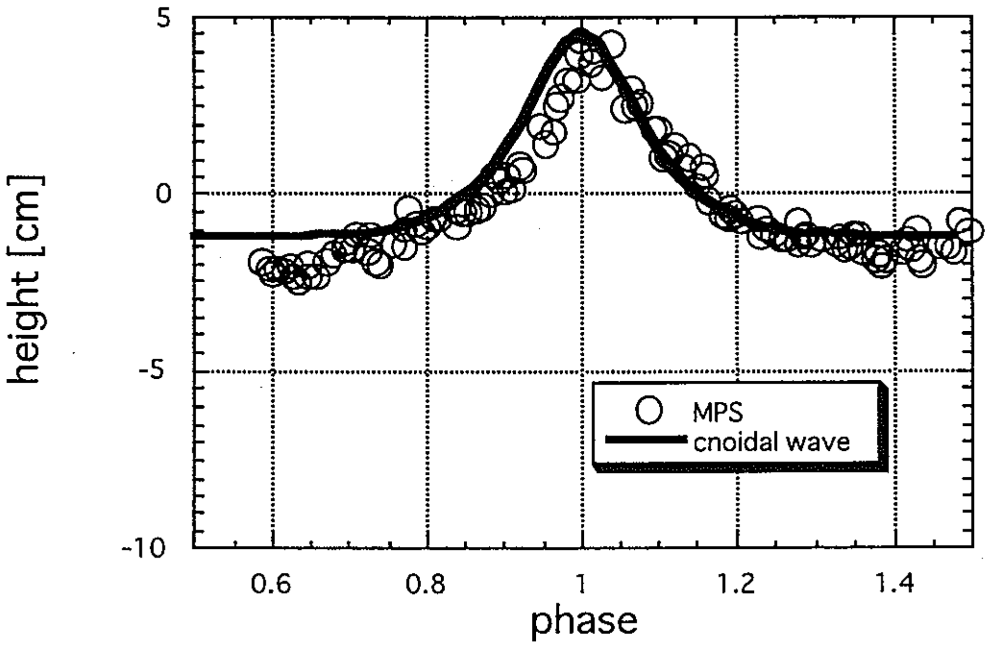

Fig.3-24. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.3$, $H_0 = 0.0573$, $U_r = 94.9$)

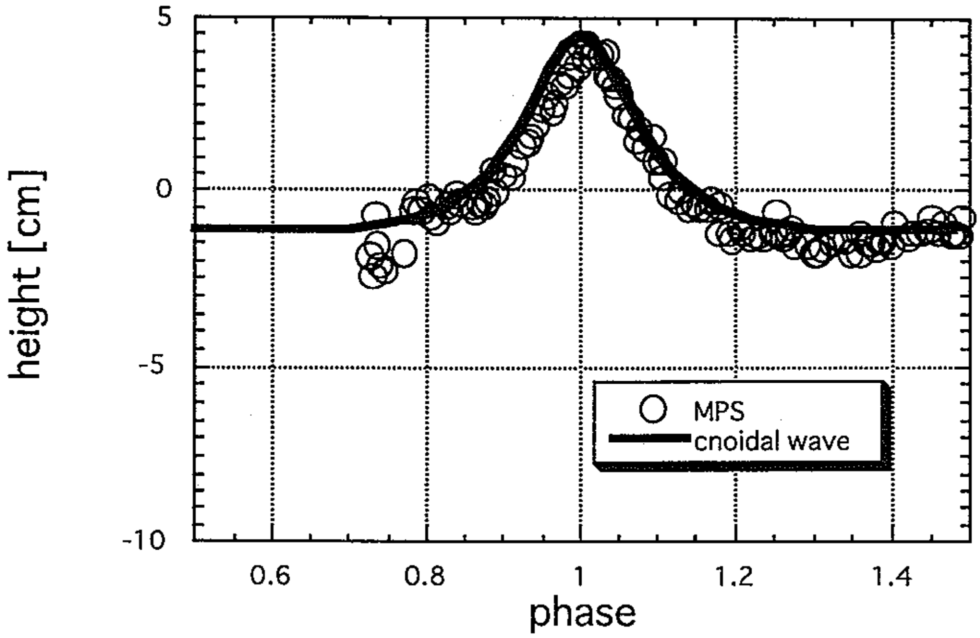

Fig.3-25. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.4$, $H_0 = 0.0560$, $U_r = 108$)

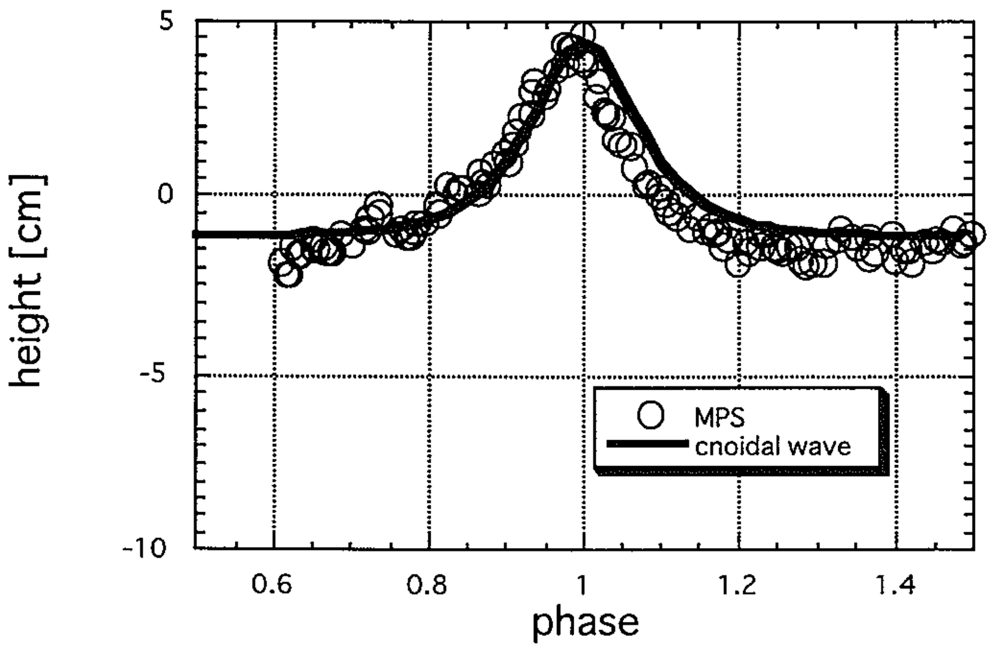

Fig.3-26. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.5$, $H_0 = 0.0542$, $U_r = 120$)

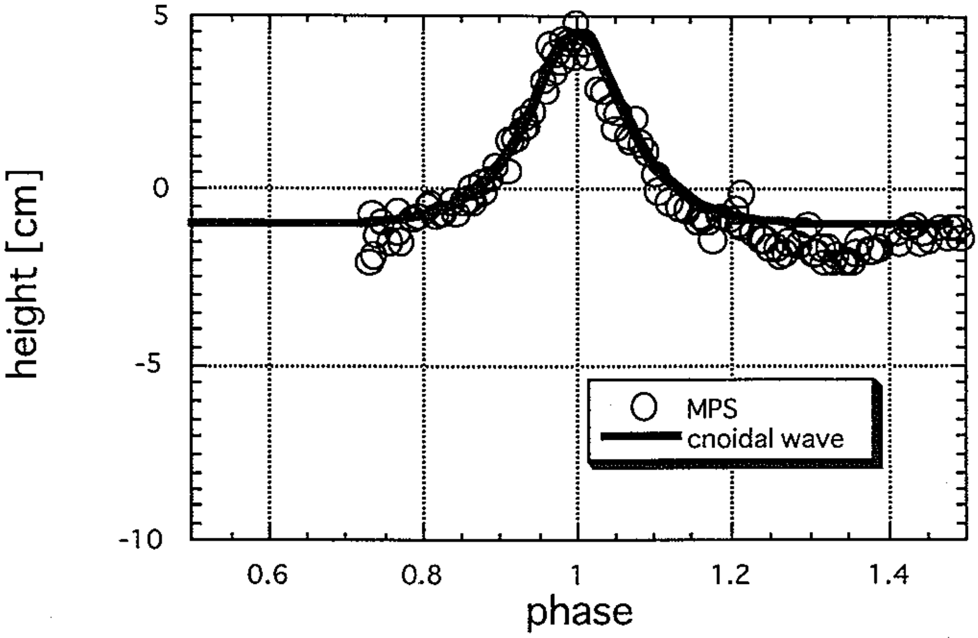

Fig.3-27. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.7$, $H_0 = 0.0551$, $U_r = 156$)

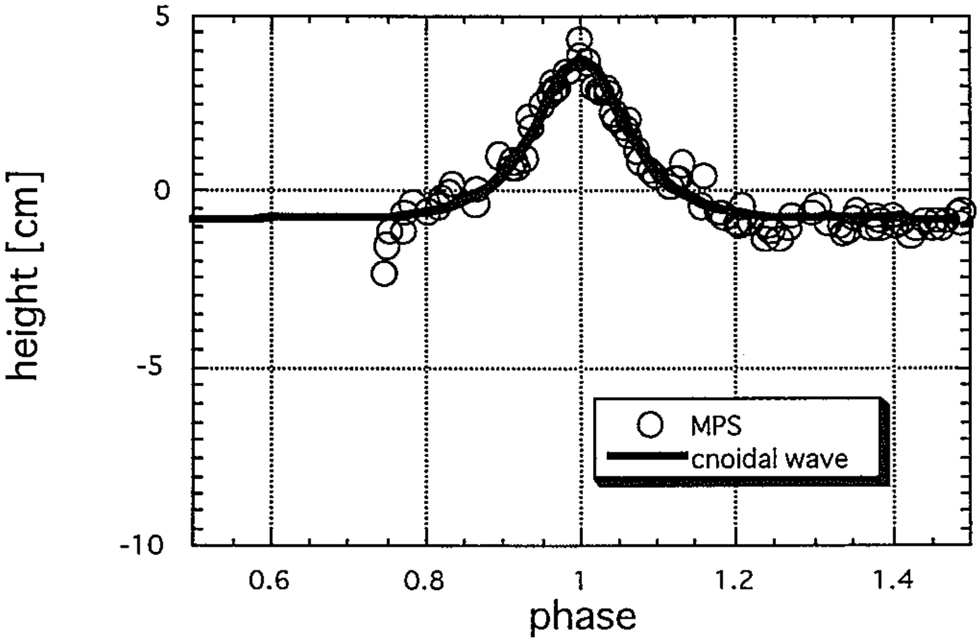

Fig.3-28. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 2.0$ $H_0 = 0.0578$, $U_r = 227$)

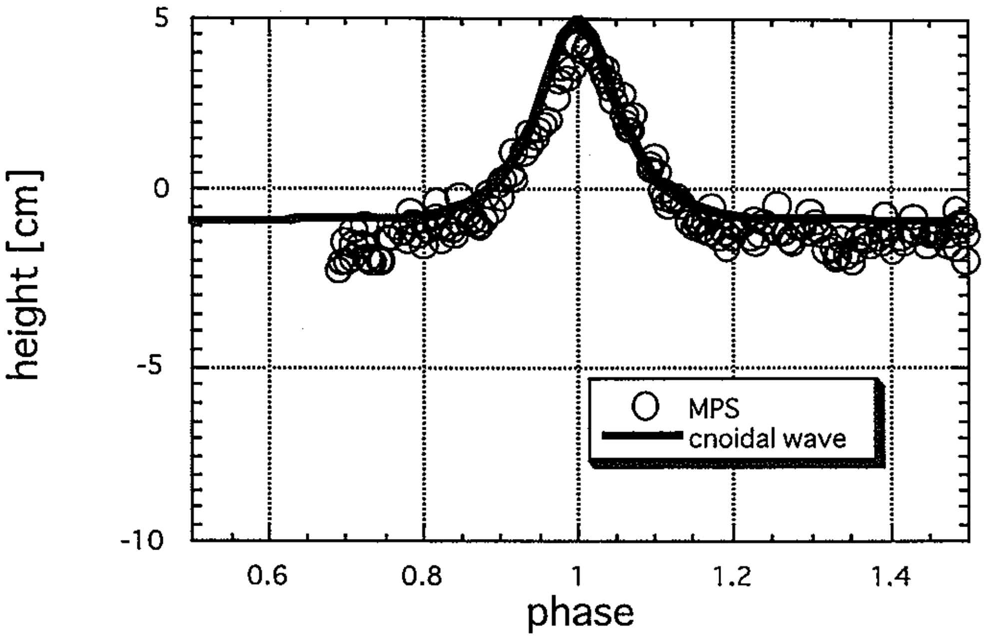

Fig.3-29. wave shape ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 2.0$ $H_0 = 0.0450$, $U_r = 176$)

3-3-2.波の中心における流速分布の比較

3-3-1.と同様に、Table3-1.,2.の入力条件でMPS法により計算した海底勾配のない水路の中央付近での波と、同じ入力条件のクノイド波の中心での流速分布を比較する（Fig.3-30.～50.）。ここで、縦軸は波の鉛直方向の座標であり、水底を0、初期水面の位置を0.1としてある。横軸は水平流速である。実線がクノイド波の、○がMPS法による波の流速分布を表わす。図より、全体的に底面付近での流速がクノイド波に比べて遅くなっているが、これは境界壁も粒子を用いて表現しているため、底面が完全に平らでなく凹凸があり、流体粒子が抵抗を受けることが原因と考えられる。

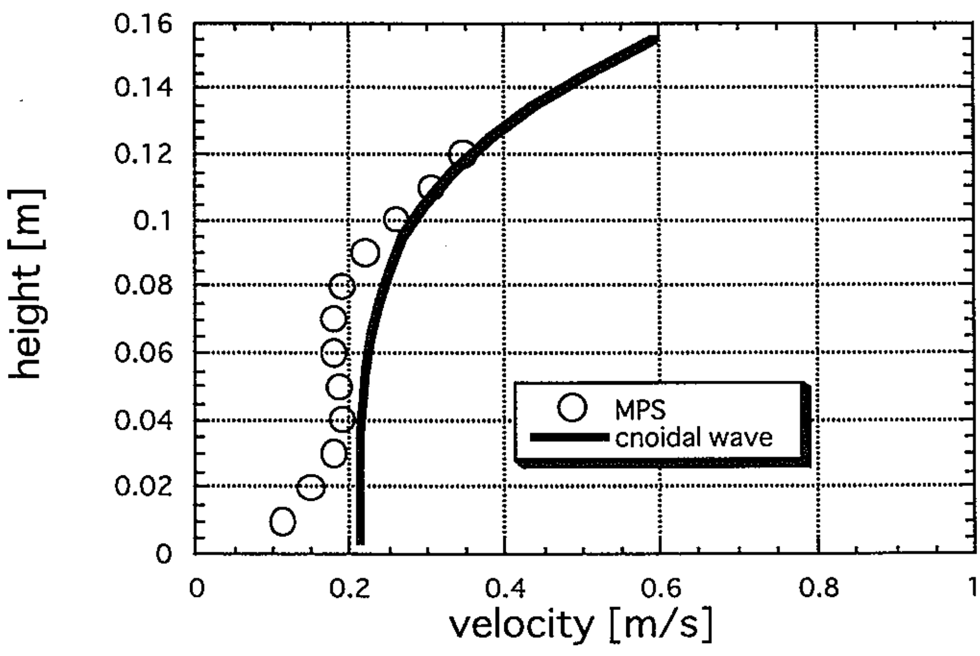

Fig.3-30. horizontal velocity（$\tan\beta = 0.075$,　$L_0 = 1.0$,　$H_0 = 0.0529$,　$U_r = 51.8$）

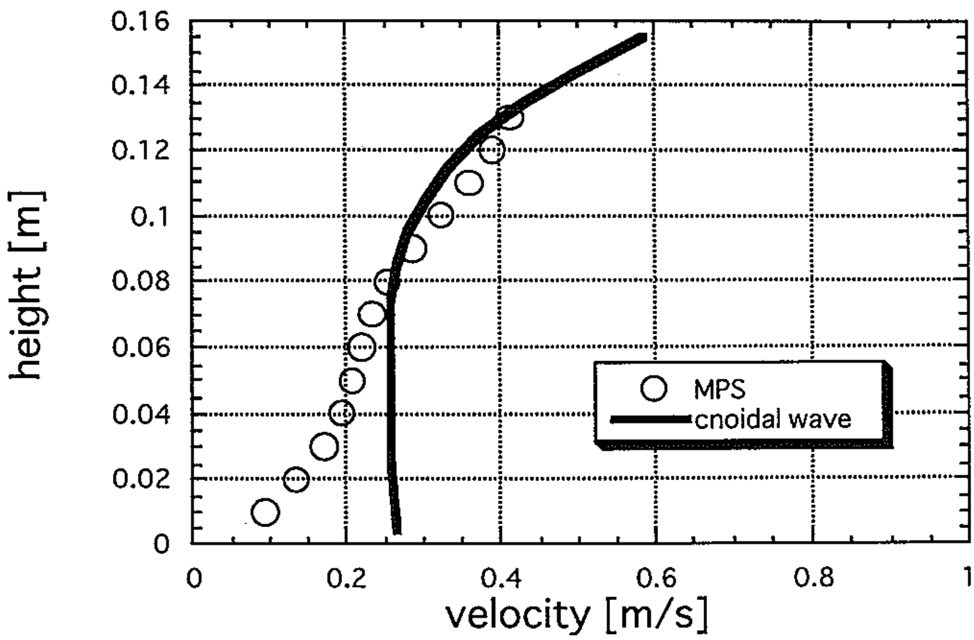

Fig.3-31. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.3$, $H_0 = 0.0573$, $U_r = 94.9$)

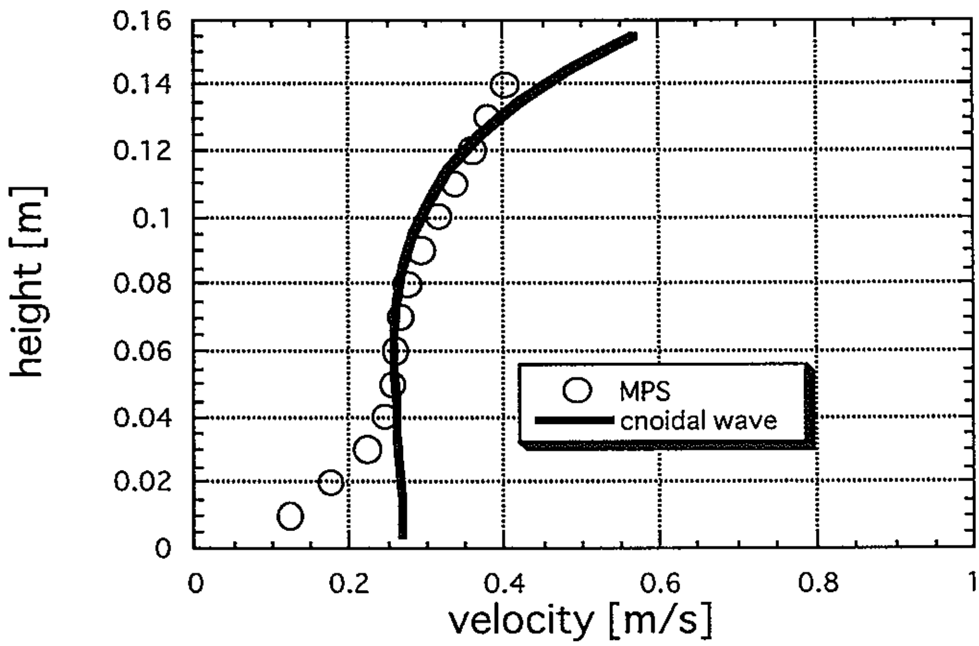

Fig.3-32. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.4$, $H_0 = 0.0560$, $U_r = 108$)

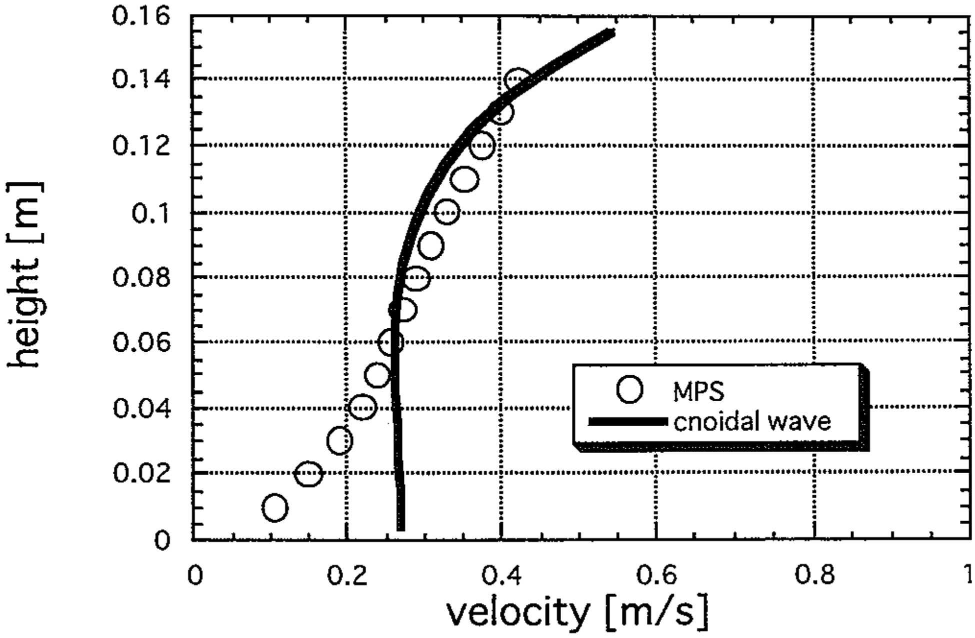

Fig.3-33. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.5$, $H_0 = 0.0542$, $U_r = 120$)

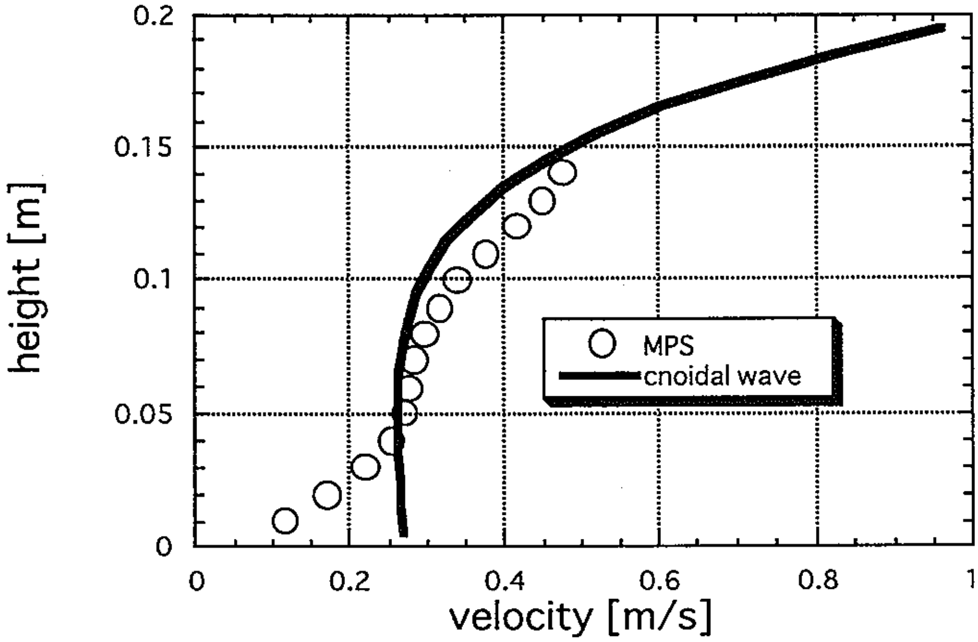

Fig.3-34. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.6$, $H_0 = 0.0518$, $U_r = 130$)

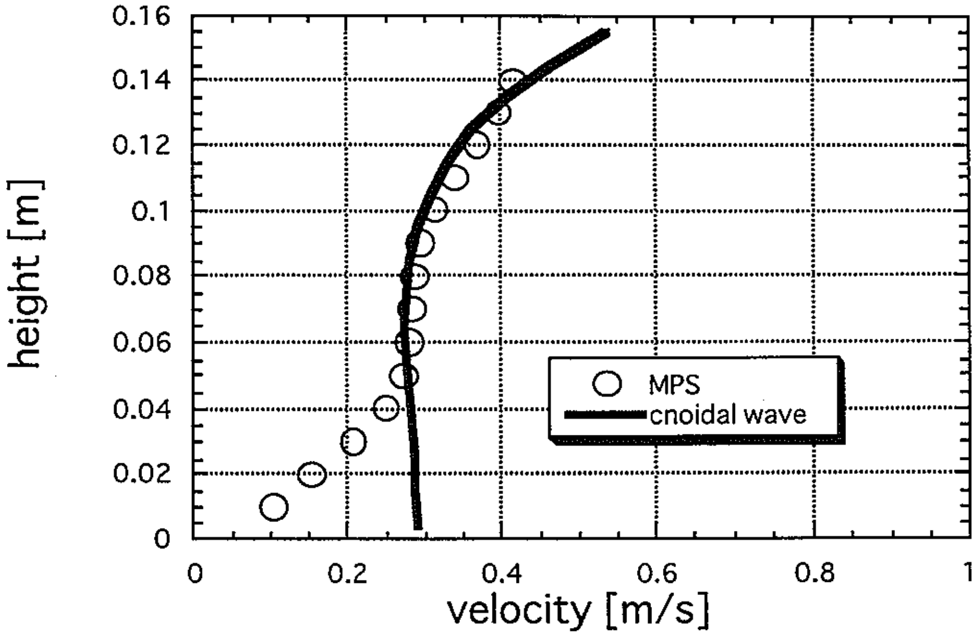

Fig.3-35. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.7$, $H_0 = 0.0551$, $U_r = 156$)

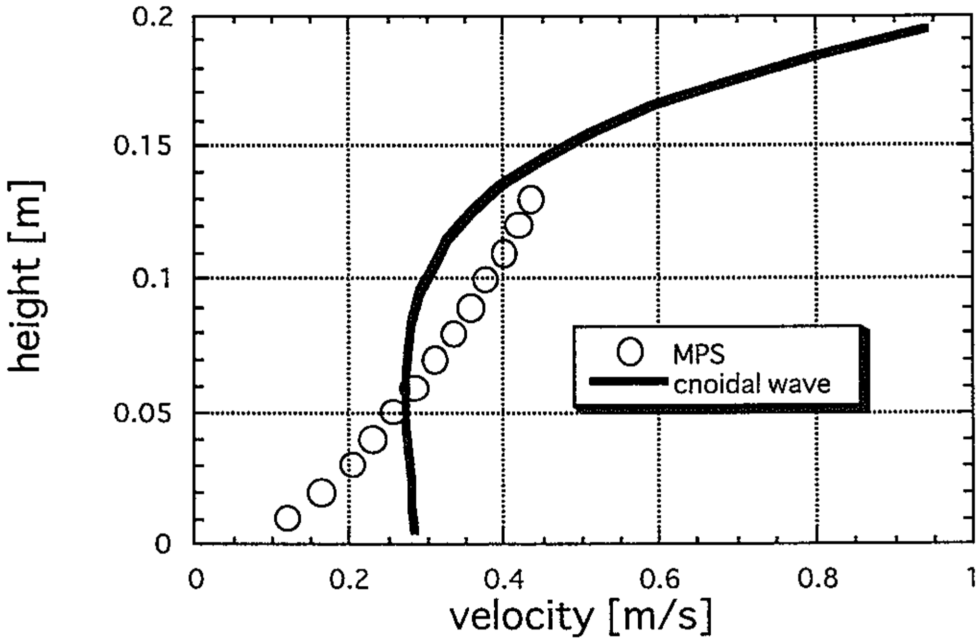

Fig.3-36. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.8$, $H_0 = 0.0520$, $U_r = 165$)

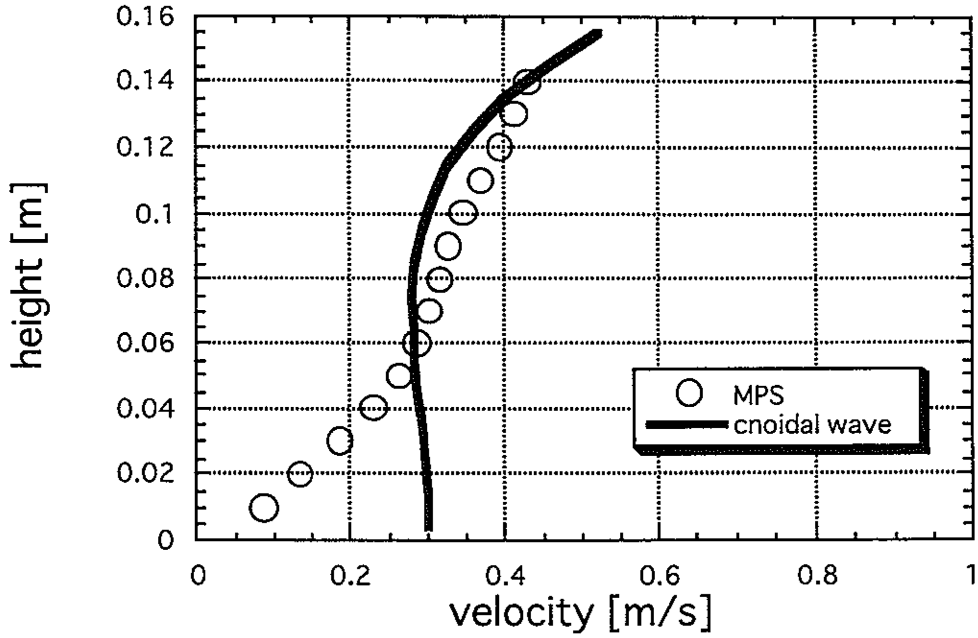

Fig.3-37. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.9$, $H_0 = 0.0549$, $U_r = 194$)

