

ナトリウム漏洩燃焼形態の予測手法 に関する研究（2）

1998年3月

東京大学工学部附属原子力工学研究施設

複製又はこの資料の入手については、下記にお問い合わせ下さい。

〒311-1393 茨城県東茨城郡大洗町成田町4002

動力炉・核燃料開発事業団 大洗工学センター
システム開発推進部 技術管理室

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technology Management Section, O-arai Engineering Center, Power
Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation, 4002 Narita-machi,
O-arai-machi, Higashi-Ibaraki, Ibaraki-ken 311-1313, Japan

動力炉・核燃料開発事業団 (Power Reactor and Nuclear Fuel Development
Corporation) 1998

ナトリウム漏洩燃焼形態の予測手法に関する研究（2）

岡 芳明、越塚誠一

液体ナトリウムの漏洩燃焼挙動は、液体の漏洩・落下・障害物への衝突・飛散・燃焼・組成変化・気流の影響・床での流動・堆積・熱伝導など、さまざまな現象が複合したものである。動燃においておこなわれた燃焼実験でも、気流や湿分などが燃焼に与える影響が大きく、より一般的な解析評価手法の開発が求められている。

ここでは粒子法を用いたナトリウム漏洩燃焼解析手法の開発をおこなう。粒子法は計算格子を用いない新しい解析手法で、流体の液面の大変形、液滴挙動、組成変化、堆積などを取扱うことができる。昨年度の研究では、水を用いたナトリウム漏洩模擬実験と、これに対する粒子法を用いた解析をおこなった。流体が障害物に衝突して飛散するときの床への落下水分布は実験と計算でおおよそ一致しており、漏洩・飛散挙動の解析精度が確認された。今年度は、粒子法による3次元解析について検討した。

粒子法では、粒子間相互作用を半径 r_e で与えられる近傍に限っているが、このパラメータは計算時間および計算精度に重要である。特に3次元計算では、相互作用に関わる粒子数が r_e の3乗に比例するので、この最適化が効率的な計算には必要不可欠である。そこでテスト計算として立方体内の熱伝導問題を用いて検討し、 $r_e=3.0l_0$ が適切であるとの結論を得た。

また、粒子法を用いて2次元および3次元スロッシングの計算をおこなった。3次元計算では上記の最適化されたパラメータを用いた。2次元計算では、浅い水槽と深い水槽の場合について、強制振動を与えて周波数応答を実験と比較した。計算結果は実験結果との良い一致を得た。特に浅い水槽では、共鳴周波数が線形理論から大きく逸脱することが知られているが、計算でもこれが再現できた。さらに、側壁が弾性壁である場合も計算し、自由液面と弾性壁の大変形によって共鳴周期が移動することが計算された。なおこれについては実験データがなく、実際の現象との対応は今後の検討課題である。

3次元では、矩形および円筒形状の深い水槽におけるスロッシングの計算をおこなった。初期条件として大変形した自由液面を与えて計算を開始し、どちらの体系においても振動周期が線形理論と一致することを示した。

本研究により、粒子法による3次元計算手法が確立されるとともに、スロッシングの解析においてその計算精度が十分あることが示された。

本報告書は、東京大学工学部附属原子力工学研究施設が動力炉・核燃料開発事業団との契約により実施した研究の成果である。

契約番号：094F053

事業団担当部課室及び担当者：大洗工学センター基盤技術開発部熱流体技術開発室

飯田 将雄

Prediction of Sodium Leakage and Combustion Phenomena (2)

Yoshiaki Oka* and Seiichi Koshizuka*

Abstract

Leakage and combustion behavior of liquid sodium involves various phenomena of leakage, liquid drop, impingement on blockage, dispersion, combustion, change of compositions, air flow, sodium flow, accumulation and heat conduction on the floor. In the experiments in PNC, air flow and humidity are remarkably effective on the combustion. Thus, a general method to analyze the behavior is required.

A particle method for the analysis of sodium leakage and combustion has been developed. The particle method was originated in the University of Tokyo. It needs no grids, so large deformation of free surfaces, liquid drop behavior, change of compositions and accumulation can be analyzed. In the study of the last year, an experiment and a calculation using water simulating sodium leakage were carried out. The calculation result of the dispersed water distribution on the floor agreed with the experiment, which showed that the present method is useful for the leakage and dispersion behavior. In the present study, three-dimensional analysis using the particle method is focused on.

In the particle method, particle interactions are limited within the finite radius of r_e . This parameter is important for calculation time and accuracy. Particularly, in three dimensions, the number of neighboring particles for the interactions increases with r_e^3 . Therefore, optimization of r_e is necessary for practical calculations. A test calculation of heat conduction in a cube is used and $r_e=3.0l_0$ is obtained as the optimum value.

Two-dimensional (2-D) and three-dimensional (3-D) sloshing problems are solved using the particle method. The above optimum parameter is employed in the 3-D calculations. In the 2-D study, shallow and deep tanks are vibrated by an external force to compare the response to frequency with an experiment. The calculation result agrees well with the experiment. Particularly, the resonance peak deviates from the linear theory in the shallow tank, which has been also observed in the experiment. Sloshing with elastic walls on both sides is also calculated. The resonance peak is shifted by the large deformation of the free surface and the elastic walls. However, no experimental data to compare are available.

In the 3-D study, deep tanks of rectangular and cylindrical shapes are calculated. The free surface is deformed as an initial condition to start the calculation. The sloshing frequencies agree with those of the linear theory in both cases.

The present study provides that the particle method is developed to 3-D and its accuracy is satisfactory in 3-D sloshing analysis.

* Nuclear Engineering Research Laboratory, Faculty of Engineering, The University of Tokyo

目 次

1 序論	1
1.1 研究の背景	2
1.2 粒子法	5
1.3 本研究の目的	8
2 数値解析手法	9
2.1 MPS 法	10
2.1.1 流体の支配方程式	10
2.1.2 計算モデル	10
2.1.3 圧力計算	11
2.2 弹性薄肉構造物の計算モデル	15
2.2.1 構造物の支配方程式	15
2.2.2 計算モデル	15
2.3 アルゴリズム	17
3 コードの 3 次元化	19
3.1 コードの 3 次元化	20
3.2 重み関数の最適化	20
3.2.1 拡散項における重み関数の半径	20
3.2.2 テスト計算	21

3.2.3 誤差評価	21
3.3 ダム崩壊問題	23
4 スロッシングの2次元数値解析	37
4.1 剛体壁水槽におけるスロッシング	38
4.1.1 計算体系	38
4.1.2 浅い水槽における計算結果 ($h/l = 0.1$)	38
4.1.3 深い水槽における計算結果 ($h/l = 0.6$)	39
4.2 弹性壁の固有振動	48
4.2.1 計算体系	48
4.2.2 計算結果	48
4.3 弹性壁水槽におけるスロッシング	51
4.3.1 計算体系	51
4.3.2 計算結果	51
5 スロッシングの3次元数値解析	55
5.1 直方体水槽におけるスロッシング	56
5.1.1 計算体系	56
5.1.2 計算結果 ($A_0=4\text{cm}$)	56
5.1.3 計算結果 ($A_0=8\text{cm}$)	57
5.2 円筒水槽におけるスロッシング	64
5.2.1 計算体系	64
5.2.2 計算結果	64
6 考察	71
6.1 スロッシング固有振動周期	72
6.2 スロッシングの波形	77

6.3 粘性、表面張力の影響	82
7 結論	84

図 目 次

1.1 漏洩燃焼における諸現象	4
2.1 粒子とその近傍	12
2.2 境界条件	13
2.3 壁付近の相互作用領域	14
2.4 壁の粒子配置	16
2.5 アルゴリズム	18
3.1 テスト計算の体系	24
3.2 差分法による数値解の収束(99×99×99 の格子での差分計算結果との誤差)	25
3.3 温度分布	26
3.4 不規則配置における粒子位置	27
3.5 MPS 法による計算誤差	28
3.6 1step 当たりの計算時間	29
3.7 相互作用する粒子数(格子状配置)	30
3.8 3 次元ダム崩壊問題体系図	31
3.9 ダム崩壊計算結果	32
3.10 ダム先端位置	36
4.1 計算体系	42
4.2 振幅の定義	43

4.3 浅い水槽における計算結果 ($\omega = 1.14\omega_1$)	44
4.4 浅い水槽 ($h/l = 0.1$) における周波数応答	45
4.5 深い水槽での計算結果 ($\omega = 1.00\omega_1$)	46
4.6 深い水槽 ($h/l = 0.6$) における周波数応答	47
4.7 弹性壁の計算の初期粒子配置	49
4.8 片持ち梁の固有振動	50
4.9 弹性壁水槽における計算結果 ($\omega = 0.93\omega_1$)	53
4.10 弹性壁水槽におけるスロッシング周波数応答	54
 5.1 計算体系	59
5.2 初期の状態 (断面図)	60
5.3 半周期後 (断面図)	60
5.4 水面の最大高さの変化	61
5.5 初期の状態 (断面図)	62
5.6 半周期後 (断面図)	62
5.7 水面の最大高さの変化	63
5.8 円筒水槽	67
5.9 計算体系 (断面図)	68
5.10 初期の状態 (断面図)	69
5.11 半周期後 (断面図)	69
5.12 水面の最大高さの変化	70
 6.1 2次元矩形水槽	75
6.2 $h = 1.0$ と $h = 0.5$ の場合の $\tanh \pi(\zeta + h)$	76
6.3 ζ の時間変化	79
6.4 変位の x 分布	80

6.5 計算結果の波形	81
-----------------------	----

表 目 次

1.1 移動境界解析手法	7
4.1 計算体系	41
4.2 計算体系	52
4.3 壁の性質	52
5.1 計算体系	58
5.2 計算体系	66
6.1 各物理量の大きさ	83
6.2 各項の比較	83

第1章

序論

1.1 研究の背景

高速増殖原型炉「もんじゅ」で起きた2次系ナトリウム漏洩事故では、液体ナトリウムが空調ダクトやグレーチングに衝突・飛散し、燃焼しながら床ライナー上に落下した。こうした場合に発生する諸現象を Fig.1 に示す。

まず、2次系配管からの漏洩口においては、さまざま形態で液体ナトリウムが流出することが考えられる。流量が小さい場合には比較的乱れが少なく、コラム状に流下するであろう。一方、流量が大きい場合には乱れが大きくなり、スプレー状に流下するであろう。こうした漏洩形態は、漏洩流量だけでなく、漏洩口の形状や向きにも影響されると考えられる。そして、スプレー状に流下する場合には、液滴径によってその後の空気中での燃焼挙動が影響される。空気中を落下するナトリウムの燃焼は、液滴径だけでなく、気流や水分の影響もある。

漏洩口の下方に空調ダクトなどの構造物がある場合には、流下したナトリウムはこれに衝突し、飛散するものと考えられる。また一部は構造物を伝い、下面に回り込む。そして、床ライナー上に落下したナトリウム液滴は、合体し、液体の状態を保っていれば流動する。床上でも空気に接触しているナトリウム表面では燃焼反応が続く。燃焼によって燃焼生成物の成分が多くなるか、あるいは温度が低下して凝固すれば、ナトリウムは床ライナー上に堆積し流動しなくなる。

これまでに、動力炉・核燃料開発事業団（動燃）において、ナトリウム漏洩燃焼実験が行なわれた [1,2]。この実験においては、床ライナーの温度が 1000 °C 以上にも達し、ライナーに開口損傷を生じている。一方、もんじゅにおいては床ライナーの健全性が保たれていた。このように、結果が異なった理由は、模擬実験では空気中の酸素濃度や水分が高かったため、燃焼反応がより急速であったものと推定されている。

以上述べてきたように、ナトリウム漏洩燃焼挙動は様々な現象が複合したものであり、これを精度良く予測するためには、機構論的な予測手法の確立が必要である。そのため、

動燃においては系統的な研究が行なわれている [3-8]。その中では、室内の気流解析、Na 燃焼挙動の詳細解析、粒子法によるナトリウムの流動・堆積挙動の解析、などが行なわれている。

MPS 法 (Moving Particle Semi-implicit Method) は、東京大学において開発された粒子に基づいた熱流動数値シミュレーション法である。計算格子を用いないために、流体の分裂・合体、相変化、堆積挙動などが容易に扱えると考えられる。そこで、ナトリウム漏洩・燃焼挙動解析のための 3 次元 MPS 法計算コードが動燃の飯田により開発されている [3,5]。粒子法コードでは、ナトリウム液滴の落下、構造物への衝突・飛散、堆積、燃焼、流動などを総合的に解析できるよう開発が進んでいる。しかしながら、上記の各現象については、必ずしもこれまでの MPS 法の研究では実績のないものもある。そこで、こうした問題について、動燃-東大の共同研究を行なうことにより、コード開発に必要な基礎研究を行なうこととなった。

昨年度の共同研究においては、東京大学において、ナトリウム漏洩・飛散に対する水模擬実験を行ない、さらに、飯田が開発した 3 次元 MPS 法コードを用いて実験の解析を行なった [6, 10]。漏洩口からの流下挙動、構造物上への衝突・飛散挙動、ダクトの下部に回り込む挙動、について実験データが得られた。MPS 法コードの計算では、構造物上への衝突・飛散挙動については、床での落下水分布がほぼ実験と一致した結果が得られ、コードの精度が検証された。しかしながら、ダクトの下部に回り込む挙動については、新たな計算モデルが必要で、今後の課題として残されている。

3 次元 MPS 法コードでは、構造物への衝突・飛散挙動の他、既に、ナトリウム燃焼モデル、表面張力モデル、気流の影響、組成と温度に依存した堆積のモデルが、開発され組み込まれている。また、ナトリウム燃焼モデルについては、別途行なわれている Na 燃焼詳細解析の成果を用いることとされている。

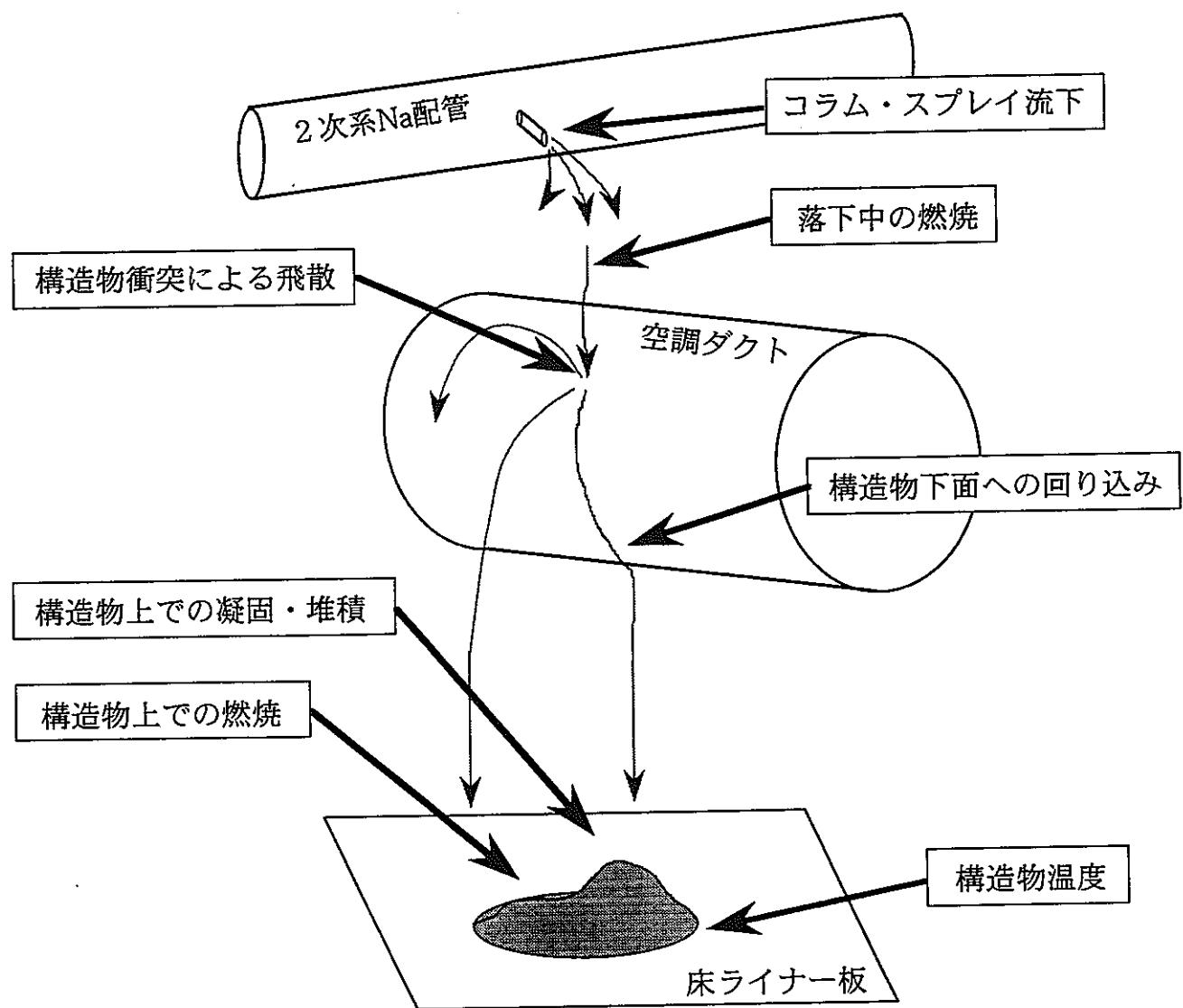


Figure 1.1: 漏洩燃焼における諸現象

1.2 粒子法

ナトリウム漏洩燃焼挙動解析では、流体の分裂や合体を扱える必要がある。すなわち、流体の境界が移動するだけでなく、そのトポロジーまで変化するような境界の大変形を解析できなくてはならない。従来の移動境界を取り扱う手法としては固定格子を用いる方法と移動格子を用いる方法が挙げられる。主な手法の特徴を比較して Table 1.1に示す。固定格子を用いた場合、座標系は Euler 座標系が用いられる。境界の形状は境界の形状を表現するための変数がメッシュごとに与えられて決定される。固定格子を用いる代表的な手法に MAC 法 [13] と VOF 法 [14] があり、これらの手法を用いてスロッシングを解析した例としては [15][16] などがある。この方法の欠点としては、境界の形状を決定する変数の数値拡散を生じることがある。これを流体の分裂・合体に適用することも可能であるが、計算が進むに従って界面での数値拡散が蓄積され、やがて界面形状を同定することができなくなってしまう。こうした場合、さらに燃焼や堆積の計算モデルを組み込むこともできなくなる。

移動格子を用いると、より直接的に移動境界を表現することが可能である。この手法は、流体の変形に合わせて毎時間ステップにメッシュを切りなおすリメッシングによって移動境界に対応する。欠点は境界が大変形する場合、リメッシングが困難となる点にある。リメッシングを直接 Lagrange 座標系で扱うと格子の変形が激しくなり計算が不可能となるが、Hirt らは ALE 法 [17] を開発し流速分布と独立した格子の移動を可能にした。木倉ら [18] はこの手法を用いて矩形水槽におけるスロッシングを解析している。また、山口はこの手法でもんじゅの 2 次系ナトリウム漏洩事故における温度計さや管の流力振動の解析に成功している [10]。このように、界面の動きが小さい場合には、精度の高い解析を行なうことができる。しかし、変形が大きい場合、特に領域のトポロジーまで変化するような問題では、リメッシングすることができなくなる。

MPS(Moving Particle Semi-implicit) 法は、流体をマクロ粒子の集まりとして表現する。

流れの支配方程式は、これと等価な粒子間相互作用に置き換えて計算する。格子を全く必要としないので、トポロジーが変化するような大変形に対しても容易に適用できる。これまでに、流体の分裂・合体を伴うダム崩壊問題 [22][23]、海岸での碎波 [24][25][26] 相変化を伴う多流体熱流動問題である蒸気爆発素過程 [27][28] などの計算が行なわれた。MPS 法は粒子を用いた Lagrange 的な計算であり、界面における数値拡散もないため、大変形をする流体の界面も明確に取り扱うことが可能である。そのためナトリウム漏洩燃焼問題を機構論的に解析するのに適した方法だと考えられる。

これまでの MPS 法による解析は殆ど 2 次元の計算であり、3 次元の計算についてはこれまでのところ飯田によるナトリウム漏洩燃焼解析 [3,5] が唯一のものである。MPS 法では、粒子間相互作用モデルがすべて粒子間位置ベクトルの関数となっており、差分法のように流れの支配方程式を各成分ごとに項を書き下すことは必要ないため、3 次元化は容易に行なえる。しかしながら、粒子間相互作用の範囲を決めるパラメータ r_e が計算時間と計算精度に大きな影響があるので、これを最適化することが重要である。ある粒子において、相互作用に関わる粒子の数は 3 次元では r_e の 3 乗に比例するので、計算時間の観点からはなるべく小さい r_e が望ましい。一方、あまり r_e が小さすぎると、相互作用に関わる粒子の数が十分得られず、計算精度が悪化する恐れがある。

Table 1.1: 移動境界解析手法

手法	格子	主な特徴
VOF 法	固定格子	境界の決定法が複雑。 境界を表す変数が数値拡散する。
ALE 法	移動格子	境界が大変形をすると格子が乱れて計算ができない。 境界の形状は明らか
MPS 法	なし	移動境界の扱いが平易

1.3 本研究の目的

本年度の研究目的は、MPS 法の 3 次元計算の妥当性を検討することである。まず、粒子間相互作用の範囲を決めるパラメータ r_e が計算時間と計算精度に大きな影響があるので、その 3 次元計算における最適化をおこなう。次に、2 次元および 3 次元スロッシングの数値解析をおこない、実験データや解析解と比較し、MPS 法の計算精度を評価する。2 次元スロッシングでは、側面が弾性壁となっている問題の計算もおこない、大変形する自由液面や構造物がある場合の MPS 法の有効性を検討する。

第2章

数值解析手法

2.1 MPS 法

2.1.1 流体の支配方程式

MPS 法を非圧縮流れに適用する場合の支配方程式は、非圧縮流れの連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

と Navier-Stokes 方程式

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (2.2)$$

である。ただし本研究では動粘性係数 $\nu = 0$ とした。

2.1.2 計算モデル

MPS 法では支配方程式の微分演算子を粒子間相互作用に置き換えて計算する。

- 重み関数

ある粒子 i における物理量 f のラプラシアンや勾配を求めるには、その粒子の近傍 E 内の粒子の f の分布から計算する (Fig.2.1)。そこで i 粒子にたいする j 粒子の寄与の大きさを与える関数として重み関数を定義する。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (2.3)$$

ここで r は粒子間距離、 r_e は粒子間相互作用の範囲を与えるパラメータである。

- 勾配モデル

勾配は次式で粒子間相互作用としてモデル化する。

$$(\nabla f)_i = \frac{Z}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{f_j - f_i}{r_{ij}^2} \vec{r}_{ij} w(|\vec{r}_{ij}|) \right] \quad (2.4)$$

ここで Z は空間の次元数、 n^0 は粒子数密度である。粒子数密度は 2.1.3 節で説明する。

- ラプラシアンモデル

ラプラシアンは次式で表される。

$$(\nabla^2 f)_i = \frac{2Z}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} (f_j - f_i) w(|\vec{r}_{ij}|) \quad (2.5)$$

ただし λ は

$$\lambda = \frac{\int_{V_e} w(r) r^2 dv}{\int_{V_e} w(r) dv} \quad (2.6)$$

で定義される規格化定数である。

2.1.3 壓力計算

今、粒子数密度を \hat{n} とする。

$$\hat{n} = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_{ij}|) \quad (2.7)$$

非圧縮流れの連続の式 (2.1) および Navier-Stoke 方程式の時間微分項と圧力項に対し粒子数密度が n^0 に修正されるという条件を課すると、Poisson 方程式

$$(\nabla^2 P)_i = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_0 - \hat{n}}{n_0} \quad (2.8)$$

が得られる。この方程式に境界条件を与えて圧力分布が求められる。

スロッシング計算で用いる境界条件を Fig. 2.2 に図示する。自由液面近くでは近傍の粒子が少なく \hat{n} が小さくなるので

$$\hat{n} < 0.97 n^0 \quad (2.9)$$

の条件を満たす粒子を自由液面の粒子と見なし $P = 0$ の境界条件を与える。

本研究では壁を薄肉として取り扱うので、壁は 1 列に並んだ粒子で構成される。壁近傍の流体粒子の粒子数密度計算をそのままおこなうと、壁の裏側に粒子が存在しない分 \hat{n} が小さく計算されてしまう。そのため粒子数密度計算を以下のように修正した。

$$\hat{n} = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_{ij}|) + n^0 \frac{\int_D w(r) dv}{\int_{total} w(r) dv} \quad (2.10)$$

壁付近における相互作用領域の図を Fig. 2.3 に示す。式 (2.10) の右辺の第 2 項は壁の裏側の領域 D からの寄与を補うための積分計算である。

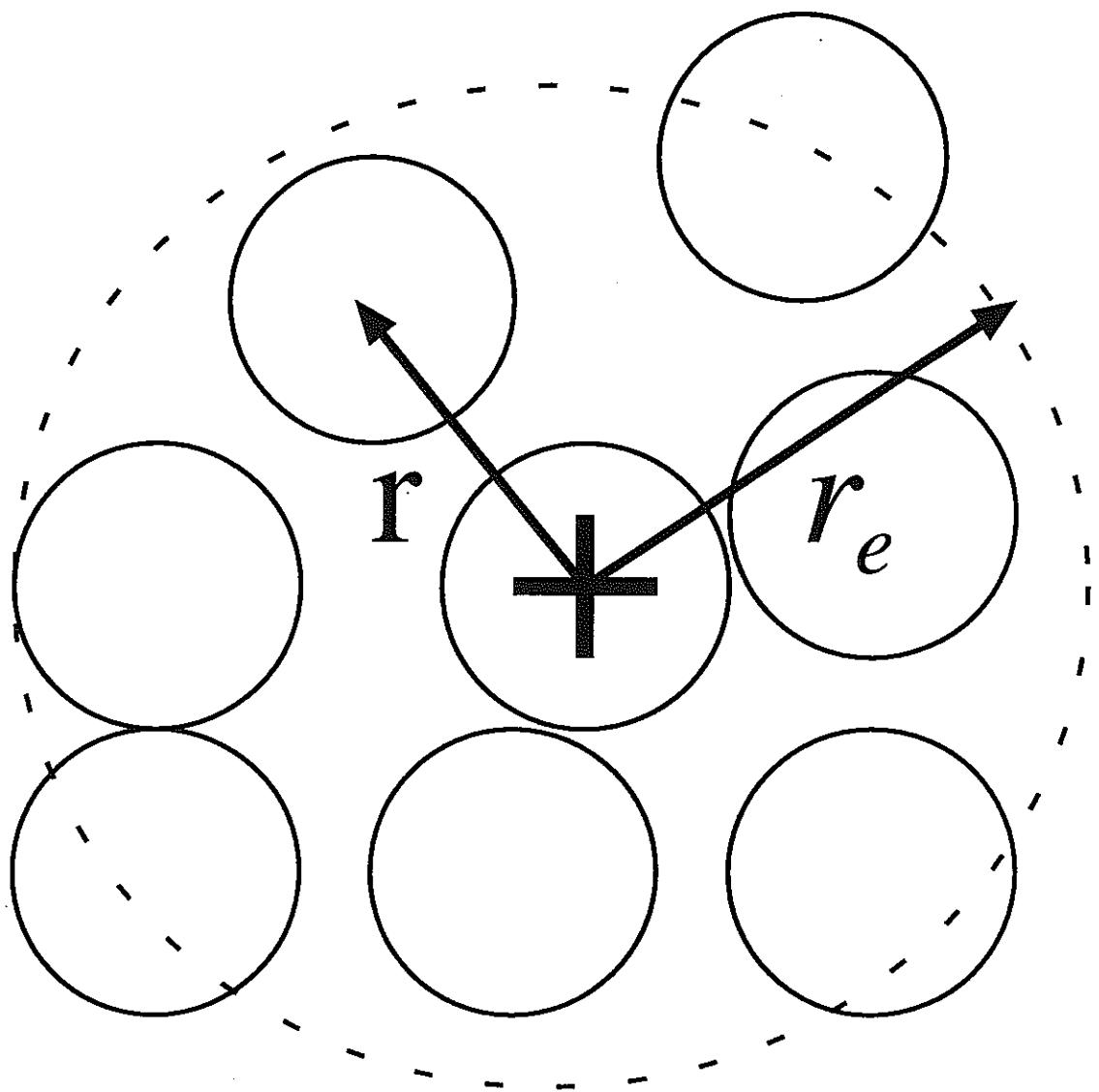


Figure 2.1: 粒子とその近傍

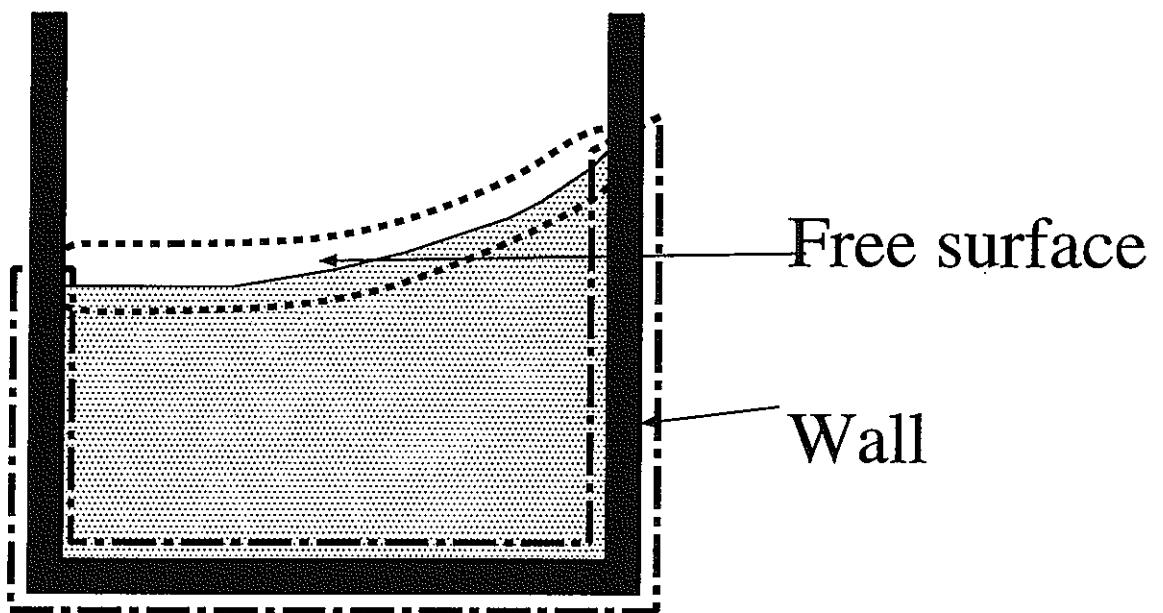


Figure 2.2: 境界条件

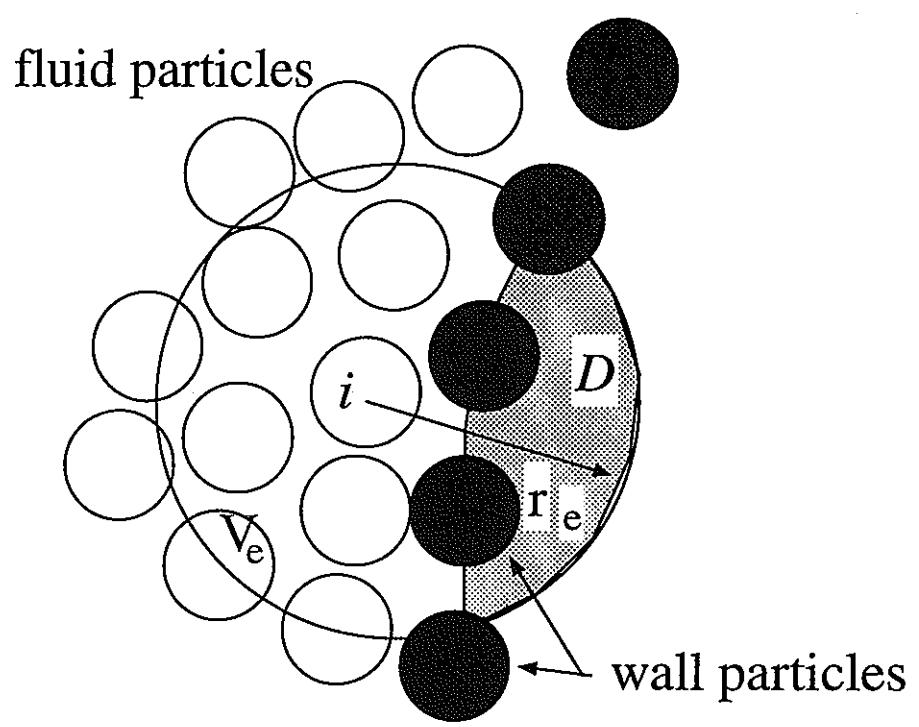


Figure 2.3: 壁付近の相互作用領域

2.2 弾性薄肉構造物の計算モデル

2.2.1 構造物の支配方程式

側面が弾性体で構成される水槽について計算を行なう場合、水槽の壁は片持ち支持された薄肉弾性構造物をして、梁の構造の方程式を支配方程式とする。

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -EI \frac{\partial^4}{\partial x^4}(y) + F \quad (2.11)$$

ただし μ は単位長さ当たりの質量、 y は変位である。

2.2.2 計算モデル

弾性壁は Fig. 2.4 に示すように 1 列に並んだ粒子で構成される。壁粒子 i に生じる曲げモーメントは

$$M_i = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\theta}{r} EI \quad (2.12)$$

で計算される。壁粒子の次のタイムステップの速度は

$$\mu_i \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_i = \Delta t \left(\frac{-M_{i+1} + 2M_i - M_{i-1}}{r^2} \right) + \Delta t (P_b - P_f) \quad (2.13)$$

で計算される。ただし P_f, P_b は壁の内外それぞれにかかっている圧力である。

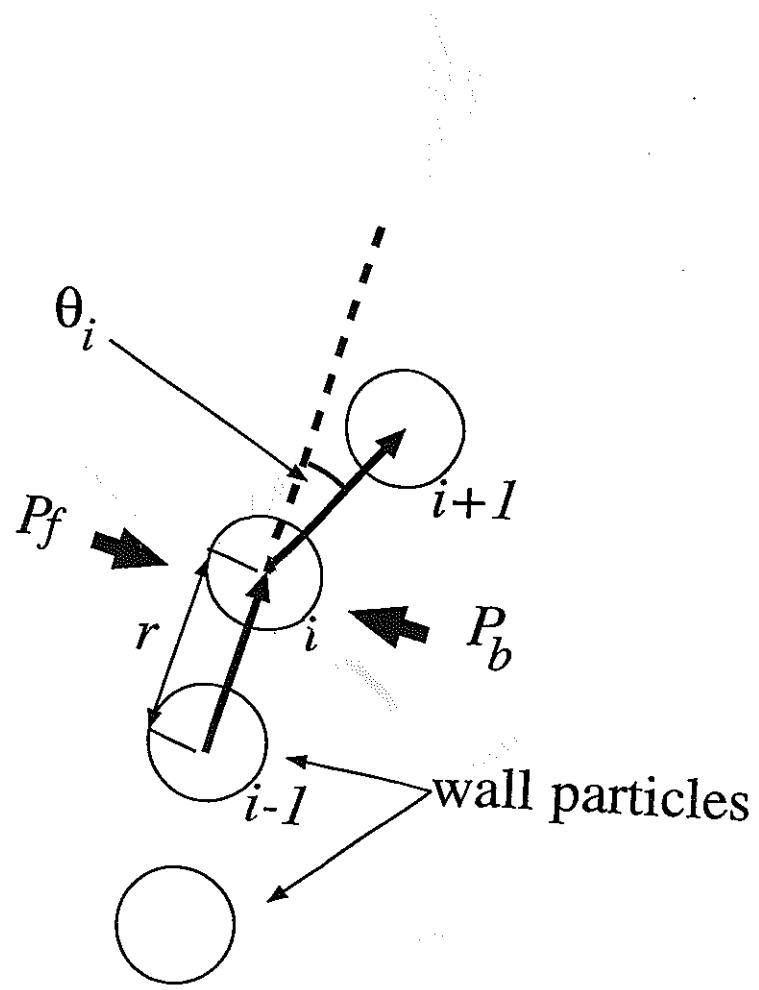


Figure 2.4: 壁の粒子配置

2.3 アルゴリズム

アルゴリズムを Fig. 2.5に図示する。MPS 法では圧力項以外の項を陽的に解き、圧力項は非圧縮条件を満たすように陰的に求められる。

- まず外力項(ここでは重力項のみ)の陽的計算を行なって仮の粒子の速度 \hat{u}_i と仮の粒子位置 \hat{r}_i を計算する。

$$\hat{u}_i = \vec{u}_i^n + \vec{g} \Delta t \quad (2.14)$$

$$\hat{r}_i = \vec{r}_i^n + \hat{u} \Delta t \quad (2.15)$$

ただし g は重力定数である。

- 次に水槽が強制振動を受ける場合、水槽の壁を構成する剛体粒子を強制振動の式に従って強制的に移動する。
- 次に壁が弾性体の場合、壁の運動が計算される。壁の運動に関しては必要に応じてさらに時間ステップを細かくとり、時間スキームの差分に4次のRunge-Kutta法を用いた。壁と流体の相互作用は、MPS 法の圧力計算により壁にかかる圧力が計算されることで考慮される。ただし側面の両側の圧力は前の時間ステップで得られた値を用いる。
- 粒子数密度が式(2.10)によって計算され圧力計算のための境界条件が設定される。
- 圧力のPoisson方程式(2.8)が解かれる。このとき行列方程式の解法にはICCG法を用いた。
- 先に求めた仮の速度 \hat{u} を陰的に求めた圧力項により修正して、新しいタイムステップにおける速度 \vec{u}^{n+1} が計算される。

$$\vec{u}_i^{n+1} = \hat{u}_i - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P \quad (2.16)$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = \hat{r}_i + \Delta t (\vec{u}_i^{n+1} - \hat{u}_i) \quad (2.17)$$

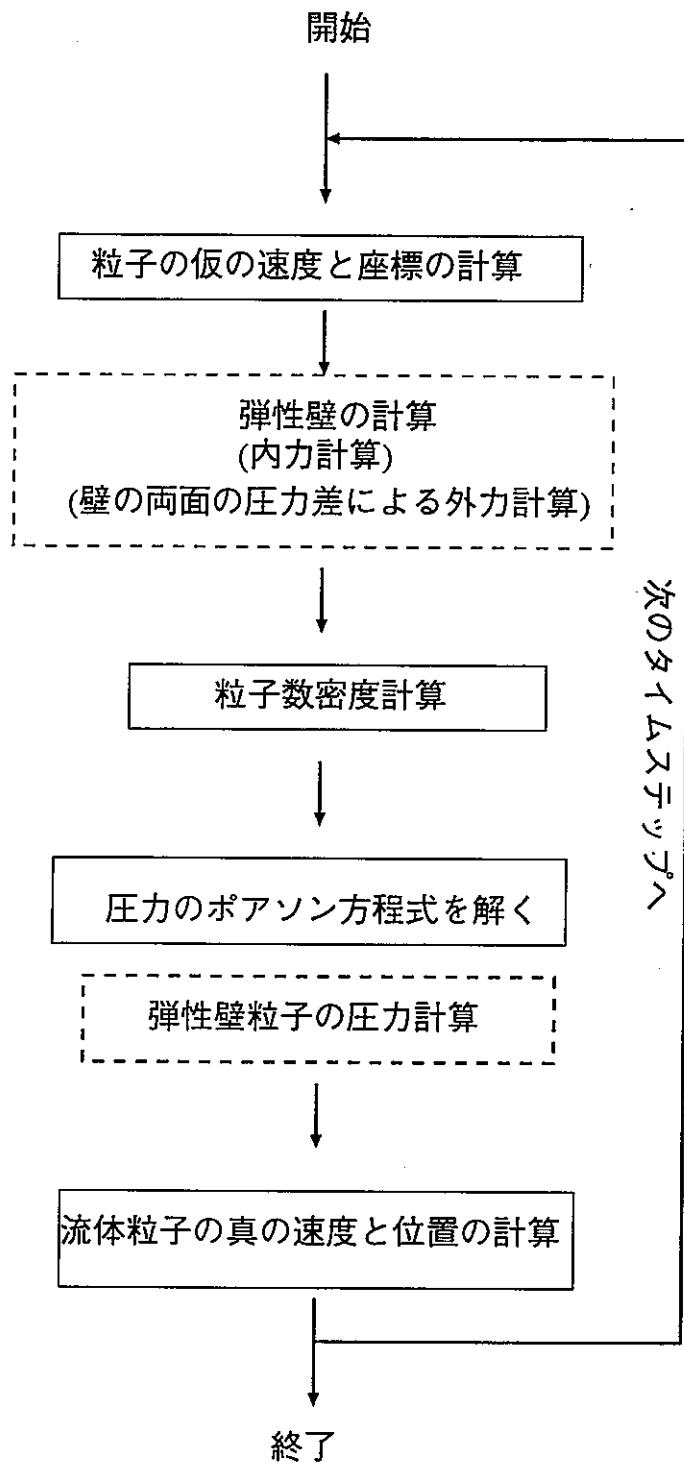


Figure 2.5: アルゴリズム

第3章

コードの3次元化

第2章でも述べたように、MPS法では重み関数によって近傍の粒子を限定しその粒子と相互作用を行う。その範囲が小さいと相互作用する粒子が少ないので計算精度が悪くなる。逆に大きすぎると計算精度は良くなるが、計算時間がかかるようになる。重み関数の半径”が、計算精度と計算時間に効いてくるパラメータであり、そのため、計算精度と計算時間のバランスがいい重み関数の半径 r_e の値を知る必要がある。そこでこの章では、MPS法コードの3次元化を行うとともに、重み関数の半径 r_e の最適化を行う。

3.1 コードの3次元化

粒子法の場合、流体の運動を粒子間相互作用に置き換えて表現する。粒子間相互作用は粒子間距離の関数でしかないので、3次元化は比較的容易に行える。まず、ベクトル変数の配列に一次元加える。すなわち、2次元では速度ベクトル成分が2つであったものを、3次元では3つにすればよい。次に、粒子間距離の計算に第3番目の空間次元の寄与を加える。差分法などでは支配方程式の各項を全ての成分について書き下した後に離散化するため、空間次元が増えると離散化すべき項の数が多くなってしまう。一方、粒子法では粒子間距離を用いて、支配方程式の各項をベクトル表示のまま粒子間相互作用に変換するので、3次元化しても離散化すべき項の数は増えない。