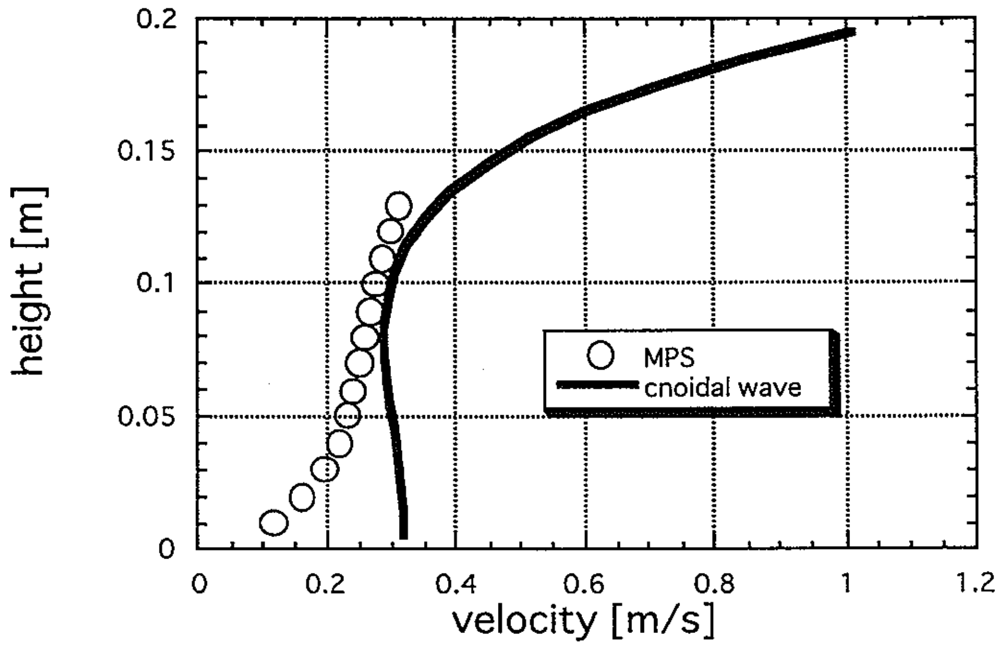

Fig.3-38. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 2.2$, $H_0 = 0.0563$, $U_r = 267$)

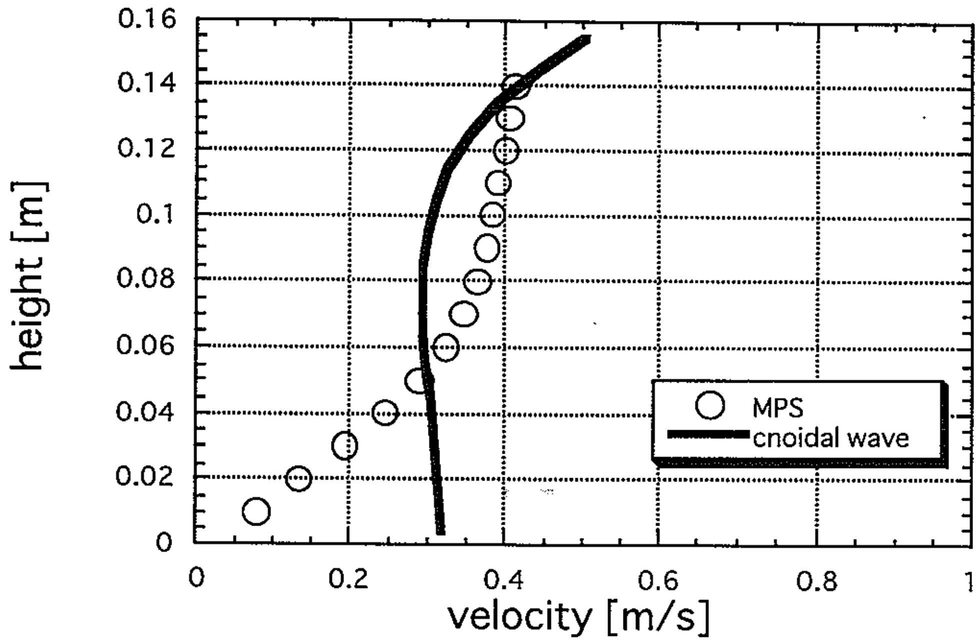

Fig.3-39. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 2.4$, $H_0 = 0.0540$, $U_r = 305$)

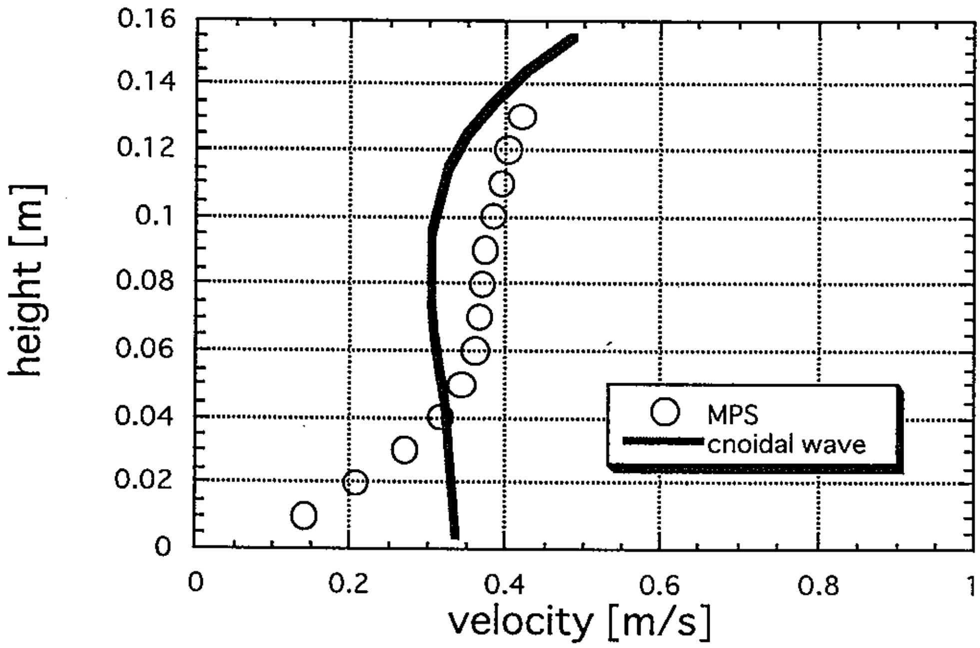

Fig.3-40. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 3.2$, $H_0 = 0.0541$, $U_r = 543$)

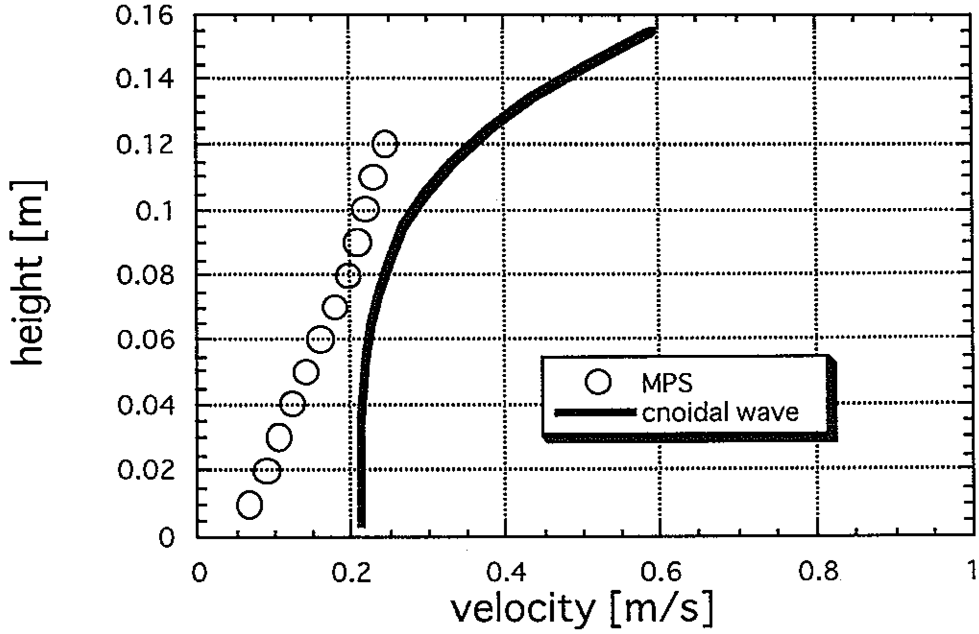

Fig.3-41. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0625$, $U_r = 61.3$)

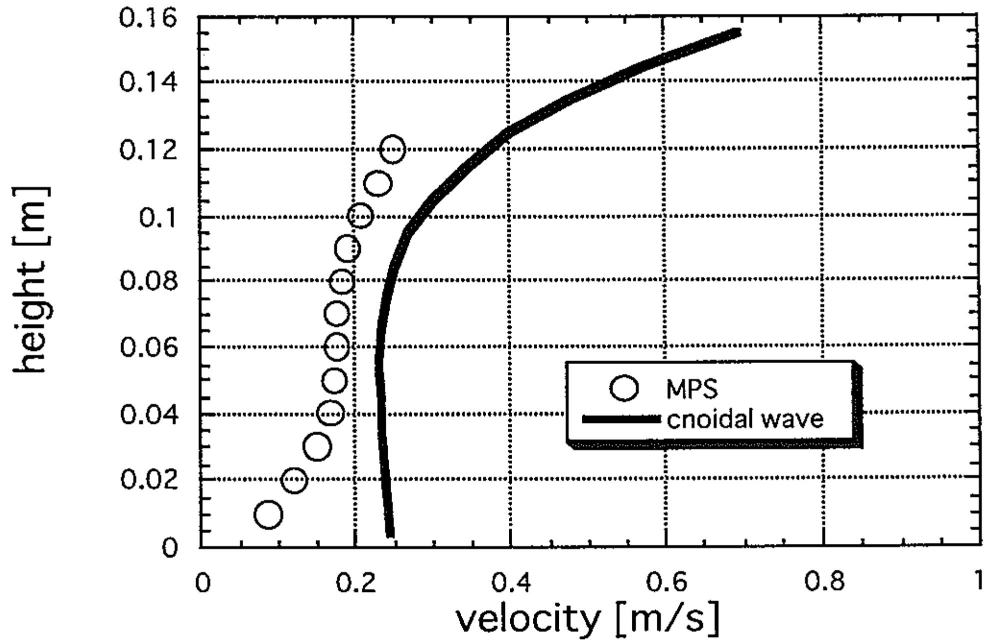

Fig.3-42. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0529$, $U_r = 51.8$)

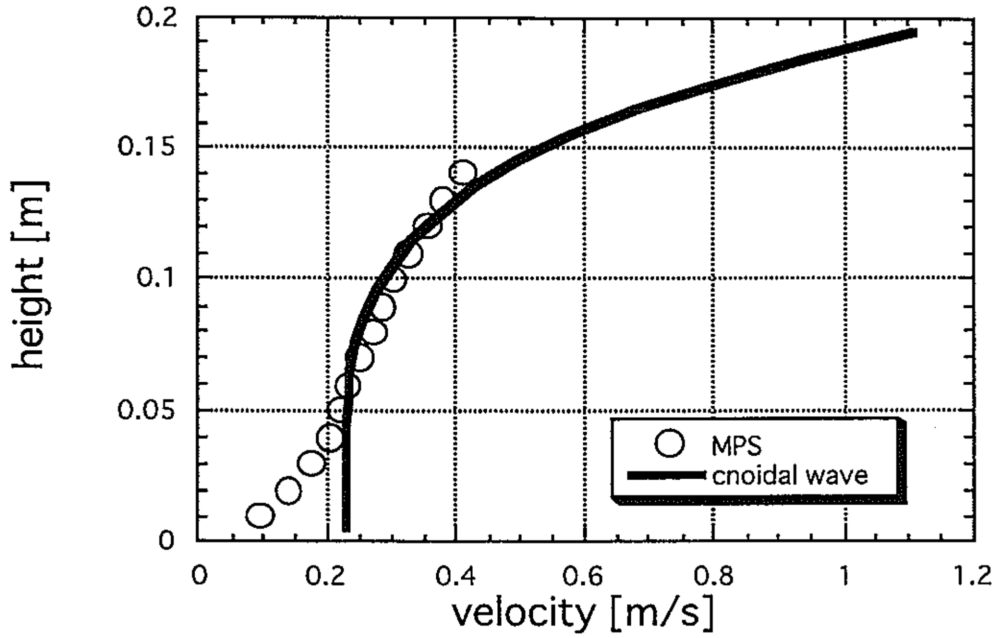

Fig.3-43. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.1$, $H_0 = 0.0532$, $U_r = 63.1$)

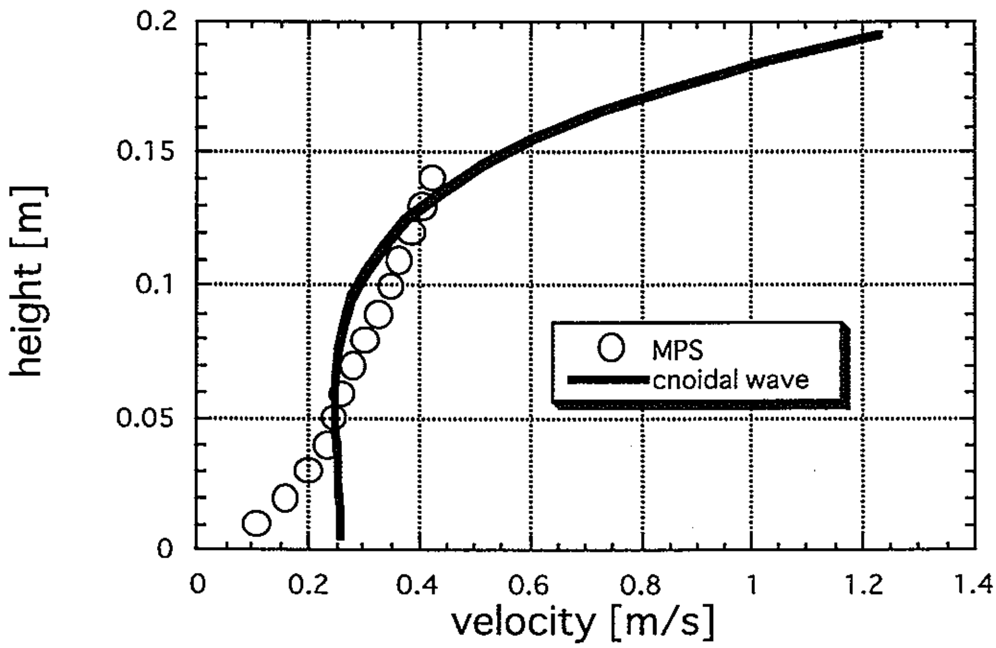

Fig.3-44. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.2$, $H_0 = 0.0581$, $U_r = 82.0$)

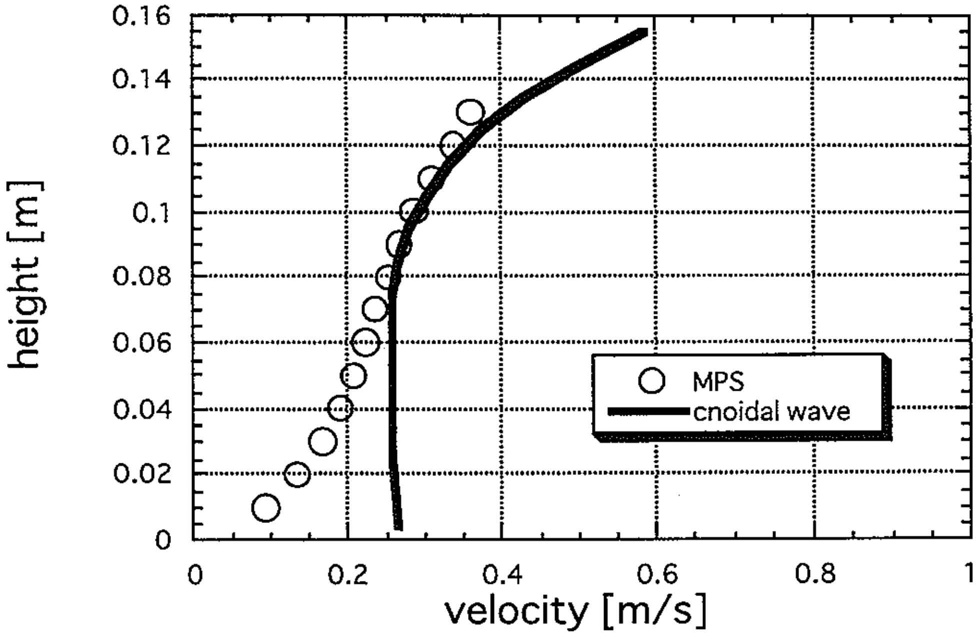

Fig.3-45. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.3$, $H_0 = 0.0573$, $U_r = 94.9$)

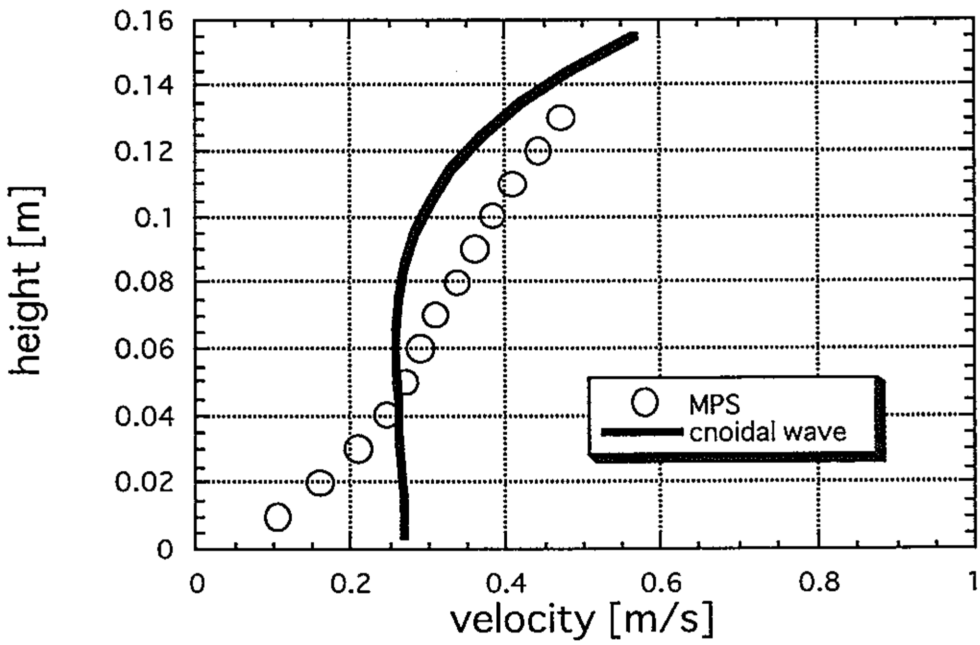

Fig.3-46. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.4$, $H_0 = 0.0560$, $U_r = 108$)

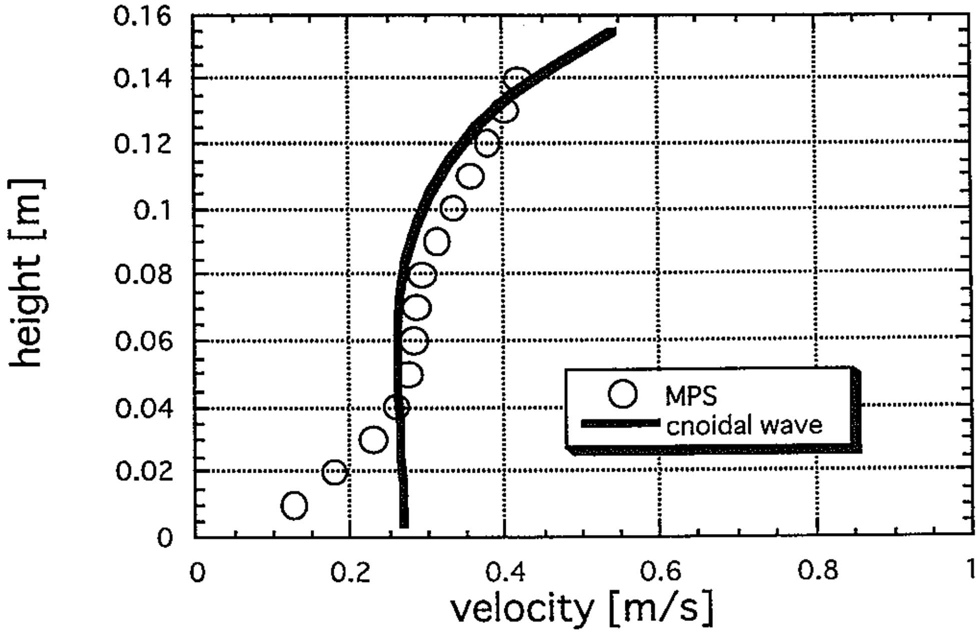

Fig.3-47. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.5$, $H_0 = 0.0542$, $U_r = 120$)

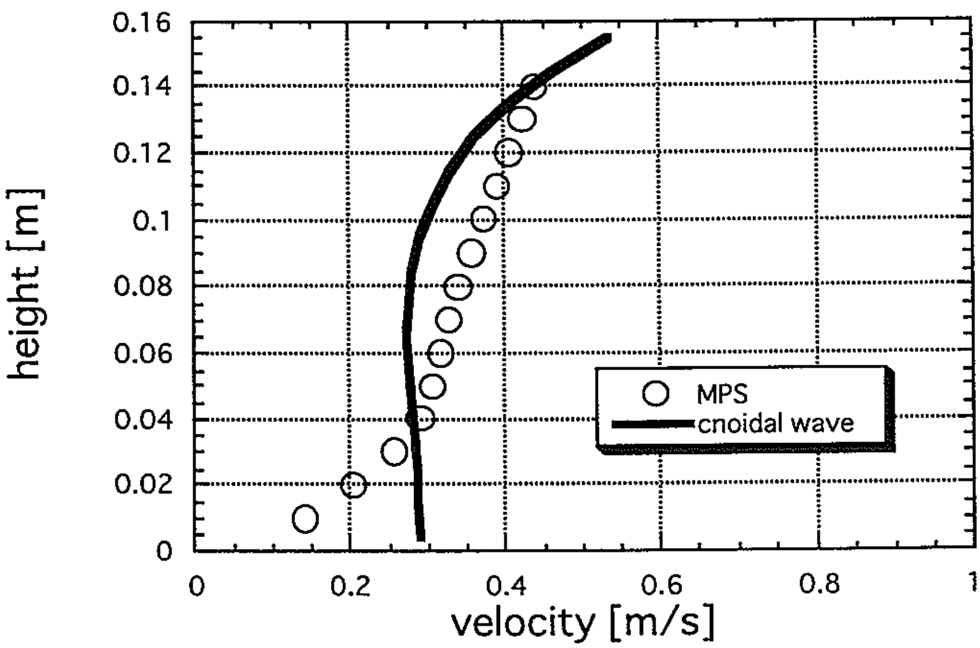

Fig.3-48. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.7$, $H_0 = 0.0551$, $U_r = 156$)

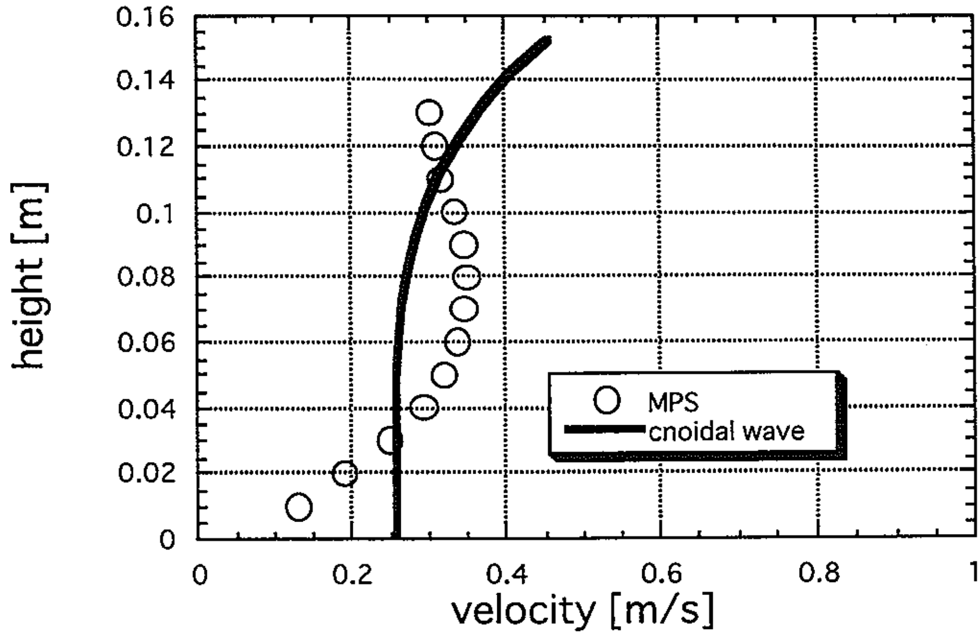

Fig.3-49. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 2.0$ $H_0 = 0.0450$, $U_r = 227$)

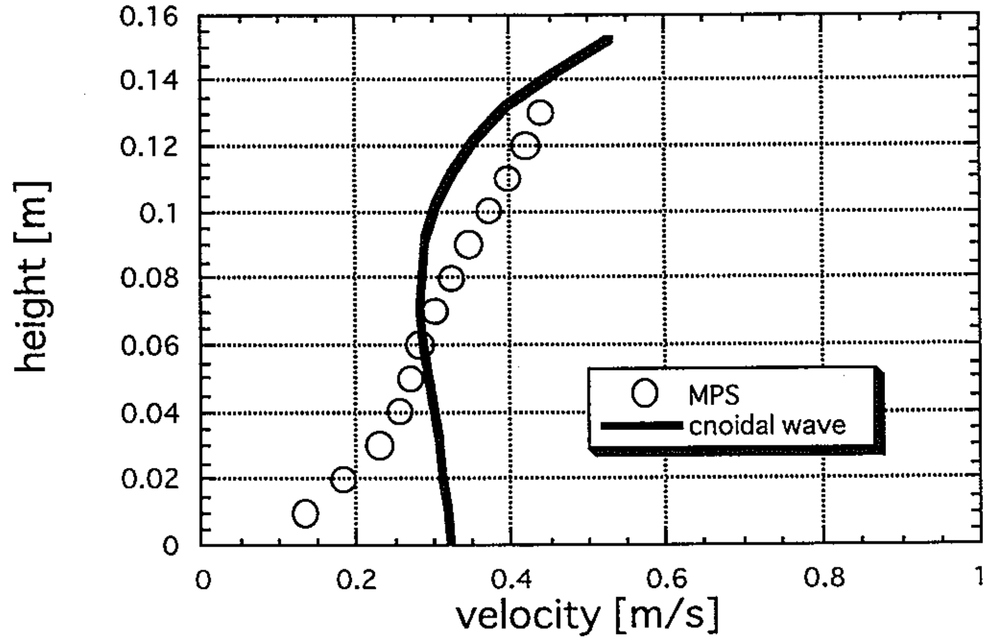

Fig.3-50. horizontal velocity ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 2.0$ $H_0 = 0.0578$, $U_r = 176$)

3-4.考察

MPS法により定常な進行波を再現することができた。3-3.の解析結果より、海底勾配のない水平水路の中央付近において、波形は、同一入力条件のクノイド波と比較的良く一致した。しかし、MPS法には運動学的境界条件（（3-1-3）式）を課していないため、自由表面において粒子の挙動が若干不安定であり、そのため波形がばらつき、クノイド波と完全には一致しなかった。波の中心における流速分布は、水底付近ではクノイド波よりも遅くなったが、それ以外では若干のばらつきはあるが、クノイド波と良く一致した。これは、重み関数が円形の領域をもつため、境界壁粒子がそれぞれ円形の相互作用範囲をもつことになり（Fig.3-10）、水底での圧力が一定とはならず、圧力の低いところに流体粒子が引き込まれるためと考えられる。

MPS法によりクノイド波を模擬する進行波が再現できたので、次章ではこの進行波を斜面上で砕波させ、砕波形式の分類を試みる。

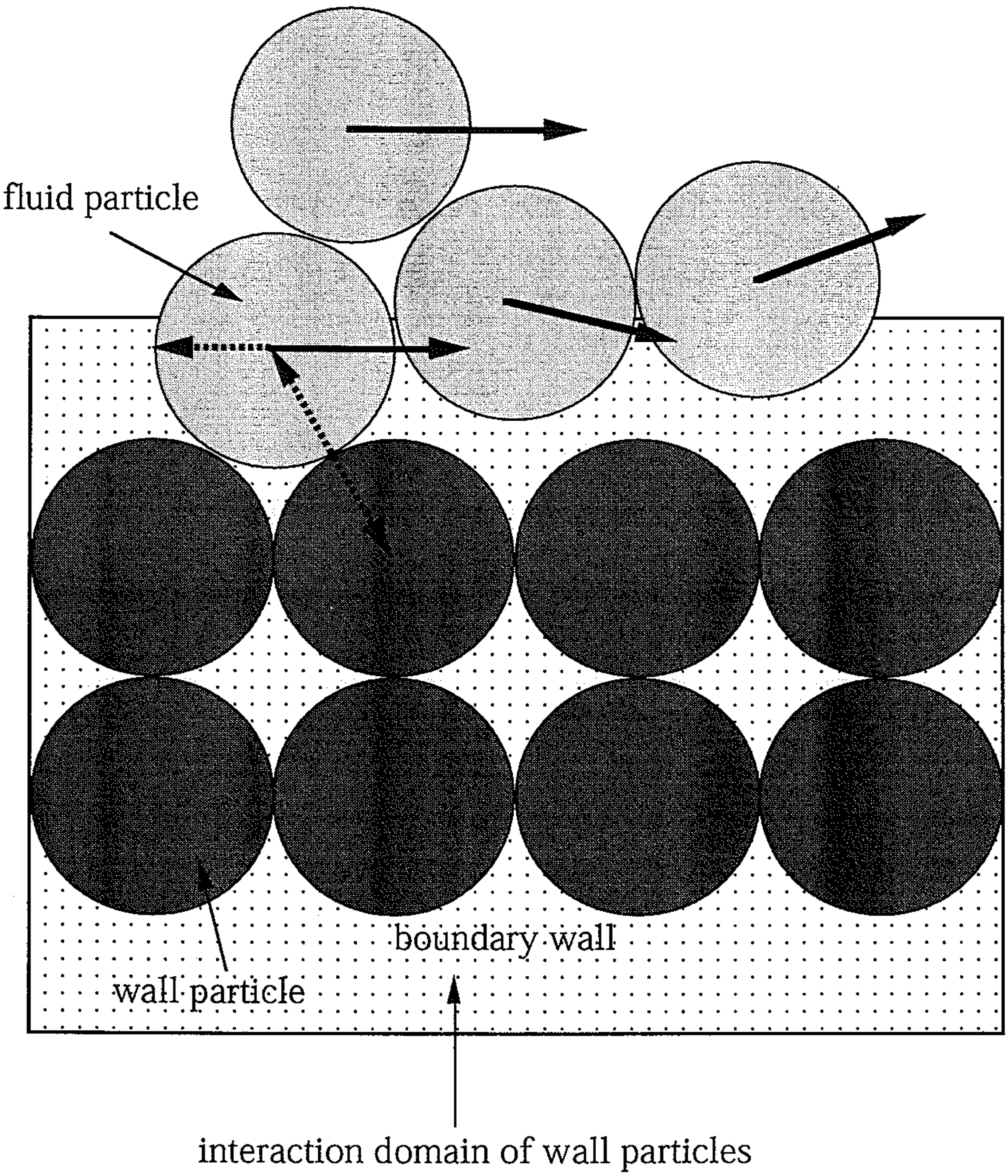

Fig.3-51. interaction between fluid particles and boundary particles

第4章

砕波の解析

4-1.砕波の形式

4-1-1.砕波の形式

3章で説明した進行波が海底勾配のある斜面上に進入すると、それまで保たれていたていた波の非線形性と分散性の釣り合いが崩れ、波形が前後非対称となり、ある限界に達すると砕波する。砕波が起こる地点を砕波点（breaker position）と呼び、砕波点付近で波は最も急激に変化する。砕波した波は、水深がさらに減少するにしたがって砕波の状態を続け、汀線に至る。砕波点から汀線に至る領域を砕波帯と呼び、ここでは波により沖合から輸送されてきたエネルギーが乱れのエネルギーに変換される。従って、この砕波帯での波の変形や流速場の把握は、海浜変形の予測を行うためには不可欠のものである。

波の砕け方には様々な形式があり、Galvinはそれらを九つに分類している[10]が、一般的によく観察されるのは、巻き砕波（plunging breaker）、崩れ砕波（spilling breaker）及び砕け寄せ波砕波（surging breaker）の三つである（Fig.4-1-1～3）。現地海岸で観測される頻度は崩れ砕波、巻き砕波、砕け寄せ波砕波の順であり、特に砕け寄せ波砕波は、現地海岸では稀な急勾配の斜面上で多く見られ、かつ他の二つに比べ動きが激しくないため、余り目立たない。よって、本研究においては発生頻度が高く、従って海岸付近の構造物等への影響も大きいため工学的にも重要な砕波形式である巻き砕波、崩れ砕波の二つを再現することを試みる。

Fig.4-1-1. spilling breaker

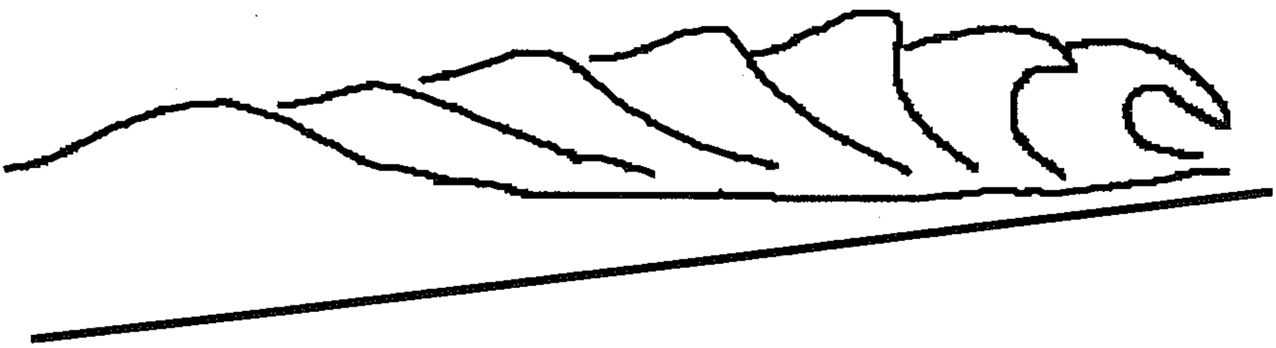

Fig.4-1-2. plunging breaker

Fig.4-1-3. surging breaker

4-1-2.崩れ砕波

崩れ砕波（Fig.4-1-1.）は比較的海底勾配が緩やかな海岸に沖波波長L_0と沖波波高H_0の関係式である波形勾配$\sqrt{H_0/L_0}$の大きな波が入射する場合に見られる砕波形式である。現地海岸は一般に比較的緩勾配であるため、崩れ砕波は現地海岸において最も発生頻度が高い。Fig.4-1-1.に示すように、波峰の前後でほぼ対象形を保ったまま、水深が減少するにつれ波峰が尖り、波峰から波の前面に向かって次第に崩れていく。これは、風波が砕波する場合にもよく現われる。

4-1-3.巻き砕波

巻き砕波（Fig.4-1-2.)は比較的急勾配の海岸でよく観測される砕波形式であり、波の前面と後面で波形が著しく非対称となる。その砕波する過程は、まず波の進行方向前面が切り立ち、頂点付近の流速が最大となり、波峰が覆いかぶさるように砕波するというものである。崩れ砕波に比べ砕波の起こり方は急激であり、このため波峰が前に突っ込む点では大量の海底の砂を巻き上げる。また構造物に作用する衝撃波力も大きい。現地海岸における発生頻度は崩れ砕波にの次に高い。これはうねりの様な波形勾配が大きい波が砕波するときによく観測される。

4-1-4.砕波帯相似パラメータ

巻き砕波、崩れ砕波を分類する指標としては、これまで様々なパラメータが提出されている（Table4-1.）が、本研究においては、最も一般的で、後で説明するように、その測定も簡単な砕波帯相似パラメータ（surf similality parameter）ξという無次元パラメータ[10]を用いる。これは、海底勾配の影響を受けていない沖波波高H_0と沖波波長L_0の比である沖波波形勾配H_0/L_0及び、波が砕波する斜面の海底勾配$\tan\beta$を用いて次のように表わされる。

$$\xi = \tan\beta / \sqrt{H_0/L_0} \tag{4-1-1}$$

実験により、巻き砕波、崩れ砕波を分類する砕波パラメータの値は$\xi = 0.46$とされている[10],[26]。巻き砕波は比較的急勾配の斜面で起きやすく、崩れ砕波は比較的緩やかな勾配上で起きやすい等の特徴があるため、全ての海底勾配にこの値が当てはめられるとは限らないが、現地海岸に存在するような海底勾配においては、$\xi = 0.46$はほぼ妥当であると考えられている。

本研究においては、沖波波高H_0は入力条件として与えられ、沖波波長L_0は線形波近似として次の式から求める。

$$L_0 = T\sqrt{gd} \tag{4-1-2}$$

ここで、Tは造波板（即ち模擬しようとするクノイド波）の周期、gは重力加速度、dは水深である。Fig.3-3.の計算体系（g＝9.8、d=.01）にこの式を当てはめると、結局、

$$L_0 \cong T \tag{4-1-3}$$

となり、沖波波長は造波板の周期にほぼ一致する。よって、砕波帯相似パラメータは簡単に求められる。これに対して、Table4-1.にあるような砕波波高H_Bを用いたパラメータは、砕波点での波高の測定が困難であり、本研究では用いなかった。

Table4-1. boundary between spilling and plunging breaker

Galvin[10], Battjes[26]

parameter	spilling breaker～ plunging breaker	plunging breaker～ surging breaker
$B_0 = (H_0 / L_0) / \tan^2 \beta$	4.8	0.09
$B_B = (H_B / L_0) / \tan \beta$	0.011	0.00048
$B'_B = (a_s / L_0) / \tan^2 \beta$	0.14	0.0048
$\xi = \tan \beta / \sqrt{H_0 / L_0}$	0.46	3.3
$\xi_B = \tan \beta / \sqrt{H_B / L_0}$	0.4	2.0

H_B : wave height at breaker position , a_s : amplitude at shoreline

4-2.解析条件

4-2-1.計算体系

計算体系は進行波の解析で用いたもの（Fig.3-3.)を用いる。砕波発生の条件として、特に巻き砕波の場合に、斜面を下って来る流体は重要である。よって、少なくとも第2波以降の波でないと砕波するかどうかの判定はできない。しかし、第3波、第4波が砕波するには計算時間を長くしなければならないので、本研究においては第2波の砕波について調べることにする。造波板は連続的に3～4周期程度動かし定常進行波列を発生させ、斜面上で砕波させる。

砕波発生の状況は以下のようになる。

（1）造波板により強制的に発生させられた第1波は水路を進行し、斜面上にさしかかると砕波せずにそのまま遡上する（Fig.4-2-1.～3）。

(2) 造波板は、一周期経つとまた同じ動きを繰り返し第2波を発生させる。その第2波が斜面上にさしかかるころ、先程の第1波が斜面を上り詰め、重力により斜面上を下って来る（Fig.4-2-4.）。

(3) 斜面上を遡上する第2波と、斜面上を下ってくる流体粒子が相互作用し、波の形が変形し、限界に達したところで砕波する（Fig.4-2-5.～7.）。

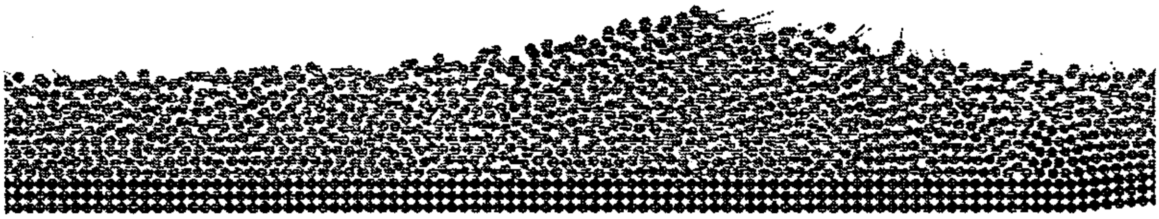

Fig.4-2-1.

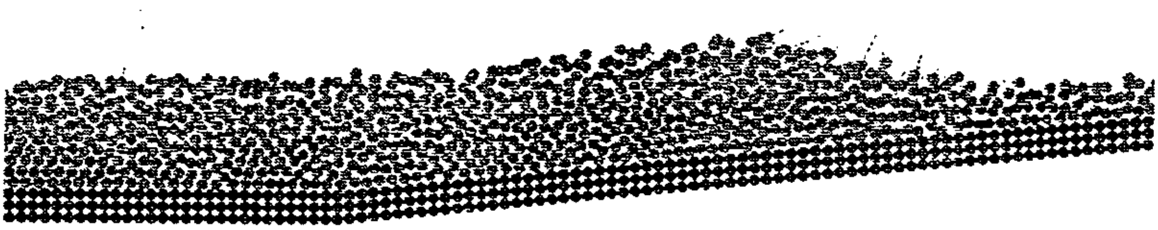

Fig.4-2-2.

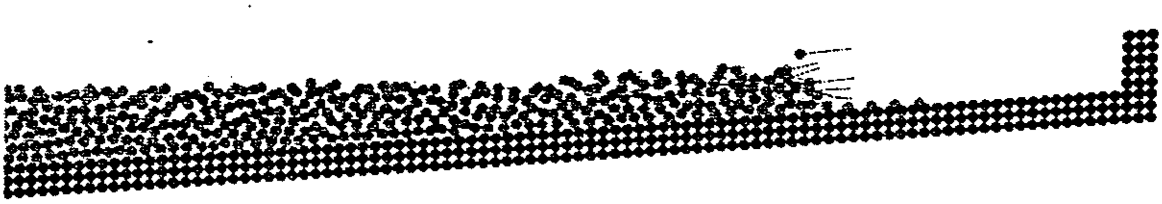

Fig.4-2-3.

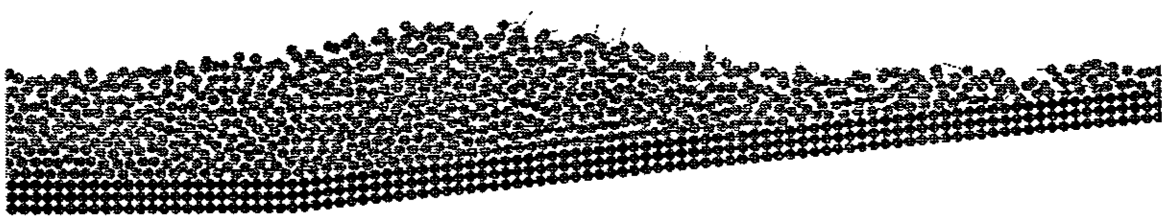

Fig.4-2-4.

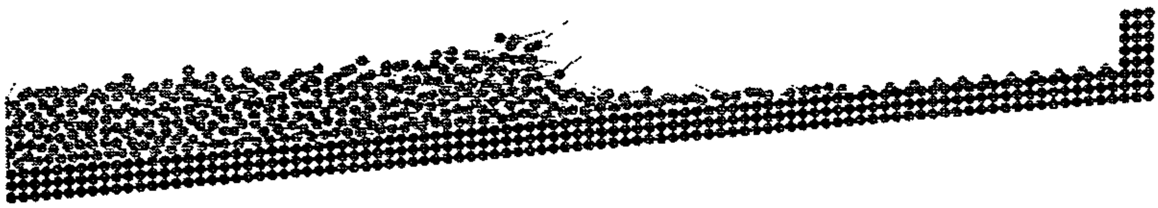

Fig.4-2-5.

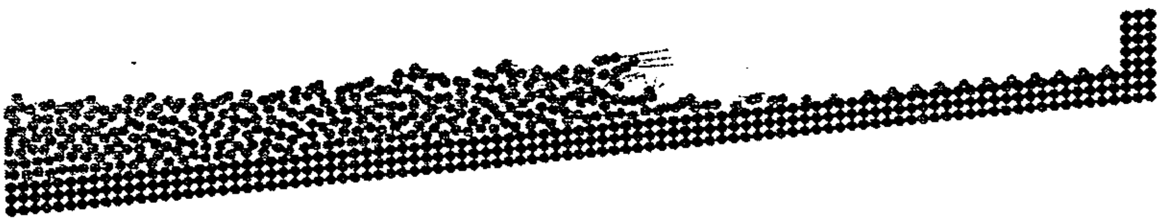

Fig.4-2-6.

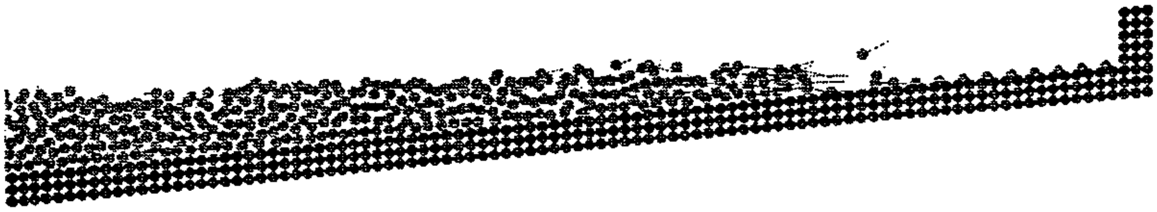

Fig.4-2-7.

4-2-2.入力条件

第3章で水路を進行する波については、クノイド波との比較を行い、波形、波の中心での流速分布共に、自由表面での粒子のばらつき、底面での壁による抵抗を除いては良く一致することを示した。よって、Table3-1.、2.の入力条件を用いた進行波を斜面上に入射させ、砕波を再現することは妥当であると思われる。従って、入力条件は第3章のTable3-1.、2.と同じとする。（4-1-3）式より造波板の周期Tは沖波波長L_0を用いて表わせるので、入力条件となるのは砕波帯相似パラメータξを決定する、沖波波高H_0、沖波波長L_0（造波板の周期T）、海底勾配$\tan\beta$の三つだけである。MPS法は統計的手法を用いない決定論的粒子法なので、同一の入力条件に対しては全く同じ出力を得る。

次節で、この入力条件を用いて砕波の再現を試みる。

4-3.解析結果

4-3-1.二つの砕波形式の再現

第3章のTable3-1.,2.の入力条件を用いて巻き砕波（plunging breaker）、崩れ砕波（spilling breaker）の再現を試みた。両砕波形式の分類の指標として、4-3-2.で説明する回転モーメントを用いた。

Fig.4-3.～6に海底勾配$\tan\beta = 0.075$、$\tan\beta = 0.1$の各々の体系について、代表的な巻き砕波、崩れ砕波の計算例を示す。図中の流体粒子から伸びている直線は流速ベクトルを表わす。

Fig.4-3,5の巻き砕波の例では、波の前後で対称形を保ちつつ水路を進行してきた波が斜面上に入射する（Fig.4-3,5-1.）と、次第に対称形が崩れ（Fig.4-3,5-2.,3.）、ある極限に達する（Fig.4-3,5-4.）と波峰付近から巻くように砕波する（Fig.4-3,5-5.,6.）。図より、巻き砕波の場合、斜面上を下りてくる流体粒子の速度が崩れ砕波の場合（Fig.4-4,6）に比べて大きく、波峰付近での波の流速も大きい。海底勾配が大きいほうが巻き砕波を発生しやすかった。

Fig.4-4,6の崩れ砕波の例では、水路を進行してきた波が斜面上に入射するところ（Fig.4-4,6-1.）までは巻き砕波とそれほど変わらないが、斜面上に進入した後も巻き砕波ほど極端な波形の非対称性は見せず（Fig.4-4,6-2.,3）、ある点（砕波点）（Fig.4-4,6-4.）以降で次第に消滅するように崩れていく（Fig.4-4,6-5.,6.）。この場合斜面上を下りてくる流体粒子の速度は巻き砕波より小さく、波峰付近の流速もそれほど大きくない。巻き砕波の場合とは逆に、海底勾配が小さい方が崩れ砕波を発生しやすかった。