3.2 重み関数の最適化

3.2.1 拡散項における重み関数の半径

MPS法において、近傍の粒子と重み関数に従って相互作用する際、2種類の半径を使い分けている。粒子数密度を計算するための半径と拡散項のための半径である。前者はある粒子位置における粒子数密度を算出し、圧力のポアソン方程式を計算するときにソースタームとして用いる。2次元MPSコードでは、 $r_e = 2.1l_0$ としている。後者はナビエ・ストークス方程式粘性項、熱伝導方程式の拡散項、および圧力のポアソン方程式における圧力のラプラシアンに用いられる。2次元MPSコードでは $r_e = 4.0l_0$ としており、こ

ちらの方が計算時間に対する効果が大きい。そこで、この章では後者の重み関数について取り上げ、最適化を行なう。このあとに出てくる重み関数の半径は、拡散項における重み関数の半径を指すものとする。

3.2.2 テスト計算

重み関数の半径 r_e の最適化を行うために、3 次元拡散のテスト問題を設定して、その誤差を評価することとした。ここでは熱の拡散計算を取り上げた。テスト計算の体系は、Fig.3.1に示す。一辺 15cm の立方体で中心に熱源がある問題とする。熱伝導方程式の時間微分項をゼロとすると、定常状態での熱伝導方程式として

$$\frac{k}{C_p \rho} \nabla^2 T + S = 0 \quad (3.1)$$

というポアッソン方程式が得られる。ここで S は熱源で、 1.2W/cm^3 とする。この体系で定常温度分布を求め、重み関数の半径を変化させ誤差を評価する。

3.2.3 誤差評価

このポアッソン方程式 3.1 は、解析的には解けない。そのためここでは、細かい格子で得られた差分法による数値解を解析解の代わりに用いることとした。

- 誤差評価式

誤差 α の評価式は

$$\alpha = \frac{\sum_i |T_i - T_i^s|}{\sum_i T_i^s} \quad (3.2)$$

ここで、 T_i は MPS 法による値、 T_i^s は正解である。

- 差分法による数値解の導出

3 次元格子のある格子点 (i, j, k) において式 (3.1) を離散化すると、

$$\frac{k}{C_p \rho} \left(\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} + S \right) = 0 \quad (3.3)$$

ここで

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z \quad (3.4)$$

とすると、 (i, j, k) における温度 $T_{i,j,k}$ は、

$$T_{i,j,k} = \frac{1}{6} (T_{i+1,j,k} + T_{i-1,j,k} + T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k} + T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + \frac{C_p \rho}{6k \Delta x^2} \quad (3.5)$$

となる。この解を反復計算により求めた。計算において、メッシュ数を一辺あたり 15 から 99 までで行った。メッシュが数多いほど、解は精度は向上する。しかし、この値が実際に解に近い値かどうか見るため、収束を確認する必要がある。99 メッシュで行った結果と比較した差分解の誤差の結果を Fig.3.2 に示す。Fig.3.2 からメッシュの分割数が大きくなるに従って、誤差が小さくなっている。つまり細かくするにつれて、値が正解に近づいていることになる。メッシュ数を 85 から 99 にしても 0.1 もよい。この後、99 メッシュで出した結果を正解として用いる。この正解の中心部温度分布を Fig.3.3 に示す。中央部で最大値 146 ℃を示す。

• 計算結果および考察

MPS 法による計算は、粒子間距離が 0.01m で一辺 15 個の粒子が並んだ体系で行った。粒子の位置を固定して計算した。格子状に並んでいる場合（以後、格子状配置）と、不規則な配置（以後、不規則配置）にしたもの 2 通りについて計算を行った。不規則配置は、格子状配置から粒子間距離の 2 割を最大として距離と方向を乱数により決め粒子を移動したものである。不規則配置の粒子位置を Fig.3.4 に示す。これは $z=0$ の平面での粒子位置である。不規則配置については、粒子間距離を $1/2$ 、つまり 0.005m にしたもの（粒子数は 8 倍）についても同様に計算を行った。計算結果を Fig.3.5 に示す。図中の r は粒子間距離である。

格子状配置および不規則配置のどちらにおいても、 r_e が大きくなるに従って誤差が大きくなっている。これは、粒子数を一定に保ちながら相互作用する粒子の数を増やしていくと、空間分解能が悪くなるためである。また、不規則配置の場合に、 r_e

が小さい時に誤差が大きくなっているのは、相互作用する粒子数にばらつきができるためである。Fig.3.5において格子状配置で最も半径の小さい $r_e = 1.2l_0$ では、相互作用する粒子が隣の粒子のみなので、差分法と同じ計算となる。従って、誤差は Fig.3.2 の 15 メッシュの値と同じ値となっている。次に、重み関数の半径と 1 step 当たりの計算時間の関係を Fig.3.6 に示す。また、格子状配置の場合における重み関数の半径と相互作用に関わる粒子数の関係を Fig.3.7 に示す。計算時間は粒子数に比例、つまり重み関数の半径 r_e の 3 乗に比例することが見て取れる。計算精度の観点から、 $r_e = 3.0l_0$ 程度が 3 次元計算では最適であると判断できる。

3.3 ダム崩壊問題

これまでに、MPS 法を用いて 2 次元ダム崩壊問題の解析が行われ、過去の実験や計算との良い一致が得られている [23]。ここでは、3 次元計算の検証として、2 次元ダム崩壊問題を 3 次元体系として解析した。計算体系を Fig.3.8 に示す。粒子間距離を 0.03cm とし、全粒子数を 4106 (うち水の粒子数 450) とした。0.0sec～1.0sec の結果を Fig.3.9 に示す。水の先端の位置の変化 Fig.3.10 に示す。2 次元の計算結果および実験結果と比較すると、概ね同じ結果が得られた。ただし、粒子が少ないと 2 次元計算および実験で見られるような、自由液面の詳細なふるまいについては計算できていない。

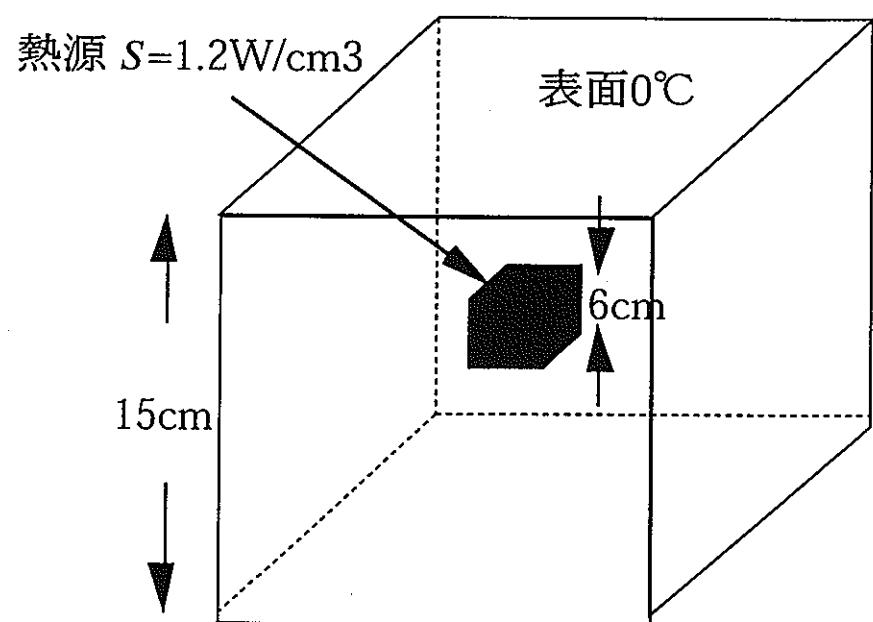


Figure 3.1: テスト計算の体系

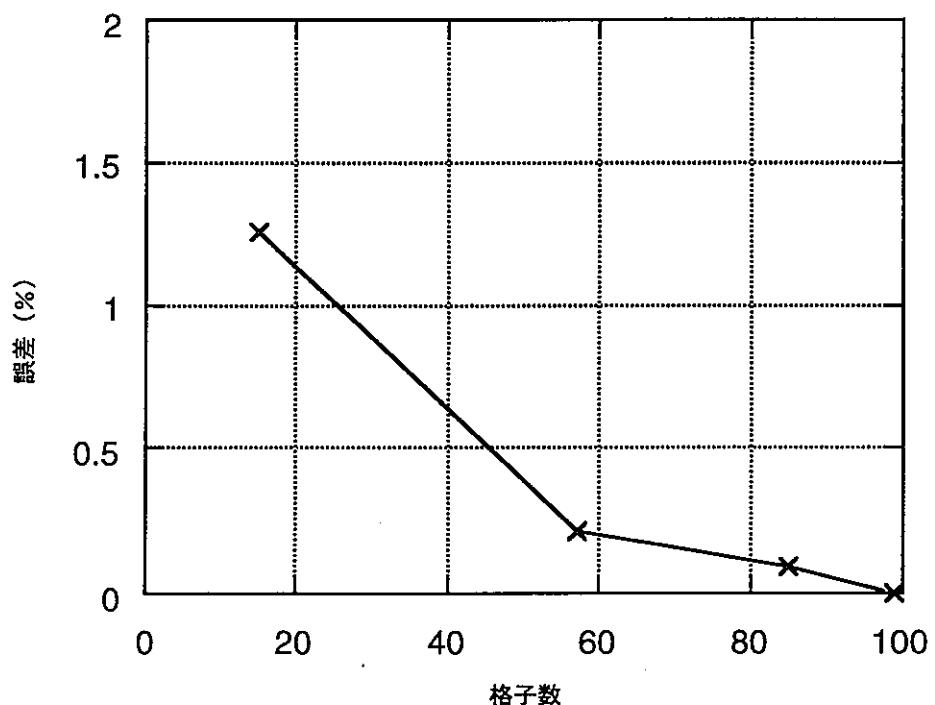


Figure 3.2: 差分法による数値解の収束
($99 \times 99 \times 99$ の格子での差分計算結果との誤差)

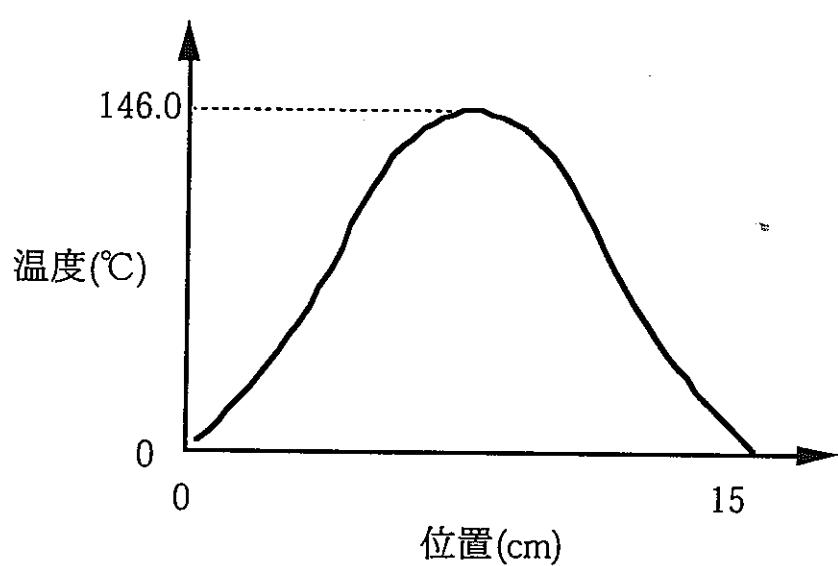


Figure 3.3: 温度分布

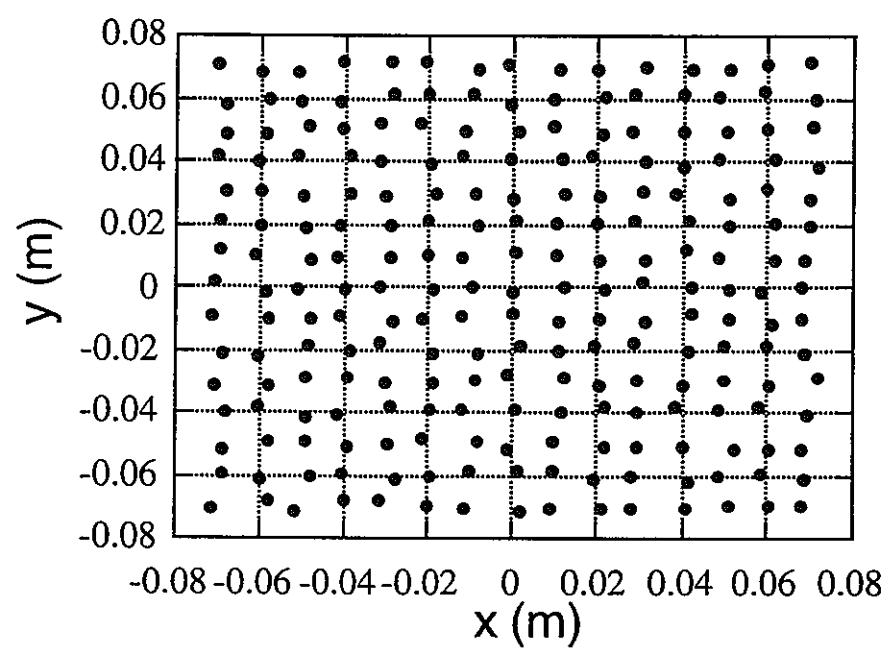


Figure 3.4: 不規則配置における粒子位置

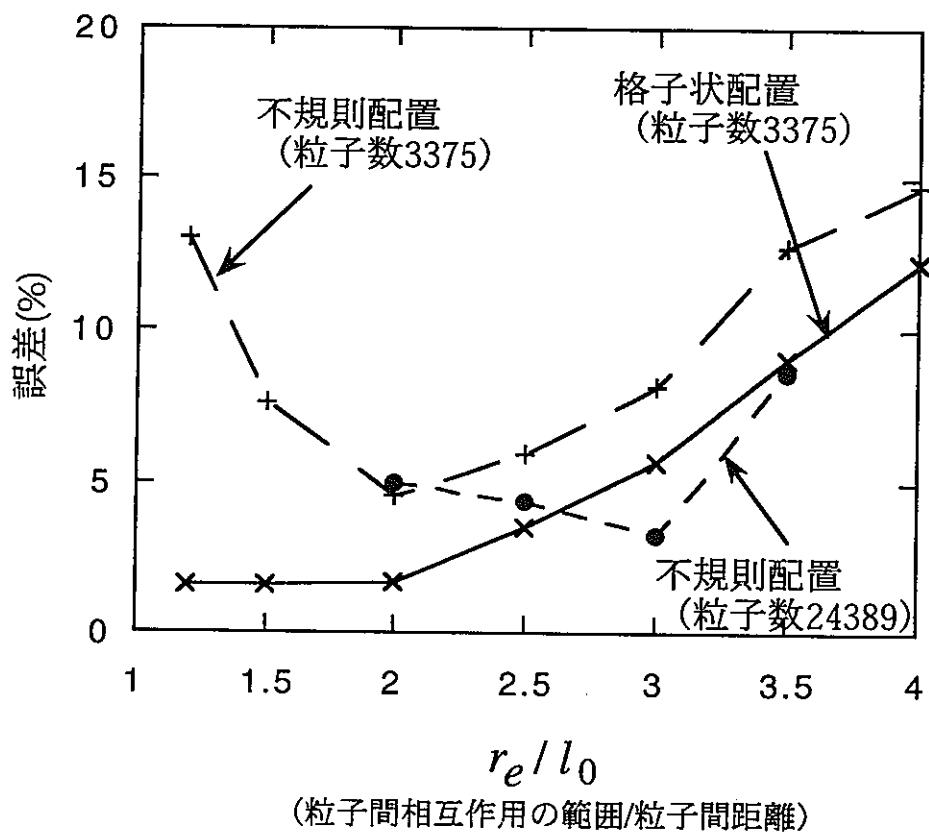


Figure 3.5: MPS 法による計算誤差

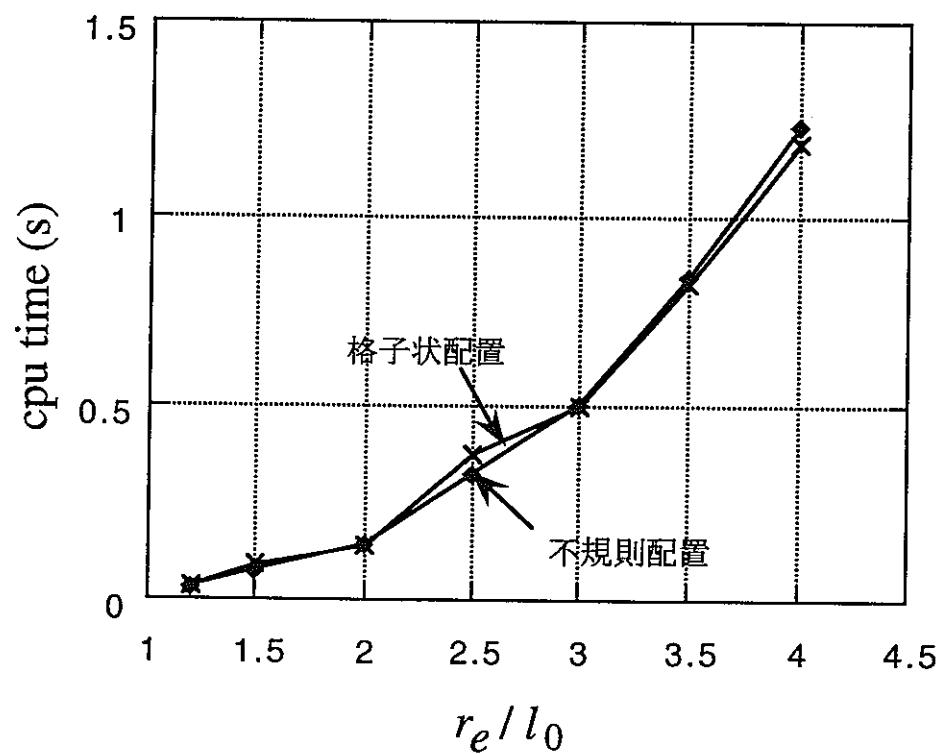


Figure 3.6: 1step当たりの計算時間

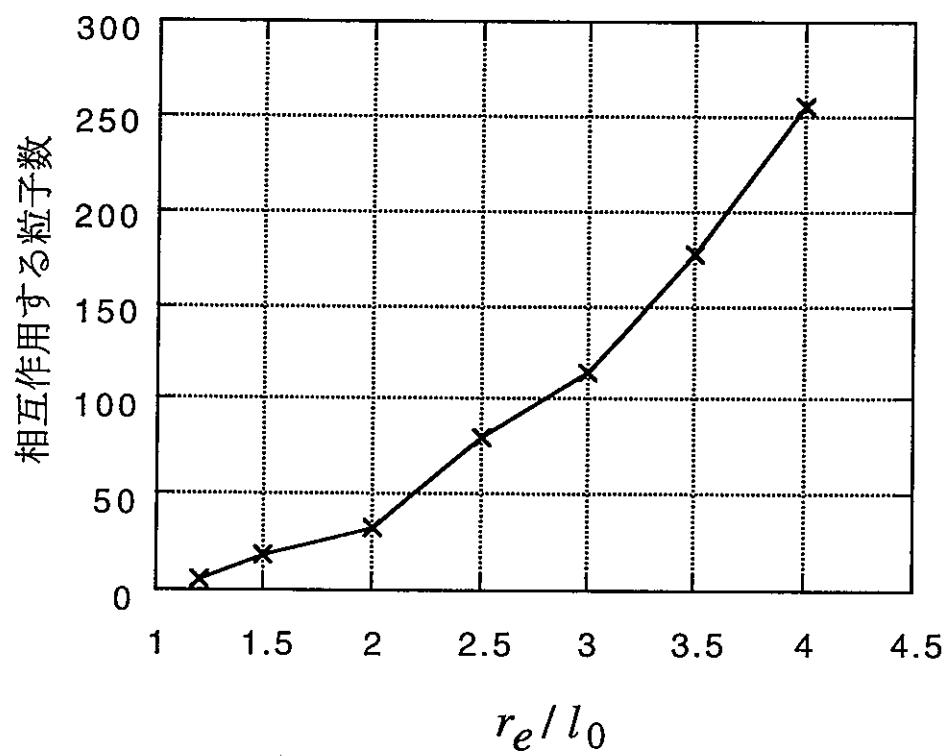


Figure 3.7: 相互作用する粒子数 (格子状配置)