このように、明らかに異なった砕波形式である巻き砕波、崩れ砕波を二つの海底

勾配でそれぞれ再現することができた。

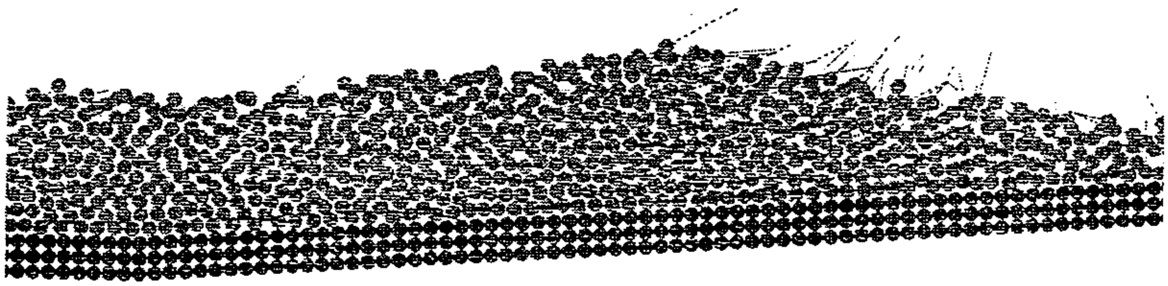

Fig.4-3-1. plunginb breaker ($\xi = 0.460$, $\tan\beta = 0.075$) 4.9sec

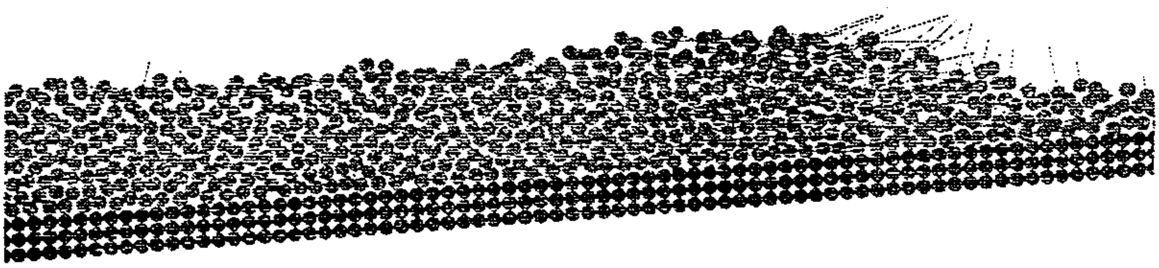

Fig.4-3-2. plunginb breaker ($\xi = 0.460$, $\tan\beta = 0.075$) 5.1sec

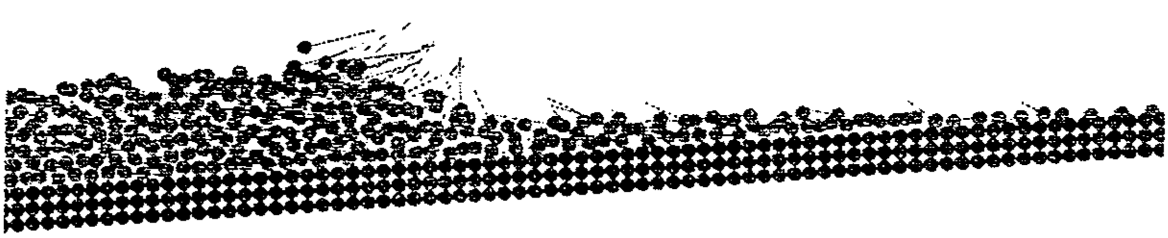

Fig.4-3-3. plunginb breaker ($\xi = 0.460$, $\tan\beta = 0.075$) 5.3sec

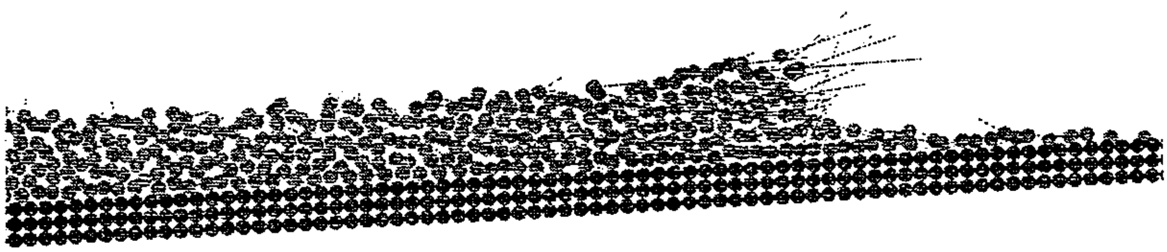

Fig.4-3-4. plunginb breaker ($\xi=0.460$, $\tan\beta=0.075$) 5.5sec

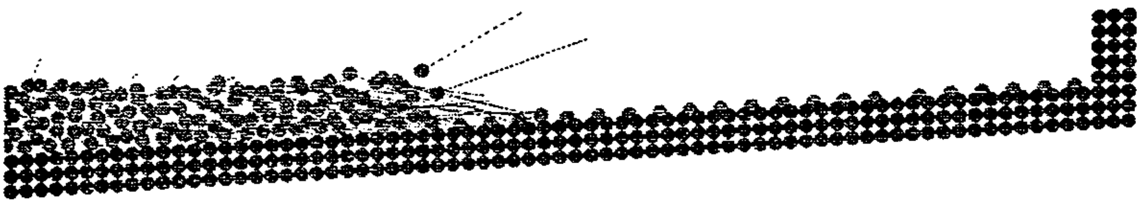

Fig.4-3-5. plunginb breaker ($\xi=0.460$, $\tan\beta=0.075$) 5.7sec

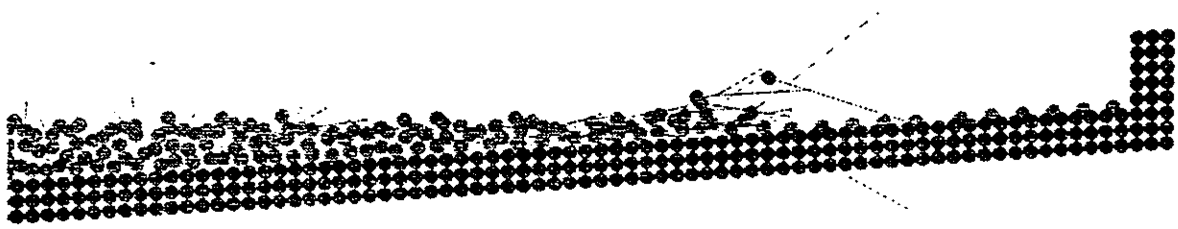

Fig.4-3-6. plunginb breaker ($\xi=0.460$, $\tan\beta=0.075$) 5.9sec

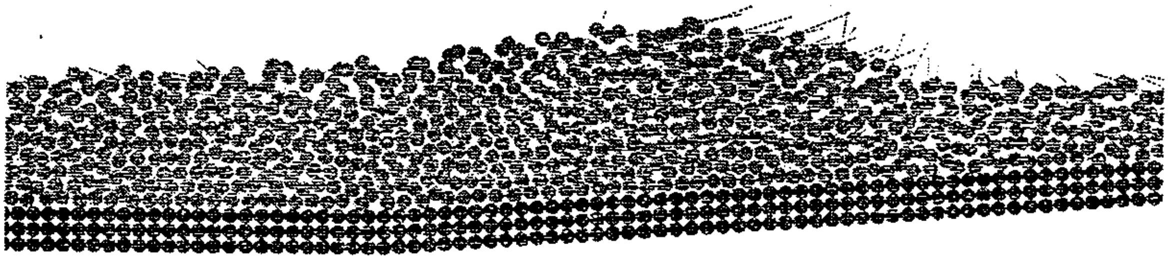

Fig.4-4-1. spilling breaker ($\xi = 0.369$, $\tan\beta = 0.075$) 3.2sec

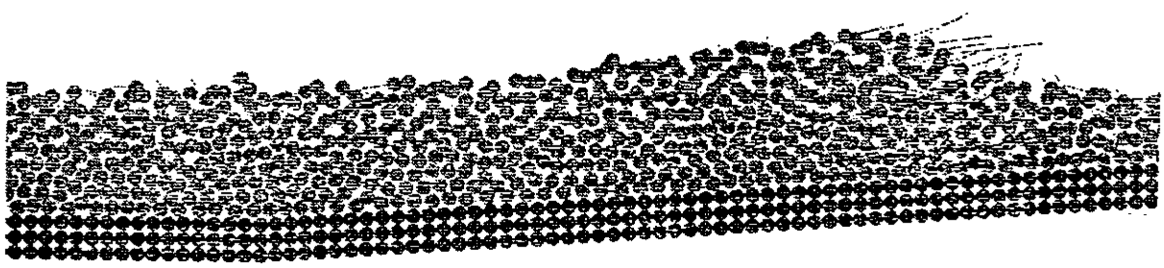

Fig.4-4-2. spilling breaker ($\xi = 0.369$, $\tan\beta = 0.075$) 3.4sec

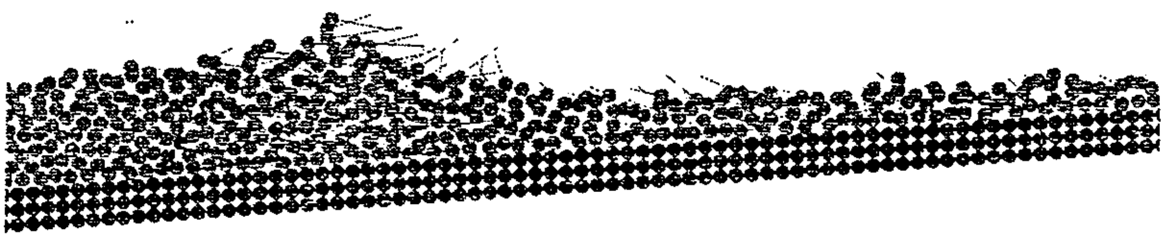

Fig.4-4-3. spilling breaker ($\xi = 0.369$, $\tan\beta = 0.075$) 3.6sec

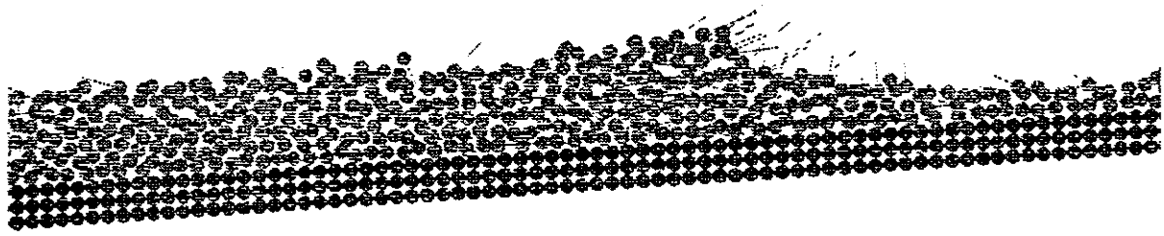

Fig.4-4-4. spilling breaker ($\xi = 0.369$, $\tan\beta = 0.075$) 3.8sec

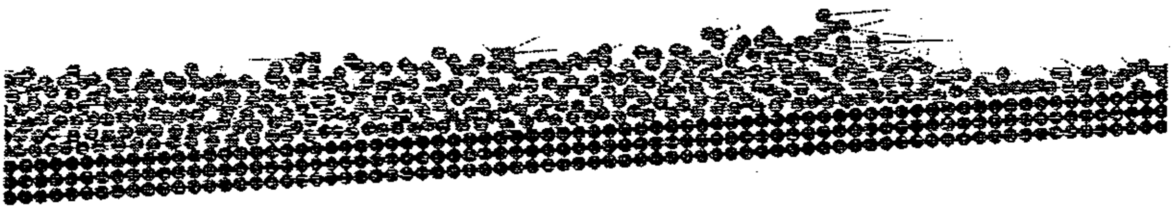

Fig.4-4-5. spilling breaker ($\xi = 0.369$, $\tan\beta = 0.075$) 4.0sec

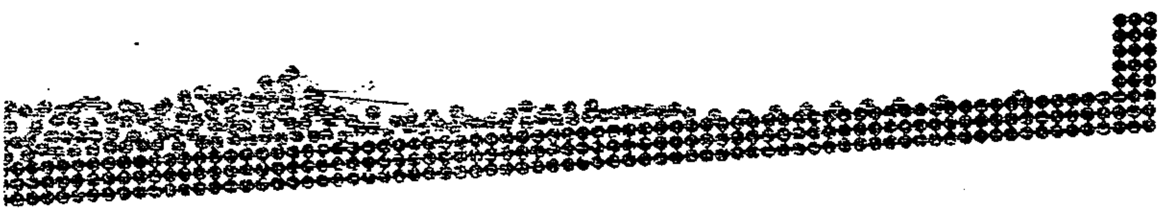

Fig.4-4-6. spilling breaker ($\xi = 0.369$, $\tan\beta = 0.075$) 4.2sec

Fig.4-5-1. plunginb breaker ($\xi=0.606$, $\tan\beta=0.1$) sec

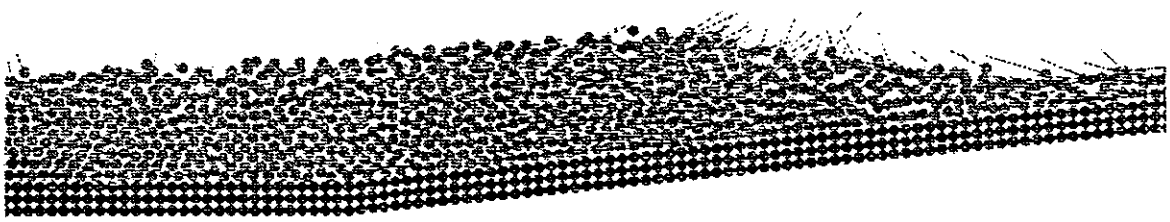

Fig.4-5-2. plunginb breaker ($\xi=0.606$, $\tan\beta=0.1$) sec

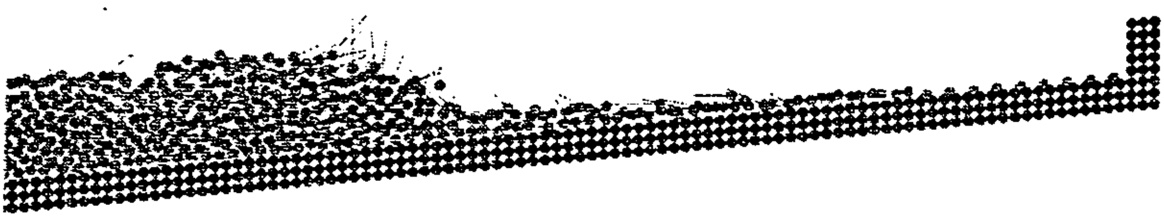

Fig.4-5-3. plunginb breaker ($\xi=0.606$, $\tan\beta=0.1$) sec

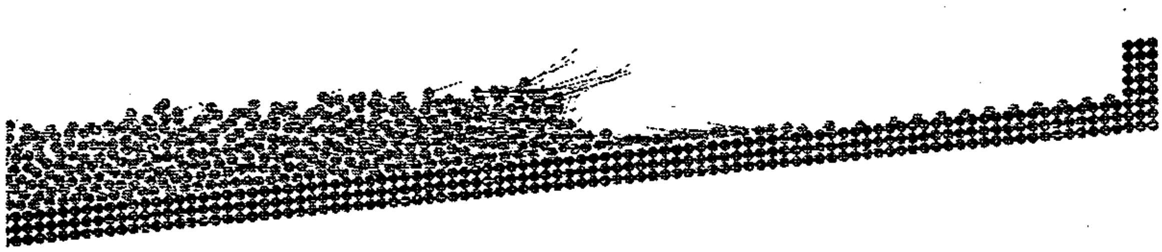

Fig.4-5-4. plunginb breaker ($\xi=0.606$, $\tan\beta=0.1$) 4.6sec

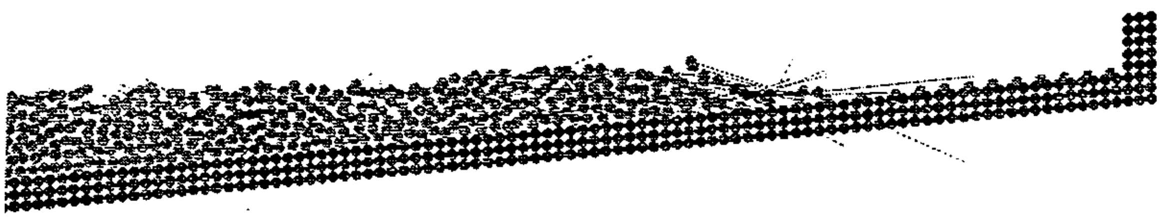

Fig.4-5-5. plunginb breaker ($\xi=0.606$, $\tan\beta=0.1$) 4.7sec

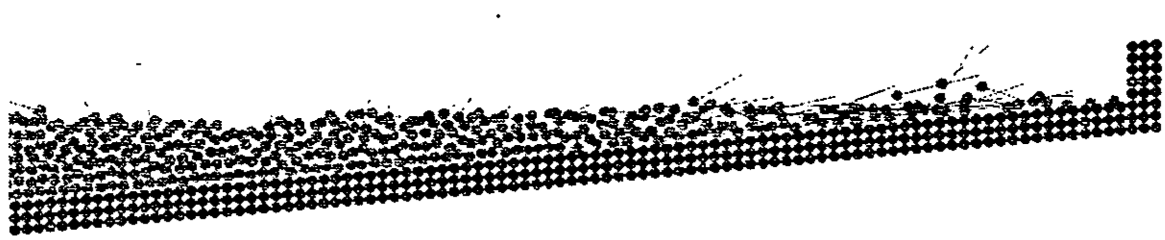

Fig.4-5-6. plunginb breaker ($\xi=0.606$, $\tan\beta=0.1$) 4.8sec

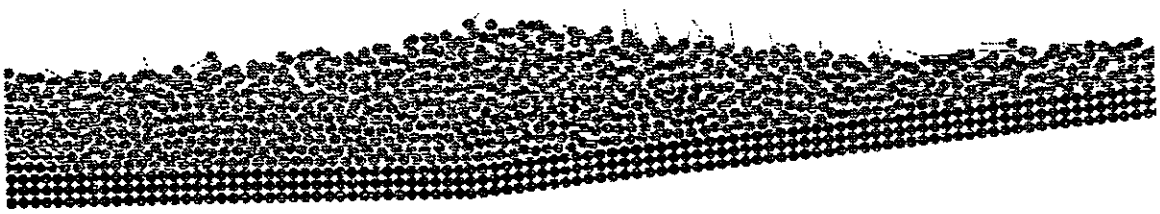

Fig.4-6-1. spilling breaker ($\xi=0.429$, $\tan\beta=0.1$) 2.7sec

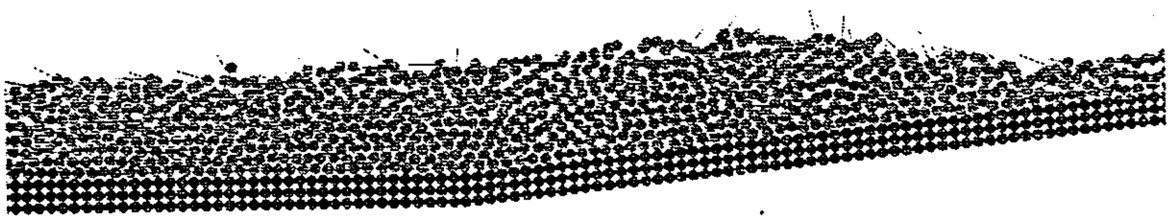

Fig.4-6-2. spilling breaker ($\xi=0.429$, $\tan\beta=0.1$) 2.9sec

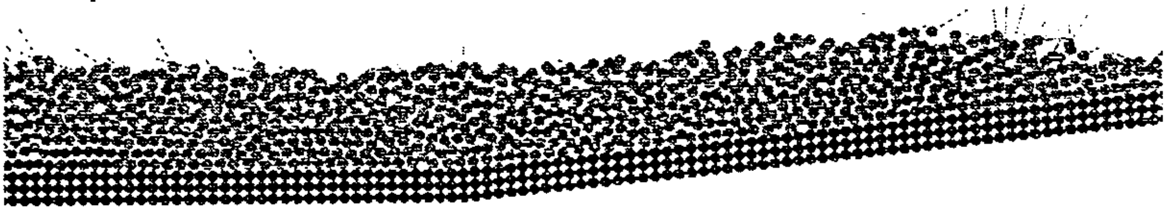

Fig.4-6-3. spilling breaker ($\xi=0.429$, $\tan\beta=0.1$) 3.1sec

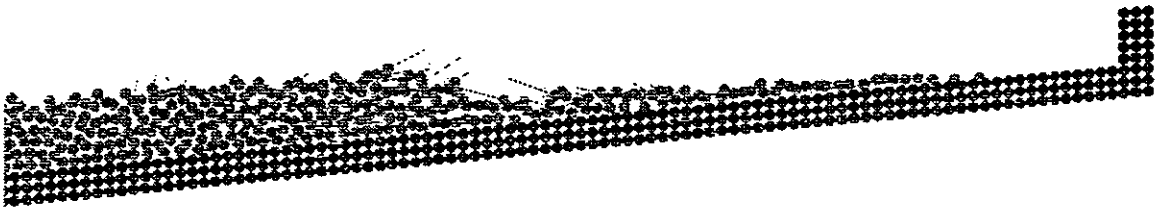

Fig.4-6-4. spilling breaker ($\xi=0.429$, $\tan\beta=0.1$) 3.3sec

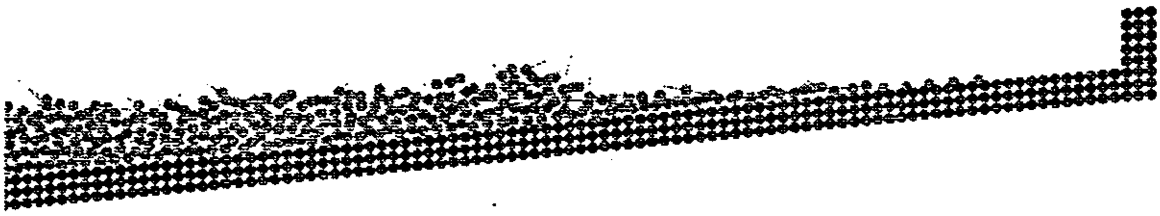

Fig.4-6-5. spilling breaker ($\xi=0.429$, $\tan\beta=0.1$) 3.5sec

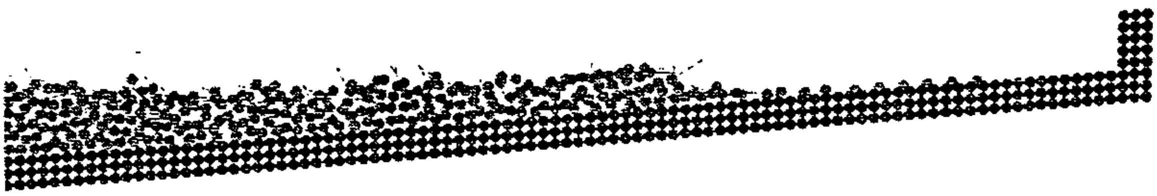

Fig.4-6-6. spilling breaker ($\xi=0.429$, $\tan\beta=0.1$) 3.7sec

4-3-2.砕波形式の判定条件

実験における砕波形式の判定条件についてはこれまで様々な提案がなされており、一般的な判定条件が存在する[10],[26],[27]。しかしそれらの判定条件の大部分は肉眼による判定法であるため、観察者によるばらつきが全くないとは言い切れなかった。特に、巻き砕波から崩れ砕波へ（またはその逆）の遷移領域の砕波については判定が非常に困難であった。本研究においては数値計算で砕波を再現したため砕波前後の流体の速度場が求まる。よって、速度場を用いた新しい砕波形式の判定条件を提案する。

Fig.4-7.はMPS法により再現した斜面を遡上する波を模式的に描いたものである。図中の小さい丸は流体粒子を表わし、左側の盛り上がったところが波である。斜面を遡上する波は一般に進行方向の速度をもち（右向きの矢印）、波より前にある流体粒子は斜面を下りてくるため波の進行方向と逆向きの速度をもつ（左向きの矢印）。よって、波の下部では、斜面の上部から下りてくる逆向きの速度をもった粒子と相互作用するため、波の上部の流体粒子と比べて進行速度が遅くなる。その結果、波の上部の速度が卓越し、上から崩れるように砕波すると考えられる。このとき、特に巻き砕波においては波の上部の速度が大きいため、その近傍の速度場に回転の成分が存在すると思われる。しかもその値は砕波直前に最大になると予想される。従って、砕波前後の波の回転モーメントを求めそれを比較すれば砕波形式判定の条件が得られると思われる。

ここで、本研究で用いた回転モーメントの求め方について説明する。まず、Fig.4-7.において、波の頂点にある粒子に対してその近傍を頂点の粒子を中心とした重み関数の範囲（A_1の円）内にある粒子（Fig.4-7.においては8個）として定義する。次に、頂点にある粒子の前方 $L_0/20$（L_0は入射波の波長）の地点にある粒子に対し

ても同様に近傍を定義する（A_2の円：粒子数１０個）。これら二つの粒子の中点（×印）を中心とする回転モーメントを各々の近傍について求め、それらの平均値を求める。即ち、i粒子の中点からの距離を$\mathbf{r}_i$、速度を$\mathbf{u}_i$とすると回転モーメント$\mathbf{m}$は次のようになる。

$$\mathbf{m} = \frac{1}{N} \sum_{i \in A_1 \cup A_2} \mathbf{r}_i \times \mathbf{u}_i \qquad (4\text{-}3\text{-}1)$$

ここで、Nは近傍内の全粒子数であり、座標系は右手系でとってあるため反時計回りが正の回転となる。よって砕波直前には負の回転モーメントをもち、その絶対値は崩れ砕波よりも巻き砕波の方が大きいと考えられる。

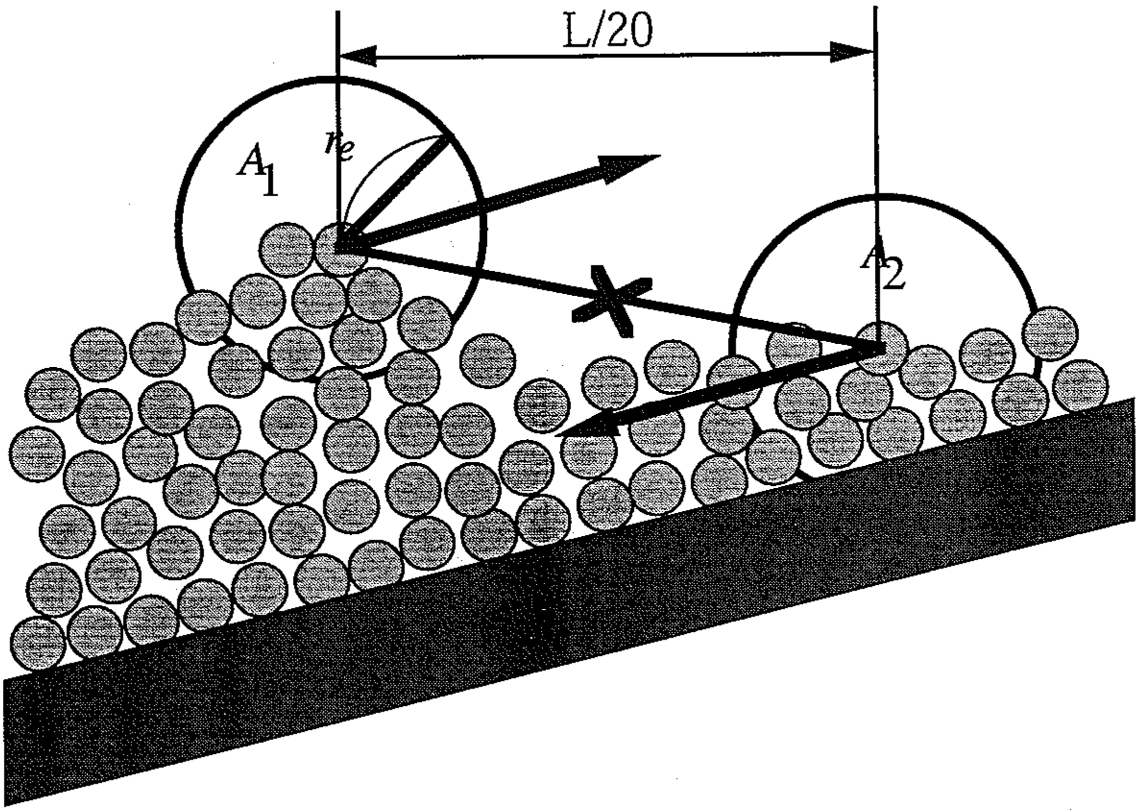

Fig.4-7. definition of angular momentum used for the judgement of breaker type

Fig.4-8.〜28.はTable3-1.、2.のそれぞれの計算例について、砕波点（breaker position）の近くでのモーメントの時間変化を、横軸に時間を、縦軸にモーメントをとってみたものである。時間が早いところでは波は斜面に入射しておらず回転モーメントの値はどちらも同じ程度でほぼ一定値をとる。波が斜面上に入射し砕波する直前には、巻き砕波の方では、回転モーメントのは急激に負の大きな値をとり、砕波点で最大値をとるが、崩れ砕波においてはそれほど大きな値はとらず、進行波の状態と比較しても余り変化しない。故に砕波形式の判定条件としては、回転モーメントの時間変化の傾向とその値が妥当であると考えられる。尚、これらの理由より、回転モーメントの最小値をとる点を砕波点と定義した。Table3-1.、2.の計算例のそれぞれについて回転モーメントの最小値を縦軸に、そのときの時刻を横軸にプロットしたものがFig.4-29.である。ここで、○は海底勾配 $\tan\beta = 0.1$ の、●は海底勾配 $\tan\beta = 0.075$ の体系における計算例を示す。これより、巻き砕波と崩れ砕波を分類する回転モーメントの値は-0.006とした。

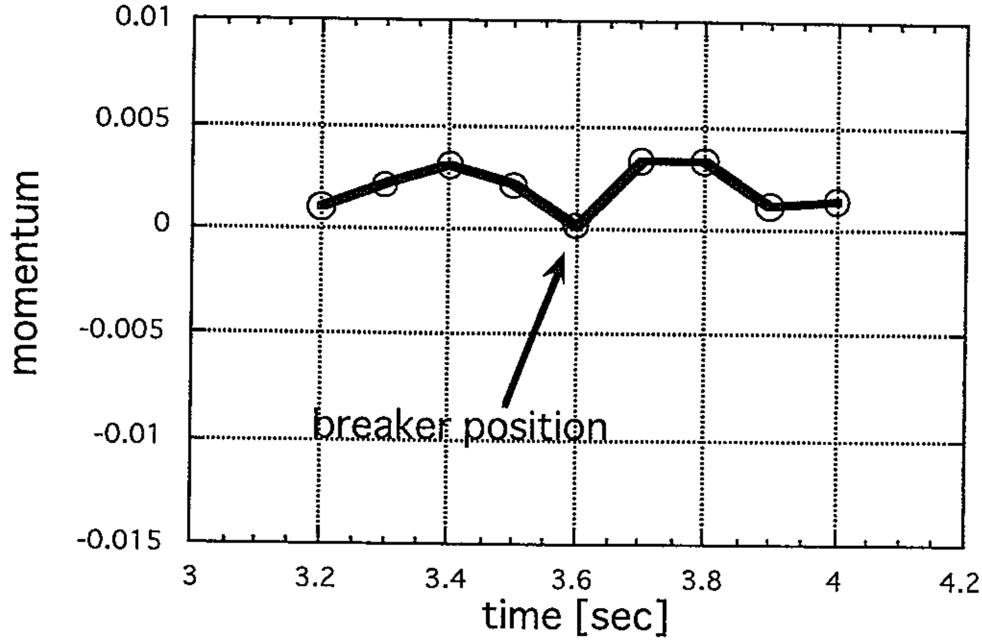

Fig.4-8. spilling breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0529$)

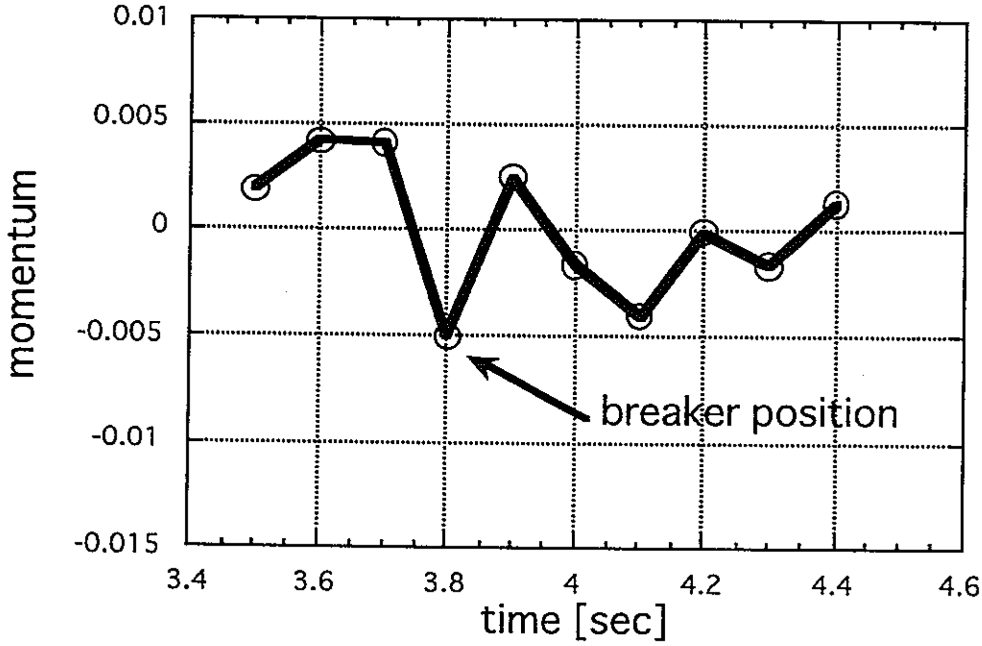

Fig.4-9. spilling breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.3$, $H_0 = 0.0573$)

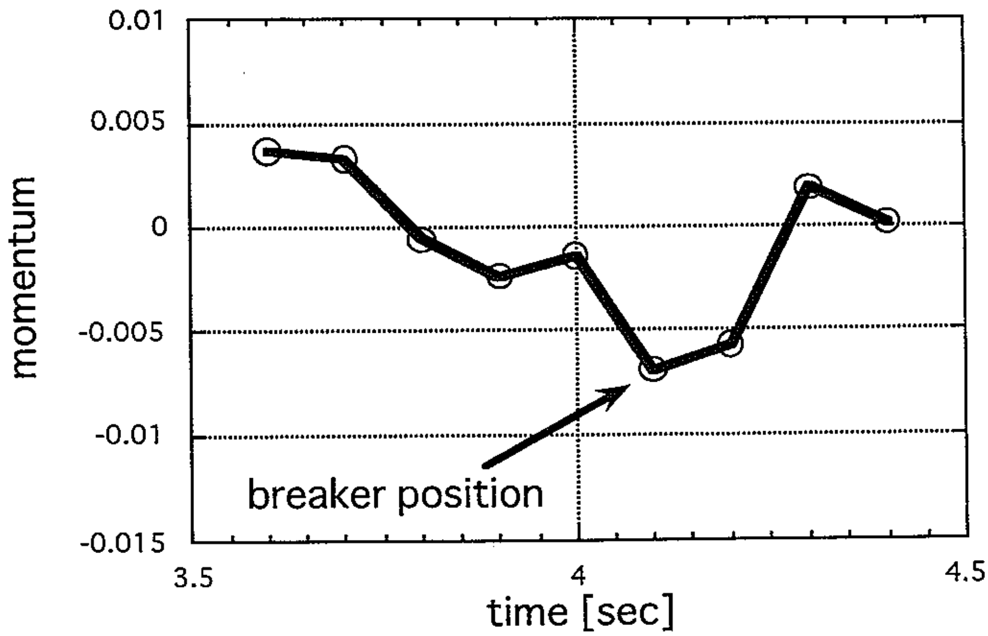

Fig.4-10. plunging breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.4$, $H_0 = 0.0560$)

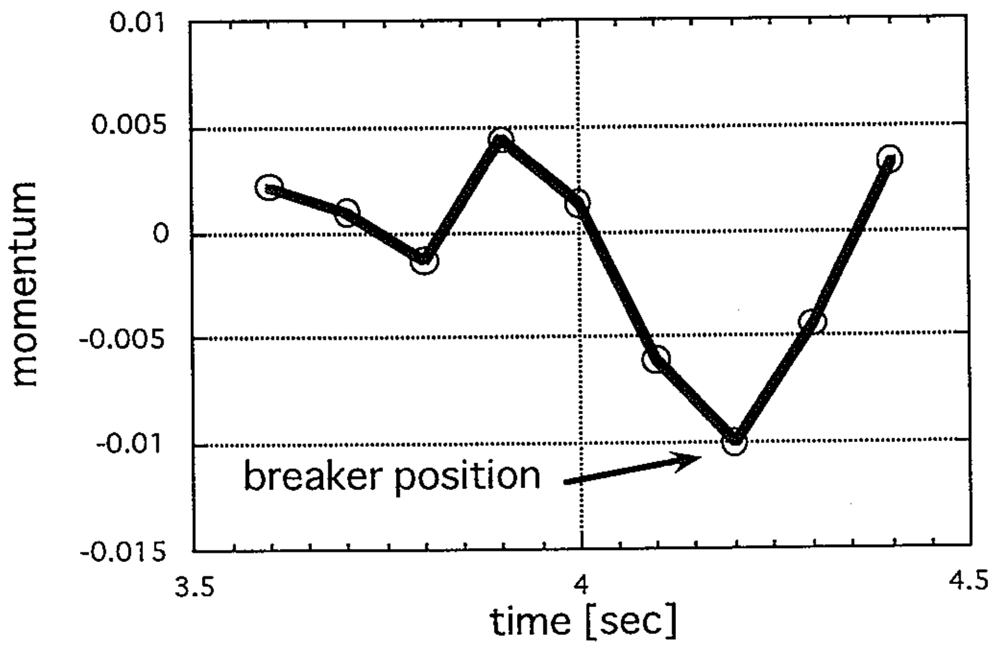

Fig.4-11. plunging breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.5$, $H_0 = 0.0542$)

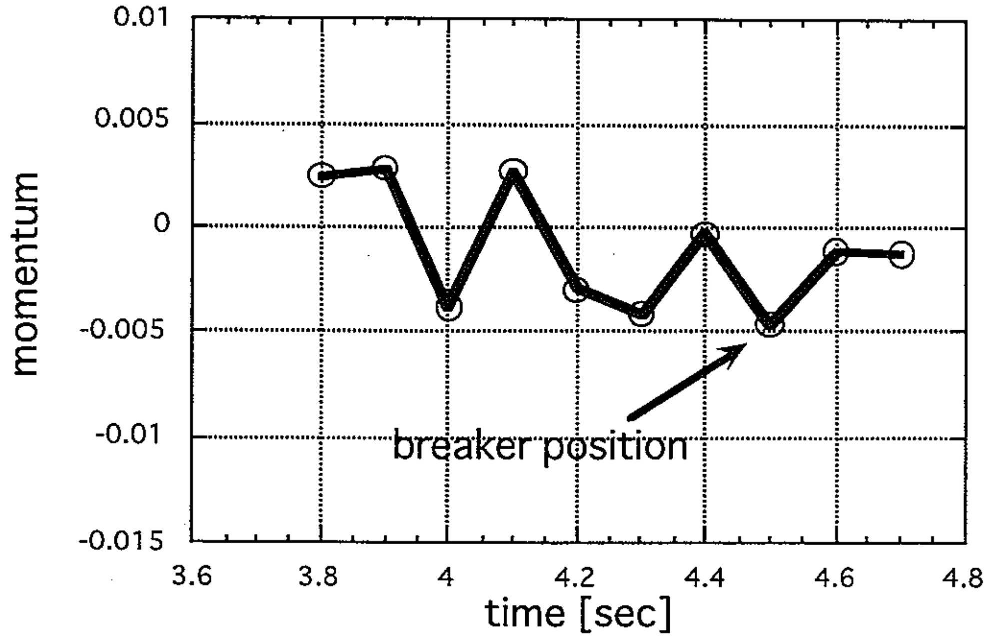

Fig.4-12. spilling breaker （$\tan\beta = 0.075$,　$L_0 = 1.6$,　$H_0 = 0.0518$）

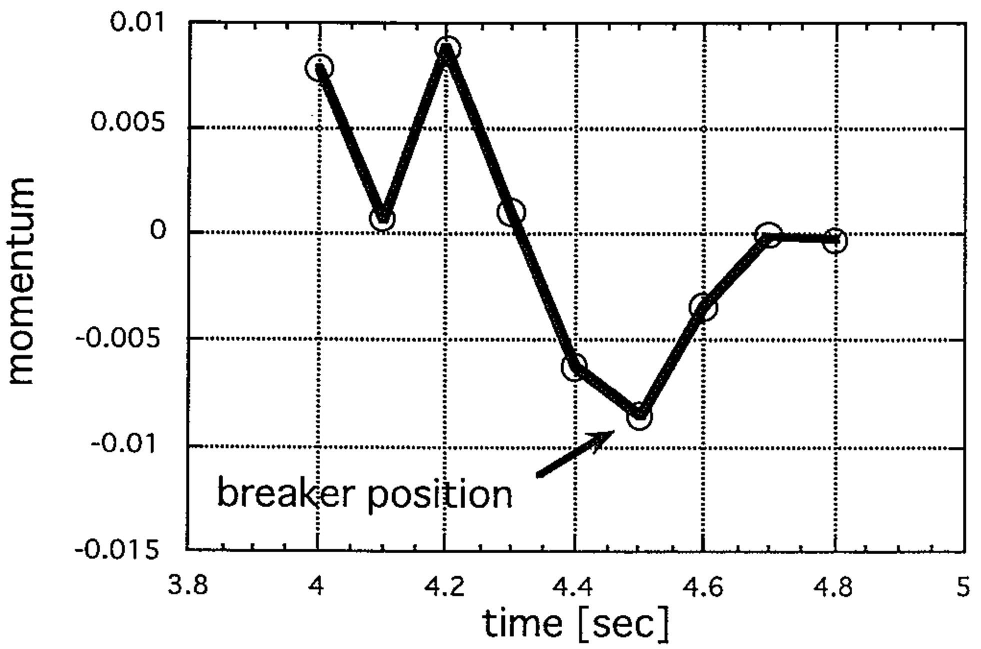

Fig.4-13. plunging breaker （$\tan\beta = 0.075$,　$L_0 = 1.7$,　$H_0 = 0.0551$）

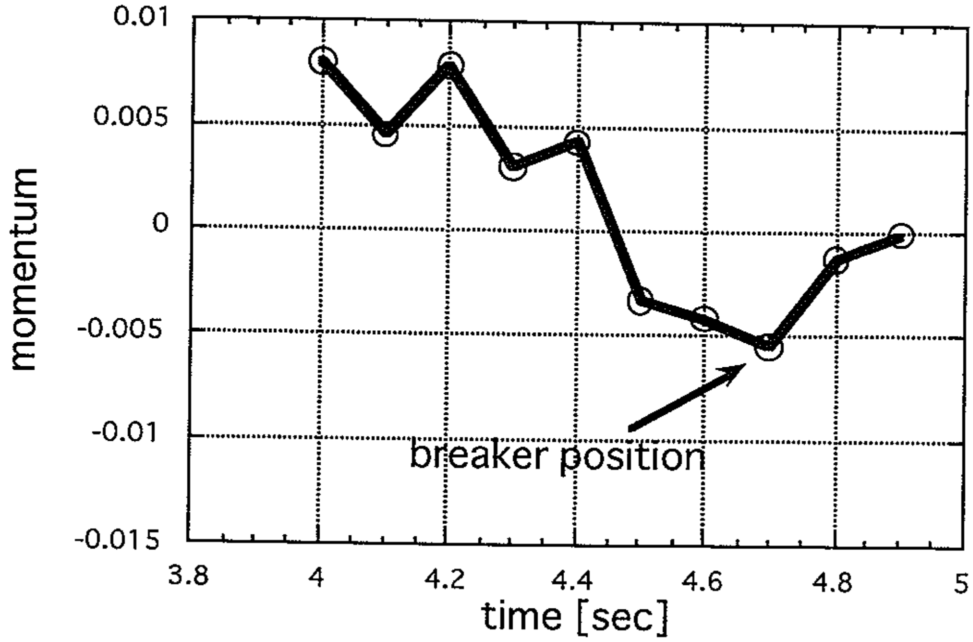

Fig.4-14. spilling breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.8$, $H_0 = 0.0520$)

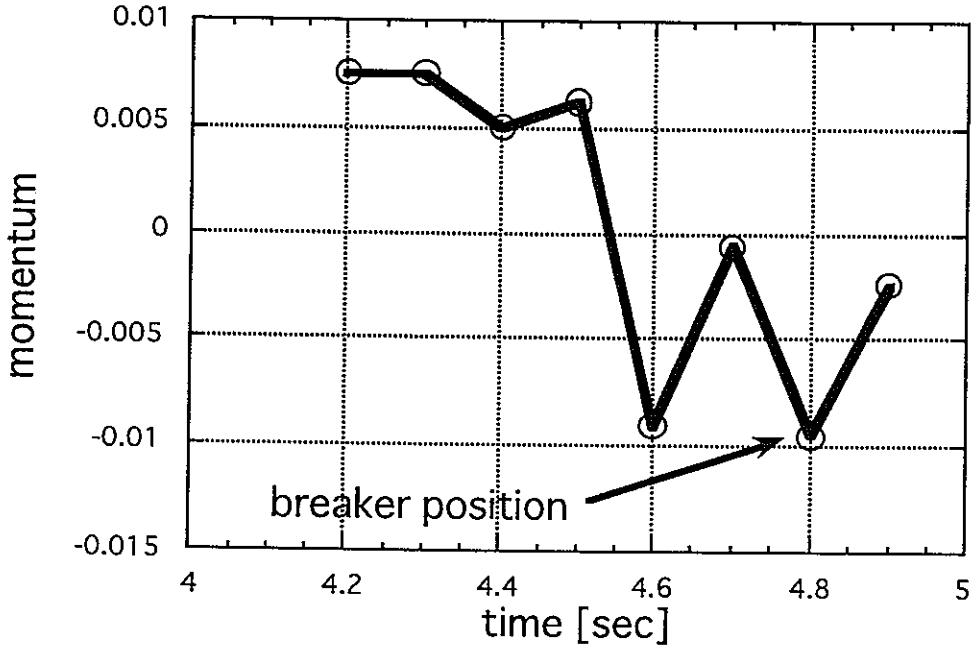

Fig.4-15. plunging breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 1.9$, $H_0 = 0.0549$)

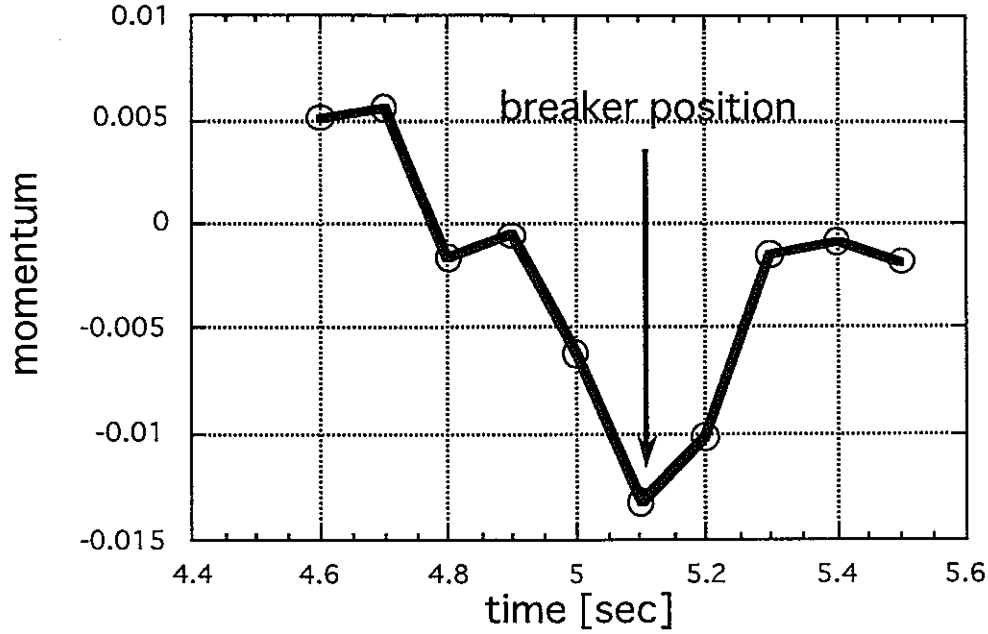

Fig.4-16. plunging breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 2.2$, $H_0 = 0.0563$)

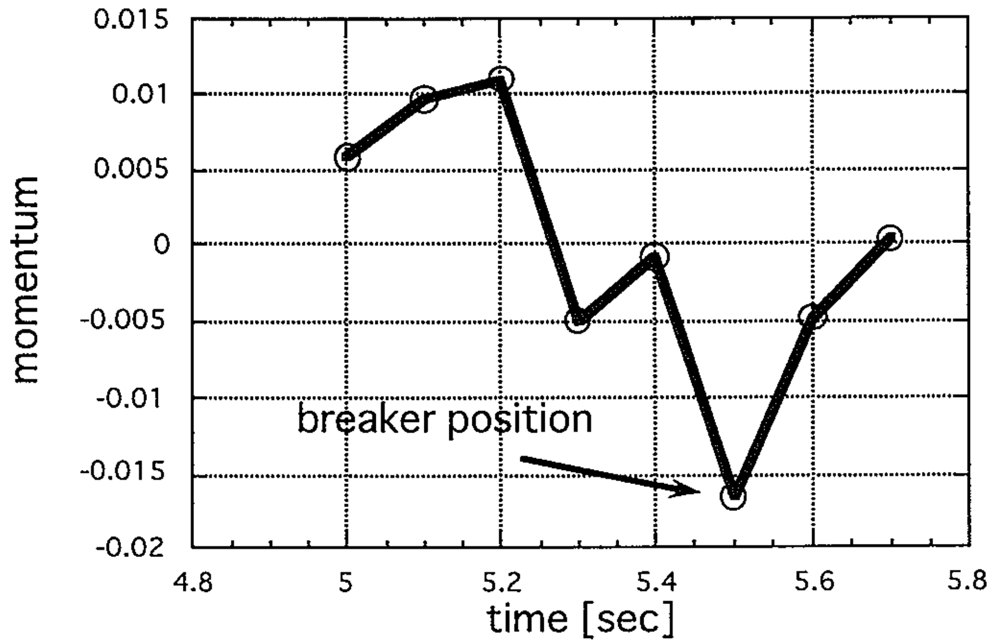

Fig.4-17. plunging breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 2.4$, $H_0 = 0.0540$)

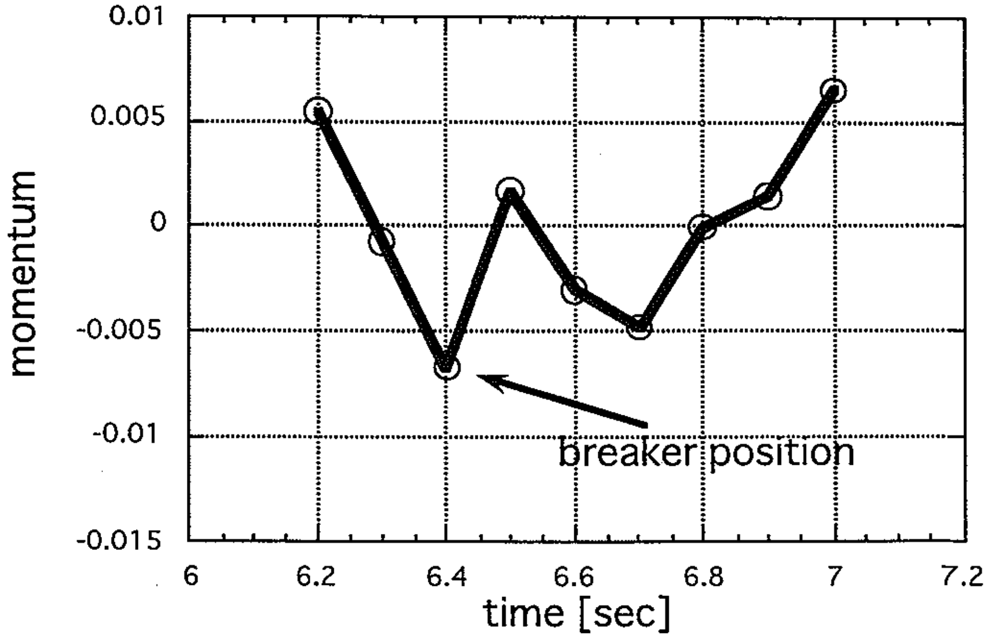

Fig.4-18. plunging breaker ($\tan\beta = 0.075$, $L_0 = 3.2$, $H_0 = 0.0541$)

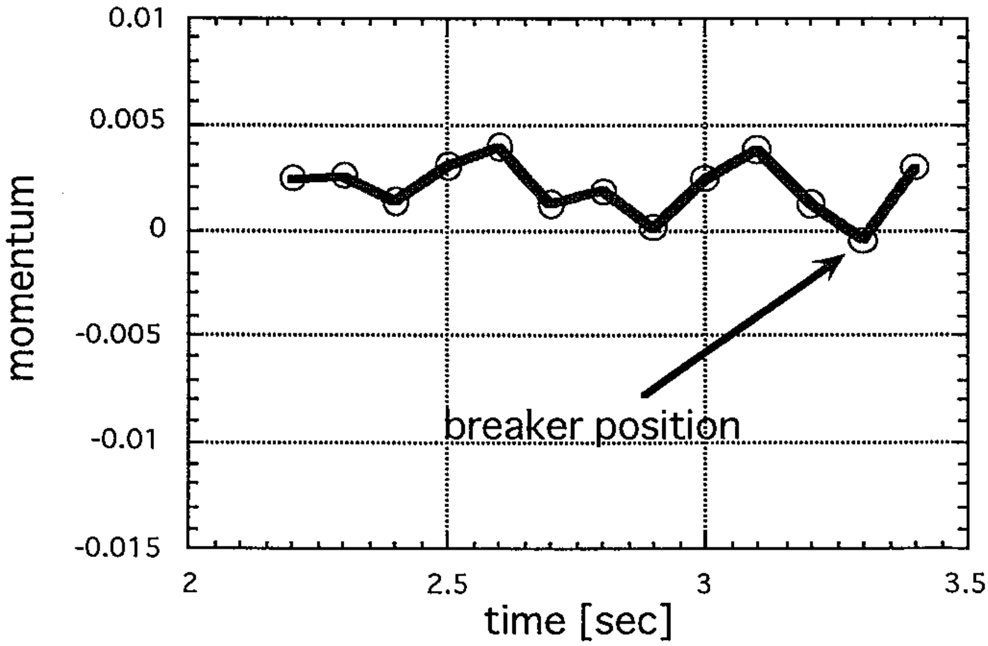

Fig.4-19. spilling breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0625$)

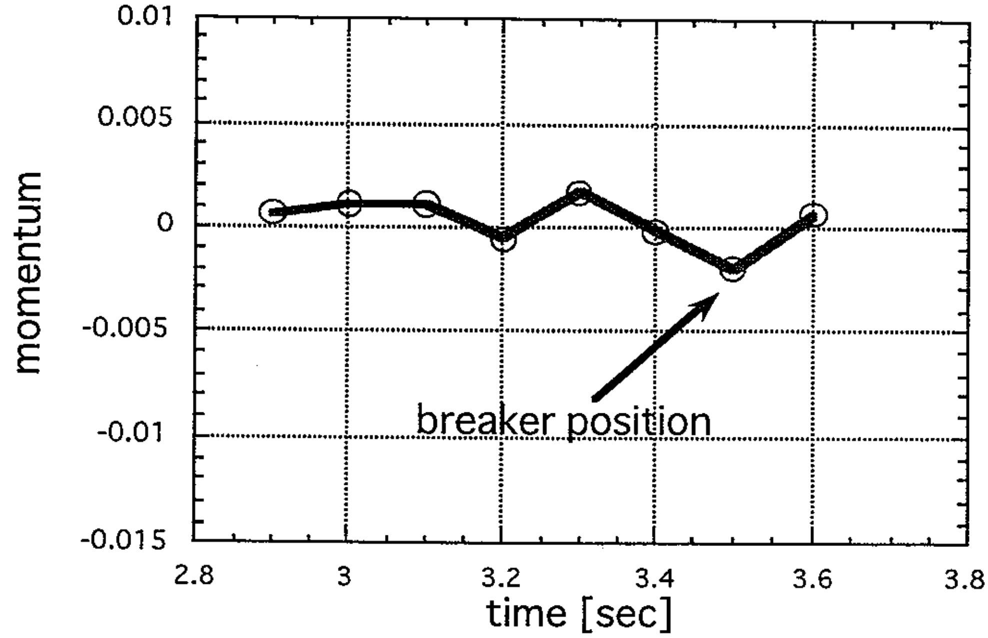

Fig.4-20. spilling breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.0$, $H_0 = 0.0529$)

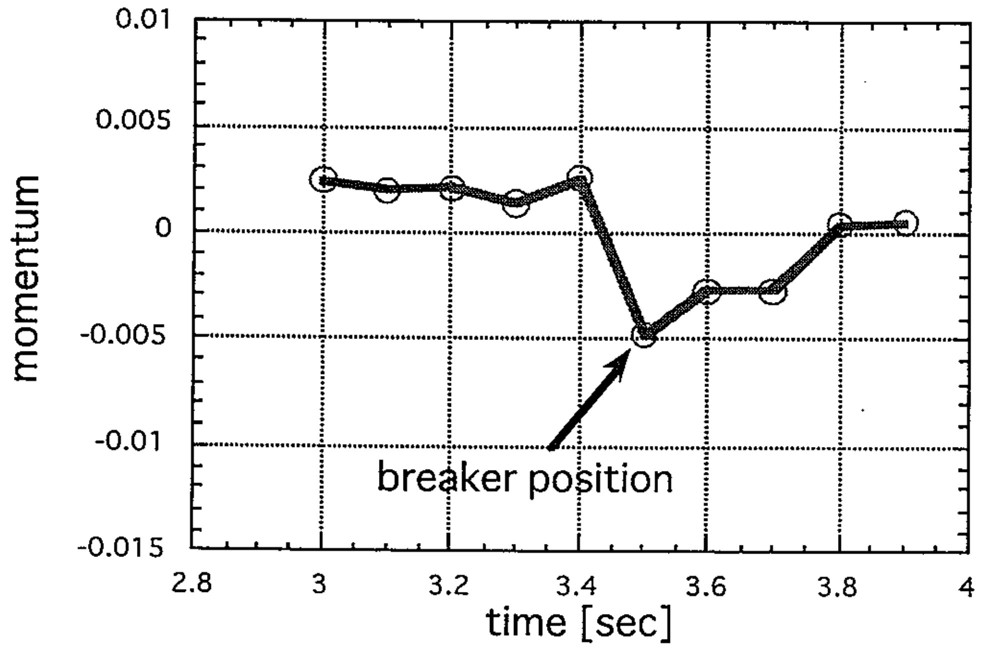

Fig.4-21. spilling breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.1$, $H_0 = 0.0532$)

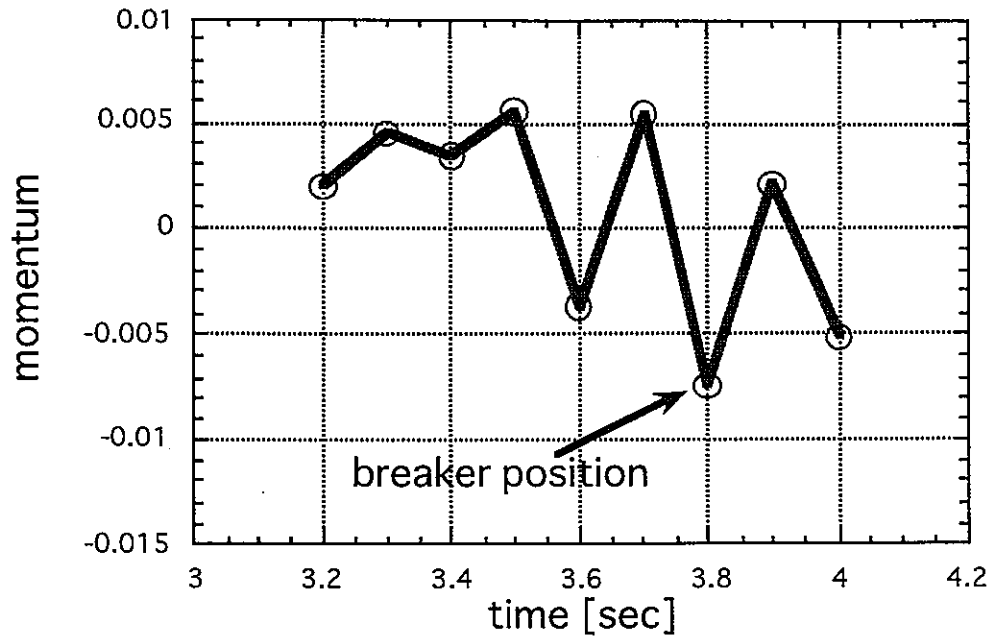

Fig.4-22. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.2$, $H_0 = 0.0581$)

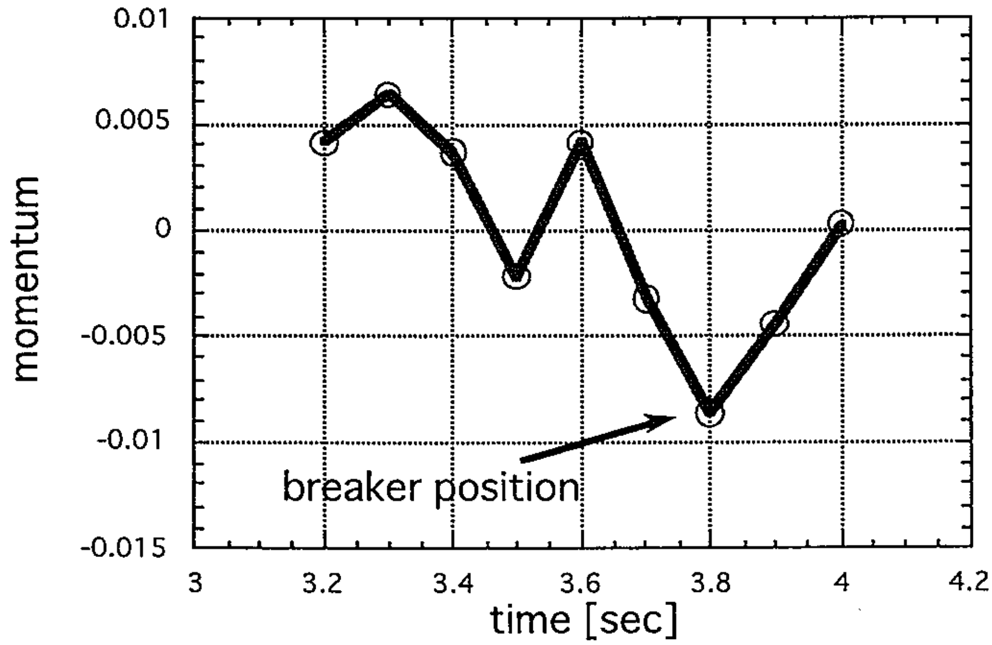

Fig.4-23. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.3$, $H_0 = 0.0573$)

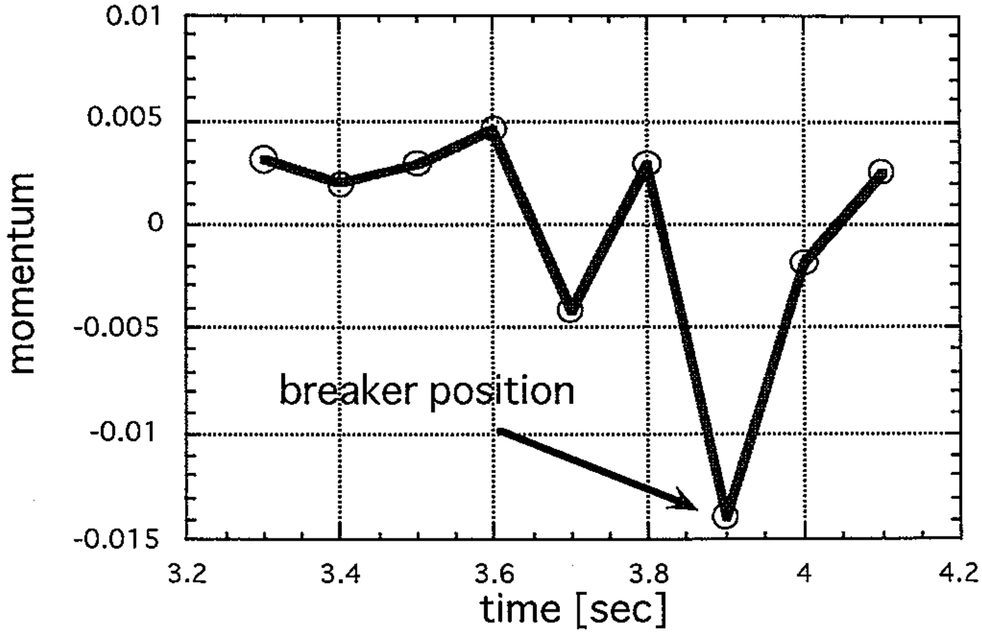

Fig.4-24. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.4$, $H_0 = 0.0560$)