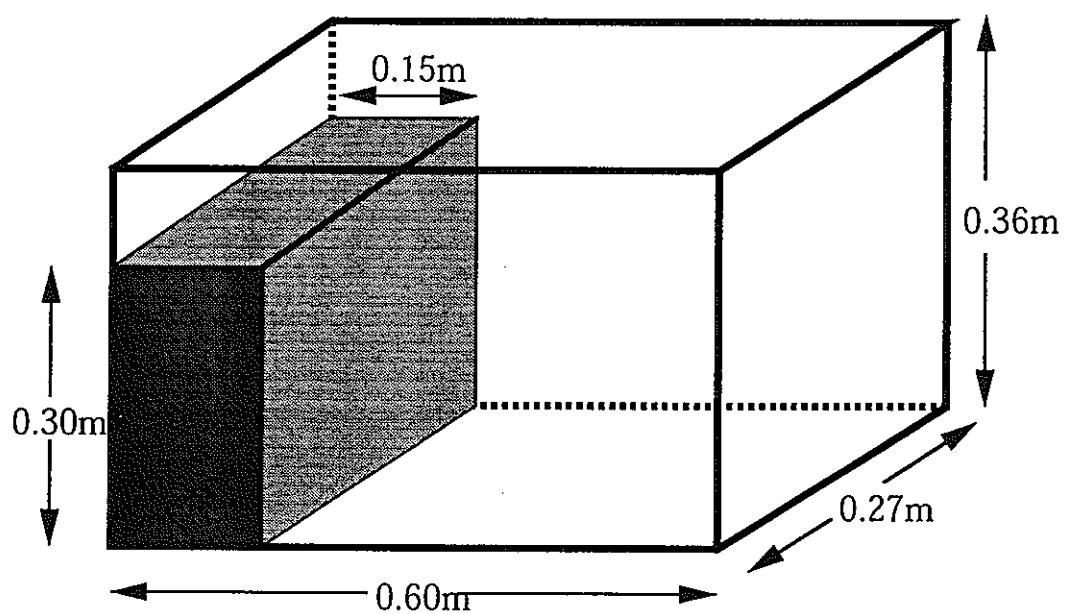
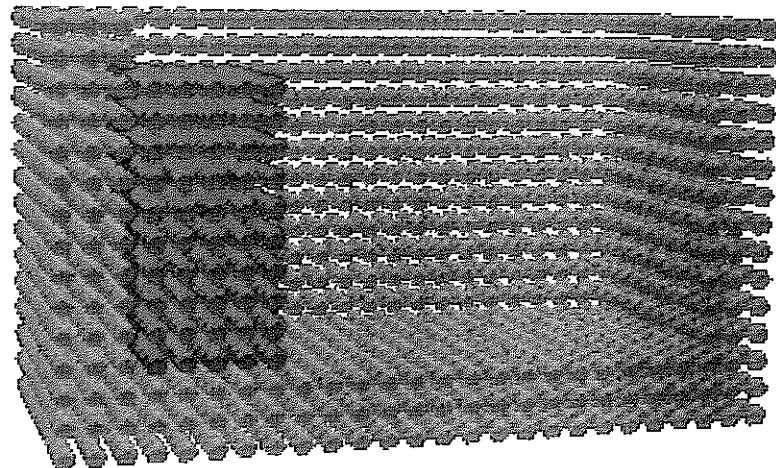
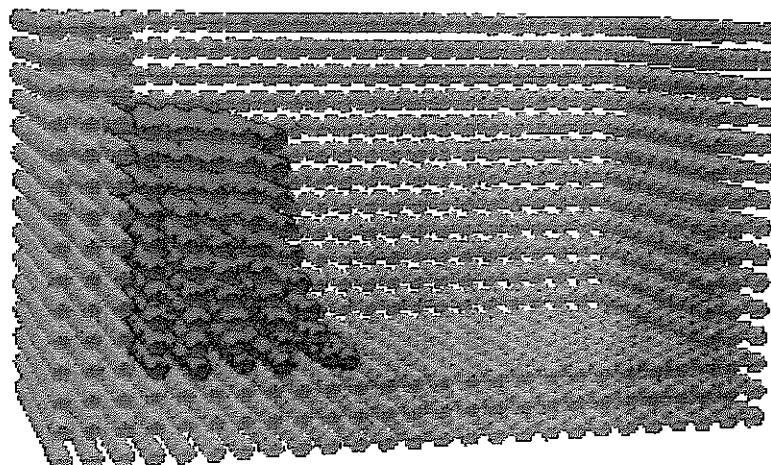


Figure 3.8: 3 次元ダム崩壊問題体系図

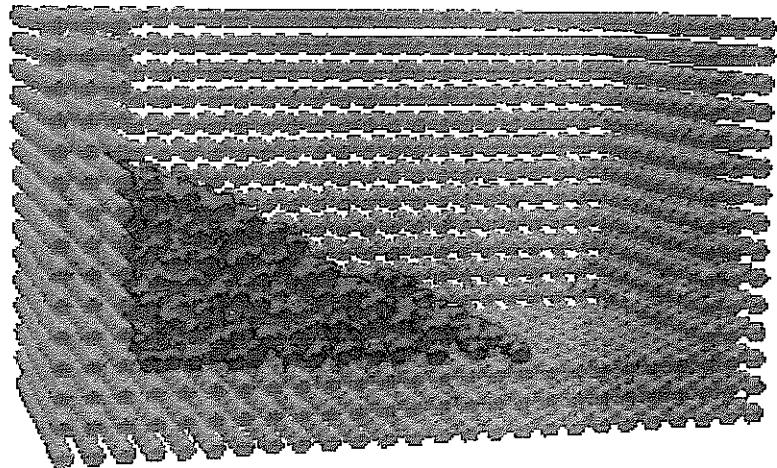


0.00s

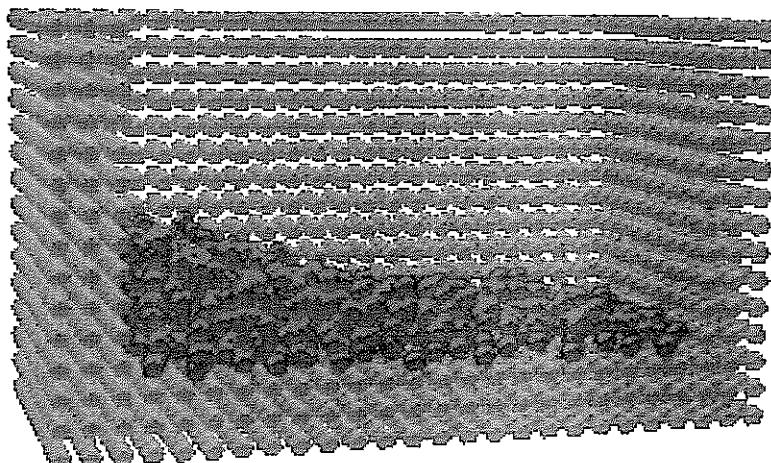


0.10s

Figure 3.9: ダム崩壊計算結果（その 1）

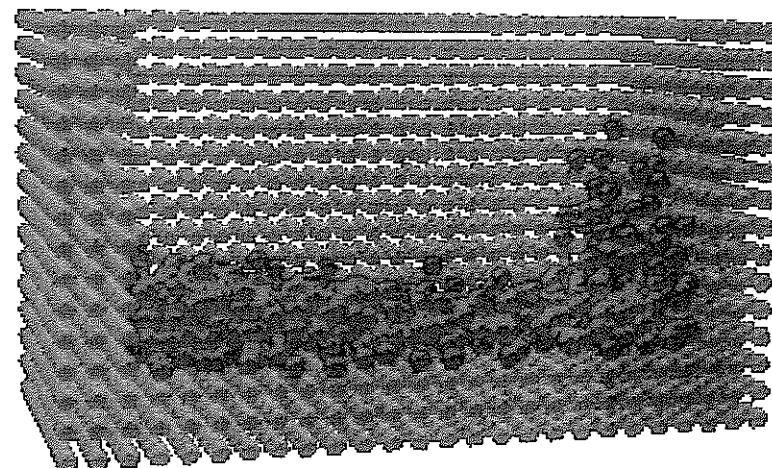


0.20s

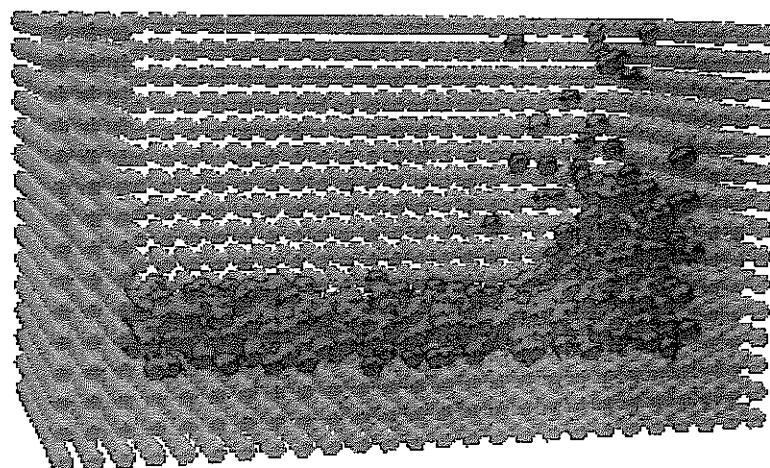


0.30s

Figure 3.9: ダム崩壊計算結果（その 2）

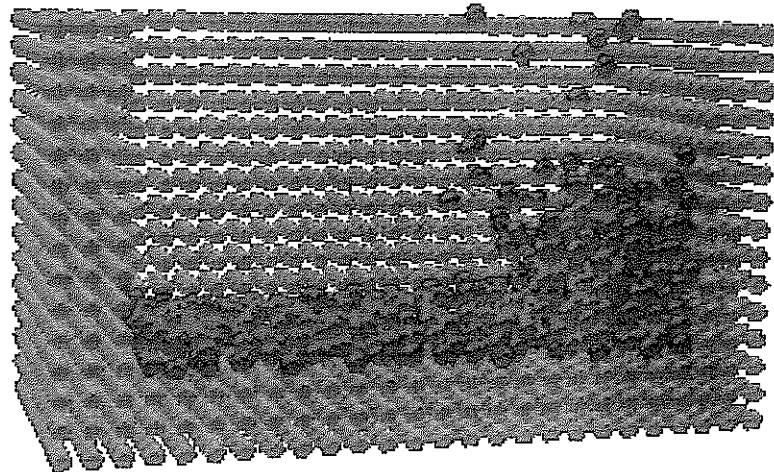


0.40s

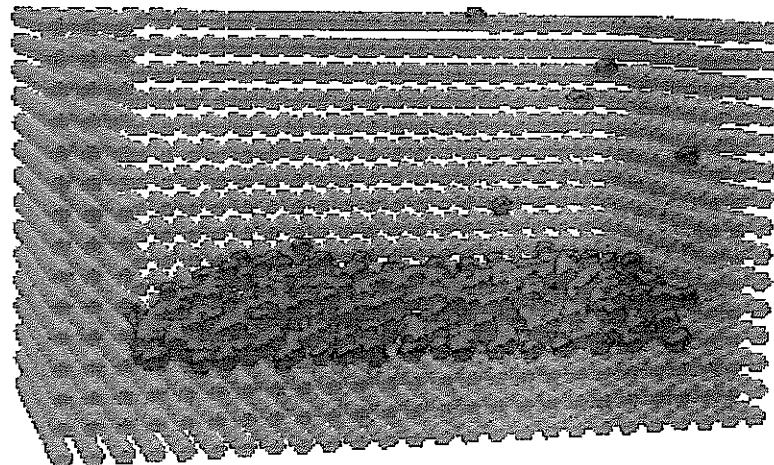


0.50s

Figure 3.9: ダム崩壊計算結果（その 3）



0.60s



1.00s

Figure 3.9: ダム崩壊計算結果（その 4）

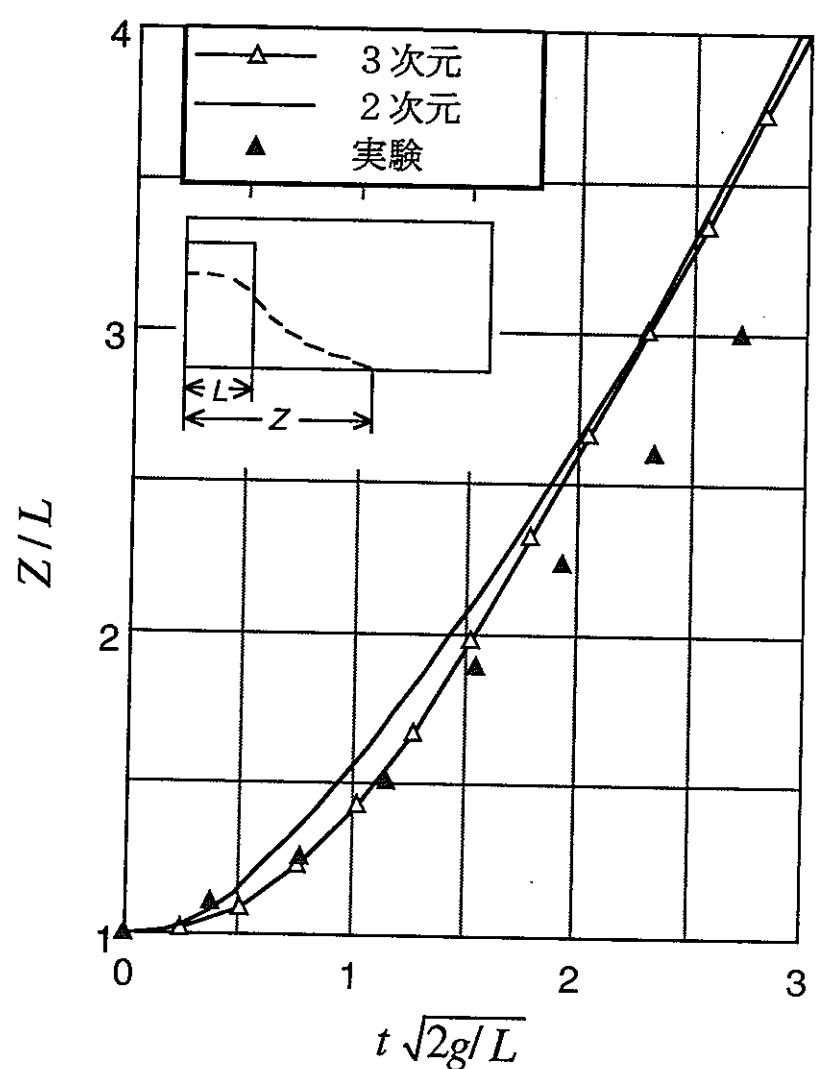


Figure 3.10: ダム先端位置

第4章

スロッシングの2次元数値解析

4.1 剛体壁水槽におけるスロッシング

4.1.1 計算体系

計算体系には Fig. 4.1 に示すような矩形の 2 次元水槽を用いた。この水槽を

$$x = X_0(1 - \cos \omega t) \quad (4.1)$$

の関数に従い強制振動をさせる。強制振動により水面に波が励起され、現われたスロッシングの振幅は Fig. 4.2 の A に示すように静止時の水槽の水面からどれだけ水面が上昇したかで定義する。

スロッシングの周波数応答は、水深 h と水槽の幅 l の比 h/l によって大きく変化することが葉山ら [29] によって報告されている。そこで葉山らによって実験された $l/h = 0.1$ の場合と $l/h = 0.6$ の場合の 2 通りの計算を行なった。計算体系の具体的な数値は Table 4.1 にまとめである。

線形理論ではスロッシングの固有振動周期 T_1 は

$$T_1 = 2\pi \left(\frac{\pi g \tanh(\frac{2\pi h}{l})}{l} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

で求められる。

4.1.2 浅い水槽における計算結果 ($h/l = 0.1$)

総粒子数 $N = 1812$ 個、時間刻幅 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ sec の計算を行なった。浅い水槽に強制振動を加えた場合に最終的に生じた水面の波の様子を Fig. 4.3 に示す。波が左から右に進行波となって移動している様子が分かる。線形理論では Navier-Stokes 方程式の z 成分

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (4.3)$$

において

$$u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (4.4)$$

と仮定する。浅い水槽におけるスロッシングように、十分な水深が無い時はこの仮定は成り立たない。実際に計算結果でも u_x が大きいために波がむしろ進行波として現れる考えられる。

葉山らはこのような浅い水槽で実験を行なっており [29]、強制振動の周波数を変化させて現われたスロッシングの最大振幅を測定している。実験の方法はヒステリシスなもので、周波数をスロッシング中に連続的に変化させるようなものである。この場合は周波数を徐々に上昇させるとときと減少させる時で応答に違いがあることが知られている。

本研究により得られたスロッシング計算結果と葉山らの実験 [29] で周波数を徐々に減少したものとスロッシングの周波数応答について比較したものを Fig.4.4 に示す。線形理論では、強制振動の周波数がちょうどスロッシングの固有振動周波数 ω_1 になった時に共鳴を生じ、最も高い振幅が現れるはずである。しかし、浅い水槽の場合は式 (4.4) の条件が満たされないので、スロッシングの共鳴のピークは高周波数側にずれると言う実験結果が報告されている。計算でも実験と同様にスロッシングの共鳴のピークは高周波数側にずれるという結果が得られ、ピークの位置も良く一致している。このことは Fig.4.3 から予想された非線形の効果が、定量的にも良く実験と一致すると言うことを示している。清水ら [30] も浅い水槽で実験を行なっており、浅水波理論から計算した結果と比較し、実験結果を良く説明している。

4.1.3 深い水槽における計算結果 ($h/l = 0.6$)

総粒子数 $N = 3604$ 個、時間刻幅 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ sec の計算を行った。深い水槽に強制振動を加えた場合に最終的に生じた水面の波の様子を Fig.4.5 に示す。線形理論から予想される水面の振動は、スロッシングの固有振動の場合固有角振動数 ω_1 を

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \quad (4.5)$$

とすると、

$$A(x, t) = A \sin(\omega_1 t) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (4.6)$$

で与えられる。計算結果から得られた水面の形もほぼ $\sin(\frac{\pi x}{L})$ の形をしているのが Fig.4.5 からわかる。深い水槽の場合は浅い水槽と比べて底辺の影響が小さく、運動は水面の上下運動のみで近似できるようになると予想される。このため線形理論の条件式(4.4)が満たされ、深い水槽では強制振動によって線形の固有振動が励起されると考えられる。

$h/l = 0.6$ の水槽に関しても、葉山らの実験 [29] と本研究の計算による強制振動の周波数応答を比較したものを Fig.4.6 に示す。計算結果では共鳴の周波数が線形理論値 ω_1 にはほぼ一致している。ただし実験の方では共鳴の周波数が線形理論値よりもやや低い方にずれている。原因としては、葉山らの実験では 1 回の測定毎に水面を安定させずに、振幅測定後そのまま少しずつ周波数を変化させるという方法をとっているということが挙げられる。従って振幅が大きくなることによる非線形効果で共鳴ピークが移動したものと予想される。また、共鳴している時の振幅の高さが計算の方が低くなった。Fig.4.6 に示すように、粒子数を増やすと共鳴時の振幅が高くなる。

Table 4.1: 計算体系

	浅い水槽	深い水槽
水槽の幅 l	1.0(m)	0.6(m)
水深 h	0.1(m)	0.36(m)
強制振動の振幅 X_0	0.01(m)	0.006(m)
線形理論による固有周期 $T_1 = 2\pi/\omega_1$	2.05(sec)	0.90(sec)

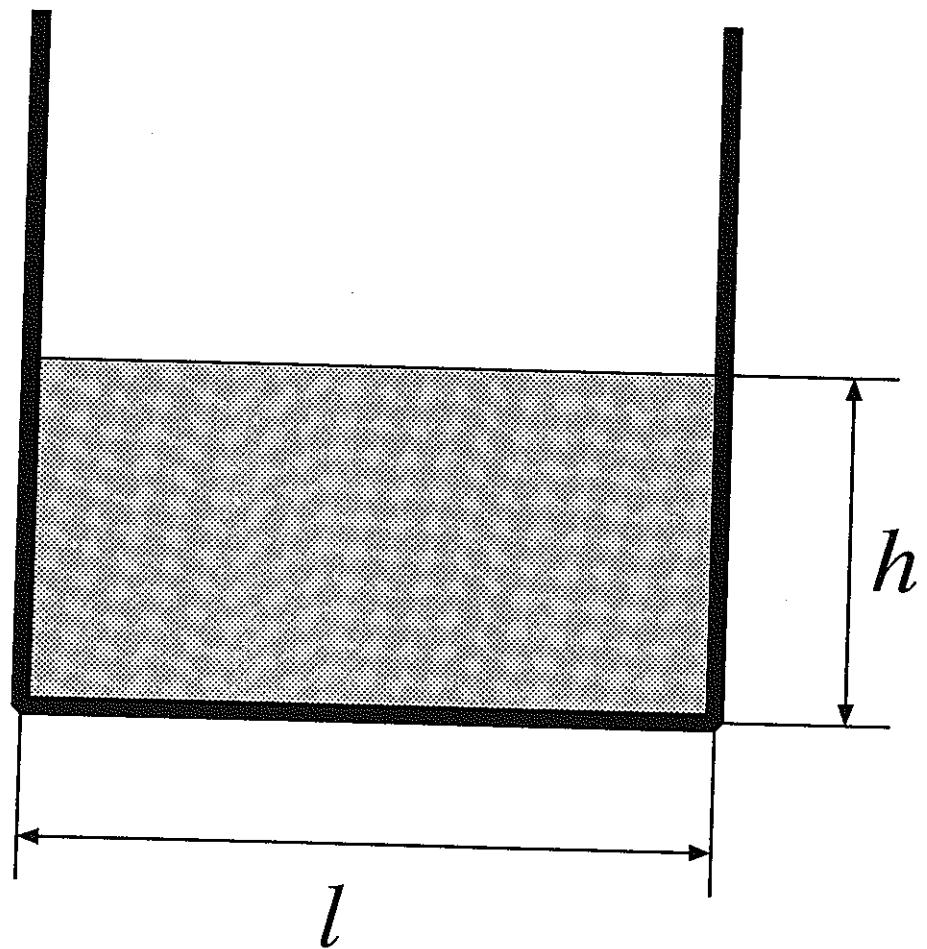


Figure 4.1: 計算体系

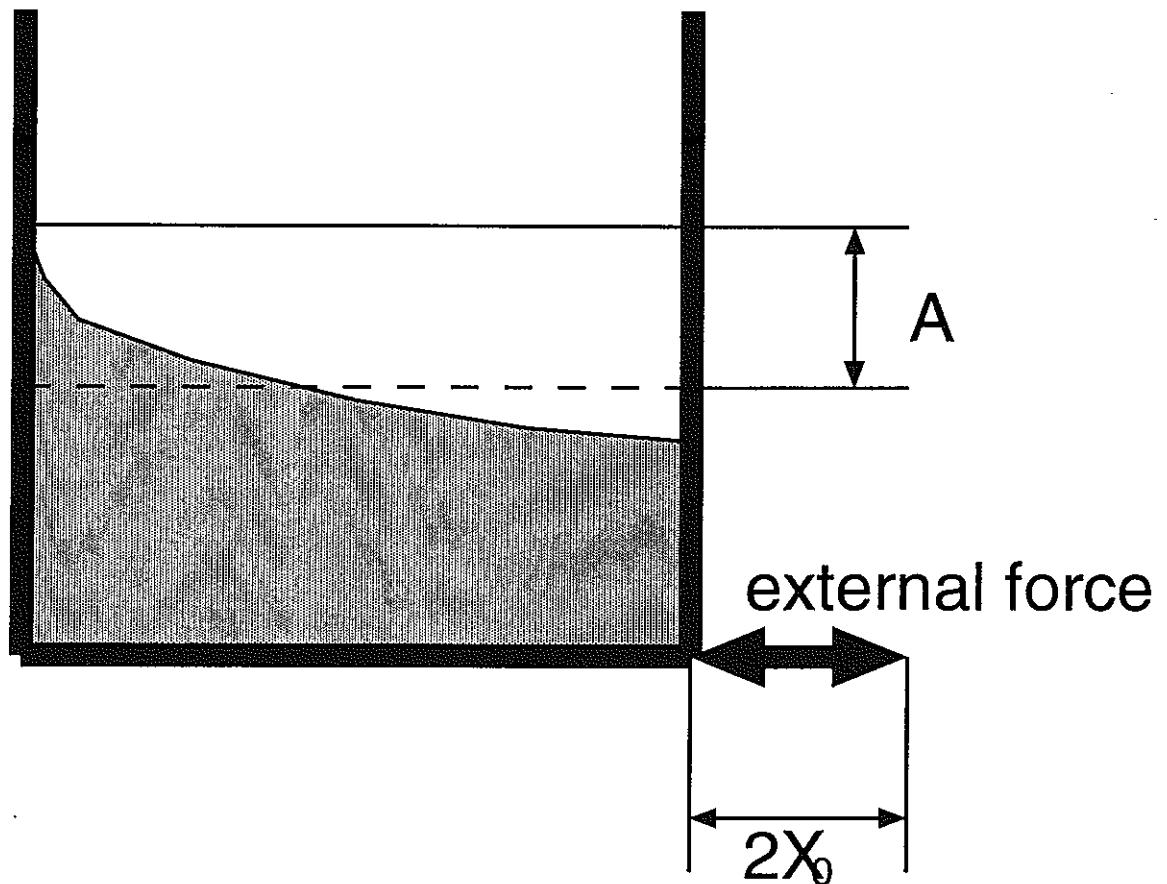
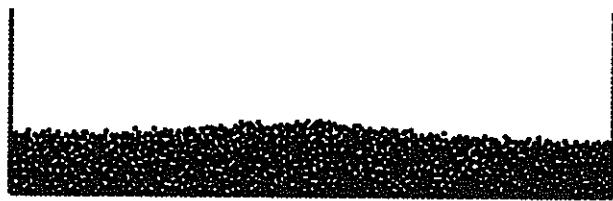