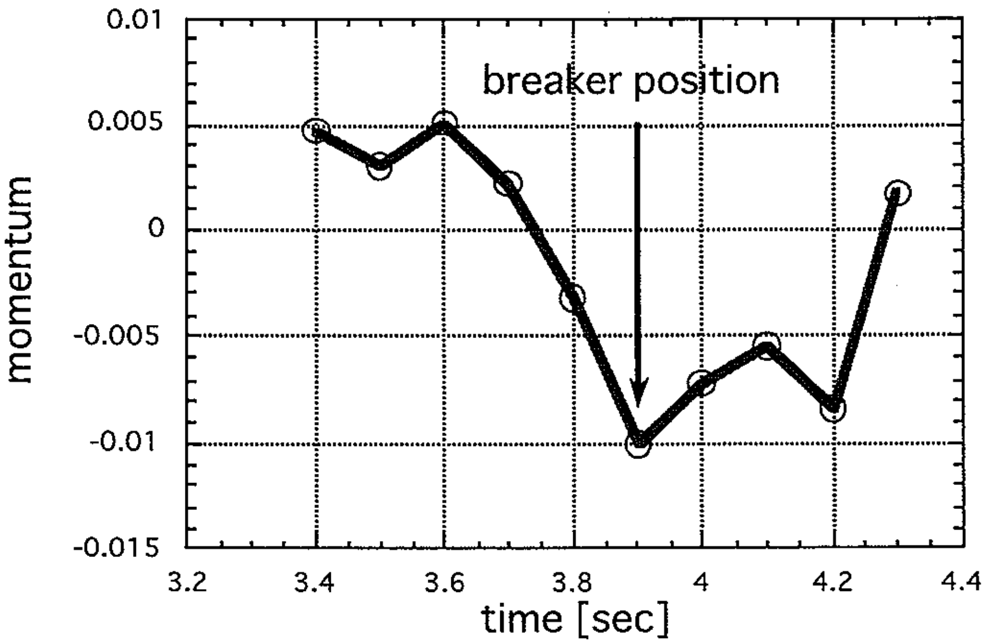

Fig.4-25. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.5$, $H_0 = 0.0542$)

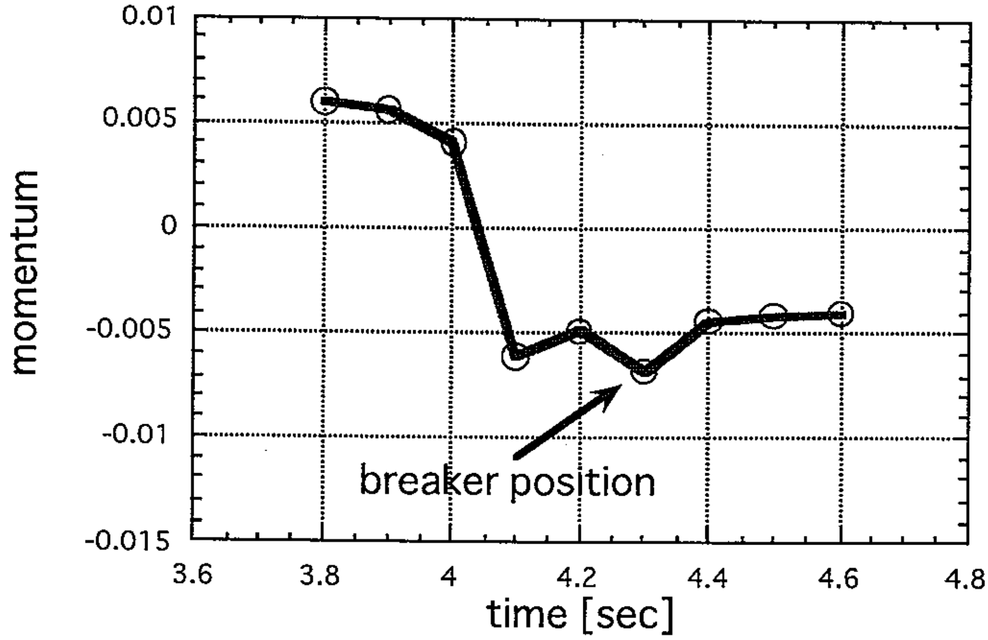

Fig.4-26. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 1.7$, $H_0 = 0.0551$)

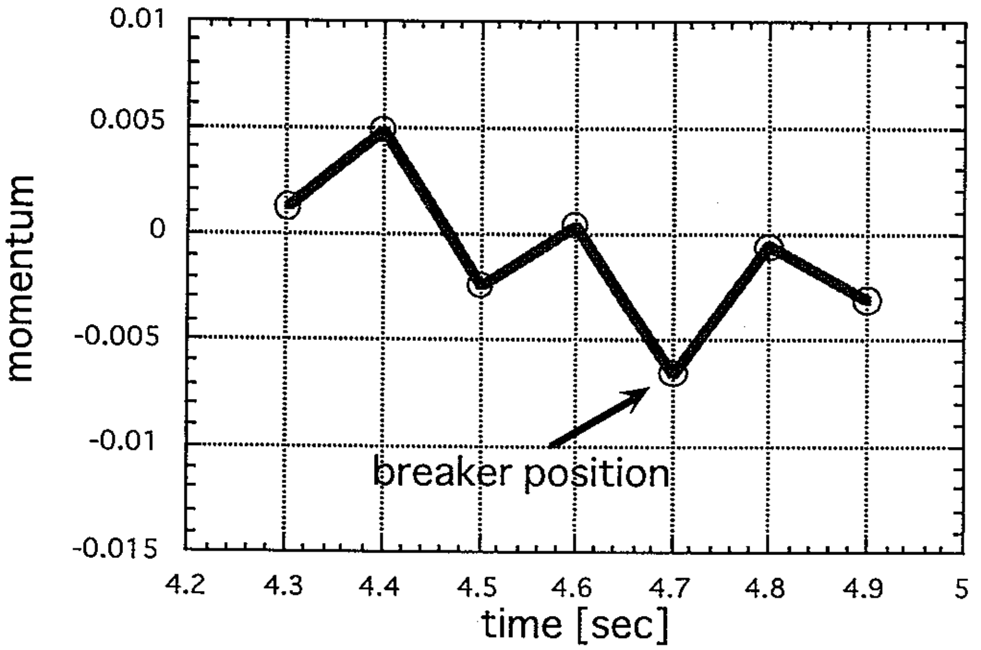

Fig.4-27. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 2.0$ $H_0 = 0.0578$)

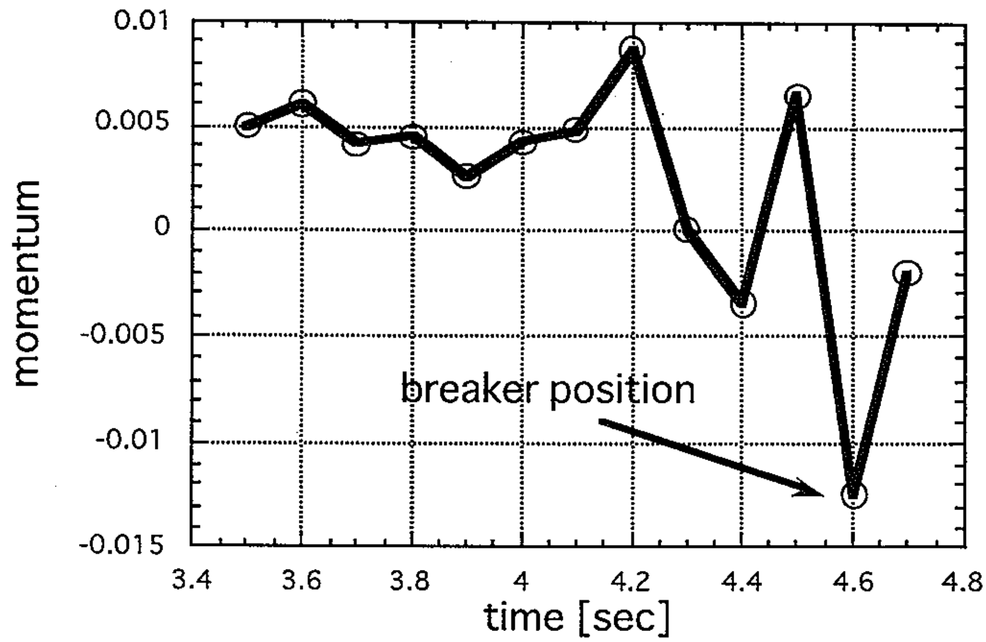

Fig.4-28. plunging breaker ($\tan\beta = 0.1$, $L_0 = 2.0$ $H_0 = 0.0450$)

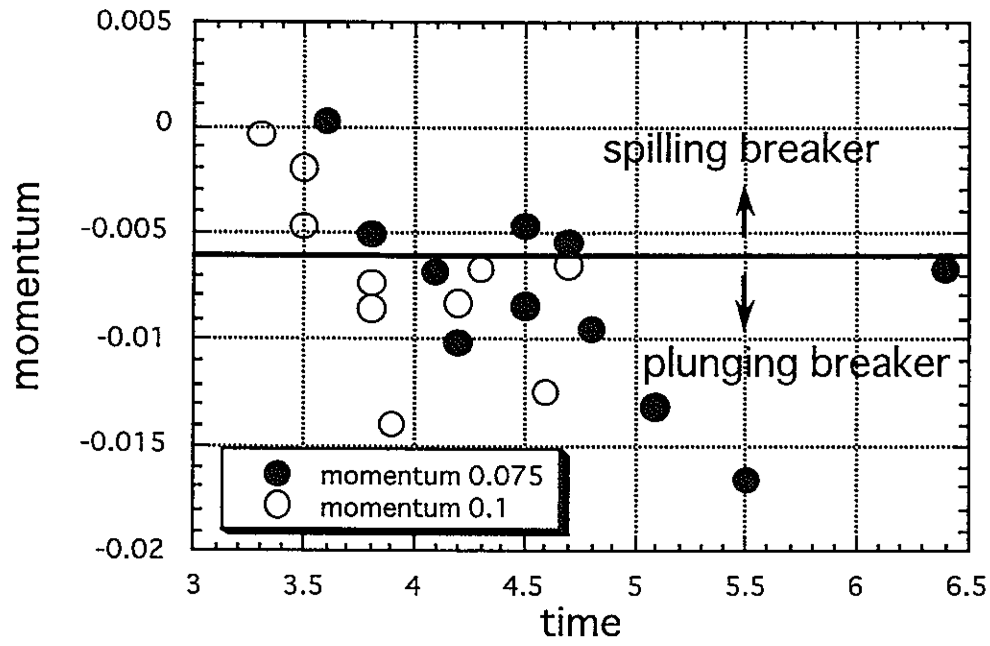

Fig.4-29. minimum momentum

4-3-3.砕波形式の分類

4-3-1.で示したとおり、MPS法を用いて巻き砕波、崩れ砕波の両砕波形式を再現することができたので、この両砕波形式を、海底勾配と沖波波形勾配を用いた無次元パラメータである砕波帯相似パラメータξにより分類する。

4-1-4.で示したように、砕波帯相似パラメータは（4-1-1）式のような沖波波高、沖波波長、海底勾配の関係式だった。

$$\xi = \tan\beta / \sqrt{H_0 / L_0} \tag{4-1-1}$$

この関係式に従って、縦軸に波形勾配（$\sqrt{H_0 / L_0}$）、横軸に海底勾配をとり、そこに計算結果をプロットしたのがFig.4-30.である。海底勾配0.075がTable3-1.の、海底勾配0.1がTable3-2.の入力条件での計算結果である。図中の直線$\xi = 0.46$は文献値（[10],[26]）であり、実験から得られたものであり、この$\xi = 0.46$より上で崩れ砕波、$\xi = 0.46$より下で巻き砕波を発生するとされている。

本研究においては、沖波波高H_0は0.05～0.06mになるようにしたので、沖波波長、即ち造波板の周期Tが大きくなるに従って沖波波形勾配$\sqrt{H_0 / L_0}$は小さくなる。よって、周期が小さい場合に崩れ砕波、周期が大きい場合に巻き砕波を発生し易い傾向にあるといえる。実際、Fig.4-30.を見ると、両方の海底勾配において、傾向としては$\sqrt{H_0 / L_0}$→小で巻き砕波、$\sqrt{H_0 / L_0}$→大で崩れ砕波を発生している。

海底勾配0.1の体系では、巻き砕波、崩れ砕波がはっきり分類でき、その分類する砕波帯相似パラメータξは約$\xi = 0.45$となった。この海底勾配での1 0の計算例のうち、巻き砕波が7例、崩れ砕波が3例であり、比較的急勾配では巻き砕波を発生し易いという実験結果とも一致している。

海底勾配0.075の体系では、砕波帯相似パラメータξが大きい（即ち、沖波波形勾配$\sqrt{H_0 / L_0}$が小さい）ところでは巻き砕波、小さいところでは崩れ砕波のみを発生

したが、$\xi = 0.43 \sim 0.37$においては、両砕波形式が混在し、はっきりと分類できなかった。この領域は巻き砕波と崩れ砕波の遷移的な領域と考えられる。

砕波形式の分類は、実験や観測においても行なわれており、そのうちの3例をFig.4-30に示す。いずれの分類も、海底勾配が大きくなるに従い巻き砕波の発生領域が広がっており、本計算の結果と良く一致している。ただ、研究者によって分類にはばらつきがあり、本計算で海底勾配0.075で見られた遷移領域は、おおよそこのばらつきの範囲内に入っている。従って、本計算によって得られたそれぞれの砕波形式の発生領域は、従来の実験結果と良く一致していると言える。

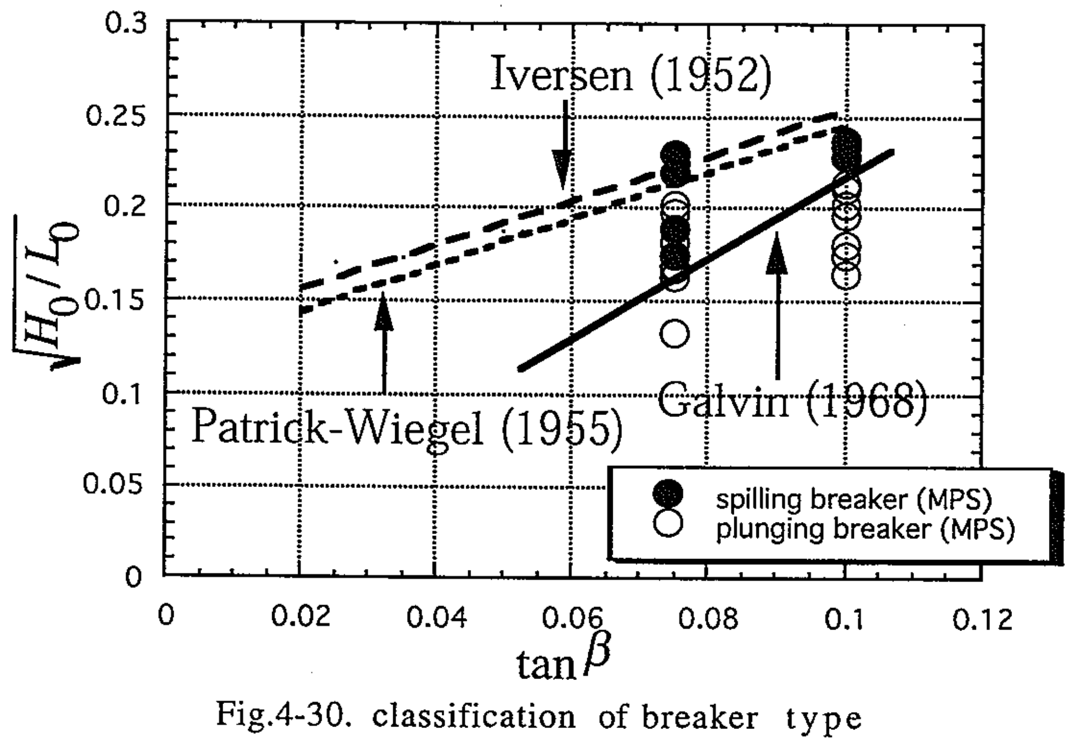

Fig.4-30. classification of breaker type

4-3-4.砕波後の波高の変化

一様勾配の斜面上で砕波しはじめた波は、波高が急激に減少し、その後砕波を続けながらエネルギーを失い次第に波高が減少する。このとき波高水深比はほぼ一定値をとり、その値は0.8～1程度であり、波形勾配が大きいほど大きい。

砕波変形のモデルには有限振幅長波の連続の式及び運動方程式に砕波の影響を入れて解く方法[28],[29]や、エネルギー方程式を用いる方法[30],[31]等様々なものがあるが、一様勾配斜面上での砕波においてそれらに共通な必要事項として、波高水深比がほぼ一定値をとりながら減衰し、汀線では0に近づくこと挙げられる。

最も簡単で、多く使われてきたモデルは、砕波帯の全ての地点における波高Hが、その地点の水深hに比例するとしたものである（（4-3-2）式）。

$$H=\gamma_B h \tag{4-3-2}$$

ここで、比例定数γ_Bの値としては、0.78が多く使われるが、この値以外にもいくつかの値が提案されている[3]。この（4-3-2）式を用いた計算において、いずれも妥当な結果を得ている[32]～[34]。よって、このγ_B=0.78を用いたモデルと、本研究における計算の砕波後の波高の変化を比較し、MPS法の妥当性を確認する。

本研究において、海底勾配は一様だから、水深hは造波板の初期位置からの距離x及び海底勾配$\tan\beta$の関数（4-3-3）式となり、波高Hは（4-3-4）の様に求まる。

$$h=-x\tan\beta+0.1+\tan\beta \tag{4-3-3}$$

$$H=-0.78x\tan\beta+0.78(0.1+\tan\beta) \tag{4-3-4}$$

砕波後は波が乱れてしまい、波高の定義が困難なため、本研究においては波高の変化の変わりに波頂の座標の変化を見ることにする。

Fig.4-31～51.は横軸に造波板の初期位置を0とした水平方向の座標、縦軸に水底を0とした鉛直方向の座標をとり、砕波後の波高（波頂の座標）の変化をプロット

したものである。この中で、巻き砕波はFig.4-33,34,36,38～41,45～51であり、残りは崩れ砕波である。図中の直線は（4-3-4）式により計算したものであり、砕波点での波高を一致させている。○はMPS法による計算であり、砕波点以降0.1秒刻みでプロットしている。図より、巻き砕波では、ばらつきはあるものの比較的一致したが、崩れ砕波では、今回の計算例は砕波点での波高が低く、その後も波高はそれほど変化しないので、余り一致しなかった。

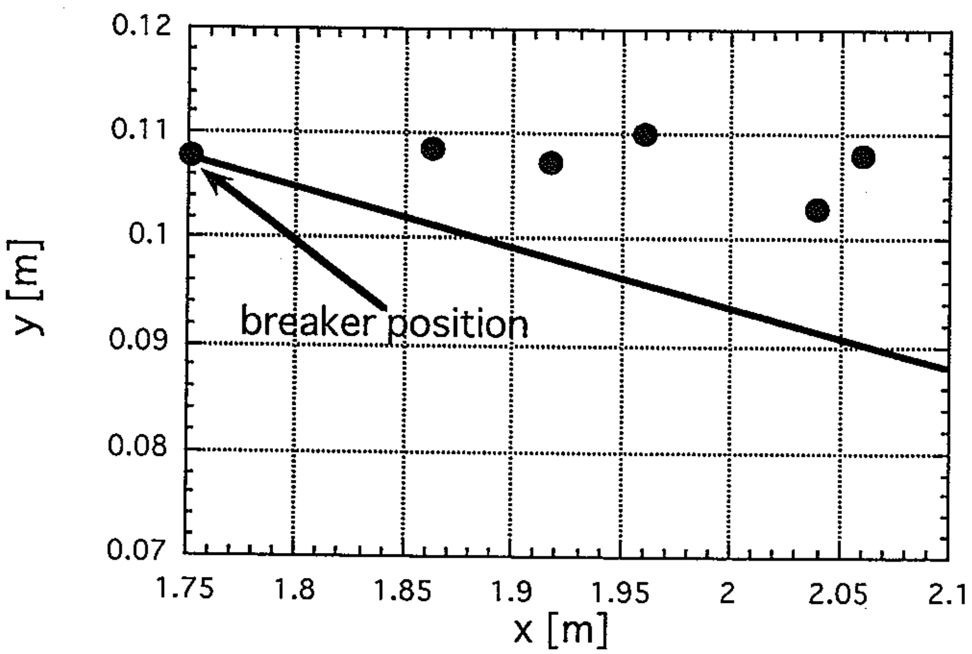

Fig.4-31. variation of wave height ($L_0 = 1.0m$, $H_0 = 0.0526m$, $\tan\beta = 0.075$)

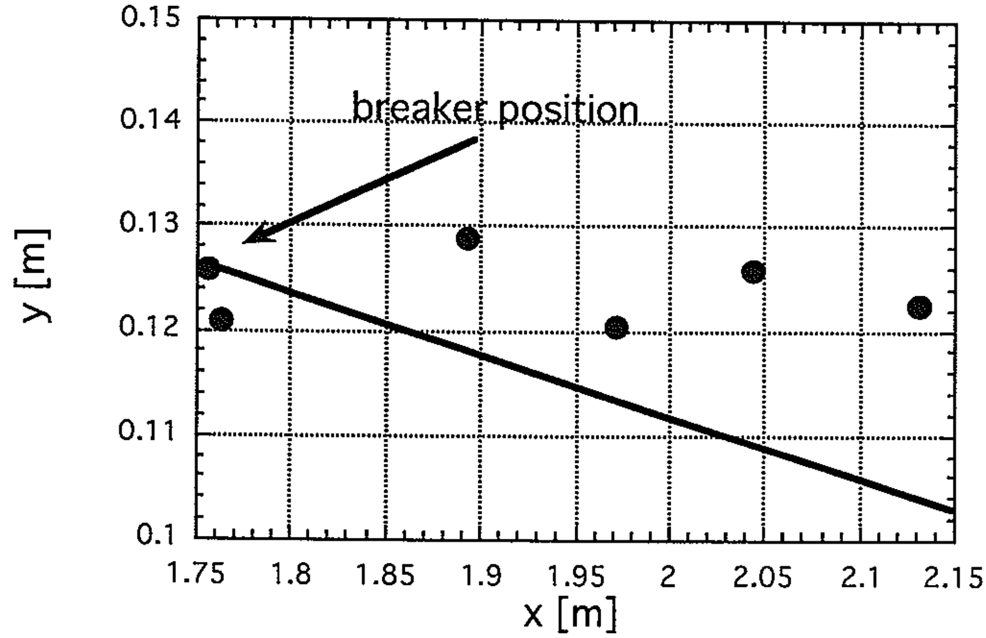

Fig.4-32. variation of wave height ($L_0 = 1.3m$, $H_0 = 0.0536m$, $\tan\beta = 0.075$)

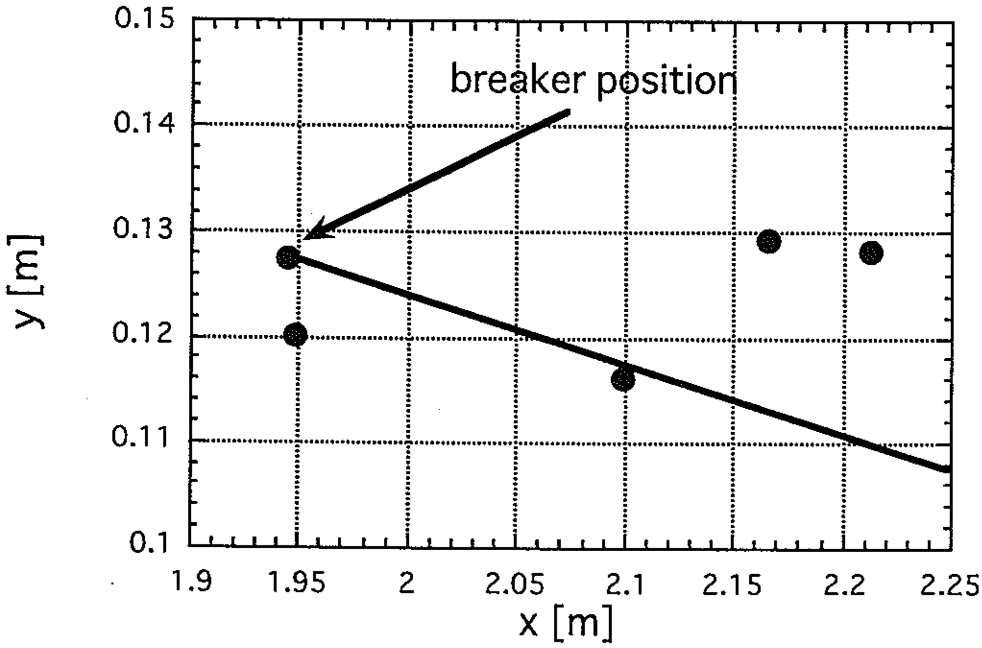

Fig.4-33. variation of wave height ($L_0 = 1.4m$, $H_0 = 0.0571m$, $\tan\beta = 0.075$)

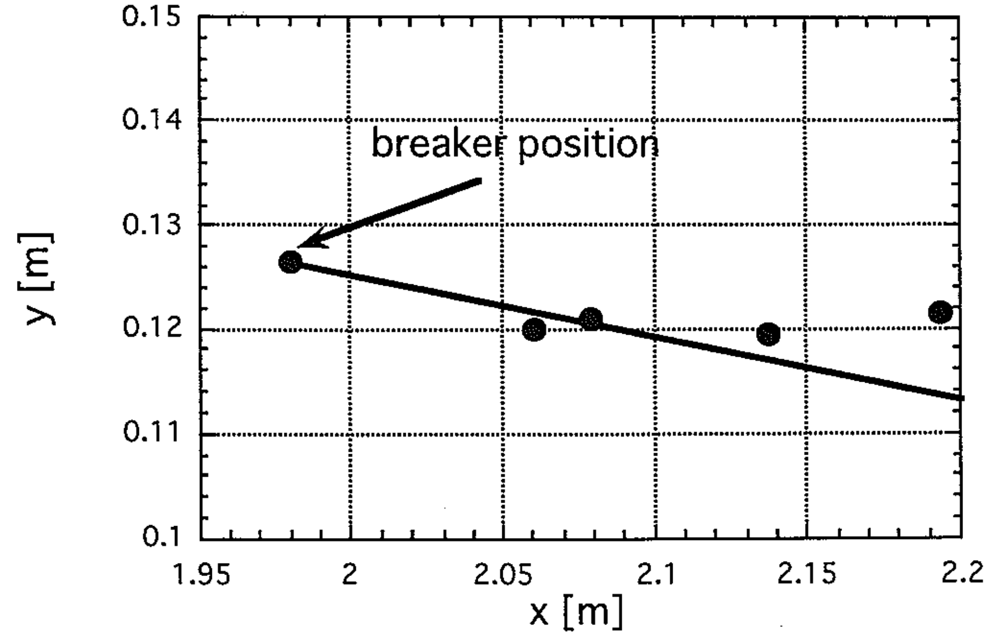

Fig.4-34. variation of wave height ($L_0 = 1.5m$, $H_0 = 0.0584m$, $\tan\beta = 0.075$)

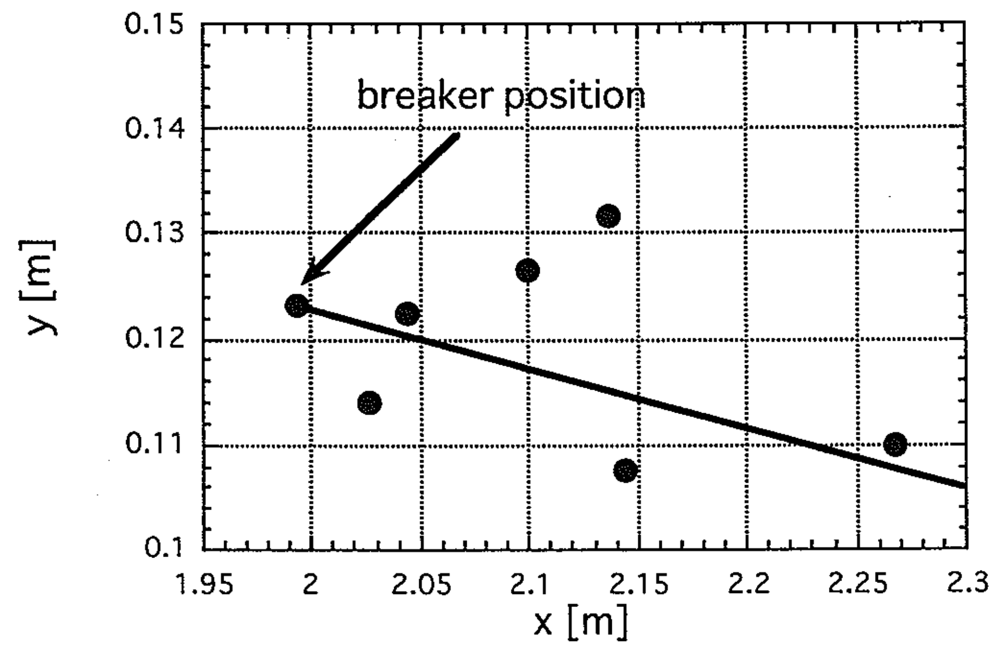

Fig.4-35. variation of wave height ($L_0 = 1.6m$, $H_0 = 0.0573m$, $\tan\beta = 0.075$)