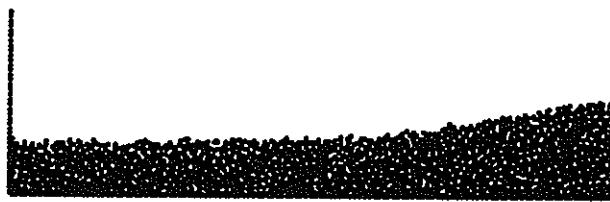
Figure 4.2: 振幅の定義



$t = 15.0 \text{ sec}$



$t = 15.4 \text{ sec}$



$t = 15.8 \text{ sec}$

Figure 4.3: 浅い水槽における計算結果 ($\omega = 1.14\omega_1$)

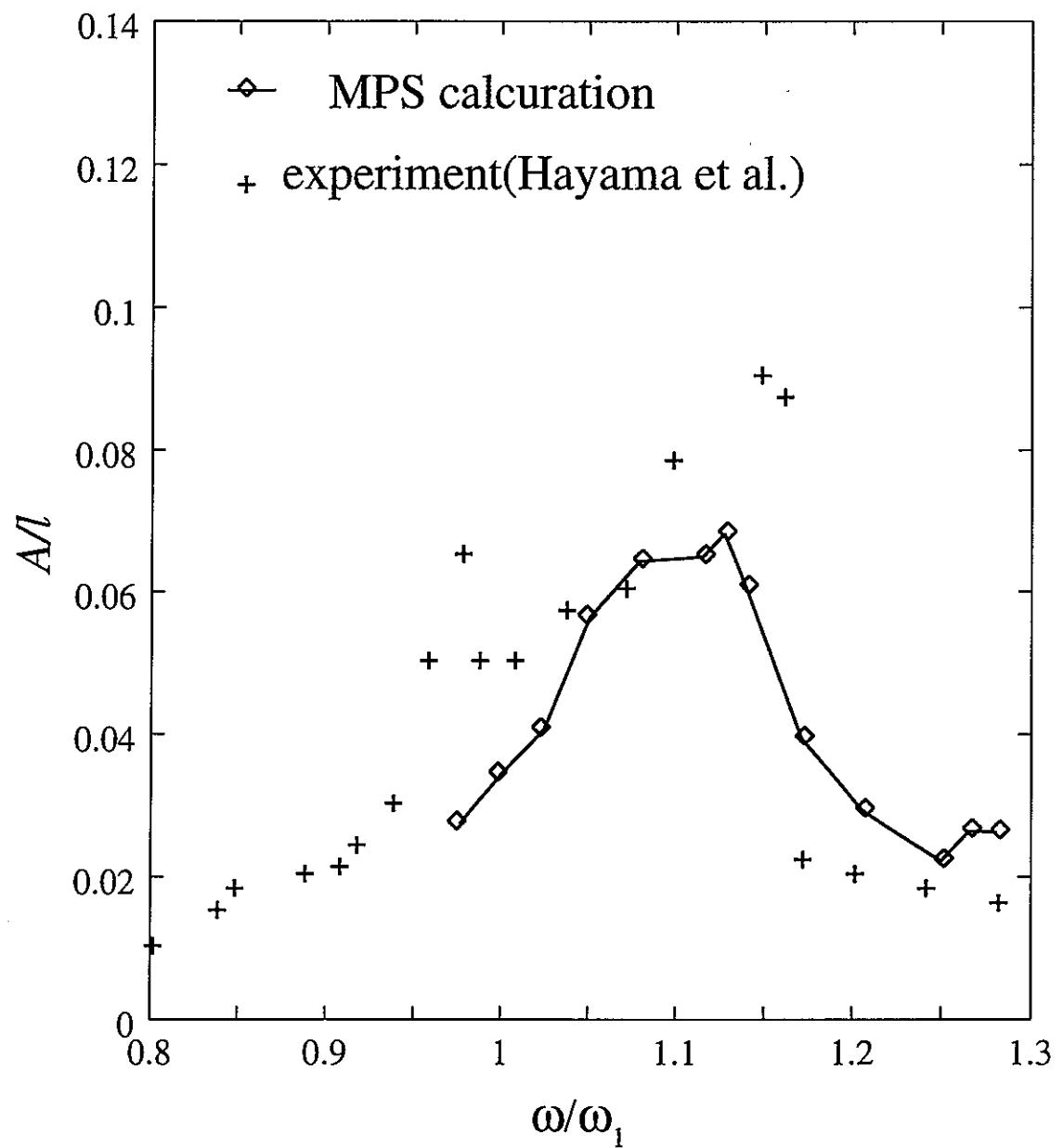
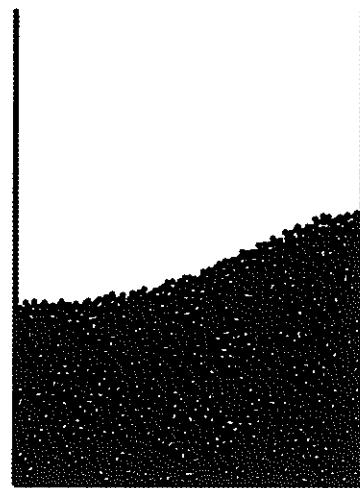
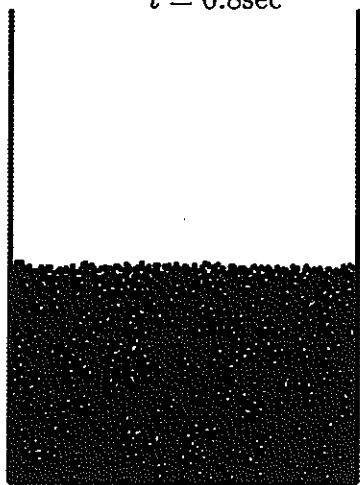


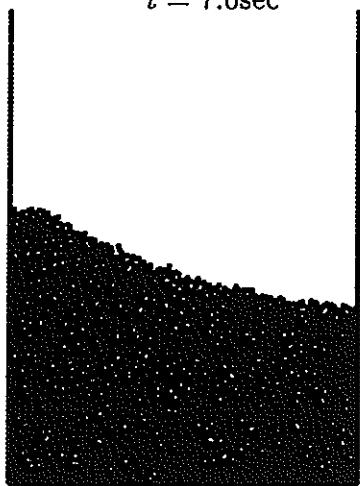
Figure 4.4: 浅い水槽 ($h/l = 0.1$) における周波数応答



$t = 6.8\text{sec}$



$t = 7.0\text{sec}$



$t = 7.2\text{sec}$

Figure 4.5: 深い水槽での計算結果 ($\omega = 1.00\omega_1$)

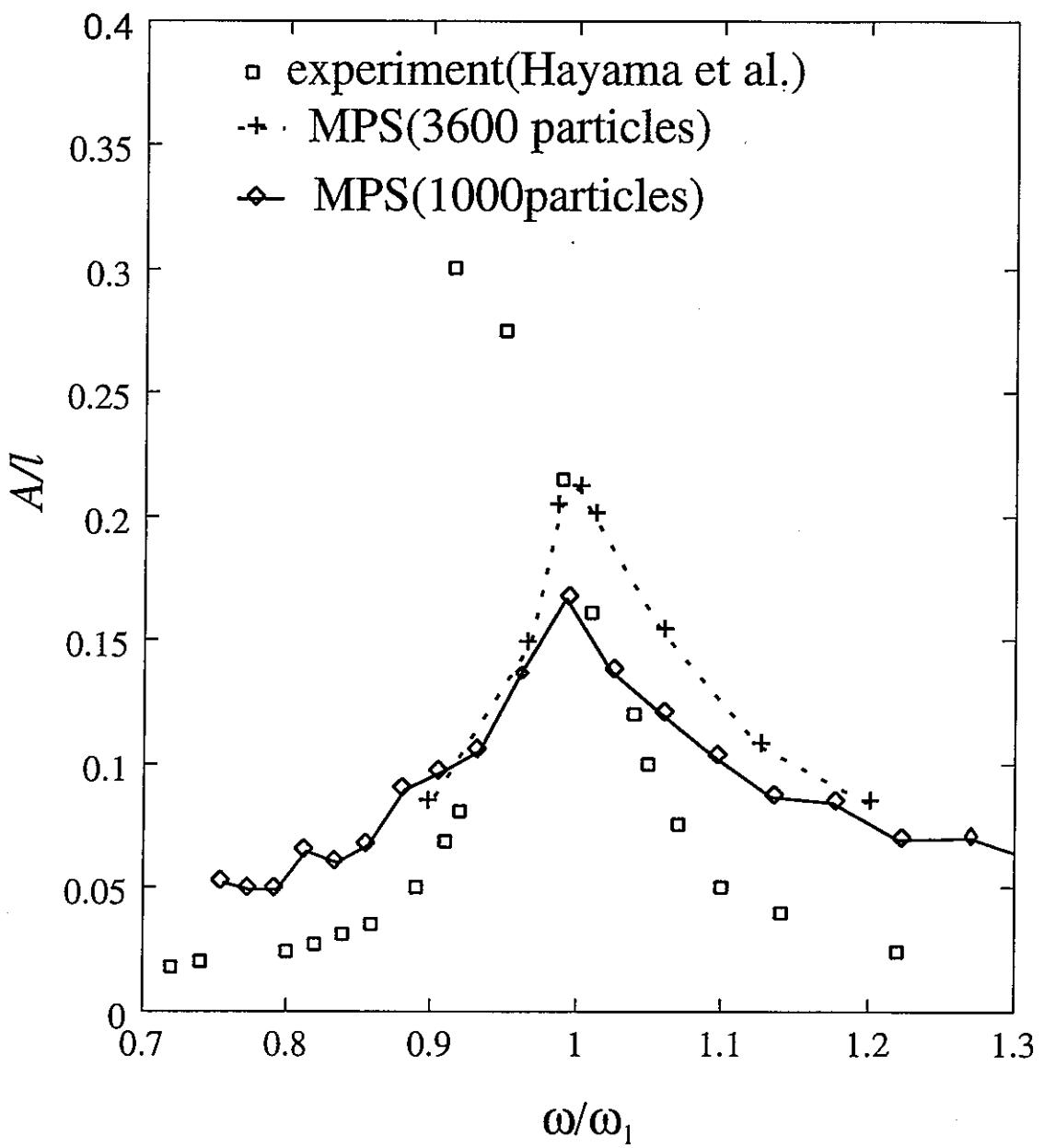


Figure 4.6: 深い水槽 ($h/l = 0.6$) における周波数応答

4.2 弾性壁の固有振動

本計算は弾性薄肉構造物の計算モデルを検証するために、弾性片持ち梁単独の固有振動の解析を行った。

4.2.1 計算体系

計算体系は Fig.4.7 に示すような片持ち梁である。計算開始と同時に片持ち梁は固有振動を行なう。計算に用いた具体的な値を示す。

- 壁高さ $l_w = 1.0\text{m}$
- 壁の単位長さの密度 $\mu = 6.4 \times 10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$
- ヤング率 $E = 3.38 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$
- 断面 2 次モーメント $I = 8.33 \times 10^{-11} \text{ m}^4$

片持ち梁の最低次の固有振動の周期は解析的に

$$T_w = \frac{2\pi l_w^2}{(1.875)^2} \sqrt{\frac{\rho_w b}{EI}} \quad (4.7)$$

で求められる。今回の場合は $T_w = 1.0\text{sec}$ である。

4.2.2 計算結果

計算の結果を Fig.4.8 に示す。下端を固定された片持ち梁は、解析的にも予想されるように

$$\sin\left(\frac{2\pi t}{T_w}\right) \quad (4.8)$$

にしたがって時間変化する固有振動を行なった。計算結果の振動の周期も 1.0sec で解析的な予想値と正確に一致している。

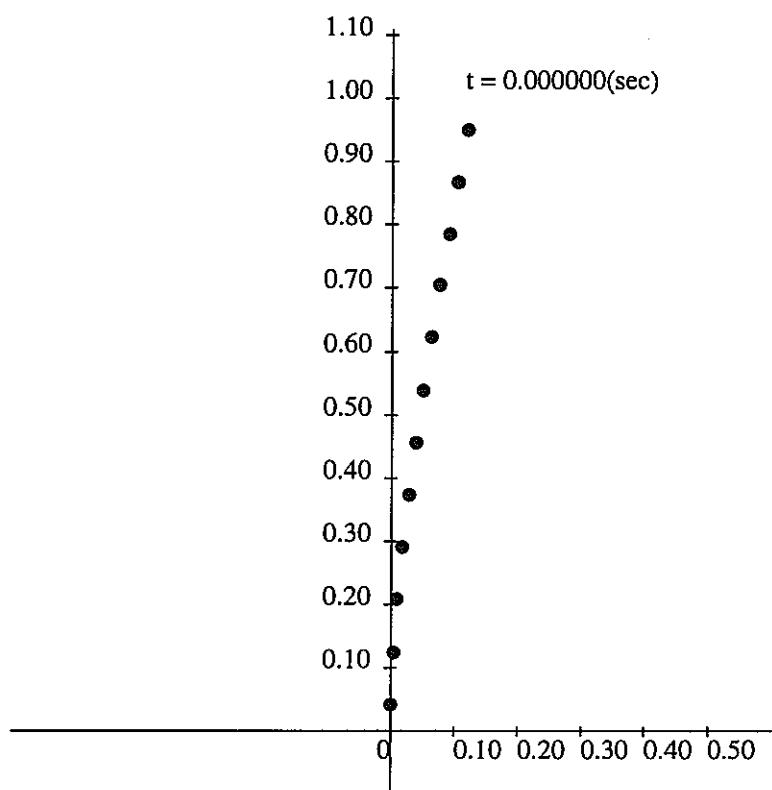


Figure 4.7: 弾性壁の計算の初期粒子配置

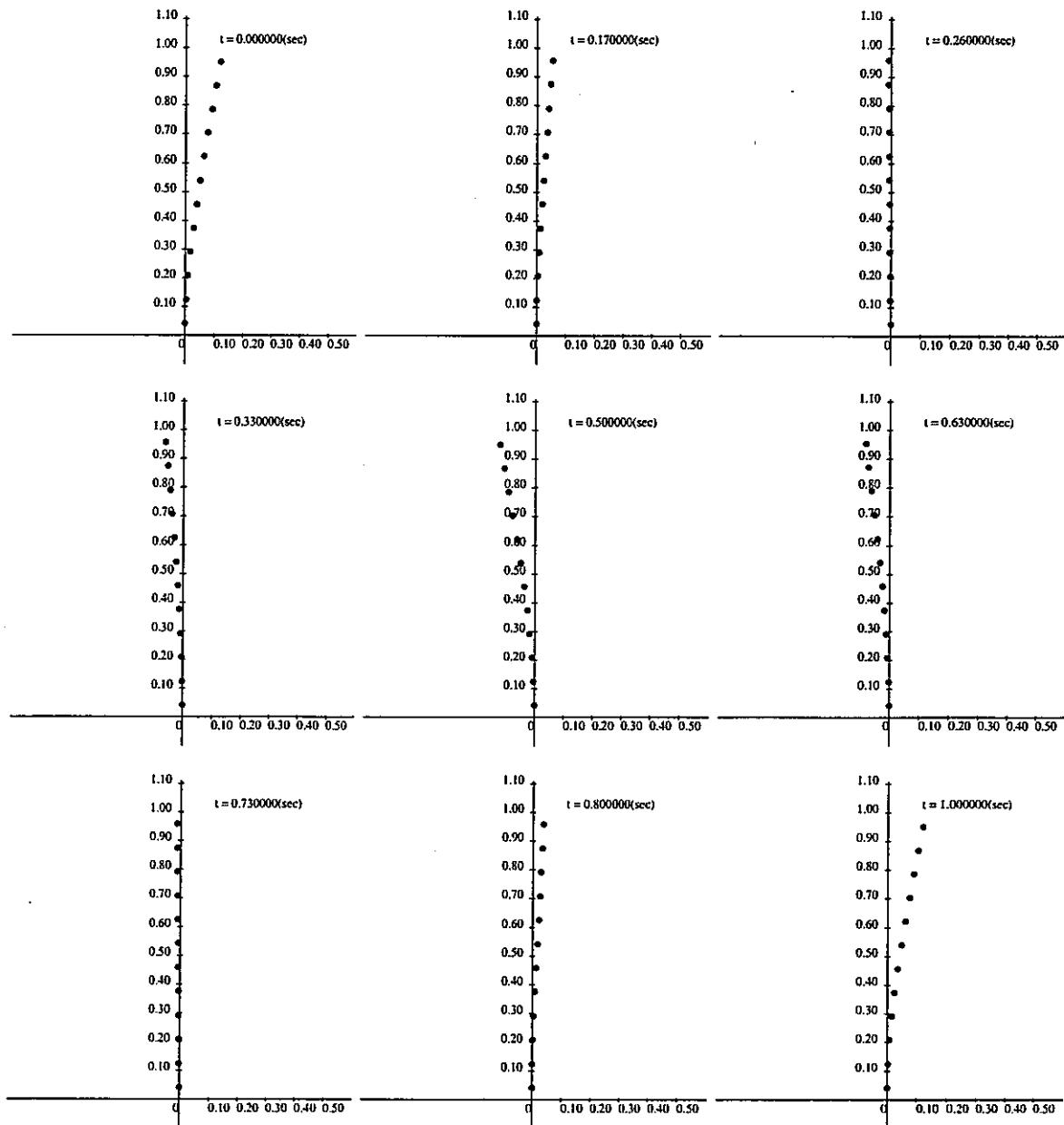


Figure 4.8: 片持ち梁の固有振動

4.3 弾性壁水槽におけるスロッシング

4.3.1 計算体系

計算体系は深い剛体壁水槽 ($h/l = 0.6$) の場合と同じ矩形水槽である。ただし水槽の両側面が薄肉弾性体で構成されているものとする。計算体系の具体的な数値を Table4.2、壁に用いた物性値を Table4.3 にまとめる。ヤング率、密度は鉄の物性値を用いている。

スロッシングの固有振動周期は線形理論により $T = 2 \left(\frac{\pi l}{g} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\tanh \left(\frac{\pi h}{l} \right) \right)^{-\frac{1}{2}}$ と求められる。本計算の場合は $T = 2.6\text{sec}$ である。片持ち梁の固有振動の振動周期は解析的に

$$T_w = \frac{2\pi l_w^2}{(1.875)^2} \sqrt{\frac{\rho_w b}{EI}} \quad (4.9)$$

ともとまる。今回の場合、 $T_w = 2.6\text{sec}$ としてスロッシングの固有振動周期と一致させ、スロッシングの挙動に対する弾性壁の影響を解析した。

4.3.2 計算結果

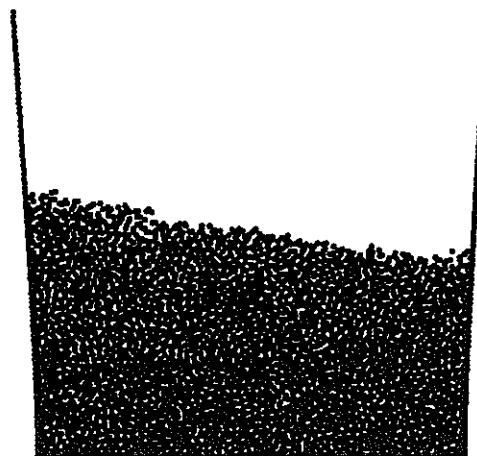
計算結果を Fig.4.9 に示す。スロッシングで励起された波に弾性壁が押されて変形しているのが分かる。壁の変形のために共鳴が生じる振動の周波数などに変化を生じる。Fig.4.10 に強制振動の周波数に対するスロッシングの振幅を、剛体壁水槽と弾性壁水槽で比較したものを見ると、弾性壁水槽では共鳴を生じる周波数が低くなっているのが分かる。これをスロッシングから見れば水槽の変形に伴って実質的に水槽の底辺の幅 l が増加したためと思われる。水面付近での壁の変位は最大約 $\Delta l = 0.3\text{m}$ なので、 $l + 2\Delta l$ を新しい底辺とすると、スロッシングの固有振動周期は $T = 2.8\text{sec}$ となる。このとき $\omega/\omega_1 = 0.93$ で、Fig.4.10 の MPS 法による数値計算から得られたピークの位置と良く一致する。弾性壁から見れば、水の付加質量の効果により共鳴ピークの周波数が小さくなると考えられる。

Table 4.2: 計算体系

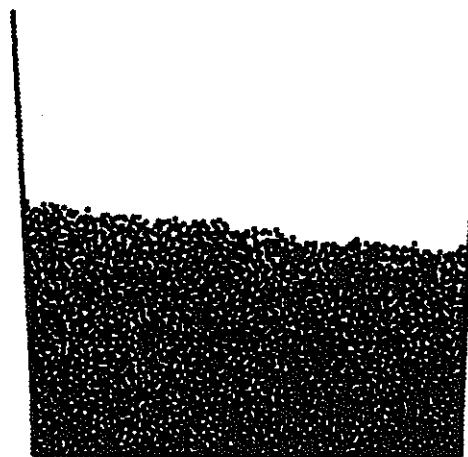
水槽の底辺の幅 l	5.0(m)
水深 h	3.0(m)
振動の振幅 X_0	0.05(m)
固有周期 T_1	2.6(sec)

Table 4.3: 壁の性質

壁高さ l_w	6.0(m)
密度 ρ_w	7.86×10^{-2} (kg/cm ³)
ヤング率 E	2.0×10^{11}
壁厚さ a	3.0×10^{-3} (m)
理論固有周期 T_w	2.6(sec)



$t = 17.0\text{sec}$



$t = 18.0\text{sec}$



$t = 19.0\text{sec}$

Figure 4.9: 弾性壁水槽における計算結果 ($\omega = 0.93\omega_1$)

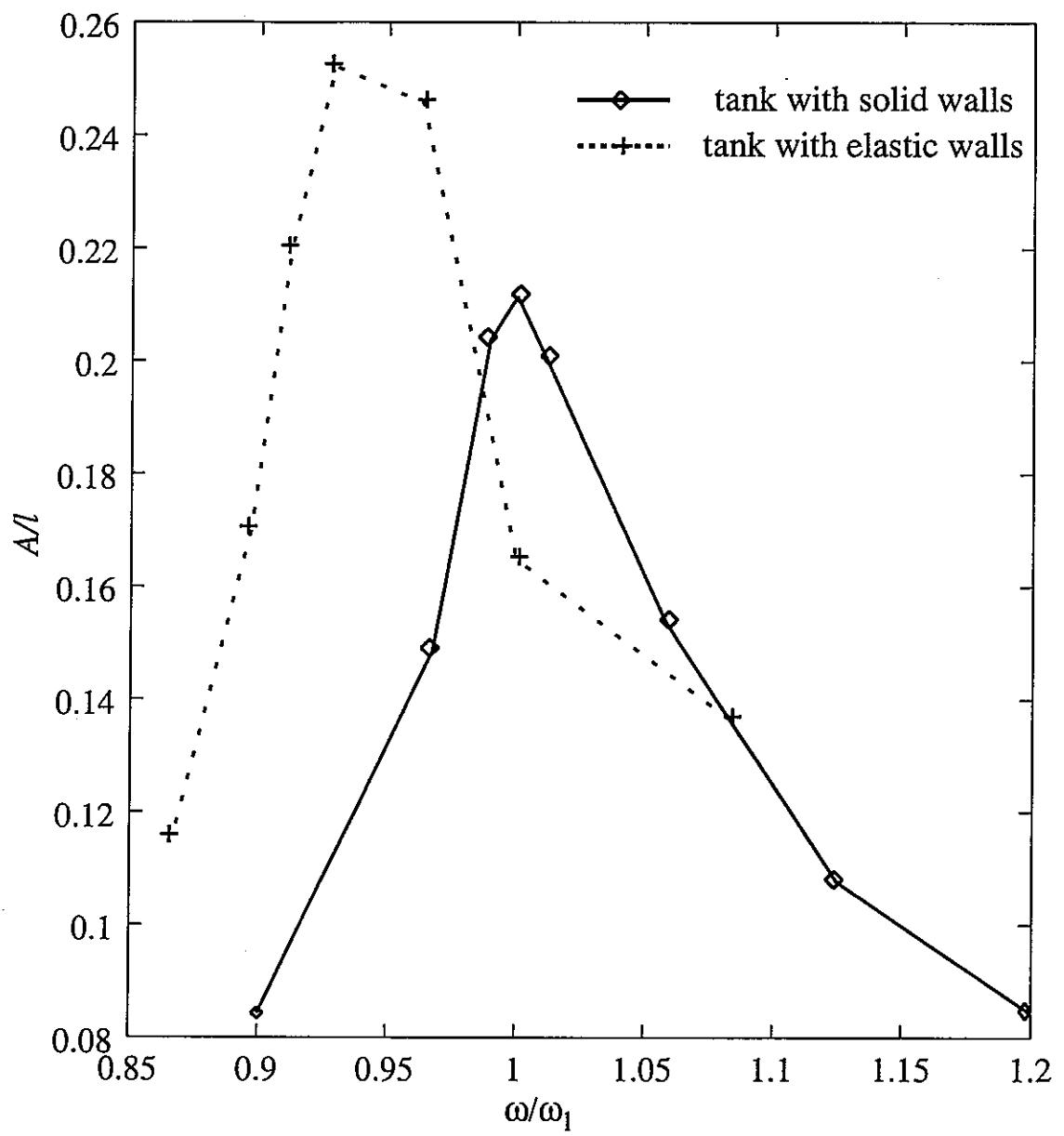


Figure 4.10: 弾性壁水槽におけるスロッシング周波数応答

第5章

スロッシングの3次元数値解析

5.1 直方体水槽におけるスロッシング

本計算は MPS 法の 3 次元におけるスロッシング解析の検証のために行った。

5.1.1 計算体系

計算体系は Fig. 5.1 に図示する長方形の水槽で行なった。体系の具体的な値を Table 5.1 に載せる。スロッシングの固有振動周期 T_1 は線形理論により

$$T_1 = 2\pi \left(\frac{\pi g \tanh(\frac{2\pi h}{l})}{l} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.1)$$

で求められる。この計算では初期条件として水面に変位 $A(x)$ を

$$A(x) = -A_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (5.2)$$

の関数にしたがって与える。この形は水槽に固有振動が生じた場合の最低次の定在波である。流体の初速は 0 で計算開始と同時に液面の振動が開始する。

5.1.2 計算結果 ($A_0=4\text{cm}$)

初期の振幅 A_0 が 4cm の場合の水面の始めの様子を Fig. 5.2 に、半周期経過後の様子を Fig. 5.3 に示す。図は水槽の中心を通り強制振動の方向と平行な面における断面図である。水面の振動を線形理論から解析的に導くと、固有角振動数 ω_n を

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \quad (5.3)$$

とすると

$$A(t, x) = \sum_n A_n(x) \sin(\omega_n t) \quad (5.4)$$

となる。ただし $A_n(x)$ は n 次のモードの水面の形状を示す。つまり減衰が無ければ水面は初期の $A(x)$ の形状を維持し続けつつ最低次の角振動数 ω_1 の振動を続けることになる。計算結果から得られた水面の形状も Fig. 5.2 と Fig. 5.3 を比較すると分かるように半周期

経っても波の形状は定在波の形を維持し続けている。このことは計算においてもスロッシングの固有振動が正しく再現されていることを示している。

さらに数周期分の計算を続け水面の最大高さを時間を追ってプロットしたものを Fig. 5.4 に示す。縦軸はその時刻における水面の最大高さであり、もっとも高い位置にある粒子の水面からの高さで定義する。水面は定在波の形を保ったまま減衰しながら振動を続ける。振動の周期は振動の間を通してほぼ一定に保たれているのがわかる。線形理論から求められるスロッシングの固有振動周期は 0.65sec である。計算結果として得られる水面の振動周期もこの値によく一致していることが読みとれる。このことから計算結果はスロッシングの振動周期についても定量的に良く再現していると言える。

5.1.3 計算結果 ($A_0=8\text{cm}$)

初期の振幅 A_0 が 8cm の場合の水面の始めの様子を Fig. 5.5 に、半周期経過後の様子を Fig. 5.6 に示す。この場合、横方向の流速が無視できなくなり、もはや計算結果は線形理論と一致しない。線形理論が Navier-Stokes 方程式の z 成分

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (5.5)$$

において

$$u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (5.6)$$

と近似するためである。初期の水面の変位が大きい場合式 (5.6) は成り立たなくなり、波形は定在波より大きくずれることが予想される。Fig. 5.5 と Fig. 5.6 を比較すると波の形状が半周期後には変化し定在波の形をもはや保っていないのがわかる。壁にそって上に伸びるような形をしているので定在波の場合よりも高い位置まで水面が到達する。水面の最大高さを時間を追ってプロットしたものを Fig. 5.7 に示す。定在波でなくなった波は、より高い位置に到達できるような形に変形して振動を続けるという結果が数値計算結果として得られた。ただ、振動周期は 1 周期目は線形理論による値 $T = 0.65\text{sec}$ とよく一致している。

Table 5.1: 計算体系

水槽の幅 l	32cm
水槽の奥行き	8cm
水深 h	24cm
初期の振幅 A_0	4cm, 8cm
スロッシングの固有振動周期 T_1	0.65sec
総粒子数 N	28000 個
時間刻幅 Δt	1.0×10^{-3} sec

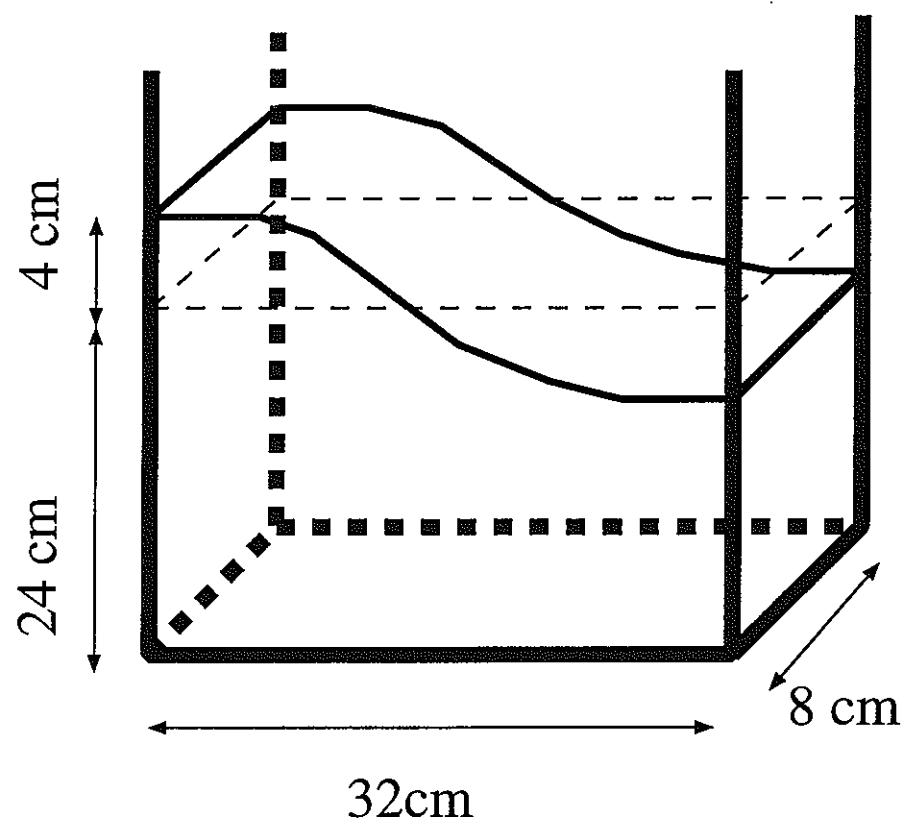


Figure 5.1: 計算体系

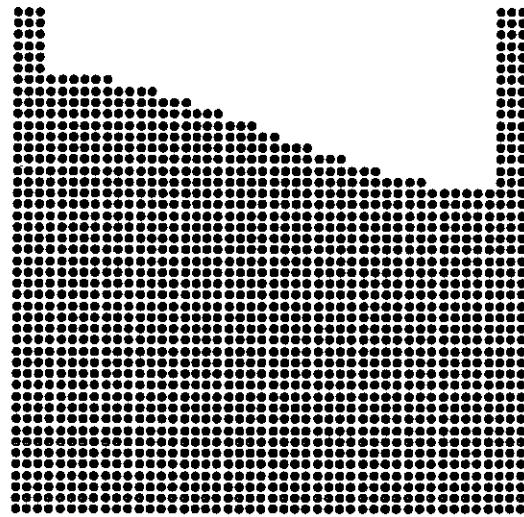


Figure 5.2: 初期の状態 (断面図)

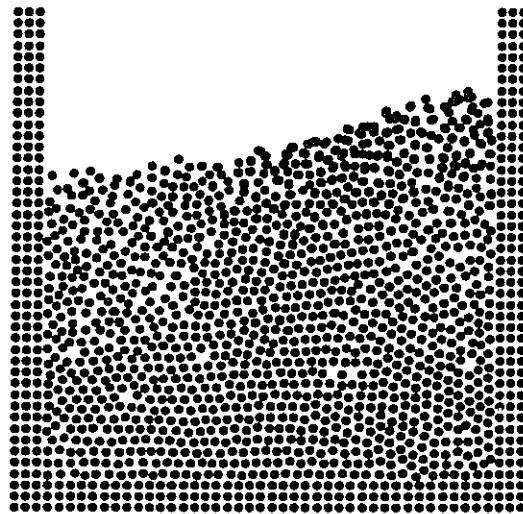


Figure 5.3: 半周期後 (断面図)

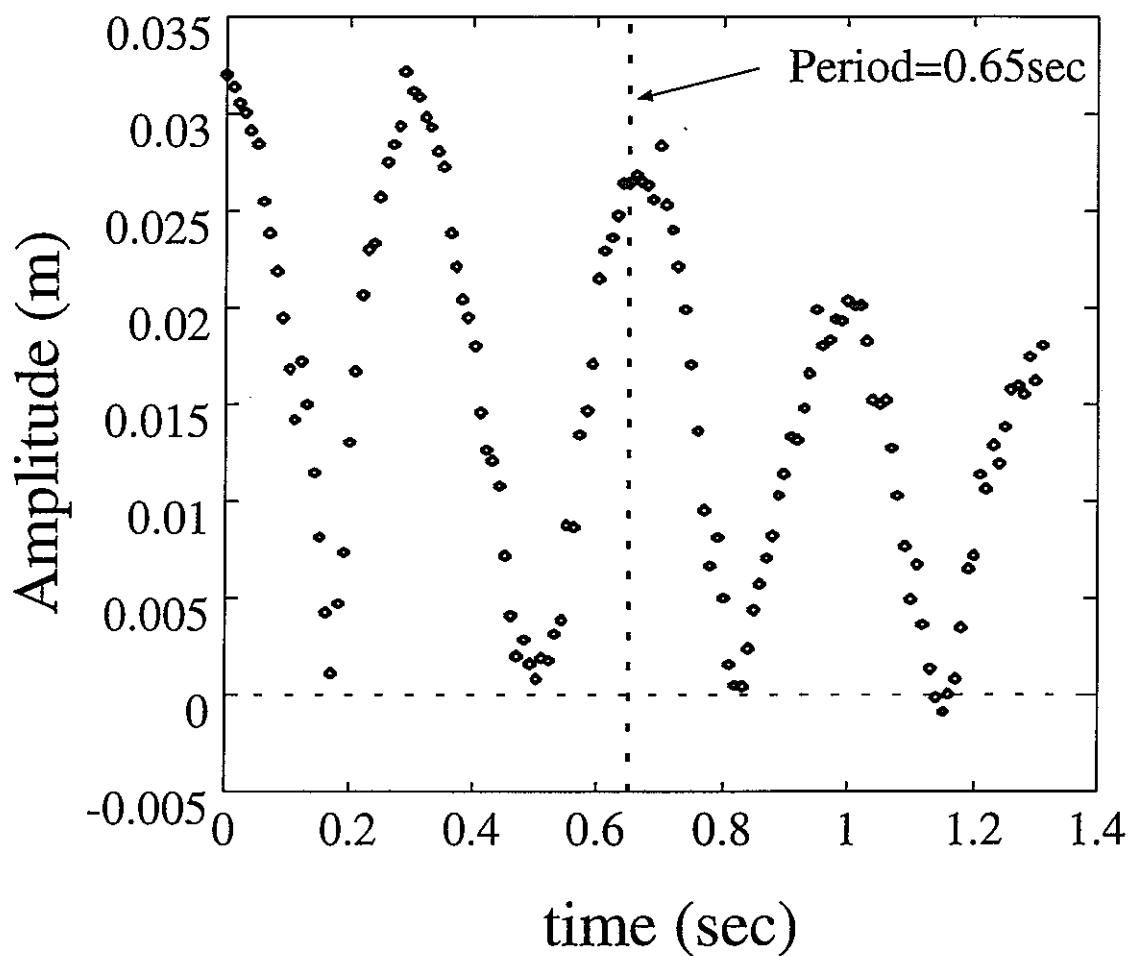


Figure 5.4: 水面の最大高さの変化

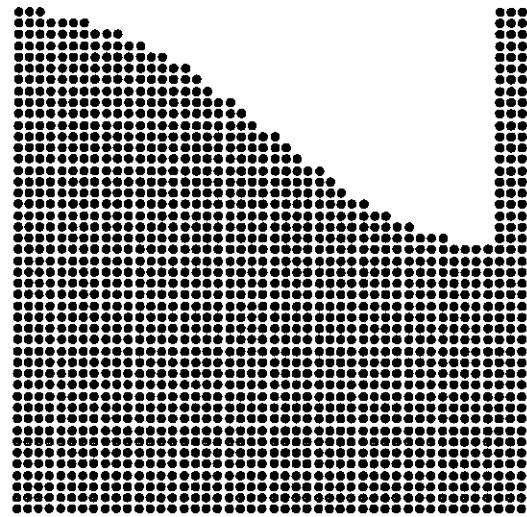


Figure 5.5: 初期の状態 (断面図)

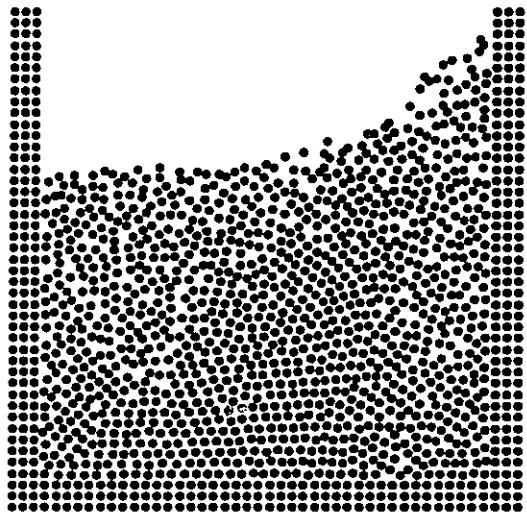


Figure 5.6: 半周期後 (断面図)