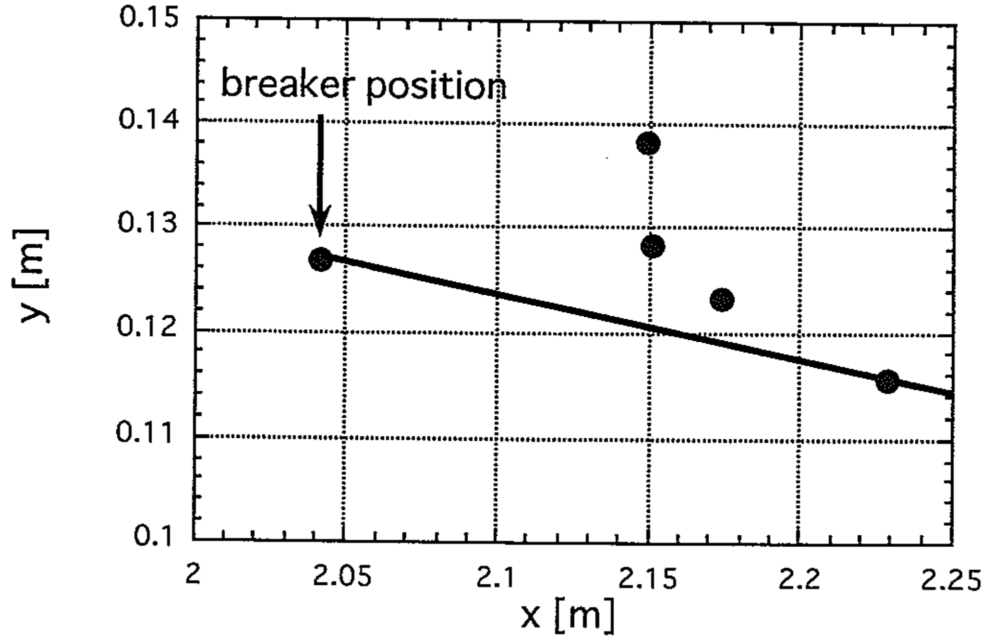

Fig.4-36. variation of wave height ($L_0 = 1.7m$, $H_0 = 0.0564m$, $\tan\beta = 0.075$)

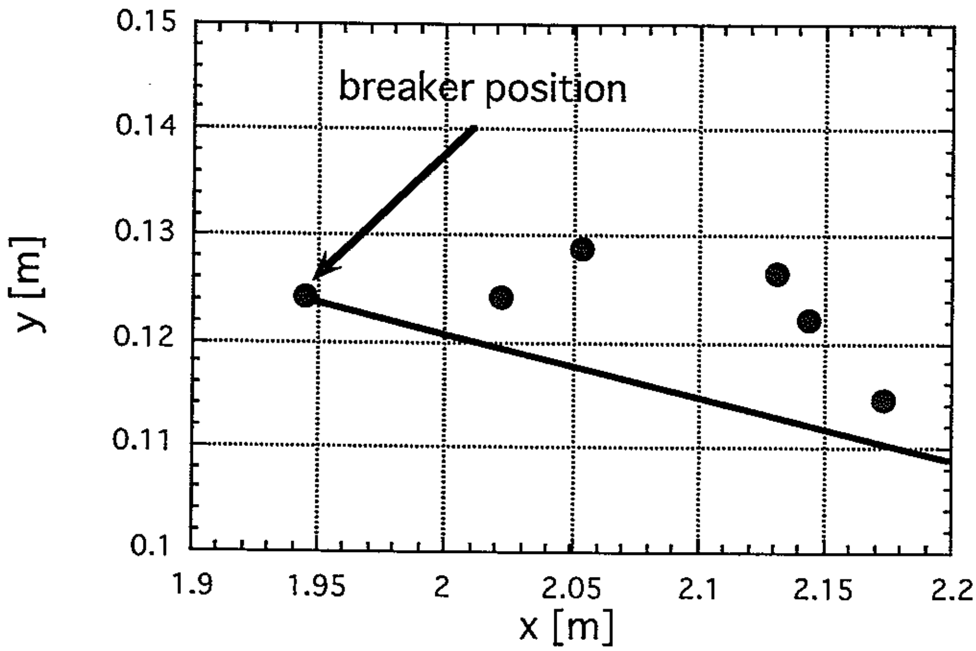

Fig.4-37. variation of wave height ($L_0 = 1.8m$, $H_0 = 0.0549m$, $\tan\beta = 0.075$)

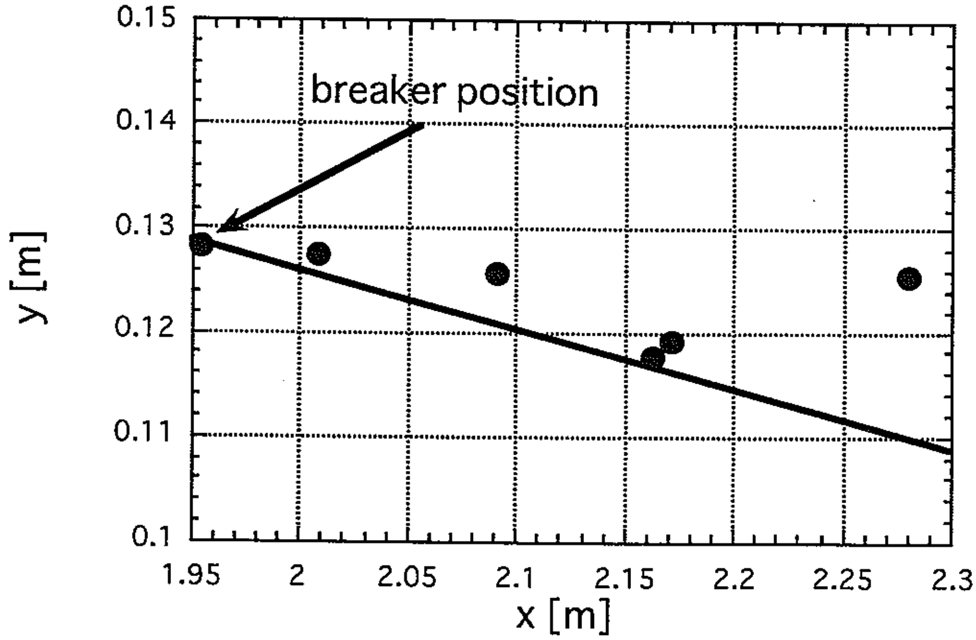

Fig.4-38. variation of wave height ($L_0 = 1.9m$, $H_0 = 0.0534m$, $\tan\beta = 0.075$)

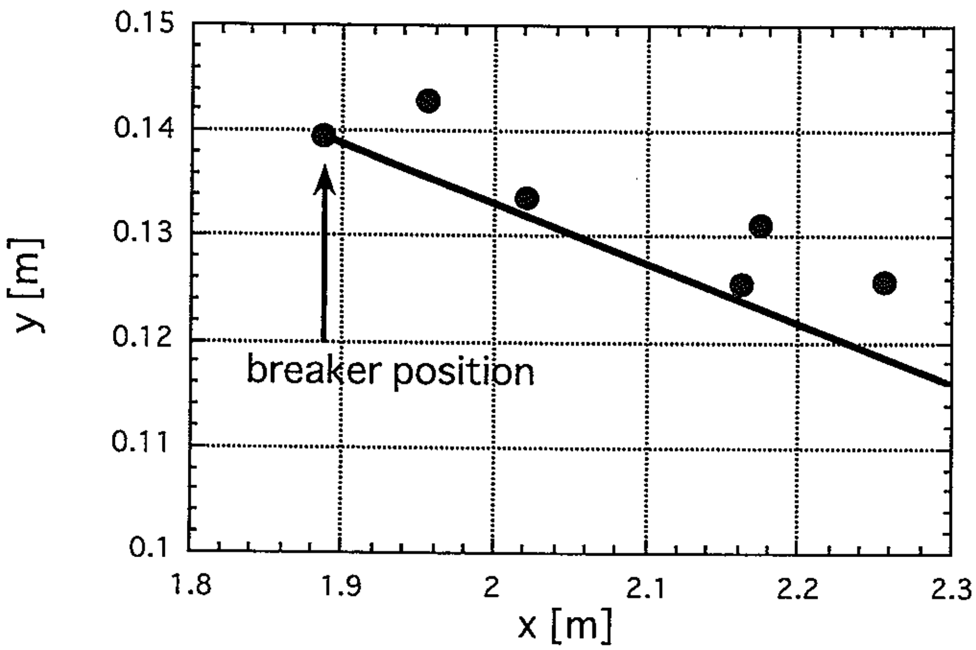

Fig.4-39. variation of wave height ($L_0 = 2.2m$, $H_0 = 0.0625m$, $\tan\beta = 0.075$)

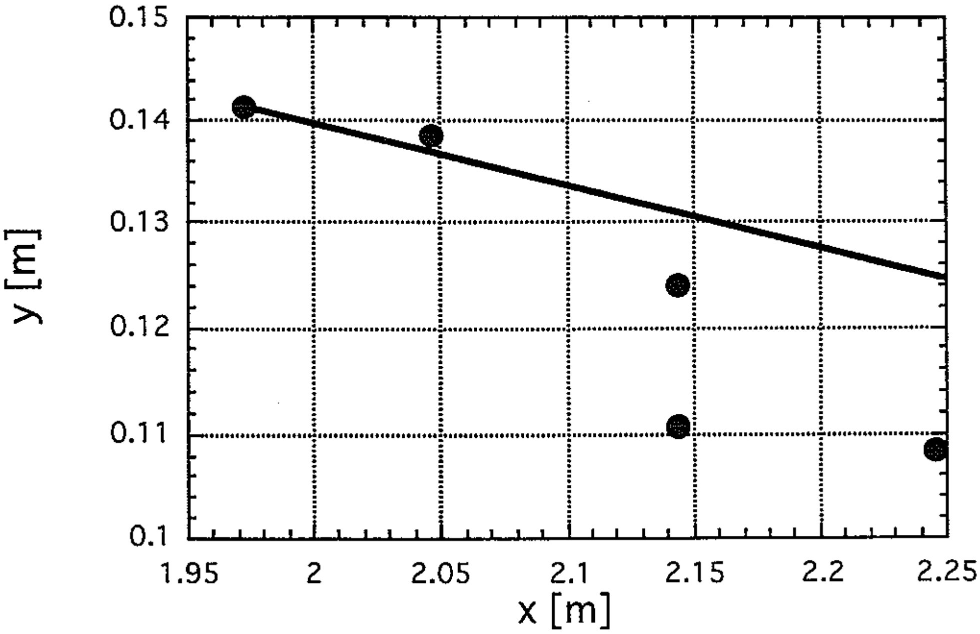

Fig.4-40. variation of wave height ($L_0 = 2.4m$, $H_0 = 0.0638m$, $\tan\beta = 0.075$)

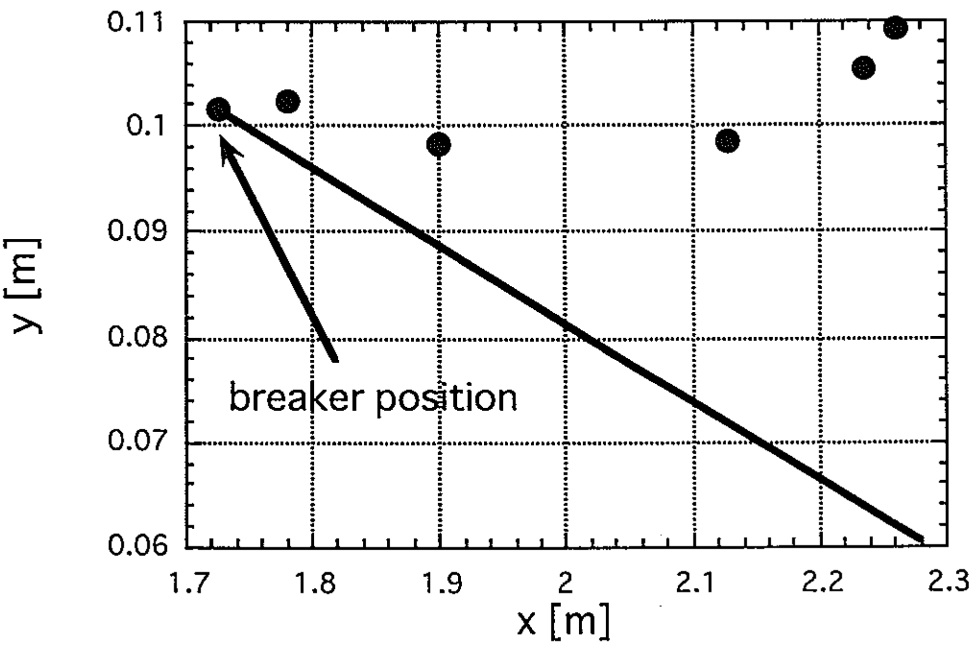

Fig.4-41. variation of wave height ($L_0 = 3.2m$, $H_0 = 0.0564m$, $\tan\beta = 0.075$)

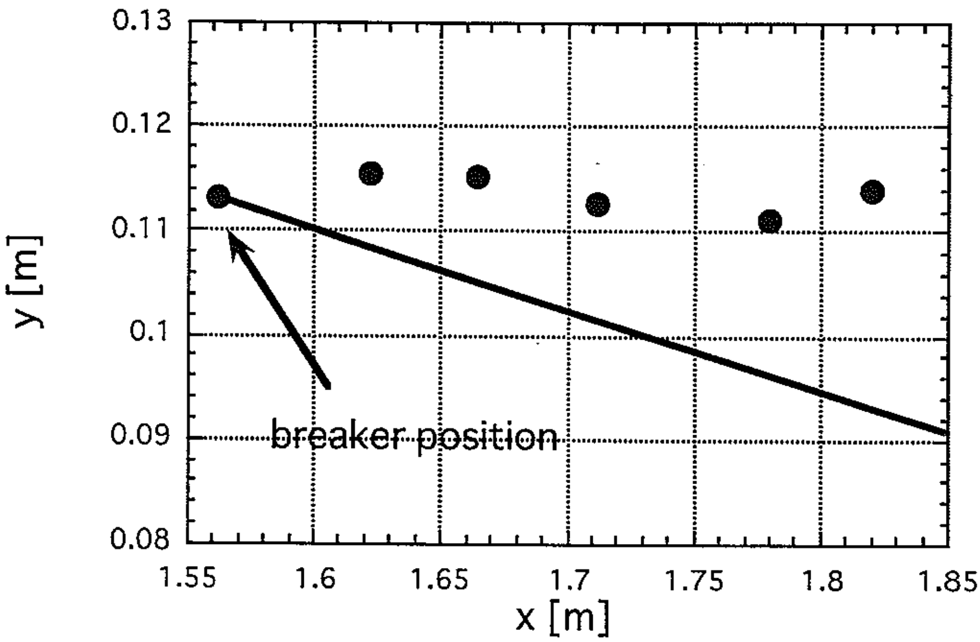

Fig.4-42. variation of wave height ($L_0 = 1.0m$, $H_0 = 0.0564m$, $\tan\beta = 0.1$)

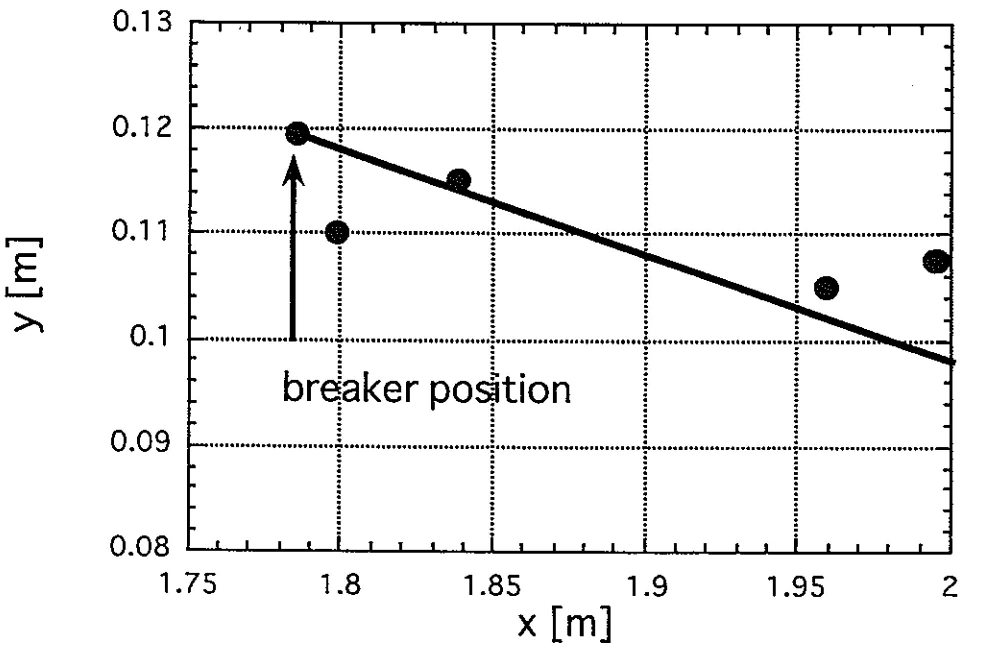

Fig.4-43. variation of wave height ($L_0 = 1.0m$, $H_0 = 0.0544m$, $\tan\beta = 0.1$)

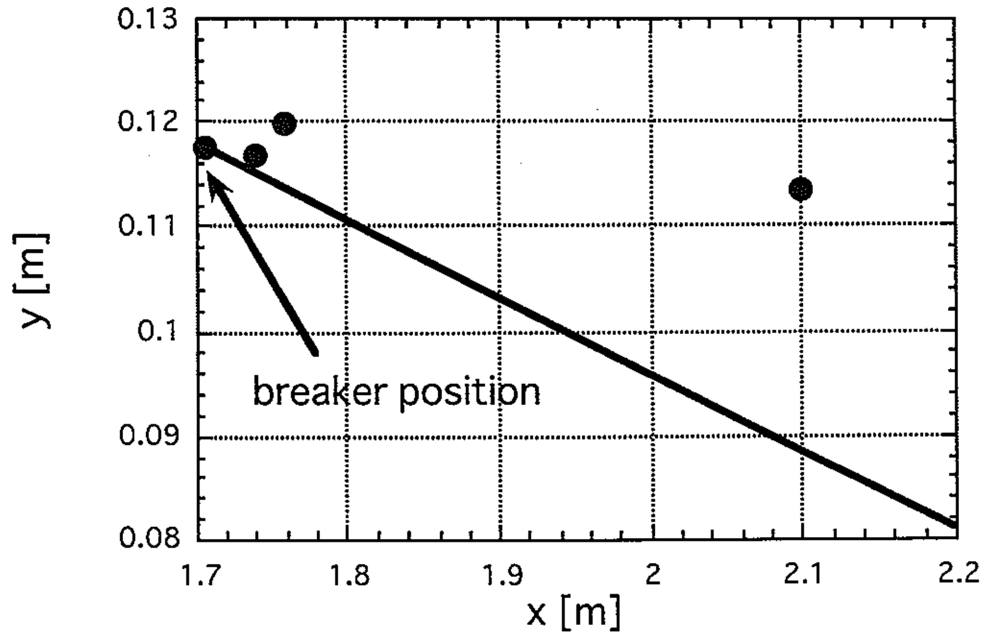

Fig.4-44. variation of wave height ($L_0 = 1.1m$, $H_0 = 0.0572m$, $\tan\beta = 0.1$)

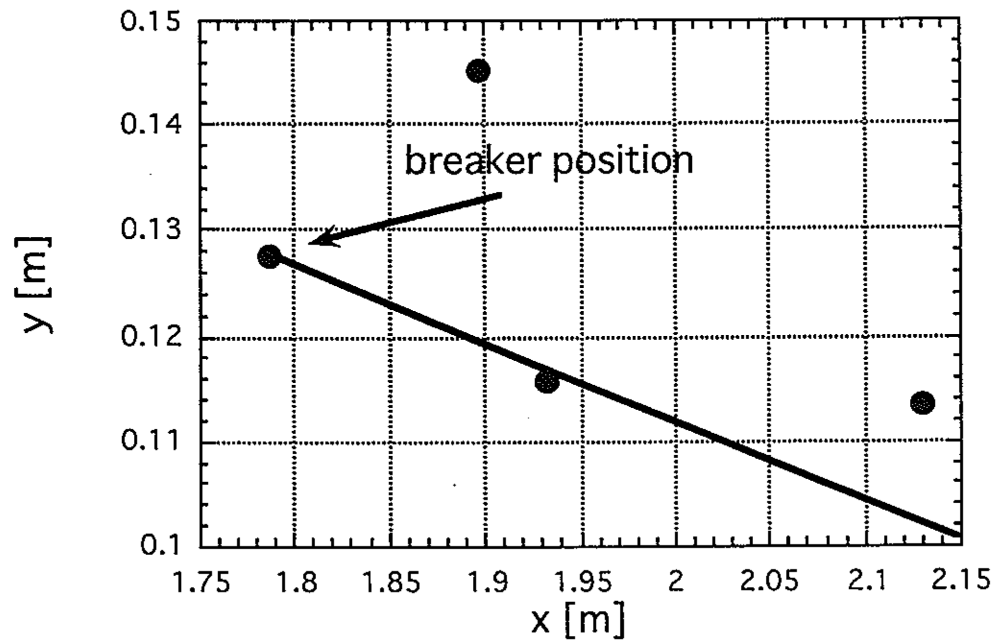

Fig.4-45. variation of wave height ($L_0 = 1.2m$, $H_0 = 0.0630m$, $\tan\beta = 0.1$)

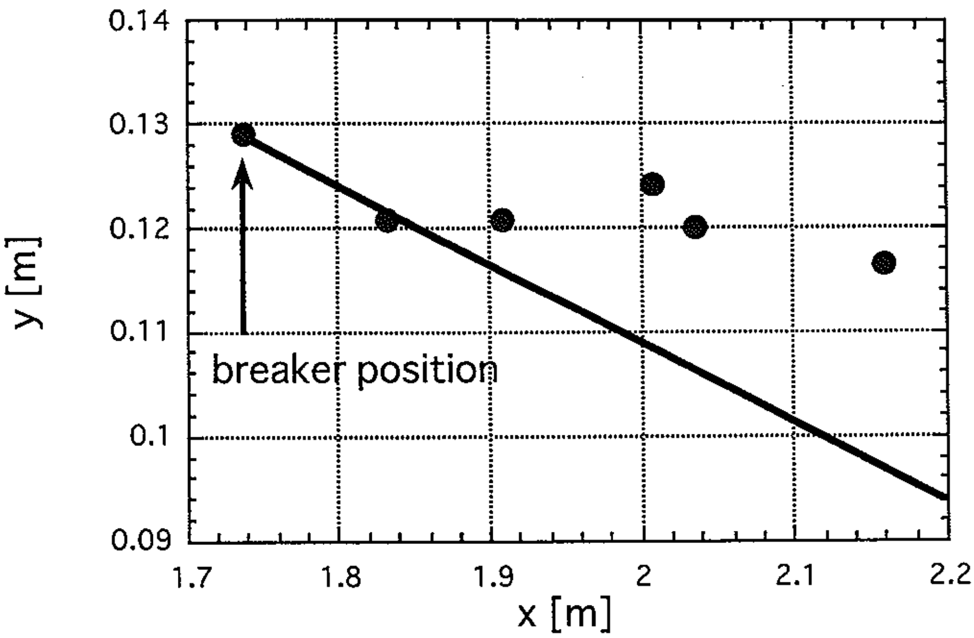

Fig.4-46. variation of wave height ($L_0 = 1.3m$, $H_0 = 0.0577m$, $\tan\beta = 0.1$)

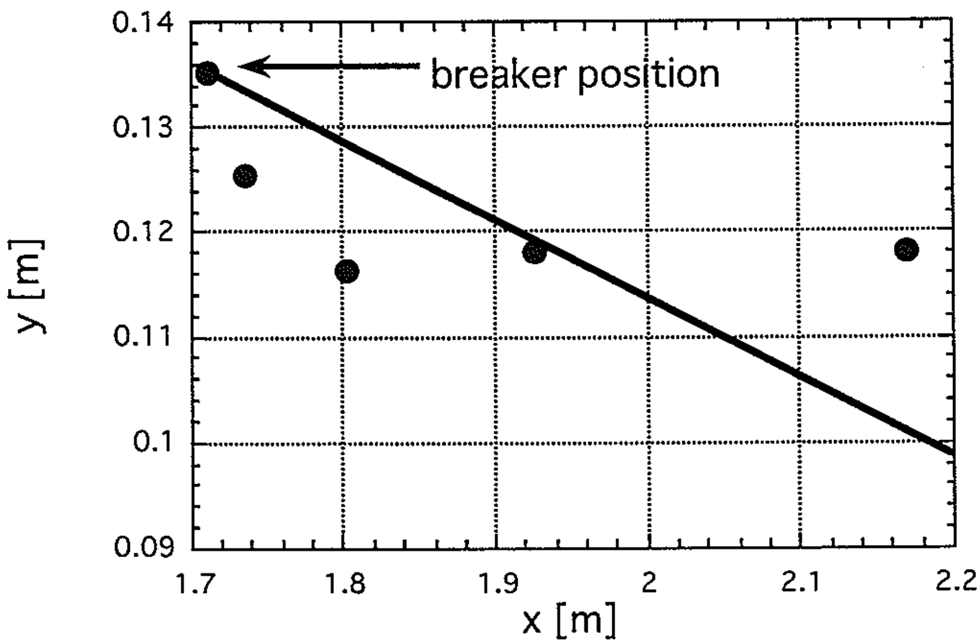

Fig.4-47. variation of wave height ($L_0 = 1.4m$, $H_0 = 0.0572m$, $\tan\beta = 0.1$)

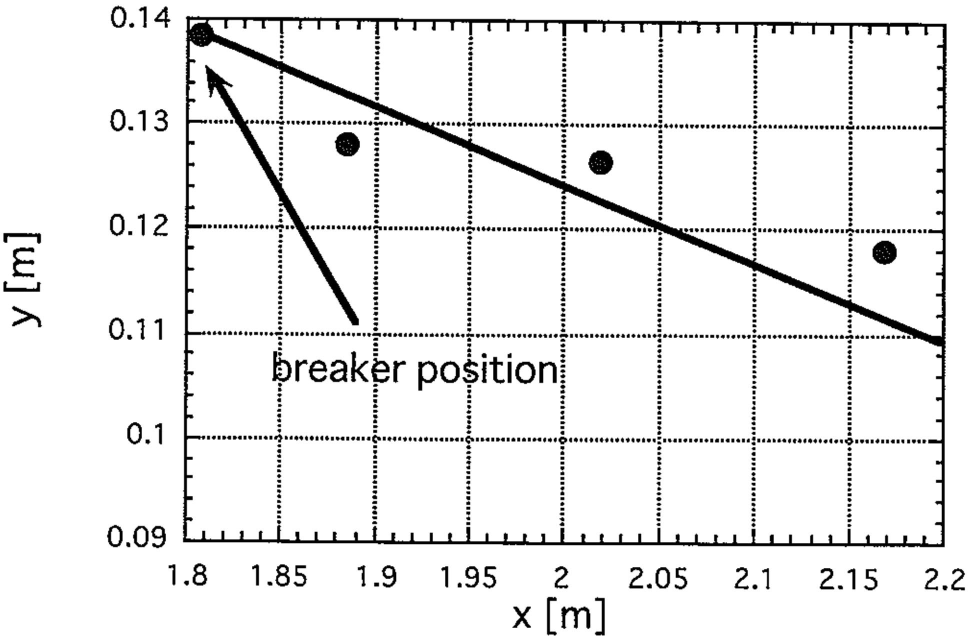

Fig.4-48. variation of wave height ($L_0 = 1.5m$, $H_0 = 0.0585m$, $\tan\beta = 0.1$)