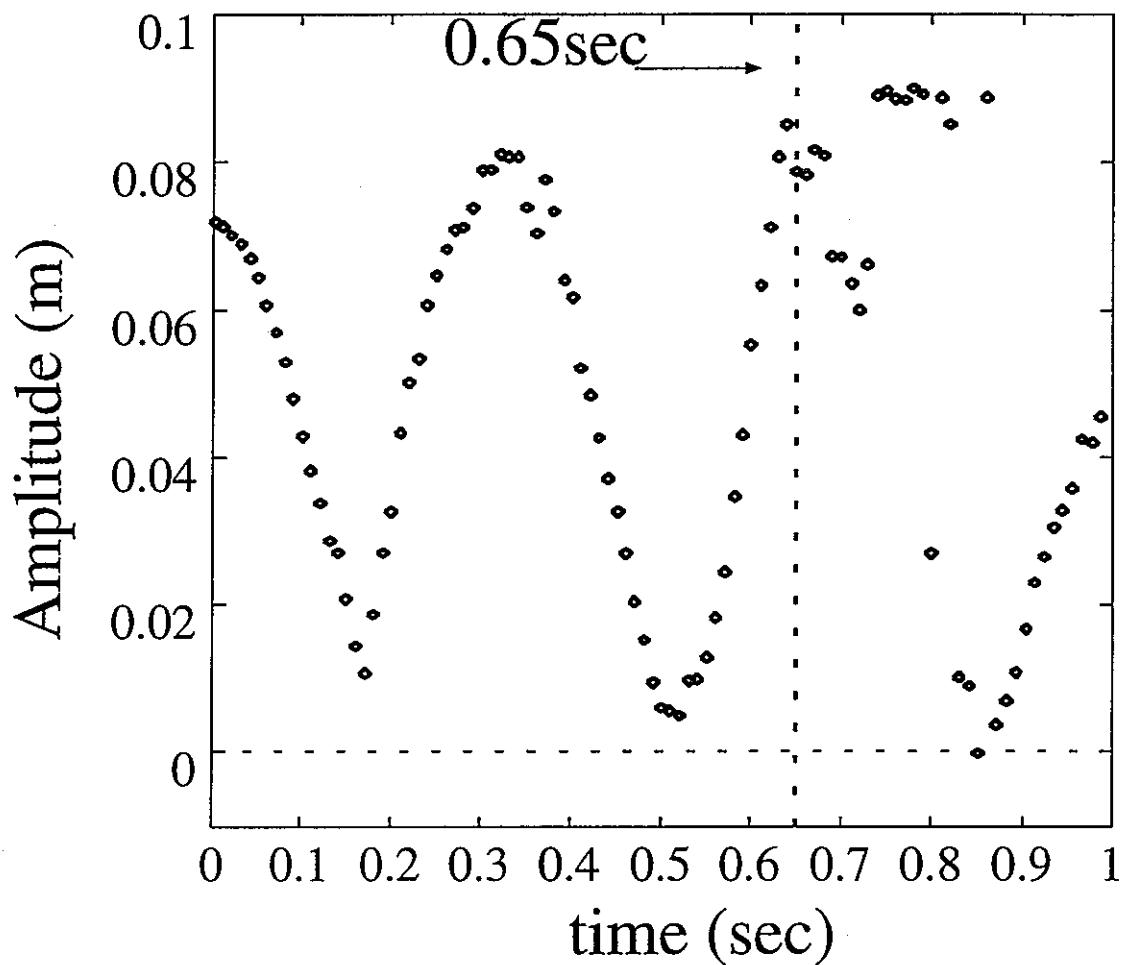


Figure 5.7: 水面の最大高さの変化

5.2 円筒水槽におけるスロッシング

直方体水槽に生じるスロッシングは2次元的であり2次元計算でも解析できる。円筒水槽での最低次のスロッシングは3次元的であり2次元計算では扱えない。そこで、ここでは円筒水槽内スロッシングの3次元解析をおこない粒子法の3次元計算精度を評価する。

5.2.1 計算体系

計算に使用した円筒水槽の形状をFig. 5.8に示す。具体的な値はTable 5.2にまとめた。線形理論から求められる円筒形水槽におけるスロッシングの固有振動周期は

$$T_1 = 2\pi \left(\frac{gk_1 \tanh(\frac{k_1 h}{R})}{gk_1} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.7)$$

で表される。この計算では液面に初期条件として水面に変位 $A(x)$ を

$$A(x) = -A_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2R}\right) \quad (5.8)$$

の関数にしたがって与える。流体の初速は0で計算開始と同時に液面の振動が開始する。水面に初期の変位を与えた様子をFig. 5.9に示す。

5.2.2 計算結果

水面の始めの様子をFig. 5.10に、半周期経過後の様子をFig. 5.11に示す。線形理論から導かれる水面の時間変化に関しては直方体の場合と同じく固有角振動数 ω_n を

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \quad (5.9)$$

とすると

$$A(t, x) = \sum_n A_n(x) \sin(\omega_n t) \quad (5.10)$$

で表されると予想される。Fig. 5.10とFig. 5.11からも分かるように、半周期経っても波の形状は定在波を維持し続けている。円筒形の場合も計算が固有振動をよく再現しているの

が分かる。水面の最大高さを時間を追ってプロットしたものを Fig. 5.12に示す。縦軸はその時刻における水面の最大高さである。水面は定在波の形を保ったまま減衰しながら振動を続ける。線形理論から求められる円筒形水槽におけるスロッシングの固有振動周期はこの場合 0.577sec である。計算結果として得られる水面の振動周期もこの値によく一致していることが読みとれる。

Table 5.2: 計算体系

半径 R	15.1cm
水深 h	22.6cm
初期の振幅 A_0	4.5cm
スロッシングの固有周期 T_1	0.577sec
総粒子数 N	12408
時間刻幅 Δt	1.0×10^{-3} sec

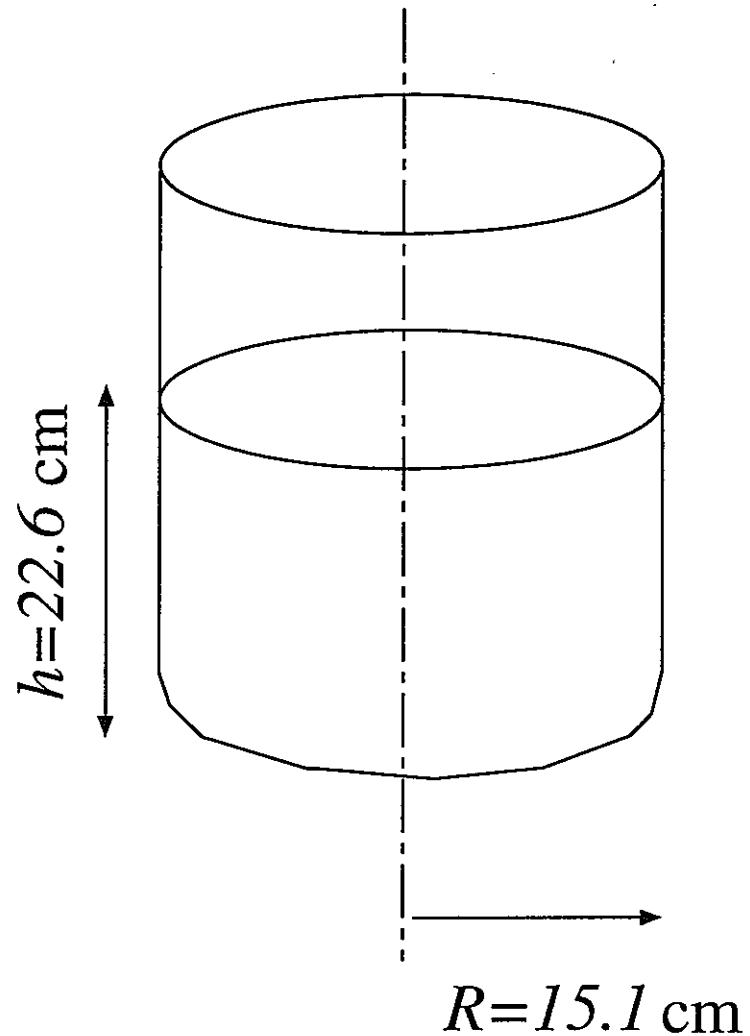


Figure 5.8: 円筒水槽

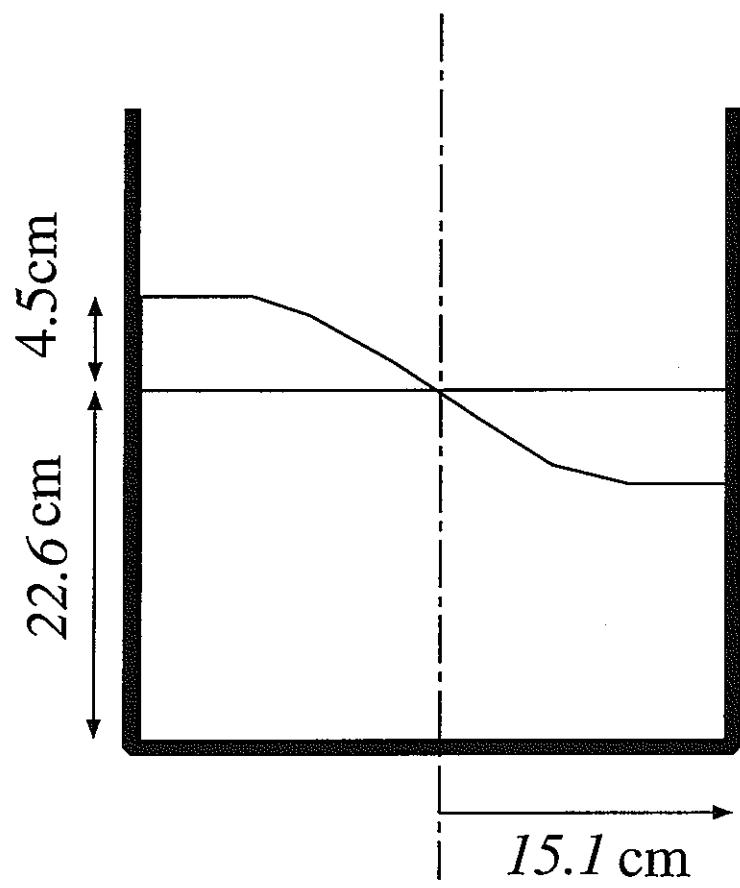


Figure 5.9: 計算体系(断面図)

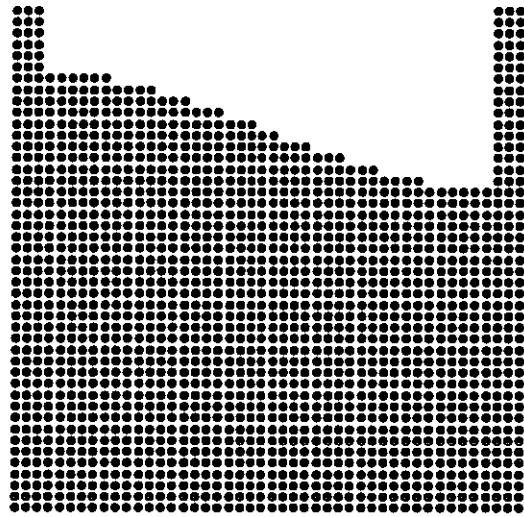


Figure 5.10: 初期の状態 (断面図)

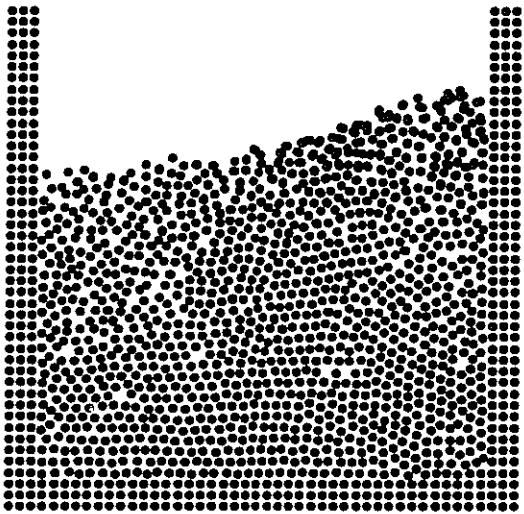


Figure 5.11: 半周期後 (断面図)

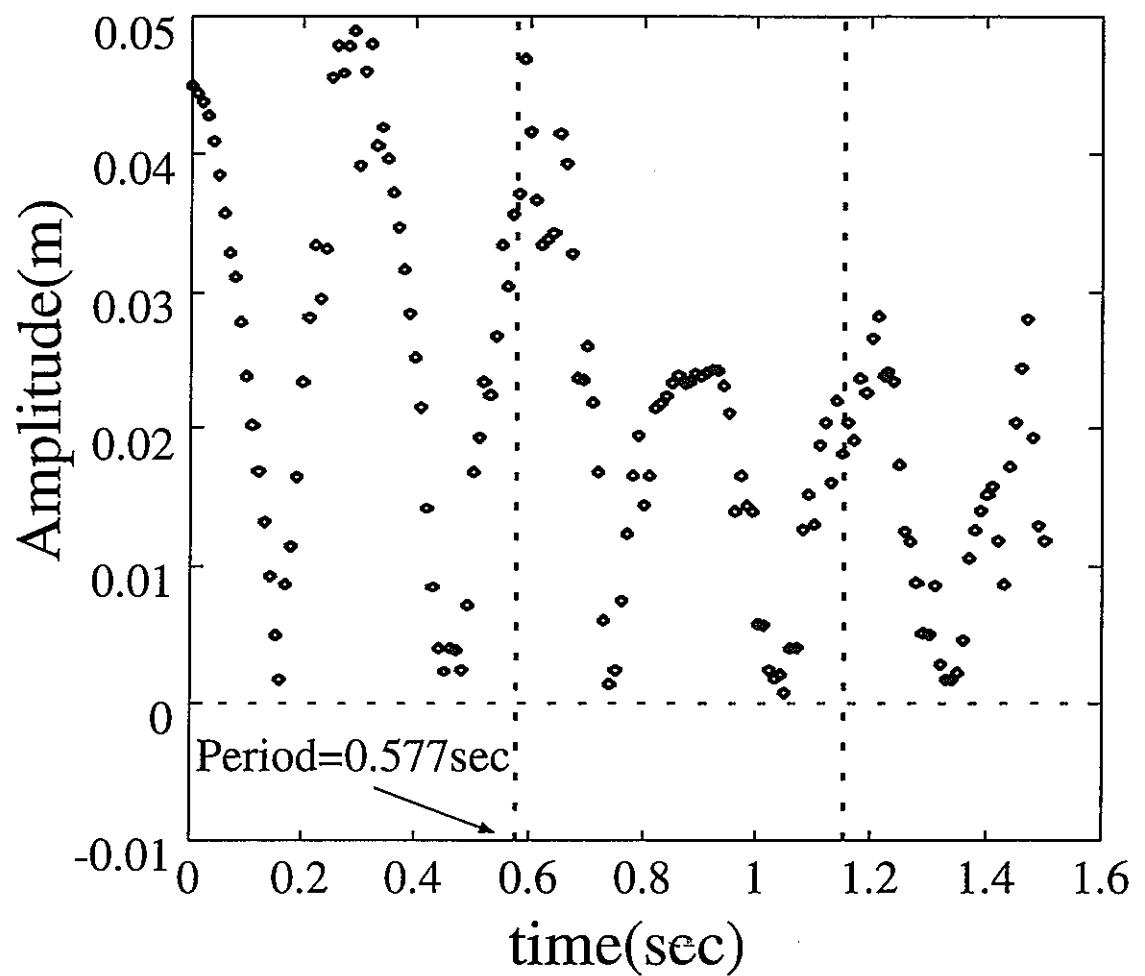


Figure 5.12: 水面の最大高さの変化

第6章

考察

6.1 スロッシング固有振動周期

体系として2次元矩形水槽を考える(Fig.6.1)。連続の式は速度ポテンシャル ϕ を用いると

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (6.1)$$

と書ける。速度ポテンシャルは時間 t と x, z の関数である。これを

$$\phi(t, x, z) = \phi_0 T(t) X(x) Z(z) \quad (6.2)$$

と変数分離する。ただし ϕ_0 は定数である。これを式(6.1)に代入して解くと、 k を定数として

$$X(x) = B \cos(kx) + C \sin(kx) \quad (6.3)$$

$$Z(z) = D \cosh(kz) + E \sinh(kz) \quad (6.4)$$

と書ける。ただし B, C, D, E は境界条件と初期条件から定まる係数である。 x に対して逆対称なモードのみを扱い、係数を無視すると

$$X(x) = \sin(kx) \quad (6.5)$$

とかける。定数 k は水槽の側面の境界条件から $k_n = \frac{\pi}{l}$ で $n = 1, 2, \dots$ という値をとることができます。以下ではその最低次のモードのみを考え $k = \frac{\pi}{l}$ とする。さらに $z = -h$ つまり水槽の底面で、 z 方向の流速 u_z が0であるという条件から

$$Z(z) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (6.6)$$

となる。以上を式(6.2)に代入すると

$$\phi(t, x, z) = \phi_0 T(t) \sin(kx) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (6.7)$$

となる。

一方 Navier-Stokes 方程式の z 成分は

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (6.8)$$

となるが

$$u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (6.9)$$

を仮定すると

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} + \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (6.10)$$

この式を z に関して積分する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(z) + gz + \frac{1}{\rho} P(z) = F \quad (6.11)$$

積分定数 F を大気圧 P_0 としても一般性は失われない。 $z = 0$ からの水面の変位を ζ とすると自由液面 $z = \zeta$ で

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(\zeta) + g\zeta = 0 \quad (6.12)$$

が成立する。変位の時間変化と流速が等しいとすると

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}(\zeta) \quad (6.13)$$

式 (6.12) を t で微分し、これに式 (6.13) 代入すると

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}(\zeta) + g \frac{\partial \phi}{\partial z}(\zeta) = 0 \quad (6.14)$$

が得られる。ここで連続の式より得られた ϕ である式 (6.7) を代入して $T(t)$ に関してまとめると

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = -gk \tanh k(\zeta + h)T \quad (6.15)$$

となる。右辺の ζ は時間の関数でありこのままでは解けないので、 ζ が微小であると仮定し

$$\tanh k(\zeta + h) \simeq \tanh k(h) \quad (6.16)$$

と近似する。そうすると

$$T(t) = \sin(\omega t) \quad (6.17)$$

となる。ただし ω はこの固有振動に対応する角振動数で

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (6.18)$$

である。最終的に流速ポテンシャルは

$$\phi(t, x, z) = \phi_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (6.19)$$

と表される。

Fig. 6.2は $\tanh \pi(\zeta + h)$ を $h = 1.0$ と $h = 0.5$ について比較した図である。それぞれ $\zeta = 0$ 付近についてみると、 $h = 1.0$ では $\tanh \pi(\zeta + h)$ の変化が少ない。このことから深い水槽において式 (6.16) の近似は適切であるといえる。数値解析は 2 次元矩形水槽では $l/h = 0.1$ と $l/h = 0.6$ でおこなったが、 $l/h = 0.6$ におけるスロッシングの固有振動周期が式 (6.18) より求められる振動周期に一致しており、深い水槽でより線形的な固有振動を生じるという予想と良く一致する。

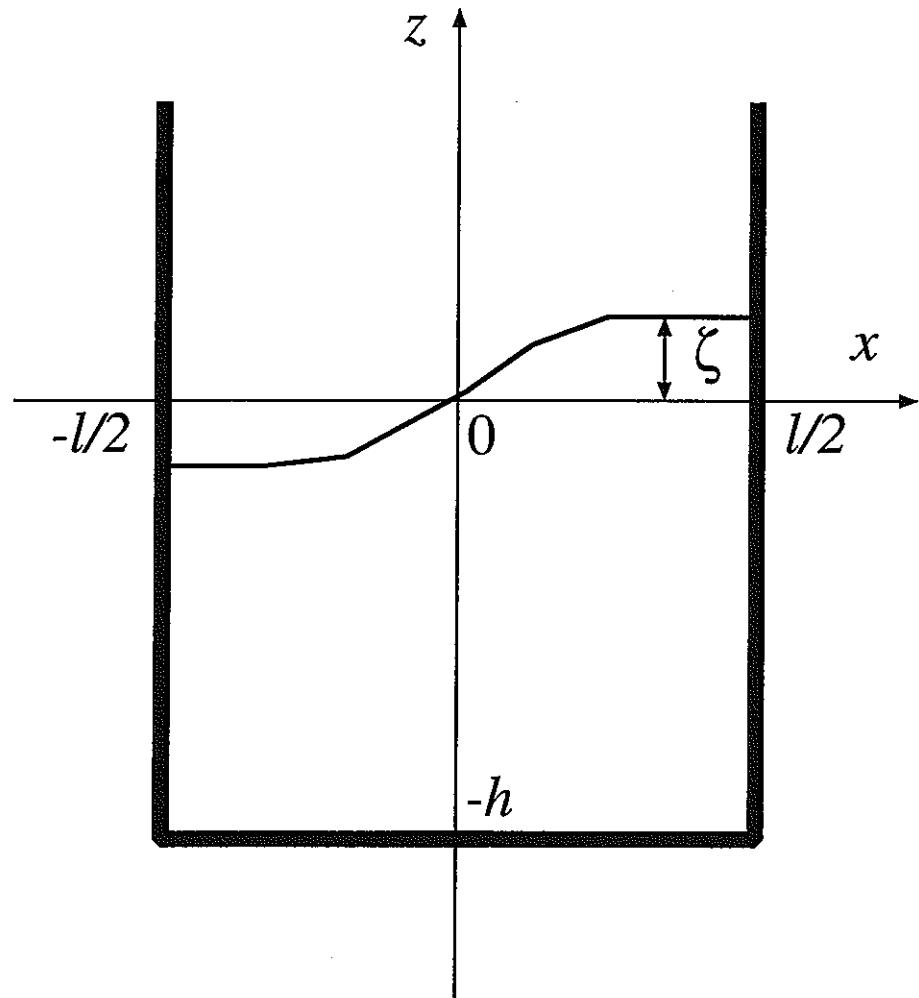


Figure 6.1: 2 次元矩形水槽

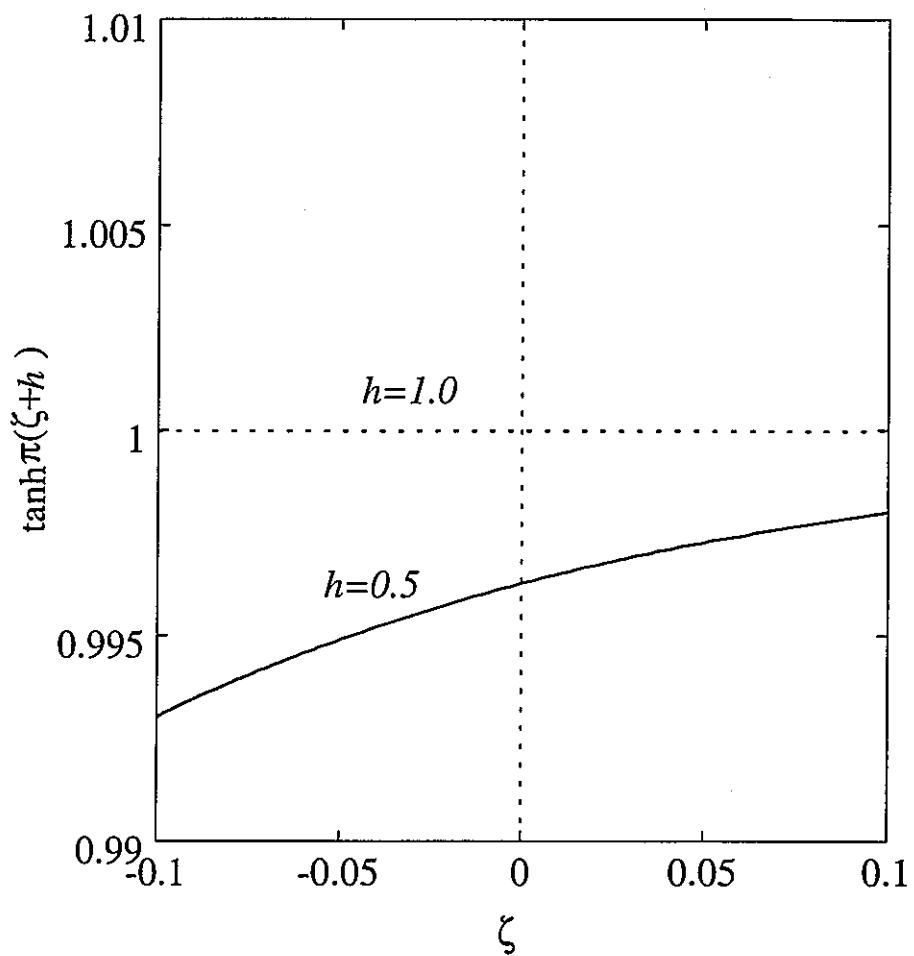


Figure 6.2: $h = 1.0$ と $h = 0.5$ の場合の $\tanh \pi(\zeta + h)$

6.2 スロッシングの波形

3次元解析では始めに変位を与えた計算をおこなった。解析結果は、初期の振幅が大きすぎなければ固有振動があらわれるが、減衰が生じた。本計算では Navier-Stokes 方程式の粘性項を 0 としている。また粒子法は Lagrangean なので、移流項の差分化に起因する数値粘性も生じない。そこでここでは振動が減衰する理由を考察する。

水面の変位 $\zeta(x)$ は式 (6.12) より

$$\zeta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\zeta) \quad (6.20)$$

これに式 (6.19) を代入する。ただし今度は初期の振幅がある場合なので $\sin \omega t$ を $\cos \omega t$ で置き換える。

$$\zeta = -\frac{\phi_0}{g} \cos \omega t \sin kt \frac{\cosh k(\zeta + h)}{\cosh kh} \quad (6.21)$$

ζ が L に対し十分小さければ

$$\cosh k(\zeta + h) \simeq \cosh kh + \zeta k \sinh kh \quad (6.22)$$

と近似できる。これを式 (6.21) に代入すると

$$\zeta = \frac{-\phi_0 \omega \sin kx \cos \omega t}{g + \phi_0 \omega k \tanh kh \sin kh \cos \omega t} \quad (6.23)$$

となる。水槽が十分深ければ

$$\tanh kh \simeq 1 \quad (6.24)$$

であり、この場合式 (6.18) より

$$\omega = \sqrt{gk} \quad (6.25)$$

となる。ただし $k = \pi/l$ である。これらを式 (6.23) に代入して $-\phi_0 \sqrt{k/g} = A_0$ とすると

$$\zeta(t, x) = \frac{A_0 \sin kx \cos \omega t}{1 - \pi \frac{A_0}{l} \sin kx \cos \omega t} \quad (6.26)$$

となる。いま $x = l/2$ の位置での時間変化に注目する。 ζ を時間に関してプロットしたものを Fig. 6.3 に示す。 ζ が正の時変位が大きく負の時は変位が小さいという振動を行うことがわかる。時刻 $t = 0$ における水面の変位は

$$\zeta(x) = \frac{A_0 \sin kx}{1 - \pi \frac{A_0}{l} \sin kx} \quad (6.27)$$

で表される。これをプロットしたものを Fig. 6.4 に示す。 x に対してはや対称性をもっていないことがわかる。

第4章で扱った2次元スロッシングの深い水槽で得られた波形の計算結果を Fig. 6.5 に示す。この結果においても変位が正の方が振幅が大きくなっているのがわかる。計算結果の振幅から予想される A_0 は 0.076 である。この結果、正の変位の振幅 ζ_+ と負の変位の振幅 ζ_- の比は約 2.0 と予想される。計算結果ではこの振幅の比は 1.5 程度となり、定量的には違いがある。

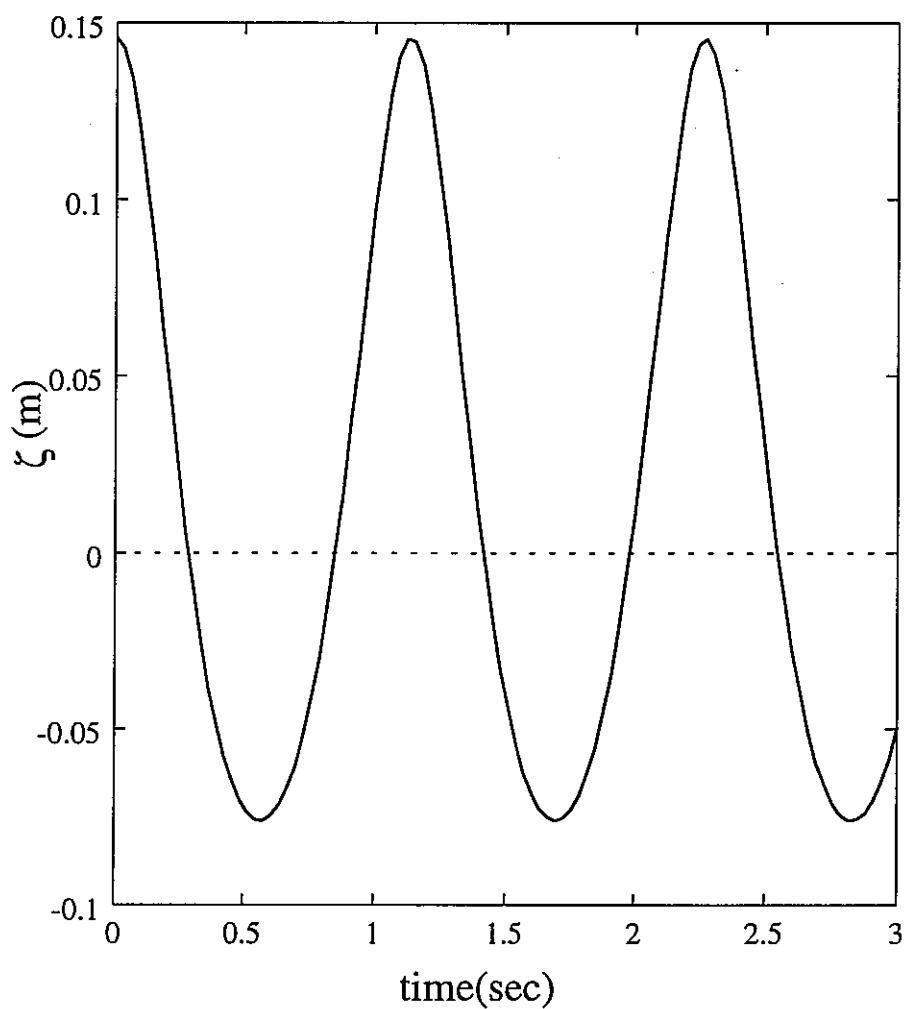


Figure 6.3: ζ の時間変化

$$\zeta(t) = \frac{A_0 \cos \omega t}{1 - \pi \frac{A_0}{L} \cos \omega t}$$

$A_0 = 0.1, l = 1.0$ の場合。

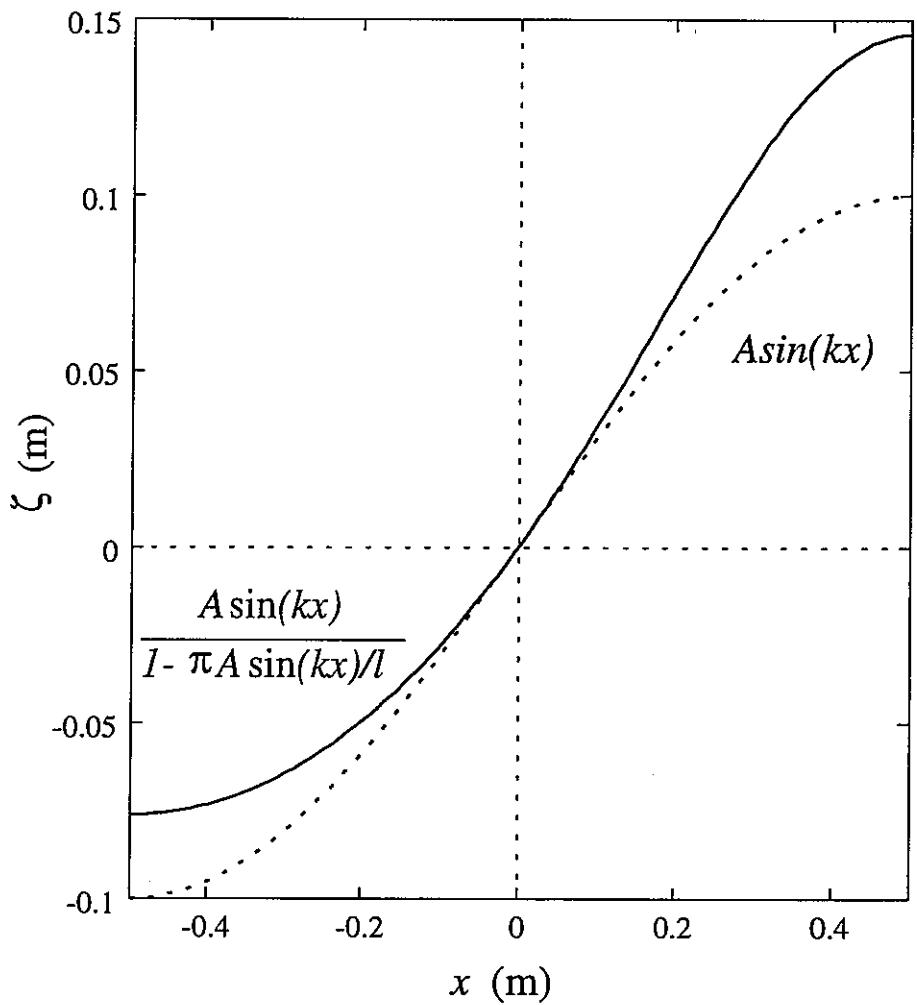


Figure 6.4: 変位の x 分布

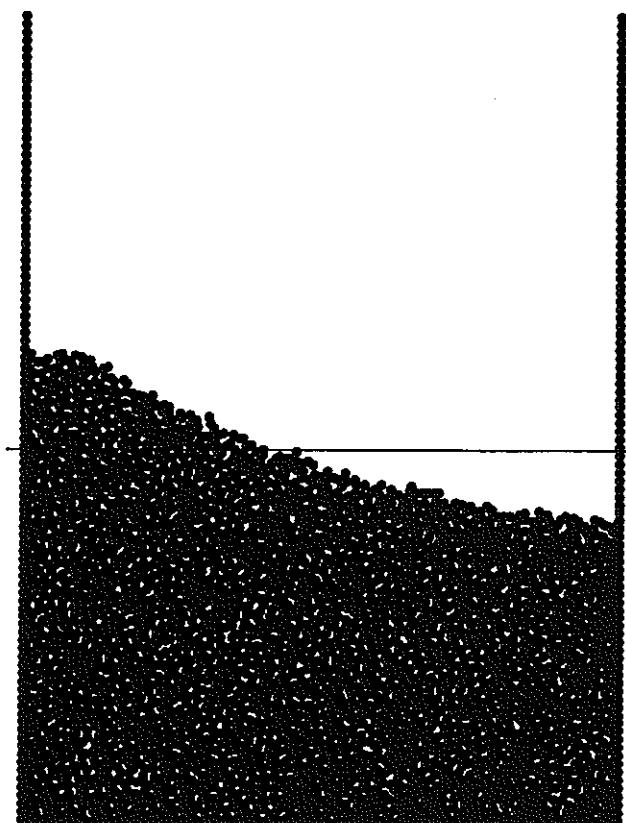


Figure 6.5: 計算結果の波形

6.3 粘性、表面張力の影響

本研究におけるスロッシングの解析では粘性と表面張力を無視しているが、これらの項の大きさを対流項と比較した。まず各物理量の大きさを Table 6.1 に示す。水槽のスケールは 1m、表面張力、動粘性係数の物性値は水の場合を用いている。これらの値を用いて各項の寄与の大きさを計算したのが Table 6.2 である。これによると他の項に比べ対流項の寄与が圧倒的に大きいのがわかり、表面張力と粘性を無視できるのがわかる。

Table 6.1: 各物理量の大きさ

	値	単位
密度 ρ	10^3	kg m^{-3}
平均粒子間距離 r	8.0×10^{-3}	m
速度 u	1	m s^{-1}
表面張力 σ	72.0×10^{-3}	Nm^{-1}
水面の曲率半径 r_c	10^{-1}	m
粘性係数 νu	1.0×10^{-6}	m^2s^{-1}

Table 6.2: 各項の比較

	対流項	表面張力項	粘性項
次元	$\rho u^2 r^{-1}$	σr_c^{-2}	$\nu u r^{-2}$
項の大きさ	10^5	10^1	10^{-2}

第7章

結論

MPS 法による 3 次元計算の妥当性を検討した。まず、粒子間相互作用の範囲を与えるパラメータ r_e について、3 次元テスト計算より誤差が極小になる $r_e = 3.0l_0$ が最適であるとの結論を得た。次に、MPS 法により 2 次元および 3 次元のスロッシングの数値解析を行なった。

2 次元スロッシングでは、葉山らが実験を行なった矩形水槽について計算を行ない、強制振動に対する周波数応答が実験と計算でほぼ一致した。特に浅い水槽においては、浅水波が現れることで共鳴ピークが線形理論よりも高周波数側に大きく移動することが計算においても再現された。深い水槽においては、実験と同様に定在波が現れ共鳴ピークは線形理論と一致するが、振幅については実験との不一致が見られた。

さらに、両側が弾性壁の矩形水槽でのスロッシングの計算を行なった。振幅は弾性壁との共鳴によりさらに大きくなるとともに、共鳴ピークが低周波数側に移動することが計算された。これは、弾性壁の変形によりあたかも水槽の底面が長くなるような効果によると考えられる。すなわち、MPS 法を用いることで自由液面や弾性壁が大きく変形する場合のスロッシングを解析できることが示された。しかしながら、これについては実験データがなく、実際の現象との対応は今後の検討課題である。

3 次元では、矩形および円筒形状の深い水槽におけるスロッシングの計算をおこなった。初期条件として大変形した自由液面を与えて計算を開始し、どちらの体系においても振動周期が線形理論と一致することを示した。

本研究により、粒子法による 3 次元計算手法が確立されるとともに、スロッシングの解析においてその計算精度が十分あることが示された。

記号

A	:スロッシングの振幅
b	:壁の厚さ
E	:ヤング率
F	:外力
g	:重力定数
h	:水深
I	:断面2次モーメント
l	:水槽の幅
l_w	:壁の高さ
M	:曲げモーメント
n	:粒子数密度
n^0	:粒子数密度定数
P	:圧力
\vec{r}_{ij}	: i 粒子から j 粒子へのベクトル
r	:2粒子間の距離
r_e	:相互作用の範囲の半径
T	:周期
u	:速度
V_e	:相互作用の領域
w	:重み関数
X_0	:強制振動の振幅
Z	:空間の次元
ν	:動粘性係数
ρ	:密度
Δt	:時間刻み幅
ρ_w	:壁の密度
ω	:角振動数
ω_1	:スロッシングの固有角振動数
ω_w	:壁の固有角振動数

Bibliography

- [1] 田辺裕美, 宮原信哉, 川田耕嗣, 下山一仁, 三宅収, 「ナトリウム漏えい・燃焼実験
—(1) 実験方法と測定データ—」日本原子力学会 1997 春の年会予稿集, 1997, H42
- [2] 三宅収, 宮原信哉, 大野修司, 内山尚基, 田辺裕美, 「ナトリウム漏えい・燃焼実験
—(2) 影響評価—」日本原子力学会 1997 春の年会予稿集, 1997, H42
- [3] 山口彰, 村松寿晴, 大平博昭, 飯田将雄, 「ナトリウム漏洩・燃焼挙動の機構論的解析
手法の開発」PNC TN9410 97-040, 1997
- [4] 大平博昭, 山口彰, 「ナトリウム燃焼解析評価手法の開発(1) 化学平衡反応モデル
による液滴燃焼直接シミュレーション」日本原子力学会 1997 秋の大会予稿集, 1997,
G59
- [5] 飯田将雄, 山口彰, 「ナトリウム燃焼解析評価手法の開発(2) 粒子法による 3 次元
ナトリウム漏洩燃焼挙動解析コードの開発」日本原子力学会 1997 秋の大会予稿集,
1997, G60
- [6] 越塚誠一, 岡芳明, 「ナトリウム燃焼解析評価手法の開発(3) 水の飛散実験による
3 次元粒子法コードの検証」日本原子力学会 1997 秋の大会予稿集, 1997, G61
- [7] 前川勇, 高田孝, 山口彰, 大平博昭, 木曾原直之, 「ナトリウム燃焼解析評価手法の開発
(4) 多室間の移流を考慮した多次元燃焼解析コードの開発」日本原子力学会 1997
秋の大会予稿集, 1997, G62

- [8] 坂場弘, 山口彰, 清野裕, 「ナトリウム燃焼解析評価手法の開発（5）多室間ナトリウム燃焼影響評価のための CONTAIN コードの改良」日本原子力学会 1997 秋の大会 予稿集, 1997, G63
- [9] 岡芳明, 越塚誠一, 「ナトリウム漏洩燃焼形態の予測手法に関する研究」 PNC TY9602 97-003, 1997
- [10] A. Yamaguchi, "Numerical Simulation and Water Experiment of Flow Induced Vibration of a Thermocouple Well," Proc. 8th Int. Topical Meeting Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics (NURETH-8), Vol.2, 1997, p.1130-1131
- [11] S. Aita, et al, "Fluid-elastic instability on Super-Phenix LMFBR weir system : a survey", 9th Conf. SMIRT, Lausanne, Vol.A,(1987),101
- [12] 伊藤, 他, 原子力学会誌, 39-9,(1997),2.
- [13] Welch,J.E. et al.,LA-3425
- [14] Hirt,C.W. and Nichols,B.D., J. Comp. Phys., 39,(1981),201-225
- [15] Arai,M., J. Soc. Naval Archit. Japan, 155,(1984),114
- [16] 長浜 et al., 日本造船学会論文集, 172,(1992),487
- [17] Hirt,C.W., Amsden,A.A., and Cook,J.L., J. of Comp. Phys., 14,(1974),227
- [18] 木倉, 武口, 澤田, 棚橋, 機論, "Arbitrary Lagrangian-Eulerian GSMAC 有限要素法による非線形水面波の解析", 57-540,B(1991),2632
- [19] 神谷, 宮沢, 機論, "非線形水面波の境界要素解析", 56-524,B(1990),1057
- [20] 田中, 中山, 機論, 57-538,B(1992),8

- [21] 天野, 小泉, 小川, 機論, “境界要素法による三次元スロッシング解析”, 56-523,B(1990),684
- [22] S. Koshizuka, H. Tamako, and Y. Oka, Computational Fluid Dynamics J. 4, 29-46 (1995).
- [23] S. Koshizuka and Y. Oka, Nucl. Sci. Eng. 123, 421-434 (1996).
- [24] 越塚誠一、野辺厚、岡芳明、第8回計算力学講演会講演論文集, 1995, pp.433-434
- [25] 野辺厚、越塚誠一、岡芳明、第9回数值流体力学シンポジウム講演論文集, 1995, pp.379-380
- [26] S. Koshizuka and Y. Oka, Proc. CFD Symp. for Free-Surface Flows, 1996, p.71-80
- [27] 池田博和、越塚誠一、岡芳明、第9回計算力学講演会講演論文集, 1996, pp.293-294
- [28] S. Koshizuka and Y. Oka, Proc. US/Japan Joint Seminar: A Multidisciplinary Int. Seminar on Intense Multiphase Interactions, 1995, p.145-158
- [29] 葉山, 有賀, 渡辺, 機論, “長方形容器におけるスロッシングの非線形応答”, 49-437,C(1983),22
- [30] 清水, 葉山, 機論, “浅水波理論を応用したスロッシングの非線形応答”, 53-486,C(1987),357