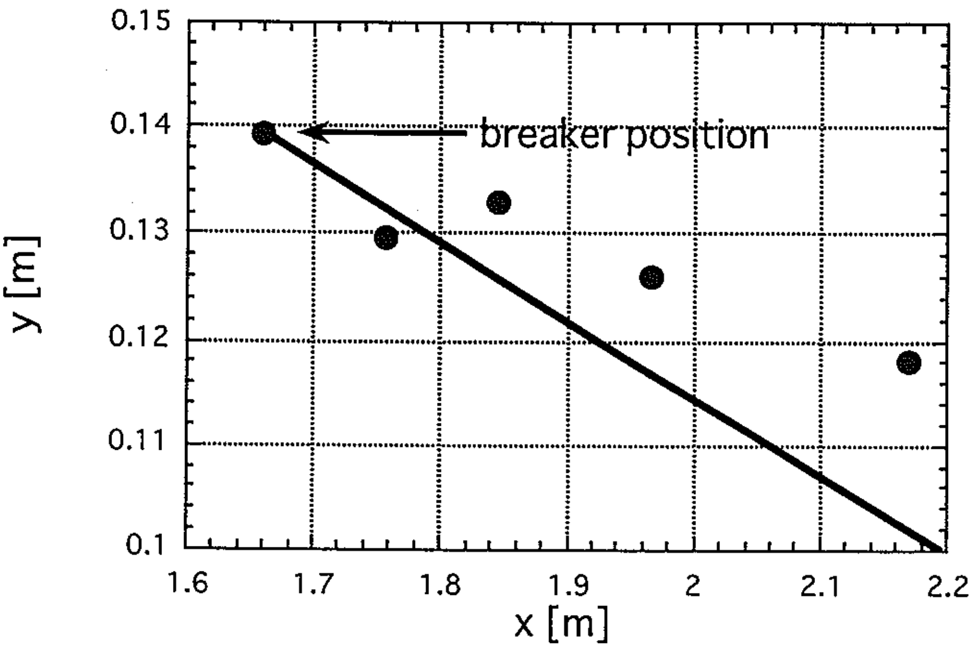

Fig.4-49. variation of wave height ($L_0 = 1.7m$, $H_0 = 0.0558m$, $\tan\beta = 0.1$)

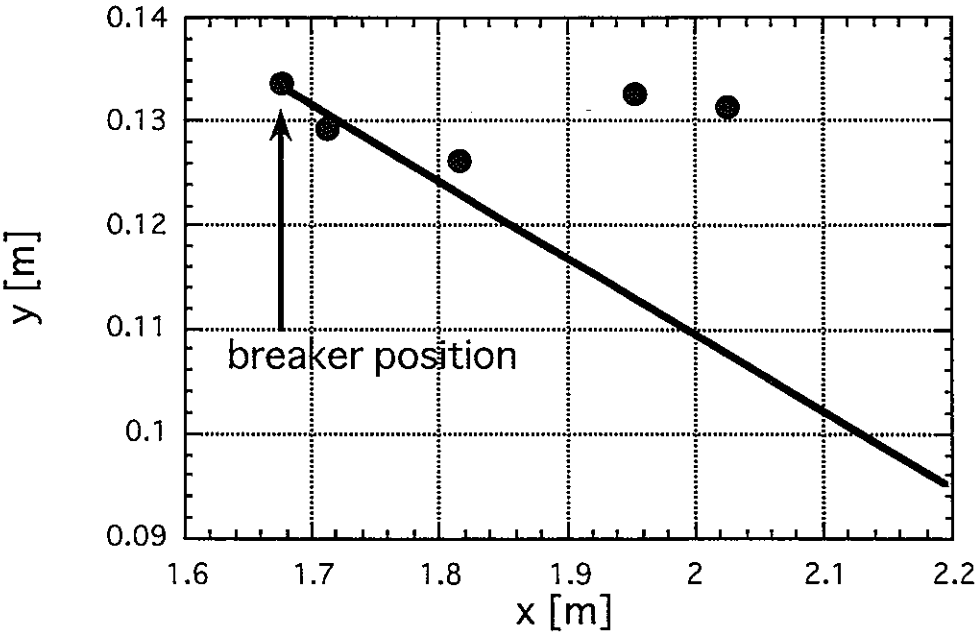

Fig.4-50. variation of wave height ($L_0 = 2.0m$, $H_0 = 0.0548m$, $\tan\beta = 0.1$)

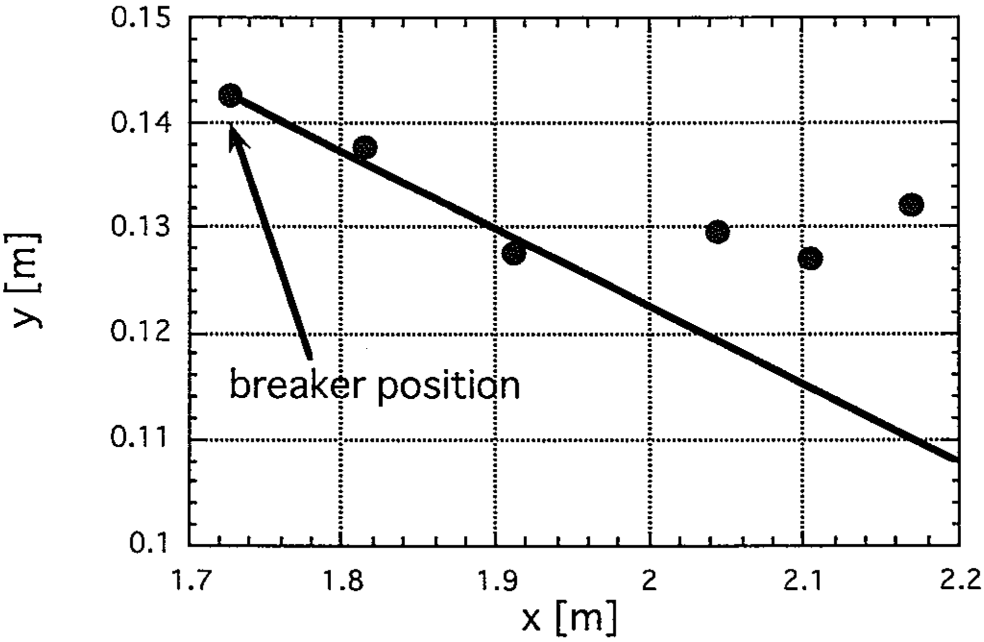

Fig.4-51. variation of wave height ($L_0 = 2.0m$, $H_0 = 0.0615m$, $\tan\beta = 0.1$)

4-4.流体-浮体相互作用の解析

4-4-1.計算体系

海岸に打ち寄せる流木による構造物への影響や、海上構造物等への砕波による衝撃圧等の計算のためには、流体と浮体を同時に扱い計算することが必要である。しかし、格子法では流体上を漂う浮体の運動等の、流体-浮体相互作用の計算には様々な困難が伴うと考えられる。MPS法においては、流体と浮体を共に粒子の集まりとして計算するため、これらの相互作用を解析することに本質的な困難は生じない。よって、砕波を解析した体系に浮体を浮かべ、流体-浮体相互作用を解析できることを確認する。

計算体系としては、Fig.4-52.を用いた。浮体は0.05m×0.05mの正方形とし、密度は流体の1/2とした。浮体の初期位置は、造波板の初期位置から右へ1.7mの位置にした。

入力条件は、海底勾配$\tan\beta = 0.1$、$L_0 = 1.7m$、$H_0 = 0.0558m$とした。これは、巻き砕波を発生した入力条件である。

浮体は、まず流体と同じように計算した後に、浮体全体としての平行移動$\mathbf{T}$（(4-4-1）式）及び、重心中心の回転$\mathbf{R}$（(4-4-2）式）をそれぞれ計算する。

$$\mathbf{T} = \frac{1}{n}\sum_{j}\mathbf{u}_j \qquad (4\text{-}4\text{-}1)$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{I}\sum_{j}\mathbf{u}_j \times \mathbf{q}_j \qquad (4\text{-}4\text{-}2)$$

ここで、$\mathbf{u}_j$はj粒子の位置、nは浮体の全粒子数、I、$\mathbf{q}_j$は次の式で定義される。

$$I = \sum_j \left| \mathbf{q}_j \right|^2 \tag{4-4-3}$$

$$\mathbf{q}_j = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_g \tag{4-4-4}$$

$$\mathbf{r}_g = \frac{1}{n} \sum_j \mathbf{r}_j \tag{4-4-5}$$

最後に平行移動と回転を合成し、浮体の動きを決定する（（4-4-6）式）。

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{T} + \mathbf{q}_j \times \mathbf{R} \tag{4-4-6}$$

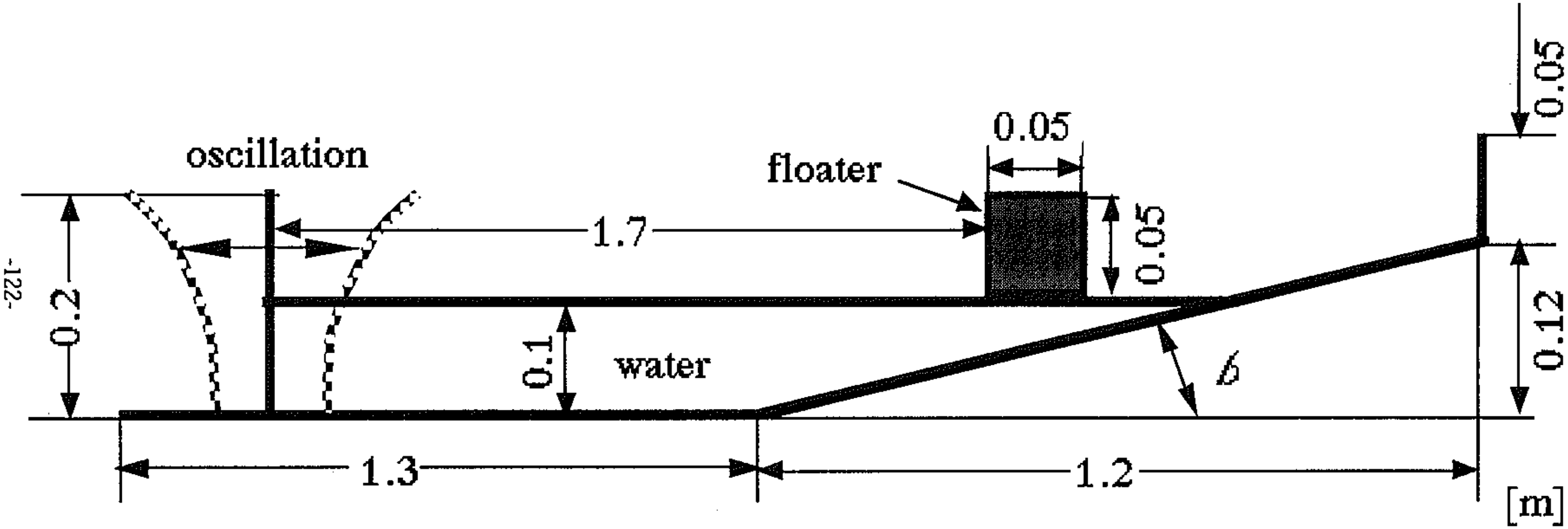

Fig.4-52. calculation geometry

4-4-2.計算結果

4-4-1.の入力条件による計算結果をFig.4-53-1～11.に示す。これは、第2波により浮体が斜面を遡上する様子を示している。水路を進行してきた波が斜面に進入し、次第に対称形が崩れ、変形する間、第1波により斜面上部へ押し上げられた浮体は、流体粒子と共に斜面を下りてくる（Fig.4-53-1～3.）。浮体がある地点まで来ると、斜面を下りてくる速度より進行波により押し上げられる速度の方が大きくなり、波は斜面を遡上し始める（Fig.4-53-4.）。波の砕波点に来ると波の形は崩れ（Fig.4-53-5.）、流体粒子が浮体を追い越し斜面を遡上する（Fig.4-53-6～9.）。浮体はある地点まで遡上すると、重力及び斜面を下りてくる流体粒子の影響で、再び斜面を下り始める（Fig.4-53-10,11.）。

この計算により、波が浮体に衝突し、さらに浮体を追い越し斜面を遡上し、それに遅れて浮体が斜面を遡上していく様子が再現されている。

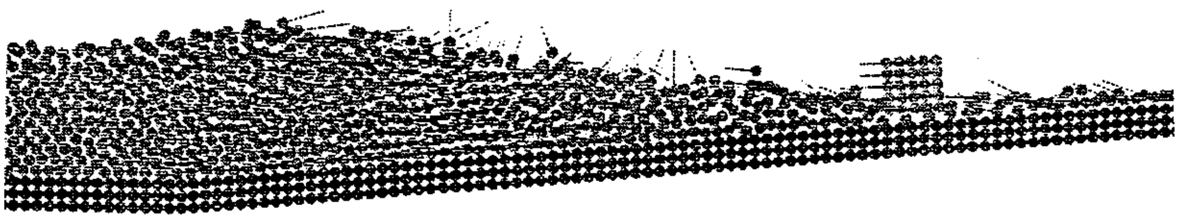

Fig.4-53-1. fluid-floater interaction 3.0sec

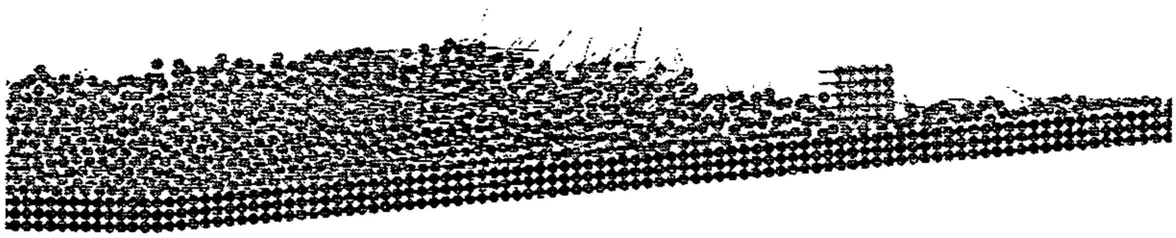

Fig.4-53-2. fluid-floater interaction 3.1sec

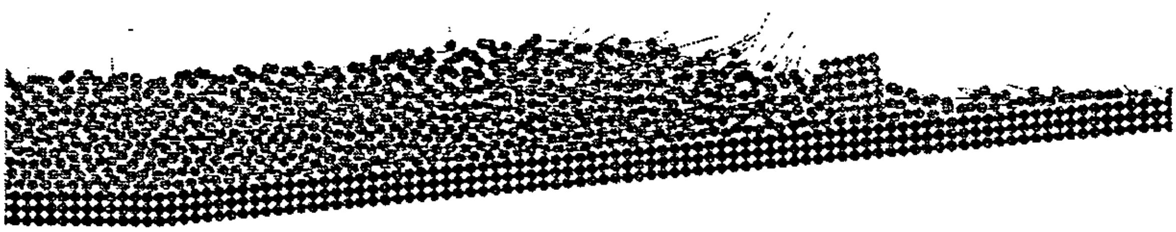

Fig.4-53-3. fluid-floater interaction 3.2sec

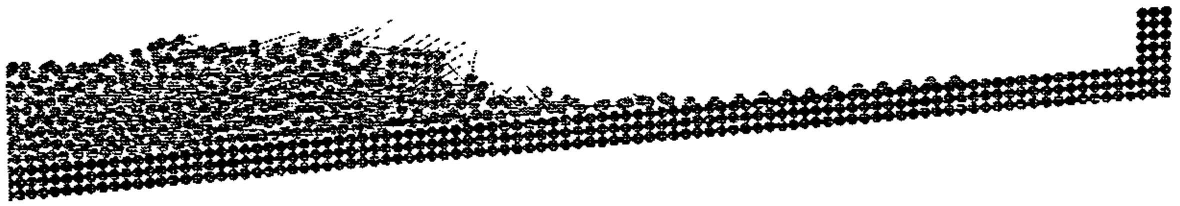

Fig.4-53-4. fluid-floater interaction 3.3sec

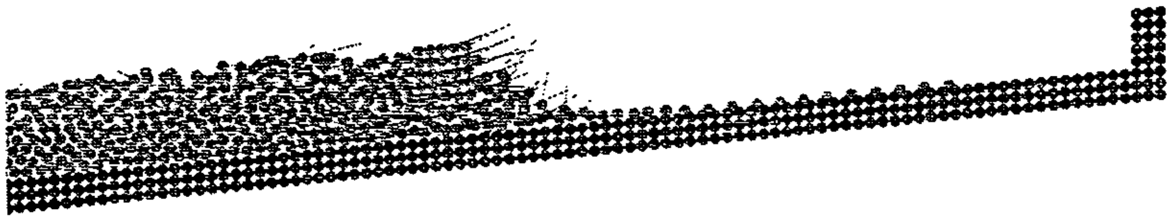

Fig.4-53-5. fluid-floater interaction 3.4sec

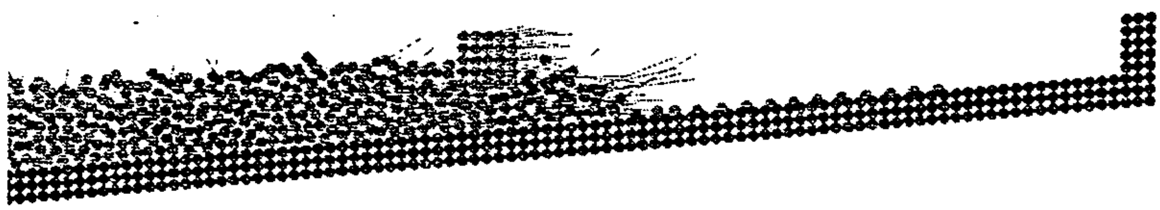

Fig.4-53-6. fluid-floater interaction 3.5sec

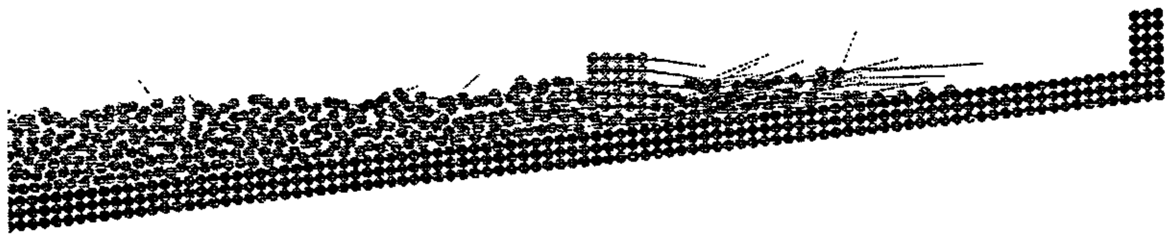

Fig.4-53-7. fluid-floater interaction 3.7sec

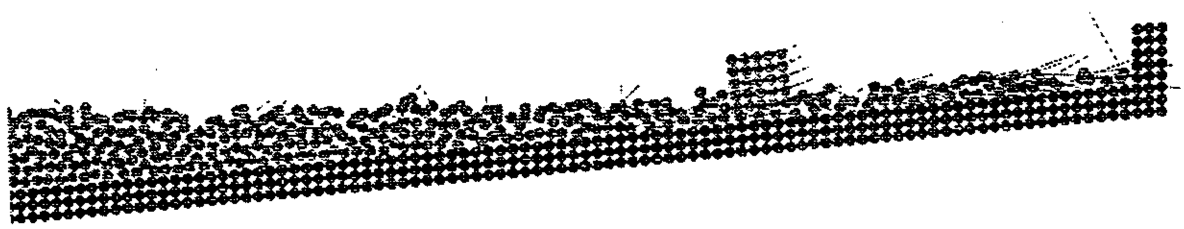

Fig.4-53-8. fluid-floater interaction 4.0sec

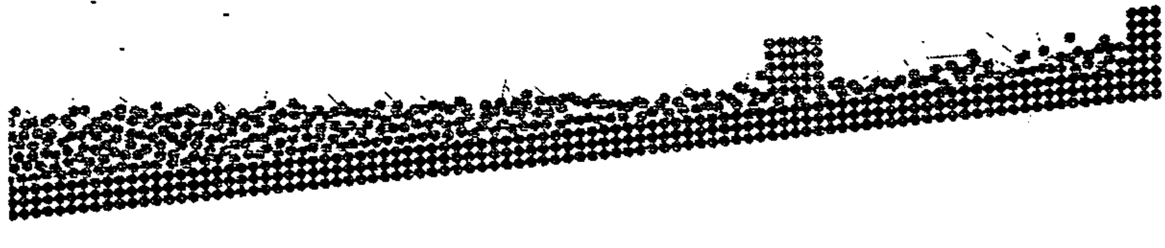

Fig.4-53-9. fluid-floater interaction 4.3sec

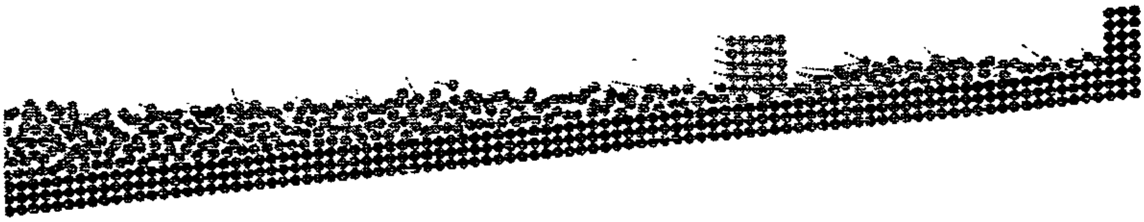

Fig.4-53-10. fluid-floater interaction 4.5sec

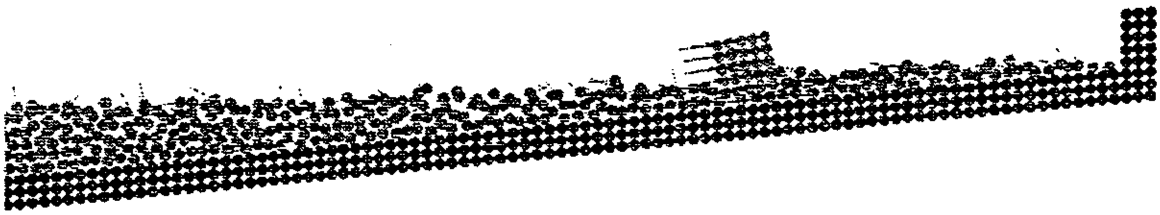

Fig.4-53-11. fluid-floater interaction 4.6sec

4-5.考察

MPS法を用いて、海底勾配 $\tan\beta = 0.1$ と $\tan\beta = 0.075$ の二つの計算体系で、造波板により巻き砕波、崩れ砕波の二つの代表的な砕波形式をそれぞれ再現した。砕波点での流体の回転モーメントに着目した巻き砕波、崩れ砕波の判定条件を用いて二つの砕波形式を分類した。これらの計算例を砕波帯相似パラメータ $\xi = \tan\beta / \sqrt{H_0 / L_0}$ で分類するために、海底勾配 $\tan\beta$ を横軸に、沖波波形勾配 $\sqrt{H_0 / L_0}$ を縦軸にとった砕波形式の分類図上にプロットした。両砕波形式を分類する砕波パラメータの値は、海底勾配 $\tan\beta = 0.1$ の体系では、実験により得られた文献値 $\xi = 0.46$ にほぼ等しい $\xi = 0.45$ となったが、海底勾配 $\tan\beta = 0.075$ の体系では、両砕波形式の混在する遷移領域 $\xi = 0.43 \sim 0.37$ が現われた。この理由として次のことが考えられる。

（1）海底勾配を固定すると、巻き砕波から崩れ砕波へは、連続変数である沖波波形勾配 $\sqrt{H_0 / L_0}$ により連続的に変化するため、本来の砕波現象自体が遷移領域を含む。

（2）砕波形式の判定条件として波の前面での回転モーメントを用いたが、砕波形式が回転モーメントのみで決まるとは限らない。さらに、回転モーメントを計算するときの領域のとり方に理論的根拠がない。

（3）実験においては、本研究での計算の様にパラメータを細かく変化させることはそれほど簡単ではない。よって、$\xi = 0.46$ という境界値がどの程度の海底勾配に対して有効で、どれほどの誤差を含むかについて詳細に議論されている訳ではない。

（4）本研究の計算体系においては、初期状態で水深0.1mに対して、粒子間隔が0.01mであり、斜面上の水深の浅いところでも十分な計算精度を保っているかの評価をしていない。

これらの理由の中で、（4）は比較的簡単に改善できるが、（1）、（2）、（3）は砕波現象の本質的解明を待たねばならない。

砕波後の波高変化の（4-3-2）式のモデルとの比較は、巻き砕波では比較的一致したが、崩れ砕波では余り一致しなかった。理由としては、崩れ砕波では砕波点での波高が低く波高の変化自体が小さいこと、及び粒子がばらつき、波高の定義が困難なため実際に波高の変化を正確に追えているか確認できないこと等が考えられる。砕波後の水深の浅い地点での波高を調べるには、単位面積当たりの粒子数を増やし、より細かな挙動を捕えることができるようにすることが必要と思われる。

次に、巻き砕波を再現した入力条件の下で計算体系に浮体を浮かべ、格子法では困難な流体-浮体相互作用の解析を行った。浮体が波に押され斜面を遡上する様子が確認できた。これにより、MPS法を用いて流体-浮体相互作用を比較的簡単に計算できることが示せた。

第5章

結論

5.結論

決定論的粒子法であるMPS法を用いて、造波板を振動させることにより進行波を発生させ、勾配のある流路に入射する計算を行なった。その際、造波板の振動の振幅を、非線形波の解析解であるクノイド波の流速分布に従って、垂直方向に変化させた。粒子法では造波板も粒子で構成されており、それぞれの粒子で異なる運動をさせることは容易である。このように発生させた進行波は、短い助走区間しか取らなくてもクノイド波と良く一致した波形・流速分布が得られることが示された。助走区間が短くできるため、計算容量・計算時間を大幅に節約することができた。

この進行波を一様な海底勾配のある斜面上に入射し、砕波の計算を行なった。入力条件を変えることにより、海底勾配$\tan\beta = 0.075$と$\tan\beta = 0.1$の二つの計算体系において、それぞれ巻き砕波、崩れ砕波を再現することができた。これら二つの砕波形式を判定する条件として、波の進行方向前面での回転モーメントを導入した。これにより、肉眼での観測に頼らない砕波形式の客観的判定基準ができた。入力条件を変化させた計算を21例行い、砕波帯相似パラメータ$\xi = \tan\beta / \sqrt{H_0 / L_0}$による砕波形式の分類を行なった。計算によって得られた2種類の砕波形式の境界は、従来の実験結果と定量的に良く一致した。

さらに、この計算体系に浮体を浮かべ、浮体が波の力により斜面上を遡上する様子を計算した。MPS法は、これまでの格子法では不可能と考えられる、構造物が流体の力を受けて移動するような問題にも容易に適用できることが示された。

参考文献

[1]巽友正, "流体力学", 培風館, (1982)

[2]谷内俊弥,西原功修, "非線形波動", 岩波書店, (1977)

[3]本間仁監修,堀川清司編, "海岸環境工学", 東京大学出版会, (1985)

[4]D. J. Korteweg and G. de Vries, Phil. Mag., **39**, 422, (1895)

[5]D. J. Benny and A. C. Newell, J. Math. and Phys., **46**, 133, (1967)

[6]N. J. Zabusky and M. D. Kruskal, Phys. Rev. Letters, **15**, 240, (1965)

[7]H. Hasimoto and H. Ono, J. Phys. Soc. JPN., **33**, 805, (1972)

[8]T. Kakutani, J. Phys. Soc. JPN., **30**, 272, (1971)

[9]首藤伸夫, 第21回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 57, (1974)

[10]C. J. Galvin, J. Geophys. Res., **73**, 3651, (1968)

[11]土木学会, "海岸波動", 153, (1994)

[12]Longuet-Higgins, M. S, E. D. Cokelt, Proc. Roy. Soc. London, A **364**, 1, (1978)

[13]滝川清, 第30回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 20, (1983)

[14]日野幹雄ら, 第30回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 89, (1983)

[15]滝川清ら, 海岸工学論文集, **38**, 61, (1991)

[16]酒井哲朗ら, 第34回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 71, (1987)

[17]H. A. H. Petit et al., Proc. ICCE '94, (1994)

[18]M. R. A. van Gent, Proc.ICCE '94, (1994)

[19]C. M. Lemos, "Wave Breaking A Numerical Study",

Springer-Verlag, (1992)

[20]S. Koshizuka et al., Extended Abst. WCCM III, 1880, (1994)

[21]S. Koshizuka et al., Compt. Fluid Dynamics J., **4**, 29, (1995)

[22] 森田穣, "粒子法の開発と砕波の解析", 東京大学修士論文, (1995)

[23]藤田宏ら, "数理物理に現われる編微分方程式I,II", 岩波書店, (1977)

[24]スミルノフ,"高等数学教程7", 共立出版, (1959)

[25]磯部雅彦ら, 第33回年次学術講演会概要集II, 760, 電力中央研究所報告, (1982)

[26]J. A. Battjes, Proc. 14th Coastal Eng. Conf., ASCE, 466, (1974)

[27]H. W. Iversen, Natl. Bur. Std. Circ. **5 2 1**, 9, (1952)

[28]H. B. Keller, et al., J. Fluid Mech. **7**, 302, (1960)

[29]椹木亨ら, 第2 0回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 565, (1973)

[30]西村仁嗣, 第2 9回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 333, (1982)

[31]泉宮尊司ら, 第2 9回海岸工学講演会論文集, 土木学会, 150, (1982)

[32]Longuet-Higgins, M. S., J. Fluid Mech., **1 7**, 459, (1963)

[33]A. J. Bowen, J. Marine Res., **2 7** No.2, 206, (1969)

[34]E. K. Noda, J. Geophys. Res., **7 9**, 4097, (1974)